



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

JOSEFA SUREK DE SOUZA DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DE NEUTRINOS NA MATÉRIA
E APLICAÇÕES EM GEOFÍSICA**

Londrina
2009

JOSEFA SUREK DE SOUZA DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DE NEUTRINOS NA MATÉRIA
E APLICAÇÕES EM GEOFÍSICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação, em Física da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. Veríssimo Manoel de Aquino.

Coordenador: Prof. Dr. Manuel Simões Filho.

Londrina
2009

JOSEFA SUREK DE SOUZA DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DE NEUTRINOS NA MATÉRIA
E APLICAÇÕES EM GEOFÍSICA**

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Veríssimo Manoel de Aquino
(Orientador)
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra. Hiromi Iwamoto
Universidade Estadual de Londrina

Prof. Dr. Antonio Braz de Padua
Universidade Estadual de Londrina

Prof. Dr. Mauro Donizetti Tonasse
Universidade Estadual Paulista

Prof. Dr. Rosevaldo de Oliveira
Universidade Federal do Tocantins

Londrina, 08 de abril de 2009.

DEDICATÓRIA

Àqueles que acreditaram que eu chegaria até aqui.

OLIVEIRA, Josefa S.S. **Análise da propagação de neutrinos na matéria e Aplicações em geofísica.** 2009. 72f. Tese (Doutorado em Física) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

RESUMO

A oscilação entre sabores de neutrinos, fenômeno proposto para explicar discrepâncias no fluxo observado de neutrinos em vários contextos, é afetada pela matéria na qual o neutrino se propaga. Em geral, para simplificar o tratamento, a oscilação entre três sabores é aproximada para o contexto de duas famílias. Aqui, a solução exata para o operador de evolução à densidade constante é discutida e um método para analisar a propagação de neutrinos em matéria de densidade eletrônica variável é apresentado. As possibilidades de utilizar oscilação e a influência de considerá-la entre três sabores são examinadas para aplicações em Geofísica. Na geotomografia com neutrino, verifica-se a faixa de energia em que o neutrino é mais sensível ao efeito de uma suposta cavidade na tentativa de utilizar neutrinos para detectar poços de petróleo. No estudo de geoneutrinos, o tratamento da oscilação em três famílias é introduzido e o fluxo calculado é comparado com o obtido pelo tratamento convencionalmente dado, neste caso, de tomar a média da oscilação entre dois sabores de neutrinos. A influência na medida de geoneutrinos que modelos alternativos, presença de ^{40}K no núcleo e existência de um georeator natural no centro da Terra, gerariam é discutida para analisar a possibilidade de que medidas de fluxo de antineutrinos possam vir a corroborar, ou não, tais modelos.

Palavras-chave: Neutrinos x Geofísica. Partículas (física nuclear)

OLIVEIRA, Josefa S.S. **Análise da propagação de neutrinos na matéria e Aplicações em geofísica.** 2009. 72f. Tese (Doutorado em Física) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

ABSTRACT

Neutrino flavor oscillations have been supposed as an explanation for neutrino discrepancies in varied contexts, which is affected by matter where neutrino propagates. In general, for simplicity, the three family oscillation is approximated for the two family context. Herein, the exact solution for the evolution equation at constant density is discussed and a method to analyze the neutrino propagation at variable electronic density is presented. The use of neutrino oscillation and the influence of consider it in three flavor are examined for application in geophysics. In geotomography with neutrino, the energy range in which neutrino is more sensitive to effect of a supposed cavity is verified to analyze the possibility of oil well detection with neutrinos. For geoneutrino study, the treatment of oscillation in three family is introduced and the calculated flux is compared with on obtained from treatment conventionally given, in this case, that is to take the oscillation average among two flavor. The influence of alternative models, presence of 40K in the Earth core and existence of a natural georeactor in the Earth center, in geoneutrino measure would generate is discussed to analyze the utilization of antineutrino flux to corroborate, or not, such models.

Keywords: Neutrinos x Geophysics. Particles (nuclear physics)

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1** – Probabilidades de transição em duas famílias do neutrino eletrônico obtidas por cálculo numérico, por expansão em série e utilizando o método de Lisi e Montanino em função da distância percorrida pelo neutrino. Os parâmetros utilizados são: $A = \Delta = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\theta = 13^\circ$ e $E_\nu = 1,2 GeV$ 31
- Figura 2** – Probabilidades de transição do neutrino eletrônico obtidas por cálculo numérico e utilizando o método de Lisi e Montanino em função da distância. Os parâmetros utilizados são: $\Delta = \Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\theta = \phi = 13^\circ$, $\Delta_{21} = 5 \times 10^{-5} eV^2$ e $E_\nu = 0,5 GeV$ E, ainda, $\omega = 28,7^\circ$ e $\omega = 7^\circ$ no contexto de três famílias32
- Figura 3** – Caverna de extensão l posicionada em d ao longo da trajetória do neutrino de 1000km no interior da Terra.....35
- Figura 4** – Diferença entre as probabilidades de sobrevivência, $P_1(\nu_e, \nu_\mu) - P_2(\nu_e, \nu_\mu)$, em função da energia para cavernas em quatro posições diferentes.....36
- Figura 5** – $P_1(\nu_e, \nu_\mu) - P_2(\nu_e, \nu_\mu)$ em função da energia para cavernas centradas em 300km e 700km sob as mesmas condições da figura 436
- Figura 6** – $P_1(\nu_e, \nu_\tau) - P_2(\nu_e, \nu_\tau)$ em função da energia para cavernas centradas em 300km e 700km sob as mesmas condições da figura 4.37
- Figura 7** – a) Diferença $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ em função da energia considerando uma caverna de 200km cheia de água e centrada em 500km. Parâmetros de oscilação utilizados: $\Delta_{21} = 7,1 \times 10^{-3} eV^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\omega = 31^\circ$ e $\phi = 5^\circ$ b) Ampliação do gráfico para energia baixa37
- Figura 8** – $P_1(\nu_e, \nu_e)$ em função da distância percorrida pelos neutrinos para algumas energias fixas e sob as mesmas condições da figura 738
- Figura 9** – $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ em função da distância percorrida pelos neutrinos para algumas energias fixas e sob as mesmas condições da figura 7.....38

Figura 10 – a) Diferença $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ em função da energia considerando uma cavidade de 60km, centrada em 500km e com $N_e = 1,07 \text{ mol/cm}^3$. Parâmetros de oscilação utilizados: $\Delta_{21} = 7,1 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\omega = 31^\circ$ e $\phi = 5^\circ$ b) Ampliação do gráfico para energia baixa	40
Figura 11 – Distribuição radial das principais regiões da Terra como determinado por dados sísmicos [9]	42
Figura 12 – Canais de decaimento de ^{238}U , ^{232}Th e ^{40}K [9]	45
Figura 13 – Espectros de energia do antineutrino produzido nos decaimentos de ^{238}U , ^{232}Th e ^{40}K [9]	46
Figura 14 – Representação geométrica do problema	47
Figura 15 – Fluxo de antineutrinos que chega ao detector D proveniente do decaimento do ^{238}U calculado considerando a oscilação em três famílias e tomando apenas a média da probabilidade	48
Figura 16 – Fluxo de antineutrinos em D produzido pelo decaimento de ^{40}K , ^{232}Th e ^{238}U em função de θ	49
Figura 17 – Espectro de energia de antineutrinos que chegam a um detector D provenientes dos decaimentos radioativos do ^{40}K , ^{232}Th e ^{238}U	49
Figura 18 – Fluxo de antineutrinos produzidos pelo ^{40}K considerando a presença de potássio no núcleo da Terra com concentração de 1200 ppm	51
Figura 19 – Fluxo acumulado de antineutrinos produzidos pelo ^{40}K considerando a presença de potássio no núcleo da Terra com concentração de 1200 ppm	52
Figura 20 – Representação esquemática da subdivisão do núcleo interno no modelo Herndon [37].	53
Figura 21 – Comparação entre os fluxos de antineutrinos gerados por decaimento de ^{238}U com abundância no manto inferior de 13,2 ppb (sem georeator) e 9,1 ppb (com georeator de 3TW)	55
Figura 22 – Seção de choque para a fissão de urânio e plutônio [42]	56
Figura 23 – Espectro de energia de antineutrinos produzidos na fissão de alguns isótopos [43]	56

Figura 24 – Espectro de antineutrino produzido por fissão de ^{235}U , considerando georeator de 3 TW, para oscilação entre três sabores de neutrinos e sem considerar oscilação	58
Figura 25 – Espectro de antineutrino produzido por fissão de ^{238}U , considerando georeator de 3 TW, para oscilação entre três sabores de neutrinos e sem considerar oscilação	58
Figura 26 – Fluxos diferenciais do antineutrino eletrônico produzidos pelos decaimentos ^{238}U e de ^{235}U do georeator de 3 TW para oscilação entre três sabores de neutrinos	59
Figura 27 – Fluxos diferenciais do antineutrino eletrônico produzido pelo decaimento de ^{238}U e ^{235}U do georeator de 3 TW	60
Figura 28 – Espectro de antineutrinos provenientes do decaimento do ^{238}U e ^{232}Th calculado pela equação (2.85) considerando alvo com 10^{32} prótons e detector 100% eficiente	62
Figura 29 – Fluxo direcional de antineutrinos provenientes do decaimento do ^{238}U e ^{232}Th calculado pela equação (2.85) considerando alvo com 10^{32} prótons e detector 100% eficiente	63
Figura 30 – Fluxo produzido pela fissão de ^{235}U para detector com 10^{32} prótons e 100% de eficiência.....	64
Figura 31 – Fluxo de antineutrinos produzidos pela fissão de ^{238}U do georeator de 3 TW para detector com 10^{32} prótons e 100% de eficiência.....	65
Figura 32 – Fluxo de antineutrinos produzidos pelo decaimento de ^{238}U do georeator de 3 TW para detector com 10^{32} prótons e 100% de eficiência.....	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Configuração de densidade da Terra de acordo com o PREM [32]	42
Tabela 2 – Massa, calor e abundância de U, Th e K de acordo com o modelo BSE [33]	43
Tabela 3 – Regiões da Terra e a abundância dos isótopos em cada uma seguindo a referência [13]	44
Tabela 4 – Massa inicial (a $4,5 \times 10^9$ anos) e atual de urânio no subnúcleo e manto inferior assumindo a existência de um georeator de 3TW	54

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 OSCILAÇÃO ENTRE SABORES DE NEUTRINOS	16
2.1 OSCILAÇÃO ENTRE DOIS SABORES DE NEUTRINOS	18
2.1.1 Propagação no vácuo	19
2.1.2 Propagação à densidade eletrônica constante.....	19
2.1.3 Propagação à densidade eletrônica variável.....	20
2.2 OSCILAÇÃO ENTRE TRÊS SABORES DE NEUTRINOS	24
2.2.1 Propagação no vácuo	25
2.2.2 Propagação à densidade eletrônica constante.....	26
2.2.3 Propagação à densidade eletrônica variável.....	29
2.3 COMPARAÇÕES PARA DENSIDADE ELETRÔNICA VARIÁVEL	30
3 APLICAÇÕES EM GEOFÍSICA	33
3.1 GEOTOMOGRAFIA.....	33
3.1.1 Cavidades	34
3.1.2 Poços de petróleo	39
3.2 GEONEUTRINOS	40
3.2.1 ⁴⁰ K no núcleo	50
3.2.2 Georeator	52
3.2.3 Detecção de geoneutrinos.....	61
4 CONCLUSÃO	66
REFERÊNCIAS	69

1 INTRODUÇÃO

O neutrino foi proposto em 1930 por Wolfgang Pauli numa tentativa, em suas próprias palavras, desesperada, de explicar o espectro contínuo do elétron emitido no decaimento beta. Segundo Pauli, a proposta da existência de uma partícula, inicialmente chamada de nêutron, de massa muito pequena ou nula, interagindo fracamente com a matéria e neutra, seria necessária para garantir a conservação da energia no decaimento. Dois anos depois, James Chadwick descobriu o nêutron, que juntamente com o próton forma o núcleo, mas esse era muito pesado para ser a partícula prevista por Pauli. Em 1933, Fermi desenvolveu uma teoria para explicar o decaimento beta incorporando a partícula de Pauli, para a qual deu o nome de neutrino (diminutivo de nêutron em italiano). Na teoria de Fermi, que sofreu pequenas modificações para o entendimento que se tem atualmente do decaimento beta, um nêutron do núcleo se transforma num próton e simultaneamente cria um elétron e um antineutrino. Logo que essa teoria foi formulada, Hans Bethe e Rudolf Peierls sugeriram uma forma de detectar o neutrino. Tal procedimento se daria pelo decaimento beta inverso, no qual um neutrino seria capturado por um núcleo e emitiria um elétron. No entanto, a seção de choque para essa reação é extremamente pequena, da ordem de 10^{-44}cm^2 para neutrinos com energia de alguns MeV, o que levou Bethe a concluir na época que detectar neutrino seria praticamente impossível. Outras evidências teóricas da existência do neutrino foram surgindo, mas nenhuma verificação experimental. Foram necessários alguns anos para que, entre 1953 e 1956, nos famosos experimentos de Reines e Cowan, o neutrino fosse detectado pela primeira vez.

Atualmente se sabe que há três sabores, um associado a cada lépton: neutrino eletrônico (aquele detectado por Reines e Cowan), neutrino muônico e neutrino tauônico. A previsão de existência do neutrino muônico e sua descoberta ocorreram em 1962, enquanto que o neutrino tauônico foi proposto em 1978 com a descoberta do Tau e observado diretamente apenas em 2000. Paralelamente, em 1939, Bethe indicou que neutrinos são produzidos em reações nucleares nas estrelas e, em 1968, o primeiro experimento para detectar neutrinos gerados pelo Sol entrou em funcionamento em Homestake. As primeiras medidas apontavam para um déficit no fluxo dos neutrinos solares, menos da metade dos neutrinos

previstos eram observados. Nos 30 anos seguintes, experimentos confirmavam este resultado. Duas possibilidades, então, foram abordadas: havia problemas com o modelo solar ou neutrinos mudavam de sabor. Essa última alternativa foi sugerida por Pontecorvo no final da década de 60 [1] e com o passar do tempo foi se estabelecendo. A discussão passava a ser, então, o que induzia a mudança de sabor, e das alternativas propostas, prevaleceu a indução por massa. Ou seja, neutrinos são partículas massivas e têm um comportamento análogo ao dos quarks, os auto-estados de sabor são superposições de auto-estados de massa. Nessa concepção, neutrinos são criados e interagem como auto-estados de sabor e na propagação podem mudar de sabor. Muito se aprendeu sobre a oscilação entre sabores de neutrinos desde então. Experimentos com neutrinos solares [2], atmosféricos [3], de reatores e de aceleradores [4] forneceram informações sobre os ângulos de mistura entre sabores e sobre as diferenças de massa. O efeito que a matéria, na qual o neutrino se propaga, tem sobre a oscilação foi bastante estudado [5, 6]. Mas, ainda há pontos um pouco obscuros, como a extensão ao modelo padrão que gere massa para o neutrino ou um novo modelo que o substitua, e ainda o valor da massa dos três tipos de neutrino, entre outras questões.

Enfim, o conhecimento sobre neutrinos evoluiu muito, mas se por um lado ainda há muitas questões em aberto sobre essa partícula, por outro o que se sabe sobre neutrino já é suficiente para pensar em aplicações que o utilizem. Em 1984, ao propor a idéia de Geofísica e Astronomia com antineutrinos, Krauss *et. al.* [7] utilizaram a seguinte frase: "*Se há mais coisas entre o céu e a Terra do que possa imaginar nossa filosofia natural, é, parcialmente, porque detecção eletromagnética por si só é inadequada*". Algumas características do neutrino; como ser muito leve, neutro, não interagir fortemente e mudar de sabor; o tornam interessante e com utilidade em potencial para outras áreas como instrumento de investigação, um mensageiro. Ao utilizar neutrinos como fonte de informação para outras áreas, a oscilação deve ser levada cuidadosamente em conta, para que não haja prejuízo numa eventual inferência a partir de medidas com neutrinos. Ainda, em algumas aplicações, a oscilação é justamente o ponto chave, o fenômeno que permitiria usar o neutrino como um perscrutador.

Em Geofísica, há muitos pontos obscuros em que neutrinos se revelam como potenciais indicadores de esclarecimento. Características do interior da Terra ainda permanecem um assunto controverso. O perfil da densidade, por

exemplo, pode ser deduzido apenas indiretamente, inferido principalmente por dados sísmicos, e neutrinos podem ajudar nessa análise fornecendo informação a mais. Pela alta penetrabilidade dos neutrinos e pela influência que a matéria tem na propagação, os mesmos podem ser utilizados para realizar uma tomografia da Terra, geotomografia [8]. Outro ponto, é que ainda não se tem clareza sobre qual a porcentagem do fluxo de calor interno da Terra é radiogênico, sendo que há modelos que prevêem que a fração seja desde 40% a 100%. Juntamente com calor, nos decaimentos radioativos, também há emissão de antineutrinos que chegam até a superfície terrestre. A medida do fluxo desses antineutrinos, os geoneutrinos, pode ajudar no mapeamento de elementos radioativos como também definir qual a porção do calor é consequência de decaimentos [9]. Além disso, há uma certa controvérsia sobre a configuração do núcleo, o modelo tradicional não sustenta o campo geomagnético. Para solucionar esse problema, alguns modelos inserem no núcleo elementos radioativos [10]. Outros, ainda propõem a existência de um georeator no núcleo da Terra [11]. Ambas as soluções também contribuiriam para o fluxo de calor e para o fluxo de geoneutrinos. Sendo assim, medidas de geoneutrinos também podem dar um parecer sobre algumas das idéias alternativas que surgiram ao longo do tempo com relação ao núcleo terrestre.

Em toda essa análise, os neutrinos atravessam ao menos uma porção da Terra. Portanto, um bom entendimento da oscilação entre sabores de neutrinos e do efeito da matéria na propagação se faz necessário. Sendo assim, no capítulo 2, a equação de evolução dos neutrinos, que inclui massa para estes e leva à oscilação entre sabores é apresentada. Uma revisão sobre alguns métodos de tratamento da propagação à densidade variável, que é o caso de neutrinos se propagando na Terra, é apresentada em duas famílias e a viabilidade da extensão para três famílias é tratada no final do capítulo.

No capítulo 3, algumas aplicações em Geofísica são analisadas. Primeiro, a geotomografia por oscilação de neutrinos é estudada como forma de investigar cavidades no interior da Terra. A partir do trabalho de Ohlsson e Winter [12], a faixa de energia para a qual o fluxo de neutrinos é mais sensível ao efeito de uma cavidade hipotética é analisada aqui. Além disso, procurando verificar esse efeito numa situação mais real, simulações são feitas pensando na cavidade como poços de petróleo. Posteriormente, medidas de geoneutrinos como forma de se verificar a distribuição de elementos radiativos no manto é tratada. Nessa situação, a

diferença entre tomar a média da oscilação em dois sabores no vácuo, o que é comumente feito [13], e a oscilação em três famílias à densidade variável é analisada. Além disso, o efeito da presença de ^{40}K no núcleo na medida de geoneutrinos é apresentado para algumas suposições de concentração. Por fim, verifica-se o perfil do fluxo esperado para neutrinos produzidos por georeator, analisando que medidas poderiam indicar se o modelo é coerente. Todos os resultados foram obtidos a partir de proposições a respeito das fontes. A distribuição das mesmas e a construção de programas em Fortran para o cálculo do fluxo previsto em um dado detector foram tratadas de acordo com cada proposta analisada.

2 OSCILAÇÃO ENTRE SABORES DE NEUTRINOS

Independente de qual seja o modelo que gere massa para os neutrinos, a propagação dos mesmos, sejam eles partículas de Dirac ou Majorana, é descrita no limite ultra-relativístico pela equação de Schroedinger [14], que na base de auto-estados de sabor V_f para neutrinos de energia E é dada, no sistema de unidades naturais, por

$$i \frac{d}{dx} \mathbf{v}_f(x) = \mathbf{H}(x) \mathbf{v}_f(x), \quad (2.1)$$

onde x é a distância percorrida pelos neutrinos, o Hamiltoniano do sistema é

$$\mathbf{H}(x) = \frac{1}{2E} (\mathbf{U} \mathbf{M}^2 \mathbf{U}^{-1} + \mathbf{A}) \quad (2.2)$$

e $V_f(x)$ tem componentes $v_e(x)$, $v_\mu(x)$ e $v_\tau(x)$ que são as amplitudes de probabilidade de encontrar o neutrino na posição x no estado eletrônico, muônico e tauônico respectivamente. Em (2.2), a matriz \mathbf{U} acopla auto-estados de sabor e massa na forma $\mathbf{v}_f(x) = \mathbf{U} \mathbf{v}_p(x)$, \mathbf{M}^2 é a matriz diagonal de massa quadrática dos neutrinos e \mathbf{A} é o termo de interação dos neutrinos com a matéria atravessada pelos mesmos. Essa interação ocorre via corrente carregada e corrente neutra. No entanto, a corrente neutra não altera a configuração de sabor do neutrino durante a propagação e influencia todos os sabores de neutrinos igualmente, gerando apenas uma fase na solução da equação de evolução. Já os elétrons, como os únicos léptons presentes na matéria comum, interagem via corrente carregada apenas com os neutrinos eletrônicos, o que leva ao único termo não-nulo de \mathbf{A}

$$A_{11} = A(x) = 2\sqrt{2} G_F N_e(x) E, \quad (2.3)$$

onde G_F é a constante de Fermi e $N_e(x)$ a densidade eletrônica da matéria. Para antineutrinos, a equação de evolução é análoga, bastando que se façam as trocas $\nu \rightarrow \bar{\nu}$, $A \rightarrow -A$ e $\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{U}^*$ [6].

De forma geral, a solução da equação (2.1) é obtida como

$$\mathbf{v}_f(x) = \mathbf{G}(x, x_0) \mathbf{v}_f(x_0), \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{G}(x, x_0)$ é o operador de evolução do sistema de neutrinos na base de sabor,

$$\mathbf{G}(x, x_0) = \text{Exp} \left[-i \int_{x_0}^x \mathbf{H}(x') dx' \right]. \quad (2.5)$$

O termo Exp refere-se à expansional, uma expansão em múltiplas integrais ordenadas

$$\text{Exp} \left[-i \int_0^x \mathbf{H}(x') dx' \right] = 1 - i \int_0^x \mathbf{H}(x') dx' + (-i)^2 \int_0^x \mathbf{H}(x') dx' \int_0^{x'} \mathbf{H}(x'') dx'' + \dots \quad (2.6)$$

que para $[\mathbf{H}(x), \mathbf{H}(x')] = 0$ reduz-se à exponencial usual. Este é o caso de neutrinos que se propagam no vácuo e à densidade constante, pois nestas situações o hamiltoniano independe da posição do neutrino.

Algumas propriedades do operador de evolução devem ser destacadas, por serem bastante úteis [15, 16]. A primeira delas, como pode ser verificada facilmente de (2.5) e (2.6), é que $\mathbf{G}(x', x') = \mathbf{1}$. Outra propriedade refere-se à inversa do operador de evolução dada por

$$(\mathbf{G}(x, x'))^{-1} = \left(\text{Exp} \left[-i \int_{x'}^x \mathbf{H}(\lambda) d\lambda \right] \right)^{-1} = \text{Exp} \left[-i \int_x^{x'} \mathbf{H}(\lambda) d\lambda \right]. \quad (2.7)$$

Além disso, o produto de expansionais sucessivos

$$\mathbf{T} = \text{Exp} \left[-i \int_{x'}^x \mathbf{H}(\lambda) d\lambda \right] \text{Exp} \left[-i \int_{x'}^{x'} \mathbf{H}(\lambda) d\lambda \right] \quad (2.8)$$

resulta na relação

$$\mathbf{T} = \text{Exp} \left[-i \int_{x'}^x \mathbf{H}(\lambda) d\lambda \right]. \quad (2.9)$$

Como consequência, um operador de evolução pode ser escrito como o produto de operadores sucessivos

$$\mathbf{G}(x, x') = \mathbf{G}(x, x'') \mathbf{G}(x'', x'). \quad (2.10)$$

Por fim,

$$\begin{aligned} \text{Exp} \left[-i \int_{x_0}^{x_f} (\mathbf{F}(x) + \mathbf{G}(x)) dx \right] &= \text{Exp} \left[-i \int_{x_0}^{x_f} \mathbf{F}(x) dx \right] \\ &\times \text{Exp} \left[-i \int_{x_0}^{x_f} E_1(x) \mathbf{G}(x) E_2(x) dx \right], \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde

$$E_1 = \text{Exp} \left[-i \int_x^{x_0} \mathbf{F}(u) du \right] \quad \text{e} \quad E_2 = \text{Exp} \left[-i \int_{x_0}^x \mathbf{F}(u) du \right]. \quad (2.12)$$

2.1 OSCILAÇÃO ENTRE DOIS SABORES DE NEUTRINOS

Considerando a existência de duas famílias de neutrinos, na base de sabor e massa, os vetores de estado são definidos como

$$\mathbf{v}_f(x) = \begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{v}_p(x) = \begin{pmatrix} \nu_1(x) \\ \nu_2(x) \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

onde $\nu_{1,2}$ referem-se a partículas de massas $m_{1,2}$. Neste caso, a matriz de mistura \mathbf{U} pode ser expressa pela relação

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

A equação (2.1) assume, então, a seguinte forma:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \left[(A + \Sigma) + \begin{pmatrix} A - \Delta \cos 2\theta & \Delta \text{sen} 2\theta \\ \Delta \text{sen} 2\theta & \Delta \cos 2\theta - A \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

em que $\Sigma = m_1^2 + m_2^2$ e $\Delta = m_2^2 - m_1^2$.

2.1.1 Propagação no vácuo

Obviamente, a equação de evolução para propagação de neutrinos no vácuo é resolvida facilmente, já que na base de partícula o hamiltoniano é diagonal, o que leva ao operador de evolução na base de massa com elementos dados por

$$\begin{aligned} G'_{11}(x, x_0) &= e^{-i\frac{m_1^2}{2E}(x-x_0)} \\ G'_{22}(x, x_0) &= e^{-i\frac{m_2^2}{2E}(x-x_0)} \end{aligned} \quad (2.16)$$

e na base de sabor por

$$\begin{aligned} G_{11}(x, x_0) &= \cos^2 \theta e^{-i\frac{m_1^2}{2E}(x-x_0)} + \sin^2 \theta e^{-i\frac{m_2^2}{2E}(x-x_0)}, \\ G_{22}(x, x_0) &= \sin^2 \theta e^{-i\frac{m_1^2}{2E}(x-x_0)} + \cos^2 \theta e^{-i\frac{m_2^2}{2E}(x-x_0)}, \\ G_{12}(x, x_0) &= G_{21}(x, x_0) = \sin \theta \cos \theta \left(e^{-i\frac{m_1^2}{2E}(x-x_0)} - e^{-i\frac{m_2^2}{2E}(x-x_0)} \right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Tais termos são justamente as amplitudes de oscilação que levam às probabilidades de transição entre sabores de neutrinos que propagam no vácuo

$$\begin{aligned} P(\nu_e, \nu_e) &= P(\nu_\mu, \nu_\mu) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{4E}(x-x_0), \\ P(\nu_e, \nu_\mu) &= P(\nu_\mu, \nu_e) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{4E}(x-x_0). \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.1.2 Propagação à densidade eletrônica constante

Para propagação à densidade de matéria constante, a equação (2.15) pode ser resolvida diagonalizando o hamiltoniano do sistema através de uma matriz unitária \tilde{U} similar a (2.14). Tal matriz acopla estados de sabor $\nu_f(x)$ a estados de partícula na presença da matéria $\tilde{\nu}_p(x)$ com ângulo de mistura efetivo $\tilde{\theta}$. As probabilidades de oscilação são obtidas como

$$\begin{aligned}
P(\nu_e, \nu_e) &= P(\nu_\mu, \nu_\mu) = 1 - \text{sen}^2 2\tilde{\theta} \text{sen}^2 \frac{\tilde{\Delta}}{4E} (x - x_0), \\
P(\nu_e, \nu_\mu) &= P(\nu_\mu, \nu_e) = \text{sen}^2 2\tilde{\theta} \text{sen}^2 \frac{\tilde{\Delta}}{4E} (x - x_0).
\end{aligned}
\tag{2.19}$$

O termo $\tilde{\Delta} = \tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2$ é a diferença de massa efetiva, dada em função dos auto-valores do hamiltoniano de (2.15) calculados trivialmente

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{m}_1^2}{2E} &= \frac{A + \Sigma}{4E} - \frac{1}{4E} \sqrt{\Delta^2 + A^2 - 2A\Delta \cos 2\theta} \\
\frac{\tilde{m}_2^2}{2E} &= \frac{A + \Sigma}{4E} + \frac{1}{4E} \sqrt{\Delta^2 + A^2 - 2A\Delta \cos 2\theta}
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

assim como o ângulo de mistura efetivo, dado pela expressão

$$\text{sen} 2\tilde{\theta} = \frac{\Delta \text{sen} 2\theta}{\sqrt{\Delta^2 + A^2 - 2A\Delta \cos 2\theta}}.
\tag{2.21}$$

Verifica-se diretamente que essas expressões recaem exatamente nas soluções obtidas no caso do vácuo, se o termo de interação com a matéria é tomado como nulo, $A = 0$.

Uma conseqüência interessante da influência da matéria na propagação do neutrino é o comportamento "ressonante" do ângulo de mistura efetivo. Para $A = \Delta \cos 2\theta$, a mistura de neutrinos torna-se máxima, $\text{sen} 2\tilde{\theta} = 1$, mesmo para um ângulo de mistura no vácuo pequeno. Na ressonância, a diferença de massa efetiva $\tilde{\Delta}$, obviamente, atinge seu valor mínimo.

2.1.3 Propagação à densidade eletrônica variável

Já para o caso em que a densidade eletrônica varia ao longo da trajetória percorrida pelo neutrino, a equação de evolução pode ser tratada de várias formas, dentre as quais, três são reproduzidas aqui. A primeira consiste em transformar o vetor de estado de modo que duas equações diferenciais desacopladas são obtidas, podendo ser resolvidas numericamente [17]. Para tanto, a equação (2.15) é reescrita como

$$i \frac{d}{dx} \mathbf{v}_f(x) = (A_3 \sigma_3 + A_1 \sigma_1) \mathbf{v}_f(x), \quad (2.22)$$

onde σ_1 e σ_3 são matrizes de Pauli,

$$A_1 = \frac{\Delta_{21} \sin 2\theta}{4E} \quad \text{e} \quad A_3 = \frac{A - \Delta_{21} \cos 2\theta}{4E}. \quad (2.23)$$

Redefinindo o vetor de estado da seguinte forma,

$$\Phi(x) = e^{i\beta(x)\sigma_3} \mathbf{v}_f(x), \quad (2.24)$$

onde $\beta(x) = \int^x A_3(\lambda) d\lambda$, e manipulando as equações (2.22) e (2.24), tem-se que

$$i \frac{d}{dx} \Phi(x) = A_1 e^{i\beta(x)\sigma_3} \sigma_1 e^{-i\beta(x)\sigma_3} \Phi(x). \quad (2.25)$$

Em função das componentes ϕ_1 e ϕ_2 de Φ

$$i \frac{d\phi_1(x)}{dx} = A_1 e^{2i\beta} \phi_2(x), \quad i \frac{d\phi_2(x)}{dx} = A_1 e^{-2i\beta} \phi_1(x), \quad (2.26)$$

que resulta nas seguintes equações diferenciais desacopladas

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \phi_1(x) - 2iA_3 \frac{d}{dx} \phi_1(x) + A_1^2 \phi_1(x) &= 0, \\ \frac{d^2}{dx^2} \phi_2(x) + 2iA_3 \frac{d}{dx} \phi_2(x) + A_1^2 \phi_2(x) &= 0. \end{aligned} \quad (2.27)$$

A solução de tais equações, tendo as condições iniciais definidas, pode ser obtida numericamente para qualquer configuração de densidade eletrônica. Para um neutrino inicialmente eletrônico, por exemplo, $\nu_e(0)=1$ e $\nu_\mu(0)=0$ as seguintes condições devem ser satisfeitas para os campos transformados:

$$\begin{aligned} \phi_1(0) &= 1, & \frac{d}{dx} \phi_1(0) &= 0, \\ \phi_2(0) &= 0 & \text{e} & \frac{d}{dx} \phi_2(0) = -iA_1. \end{aligned} \quad (2.28)$$

No segundo método [18], a equação de evolução é parametrizada, de tal forma que uma equação diferencial ordinária não linear para probabilidade de transição do neutrino eletrônico para o neutrino muônico é obtida. Para analisar a

propagação de neutrinos em matéria de densidade arbitrária, o método de expansão em séries é adotado. Ou seja, a solução dessa equação é calculada expandindo o potencial, o termo de interação, em série de potência. Apesar da validade para qualquer configuração de matéria, o cálculo se torna extremamente trabalhoso para perfis de densidade eletrônica com dependência não trivial na trajetória.

Por fim, no terceiro procedimento [19], a trajetória dos neutrinos é dividida em elementos infinitesimais para que se possa tomar a densidade eletrônica para cada trecho da trajetória em torno da densidade eletrônica média \bar{N}_j , mais um termo de perturbação $\delta N_j(x)$,

$$N_j(x) = \bar{N}_j + \delta N_j(x), \quad (2.29)$$

o que leva ao hamiltoniano correspondente

$$\mathbf{H}_j(x) = \frac{\Sigma_{12} + A}{4E} + \bar{\mathbf{H}}_j + \delta \mathbf{H}_j(x), \quad (2.30)$$

onde o termo proporcional à identidade é separado por apenas introduzir um fator de fase constante no operador de evolução e, definindo $k = \Delta_{21}/2E$, temos

$$\bar{\mathbf{H}}_j = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F \bar{N}_j - kc2\theta & kc2\theta \\ kc2\theta & kc2\theta - \sqrt{2}G_F \bar{N}_j E \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

$$\delta \bar{\mathbf{H}}_j = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F \delta N_j(x) & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}G_F \delta N_j(x) \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Assim, o operador de evolução é tomado como uma produtória de operadores parciais

$$\mathbf{G} = \prod_j \mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}) \quad (2.33)$$

sendo que cada $\mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1})$ está associado a um $\mathbf{H}_j(x)$, e é calculado, desprezando o fator de fase constante, pela relação

$$\mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}) = \text{Exp} \left[-i \int_{x_{j-1}}^{x_j} (\bar{\mathbf{H}}_j + \delta \mathbf{H}_j(x')) dx' \right]. \quad (2.34)$$

Com o auxílio da propriedade de expansionais (2.11), o operador de evolução pode ser reescrito da seguinte forma

$$\mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}) = \text{Exp} \left[-i \int_{x_{j-1}}^{x_j} \bar{\mathbf{H}}_j dx \right] \times \text{Exp} \left[-i \int_{x_{j-1}}^{x_j} E_1(x) \delta \mathbf{H}_j(x) E_2(x) dx \right], \quad (2.35)$$

onde

$$E_1 = \text{Exp} \left[-i \int_x^{x_{j-1}} \bar{\mathbf{H}}_j \, du \right] \quad \text{e} \quad E_2 = \text{Exp} \left[-i \int_{x_{j-1}}^x \bar{\mathbf{H}}_j \, du \right]. \quad (2.36)$$

Como $\bar{\mathbf{H}}_j$ é constante, o expansional deste termo se reduz a exponencial convencional, levando ao operador de evolução parcial

$$\mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}) = e^{-i\bar{\mathbf{H}}_j(x_j - x_{j-1})} \text{Exp} \left[-i \int_{x_{j-1}}^{x_j} e^{-i\bar{\mathbf{H}}_j(x_j - x)} \delta \mathbf{H}_j(x) e^{-i\bar{\mathbf{H}}_j(x - x_{j-1})} \, dx \right]. \quad (2.37)$$

Tomar o hamiltoniano do sistema como em (2.30) permite que o operador de evolução seja tomado em primeira ordem de aproximação, ou seja,

$$\mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}) = e^{-i\bar{\mathbf{H}}_j(x_j - x_{j-1})} - i \int_{x_{j-1}}^{x_j} e^{-i\bar{\mathbf{H}}_j(x_j - x)} \delta \mathbf{H}_j(x) e^{-i\bar{\mathbf{H}}_j(x - x_{j-1})} \, dx. \quad (2.38)$$

Efetuada a integração, obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}) = & \begin{pmatrix} c_j + is_j \cos 2\tilde{\theta} & -is_j \sin 2\tilde{\theta} \\ -is_j \sin 2\tilde{\theta} & c_j - is_j \cos 2\tilde{\theta} \end{pmatrix} \\ & - \frac{i}{2} \sin 2\tilde{\theta} \begin{pmatrix} \sin 2\tilde{\theta} C_j & \cos 2\tilde{\theta} C_j - i \sin 2\tilde{\theta} S_j \\ \cos 2\tilde{\theta} C_j + i \sin 2\tilde{\theta} S_j & -\sin 2\tilde{\theta} C_j \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

sendo que

$$c_j = \cos \left(k_m \frac{x_j - x_{j-1}}{2} \right), \quad s_j = \sin \left(k_m \frac{x_j - x_{j-1}}{2} \right), \quad (2.40)$$

e, ainda,

$$\begin{aligned} C_j &= \sqrt{2} G_P \int_{x_{j-1}}^{x_j} dx \delta N_j(x) \cos(k_m(x - \bar{x})), \\ S_j &= \sqrt{2} G_P \int_{x_{j-1}}^{x_j} dx \delta N_j(x) \sin(k_m(x - \bar{x})), \end{aligned} \quad (2.41)$$

onde as seguintes quantidade são definidas

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_{21} &= \sqrt{\Delta_{21}^2 + \bar{A}^2 - 2\bar{A}\Delta_{21} \cos 2\theta}, & k_m &= \frac{\tilde{\Delta}_{21}}{2E}, \\ \sin 2\tilde{\theta} &= \frac{\Delta_{21}}{\tilde{\Delta}_{21}} \sin 2\theta & \text{e} & \quad \bar{x} = \frac{x_j + x_{j-1}}{2}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Ao tomar o operador de evolução infinitesimal em primeira ordem de aproximação, este não é automaticamente unitário, sendo necessário normalizá-lo. A unitariedade de $\mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1})$ fica garantida pela redefinição

$$\mathbf{G}'_j(x_j, x_{j-1}) = \frac{2}{\sqrt{4 + \text{sen}^2 2\tilde{\theta} (S_j^2 - C_j^2)}} \mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}). \quad (2.43)$$

2.2 OSCILAÇÃO ENTRE TRÊS SABORES DE NEUTRINOS

No contexto de três sabores de neutrinos, a matriz de mistura pode ser parametrizada como

$$\mathbf{U} = e^{i\psi\Lambda_7} \mathbf{\Gamma} e^{i\delta\Lambda_3} e^{i\omega\Lambda_2}, \quad (2.44)$$

onde Λ_2, Λ_3 e Λ_7 são matrizes de Gell-Mann e $\mathbf{\Gamma}$ o termo de fase responsável pela violação CP. Explicitamente, temos que:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\psi & s\psi \\ 0 & -s\psi & c\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\varphi & 0 & s\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\varphi & 0 & c\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\omega & s\omega \\ 0 & -s\omega & c\omega \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

onde foi utilizada a notação $c\theta = \cos\theta$ e $s\theta = \text{sen}\theta$.

Esta parametrização é conveniente por dois motivos. Primeiro, os ângulos ψ , φ e ω podem ser associados às oscilações entre os estados 2-3, 3-1 e 1-2 dos neutrinos. Além disso, a ordem das matrizes também é importante, pois o sistema pode ser rodado em torno do ângulo ψ e da fase δ sem afetar \mathbf{A} , que contém o efeito da matéria na propagação. Assim, o efeito do meio somente entra na propagação através dos dois ângulos de mistura restantes: φ e ω , sendo estes os parâmetros que determinam a mistura entre o neutrino eletrônico e os auto-estados de massa [14]. Sejam os auto-estados de sabor e massa representados respectivamente por

$$\mathbf{v}_f(x) = \begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \\ \nu_\tau(x) \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{v}_p(x) = \begin{pmatrix} \nu_1(x) \\ \nu_2(x) \\ \nu_3(x) \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

com $\nu_{1,2,3}$ correspondendo à partículas de massa $m_{1,2,3}$. No decorrer das discussões seguintes, a conservação de CP é assumida, ou seja, toma-se $\delta = 0$.

2.2.1 Propagação no vácuo

A equação de evolução (2.1) é trivialmente resolvida para propagação de neutrino no vácuo. Tomando (2.1) na base de partícula, obtém-se

$$i \frac{d}{dx} \nu_p(x) = \frac{\mathbf{M}^2}{2E} \nu_p(x) \quad (2.47)$$

cuja solução é

$$\nu_j(x) = e^{-i \frac{m_j^2}{2E}(x-x_0)} \nu_j(x_0) \quad (2.48)$$

para $j=1,2,3$. Na forma matricial $\nu_p(x) = \mathbf{G}'(x, x_0) \nu_p(x_0)$ com o operador

$$\mathbf{G}'(x, x_0) = \begin{pmatrix} e^{-i \frac{m_1^2}{2E}(x-x_0)} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i \frac{m_2^2}{2E}(x-x_0)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i \frac{m_3^2}{2E}(x-x_0)} \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

que em termos dos auto-estados de sabor resulta em

$$\nu_f(x) = \mathbf{G}(x, x_0) \nu_f(x_0), \quad (2.50)$$

onde

$$\mathbf{G}(x, x_0) = \mathbf{U} \mathbf{G}'(x, x_0) \mathbf{U}^{-1}. \quad (2.51)$$

Para um neutrino inicialmente eletrônico, por exemplo, as amplitudes de probabilidade de sobrevivência e transição, sendo U_{ij} os elementos da matriz \mathbf{U} , são:

$$\begin{aligned}
A(v_e, v_e) &= \sum_{p=1}^3 U_{1p}^2 e^{-\frac{m_p^2}{2E}(x-x_0)}, \\
A(v_e, v_\mu) &= \sum_{p=1}^3 U_{1p} U_{2p} e^{-\frac{m_p^2}{2E}(x-x_0)}, \\
A(v_e, v_\tau) &= \sum_{p=1}^3 U_{1p} U_{3p} e^{-\frac{m_p^2}{2E}(x-x_0)},
\end{aligned} \tag{2.52}$$

resultando, para $x_0 = 0$, nas seguintes probabilidades de oscilação

$$\begin{aligned}
P(v_e, v_e) &= 1 - 4U_{11}^2 U_{12}^2 \text{sen}^2 \frac{\Delta_{21} X}{4E} - 4(U_{11}^2 + U_{12}^2) U_{13}^2 \text{sen}^2 \frac{\Delta_{32} X}{4E} \\
P(v_e, v_\mu) &= -4U_{11} U_{21} U_{12} U_{22} \text{sen}^2 \frac{\Delta_{21} X}{4E} - 4(U_{11} U_{21} + U_{12} U_{22}) U_{13} U_{23} \text{sen}^2 \frac{\Delta_{32} X}{4E} \\
P(v_e, v_\tau) &= -4U_{11} U_{31} U_{12} U_{32} \text{sen}^2 \frac{\Delta_{21} X}{4E} - 4(U_{11} U_{31} + U_{12} U_{32}) U_{13} U_{33} \text{sen}^2 \frac{\Delta_{32} X}{4E}.
\end{aligned} \tag{2.53}$$

2.2.2 Propagação à densidade eletrônica constante

A equação de evolução, neste caso, é mais facilmente tratada ao rodar a base de sabor por $e^{-i\mu x}$, pois o termo de interação mantém-se invariante sob esta rotação. Com tal procedimento, a evolução do sistema, em termos do estado $\bar{\nu}(x) = e^{-i\mu x} \nu_f(x)$ é descrita por

$$i \frac{d}{dx} \bar{\nu}(x) = \bar{\mathbf{H}} \bar{\nu}(x) \tag{2.54}$$

onde $\bar{\mathbf{H}} = \frac{1}{2E} (e^{i\mu x} e^{i\mu x} \mathbf{M}^2 e^{-i\mu x} e^{-i\mu x} + \mathbf{A})$.

A equação (2.54) pode ser resolvida efetuando-se uma transformada de Laplace [20]. Para $F(s) = \mathcal{L}\{\bar{\nu}(x)\}$ e com a fórmula geral para a derivada n-ésima

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n \mathcal{L}\{f(t)\} - \sum_{k=1}^n s^{k-1} f^{(n-k)}(t_0), \tag{2.55}$$

obtem-se

$$s F(s) - \bar{\nu}(x_0) = -i \bar{\mathbf{H}} F(s) \tag{2.56}$$

e

$$\bar{\nu}(x) = \mathcal{L}^{-1} \left[(s - i \bar{\mathbf{H}})^{-1} \right] \bar{\nu}(x_0). \tag{2.57}$$

Redefinindo $\bar{\mathbf{H}}$ em função de uma fase e de $\delta\mathbf{h}$, que é o termo relevante para o cálculo da transição entre sabores de neutrinos

$$\bar{\mathbf{H}} = \frac{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + A}{6E} + \delta\mathbf{h}, \quad (2.58)$$

a solução (2.57) pode ser dada em função dos elementos $h_y/2E$ e dos auto-valores λ_i de $\delta\mathbf{h}$, que estão relacionados às raízes s_k do polinómio característico

$$\det(s + i\bar{\mathbf{H}}) = 0 \quad (2.59)$$

da seguinte forma $s_i = -i\alpha_i$, onde

$$\alpha_i = \frac{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + A}{6E} + \lambda_i, \quad (2.60)$$

sendo que a representa os auto-valores de $\bar{\mathbf{H}}$.

Os elementos do operador de evolução simétrico $\bar{\mathbf{G}}(x, x_0)$ são, então, dados pelas expressões

$$\bar{G}_{aa} = \sum_j \frac{(\lambda_j - h_{bb})(\lambda_j - h_{cc}) - h_{bc}^2}{(\lambda_j - \lambda_k)(\lambda_j - \lambda_l)} e^{-i\lambda_j x} \quad (2.61)$$

$$\bar{G}_{ab} = \sum_j \frac{(\lambda_j - h_{cc})h_{ab} + h_{ac}h_{bc}}{(\lambda_j - \lambda_k)(\lambda_j - \lambda_l)} e^{-i\lambda_j x} \quad (2.62)$$

para $i \neq j \neq k$ e $a \neq b \neq c$, novamente, o fator de fase constante é suprimido do operador de evolução.

As raízes λ_i são calculadas com ajuda das quantidades:

$$\cos \alpha = -\frac{R}{2\sqrt{-Q^3/27}} \quad (2.63)$$

$$Q = \left[\frac{A\Delta_{21}c^2\phi c 2\omega}{2} - \frac{\Delta_{21}^2}{4} - \frac{A\chi(1-3s^2\phi)}{6} - \frac{\chi^2}{12} - \frac{A^2}{3} \right] \quad (2.64)$$

$$R = \frac{-1}{27} \left[\frac{\chi^3}{4} - \frac{9\chi\Delta_{21}^2}{4} + \frac{9A\Delta_{21}c^2\phi c 2\omega}{2}(A + \chi) + \frac{3A(1-3s^2\phi)}{4}(\chi^2 - 3\Delta_{21}^2 - 2A\chi) - 2A^3 \right] \quad (2.65)$$

onde $\chi = m_1^2 + m_2^2 - 2m_3^2$, resultando em

$$\lambda_1 = -\frac{1}{E} \sqrt{\frac{Q}{3}} \cos \frac{\alpha}{3} \quad (2.66)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2E} \sqrt{\frac{Q}{3}} \cos \frac{\alpha}{3} - \frac{1}{2E} \sqrt{-Q} \operatorname{sen} \frac{\alpha}{3} \quad (2.67)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2E} \sqrt{\frac{Q}{3}} \cos \frac{\alpha}{3} + \frac{1}{2E} \sqrt{-Q} \operatorname{sen} \frac{\alpha}{3} \quad (2.68)$$

Como a escolha das raízes é arbitrária, pode-se utilizar do limite no vácuo para ordená-las, de tal forma que

$$\alpha_1 = \frac{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + A}{6E} + \lambda_1 = \frac{\bar{m}_3^2}{2E}, \quad (2.69)$$

$$\alpha_2 = \frac{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + A}{6E} + \lambda_2 = \frac{\bar{m}_1^2}{2E}, \quad (2.70)$$

$$\alpha_3 = \frac{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + A}{6E} + \lambda_3 = \frac{\bar{m}_2^2}{2E}. \quad (2.71)$$

O que leva, na base de sabor, ao operador de evolução

$$\mathbf{G}(x, 0) = e^{-i\alpha x} \bar{\mathbf{G}}(x, 0) e^{i\alpha x} \quad (2.72)$$

Novamente, para um estado inicialmente eletrônico, por exemplo, as amplitudes de probabilidade de oscilação dos neutrinos eletrônicos são dadas pelas expressões $A(\nu_e, \nu_e) = G_{11}$, $A(\nu_e, \nu_\mu) = G_{12}$ e $A(\nu_e, \nu_\tau) = G_{13}$.

Alternativamente a este tratamento exato, há uma série de possibilidades de aproximações válidas sob certas circunstâncias que facilitam o tratamento do problema do neutrino na matéria no contexto de existência de três sabores de neutrinos. Como a equação característica é cúbica, as implicações físicas da solução não são muito transparentes. Por isso, em [14], por exemplo, são desenvolvidas soluções aproximadas em torno das duas ressonâncias existentes na oscilação. Nessas regiões, o hamiltoniano é quebrada em um neutrino desacoplado e uma submatriz 2x2 que descreve a oscilação entre dois sabores.

Em outros trabalhos, como [21] e [22], as probabilidades de oscilação no contexto de três sabores de neutrinos são escritas em função de probabilidades em duas famílias através de aproximações válidas para análise de neutrinos atmosféricos e solares respectivamente. Esse tipo de aproximação de fato

facilita o tratamento do problema, no entanto, deve-se tomar um pouco de cuidado ao aplicá-la, pois sua validade não é ampla.

2.2.3 Propagação à densidade eletrônica variável

Para neutrinos na presença de matéria cuja densidade varia ao longo da propagação, o termo do hamiltoniano que leva em conta a interação com a matéria depende da posição dos mesmos. Sendo assim, $[\mathbf{H}(x), \mathbf{H}(x')] \neq 0$ e o operador de evolução deve ser escrito em função de expansionais, o que dificulta o tratamento da equação de evolução. Para três sabores de neutrinos, não é possível fazer uma transformação no vetor de estado de tal forma que equações diferenciais desacopladas sejam obtidas como no caso de dois sabores. Além disso, para o caso de três sabores de neutrinos, a abordagem de solução com expansão em série levaria a sete equações diferenciais ordinárias não lineares [18], cuja resolução seria no mínimo extremamente trabalhosa.

Uma forma de contornar a dificuldade na análise da propagação de neutrinos à densidade de matéria variável é utilizar a estratégia de dividir a trajetória em elementos infinitesimais [19]. Se a perturbação é insignificante, pode-se tratar o problema em ordem zero de perturbação, ou seja, em cada elemento da trajetória toma-se apenas a média da densidade eletrônica e desprezam-se os termos de ordens superiores. Como a mesma é constante, isso equivale a neutrinos se propagando em sucessivos trechos cuja densidade eletrônica é tomada constante. Dessa forma,

$$\mathbf{v}_f(x_n) = \prod_{j=0}^n \mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1}) \mathbf{v}_f(x_0) \quad (2.73)$$

onde $\mathbf{G}_j(x_j, x_{j-1})$ é o operador de evolução do neutrino que descreve a propagação do mesmo de x_{j-1} a x_j , lembrando que neste trecho considera-se somente a média da densidade eletrônica. Sob essa circunstância, a estratégia de Lisi e Montanino [19] pode ser facilmente estendida para três sabores de neutrinos. Para tanto, basta tomar o operador de evolução em cada trecho da trajetória como aquele obtido para

densidade constante. Sendo assim, os elementos do operador de evolução $G_j(x_j, x_{j-1})$ são aqueles definidos pelas expressões (2.72), (2.61) e (2.62).

2.3 COMPARAÇÕES PARA DENSIDADE ELETRÔNICA VARIÁVEL

Como forma de dar sustentação à idéia de que o método de Lisi e Montanino [19] é o mais adequado para o caso da extensão para três famílias, algumas simulações são feitas. Primeiro, calcula-se a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico no contexto de duas famílias utilizando transformação de campos [17], solução em série [18] e o método de Lisi e Montanino [19] para ordem zero e para primeira ordem de perturbação. Utiliza-se, nessa simulação, densidade eletrônica com dependência linear dada por

$$N_e(x) = \frac{N_{core}}{4} \left(\frac{x}{L} + 1 \right), \quad (2.74)$$

onde $L = 3000 km$ e N_{core} é a densidade eletrônica média do núcleo terrestre, tal que $\sqrt{2}G_F N_{core} = 5,6 \times 10^{-19} MeV$. A energia dos neutrinos é $E_\nu = 1,2 GeV$ e os parâmetros de oscilação adotados são $\theta = 13^\circ$ e $\Delta = 2 \times 10^{-3} eV^2$. A densidade linear é escolhida pela facilidade em aplicar a solução em série. Os resultados são apresentados na figura 1, sendo que para o método de Lisi e Montanino apenas o obtido em ordem zero de aproximação é exposto devido à extrema concordância com o resultado em primeira ordem. A solução em série é apresentada considerando 30 termos da série.

Estes resultados além de mostrarem a melhor concordância do método de Lisi e Montanino com a solução numérica em duas famílias, também indica que se a trajetória do neutrino é dividida em elementos suficientemente pequenos, tomar apenas a média da densidade eletrônica em cada camada é o suficiente. O que, como discutido, torna imediata a extensão do método para três famílias de neutrinos. Na referência [23], o método aqui apresentado também é utilizado para calcular a probabilidade de transição de neutrinos cuja propagação ocorre em densidade eletrônica com variação sinusoidal. Tal escolha é feita para, novamente, mostrar o quão bem a solução obtida por esse método concorda com a

solução numérica e para ilustrar uma situação em que soluções em série não são aplicáveis.

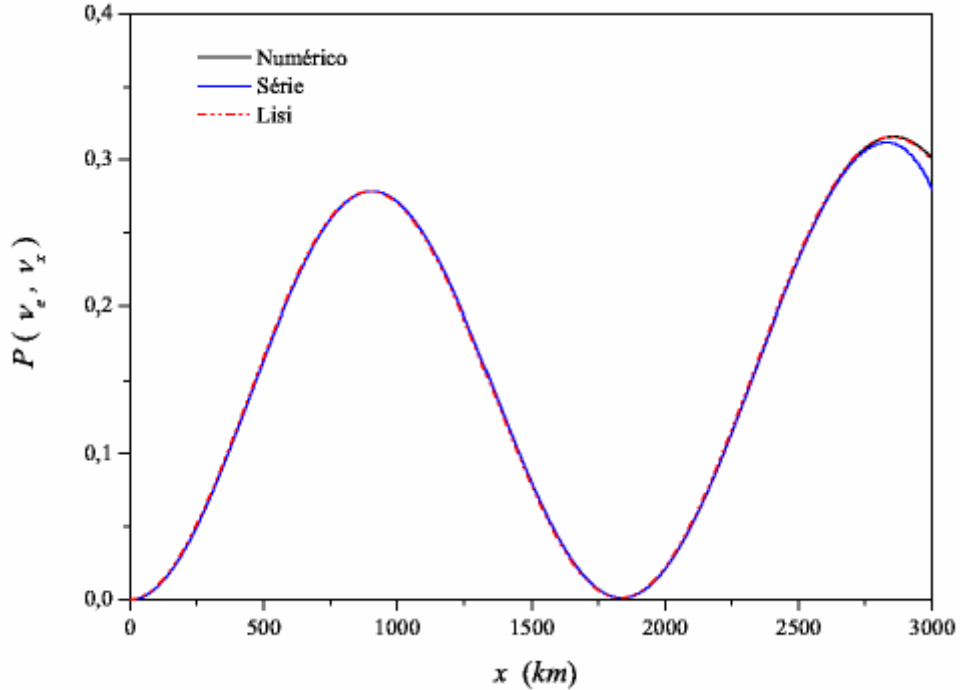


Figura 1 – Probabilidades de transição em duas famílias do neutrino eletrônico obtidas por cálculo numérico, por expansão em série e utilizando o método de Lisi e Montanino em função da distância percorrida pelo neutrino. Os parâmetros utilizados são: $\Delta = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\theta = 13^\circ$ e $E_\nu = 1,2 GeV$.

Para verificar a coerência da extensão do método de Lisi e Montanino para três famílias, todos os cálculos anteriores são repetidos, mas agora adotando $E_\nu = 500 MeV$. Além disso, também são calculadas as probabilidades de transição do neutrino eletrônico em três famílias pelo método da referência [19] em ordem zero para dois conjuntos de parâmetros. No primeiro, $\omega = 28,7^\circ$ e no segundo, $\omega = 7^\circ$. O restante dos parâmetros é igual para os dois conjuntos: $\Delta_{31} = \Delta = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\Delta_{21} = 5 \times 10^{-5} eV^2$ e $\phi = \theta = 13^\circ$. Os resultados obtidos são apresentados na figura 2, exceto a solução por expansão em série, que com 30 termos, nesse caso, não converge.

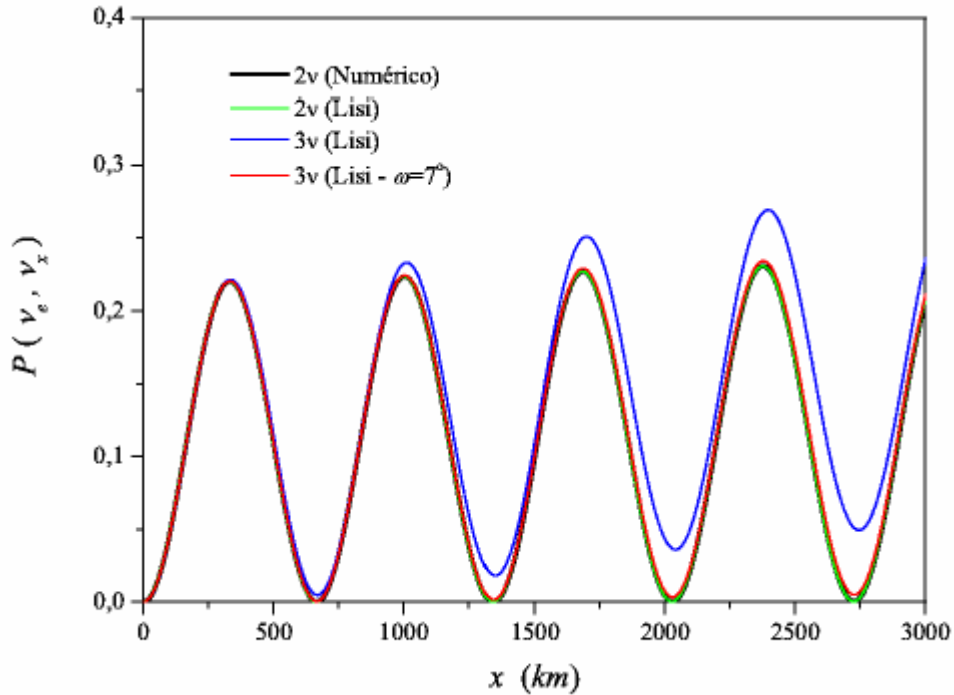


Figura 2 – Probabilidades de transição do neutrino eletrônico obtidas por cálculo numérico e utilizando o método de Lisi e Montanino em função da distância. Os parâmetros utilizados são: $\Delta = \Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\theta = \phi = 13^\circ$, $\Delta_{21} = 5 \times 10^{-5} eV^2$ e $E_\nu = 0,5 GeV$. E, ainda, $\omega = 28,7^\circ$ e $\omega = 7^\circ$ no contexto de três famílias.

Uma das aproximações possíveis de três famílias para duas é que se $\tilde{\Delta}_{31} \gg \tilde{\Delta}_{21}$ a probabilidade de transição do neutrino eletrônico para neutrino muônico e tauônico, $P(\nu_e, \nu_x) = P(\nu_e, \nu_\mu) + P(\nu_e, \nu_\tau)$ toma a forma da probabilidade de transição entre dois sabores, com parâmetros de oscilação dados por $\theta = \phi$ e $\Delta = \Delta_{21}$. Para os casos apresentados nas figuras 1 e 2 essa aproximação é válida, no entanto, para $\omega = 28,7^\circ$, a pequena diferença inicial entre os contextos de dois e três neutrinos vai se propagando ao longo do percurso e a discordância entre as duas abordagens são percebidas claramente para grandes distâncias. Para $\omega \leq 7^\circ$, um dos canais de oscilação dos neutrinos torna-se irrelevante e a oscilação em três famílias tende para duas famílias. O resultado obtido para este caso, apresentado na figura 2, demonstra a consistência do método de Lisi e Montanino no contexto de três famílias.

3 APLICAÇÕES EM GEOFÍSICA

Neutrinos têm características peculiares que o tornam um interessante instrumento de investigação para algumas áreas. Sua pouca interação com a matéria, por exemplo, fazem dele uma ferramenta em potencial para a Astronomia. Ao contrário de fótons e partículas carregadas, eles atravessam o universo sem ser absorvidos ou sofrer grande interferência. Viajam distâncias cosmológicas conseguindo chegar até a Terra e servindo, assim, como mensageiro da fonte onde foi produzido.

Em Geofísica, os neutrinos também têm grande utilidade pela informação que podem fornecer sobre a Terra. Podem ser utilizados para esse fim tanto os neutrinos que atravessam a Terra tendo origem em aceleradores, no Sol e em supernovas, como os produzidos no interior da Terra, os chamados geoneutrinos. No primeiro caso, a idéia é que uma tomografia da Terra seria realizada utilizando os neutrinos que a atravessam, tal aplicação é chamada de geotomografia com neutrinos [8]. No segundo caso, a proposta é que medidas de geoneutrinos forneceriam informação sobre as fontes que os produzem, podendo indicar a quantidade e a distribuição dos elementos radiativos [9], bem como ajudar no esclarecimento de pontos bastante controversos em Geofísica, como a existência de ^{40}K [24] e de georeator no núcleo terrestre [25]. Medidas de geoneutrinos já têm sido feitas, como indicam as referências [26]. O foco, aqui, são aplicações de neutrinos em Geofísica e a discussão nos tópicos a seguir será sobre geotomografia e geoneutrinos.

3.1 GEOTOMOGRAFIA

A idéia de utilizar neutrinos para investigar o interior da Terra foi originalmente proposta a mais de 30 anos [27], e desde então tem sofrido modificações. Geotomografia com neutrinos surge como uma maneira alternativa de se obter informações a respeito da composição e estrutura da Terra para ser

somada aos métodos sísmicos usuais. Isso inclui o estudo da Terra como um todo e também o de estruturas de pequena escala em seu interior.

O interesse em neutrinos para fins geológicos se justifica por sua alta penetração e pelo efeito da matéria na propagação. Estas características dão acesso direto a algumas propriedades da matéria atravessada pelo neutrino. Há duas abordagens possíveis ao investigar a estrutura da Terra com neutrinos: tomografia por absorção de neutrinos [27] e tomografia por oscilação de neutrinos [28]. A primeira é baseada na atenuação do fluxo de neutrinos altamente energéticos devido ao espalhamento e à absorção no interior da Terra. A segunda é possível devido à influência que a matéria tem na oscilação entre sabores de neutrinos. Este trabalho se restringirá à tomografia por oscilação.

3.1.1 Cavidades

Como discutido no capítulo anterior, na presença da matéria, propriedades de oscilação são alteradas: o comprimento de onda e a intensidade da oscilação são afetados. Este efeito depende da densidade eletrônica da matéria. Sendo assim, estudando o efeito da matéria na oscilação, pode-se, portanto, investigar a distribuição da matéria ao longo da trajetória do neutrino. Tal tratamento pode ser utilizado para investigar cavidades no interior da Terra.

Supondo que neutrinos atravessam uma porção da Terra e que nesta trajetória uma cavidade está presente, o perfil da oscilação é alterado. E desta modificação é possível, em princípio, deduzir algumas propriedades da cavidade. Com este objetivo, na referência [12], várias simulações são feitas para verificar as informações que oscilação na matéria pode fornecer sobre o tamanho e a localização de uma cavidade com neutrinos de energia entre 300 e 500 *MeV*, e o problema de inversão, que é a reconstituição do perfil da densidade eletrônica a partir das medidas de fluxo de neutrinos, também é analisado. Aqui, sem se preocupar com a reconstrução do perfil da densidade eletrônica, algumas simulações são repetidas apenas para comparar as probabilidades de oscilação obtidas com e sem a presença da cavidade.

Sendo assim, a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico é calculada para uma situação hipotética em que o neutrino atravessa 1000km no interior da Terra. Como esse percurso ocorre no manto, com densidade aproximadamente constante, assume-se que o neutrino atravessa basalto com composição dada por Middlemost [29] e densidade de matéria de $2,9g/cm^3$, resultando numa densidade eletrônica média $N_e = 1,433 mol/cm^3$. As probabilidades de oscilação $P_1(\nu_e, \nu_e)$, $P_1(\nu_e, \nu_\mu)$ e $P_1(\nu_e, \nu_\tau)$ são calculadas através do operador de evolução (2.72) e os parâmetros de oscilação utilizados são os mesmos da referência [12]: $\Delta_{21} = 3,65 \times 10^{-5} eV^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\psi = \omega = 45^\circ$ e $\phi = 5^\circ$.

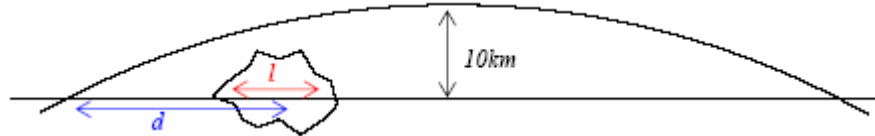


Figura 3 – Cavidade de extensão l posicionada em d ao longo da trajetória do neutrino de 1000km no interior da Terra.

Em seguida, o cálculo considerando a presença de uma cavidade de extensão l e centrada em d , como mostra a figura 3, é feito. Supõe-se que a cavidade tenha 200 km de extensão e esteja preenchida com água, o que leva a uma densidade eletrônica $N_e = 0,556 mol/cm^3$. As probabilidades $P_2(\nu_e, \nu_e)$, $P_2(\nu_e, \nu_\mu)$ e $P_2(\nu_e, \nu_\tau)$ são calculadas utilizando o operador de evolução como uma produtória (2.73) para cinco posições diferentes e com os mesmos parâmetros de [12].

Para efeito de comparação, na figura 4 a quantidade $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ é apresentada para quatro posições diferentes. E nas figuras 5 e 6, para cavidades centradas em 300km e 700km, são mostradas as diferenças $P_1(\nu_e, \nu_\mu) - P_2(\nu_e, \nu_\mu)$ e $P_1(\nu_e, \nu_\tau) - P_2(\nu_e, \nu_\tau)$ respectivamente. Observa-se claramente que para energia baixa, em torno de alguns MeVs, a diferença $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ é maior do que para a região analisada em [12]. Também, cavidades localizadas em posições simétricas com relação ao centro da trajetória produzem o mesmo efeito na probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico. Tal resultado não é observado

para as probabilidades de transição do neutrino eletrônico para muônico ou tauônico, como mostrado na figura 5 e 6. Obviamente, o efeito da cavidade é tanto mais perceptível quanto maior a sua extensão e quanto maior o contraste entre a cavidade e o meio.

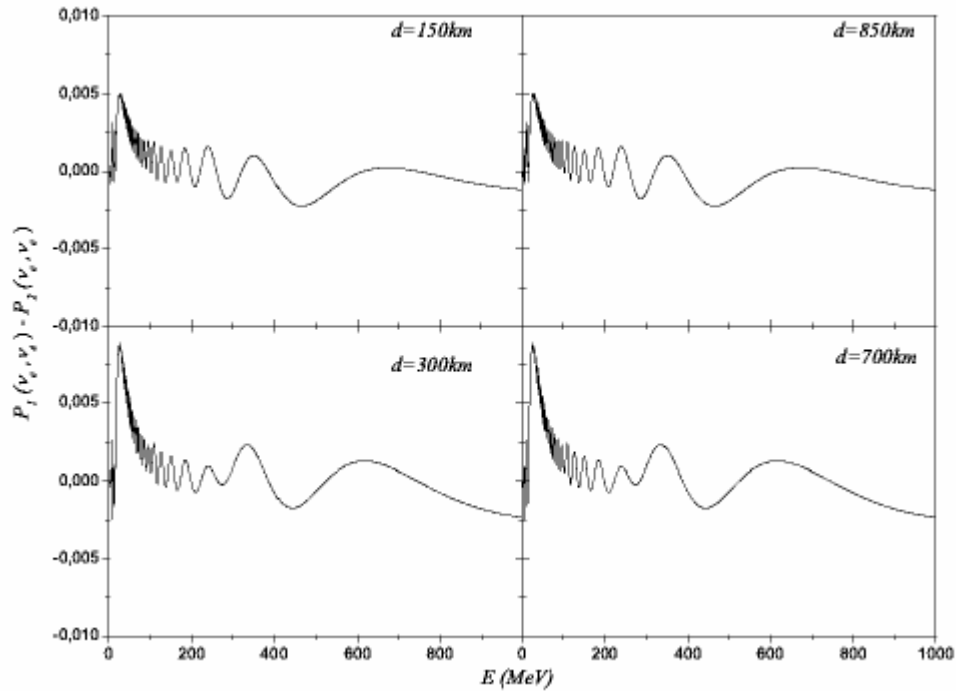


Figura 4 – Diferença entre as probabilidades de sobrevivência, $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$, em função da energia para cavidades em quatro posições diferentes ao longo da trajetória de 1km do neutrino na Terra. No interior da cavidade cheia de água, $N_e = 0,556 \text{ mol/cm}^3$, fora, no basalto, $N_e = 1,433 \text{ mol/cm}^3$. Os parâmetros de oscilação utilizados são: $\Delta_{21} = 3,65 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\psi = \omega = 45^\circ$ e $\phi = 5^\circ$

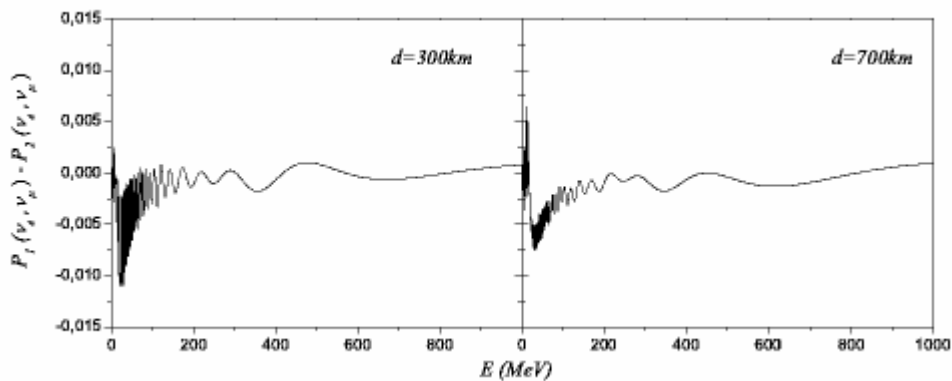


Figura 5 – $P_1(\nu_e, \nu_\mu) - P_2(\nu_e, \nu_\mu)$ em função da energia para cavidades centradas em 300km e 700km sob as mesmas condições da figura 4.

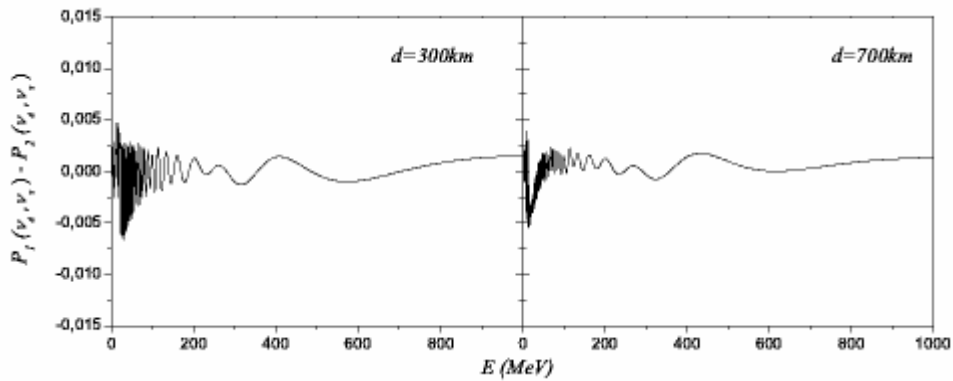


Figura 6 – $P_1(\nu_e, \nu_\tau) - P_2(\nu_e, \nu_\tau)$ em função da energia para cavidades centradas em 300km e 700km sob as mesmas condições da figura 4.

Todo esse procedimento é repetido para cavidade de 200km e centrada em 500km utilizando outro conjunto de parâmetros de acordo com o ajuste global atual [30]. Tal postura é tomada para testar a influência dos parâmetros de oscilação nessa abordagem. Utiliza-se $\Delta_{21} = 7,1 \times 10^{-5} eV^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\psi = 36^\circ$, $\omega = 31^\circ$ e $\phi = 5^\circ$ e a diferença entre as probabilidades obtidas com e sem a presença da cavidade é apresentada na figura 7. Para estes parâmetros, a quantidade $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ atinge valores mais altos. Há picos de quase 3% na região de baixa energia. Esse aumento se deve à mudança no ângulo de oscilação ω .

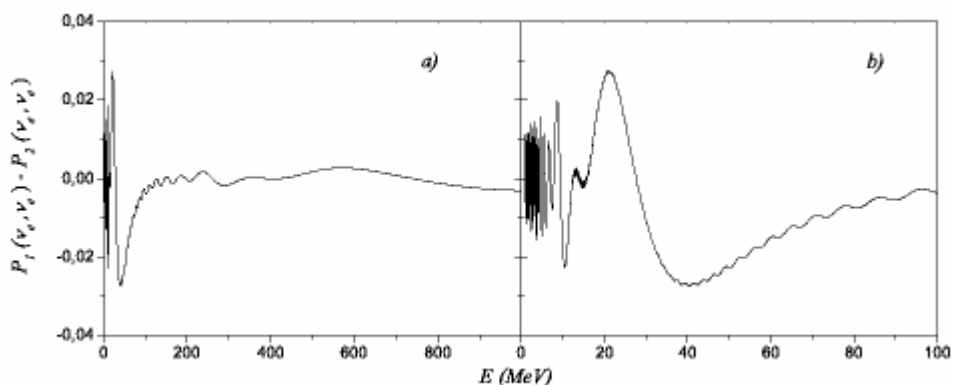


Figura 7 – a) Diferença $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ – em função da energia considerando uma cavidade de 200km cheia de água e centrada em 500km. Parâmetros de oscilação utilizados: $\Delta_{21} = 7,1 \times 10^{-5} eV^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2$, $\omega = 31^\circ$ e $\phi = 5^\circ$. b) Ampliação do gráfico para energia baixa.

Portanto, seria interessante utilizar geotomografia na localização de cavidades para uma faixa de energia mais ampla do que a discutida em [12], já que oscilação apresenta uma boa sensibilidade para a presença de cavidade em baixa energia. Para verificar em detalhes como a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico se comporta ao longo da trajetória do neutrino, nas figuras 8 e 9, as quantidades $P_1(\nu_e, \nu_e)$, $P_2(\nu_e, \nu_e)$ e $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ são exibidas para o mesmo caso da figura 7 mas em função da distância percorrida pelo neutrino para algumas energias fixas. As energias escolhidas estão em torno dos principais picos da figura 7.

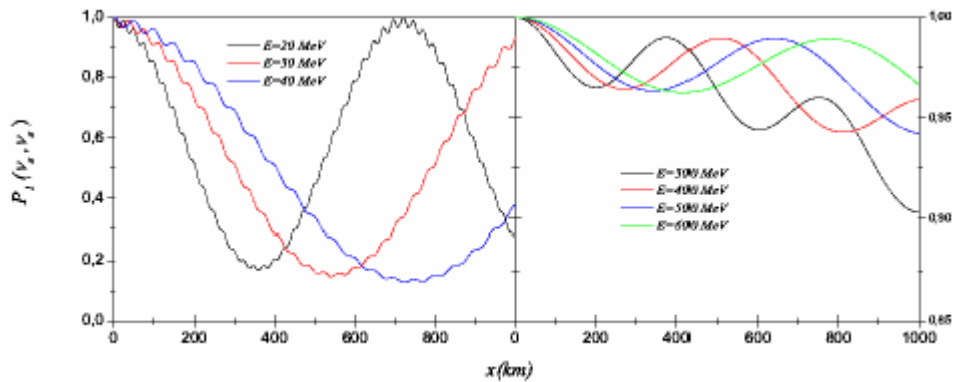


Figura 8 – $P_1(\nu_e, \nu_e)$ em função da distância percorrida pelos neutrinos para algumas energias fixas e sob as mesmas condições da figura 7.

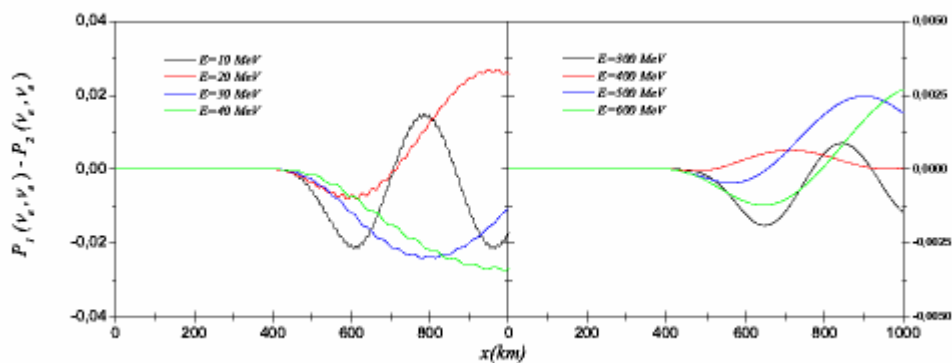


Figura 9 – $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ em função da distância percorrida pelos neutrinos para algumas energias fixas e sob as mesmas condições da figura 7.

Os gráficos 8 e 9 mostram claramente que os picos na diferença de energia estão associados a adequados comprimentos de onda e amplitude de oscilação considerável. Se o comprimento de onda é tal que a variação da probabilidade de sobrevivência é máxima no fim da trajetória do neutrino e se o valor da amplitude de oscilação é razoável, o efeito da cavidade é maximizado.

3.1.2 Poços de petróleo

Todo esse estudo possibilita analisar a viabilidade de utilizar neutrinos para identificar poços de petróleo ou campos petrolíferos. Acredita-se que o petróleo é gerado de transformação de matéria orgânica acumulada em tempos remotos em reservatórios de rochas sedimentares. É produzido na chamada rocha fonte e migra para um ambiente poroso e permeável, a rocha reservatório. Neste meio, o óleo é acumulado e permanece aprisionado devido à presença de uma rocha impermeável, a rocha seladora.

Pela disponibilidade de dados, a simulação do efeito de poços de petróleo na oscilação é baseada no Reservatório do Arenito de Namorado no Campo de Albacora na Base de Campos. Para este cálculo, como já discutido, é necessário conhecer a densidade eletrônica do meio para levar em conta o efeito da matéria. No Arenito de Namorado, a densidade média dos grãos é de $2,65\text{g/cm}^3$ e a fração de volume média é de 59% de quartzo, 38% de feldspato e 3% de fragmentos líticos. A porosidade máxima deste arenito é de aproximadamente 30%, com saturação média de 20% de água e 80% de óleo e gás [31]. Tal informação leva à mínima densidade eletrônica de $1,07\text{mol/cm}^3$ aproximadamente para a rocha reservatório. As rochas fonte e seladora não são incluídas na análise já que não adicionam substancial alteração na densidade eletrônica com relação ao basalto. Portanto, apenas o fato que a trajetória do neutrino contém uma cavidade, a rocha reservatório, e que esta está rodeada por basalto é considerado.

Campos de petróleo são formados por muitos poços, por exemplo, no Arenito de Namorado cada um atinge 20km de extensão [31]. Pode-se, então, supor que três poços muito próximos, na trajetória do neutrino, equivalem a uma cavidade de 60km . A probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico é

calculada para um percurso que forma um ângulo de $86,8^\circ$ com o raio da Terra. Tal trajetória é de aproximadamente 700km e a máxima profundidade é de 10km . A cavidade é considerada centrada em 200km para a qual a profundidade é de 8km , um valor razoável para poços de petróleo. Fora da cavidade, neutrinos atravessam basalto com $N_e = 1,433\text{mol/cm}^3$.

Na figura 10, a diferença entre as probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico calculadas com e sem a cavidade, $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ é mostrada para os parâmetros de oscilação $\Delta_{21} = 7,1 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} \text{eV}^2$, $\psi = 36^\circ$, $\omega = 31^\circ$ e $\phi = 5^\circ$. A máxima diferença obtida é de aproximadamente $0,4\%$ e ocorre para energia em torno de alguns MeV . Esta pequena diferença é justificada pela pequena extensão da cavidade e pelo baixo contraste entre as densidades eletrônicas da cavidade e do basalto. Como consequência, o efeito da cavidade na oscilação fica bastante reduzido

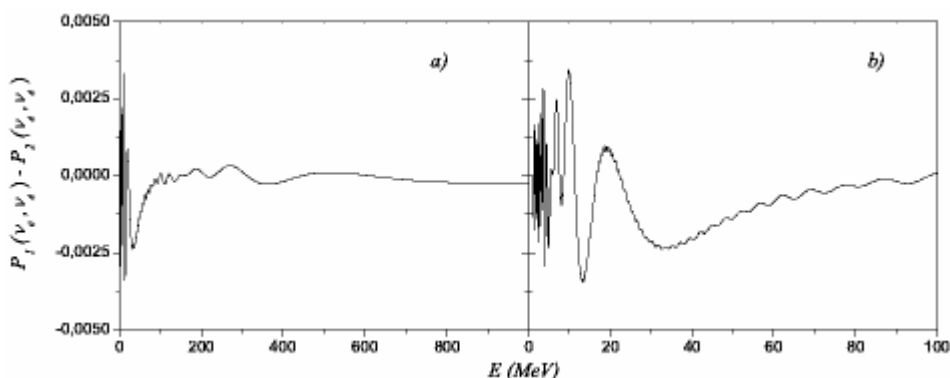


Figura 10 – a) Diferença $P_1(\nu_e, \nu_e) - P_2(\nu_e, \nu_e)$ em função da energia considerando uma cavidade de 60km , centrada em 500km e com $N_e = 1,07\text{mol/cm}^3$. Parâmetros de oscilação utilizados: $\Delta_{21} = 7,1 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, $\Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} \text{eV}^2$, $\omega = 31^\circ$ e $\phi = 5^\circ$. b) Ampliação do gráfico para energia baixa.

3.2 GEONEUTRINOS

A Terra emite um tênue fluxo de calor com estimativas que variam de 30TW a 45TW [9]. A componente radiogênica representa uma importante porção deste fluxo, e sua descrição é baseada em considerações cosmo-químicas. Sendo

assim, uma determinação direta dessa fração, como oferecida pela medida de geoneutrinos, seria de grande interesse. Os radioisótopos ^{238}U , ^{232}Th e ^{40}K são responsáveis por praticamente toda a produção de calor radiogênico.

Modelos baseados em dados sísmicos dividem a Terra em três regiões básicas: núcleo, manto e crosta. Essas regiões são subdivididas em núcleo interno, núcleo externo, manto interno, manto externo, crosta continental e crosta oceânica, como representado na figura 11. Dois tipos bem diferentes de crosta, continental e oceânica, cobrem 40% e 60% da superfície terrestre, respectivamente. A espessura da crosta oceânica é de 6 a 8 km e da crosta continental de 20 a 70km, com média de 38 km. A referência clássica para a configuração da densidade da Terra é o PREM [32], cujo modelo é esfericamente simétrico e ajustado, para cada camada i pela relação $\rho_i = a_i + b_i x + c_i x^2 + d_i x^3$ onde x é a razão entre o raio local e o raio da Terra e os parâmetros de ajuste são listados na tabela 1. A partir de estudos sísmicos, a distribuição de matéria no planeta e a agregação das diferentes camadas podem ser deduzidas, mas não é possível reconstruir sua composição.

Tabela 1 – Configuração de densidade da Terra de acordo com o PREM [32]. A densidade da Terra em cada região é ajustada pelos parâmetros a, b, c e d através da equação $\rho_i = a_i + b_i x + c_i x^2 + d_i x^3$

Camada	Raio (km)	a	b	c	d
Núcleo interno	0-1221	13,0885	0	-8,8381	0
Núcleo externo	1221-3480	12,5815	-1,2638	-3,6426	-5,5281
Manto inferior	3480-3630	7,9565	-6,4761	5,5283	-3,0807
	3630-5600				
	5600-5701				
Zona de Transição	5701-5771	5,3197	-1,4836	0	0
	5771-5971	11,2494	-8,0298	0	0
	5971-6151	7,1089	-3,8045	0	0
Manto Superior	6151-6291	2,6910	0,6924	0	0
	6291-6346				
Crosta	6346-6356	2,9	0	0	0
	6356-6368	2,6	0	0	0
	6368-6371	2,6	0	0	0

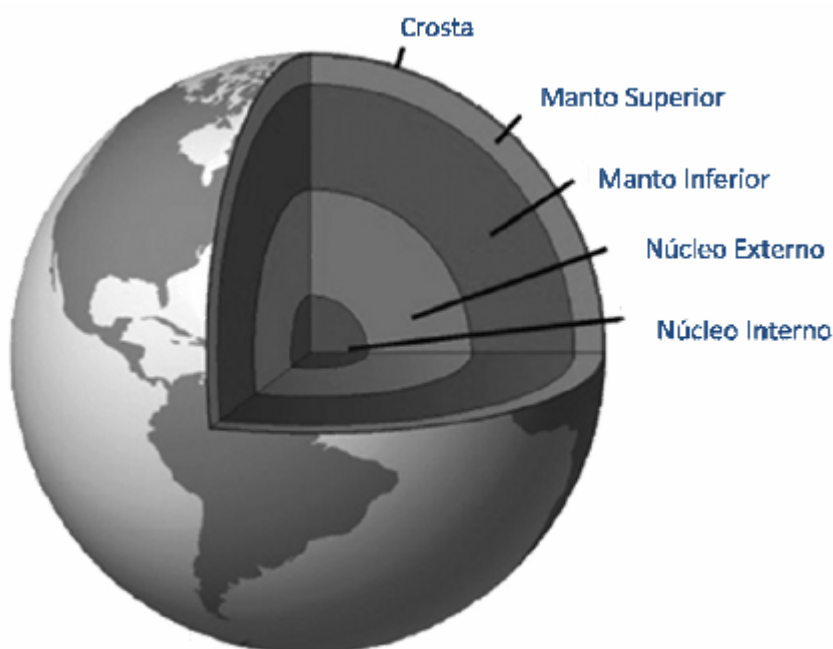


Figura 11 – Distribuição radial das principais regiões da Terra como determinado por dados sísmicos [9].

A composição global da Terra é geralmente deduzida a partir de meteoritos condríticos carbonáceos utilizando argumentos geoquímicos. O modelo BSE é construído seguindo essa linha e descreve a composição do manto primitivo, ou seja, da porção externa da Terra depois da separação do núcleo e antes da distinção entre manto e crosta [33]. Sendo assim, o modelo retrata a composição do sistema manto+crosta.

Com base na comparação com o comportamento do ferro a altas pressões e temperaturas em experimentos, nas propriedades sísmicas do núcleo e no fato de que o ferro é o único elemento pesado suficientemente abundante no universo. Em geral, acredita-se que o núcleo seja constituído de ferro com pequenas quantidades de níquel e outros elementos mais leves. Como elementos litofílicos, que são os que formam silicatos ou óxidos, não estão presentes no núcleo, o modelo BSE fornece a quantidade total de U , Th e K , que é dada na tabela 2, assim como o fluxo de calor produzido por cada elemento. A potência dissipada no modelo BSE em decaimentos é de $19TW$, aproximadamente metade do fluxo de energia terrestre total.

A abundância em massa do urânio é $a_{BSE}(U) = 2 \times 10^{-8}$ e as quantidades de potássio e tório em relação ao urânio são $K/U = a(K)/a(U) = 1,14 \times 10^4$ e $Th/U = a(Th)/a(U) = 3,9$. Lembrando que a concentração isotópica natural dos elementos que contribuem para a produção radiogênica de calor é $^{238}U/U = 0,993$, $^{232}Th/Th = 1$ e $^{40}K/K = 1,2 \times 10^{-4}$, a abundância desses elementos no BSE também é apresentada na tabela 2.

Tabela 2 – Massa, calor e abundância de U , Th e K de acordo com o modelo BSE [33].

	M (10^{17} kg)	H_R (10^{12} W)	a (ppb)
U	0,8	7,6	20
Th	3,1	8,5	78
K	0,8	3,3	$22,8 \times 10^4$

A quantidade de elementos radioativos na crosta é estimada baseada em dados observacionais. Para o manto, dados observacionais são escassos e se restringem apenas a parte mais superior da manta. As estimativas são de que no manto superior, está presente cerca de 1/6 da quantidade de urânio da crosta. E a quantidade de urânio no manto inferior é o restante da massa de urânio do BSE. A quantidade de potássio e tório é obtida seguindo a quantidade relativa ao urânio no BSE.

Tabela 3 – Regiões da Terra e a abundância dos isótopos em cada uma seguindo a referência [13].

Região	Raio (km)	a (K)	a (Th)	a (U)
Núcleo interno	0-1221	0	0	0
Núcleo externo	1221-3480	0	0	0
Manto inferior	3480-5701	$1,6 \times 10^{-4}$	52×10^{-9}	$13,2 \times 10^{-9}$
Manto superior	5600-6291	$7,8 \times 10^{-5}$	$17,3 \times 10^{-9}$	$6,5 \times 10^{-9}$
Crosta inferior	6291-6346	$7,2 \times 10^{-3}$	$3,7 \times 10^{-6}$	$0,62 \times 10^{-6}$
Crosta Média	6346-6356	$1,67 \times 10^{-2}$	$6,1 \times 10^{-6}$	$1,6 \times 10^{-6}$
Crosta Superior	6356-6368	$2,57 \times 10^{-2}$	$9,8 \times 10^{-6}$	$2,5 \times 10^{-6}$
Sedimentos	6368-6371	$1,7 \times 10^{-2}$	$6,9 \times 10^{-6}$	$1,68 \times 10^{-6}$

A referência [33] apresenta um modelo referencial para antineutrinos provenientes da Terra baseado em diversos trabalhos. Nesse modelo, a massa de urânio presente na crosta é de $0,35 \times 10^{17} \text{ kg}$ concentrada principalmente na parte continental. A crosta oceânica contribui apenas com $0,005 \times 10^{17} \text{ kg}$. Com base em todas essas informações as abundâncias de urânio, tório e potássio na Terra são apresentadas na tabela 3.

Os canais de decaimento de ^{238}U , ^{232}Th e ^{40}K são apresentados na figura 12. Um antineutrino eletrônico é produzido em cada decaimento β^- desses canais. Sendo assim, os decaimentos de ^{238}U , ^{232}Th e ^{40}K geram $6 \bar{\nu}_e$, $4 \bar{\nu}_e$ e $1 \bar{\nu}_e$ em média, respectivamente. Os espectros de energia dos antineutrinos eletrônicos produzidos nestes decaimentos são apresentados na figura 13.

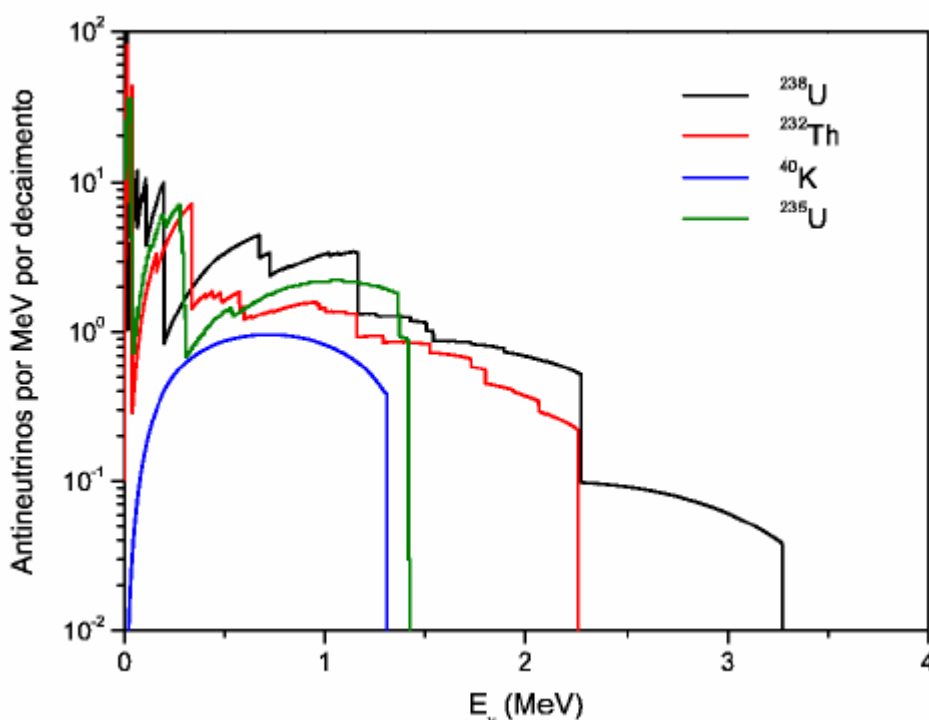


Figura 13 – Espectros de energia do antineutrino produzido nos decaimentos de ^{238}U , ^{232}Th e ^{40}K [9].

A quantidade de isótopos x que decaem por unidade de volume e tempo é dada pela relação $q_x = \rho_x / \tau_x m_x$, onde ρ_x é a densidade local, τ_x a vida média e m_x a massa do isótopo x [13]. Tal relação pode ser reescrita, utilizando a abundância

isotópica a_x , da seguinte forma: $q_x = a_x \rho / r_x m_x$, onde ρ é densidade de matéria dada pelo PREM.

A vida média de ^{238}U , ^{232}Th e ^{40}K são dadas por 6,45 Ga., 20,3 Ga e 2,84 Ga respectivamente. Sendo assim, o fluxo de antineutrinos que chega a um detector D como representado na figura 14 é dado pela relação

$$\frac{dF_x}{dE_\nu d\Omega} = \frac{f_x(E_\nu)}{4\pi} \int_0^{2R \cos\theta} dy q_x(r') P_{ee}(E_\nu, y) \quad (2.75)$$

onde $P_{ee}(E_\nu, y)$ é a probabilidade de sobrevivência do antineutrino eletrônico e $f_x(E_\nu)$ é o espectro de energia do antineutrino.

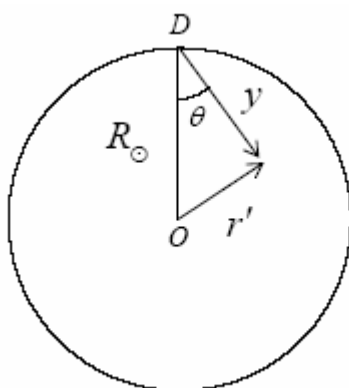


Figura 14 – Representação geométrica do problema.

Para ter uma idéia do perfil do fluxo de geoneutrinos, seguindo a referência [13], a abundância de elementos radioativos é considerada homogênea em cada camada e esfericamente simétrica. Para simplificar, assumem-se as camadas do núcleo até a crosta oceânica e respectivas abundâncias como listado na tabela 3 finalizando com 3km de sedimentos também distribuídos uniformemente.

Na maioria dos trabalhos [9, 13, 34, 35], toma-se a média da probabilidade de sobrevivência do antineutrino eletrônico o que leva ao valor $\langle P_{ee} \rangle = 0,57$ para $\omega = 34^\circ$. Para visualizar a validade dessa aproximação na figura 15, o fluxo de antineutrinos do ^{238}U em função do ângulo θ em unidades de ângulo sólido é apresentado para duas situações: calculando a probabilidade de sobrevivência de antineutrinos pelo operador de evolução da equação (2.73) e tomando a média da

probabilidade. Os parâmetros de oscilação utilizados são:

$$\Delta_{21} = 7,3 \times 10^{-5} eV^2, \Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2, \omega = 34^\circ \text{ e } \phi = 13^\circ.$$

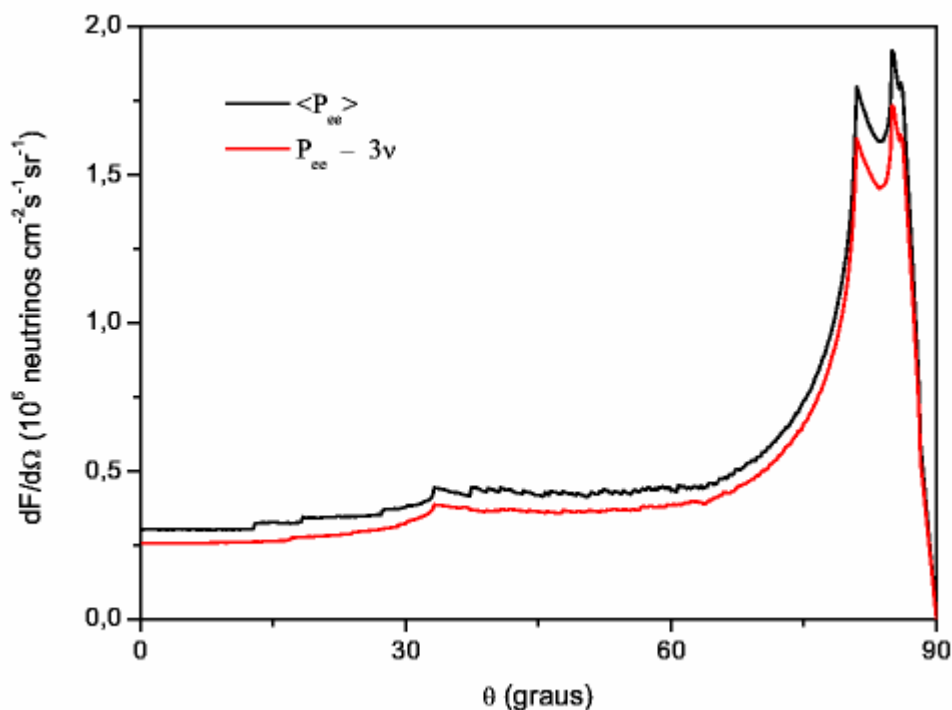


Figura 15 – Fluxo de antineutrinos que chega ao detector D proveniente do decaimento do ^{238}U calculado considerando a oscilação em três famílias e tomando apenas a média da probabilidade.

Como pode ser observado há uma pequena discrepância do fluxo calculado tomando oscilação em três famílias com relação ao calculado tomando a média na probabilidade. Tal fato se repete para os outros dois elementos radioativos, levando a uma diferença em torno de 10% para o fluxo total calculado para cada um. Essa diferença é observada se o ângulo $\phi = 13^\circ$, para valores menores de ϕ praticamente não há divergência entre os dois resultados. Nas figuras 16 e 17, são apresentados os fluxos para os três elementos radioativos e considerando oscilação em três famílias em função do ângulo ϕ e da energia do neutrino E_ν , respectivamente.

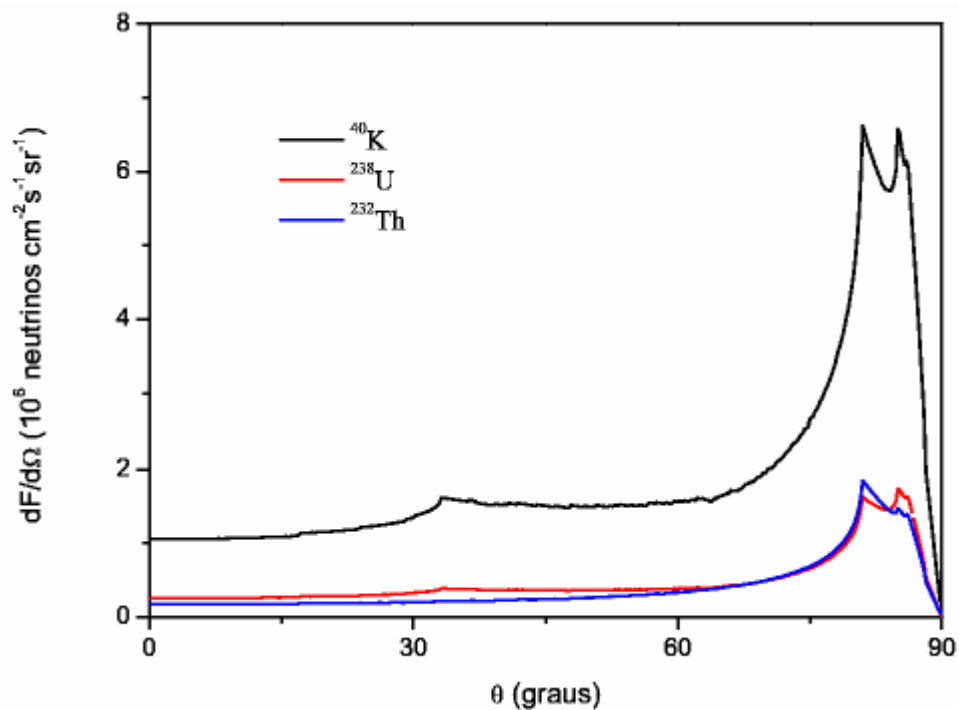


Figura 16 – Fluxo de antineutrinos em D produzido pelo decaimento de ^{40}K , ^{232}Th e ^{238}U em função de θ .

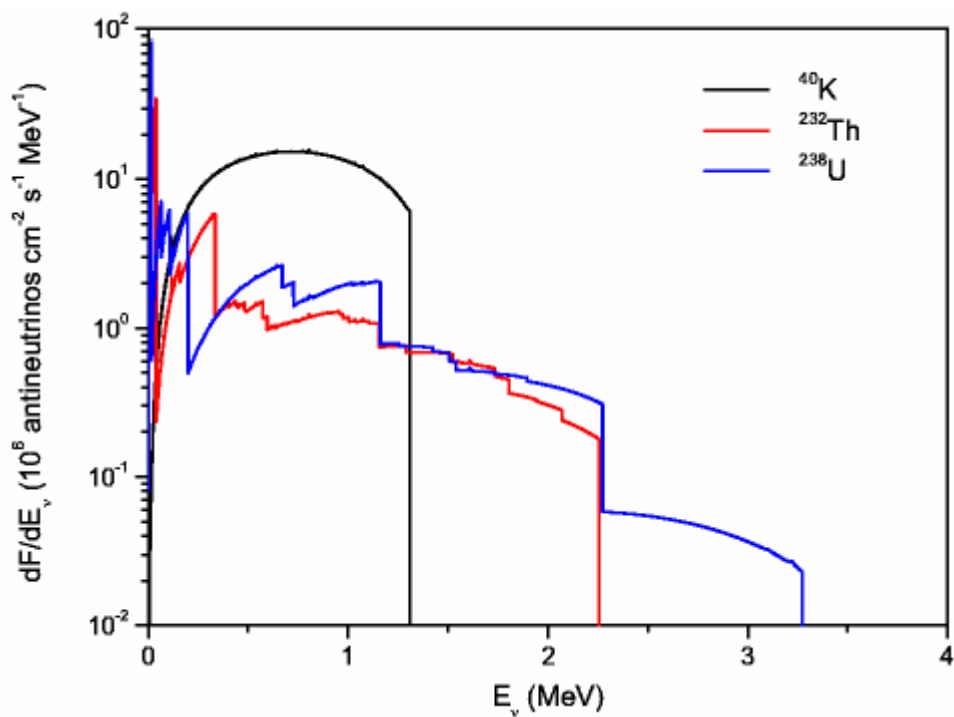


Figura 17 – Espectro de energia de antineutrinos que chegam a um detector D provenientes dos decaimentos radioativos de ^{40}K , ^{232}Th e ^{238}U .

Apesar do fluxo de antineutrinos provenientes do decaimento do potássio ser muito mais abundante, como se verifica na figura 17, a faixa de energia correspondente está abaixo do limite inferior para que seja detectado por decaimento β inverso. Pela distribuição angular da figura 16, é fácil perceber que a maior parte do fluxo está concentrada em ângulos maiores do que 70° . Integrando em θ , obtém-se que o fluxo acumulado até 70° representa apenas 40% do fluxo total.

Além das contribuições ao fluxo de geoneutrinos tratadas até aqui, há fontes extras provenientes de modelos alternativos. Nas próximas duas subseções, são analisadas as contribuições que dois destes modelos geram para geoneutrinos, a presença de ^{40}K distribuído no núcleo da Terra e a existência de um georeator no centro da Terra.

3.2.1 ^{40}K no núcleo

Muitos autores têm considerado a possibilidade de existência de potássio no núcleo terrestre em quantidade significativa [10, 24]. Tal fato poderia ser a solução para vários problemas: proveria o núcleo do elemento necessário para a correta densidade do mesmo, seria a fonte de energia extra requerida para conduzir o dínamo terrestre e daria conta do déficit de potássio na Terra, já que a razão entre as concentrações de potássio e urânio é seis vezes maior nos meteoritos do que em rochas terrestres. Essa possibilidade tem sido mais discutida nos últimos anos devido a recentes experimentos que mostram que para altas pressões, o potássio se comporta como um metal e pode formar ligas com o ferro, o que permitiria um soterramento de potássio no núcleo [24]. É claro que, além de ser uma explicação para todos esses pontos obscuros, a presença de potássio no núcleo seria uma fonte extra de calor radiogênico e de antineutrinos.

Uma das formas de se acrescentar potássio no núcleo, é admitir que todas as suposições do modelo referencial estão corretas e o fluxo de calor radiogênico produzido no conjunto manto+crosta é de 20TW , mas que a razão Urey é mais próxima de 1, com uma grande quantidade de potássio no núcleo. Neste

caso, basta acrescentar a contribuição do núcleo ao modelo referencial [13]. Na literatura, a

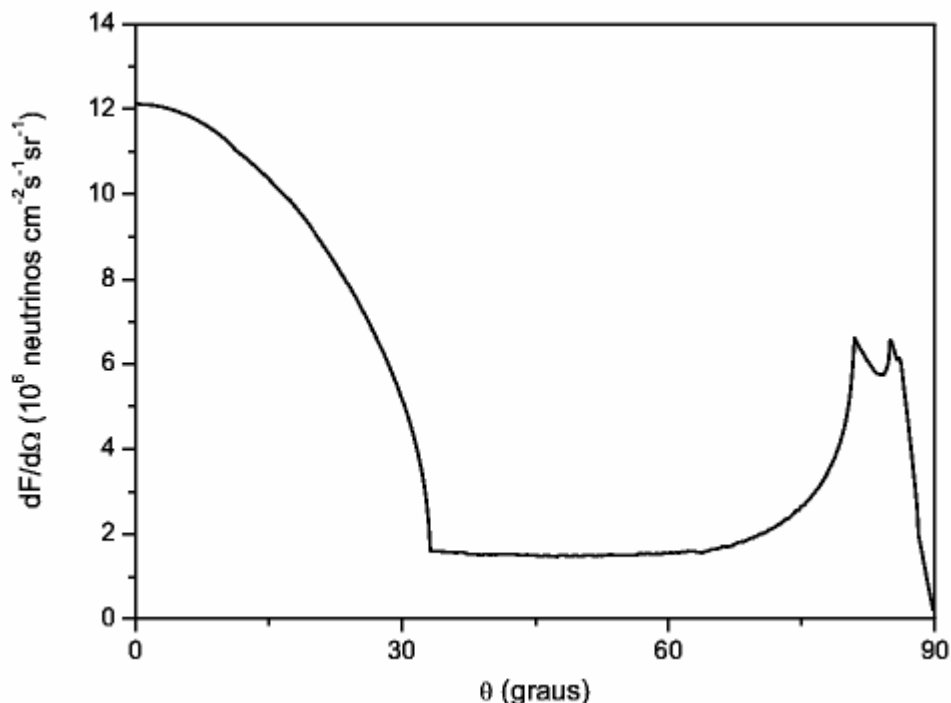


Figura 18 – Fluxo de antineutrinos produzidos pelo ^{40}K considerando a presença de potássio no núcleo da Terra com concentração de 1200 ppm.

quantidade de potássio estimada no núcleo varia de 60-130ppm até 1200ppm [24]. Na figura 18, o fluxo de antineutrinos provenientes do ^{40}K considerando abundância de 1200ppm de K é apresentado em função do ângulo θ e na figura 19, o fluxo acumulado. Neste caso, 40% do fluxo total que chega ao detector concentra-se em ângulo menor que 35° . Além disso, tomar oscilação entre três sabores de neutrinos continua resultando numa diminuição de 10% do fluxo de antineutrinos com relação a tomar a média de P_{ee} .

O grande problema, neste caso, é que a presença de ^{40}K no núcleo não pode ser verificada experimentalmente através de medidas de geoneutrinos, pois, como já discutido, o fluxo todo fica abaixo do limiar de energia para detecção via β inverso. Outra forma de detectar antineutrinos de baixa energia sem que sejam confundidos com neutrinos de outras fontes, provenientes do Sol, por exemplo, é, ainda, uma questão em aberto.

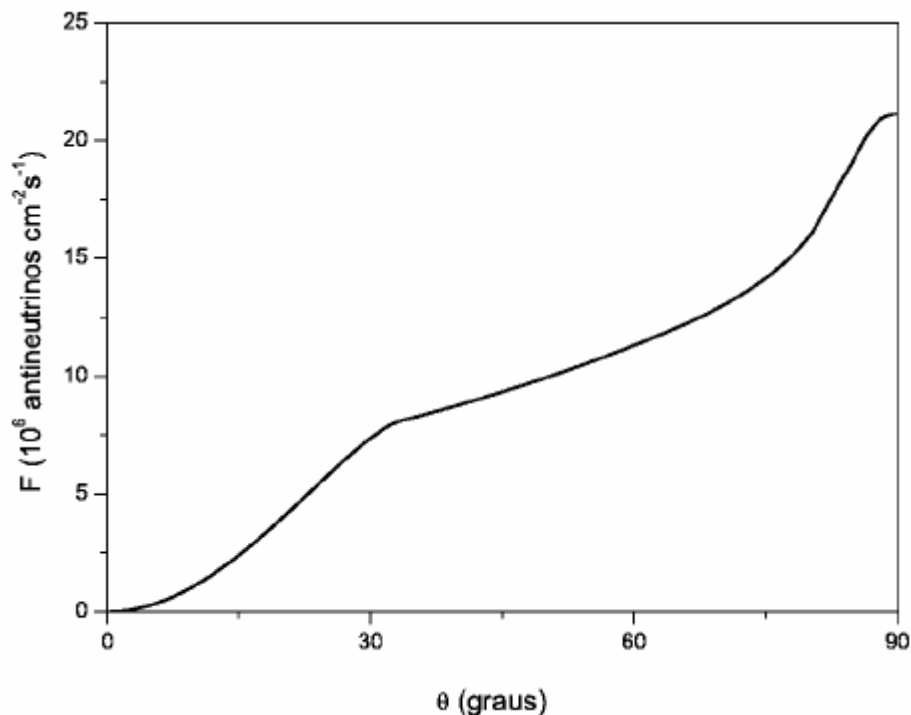


Figura 19 – Fluxo acumulado de antineutrinos produzidos pelo 40K considerando a presença de potássio no núcleo da Terra com concentração de 1200 ppm.

3.2.2 Georeator

Outra fonte possível de geoneutrinos vem de um modelo alternativo para o núcleo que prevê a existência de um georeator no centro da Terra. Tal proposta, bastante controversa, foi lançada por Herndon [25] e vem sendo discutida por ele ao longo de 30 anos [36, 37, 38]. Nos modelos tradicionais, a composição do núcleo como sendo de liga de níquel-ferro é inferida a partir de meteoritos condríticos que em sua maioria tem essa formação. Neste modelo, o núcleo de ferro cristalino cresce a uma taxa lenta dentro de um núcleo externo de metal fundido. O calor latente do metal fundido e os movimentos geodinâmicos no núcleo fundido são considerados como as fontes de energia do campo geomagnético e de sua variabilidade [39].

A proposta de Herndon [25] se baseia em meteoritos mais raros, os condríticos de enstatite. Nela, o núcleo seria formado por uma liga de níquel e silício. Nos regimes pobres em oxigênio em que essa liga é formada, os actínídeos descem ao centro da Terra por efeito da gravidade, formando um caroço concentrado de

urânio e tório. Tal modelo prevê que nesse caroço, a abundância de urânio possibilitou o funcionamento de um reator natural auto-sustentável cujo início está vinculado a quando a razão entre os isótopos era dada por $^{235}\text{U}/^{238}\text{U} \approx 0,3$. O núcleo interno é subdividido em camadas como mostra a figura 20 e os elementos radioativos ficam concentrados num sub-núcleo de raio estimado de aproximadamente 5 km. Na subcamada seguinte, encontram-se os produtos de decaimento e fissão e o restante do núcleo interno é formado pela liga de níquel e silício. A razoabilidade do modelo é reforçada pela existência, em Oklo, de uma grande concentração de urânio com evidências claras de que o conjunto funcionou como um reator natural a alguns milhares de anos atrás [40, 41].

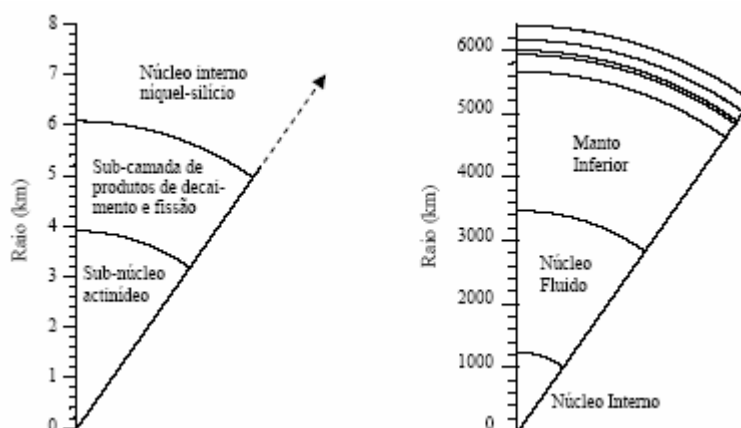


Figura 20 – Representação esquemática da subdivisão do núcleo interno no modelo Herndon [37].

Nesta proposta, a quantidade total de urânio presente na Terra permanece a mesma, sendo que as distribuições na crosta e no manto superior também são mantidas, já que possuem estimativas bem estabelecidas. A quantidade de urânio do manto inferior, prevista a partir do modelo BSE, pode ser manipulada para ser parcialmente ou totalmente depositada no núcleo central. Herndon agrupa as camadas da Terra em dois grupos, a "Terra Interna" formada pelo núcleo e manto inferior e a "Terra Externa" constituída do manto superior e da crosta. Segundo a referência [11], a $4,5 \times 10^9$ anos, a máxima quantidade de urânio possível na "Terra Interna" era de $9,0 \times 10^{16}$ kg, com concentração de 23% de ^{235}U e 77% de ^{238}U . Nesse trabalho [11], a partir de uma determinada massa inicial de urânio

concentrada no sub-núcleo com raio de aproximadamente 5 km, é efetuada uma simulação da dinâmica do georeator desde $4,5 \times 10^9$ anos atrás até o presente momento. A evolução do parâmetro k_{eff} , que define a auto-sustentabilidade do reator de acordo com a teoria de Fermi, da população de ^{239}Pu e da razão entre as quantidades de isótopos do urânio $m(^{235}\text{U})/m(^{238}\text{U})$ obtida com a simulação demonstram que a idéia é aceitável. Nessa simulação, se todo o urânio disponível na Terra interna estivesse concentrado no núcleo, a potência atual do suposto georeator no sub-núcleo seria de 30TW. Outra opção um pouco mais conservadora, é admitir que 23% desse urânio estivesse inicialmente no núcleo, o que levaria a um georeator de 3TW e a abundância de urânio no manto inferior seria de 9,1 ppb [42]. Na tabela 4, a distribuição de urânio na "Terra interna" assumida por Herndon é apresentada para georeator de 3TW.

Tabela 4 – Massa inicial (a $4,5 \times 10^9$ anos) e atual de urânio no subnúcleo e manto inferior assumindo a existência de um georeator de 3TW.

	Massa Inicial (10^{16} kg)		Massa Atual (10^{15} kg)	
	Subnúcleo	Manto Inferior	Subnúcleo	Manto Inferior
^{235}U	0,4867	1,6172	0,2782	0,1928
^{238}U	1,6060	5,3367	3,726	26,566

A existência do georeator não provoca muita alteração no fluxo de antineutrinos gerados pelo decaimento de urânio. Se a abundância de urânio no manto inferior é de 13,2 ppb ou de 9,1 ppb não importa muito, como mostra a figura 21. Isso porque o fluxo tem forte dependência das fontes próximas ao detector e é pouco influenciado por fontes mais afastadas como aquelas presentes no manto inferior. No gráfico, apenas a contribuição do isótopo ^{238}U é apresentada, já que a contribuição do ^{235}U para este fluxo é desprezível.

No que se refere aos antineutrinos gerados pela fissão, de acordo com a simulação efetuada em [11], os isótopos que apresentam substancial contribuição para o calor emitido por fissão em um suposto georeator são U e U, com

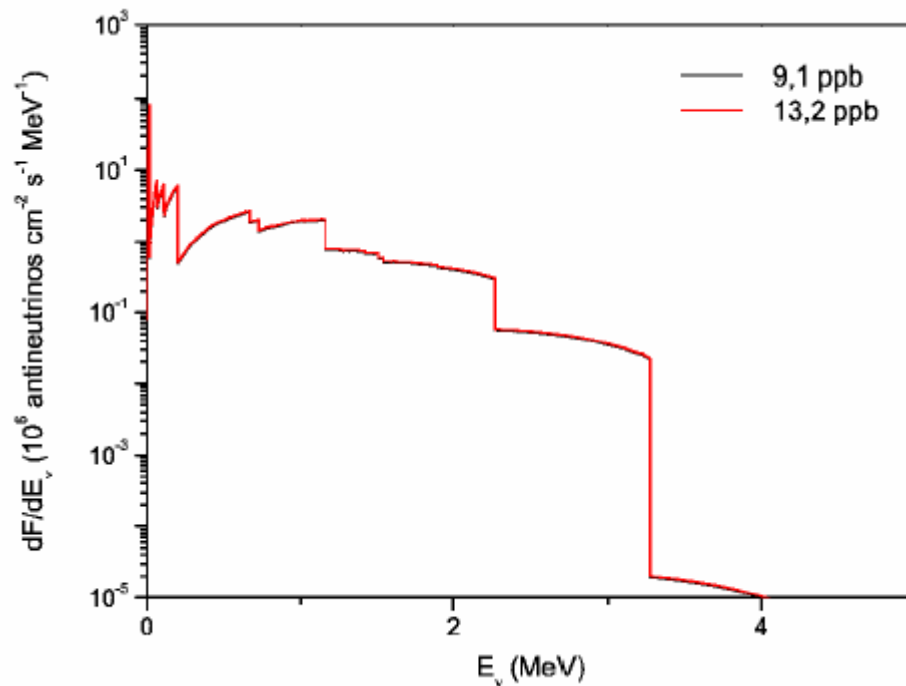
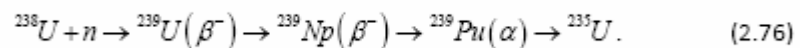


Figura 21 – Comparação entre os fluxos de antineutrinos gerados por decaimento de ^{238}U com abundância no manto inferior de 13,2 ppb (sem georeator) e 9,1 ppb (com georeator de 3TW).

frações dadas respectivamente por 76% e 23%. O reator funcionaria em um regime regenerador queimando principalmente ^{235}U e o reproduzindo através da reação



Havendo um fluxo baixo de nêutrons no reator, após o processo de termalização, os mesmos são absorvidos pelo ^{235}U proporcionando a fissão. O ^{238}U tem uma participação bem menor como elemento combustível por necessitar de nêutrons rápidos como pode ser observado na figura 22, com energia mais alta do que do que a maior parte dos que são produzidos pela fissão do ^{235}U . O plutônio ^{239}Pu , fissionável com nêutrons térmicos, tem uma participação desprezível pelo baixo fluxo de nêutrons no reator, servindo, então, como fonte de ^{235}U por decaimento.

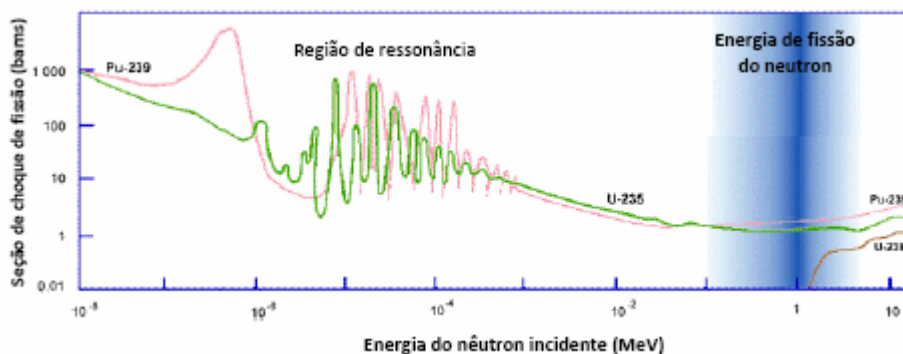


Figura 22 – Seção de choque para a fissão de urânio e plutônio [43]

As fontes de antineutrinos no núcleo da Terra considerando o modelo de Herndon são então:

- as fissões de ^{235}U e ^{238}U , com espectro dado pela figura 22;
- decaimento de ^{235}U e ^{238}U ;
- canal (2.75), que produz dois antineutrinos.

Como o georeator se restringe ao subnúcleo, todas essas fontes de antineutrinos estão subentendidas em um pequeno ângulo cujo valor é $\theta \approx 0,045^\circ$.

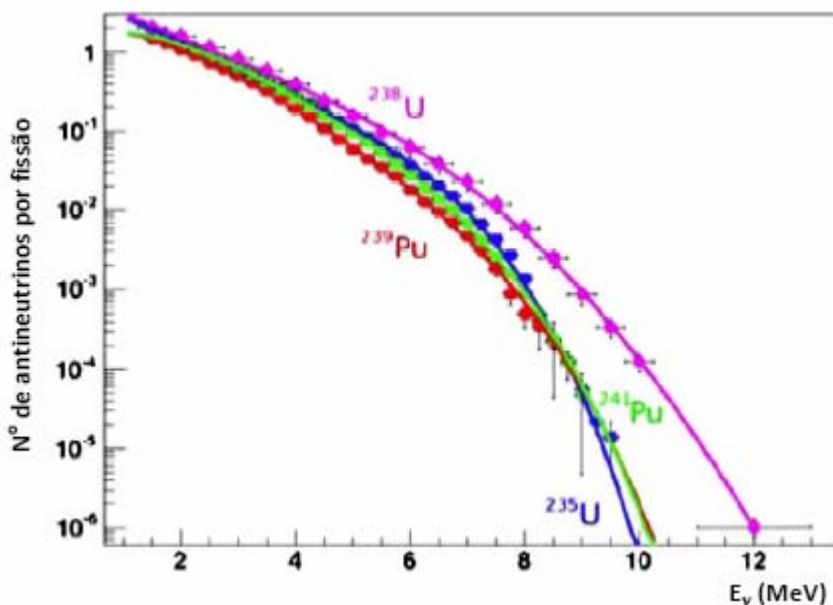


Figura 23 – Espectro de energia de antineutrinos produzidos na fissão de alguns isótopos [44].

A taxa de fissão pode ser obtida da potência que o reator possui, já que a energia emitida em cada fissão é conhecida. Sendo assim, a taxa de fissão do isótopo f é dada pela relação $T_f = q_f P / E_f$, onde q_f é a fração do componente f e E_f é a energia emitida em cada fissão do elemento f . A energia emitida por fissão do U e do U são respectivamente 201,7 MeV e 210 MeV [45]. Com essas considerações e supondo que os isótopos estejam uniformemente distribuídos no subnúcleo, o fluxo de neutrinos (número de neutrinos por unidade de tempo, área e energia) provenientes da fissão de f é calculado pela equação

$$\frac{dF_f}{dE_\nu} = \frac{T_f}{\frac{4}{3}\pi r_c^3} \phi_f(E_\nu) \iint \sin(\theta) d\theta dy g(r') P_{ee}(E_\nu, y), \quad (2.77)$$

onde $g(r')$ indica a posição da fonte de antineutrinos, sendo igual a 1 para r' inferior ao raio do subnúcleo r_c . O espectro de energia do antineutrino produzido na fissão de f , dado na figura 23 foi parametrizado pela equação abaixo

$$\phi_f(E_\nu) = a_0 E_\nu^3 \exp(-a_2 E_\nu), \quad (2.78)$$

onde os parâmetros para fissão do ^{235}U são

$$a_0 = 5,588648, \quad a_1 = 0,569264 \quad \text{e} \quad a_2 = 1,000797 \quad (2.79)$$

e para fissão do ^{238}U são

$$a_0 = 5,447181, \quad a_1 = 0,672644 \quad \text{e} \quad a_2 = 0,959647. \quad (2.80)$$

O fluxo da equação (2.77) devido à fissão do ^{235}U e do ^{238}U é apresentado nas figuras 24 e 25 respectivamente para georeator de 3 TW. Tais fluxos foram obtidos assumindo que os neutrinos não oscilam, tratamento dado em alguns trabalhos [39, 41] e considerando oscilação em 3 famílias com os mesmos parâmetros de oscilação utilizados anteriormente:

$$\Delta_{21} = 7,3 \times 10^{-5} eV^2, \quad \Delta_{31} = 2 \times 10^{-3} eV^2, \quad \omega = 34^\circ \quad \text{e} \quad \phi = 13^\circ.$$

Apesar da oscilação ser muito rápida, a partir dessas figuras, fica claro que não considerar a oscilação entre sabores de neutrinos também não é válido, sendo necessário ao menos tomar uma média da oscilação.

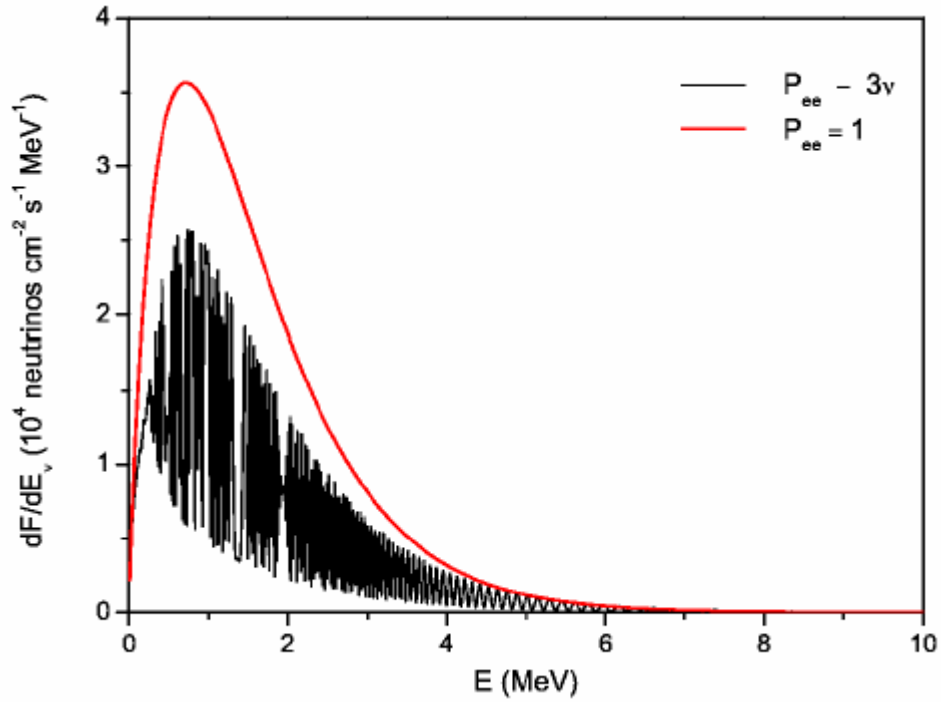


Figura 24 – Espectro de antineutrino produzido por fissão de ^{235}U , considerando georeator de 3 TW, para oscilação entre três sabores de neutrinos e sem considerar oscilação.

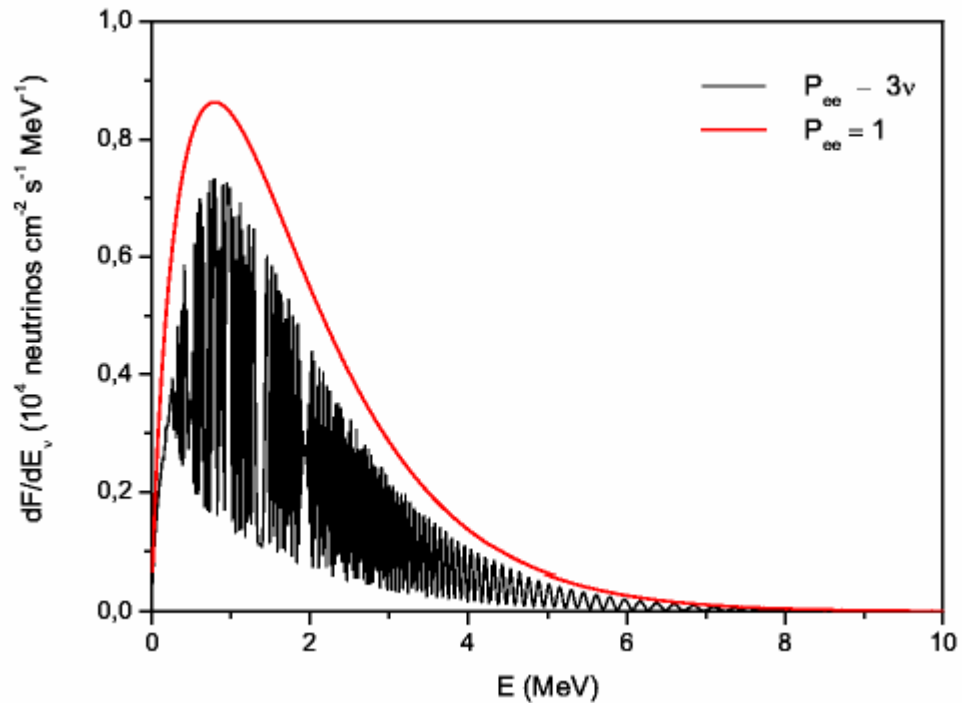


Figura 25 – Espectro de antineutrino produzido por fissão de ^{238}U , considerando georeator de 3 TW, para oscilação entre três sabores de neutrinos e sem considerar oscilação.

Já o fluxo de antineutrinos gerados pelo decaimento de urânio no georeator pode ser facilmente obtido, pois a quantidade desses elementos no subnúcleo é prevista pelo modelo de Herndon e consta na tabela 4. O número de isótopo x presente no subnúcleo é definido por $q_x = M_x / m_x \tau_x$, onde M_x é a quantidade total em massa de x no georeator, m_x a massa de x e τ_x corresponde à vida média do isótopo. A equação utilizada, admitindo distribuição uniforme de x no subnúcleo, é dada por

$$\frac{dF_x}{dE_\nu} = \frac{q_x}{\frac{4}{3}\pi r_c^3} f_x(E_\nu) \iint \text{sen}(\theta) d\theta d\phi g(r') P_{\text{osc}}(E_\nu, y), \quad (2.81)$$

onde $f_x(E_\nu)$ é apresentado na figura 13. Os espectros de antineutrinos gerados pelos decaimentos de ^{238}U e de ^{235}U , tomando oscilação entre três sabores de neutrinos, são mostrados na

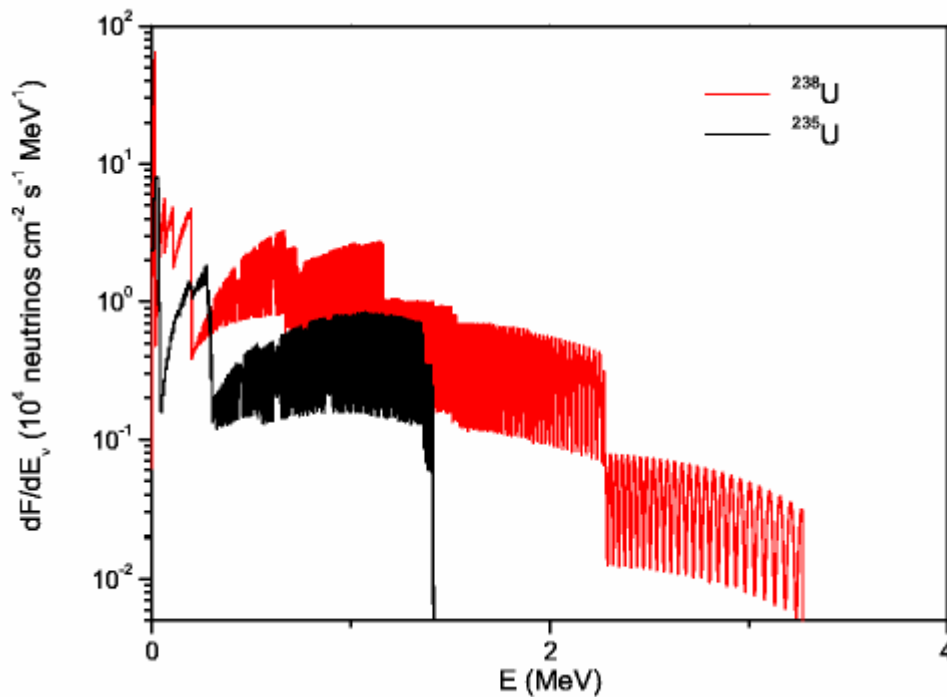


Figura 26 – Fluxos diferenciais do antineutrino eletrônico produzidos pelos decaimentos de ^{238}U e de ^{235}U do georeator de 3 TW para oscilação entre três sabores de neutrinos.

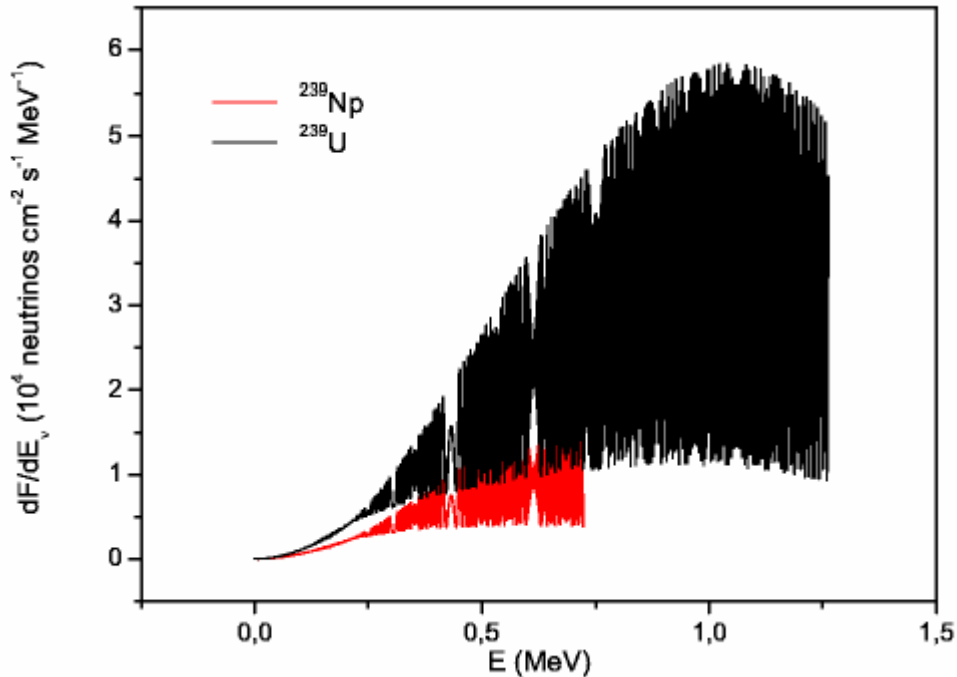


Figura 27 – Fluxos diferenciais do antineutrino eletrônico produzido pelo decaimento de ^{238}U e ^{239}U do georeator de 3 TW.

Por fim, a contribuição do canal regenerador é levada em conta considerando que a taxa de decaimento do ^{239}U e do ^{239}Np seja $T_x = 10^{23} \text{ s}^{-1}$. A distribuição dos antineutrinos produzidos pelo decaimento é calculada a partir do espectro de energia dos elétrons dado pela expressão [9]

$$f_x(W) = \frac{1}{N} W (W_{\text{máx}} - W)^2 (W^2 - m_e^2 c^4)^{\gamma - 1/2} e^{xy} |\Gamma(\gamma + iy)|^2, \quad (2.82)$$

onde

$$\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}, \quad y = \alpha Z \frac{W}{\sqrt{W - m_e^2 c^4}},$$

W é a energia do elétron, $W_{\text{máx}} = m_e c^2 - E_0$, $E_\nu = W_{\text{máx}} - W + E_0$ é a máxima energia do neutrino. Além disso, N é uma constante de normalização, α é a constante de estrutura fina e Z é a carga do núcleo produto. O espectro de energia de antineutrinos que chegam a um eventual detector, neste caso, é calculado da seguinte forma

$$\frac{dF_x}{dE_\nu} = T_x \frac{f_x(W_{\text{mix}} - W)}{\frac{8}{3}\pi r_c^3} \iint \text{sen}(\theta) d\theta dy g(r') P_{ee}(E_\nu, y) \quad (2.83)$$

e é apresentado na figura 27 para oscilação entre três sabores de neutrinos.

Todas as fontes de antineutrinos no georeator aqui tratadas produzem um fluxo da ordem de 100 vezes menor do que o fluxo gerado por decaimentos radioativos no restante da Terra. Por outro lado, o fluxo devido à fissão se concentra em um ângulo muito pequeno, podendo, assim, ser uma contribuição substancial se um eventual detector for capaz de definir a direção de chegada dos antineutrinos. Além disso, as contribuições por fissão são mais significativas para energias mais altas, o que favorece a diferenciação de antineutrinos produzidos no georeator e em decaimentos dentro da previsão do BSE. Sendo assim, medidas de geoneutrinos poderiam até mesmo indicar qual o modelo mais adequado dentre os mencionados para descrever o fluxo detectado. Portanto, é importante que a detecção de geoneutrinos seja discutida, para que comparações entre os diferentes modelos possam ser feitas. E esse é o próximo assunto a ser tratado.

3.2.3 Detecção de geoneutrinos

A forma mais eficaz de se detectar antineutrinos de baixa energia, como já mencionado, é através de decaimento β inverso. A grande vantagem de usar essa reação para medidas de geoneutrinos é que outras fontes que pudessem interferir, como neutrinos solares, não geram antineutrinos e somente estes são detectados via β inverso. A exceção fica pelos antineutrinos produzidos por reatores nucleares na superfície da Terra, mas este fundo é bem controlado e ainda, há uma alternativa para o futuro que é trabalhar com detectores afastados de reatores nucleares.

A seção de choque para o decaimento β inverso é dada pela expressão

$$\sigma = 0,0952 \times \left(\frac{E_\nu p_e c}{\text{MeV}^2} \right) \times 10^{-42} \text{ cm}^2, \quad (2.84)$$

onde $E_e = E_\nu - (M_n - M_p)c^2$ é a energia do pósitron se o pequeno recuo do nêutron é negligenciado e P_e é o momento correspondente [9]. O espectro de neutrinos detectados provenientes do decaimento do isótopo x é calculado, então, da seguinte forma

$$\frac{dN_\nu}{dE_\nu} = N_p \varepsilon(E_\nu) \sigma(E_\nu) \frac{dF_x}{dE_\nu}, \quad (2.85)$$

sendo que N_p é o número de prótons livres no alvo e $\varepsilon(E_\nu)$ é a eficiência de detecção. O limiar da reação é $E_\nu^{\text{limiar}} = 1,806 \text{ MeV}$.

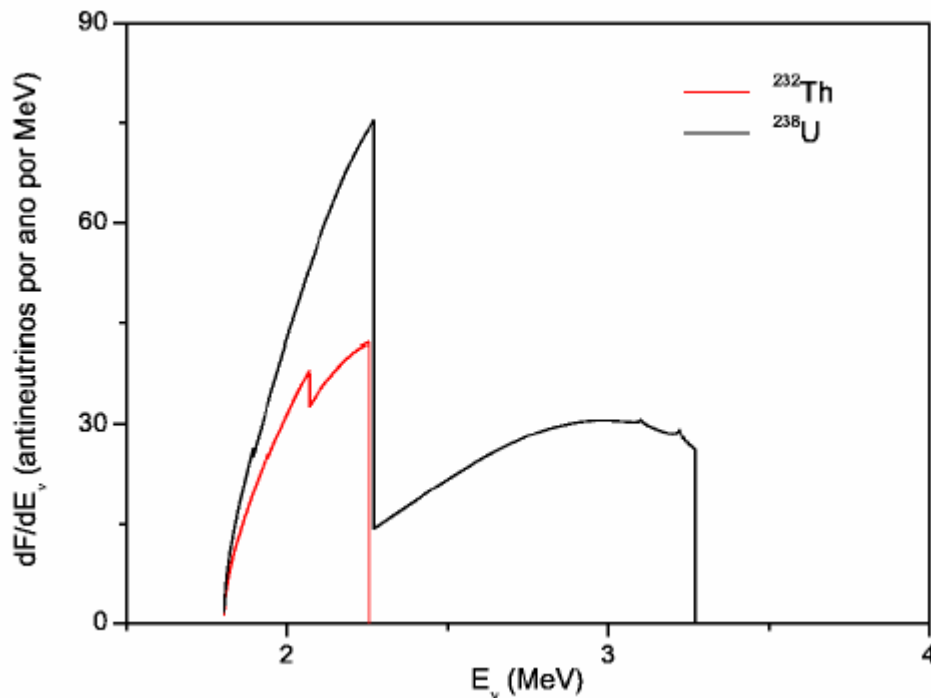


Figura 28 – Espectro de antineutrinos provenientes do decaimento do ^{238}U e ^{232}Th calculado pela equação (2.85) considerando alvo com 10^{32} prótons e detector 100% eficiente.

Na figura 28, o espectro de geoneutrinos em função da energia obtido para um detector com 100% de eficiência para um alvo de 10^{32} prótons é apresentado considerando oscilação entre três sabores de neutrinos. É evidente que o fluxo de ^{40}K não é apresentado, pois está inteiramente abaixo do limiar para decaimento β inverso. O número de geoneutrinos detectados por ano, então, seria de aproximadamente 47 para a cadeia do ^{238}U e 13 para ^{232}Th . Na figura 29, o fluxo direcional também é apresentado. O fluxo acumulado para 6 até 10^0 resulta em 0,07

e 0,34 antineutrinos por ano provenientes do ^{232}Th e do ^{238}U respectivamente. E tomando θ até 30° , 0,68 e 3,28 antineutrinos são detectados por ano tendo como fonte o decaimento de ^{232}Th e de ^{238}U , ou seja, menos de 10% do fluxo total de antineutrinos. Como o fluxo de geoneutrinos produzidos pelo decaimento do ^{40}K ainda não pode ser detectado, a presença de ^{40}K no núcleo também não pode ser analisada.

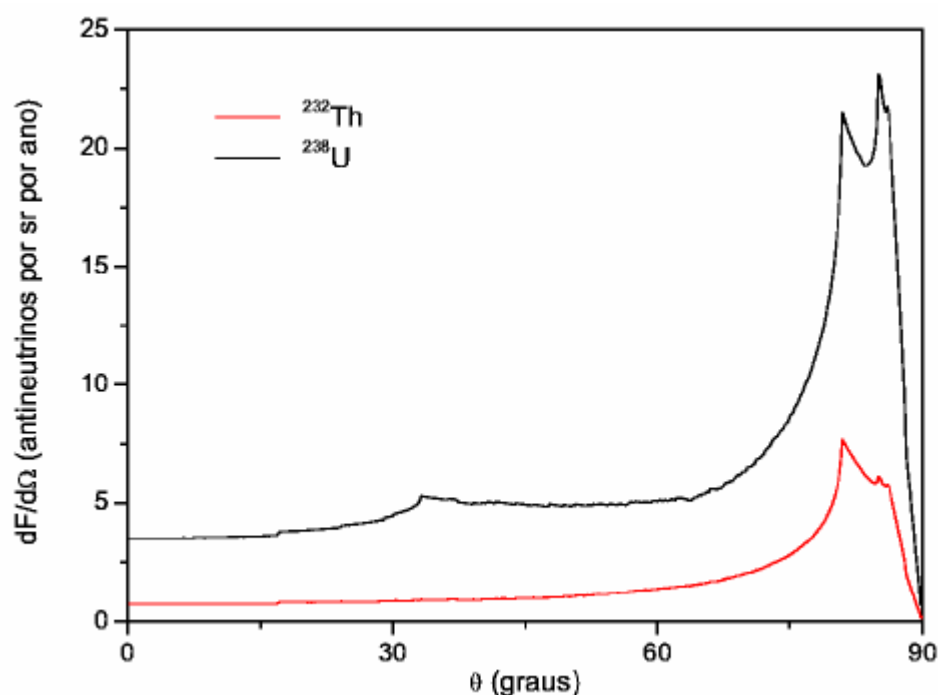


Figura 29 – Fluxo direcional de antineutrinos provenientes do decaimento do ^{238}U e ^{232}Th calculado pela equação (2.85) considerando alvo com 10^{32} prótons e detector 100% eficiente.

Resta, então, para todas as contribuições do georeator ao fluxo de antineutrinos, levar em conta a seção de choque para a detecção via decaimento β inverso num detector com 100% de eficiência e 1032 prótons. Neste caso, o canal regenerador e o decaimento de ^{235}U deixam de contribuir, já que os fluxos gerados por ambos estão abaixo do limiar para detecção. A energia máxima dos antineutrinos produzidos no decaimento do ^{239}U e ^{239}Np são respectivamente 1,2635 MeV e 0,7218 MeV. As contribuições por fissão de ^{235}U , fissão de ^{238}U são apresentadas nas figuras 30 e 31 considerando oscilação entre três sabores e sem oscilação, para que fique de fácil visualização o efeito da oscilação no fluxo. Na

figura 32, o fluxo de antineutrinos medido do decaimento de ^{238}U também é apresentado.

Sob essas condições, aproximadamente 37 antineutrinos produzidos por fissão de ^{235}U e de ^{238}U no georeator seriam detectados por ano não levando em conta oscilação. E se a oscilação entre sabores é admitida com os parâmetros de oscilação aqui considerados, 19 antineutrinos seriam medidos. O número de antineutrinos detectados é reduzido se a oscilação é introduzida. Ainda assim, lembrando que antineutrinos de georeatores estão subentendidos em um ângulo muito pequeno, esse é um número bastante significativo se comparado ao número de geoneutrinos produzidos no decaimento para ângulo menor que 30° . A contribuição do decaimento do ^{238}U no núcleo é de cerca de 0,37 antineutrinos por ano e pode ser desprezada.

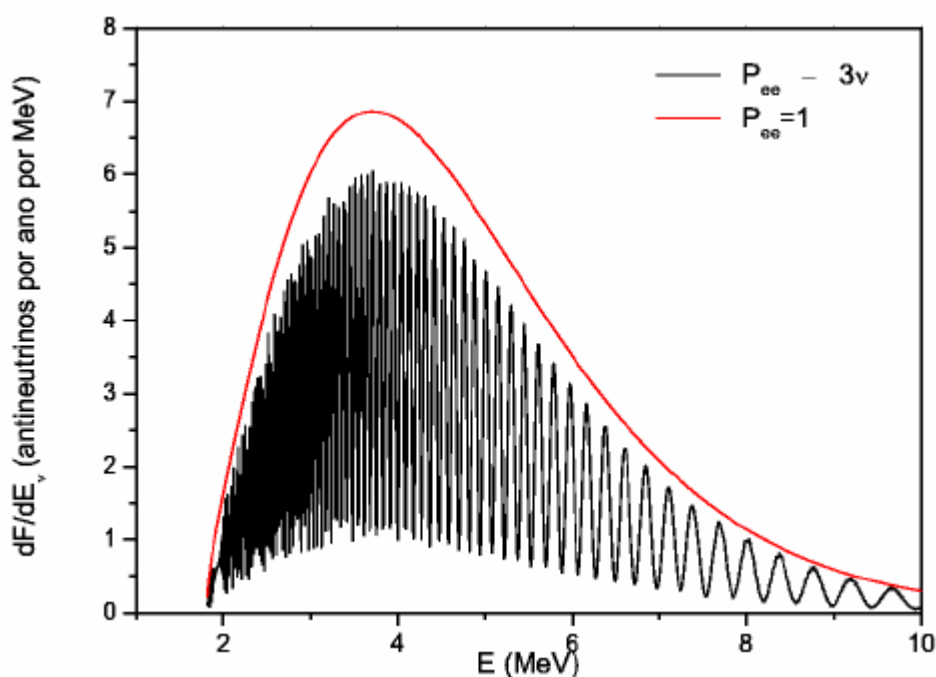


Figura 30 – Fluxo produzido pela fissão de ^{235}U para detector com 10^{32} prótons e 100% de eficiência.

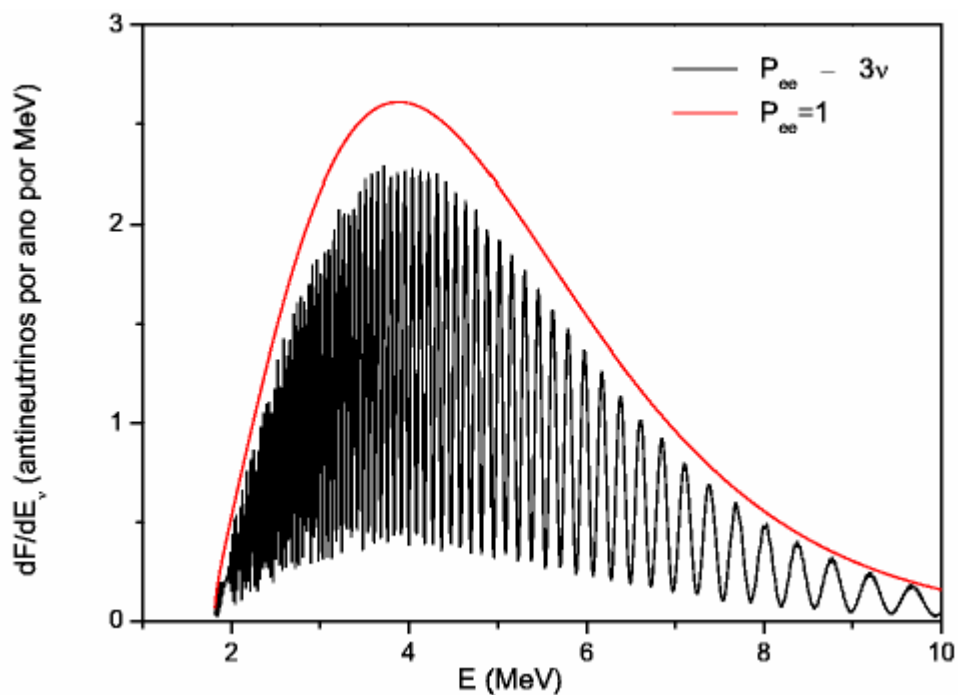


Figura 31 – Fluxo de antineutrinos produzidos pela fissão de ^{238}U do georeator de 3 TW para detector com 10^{32} prótons e 100% de eficiência.

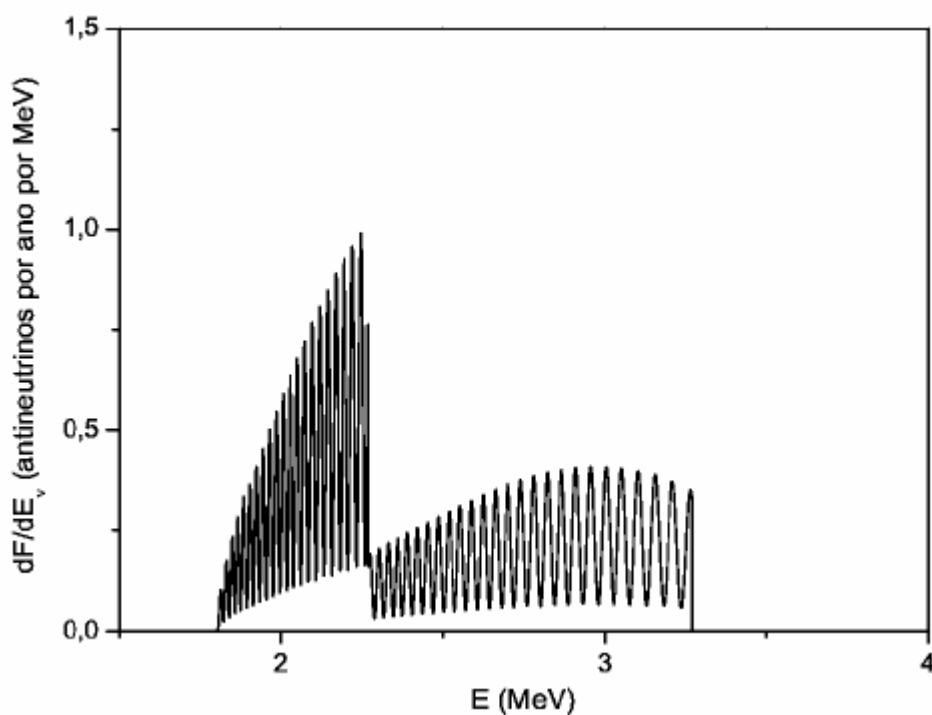


Figura 32 – Fluxo de antineutrinos produzidos pelo decaimento de ^{238}U do georeator de 3TW para detector com 10^{32} prótons e 100% de eficiência.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho, analisa-se a importância de considerar a oscilação entre três sabores de neutrinos e a influência da matéria na oscilação. A extensão do método utilizado por Lisi e Montanino [19] é apresentada e sua coerência discutida na seção 2. A utilidade do tratamento do operador de evolução dos neutrinos como uma produtória de operadores infinitesimais se dá pela viabilidade de utilizá-lo para qualquer configuração de matéria, não havendo necessidade, também, de se preocupar com a validade de uma eventual aproximação da oscilação em três sabores de neutrinos para dois sabores.

Este procedimento, então, é adotado no estudo de aplicação de neutrinos em Geofísica, assunto tratado na seção 3. Primeiramente, com base no trabalho de Ohlsson e Winter [12], a possibilidade de detecção de pequenas cavidades no interior da Terra através de geotomografia é estudada, no entanto, sem se preocupar com a reconstrução do perfil da densidade eletrônica. Fica claro que numa região de energia mais baixa do que a trabalhada em [12], a influência da cavidade é maior, chegando a gerar uma variação de 3% no fluxo de neutrinos eletrônicos para cavidade de 200 km preenchida com água. Mais do que isso, essa análise permite verificar que o fluxo é mais sensível a mudanças no perfil da densidade eletrônica se a faixa de energia trabalhada está próxima de uma ressonância e se a trajetória do neutrino é da ordem do comprimento de oscilação. Em [12], o objetivo é verificar a possibilidade de detectar poços de petróleo, sendo assim, uma situação mais próxima do que seja um poço de petróleo é analisada em seguida aqui. Infelizmente, geotomografia não se mostra uma ferramenta eficiente para a detecção de poços de petróleo, já que a extensão dos mesmos (em torno de 60 km) é menor do que na simulação anterior e o contraste entre a densidade eletrônica da Terra e do poço é pequeno para tratamento com neutrinos. Ainda assim, a discussão apresentada pode se apresentar útil para geotomografia de cavidades maiores e com contraste elevado, como do núcleo da Terra, por exemplo.

Posteriormente, medidas de geoneutrinos são discutidas. Os pontos importantes nessa análise são a inserção da oscilação em três famílias no cálculo do fluxo de geoneutrinos, a inclusão do decaimento de urânio e do canal regenerador como fontes do georeator para o fluxo de antineutrinos, e a verificação da mudança

que modelos alternativos, como presença de ^{40}K no núcleo e existência de georeator, geram nas medidas de geoneutrinos. Com relação ao primeiro ponto, o que se verifica é que utilizar a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônica em três famílias à densidade eletrônica variável ocasiona uma diminuição de 10% no fluxo de geoneutrinos se comparado com aquele calculado utilizando a média da probabilidade de sobrevivência no contexto de dois sabores. Como a energia de geoneutrinos é muito baixa, a influência da matéria na oscilação é muito pequena. A diferença gerada pela análise em três famílias ocorre para $\phi=13^\circ$, e torna-se praticamente nula para $\phi=0^\circ$. O problema é que a aproximação válida para a probabilidade de sobrevivência, neste caso, é $P_{ee}^{3\nu} \approx \sin^4 \phi + \cos^4 \phi P_{ee}^{2\nu}$, onde $P_{ee}^{2\nu}$ é dado pela equação (2.18). A média deve ser tomada sobre essa aproximação e não sobre $P_{ee}^{2\nu}$ apenas, como feito em boa parte da literatura [9, 13, 33]. Tal consideração leva a um fluxo bem próximo àquele calculado com análise em três famílias. A mudança no fluxo de geoneutrinos provocada pela inserção de ^{40}K no núcleo é bastante evidente. No entanto, a detecção desses antineutrinos não é possível via decaimento β inverso, pois está abaixo do limiar da reação. Outra forma de medir esse fluxo seria por espalhamento com elétrons. Mas, neste caso, o detector não é capaz de diferenciar neutrinos de antineutrinos e a contribuição de neutrinos solares acabaria se sobrepondo à contribuição de geoneutrinos. Portanto, a detecção de geoneutrinos para energia inferior ao limiar do decaimento β inverso é, ainda, uma questão em aberto e a presença de ^{40}K no núcleo não pode ser verificada através de medidas de geoneutrinos por enquanto.

Para a hipótese de um georeator no centro da Terra, Herndon desloca parte do urânio do manto inferior para o centro da Terra. A alteração que tal procedimento provoca no fluxo de geoneutrinos produzidos pelo decaimento de urânio do manto e da crosta terrestre é desprezível devido a pouca contribuição do urânio no manto inferior ao fluxo de geoneutrinos. Já o decaimento de urânio que está presente no subnúcleo do modelo de Herndon e o canal regenerador produzem uma quantidade significativa de antineutrinos. Ambas as fontes contribuem com um fluxo da mesma ordem de grandeza daquele produzido pela fissão no georeator. Mas se comparado ao fluxo de antineutrinos produzidos pelo decaimento de radioisótopos distribuídos no manto e crosta, a contribuição do georeator como um

todo parece ser, a princípio, não muito relevante. Entretanto, dois pontos referentes ao fluxo de antineutrinos do georeator devem ser destacados.

O primeiro é que todos os antineutrinos produzidos pelo georeator chegam a um eventual detector em um intervalo de ângulo sólido muito pequeno e com ângulo de incidência θ muito próximo de zero. Os geoneutrinos produzidos no manto e crosta se distribuem ao longo de todo o intervalo de θ , havendo uma concentração maior para θ próximo a 90° , o que indica a forte contribuição das fontes próximas ao detector a esse fluxo. Sendo assim, para um detector que fosse capaz de indicar a direção de incidência dos geoneutrinos, mesmo que com pouca precisão, a contribuição de antineutrinos do georeator poderia ser diferenciada do restante das contribuições.

O segundo ponto se refere à energia dos antineutrinos produzidos por fissão e por decaimento. Geoneutrinos frutos de decaimento têm a maior concentração em energia baixa, região que é eliminada quando a seção de choque para detecção é introduzida. Além disso, o espectro de antineutrinos gerados por fissão se estende até uma faixa de energia um pouco mais alta do que o obtido para decaimento. Sendo assim, ao introduzir a seção de choque para a detecção de geoneutrinos via decaimento P inverso, o fluxo produzido por fissão no georeator ganha uma maior relevância. Portanto, a medida de geoneutrinos pode sim, servir como um indicativo da presença de um georeator no centro da Terra, tanto pelo espectro de energia que se torna mais amplo quanto pela direção de incidência desse fluxo.

REFERÊNCIAS

1. V. GRIBOV, B. PONTECORVO. *Physics Letters B*. 1969, Vol. 28, 493.
2. J. N. BAHCALL, P. I. KRASSTEV, A. YU. SMIRNOV. Where do we stand with solar neutrino oscillations? *Physical Review D*. 1998, Vol. 58, 0906016.
3. FUKUDA, Y. et al. *Physical Review Letters*. 1998, Vol. 81, 1562.
4. APOLLONIO, M. et al. Limits on Neutrino Oscillations from the Chooz Experiment. *Physics Letters B*. 1999, Vol. 466, pp. 415-430.
5. WOLFENSTEIN, L. Neutrino Oscillation in Matter. *Physical Review D*. 1978, Vol. 17, 9, pp. 2369-2374.
6. BARGER, V., et al. Matter Effects on Three-neutrino Oscillations. *Physical Review D*. 1980, Vol. 22, 11, pp. 2718-2726.
7. KRAUSS, L. M., GLASHOW, S. L. e SCHRAMM, D. N. Antineutrino Astronomy and Geophysics. *Nature*. 1984, Vol. 310, p. 191.
8. L. V. VOLKOVA, G. T. ZATSEPIN. Problem of a Neutrino Passing Through the Earth. *Bull. Phys. Ser.* 1974, Vol. 38, 151.
9. FIORENTINI, G., LISSIA, M. e MANTOVANI, F. Geo-neutrinos and Earth's Interior. *Physics Reports*. 2007, Vol. 453, p. 117.
10. MURTHY, V. R. Radioactivity of the Earth and the Case for Potassium in the Earth's Core. *Earth, Moon, and Planets*. 2006, Vol. 99, pp. 23-32.
11. HOLLENBACH, D. F. e HERNDON, J. M. Deep-Earth reactor: Nuclear Fission, Helium, and the Geomagnetic Field. *PNAS*. 2001, Vol. 98, 20, pp. 11085-11090.
12. OHLSSON, T. e WINTER, W. Could one find petroleum using neutrino oscillations in matter? *Europhysics Letters*. 2002, Vol. 60, pp. 34-39.

13. FIELDS, B. D. e HOCHMUTH, K. A. Imaging the Earth's Interior: the Angular Distribution of Terrestrial Neutrinos. *Earth, Moon and Planets*. 2006, Vol. 99, p. 155.
14. KUO, T. K. e PANTALEONE, J. Neutrino Oscillations in Matter. *Reviews of Modern Physics*. 1989, Vol. 61, 4, p. 937.
15. FUJIVARA, I. *Prog. Theor. Phys.* 1952, Vol. 7, 433.
16. FEYNMAN, R. P. *Phys. Rep.* 1951, Vol. 84, 108.
17. S. P. MIKHEYEV, A. Yu Smirnov. *Sov. J. Nucl. Phys.* 1985, Vol. 42, 1913.
18. BLENNOW, M. e OHLSSON, T. Exact series solution to the two flavor neutrino oscillation problem in matter. *Journal of Mathematical Physics*. 2004, Vol. 45, 11, p. 4053.
19. LISI, E. e MONTANINO, D. Earth regeneration effect in solar neutrino oscillations: An analytic approach. *Physical Review D*. 1997, Vol. 56, 3.
20. J. BELLANDI, M. M. GUZZO, V. M. Aquino. On Resonances and Mixing Angles in Three Neutrino Oscillations in Matter. *Brazilian Journal of Physics*. 1997, Vol. 27, 3.
21. BERNABÉU, J., PALOMARES-Ruiz, S. e PETCOV, S. T. Atmospheric neutrino oscillations, θ_{13} and neutrinos mass hierarchy. *Nuclear Physics B*. 2003, Vol. 669, p. 255.
22. FOGLI, G. L., LISI, E. e MONTANINO, D. Matter-enhanced three-flavor oscillations and the solar neutrino problem. *Physics Review D*. 1996, Vol. 54, 3, p. 2048.
23. V. M. AQUINO, J. S. S. OLIVEIRA. Approximate solutions to the neutrino oscillation problem in matter. *Physica Scripta*. 2008, Vol. 77, p. 045101.
24. MURTHY, V. R., WESTRENEN, W. e FEL, Y. Experimental Evidence that Potassium is a Substantial Radioactive Heat Source in Planetary Cores. *Letters to Nature*. 2003, Vol. 423, pp. 163-165.

25. HERNDON, J. M. The nickel silicide inner core of the Earth. *Proc. R. Soc. Lond. A.* 1979, Vol. 368.
26. ARAKI, T. et. al. Experimental Investigation of Geologically Produced Antineutrinos with KamLAND. *Nature.* 2005, Vol. 499, pp. 499-503.
27. VOLKOVA, L. V. e ZATSEPIN, G. T. Problem of a neutrino passing through the earth. *Acad. Sci. U.S.S.R., Bull. Phys. Ser.* 1974, Vol. 38, p. 51.
28. NICOLAIDS, A. Neutrino for Geophysics. *Physics Letters B.* 1988, Vol. 200.
29. MIDDLEMOST, E. A. K. *Magmas and Magmatic Rocks: an introduction to igneous petrology.* New York : John Wiley and Sons Inc., 1985.
30. MALTONI, M., et al. *arXiv:hep-ph/0405172v6.*
31. VASQUEZ, G. F. *Comportamento Viscoelástico do Arenito Namorado e suas Relações com Atributos Faciológicos.* Campinas : Tese - Unicamp, 2000.
32. DZIEWONSKI, A. M. e ANDERSON, D. L. Preliminary Reference Earth Model. *Physics Earth Planetary Interiors.* 1981, Vol. 25, p. 297.
33. MANTOVANI, F., et al. Antineutrinos from Earth: A reference model and its uncertainties. *Physical Review D.* 2004, Vol. 69.
34. FIORENTINI, G., et al. Geo-neutrinos, Mantle Circulation and Silicate Earth. *JHEP.*
35. FIORENTINI, G., MANTOVANI, F. e RICCI, B. Neutrinos and Energetics of the Earth. *Physics Letters B.* 2003, Vol. 557, pp. 139-146.
36. HERNDON, J. M. Nuclear Georeactor Origin of Oceanic Basalt $^3\text{He}/^4\text{He}$, Evidence, and Implications. *PNAS.* 2003, Vol. 100, 6, pp. 3047-3050.
37. HERNDON, J. M. Substructure of the Inner Core of the Earth. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* 1996, Vol. 93, pp. 646-648.

38. HERNDON, J. M. e EDGERLEY, D. A. Background for Terrestrial Antineutrino Investigations: Radionuclide Distribution, Georeactor Fission Events, and Boundary Conditions on Fission Power Production. *Communication*. 2005.
39. RAGHAVAN, R. S. Detecting a Nuclear Fission Reactor at the Center of the Earth. *arXiv:hep-ex/0208038*. 2002.
40. PETROV, Y. V. The Oklo Natural Nuclear Reactor. *Sov. Phys. Usp.* 1977, Vol. 20, pp. 937-944.
41. DOMOGATSKI, G., et al. Neutrino Geophysics at Baskan I: Possible Detection of Georeactor Antineutrinos. *arXiv:hep-ph/0401221*. 2006.
42. SCHUILING, R. D. Is There a Nuclear Reactor at the Center of the Earth? *Earth, Moon and Planets*. 2006, Vol. 99, pp. 33-49.
43. World Nuclear Association. [Online] <http://www.woHd-nuclear.org/education/graphics/crosssection.gif>.
44. LASSERRE, T. e SOBEL, H. W. Reactor Neutrinos. *C. R. Physique*. 2005, Vol. 6.
45. FOGLI, G. L., et al. KamLAND Neutrino Spectra in Energy and Time: Indications for Reactor Power Variations and Constraints on the Georeactor. *Physics Letters B*. 2005, Vol. 623, pp. 80-92.