



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

MARIA FERNANDA MACEIRA MAURICIO

**OS JOGOS REVERSI E TRAVERSE E SUAS IMPLICAÇÕES
PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NA
PERSPECTIVA DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA**

Londrina
2021



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

CENTRO DE EDUCAÇÃO, COMUNICAÇÃO E ARTES
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO



Londrina
2021

MARIA FERNANDA MACEIRA MAURICIO

**OS JOGOS REVERSI E TRAVERSE E SUAS IMPLICAÇÕES
PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NA
PERSPECTIVA DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Londrina - UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Francismara Neves de Oliveira.

Londrina
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

M455j Mauricio, Maria Fernanda Maceira.
Os jogos reversi e traverse e suas implicações pedagógicas para o ensino da matemática na perspectiva da epistemologia genética / Maria Fernanda Maceira Mauricio. - Londrina, 2021.
144 f. : il.

Orientador: Francismara Neves de Oliveira.
Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Educação Comunicação e Artes, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2021.
Inclui bibliografia.

1. Epistemologia genética - Tese. 2. Educação matemática - Tese. 3. Noção espacial - Tese. 4. Jogo - Tese. I. Oliveira, Francismara Neves de . II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Educação Comunicação e Artes. Programa de Pós-Graduação em Educação. III. Título.

CDU 37

MARIA FERNANDA MACEIRA MAURICIO

**OS JOGOS REVERSI E TRAVERSE E SUAS IMPLICAÇÕES
PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NA
PERSPECTIVA DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Londrina - UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Francismara Neves de
Oliveira
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof.^a Dr.^a Amanda de Mattos Pereira Mano
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul –
UFMS

Prof.^a Dr.^a Cassiana Magalhães
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Londrina, 11 de junho de 2021.

Dedico este trabalho a minha família.

AGRADECIMENTOS

Na conclusão deste trabalho, quero registrar minha gratidão e meu carinho a todos que estiveram comigo ao longo do caminho e que, direta ou indiretamente, participaram significativamente desta conquista.

Agradeço a Deus pelo dom da vida, pela força e iluminação em todos os momentos, por permitir vivenciar tantas experiências e fazer descobertas tão importantes para a vida.

A minha família, meus queridos pais Rubercil e Ana Maria, obrigada pelas palavras de incentivo, amor e carinho incondicional. Amo vocês. Ao meu amor Nathan por estar sempre pronto a ajudar e a me compreender. Aos meus irmãos Fabrício e Henrique, meus sobrinhos, cunhadas, avós. Viver ao lado de vocês me proporciona a maior alegria que alguém poderia ter.

A minha orientadora Francismara Neves de Oliveira, pela amizade, carinho, zelo e compromisso comigo e com esta pesquisa. Pelo exemplo de professora e pesquisadora. Suas palavras sempre foram para mim “injeção de ânimo” e confiança para prosseguir.

Às professoras Amanda de Mattos Pereira Mano e Cassiana Magalhães, por gentilmente terem aceitado o convite para participarem desta banca e pelas contribuições que realizaram nessa trajetória.

Agradeço também aos meus colegas do grupo de pesquisa, pelos momentos de aprendizagem, discussões e conhecimentos compartilhados nesse período. Aos professores de todo percurso escolar, por tantas oportunidades de aprendizado.

Aos meus amigos e amigas que estiveram ao meu lado durante essa fase, pelo incentivo e apoio.

A todos, muito obrigada!

Gosto de ser gente, porque, inacabado, sei que sou um ser condicionado, mas, consciente do inacabamento, sei que posso ir mais além dele. Esta é a diferença profunda entre o ser condicionado e o ser determinado. A diferença entre o inacabado que não se sabe como tal e o inacabado que histórica e socialmente alcançou a possibilidade de saber-se inacabado. Gosto de ser gente porque, como tal, percebo afinal que a construção de minha presença no mundo, que não se faz no isolamento, isenta a influência das forças sociais, que não se compreende fora da tensão entre o que herdo geneticamente e o que herdo social, cultural e historicamente, tem muito a ver comigo mesmo.

Paulo Freire (2004, p. 52-53).

MAURICIO, Maria Fernanda Maceira. **Os jogos Reversi e Traverse e suas implicações pedagógicas para o ensino da matemática na perspectiva da Epistemologia Genética**. 2021. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

RESUMO

O texto apresentado está ancorado no aporte teórico da Epistemologia Genética que em linhas gerais se define como abordagem na qual concentram-se estudos que versam acerca de como se dá o desenvolvimento da inteligência humana, das noções cognitivas, afetivas e sociais e dos mecanismos cognitivos envolvidos no aprender. Dela deriva-se implicações pedagógicas relevantes ao contexto escolar e no específico desse estudo, ao ensino da matemática na escola. O estudo realizado vincula-se ao Grupo de Pesquisa: “Processos de Escolarização no Cotidiano Escolar”, que, a partir do referencial piagetiano, discute a construção de mecanismos cognitivos e suas relações com a afetividade e as interações sociais, derivando práticas pedagógicas favorecedoras da construção do conhecimento na escola. No que tange ao específico deste estudo, a centralidade das discussões esteve na construção das noções espaciais pela criança, do espaço topológico, projetivo e euclidiano e as relações de interdependência dessas construções. No contexto escolar, tais noções estão vinculadas às aprendizagens matemáticas e, ainda mais propriamente, aos conteúdos da Geometria. Na Epistemologia Genética, compreende-se que a elaboração dessas noções, embora presentes nos conteúdos da Matemática, podem afetar a construção do conhecimento em sua totalidade. Essa compreensão nos levou a refletir acerca dos jogos “Reversi” e “Traverse” como recurso para desencadear tais construções. Posto isto, elaborou-se como problema de pesquisa: Como os jogos “Reversi” e “Traverse” podem ser empregados na proposição de sequência didática construtivista visando a construção de noções espaciais, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com a epistemologia genética? Nesse contexto objetivou-se: analisar o processo de construção das noções espaciais e relações de interdependência e propor uma sequência didática construtivista com uso dos jogos “Reversi” e “Traverse” para o ensino de Matemática de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apoiada na Epistemologia Genética. Para responder ao objetivo, orientada pelo método clínico-crítico, a pesquisa definiu-se qualitativa, na modalidade de estudo exploratório. Os instrumentos utilizados foram os jogos “Reversi” e “Traverse”. Foram elaborados 5 protocolos para a sequência didática construtivista. Consideramos que no processo de planejamento e de utilização de um jogo como recurso didático no ensino da Matemática, o professor precisa mobilizar conhecimentos matemáticos de modo a desenvolver situações didáticas desafiadoras para os processos de ensino e de aprendizagem. A pesquisa traz em seus resultados o papel fundamental do professor, como responsável por criar ou não possibilidades e desafios geradores de aprendizagens, apontando a Epistemologia Genética como teoria que pode fundamentar as práticas educativas.

Palavras-chave: epistemologia genética; educação matemática; noção espacial; jogo.

MAURICIO, Maria Fernanda Maceira. **The Reversi and Traverse games and their pedagogical implications for teaching mathematics from the perspective of Genetic Epistemology**. 2021.138 p. Dissertation (Master's degree in Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

ABSTRACT

The text presented is anchored in the theoretical contribution of genetic epistemology which, in general terms, is defined as an approach in which studies that deal with the development of human intelligence, cognitive, affective and social notions and the cognitive mechanisms involved are concentrated. Not learn. From it derive pedagogical implications relevant to the school context and, specifically in this study, to the teaching of mathematics at school. The study carried out is linked to the research group: "processes of schooling in everyday school", which, based on the piagetian framework, discusses the construction of cognitive mechanisms and their relationships with affectivity and social interactions, deriving pedagogical practices that favor construction of knowledge at school. With regard to the specifics of this study, the centrality of the discussions was in the construction of spatial notions by the child, of the topological, projective and euclidean space and the interdependent relationships of these constructions. In the school context, such notions are linked to mathematical learning and, even more properly, to the contents of geometry. In genetic epistemology, it is understood that the elaboration of these notions, although present in the contents of mathematics, can affect the construction of knowledge in its entirety. This understanding led us to reflect on the games "reversi" and "traverse" as a resource to trigger such constructions. That said, it was elaborated as a research problem: how the games "reversi" and "traverse" can be used in the proposition of a constructivist didactic sequence aiming at the construction of spatial notions, in the early years of elementary school, according to genetic epistemology? In this context, the objective was: to analyze the process of construction of spatial notions and interdependence relationships and to propose a constructivist didactic sequence using the games "reversi" and "traverse" for the teaching of mathematics to students from the early years of elementary school, supported in genetic epistemology. To meet the objective, guided by the clinical-critical method, the research was defined as qualitative, in the form of an exploratory study. The instruments used were the "reversi" and "traverse" games. Five protocols were developed for the constructivist didactic sequence. We consider that in the process of planning and using a game as a didactic resource in the teaching of mathematics, the teacher needs to mobilize mathematical knowledge in order to develop challenging didactic situations for the teaching and learning processes. The research brings in its results the fundamental role of the teacher, as responsible for creating or not possibilities and challenges that generate learning, pointing to genetic epistemology as a theory that can support educational practices.

Key words: genetic epistemology; mathematical education; spatial notion; game.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tabuleiro tradicional “Reversi”	77
Figura 2 – Tabuleiro e peças do jogo “Reversi”	78
Figura 3 – Tabuleiro tradicional “Traverse”.	79
Figura 4 – Tabuleiro e peças do “Traverse”	80
Figura 5 – Movimentos das peças no jogo “Traverse”	80
Figura 6 – Passes curtos.....	81
Figura 7 – Passes longos.....	81
Figura 8 – Série de pulos.	82
Figura 9 – Tabuleiro Humano “Reversi”	88
Figura 10 – Problema 1 “Reversi”	89
Figura 11 – Problema 2 “Reversi”	90
Figura 12 – Problema 3 “Reversi”	92
Figura 13 – Problema 4 “Reversi”	93
Figura 14 – Problema 5 “Reversi”	95
Figura 15 – Problema 6 “Reversi”	95
Figura 16 – Tabuleiro Humano “Traverse”	98
Figura 17 – Problema 1 “Traverse”	100
Figura 18 – Problema 2 “Traverse”.	101
Figura 19 – Problema 3 “Traverse”.	102
Figura 20 – Problema 4 “Traverse”.	104
Figura 21 – Problema 5 “Traverse”	105
Figura 22 – Problema 6 “Traverse”	106
Figura 23 – Problema 7 “Traverse”	108
Figura 24 – Problema 8 “Traverse”	110

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Protocolo de registro 1	93
Quadro 2 – Protocolo de registro 2	94
Quadro 3 – Protocolo de registro 3	96
Quadro 4 – Protocolo de registro 4	101
Quadro 5 – Protocolo de registro 5	103
Quadro 6 – Protocolo de registro 6	104
Quadro 7 – Protocolo de registro 7	106
Quadro 8 – Protocolo de registro 8.	107
Quadro 9 – Protocolo de registro 9	108
Quadro 10 – Pesquisas sobre jogos de regras na teoria de Piaget	131
Quadro 11 – Volumes e número do <i>Bolema</i>	133
Quadro 12 – Volumes e número do <i>Zetetiké</i>	134
Quadro 13 – Volumes e número da Revista Eletrônica de Educação Matemática	134
Quadro 14 – Ensino da Matemática e Concepção Docente	135
Quadro 15 – Jogos e o Ensino dos Números	136
Quadro 16 – Jogos e o Ensino da Álgebra	137
Quadro 17 – Jogos e o Ensino da Probabilidade e Estatística	138
Quadro 18 – Jogos e o Ensino da Geometria	138

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTB	Base de Dados de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC	Ministério da Educação
MMM	Movimento da Matemática Moderna
OBEMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNAIC	Plano Nacional de Alfabetização na Idade Certa
UEL	Universidade Estadual de Londrina

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	PARA ALÉM DA CONTAGEM: A SISTEMATIZAÇÃO DA MATEMÁTICA	21
2.1	PANORAMA DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	34
2.1.1	Categoria 1. Ensino da Matemática e Concepção Docente	36
2.1.2	Categoria 2. Jogos e o Ensino dos Números	40
2.1.3	Categoria 3. Jogos e o Ensino da Álgebra	45
2.1.4	Categoria 4. Jogos e o Ensino da Probabilidade e Estatística	47
2.1.5	Categoria 5. Jogos e o Ensino da Geometria	48
3	FUNCIONAMENTO COGNITIVO E OS MECANISMOS DA EVOLUÇÃO DO PENSAMENTO	49
3.1	O PENSAMENTO DIALÉTICO OU AS CONSTRUÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIAS	53
3.2	CARACTERÍSTICAS E EVOLUÇÃO DOS JOGOS NA TEORIA	59
3.3	A CONSTRUÇÃO DO ESPAÇO GEOMÉTRICO NA PERSPECTIVA PIAGETIANA	65
4	DELINEAMENTO DA PESQUISA	72
4.1	FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA	72
4.2	PROBLEMA	73
4.3	OBJETIVOS	73
4.3.1	Objetivo Geral	73
4.3.2	Objetivos Específicos	73
4.4	MÉTODO CLÍNICO CRÍTICO	74
4.5	UMA POSSÍVEL DEFINIÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA CONSTRUTIVISTA	75
4.6	INSTRUMENTOS	76
4.6.1	O Jogo “Reversi”	76
4.6.2	As Regras	77
4.6.3	O Jogo “Traverse”	78
4.6.4	As Regras	79
4.7	DISCUSSÃO	82

5	PROPOSIÇÕES DIDÁTICAS COM OS JOGOS “REVERSI” E “TRAVERSE”	84
5.1	PROPOSIÇÃO 1 - JOGANDO “REVERSI HUMANO”	87
5.2	PROPOSIÇÃO 2 - JOGANDO “REVERSI”	91
5.3	PROPOSIÇÃO 3 – JOGANDO “TRAVERSE HUMANO”	96
5.4	PROPOSIÇÃO 4 – JOGANDO “TRAVERSE”	99
5.5	PROPOSIÇÃO JOGANDO “TRAVERSE HUMANO”	109
5.6	CENTRALIDADE DA COMPREENSÃO NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA CONSTRUTIVISTA	111
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
	REFERÊNCIAS	120
	APÊNDICES	130
	APÊNDICE A - Pesquisas sobre jogos de regras na teoria de Piaget	131
	APÊNDICE B - Revistas, volumes e números consultados	133
	APÊNDICE C - Síntese das pesquisas em Educação Matemática	135

1 INTRODUÇÃO

Tratar do desenvolvimento humano e, em especial, do processo de construção do conhecimento, permite imediata identificação deste tema com os sistemas educacionais e com o contexto escolar. As instituições de ensino constituem lugar onde passamos boa parte da infância e adolescência, um espaço de interação, onde se aprende e se faz importantes descobertas.

Como pedagoga, tenho interesse pelos estudos voltados à articulação entre Psicologia e Educação. Nesta relação, o processo de construção do conhecimento a partir de práticas envolvendo jogos, se tornou instigador. Durante a graduação em Pedagogia pude trabalhar ativamente em oficinas de jogos com alunos de 8 a 10 anos. Nesse período me aproximei da teoria piagetiana que permite analisar o diálogo entre o jogo e as situações de aprendizagem.

Em pesquisa anterior, TCC desenvolvido para finalização do curso de Pedagogia, (MAURICIO, 2018), e no artigo publicado em parceria com membros do grupo de pesquisa ao qual pertenço, (MAURICIO *et al.*, 2020), explorou-se a utilização do jogo Mancala em aulas de Matemática e foram identificadas suas propriedades como instrumento desencadeador de processos cognitivos, afetivos e sociais e como recurso que favorece a apresentação de situações de ensino favoráveis à aprendizagem de conceitos matemáticos, tanto do ponto de vista cognitivo, como afetivo e social. Desse modo, aprender a jogar bem o jogo, desenvolver estratégias cada vez mais elaboradas e complexas para vencer os desafios do jogo é tão importante quanto compreender o perder e ganhar, competir, lidar com a frustração, adotar a perspectiva do outro, entre outros.

O ingresso no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Londrina (PPEdu) possibilitou a participação no grupo de pesquisa “Processos de Escolarização no cotidiano escolar”. Nele, o contato com discussões fundamentadas na teoria piagetiana, em conformidade com as contribuições das diversas áreas do conhecimento como Pedagogia, Matemática, Música, Geografia, Educação Física, entre outras, permitiram a elaboração do problema dessa pesquisa realizada. Cabe ressaltar que essa pesquisa vem integrar àquelas já desenvolvidas pelo grupo e apresenta, em sua estruturação e discussão, construções coletivas ocorridas nesse espaço formativo que é o grupo de pesquisa.

Do ponto de vista da singularidade que o estudo apresenta, o processo de construção dessa dissertação é fruto das necessidades próprias da pesquisadora e professora que sou, quanto à compreensão de como se dá a construção de conhecimento lógico-matemático e a transposição didática para o ensino da matemática cotidianamente.

Piaget (1978b; 1993; 1994; 1995) e colaboradores realizaram pesquisas para identificar como a criança se desenvolve e constrói mentalmente o conhecimento através da interação com outros sujeitos e com objetos. Para o autor, o conhecimento não está nem no sujeito, nem no objeto, mas presente na relação decorrente das interações entre ambos. Relação esta, fruto de elaboração e reorganização das estruturas de pensamento. Em suas pesquisas, os jogos foram utilizados tanto para compreender o desenvolvimento das crianças, quanto como objeto de estudo desencadeador de situações problema, que produzem conflito cognitivo e evocam construções. Para o autor, o jogo é uma das mais importantes manifestações infantis e possui grande valor educacional.

Um dos pressupostos da Epistemologia Genética, teoria que fundamenta nossa discussão, é o da continuidade nas construções estruturantes que se modificam na busca por formas de adaptação cada vez mais complexas e potentes. As invariantes funcionais de assimilação e acomodação, características dos processos mentais, colocam o sistema cognitivo em movimento e conduzem à adaptação e organização, característica do funcionamento e do desenvolvimento cognitivo.

Estar adaptado é atingir um estado relativo de equilíbrio que, quando rompido, passa a um novo estado de desequilíbrio e assim sucessiva e ininterruptamente. Sempre que uma construção ocorre e se ela permite a resolução do conflito, há um estado momentâneo de equilíbrio do sistema cognitivo que resolveu a demanda do problema ou conflito. Entretanto, não há passividade nesse sistema. Por estar em contínuas interações, a inteligência é o tempo todo convocada a ampliar-se para resolver novos desafios. O movimento do sistema é retomado e outras adaptações são necessárias para conquistar novas adaptações e, assim, sucessivamente. As ações, sejam elas físicas ou mentais, são instrumentos desse processo de adaptação por serem meios para superar os estados de desequilíbrio e promover avanço cognitivo.

A organização correspondente ao equilíbrio entre o organismo e o meio é inseparável da adaptação e tem caráter não só cognitivo, mas também afetivo e social. Cada sujeito atribui sentido ao mundo na medida em que relaciona e integra as experiências vividas à nova informação, aos conhecimentos já desenvolvidos, na direção da construção de novas totalidades (PIAGET, 1973; 1975). Esse processo auto regulador não é apenas cognitivo, mas nos mecanismos do pensamento atuam a afetividade e a realidade social. A busca de equilíbrio nas ações do sujeito sobre o meio e vice-versa se dá pelos processos de assimilação e acomodação. Dito de outro modo, o processo de autorregulação explica a ação interna do sujeito na construção do conhecimento, mas não prescinde da realidade social que fornece os conhecimentos elaborados culturalmente para serem lidos, incorporados e organizados mentalmente e da afetividade que permite que essa realidade social pertença ao sujeito, do mesmo modo que ele a ela pertence, a construindo e reconstruindo mentalmente.

Nesse sentido, para a Epistemologia Genética a inteligência não é resultante de estruturas herdadas, nem de processos de maturação. Por essa razão, a afirmação de que a teoria piagetiana seria inatista-maturacionista não se sustenta. Por outro lado, como a teoria afirma a importância da ordem afetiva e social, também recebe por vezes a definição de que seria ambientalista. Outro equívoco na compreensão das complexas relações estabelecidas por Piaget que denomina a própria teoria como interacionista. O faz justamente por compreender que o desenvolvimento e a aprendizagem ocorrem na interação entre sujeito e objeto de conhecimento, nunca a priori no sujeito, nem no meio, para ser apenas incorporado (PIAGET, 1973, 1975; MACEDO, 2000). A perspectiva piagetiana supõe um sujeito ativo, que não constrói apenas o saber, mas também os mecanismos e processos com os quais pode conhecer (OLIVEIRA, 2005).

É inserido nessa compreensão que o jogo e, não só o de regras, mas toda forma de jogo na Epistemologia Genética, é entendida como capaz de possibilitar novas formas mentais, colaborando para a evolução da inteligência. E no caso do jogo de regras, objeto dessa pesquisa, da forma de pensamento concreta para a inteligência formal. Para Piaget (1978a, p.115) “o jogo é essencialmente assimilação, ou assimilação predominando sobre a acomodação”.

No jogo simbólico, os objetos se tornam o que o sujeito quiser e essa riqueza de poder sujeitar os objetos ao pensamento, aos desejos e à imaginação, é imprescindível ao desenvolvimento infantil. Com o processo de socialização da criança, as próprias condições de convivência e interação em um mundo ordenado, regrado, despertam na criança o sentido pela regra. Tal descoberta permite que o jogo adapte cada vez mais a própria imaginação aos dados da realidade social, externa, por meio das construções que a interação possibilita constantemente. Assim, como forma de evolução da imitação e da representação, o jogo simbólico se torna cada vez mais rico permitindo ao sujeito dissociar símbolos e signos. É nesse espaço cognitivo, social e afetivo que o jogo de regras começa a ter lugar.

O jogo de regras, ao propor situações problemas, promove, para além do domínio das regras, a compreensão das propriedades do jogo, o estabelecimento de relações, a resolução de conflitos, a interação entre as perspectivas dos jogadores e as diferentes jogadas, permitindo o desenvolvimento (MACEDO; PETTY; PASSOS, 1997; 2000; 2005).

Em seu livro “As Formas Elementares da Dialética”, Piaget (1996) apresenta experimentos utilizando jogos de regras, por meio dos quais procura sintetizar sua dupla visão da dialética: como construção de formas de interdependências e como mecanismo inferencial do processo de equilíbrio que serão posteriormente explorados. O autor, ao analisar os processos dialéticos utilizando jogos de regras, prova que este recurso lúdico, ao solicitar um tipo de interação construtiva que possibilita a criação de novas formas, torna-se um meio adequado, tanto para compreender o pensamento do sujeito, como para promover o desenvolvimento do jogador.

Com a finalidade de conhecer estudos, que apoiados na teoria piagetiana tenham utilizado jogo para declinar aqueles estudos que tenham discutido mais especificamente as relações dialéticas na construção espaço-temporal, recorreu-se à Base de Dados de Teses e Dissertações (BDTD). Elegeu-se como temporalidade as publicações ocorridas no período entre 2010 e 2020. Nessa revisão sistemática foram selecionados 17 estudos que analisam o jogo a partir da teoria piagetiana (APÊNDICE A). Estas pesquisas discutem diferentes jogos, tais como Xadrez, Sudoku, Set, Rummikub, Quarto, entre outros, considerando-os como

possibilidades construtivas que engendram desafios cognitivos, afetivos e sociais e suscitam interações necessárias para que haja construção do conhecimento.

Nessas pesquisas, os autores evidenciam que com base nas experiências decorrentes do jogo os sujeitos têm possibilidade de generalizar suas experiências em outros contextos, tomar consciência das suas ações, refletir sobre mudanças de estratégias e buscar soluções para melhorar seu desempenho. Em síntese, depreende-se destes estudos a importância do jogo como um recurso para conhecer as condutas afetivas e cognitivas dos alunos e desencadear processos de intervenção. Corroborando com os autores citados, enfatizamos que jogo de regras, realizado em um contexto que gera desafios e propõe situações-problema, obriga o sujeito a transpor obstáculos, mobiliza seu sistema cognitivo e abre espaços para novas aprendizagens.

No que corresponde à disciplina de Matemática, com a qual o jogo foi relacionado no presente estudo, o currículo para o Ensino Fundamental, a partir do século XX, foi reestruturado sob a influência da Matemática Moderna. Nessa perspectiva, os conhecimentos algébricos, aritméticos e geométricos são tomados como fundamentais na construção do conhecimento matemático do sujeito. Considera-se que permitem realizar relações, compreender o significado das operações e desenvolver as capacidades de abstração e representação do espaço.

Essa constatação nos instigou conhecer como se organiza a compreensão da Matemática e a concepção de conhecimento matemático no documento que norteia a elaboração dos currículos escolares. Além disso, nos fez refletir sobre a ordem de apresentação dos conteúdos geométricos na escola. Corroborando com a teoria adotada, acreditamos que o ensino da geometria deveria ser iniciado pelas relações topológicas, seguidas das projetivas e euclidianas (PIAGET, 1993; OLIVEIRA, 2005). Outro indicativo é que o ensino da Geometria deveria iniciar na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, contrariando as propostas curriculares que normalmente apresentam esses conteúdos apenas a partir da segunda fase do Ensino Fundamental e no Ensino Médio (DEBASTIANI NETO 2012; PEREIRA-PERES, 2017).

Para discussão do tema eleito, a construção espaço-temporal, os experimentos realizados por Piaget e Inhelder (1993) são importantes para revelar os mecanismos do pensamento e permitir que se declinem deles implicações ao

processo de ensino e aprendizagem do espaço. Assim, as noções espaciais e os conceitos de vizinhança, ordem, envolvimento, continuidade, descentração, lateralidade revelam-se importantes e pertinentes ao que é trabalhado na Educação Básica. Esta relação estabelece uma conexão entre Geografia e Matemática, pois para ambas, a noção de espaço é rara e apresenta-se nos jogos, especialmente os de tabuleiro. Procuramos com este trabalho demonstrar que esta aproximação é possível e que deve ser vista de forma articulada nos currículos escolares, dada a sua importância para a construção das relações espaciais.

Posto isto que apresenta um panorama conceitual do qual lançamos mão para articular construções cognitivas, ensino de Matemática, jogo de regras e noções espaço-temporais, elegeu-se como problema de pesquisa a seguinte questão: Como os jogos “Reversi” e “Traverse” podem ser empregados na proposição de sequência didática construtivista, visando a construção de noções espaciais, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de acordo com a Epistemologia Genética?

A partir da problemática foram elaborados um objetivo geral e três objetivos específicos. Como objetivo geral: analisar o processo de construção das noções espaciais e relações de interdependência e propor uma sequência didática construtivista com uso dos jogos “Reversi” e “Traverse”, para o ensino de Matemática de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apoiada na Epistemologia Genética. Como objetivos específicos, definiu-se: 1) Estudar o documento oficial da BNCC (BRASIL, 2017) e reconhecer os conteúdos matemáticos relativos à noção de espaço, indicados para as Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 2) Investigar a construção da noção espacial e das relações interdependentes presentes nas obras piagetianas que tratam da construção do espaço. 3) Identificar, na estrutura dos jogos “Reversi” e “Traverse” elementos da noção espacial e relacioná-los aos conceitos da Epistemologia Genética. 4) Propor uma sequência didática construtivista com uso dos jogos para favorecer a construção das noções espaciais no ensino de Matemática.

A temática tem relevância acadêmico-científica, na medida em que discute um instrumento (jogo) que é presente na prática pedagógica docente, à luz de um aporte teórico e oferece indicadores do uso em contexto escolar ampliado, ou seja, para diferentes anos do processo de escolarização. Como instrumento em pesquisas científicas, o uso do jogo tem se mostrado pertinente tanto aos processos diagnósticos do pensamento quanto ao estudo das práticas interventivas para o desenvolvimento

de noções e mecanismos (CARVALHO, 2013; OLIVEIRA, 2005; CAMARGO, 2019; MAURICIO *et al.*, 2020).

Do ponto de vista social, compreende-se o jogo como elemento de discurso, de comunicação, enfim, como linguagem que não se restringe ao universo infantil, mas também está presente ao longo do ciclo vital, em suas diferentes formas de manifestação, nas interações humanas.

Do ponto de vista pessoal, o que nos desafia é a possibilidade de aplicação prática do referencial teórico piagetiano para favorecer o processo de construção das noções espaciais em crianças. O diálogo entre o jogo e a aprendizagem cria um “espaço para pensar”, agir e transformar, na perspectiva do sujeito, a apreensão do conhecimento, na vida e na escola (BRENELLI, 1996).

Quanto à estrutura de apresentação do texto, relatório da pesquisa realizada, assim a organizamos: no primeiro capítulo, abordamos os aspectos que compõe a História da Matemática no Brasil, procurando destacar a perspectiva dos documentos oficiais com relação à construção do conhecimento matemático e dos conceitos geométricos.

O segundo capítulo é dedicado ao referencial teórico que norteou o estudo, os aspectos construtivos do conhecimento, na perspectiva da epistemologia genética, onde os mecanismos cognitivos são discutidos na perspectiva da dialética construtiva (relações de interdependência).

No terceiro capítulo, apresentamos o delineamento metodológico norteador do estudo. E no quarto capítulo apresenta-se a sequência didática construtivista e a discussão teórica que envolve as proposições didáticas elaboradas a partir dos jogos “Reversi” e “Traverse”.

2 PARA ALÉM DA CONTAGEM: A SISTEMATIZAÇÃO DA MATEMÁTICA

O presente capítulo se destina a apresentar o percurso histórico de constituição da Matemática no campo científico e escolar. Para isso foram consultados os documentos oficiais da educação brasileira e pesquisas que buscaram contribuir com este campo, utilizando-se de recursos lúdicos como os jogos.

A Matemática está presente em muitas situações do nosso cotidiano, pois a todo momento fazemos uso das suas propriedades. Ela tem tantas definições quanto aplicações e é tão útil quanto prazerosa, pois explora o raciocínio lógico e abstrato e se constitui uma ferramenta essencial de inúmeras áreas do conhecimento humano (SNCT, 2017). A Matemática atravessou o tempo e o espaço. Foi utilizada por civilizações antigas e é essencial no cotidiano social em que estamos inseridos, atuando em benefício do crescimento e desenvolvimento da sociedade.

Pesquisar em Educação Matemática permite compreender a maneira pela qual a Matemática se constitui no campo científico, no campo escolar e o modo como se conecta às demais disciplinas da Educação.

A pesquisa em Educação Matemática não é uma pesquisa em Matemática, nem é uma pesquisa em Educação, embora trate de assuntos pertinentes a ambas, trabalhe com a Matemática e utilize-se de procedimentos concernentes ao modo de pesquisar próprios da Educação [...]. Os núcleos de preocupação da Educação Matemática são: preocupações com o compreender a Matemática, com o fazer matemático, com as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. (BICUDO, 1993, p. 19).

É preocupação tanto da Educação como da Matemática, a ação político-pedagógica e os seus desdobramentos no ensino da Matemática na escola. A Educação Matemática fornece à Educação informações sobre o compreender e o fazer matemático, possibilitando que estes sejam vistos à luz de outras compreensões e fazeres científicos que provocam mudanças nas ações pedagógicas (BICUDO, 1993; LARREA, 2016).

D' Ambrósio (2001) reflete sobre o uso da Matemática no cotidiano e a entende como uma estratégia criada pelo ser humano ao longo de sua história para explicar, entender e conviver com a realidade. Através de sua história, podemos compreender importantes passos do desenvolvimento humano e perceber sua relevância. De acordo com as Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação

Básica do Estado do Paraná (2008), o aparecimento da Matemática aconteceu antes mesmo da escrita e suas implicações impulsionaram o desenvolvimento da humanidade.

As contagens e estudos matemáticos iniciaram de maneira simples, a partir de observações e com instrumentos da natureza. Há anotações na História da Matemática de que os povos babilônios que em 2000 a.C. já registravam suas produções, o tamanho dos rebanhos e das terras a serem cultivadas (PARANÁ, 2008). Os primeiros registros da humanidade foram a respeito de ideias que se originaram das configurações físicas e geométricas, da comparação das formas, tamanhos e quantidades. Desde então suas aplicações foram se multiplicando e se tornando cada vez mais complexas.

No campo do conhecimento, a Matemática foi ganhando espaço, quando os gregos, os pitagóricos e os platônicos iniciaram as primeiras discussões sobre a importância e o papel da Matemática no ensino e na formação das pessoas (PARANÁ, 2008). Assim, o conhecimento matemático foi se organizando e influenciando as conquistas e descobertas humanas.

Segundo Miorim (1998), ao longo do tempo, a Matemática foi sendo sistematizada nas ações humanas a fim de acompanhar as mudanças que ocorriam. Aos sofistas, o conhecimento matemático era necessário para formar o homem político, uma Matemática racional, mais abstrata e pouco prática. Platão propôs que houvesse uma Educação Matemática desde o nível elementar e que a criança não ficasse apenas com exercícios mecânicos, mas sim que aprendesse também por meio de jogos. “É com Platão e Sócrates que assistimos ao nascimento de uma discussão pedagógica.” (MIORIM, 1998, p.21).

Na Idade Média o ensino tinha caráter religioso, para atender os cálculos do calendário litúrgico e datas religiosas. Com o avanço das navegações e a intensificação das atividades comerciais e, mais tarde, industriais, novas descobertas matemáticas fizeram com que ela se voltasse às atividades mais práticas (MIORIM, 1998).

O século XVIII foi marcado pelas revoluções da modernidade, a Revolução Industrial e a Revolução Francesa, onde as preocupações com a Educação Matemática da juventude começaram a tomar um rumo próprio. As descobertas matemáticas desse período contribuíram para uma fase de grande

progresso científico e econômico aplicado na construção, aperfeiçoamento e uso produtivo de máquinas e equipamentos, como para formar engenheiros, geólogos, topógrafos que trabalhariam para o progresso da industrialização (MIORIM, 1998).

Impulsionado pela expansão industrial, procurou-se reformular os currículos escolares para ensinar aos alunos uma Matemática mais prática e contextualizada, a fim de eliminar o alto nível de abstração e complexidade. Segundo Miorim (1998), esses fatores justificam as iniciativas dos educadores matemáticos em buscar uma proposta modernizadora e com o objetivo de internacionalizar a Matemática escolar.

No cenário internacional, no final do século XIX e início do século XX, o ensino da Matemática era discutido nos encontros e congressos, com o objetivo de se criar propostas pedagógicas que a legitimassem como uma disciplina escolar e para vincular seu ensino com os ideais e as exigências advindas das transformações sociais e econômicas dos últimos séculos. Os matemáticos e pesquisadores passaram a se preocupar com questões do ensino e da prática docente, buscando fundamentação não só nas teorias matemáticas, mas também nos estudos da psicologia e da filosofia.

Nas décadas de 1960 e 1970, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) motivou o início dos estudos e debates sobre a renovação pedagógica por meio de uma discussão aberta e organizada por alguns grupos de estudos. A gênese desse movimento, segundo Miorim (1998), encontra-se nos Estados Unidos, identificado pela expressão “*New Math*”, uma “Nova Matemática”. O lançamento do satélite soviético *Sputnik*, em 1957, foi o fator que desencadeou o movimento. O lançamento desse satélite despertou nos norte-americanos a preocupação de que, com os avanços tecnológicos apresentados, os soviéticos, representantes do socialismo, revelavam-se uma ameaça à hegemonia do capitalismo americano. Essa preocupação levou os líderes do governo a pensar sobre a formação de cientistas capazes de superar sua defasagem tecnológica, o que resultou em maiores investimentos e incentivos para pensar em novos currículos para a educação.

No Brasil, na metade do século XX, surgiram os primeiros interesses em pesquisas relacionadas à Educação Matemática. Fiorentini (1994) relata em sua tese que as primeiras pesquisas foram realizadas por pedagogos e psicólogos, que se interessavam no ensino e aprendizagem dessa disciplina para as crianças da

escola primária. Com o surgimento e ampliação dos cursos de pós-graduação em Educação Matemática, ocorreu a expansão da produção acadêmica e dos diferentes temas de interesse.

Entre as tendências que orientaram o ensino nas escolas brasileiras, o formalismo clássico que se caracterizava pela visão estática e dogmática do conhecimento matemático foi a que se mais se destacou. Nessa tendência, a aprendizagem era centrada no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo. Ou seja, o ensino era tradicional, a aprendizagem consistia na memorização e na repetição precisa de raciocínios e procedimentos (FIORENTINI, 1994; LARREA, 2016).

Nos congressos nacionais, a proposta modernizadora para o ensino da Matemática que propunha a valorização do processo de aprendizagem e o envolvimento do aluno em atividades lúdicas, resolução de problemas, pesquisa, jogos e experimentos, passou a ser discutida por professores e pesquisadores brasileiros.

Por meio das atividades desenvolvidas pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), fundado em 1961, por professores do Estado de São Paulo, as ideias do Movimento da Matemática Moderna foram sendo disseminadas pelo país através dos cursos de formação para professores e influenciaram as produções acadêmicas, a elaboração dos materiais didáticos e a prática pedagógica (CLARAS; PINTO, 2008).

A rápida disseminação do movimento recebeu inúmeras críticas, principalmente do americano Morris Kline (1908 - 1976), que enfatizava que os termos modernos adotados eram apenas uma propaganda, pois a proposta se traduzia em uma nova abordagem para a Matemática tradicional. Os problemas se tornaram ainda mais graves com o despreparo dos professores para aplicar os novos métodos (CLARAS; PINTO, 2008).

O crescente questionamento filosófico, político e cultural na década de 70 impulsionou o desenvolvimento de um novo cenário para a discussão do ensino, dos conteúdos e métodos matemáticos.

Nesse momento histórico, a teoria construtivista piagetiana contribuiu para as discussões no âmbito do ensino da Matemática (MORO, 2009). As proposições adotadas nesta base teórica influenciaram os pesquisadores da

educação, a importância da atividade do sujeito na construção do conhecimento, a caracterização das invariantes funcionais, o modelo de equilíbrio, o estudo da dialética, a descoberta de que a teoria de Piaget não renegou o valor da interação social, o processo de tomada de consciência da ação, onde o sujeito se caracteriza como agente ativo em seu desenvolvimento, a delimitação do pequeno espaço dos fatores maturacionais para explicar o desenvolvimento humano, o lugar da experiência física na construção do pensamento, a interação social no processo de equilíbrio. Estes, dentre outros temas, tornaram a teoria um campo fecundo para tratar das questões relacionadas ao ensino da Matemática. O conhecimento é então percebido como resultado das ações interativas e reflexivas dos alunos, de como toma consciência e compreende a realidade externa, como lida com as interações e tem sua compreensão do mundo problematizada e ressignificada constantemente.

Nesse contexto, a Matemática era vista como uma construção formada por estruturas e relações abstratas. Essa nova maneira de conceber o ensino dava mais ênfase ao processo e menos ao produto do conhecimento. A interação entre os alunos e o professor era valorizada e o espaço de produção individual se traduzia como um momento de interiorização das ações e reflexões realizadas coletivamente.

A superação do ensino baseado apenas em desenvolver habilidades, como calcular e resolver problemas ou fixar conceitos pela memorização ou listas de exercícios tornou a disciplina de Matemática uma possibilidade de os alunos atribuírem sentido e construir significado às suas ações, de modo a tornarem-se capazes de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

Nesse cenário, o Ministério da Educação aprovou em 1996 a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), nº 9394/96 (BRASIL, 1996), procurando adequar o ensino brasileiro às transformações que ocorreram. Desde a sua vigência, a nova lei se mostrou um avanço e um marco para a educação brasileira (PASSOS; NACARATO, 2018).

Sua promulgação veio sinalizar para a necessidade de elaboração de um currículo nacional. No artigo 9º, inciso IV, declara que a União, “em colaboração com os estados e municípios deverão estabelecer competências e diretrizes que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum” (BRASIL, 1996, art. 9º). Em seu Artigo 26º trata que

Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. (BRASIL, 1996, art. 26).

Nesse artigo, a LDB (BRASIL, 1996) levanta discussões para o desenvolvimento da questão curricular no Brasil. Estabelece a relação entre o que é comum e o que é diverso, sendo as competências e diretrizes, comuns e, o currículo, diverso. Nesse mesmo período, a comunidade científica já se organizava para a elaboração de um documento dessa natureza: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) lançados em 1997, que propuseram orientações gerais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1997).

A elaboração deste material passou por um processo de discussão em âmbito nacional e contou com a participação de diversos profissionais da área, sendo um marco histórico para a educação do nosso país. O documento presava pela construção de um referencial que orientasse a prática escolar, buscando "auxiliar o professor na sua tarefa de assumir, como profissional, o lugar que lhe cabe pela responsabilidade e importância no processo de formação do povo brasileiro". (BRASIL, 1997, p.7).

No material introdutório dos PCN's podem ser encontradas as premissas básicas que nortearam a concepção desse documento. Assim, acerca de seus propósitos mais amplos, encontra-se a seguinte indicação: os PCN's têm "a intenção de provocar debates a respeito da função da escola e reflexões sobre o que, quando, como e para que ensinar e aprender, que envolvam não apenas as escolas, mas pais, governo e sociedade". (BRASIL, 1997, p. 9).

Ao tratar do ensino da Matemática, os PCN's discutem a sua presença no campo das relações que favorecem a estruturação e desenvolvimento do raciocínio lógico, por despertarem a curiosidade e instigarem a capacidade de generalizar, projetar, prever, abstrair, afirmando que essa potencialidade fecunda do conhecimento matemático deve ser explorada amplamente (BRASIL, 1997).

Com relação ao currículo, a perspectiva do documento preocupava-se em contribuir com a valorização da pluralidade sociocultural, destacando que a

Matemática deveria ser vista pelo aluno como um conhecimento favorecedor do seu desenvolvimento, para criar condições de transcender seu modo de vida.

[...] um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, evitando o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente. (BRASIL, 1997, p. 30).

Segundo o próprio documento, para que isso ocorra e o ensino da Matemática preste sua contribuição aos educandos, a de favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, sensibilidade e imaginação, é necessário que sejam

Exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1997, p. 31).

Sabendo que não existe um caminho único para ensinar e aprender qualquer disciplina e a Matemática, o documento apresenta possibilidades de trabalho para o fazer matemático em sala de aula. Dentre eles destaca como recurso: a resolução de problemas, a História da Matemática, as Tecnologias da Informação e os Jogos.

Ao colocar o foco na resolução de problemas, o que se defende é que a aprendizagem dos conceitos e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-lo (BRASIL, 1997).

A História da Matemática, oferece a sua contribuição ao mostrar que estabelece relações entre o passado e o presente e revela-se como uma construção humana (BRASIL, 1997). As tecnologias, pelo seu destaque na sociedade, são apontadas como instrumentos que trazem versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática por motivarem a realização de tarefas e de investigação.

No referido documento, os jogos são apontados como relevantes, por levantarem questões desafiantes que provocam interesse e prazer nos alunos. Ao

fazerem parte da cultura escolar, as situações por ele invocadas criam analogias que se tornam produtoras das linguagens e convenções do mundo real (BRASIL, 1997).

Em relação aos conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental, o documento considera que deve haver um equilíbrio entre os temas associados aos campos da Aritmética, Álgebra, Geometria e do Tratamento da Informação. Um bom currículo deveria contemplar o estudo dos Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, procurando, sempre que possível, articulá-los. Ainda cabe neste currículo a manipulação de dados estatísticos, tabelas e gráficos, além de atividades que ajudem os alunos a desenvolver os pensamentos probabilísticos e combinatórios.

O desafio que se apresenta é o de identificar, dentro de cada um desses vastos campos, que conceitos, procedimentos e atitudes são socialmente relevantes. Também apontar em que medida os conteúdos contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, para a construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, para o desenvolvimento da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos. (BRASIL, 1997, p. 53).

Por quase duas décadas os PCN's passaram a orientar nacionalmente a elaboração de livros didáticos e outros materiais para a sala de aula de escolas públicas (PASSOS; NACARATO, 2018). Diante de outras transformações sofridas pela educação brasileira, principalmente com o novo ciclo da entrada das crianças de seis anos no Ensino Fundamental, sancionada pela Lei 11.274/2005 (BRASIL, 2005), sentiu-se a necessidade de definir o que esperar das escolas em cada ano de escolarização.

De forma semelhante, no ano de 2010, amparada na LDB (BRASIL, 1996), foram elaboradas as Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2010) que orientam o planejamento curricular das escolas e dos sistemas de ensino, garantindo que conteúdos básicos sejam ensinados para todos os alunos, levando em consideração os diversos contextos nos quais estão inseridos.

No ano de 2012 o Ministério da Educação (MEC) lançou o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2014) que tinha por objetivo alfabetizar os alunos até 8 anos de idade e atuar na formação dos professores. Para o PNAIC “a Alfabetização Matemática é entendida como um

instrumento para a leitura do mundo, uma perspectiva que supera a simples decodificação dos números e a resolução das quatro operações básicas”. (BRASIL, 2014, p. 5). Acrescenta ainda o documento que, dada sua importância, é fundamental reconhecermos que “[...] a Educação Matemática é uma área de pesquisa, sempre enraizada nas práticas de sala de aula”. (BRASIL, 2014, p. 6). Foi a primeira vez que um documento oficial fez referências ao letramento em Matemática.

Rolkouski (2018) explica que o MEC, em parceria com pesquisadores e profissionais da Educação Básica elaborou o documento “Elementos Conceituais e Metodológicos para a Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”, tendo como respaldo o artigo 210 da Constituição Federal de 1988, que determina como dever do Estado fixar “[...] conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar a formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (BRASIL, 1988, art. 210). Este, apresentava componentes curriculares e propunha uma estrutura para garantir os direitos de aprendizagem.

Na apresentação introdutória do material do PNAIC (BRASIL, 2014), é revelada aos leitores uma reflexão, ressaltando o ensino da Matemática para além do sistema de numeração e dos algoritmos, destacando a valorização dos saberes dos alunos e o modo como a sociedade organiza os conhecimentos matemáticos para promover a compreensão da realidade.

Paralelamente ao desenvolvimento desse Programa, iniciaram-se as primeiras discussões da elaboração da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que teve sua aprovação no ano de 2017. Elaborada à luz das Diretrizes Nacionais para a Educação Básica e complementares no sentido de que as diretrizes contribuem com a estrutura e a BNCC (BRASIL, 2017) com o detalhamento dos conteúdos e competências. O objetivo desse documento, lançado recentemente (6 de abril, de 2017), é nortear a construção dos currículos da Educação Básica em todo o território nacional. Nesta atualização, a base enfatiza o desenvolvimento de competências e habilidades pelos alunos.

Na BNCC (BRASIL, 2017) a Matemática tem uma peculiaridade: é simultaneamente uma área de conhecimento e uma disciplina. No texto introdutório pode-se destacar alguns aspectos importantes, como a meta de fazer com que a escola atue pelo letramento matemático como uma competência a ser desenvolvida

pelos alunos ao longo da escolaridade básica, a alteração das áreas temáticas bem como seus focos específicos nos Anos Finais do Ensino Fundamental e as implicações que ambas podem trazer para a sala de aula (BRASIL, 2017).

Há um posicionamento de que a Matemática escolar esteja a serviço do letramento matemático.

Definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2017, p. 264).

A resolução de problemas, a formação do leitor e do escritor em Matemática, o desenvolvimento da capacidade de argumentar e justificar raciocínios são alguns aspectos diretamente relacionados ao letramento matemático que fazem com que a Matemática tenha valor para a vida toda. A valorização do letramento matemático, dos processos matemáticos, das atividades associadas à resolução de problemas merecem atenção, pois se há um desejo de que os alunos resolvam problemas, argumentem, aprendam a ler, escrever e falar Matemática, então são necessárias propostas desafiadoras e problematizadoras que promovam a articulação de diferentes pontos de vista, ações que não se fazem em conteúdo, mas pela metodologia (ROLKOUSKI, 2018).

A cada novo documento curricular implantado no país, novos campos da Matemática ou de áreas adjacentes são incluídos. Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, além de Números, Geometria e Grandezas e Medidas, aparecem duas novas unidades temáticas: Álgebra e Probabilidade e Estatística. Antes, os conteúdos relacionados a essas unidades apareciam somente nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

A BNCC (BRASIL, 2017) sinaliza, para a disciplina de Matemática, cinco unidades temáticas que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria,

Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Passamos a discorrer sobre as unidades temáticas constantes no documento (BRASIL, 2017).

O bloco de Números e Operações foi desmembrado na elaboração da BNCC (BRASIL, 2017) e compreende, atualmente, as unidades temáticas de Números e Álgebra. A nova proposta considera que o aluno perceba a existência de diversas categorias numéricas e compreenda os diferentes significados das operações matemáticas, sendo capaz de construir estratégias de cálculo (BRASIL, 2017).

Na proposta da BNCC (BRASIL, 2017) a unidade temática Números tem por finalidade o desenvolvimento do pensamento numérico, que implica no conhecimento de argumentar com base em quantidades. Para o desenvolvimento dessa noção fundamental da Matemática, há a necessidade de também se construir simultaneamente ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem que podem ser propostas por meio de situações significativas de aprendizagem (BRASIL, 2017).

A Álgebra é uma forma específica do pensamento para estabelecer padrões e expressar relações que convergem o uso das letras e símbolos para realizar operações (CARVALHO; GOMES; PIRES, 2010). Para a construção do pensamento algébrico é necessário que os sujeitos identifiquem padrões de sequências numéricas e não numéricas que se expressam nas relações de interdependência entre grandezas que são resolvidas por meio de equações. Entre as ideias que compõem a elaboração do pensamento algébrico estão a equivalência, a variação, interdependência e proporcionalidade, que são contempladas ao longo do desenvolvimento do sujeito no Ensino Fundamental (BRASIL, 2017).

Nos PCN's a Álgebra estava contemplada no bloco de Números e Operações, trazendo como principais conteúdos a utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em sequências numéricas, a compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas e a construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples (BRASIL, 1997).

Na BNCC (BRASIL, 2017) a Álgebra compõe um dos cinco eixos temáticos. Há um foco no pensamento algébrico e não nas operações algébricas,

especialmente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Os conteúdos se relacionam à percepção e ao estabelecimento de padrões e regularidades, às propriedades das operações e ao sinal de igualdade, às ideias de proporcionalidade e equivalência, entre outros (BRASIL, 2017).

A Geometria, enquanto área da Matemática, pode ser reconhecida como um corpo de conhecimentos social e politicamente construídos ao longo da história, a partir da ação transformadora da natureza e da sociedade (CARVALHO; GOMES; PIRES, 2010). Envolve um conjunto de conceitos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. A presença de uma estruturação do espaço nos currículos dos Anos Iniciais é indispensável para que os sujeitos compreendam, interpretem e apreciem o mundo que os rodeia. Quando ampliadas para o contexto de representações no plano cartesiano, por exemplo, aproxima-se da Álgebra. As ideias fundamentais que estão a ela associadas são a construção, representação e interdependência. Estudar a posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre os elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico e o importante pensamento hipotético-dedutivo para a Matemática (BRASIL, 2017).

A Geometria nos PCN's é apresentada com a denominação Espaço e Forma com enfoque na Geometria clássica, axiomática e suas relações internas. Não havia qualquer ênfase às aplicações e relações da Geometria com o espaço vivenciado pelos alunos (BRASIL, 1997). Atualmente, há uma ênfase na Geometria das transformações, desde os anos iniciais até os finais do Ensino Fundamental. A Base sugere o desenvolvimento de habilidades como identificar movimentações de pessoas e objetos no espaço e suas representações no plano (BRASIL, 2017), algo que não aparecia anteriormente.

Realizar o estudo das Grandezas e Medidas e relacioná-las é fundamental para conhecer o mundo físico e compreender a realidade (BRASIL, 2017). Este conteúdo matemático está também atrelado a outras áreas do conhecimento como Ciências, no estudo das densidades, escalas do Sistema Solar, a Geografia no estudo das densidades demográficas, coordenadas geográficas, podendo ainda ser uma possibilidade para ampliar a noção de número, do espaço geométrico e do pensamento matemático como um todo.

No que diz respeito ao conteúdo, o eixo temático não incluía com tanta ênfase as medidas não convencionais, essenciais para a compreensão global do conceito de medida e de suas aplicações no contexto social. Nesse momento na Base, as noções de comprimento, massa, capacidade, área e temperatura estão colocadas desde os Anos Iniciais.

O ensino da Probabilidade e da Estatística está muito ligado à investigação e exploração das mais diversas questões, que buscam a formulação e a resolução de problemas do mundo real. Organizar, representar, interpretar e analisar dados contribuem para que o sujeito faça julgamentos mais fundamentados e por meio deles resolva problemas e tome decisões acertadas (CARVALHO; GOMES; PIRES, 2010). Com relação à probabilidade, é fundamental que o sujeito compreenda que os acontecimentos cotidianos são aleatórios, ou seja, que há eventos certos, prováveis e improváveis. No que concerne à estatística, a finalidade é que o sujeito venha a construir os procedimentos de organizar, comunicar e interpretar representações que aparecem no dia a dia (BRASIL, 2017).

A unidade temática Probabilidade e Estatística, chamada nos PCN's de Tratamento da Informação, era voltada para a análise e interpretação de resultados estatísticos, apresentados em gráficos e tabelas (BRASIL, 1997). Na BNCC, a ênfase está na pesquisa, para a coleta, organização e comunicação de dados em tabelas, gráficos e quadros, desde os anos iniciais (BRASIL, 2017).

A BNCC (BRASIL, 2017) orienta-se pela compreensão do que chamou de "progressão ano a ano". Determinada habilidade representa um conjunto de aprendizagens conectadas aos anos anteriores e que se tornam base para aprendizagens posteriores. Essa relação se estabelece em todas as áreas do conhecimento (BRASIL, 2017).

Compreender o contexto de produção da legislação que organiza a educação no Brasil é algo indispensável para o aperfeiçoamento do educador e das suas práticas. No que concerne ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos, as legislações contemplam sua construção histórica, procurando valorizar suas especificidades.

Após conhecer o processo de constituição da Matemática como uma disciplina escolar, e como ela se apresenta nos documentos norteadores da educação, passaremos no próximo item a uma investigação sobre como as temáticas

matemáticas estão sendo tratadas no campo científico, apresentando um panorama de pesquisas em Educação Matemática, obtido por meio de uma revisão sistemática.

2.1 PANORAMA DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Como primeira consideração, vale ressaltar que as pesquisas que apresentaremos, oriundas da revisão sistemática realizada, se desenvolveram no contexto dos programas de pós-graduação e tais investigações acadêmicas circulam em revistas e publicações científicas da área, o que vem contribuindo para aprofundar conhecimentos e práticas que envolvem a formação humana nas suas relações com o conhecimento matemático.

Delimitamos a busca considerando nossa intenção de verificar o que abordam as pesquisas que tomam por base o referencial teórico piagetiano no campo da Educação Matemática e, para tal, buscamos realizar um levantamento das produções e apresentar o resultado desse panorama investigativo. Cabe ainda ressaltar que, nesse vasto campo, nos chama atenção aquelas que utilizam jogos para o ensino e aprendizagem de conceitos, conteúdos e noções matemáticas.

Justamente por reconhecermos que os *lócus* da construção desses conhecimentos é especialmente os programas de pós-graduação, buscamos uma forma de levantamento que nos mostrasse o que estava sendo considerado ou apresentado por meio de tese, dissertações e artigos e que pudesse dar sentido à sistematização de informações relacionadas com as reflexões que ensejamos realizar neste estudo.

Para realizar essa busca, escolhemos a Base de Dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), que tem por objetivo reunir, em um só portal de busca, as teses e dissertações defendidas em todo o país e por brasileiros no exterior. A BDTD, segundo o próprio site (em pesquisa realizada em janeiro de 2020), agrega 454.423 dissertações e 167.812 teses de 118 instituições, dando assim maior visibilidade à produção científica nacional.

Dentro do BDTD é possível realizar buscas por título, autor, assunto, resumo em português, resumo em inglês e ano de defesa. Em nossa busca foi empregado o termo “Educação Matemática”, e encontrados 5760 trabalhos.

Refinando a busca com os termos “Educação Matemática” e “Jean Piaget” encontramos 67 trabalhos entre os anos de 2010 e 2019. Ao realizarmos uma leitura detalhada dos resumos dessas pesquisas, foram identificados 15 trabalhos, sendo 3 teses e 14 dissertações que tratam da Educação Matemática, fundamentam-se na teoria piagetiana e utilizam jogos nessa perspectiva. Embora as palavras-chave capturassem 67 trabalhos, não houve confirmação dessa relação triádica de temáticas, na leitura dos resumos.

Entre os critérios para selecionar as revistas, utilizamos inúmeras pesquisas pela internet em *site* de busca, em que na janela de descrição do que se pretendia selecionou-se na internet os termos “revistas brasileiras da área de Educação Matemática”, “periódicos da área de Educação Matemática no Brasil”, “Educação Matemática revistas”, “Associação Brasileira de Educação Matemática”.

As revistas listadas para serem pesquisadas foram: Bolema, Educação Matemática em Revista, Zetetiké, Educação Matemática Pesquisa, Revista Eletrônica de Educação Matemática. Nestes periódicos buscamos artigos que versam sobre jogos e sobre a teoria piagetiana. Após realizar a leitura dos títulos e resumos, identificamos 15 estudos que podem contribuir com a construção da nossa temática. No apêndice A, pode-se verificar as revistas consultadas, os volumes que fazem parte da coleta de dados, seus números, ano de publicação e algumas informações sobre a publicação.

Para melhor compreendermos o que tratam as pesquisas encontradas, elaboramos uma tabela que pode ser consultada no final do trabalho (Apêndice B), agrupando os trabalhos encontrados em cinco categorias. A categoria 1, “Ensino da Matemática e concepção docente”, foi organizada para contemplar os estudos que discorrem sobre como os professores veem e utilizam os jogos em sala de aula. As outras quatro categorias foram organizadas a partir da relação do jogo com os conteúdos escolares, sendo: 2) Jogos e o ensino dos Números; 3) Jogos e o ensino da Álgebra; 4) Jogos e o ensino da Probabilidade e Estatística e 5) Jogos e o ensino da Geometria.

Os estudos descritos revelam propostas desenvolvidas com alunos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e Ensino Médio e alunos da modalidade da Educação Especial, evidenciando que o construtivismo e, em especial, a teoria piagetiana, são campos que possibilitam a criação de recursos pedagógicos e de

sequências didáticas que favorecem a construção do conhecimento, numa perspectiva democratizadora, onde todos podem aprender.

A valorização das discussões sobre a temática fez crescer o número de estudos, sendo 2016 o ano de maior destaque. Acreditamos que esse aumento esteja vinculado com as iniciativas do PNAIC que teve seu início em 2012 dando grande visibilidade e fomentando estudos na área (ROLKOUSKI, 2018).

Este levantamento de pesquisas possibilitou verificar que as investigações com jogos possuem abordagens diferenciadas: o uso do jogo como uma estratégia de ensino por meio de uma sequência didática, seu uso como ferramenta para estudar concepções e crenças de professores com relação à utilização do jogo em sala de aula e, ainda, como oficinas em formações de professores para desenvolver uma reflexão sobre as potencialidades, vantagens e desvantagens do uso de jogos em sala de aula.

Em linhas gerais os resultados das pesquisas evidenciaram que o ambiente de jogo auxilia de forma significativa o ensino de Matemática, nos mais diferentes tipos de intervenção e contextos. Em geral entendem o jogo como uma ferramenta que concebe um ambiente desafiador e proporciona a resolução de situações problemas de maneira lúdica, de forma a conduzir o aluno a discutir, argumentar e tomar decisão durante o decorrer da tarefa e do processo de aprendizagem aprimorando seus conhecimentos.

As pesquisas levantadas favorecem a presente investigação e a problemática proposta, no que se refere aos conceitos suscitados pelos autores e as reflexões levantadas para a trajetória do ensino da Matemática. Os estudos direcionam suas indagações para a ação pedagógica, tendo como horizonte a perspectiva da Epistemologia Genética.

2.1.1 Categoria 1. Ensino da Matemática e Concepção Docente

A pesquisa de Becker (2019) realizada com 17 professores de 3 países sul-americanos sobre a concepção epistemológica docente no ensino de Matemática, apontou basicamente as mesmas concepções epistemológicas da pesquisa por ele realizada no Brasil, sobre natureza, transmissibilidade e gênese do

conhecimento matemático. Verificou que a concepção docente é predominantemente empirista, amparada às vezes pelo apriorismo e, raramente, construtivista.

Becker (2019) discorre que as semelhanças nos discursos dos professores são quanto à ausência de preocupação com a gênese do conhecimento matemático, à crença na transmissibilidade dos conceitos dessa ciência, à natureza desse conhecimento e à presença de concepções epistemológicas empiristas e aprioristas. Quanto às diferenças, há presença, com certa intensidade, de concepções epistemológicas críticas. O autor ainda faz uma crítica aos mitos de que a Matemática está em tudo, de que os seres humanos nascem matemáticos e de que, enquanto matemáticos, são produtos da pressão social exercida pelo ensino escolar.

Ramos, Mohn e Campos (2019) apresentaram o resultado de uma pesquisa com dois professores de 4^o e 5^o ano sobre os conceitos de brinquedo, brincadeira e jogo e a importância dessas atividades desenvolvidas no processo de aprendizagem. A pesquisa traz contribuições sobre o jogo no processo de ensino aprendizagem, como um recurso metodológico para ensinar conteúdos em aulas de Matemática, reiterando que este possibilita aos alunos a experiência, a descoberta e a conferência de hipóteses de aprendizagem.

Na pesquisa intitulada “A Visão do Professor sobre Jogos Digitais no Ensino da Matemática para alunos com Deficiência Intelectual: Estado da arte”, Silva e Alcântara Ferraz (2019) realizaram um levantamento de pesquisas sobre jogos no ensino da matemática com alunos com deficiência intelectual. Seu recorte se dá na visão do professor nesse contexto, destacando que atrelar o uso de jogos digitais com objetivos didáticos, traz benefícios ao aprendizado e à autonomia do aluno com Deficiência Intelectual.

Azevedo, Maltempi e Lyra-Silva (2018), ao pesquisarem a relação do uso de jogos digitais e o tratamento do Parkinson, buscaram compreender a formação de alunos licenciandos, para além das práticas usuais de Matemática. Discutiram que ao trabalhar com a produção de jogos, o aluno é incentivado a questionar ideias intuitivas de Matemática e sistematizar conceitos a partir do fazer matematicamente, como: comparar, medir, calcular, refutar informações, traçar estratégias, particular e generalizar. Observa-se nessa produção o rico ambiente que os alunos puderam vivenciar, colocando a prova os conhecimentos matemáticos que foram ao longo da

sua formação acadêmica, evidenciando a relevância de uma formação contextualizada e atuante para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

A pesquisa conduzida por Cani *et al.* (2016) relatou a vivência em um projeto onde vários jogos foram criados utilizando materiais recicláveis. Inicialmente trabalharam a conscientização das crianças no recolhimento de materiais descartáveis que, reaproveitados, se tornaram instrumentos importantes para trabalhar o desenvolvimento e a capacitação das crianças. Os resultados mostraram a conscientização, aprendizagem, criação e transformação, pois grandes jogos educativos foram criados com empenho e dedicação de professores e alunos envolvidos no projeto. Os diversos jogos construídos, de acordo com os autores, levaram as crianças a compreender que podem criar os próprios recursos para aprender, favoreceram o trabalho em grupo e desenvolveram nas crianças a conscientização sobre o problema que o lixo traz à sociedade.

O artigo elaborado por Silva e Neves (2016), buscou repensar as concepções que temos da Matemática, da Etnomatemática e da prática pedagógica, perpassando diferentes abordagens sobre a ciência Matemática, seus fundamentos epistemológicos e seu ensino nas instituições acadêmicas. Os autores afirmaram com seu estudo que é preciso trazer para a sala de aula outros olhares que envolvem diferentes concepções de Matemática, de modo a dissolver imagens exclusivistas e privilegiadas relacionadas ao pensamento de que a Matemática seria para alguns e não para todos. Segundo o estudo, a Etnomatemática vem desempenhando relevante papel para a Educação Matemática.

Refletir sobre os conhecimentos sobre Geometria do professor da Educação Infantil e as concepções epistemológicas que fundamentam suas condutas pedagógicas, foi o objetivo da pesquisa de Souza (2007). Seu estudo destacou o desconhecimento da Geometria pelos professores e a concepção empirista presente em sua prática pedagógica, reportando-se à ideia de que o conhecimento está nos objetos, bastando sua manipulação para que haja aprendizagem. A teoria piagetiana, nesse contexto, se tornou a base sólida para a reflexão destes professores sobre a prática pedagógica construtivista para a construção das noções geométricas. Recursos como figuras geométricas, sólidos geométricos, blocos lógicos, jogos, desenhos infantis e a observação de espaços geográficos e a confecção de maquetes,

foram empregados para se perceber o caráter construtivista presente na construção da noção matemática, tendo os materiais como instrumento mediador da construção.

As pesquisas apresentadas, tratam da concepção docente e a utilização de jogos no ensino da matemática. Nelas, a utilização dos jogos pelos professores está ligada à sua prática enquanto instrumento para apresentar, fixar e tornar concreto os conteúdos matemáticos.

No que diz respeito à concepção de prática docente e o ensino da matemática, observamos tendências tradicionais e empíricas que perpassam o ensino. Quando se afirma que a matemática sempre existiu, está se anulando a ideia de uma construção humana, advinda de uma necessidade atual que não desconsidera o que culturalmente está construído, mas que admite que deverá ser ressignificada, reconstruída e elaborada mentalmente pelo aprendiz.

Compreende-se, então, que as afirmações de que a Matemática está em tudo ou que sempre existiu, repetidas como mantras no ensino dessa disciplina, causam mais estragos do que se imagina à primeira vista. Se a Matemática sempre existiu, não é obra da humanidade e o professor não desafiará o aluno a construí-la; apenas transmitirá conteúdos para que o discente vá estocando. (BECKER, 2019, p. 983).

A falta de uma reflexão sobre como o educando constrói tais conhecimentos, distancia a prática pedagógica de uma prática construtivista. Ao inserirem os jogos no cotidiano escolar como o instrumento para aprendizagens de conceitos, se dá importância às ações dos sujeitos, porém aos docentes falta “uma teoria capaz de atribuir estatuto científico a essa compreensão”. (BECKER, 2019).

A pesquisa de Lovis (2009) cuja temática muito nos interessa, trata da concepção docente acerca da prática da Geometria e da resistência em trabalhar as Geometrias não euclidianas. O autor discutiu que uma das possibilidades para tal se dá pelo despreparo docente. Leivas, Souza e Portella. (2017) discutiram a mesma ideia afirmando que os professores de suas pesquisas possuíam conhecimentos muito restritos sobre as Geometrias euclidianas e não euclidianas, o que tornava a dificuldade de ensinar mais ampla e fazia esbarrar na pouca ênfase dessas questões, tanto na formação inicial quanto continuada dos professores.

As pesquisas mencionadas, ao investigarem a fundamentação teórica das estratégias didáticas adotadas pelos professores, apontam que em sua maioria

as práticas empiristas dominam o meio escolar. Essa questão vem ao encontro com o proposto nesse trabalho ao tratarem a Epistemologia Genética, como um campo fecundo para tais discussões, estabelecendo relação entre a teoria e a prática, bem como manifestar a necessária constituição do saber docente.

2.1.2 Categoria 2. Jogos e o Ensino dos Números

Regina Kaminski *et al.* (2019) analisaram a utilização de dois jogos digitais em aulas de matemática com alunos do 5º ano de uma escola urbana e com alunos do 6º ano de uma escola indígena. Os jogos escolhidos foram pensados para abordar a necessidade de compreensão do conteúdo de interpretação de situações problema das quatro operações e o conteúdo de frações. Os mesmos jogos foram aplicados nas duas realidades, exigindo a criação de metodologias diferenciadas para sua implementação. Em virtude da sua forma lúdica e atrativa, os autores constataram que os jogos servem de estímulo para alunos de distintos contextos e culturas e como subsídios para melhorar a aprendizagem dos conteúdos curriculares.

Em seu estudo, Silva e Alcantara Ferraz. (2019) procuraram identificar possíveis entraves cognitivos no processo de aprendizagem da leitura, da escrita e do raciocínio lógico. Utilizando o método crítico com alunos de 10 a 14 anos, os autores avaliaram a questão cognitiva por meio das provas operatórias de conservação de quantidade, conservação de comprimento e conservação de líquido em meio digital. Para eles, unindo as provas operatórias executadas em interface digital ao método clínico de Piaget, foi possível estabelecer uma dinâmica interativa com riqueza considerável de informações na intervenção cognitiva, potencializando o desenvolvimento intelectual. Para os autores, ao serem realizadas em um computador, as provas criam um ambiente de aprendizagem que permitem ao sujeito a reflexão sobre suas ações e pensamentos, o que favorece o desenvolvimento de requisitos para a progressão escolar.

Silva, Muniz e Soares (2018) procuraram investigar como os jogos, articulados com a disciplina de Matemática podem favorecer a construção de subjetividades em crianças pequenas. Revelou como promovem o senso de equipe, de convivência e que, além de favorecer aprendizagem de conceitos matemáticos,

permitem aos participantes, o desenvolvimento de processos de reflexão sobre os sentimentos e as emoções, os acertos e os erros vivenciados.

Em pesquisa com crianças entre 7 e 8 anos que apresentam dificuldade de aprendizagem, Silva (2018) teve por objetivo avaliar a construção das estruturas infralógicas (tempo, espaço e causalidade) e as estruturas lógico-matemáticas (conservação, seriação e inclusão) de seus participantes. Os alunos do grupo experimental participaram das oficinas com jogos de regras que se relacionavam com os conteúdos escolares. Foram utilizados os jogos “Cara a Cara”, para trabalhar o conceito de inclusão de classes; o “Puluc”, para as relações de número e quantidade; “Sobe e Desce”, para as operações de adição e subtração; entre outros.

Os resultados mostraram que houve melhora, por parte dos alunos do grupo experimental, na construção das estruturas infralógicas, lógico-matemáticas, na hipótese de escrita e na construção da narrativa após a intervenção, sendo observado que o mesmo não ocorreu com os participantes do grupo controle. Portanto, sem perder seu caráter lúdico, o jogo pode favorecer o desenvolvimento das estruturas cognitivas e a aprendizagem direta dos conteúdos escolares.

O trabalho desenvolvido por Loureiro e Marcon (2016), com alunos portadores de deficiência intelectual, tratou da aprendizagem das operações básicas e do conceito de unidades, dezenas e centenas empregando o jogo Trilha das Operações. Os resultados indicaram o potencial do jogo na questão de permitir que os alunos realizem operações de números inteiros com mais segurança, habilidade e autonomia e a estimular o aumento do grau das dificuldades das jogadas. Os autores afirmam ser um desafio ensinar Matemática para alunos com deficiências e, por isso, há necessidade de buscar estratégias metodológicas diferenciadas em que a utilização dos jogos tem sido uma boa opção, pois motiva os alunos para uma aprendizagem lúdica.

Santos, Bellemain e Lima (2016) investigaram a evolução de estratégias de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no jogo “Mankala Colhe Três”. Letícia Dias (2009) em sua dissertação também pesquisou os efeitos do jogo Mancala com crianças de 9 e 10 anos, 3º ano do Ensino Fundamental. O jogo de origem africana carrega consigo a necessidade das contagens, da noção de conservação das quantidades discretas, da elaboração de estratégias bem planejadas, da observação

de movimentos, de antecipação de jogadas, de diferentes interações entre os sujeitos que favorecem a evolução das estratégias e, por essa razão, se mostrou um instrumento fecundo para a apropriação de conceitos matemáticos.

Moçambique (2016) desenvolveu em sua pesquisa uma sequência didática para abordar o conteúdo: “sistema de numeração decimal e as operações fundamentais com números naturais” com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental na perspectiva da construção do conhecimento. Utilizando-se do material dourado e do ábaco, trabalhou os conceitos de unidades, dezenas e centenas, ordens e classes e a construção dos algoritmos da adição e da subtração. Moçambique (2016) discutiu o caráter empirista e tradicional no qual está pautado o ensino da Matemática. O estudo com as situações didáticas trouxe a perspectiva de uma nova dinâmica e organização didática pedagógicas da sala de aula de Matemática que busca promover um ambiente de aprendizagem propício ao desenvolvimento de habilidades cognitivas que favoreçam a construção do conhecimento.

Stock (2015) investigou em seu estudo como a argumentação na resolução de problemas pode contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática. Os participantes, alunos do Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio, resolveram questões da OBMEP de adição, subtração e combinatória, buscando entender a partir da argumentação, como compreendem o conteúdo envolvido. A autora concluiu que a argumentação contribui para o ensino e aprendizagem da Matemática na perspectiva do professor, para identificar os erros cometidos pelos alunos e verificar se compreendem o conteúdo envolvido no problema. Por outro lado, serve para repensar sua prática docente, pois a argumentação pode gerar reflexões que contribuam para a resolução dos problemas e alterem a forma de propor os questionamentos, usar os materiais, planejar as aulas.

Ao tratar de números e operações, Ebner (2013) propôs em sua pesquisa uma intervenção que auxiliasse a aprendizagem da resolução de problemas, através de um jogo que implica o uso de operações lógicas. O Sudoku foi então escolhido, porque os problemas que ele apresenta são da natureza e uso da lógica, no sentido de que para descobrir o número de cada casa vazia, o jogador deve coordenar vários aspectos e, ao mesmo tempo, considerar que há apenas uma resposta para cada caso. Durante as oficinas, a autora observou um apreciável desenvolvimento e aprendizagem em resolver os jogos e as situações problemas.

Enfatizou que mesmo quando a resolução dos sujeitos não aconteceu de forma correta e completa, foi possível reconhecer o desenvolvimento na compreensão dos problemas à medida que melhoravam a aplicação de estratégias e que as situações problemas colaboraram para o processo de tomada de consciência e compreensão do jogo.

Duro (2012) tratou em sua pesquisa sobre como alunos do Ensino Médio compreendem e solucionam problemas sobre o conteúdo de análise combinatória. As situações lúdicas vivenciadas pelos participantes foram criadas com o objetivo de refletir sobre a aprendizagem desse conteúdo e pensar em estratégias didáticas que favoreçam a aquisição de estruturas do pensamento capazes de assimilá-lo. A teoria piagetiana forneceu suporte para compreender como essa noção é construída pelo sujeito, reafirmando ser na interação entre o sujeito e o meio físico e social que o conhecimento se faz.

Apoiando-se nas ideias de Piaget, Soares (2008) trabalhou a compreensão das operações de adição e subtração com números inteiros negativos com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, usando os jogos “Perdas e Ganhos” e “Jogo das Argolas Surpresa”. A intervenção mostrou o avanço da compreensão das questões relacionadas com a representação dos números inteiros negativos na reta numérica, pois anteriormente registravam apenas números naturais. A pesquisa favoreceu uma maneira mais concreta e significativa de operar com números inteiros negativos, além de proporcionar uma melhoria qualitativa da linguagem Matemática.

A pesquisa de Silva (2008) utilizando o jogo “Quarto” e apoiada na Epistemologia Genética procurou investigar se as sessões de intervenção produzidas com o jogo poderiam ser favoráveis à resolução de problemas de conteúdos matemáticos. As questões que compuseram o “Prova de Conhecimentos Matemáticos” foram retiradas do Enem 2004 e 2005 e tratavam da resolução de problemas com operações. A intervenção com o jogo “Quarto”, por sua vez, contribuiu para o progresso na maneira como solucionaram os problemas. Isso ocorreu porque as questões propostas durante as sessões de intervenção permitiram a aplicação de um mesmo raciocínio a diferentes conteúdos, o que implicou na possibilidade de mobilização do pensamento em busca da generalização, ampliando a compreensão dos conceitos implicados, além de ativar os processos de observação e investigação.

Com o objetivo de desenvolver um estudo para conhecer as estruturas necessárias para a aprendizagem dos números negativos, Kimura (2005) utilizou como ferramenta o jogo “Xadrez”. Nesse estudo, o jogo foi utilizado com professores, que tiveram a oportunidade de perceber que o jogo, em especial o “Xadrez”, por sua dimensão estruturada e simbólica pode ser uma alternativa para desenvolver as estruturas para a compreensão dos números negativos. Assim como também levantado pela autora, um bom instrumento para combater o empirismo das aulas de Matemática.

Muller (2003) apoiado na Epistemologia Genética pesquisou como crianças do 4º ano resolviam situações de cálculo. Os jogos utilizados estão relacionados ao desenvolvimento da noção de número. O trabalho mostrou como os jogos podem ser utilizados para perceber como as crianças realizam suas contagens e seus cálculos, se realizam operações mentalmente e como as fazem. Nesse sentido, a pesquisa contribui para que os professores percebam que os jogos podem iniciar e orientar o seu dia a dia em sala de aula.

Por meio do jogo “Fan Tan”, Bariccatti *et al.* (2003) buscou analisar as condutas que crianças de 3º e 5º anos apresentavam quando propostas situações problemas envolvendo as operações de adição e subtração. O jogo permitiu analisar a construção dialética das interdependências entre as operações. A pesquisa mostrou que os sujeitos do 5º ano apresentaram um rendimento satisfatório, predominando as condutas superiores na relação de interdependência entre as operações, em que os sujeitos compreenderam a implicação entre ações aditivas e subtrativas. Entre os resultados da pesquisa se destaca a importância da construção dessa interdependência entre as operações para a compreensão dos conteúdos trabalhados nesta série.

A maior parte das pesquisas encontradas tratam da abordagem de jogos para o ensino da noção de número. As questões relacionadas à construção do número, de estruturas lógicas, de compreensão do sistema de numeração, são discussões frequentes nesse campo. Apoiados na perspectiva piagetiana, os autores procuraram destacar a fecundidade do uso dos jogos para a compreensão dos conceitos e conteúdos matemáticos que são abstratos e, por vezes, se tornam motivo de dificuldades para os alunos.

Entende-se nessa visão construtivista que situações desafiadoras, como as possibilitadas pelo uso dos jogos, favorecem a superação de práticas empiristas. Dessa forma, aprender números não se reduz a uma manipulação de signos e símbolos, mas das operações mentais evidenciadas.

As pesquisas descritas nessa categoria contribuem com esse estudo, ao trazerem experiências com o uso de jogos em sala de aula a partir do referencial teórico aqui também adotado. Conduzidas com diferentes faixas etárias, os estudos mostram que não há barreiras didáticas quanto a seu uso e que eles são necessários nas perspectivas de ensino que compreendem o sujeito como o principal ator do seu desenvolvimento.

2.1.3 Categoria 3. Jogos e o Ensino da Álgebra

A pesquisa “Níveis de Compreensão do Conceito de Média Aritmética de Adolescentes a partir do Método Clínico-Crítico Piagetiano” conduzida por Schreiber *et al.* (2019), teve por objetivo conhecer o entendimento de média aritmética de jovens entre 15 e 17 anos em situação de vulnerabilidade. A análise apontou para a existência de três níveis de compreensão desse conceito. A partir dessa investigação, foi possível indicar que o conceito de média aritmética exige a realização de abstrações reflexionantes. Os instrumentos produzidos pelos autores especialmente para a pesquisa possibilitaram a experiência concreta desse conteúdo matemático para os sujeitos participantes, mostrando-se eficazes para a aprendizagem dos conteúdos.

Souza Santos e Alves (2018) discutiram as potencialidades dos jogos digitais no ensino da Matemática como instrumento mediador de aprendizagens dos conceitos de funções quadráticas. O jogo desenvolvido especialmente para o trabalho com alunos do Ensino Médio, mostrou-se um instrumento fecundo para que as relações de coeficientes, gráficos e funções quadráticas fossem compreendidas.

Foi verificado por Tenório, Penna e Tenório (2015) a importância de empregar jogos de computador educativos da plataforma Mangahigh no estudo de matemática. Os autores verificaram que antes de manipular os jogos, muitos alunos tinham dificuldades em entender o conceito de função, calcular pontos a serem

marcados no plano cartesiano e construir gráficos. Durante as aulas, ao empregar o recurso concreto, ficou evidente aos autores a facilidade em manipular jogos, a rapidez de adaptação à plataforma Mangahigh e a consequente compreensão do conteúdo matemático.

A pesquisa de Graciana Dias (2009) com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental sobre a obtenção de soluções de uma equação de 2º grau, consistiu em uma intervenção metodológica, pautada na teoria construtivista de Jean Piaget. Baseada na elaboração e aplicação de um conjunto de atividades de ensino, buscou analisar a compreensão desse conteúdo matemático pelos sujeitos participantes. Os dados apresentados na avaliação final da pesquisa, após a intervenção, mostraram um avanço da compreensão dos sujeitos sobre essa temática. Os resultados também indicaram que uma metodologia que considere os conhecimentos prévios apoiando-se na teoria construtivista, possibilitam o avanço da compreensão dos alunos.

Em sua dissertação Lugle (2006) realizou atividades lúdicas com alunos do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, abordando conteúdos como área e perímetro, raiz quadrada, potência, regra de três simples direta ou inversa, raciocínio lógico, entre outros. Ao planejar e realizar a intervenção, tinha como proposta subsidiar as aulas de matemática acrescentando jogos como elementos desencadeadores de interesse e motivação que despertassem no aluno a vontade de participar de jogos utilizando os conceitos matemáticos que já conheciam. A pesquisa demonstrou que é possível relacionar conhecimentos e conceitos matemáticos às situações lúdicas.

Isolda (2004) a partir de um recurso digital, o *software Mecan*, trabalhou com alunos do Ensino Superior que reprovaram nas disciplinas iniciais do curso de Licenciatura em Matemática. Uma das propostas foi a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. A metodologia de intervenção foi inspirada no Método Clínico de Piaget visando identificar as noções já construídas pelos alunos, propor desafios, possibilitar a exploração dos significados e incentivar a argumentação lógica dos alunos. Os resultados da pesquisa indicaram que as interações promovidas, colaboraram para a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos. A análise do processo de equilibração, realizado pela autora, deu suporte para identificar as aprendizagens como decorrência do desenvolvimento das estruturas cognitivas.

As pesquisas apresentadas apontam os jogos como um instrumento fecundo para aprendizagens de conceitos e conteúdos matemáticos, por trazerem o caráter lúdico e concreto às aulas da disciplina. Por isso sua importância para esse estudo. Observando as manifestações lúdicas propostas em situações de jogo, destacamos a relação entre a construção dos conhecimentos matemáticos e a prática construtivista. Nessa perspectiva, encontra-se a possibilidade teórica para fundamentar práticas, criar recursos e sequências didáticas que favoreçam a construção do conhecimento.

2.1.4 Categoria 4. Jogos e o Ensino da Probabilidade e Estatística

Althaus, Dullius e Amado (2016), ao realizarem um estudo de caso, buscaram promover a integração da resolução de problemas nas aulas de Matemática com a utilização pedagógica de recursos tecnológicos na aprendizagem. As situações problemas elaboradas envolviam diferentes conteúdos matemáticos e estavam sempre associadas a jogos. Segundo os autores é importante reconhecer que a possibilidade de um jogo inicial funciona como uma ajuda para resolver o problema e se mostra uma estratégia eficaz, pois os alunos ficaram motivados, encorajados e desafiados para se envolverem na resolução de problemas após a experimentação dos jogos online.

Lopes (2014) realizou um estudo envolvendo 800 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. Seu trabalho consistiu na aplicação de um teste de inteligência verbal e de raciocínio lógico fundamentado nos princípios teóricos piagetianos constituídos dos itens: lógica das proposições, compensação, razão e proporção, probabilidade, combinatória e seriação numérica. A contribuição desta pesquisa aponta para a importância do corpo docente e da equipe pedagógica realizarem suas ações didáticas metodológicas com ênfase no desenvolvimento dos raciocínios que se mostraram não estarem bem desenvolvidos para os educandos, assim como direcionar atenção especial aos alunos com maiores dificuldades.

As duas pesquisas apresentadas nesta categoria abrangem, nas situações problemas que propõem, tanto os conteúdos de Números e Álgebra como os conteúdos de Probabilidade e Estatística. Com relação à Unidade Temática

Grandezas e Medidas, acreditamos que, por sua natureza de integração com as outras áreas do conhecimento como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas), contribui para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico e, por esse motivo, não foram encontradas pesquisas com essa específica organização.

2.1.5 Categoria 5. Jogos e o Ensino da Geometria

Debastiani Neto (2012) teve por objetivo identificar como crianças entre oito e doze anos, que cursam o Ensino Fundamental, mobilizam algumas das ideias básicas à construção de conceitos geométricos durante a resolução de situações-problema. A pesquisa busca mostrar aos professores que os conteúdos geométricos precisam ser trabalhados durante todos os anos escolares e que as situações lúdicas propostas foram importantes para a mobilização das ideias geométricas básicas e a consolidação de ideias mais complexas.

A temática da construção do espaço geométrico foi abordada em apenas uma pesquisa. Esse resultado nos leva a acreditar na necessidade de discussões para tratar do tema. A discussão com jogos, fundamentada nos princípios da Epistemologia Genética, atrelada à temática da construção do espaço geométrico, se faz pertinente, pois seu caráter lúdico e desafiador favorece as situações de aprendizagem e desenvolvimento do sujeito.

A importância do ensino da Geometria e da compreensão das noções espaciais para o desenvolvimento, a aprendizagem do estudante e a mudança de concepção de ensino do professor, trataremos na próxima sessão sobre os aspectos construtivos das noções espaciais relacionadas ao conteúdo matemático da Geometria.

3 FUNCIONAMENTO COGNITIVO E OS MECANISMOS DA EVOLUÇÃO DO PENSAMENTO

O presente capítulo se destina a apresentar a base teórica do estudo, abordando aspectos importantes e fundamentais para compreender a perspectiva construtivista do conhecimento, a fim de alicerçar os processos pedagógicos de ensino e aprendizagem, em especial da Matemática.

Na perspectiva da Epistemologia Genética, o sujeito é ativo por excelência e em todas as etapas de sua vida procura conhecer e compreender o que se passa a sua volta. Não o faz de forma imediata, pelo simples contato com os objetos. Suas possibilidades, a cada momento decorrem do que Piaget (1975) denominou de operações mentais, que não deixam de ser ações, mas se realizam no plano mental. O conhecimento é sempre uma relação entre sujeito e objeto, de forma que o objeto só existe para o sujeito mediante essa relação, pois é resultado de uma construção. O autor ressalta:

O conhecimento não procede nem da experiência única dos objetos nem de uma programação inata pré-formada no sujeito, mas de uma interação entre ambos, que resulta em construções sucessivas com elaborações constantes de estruturas novas graças a um processo de equilibrações majorantes, que corrigem e completam as formas precedentes de equilíbrio. (PIAGET, 1975, p. 7).

Na teoria piagetiana, o desenvolvimento é um processo contínuo que se dá por meio de organizações e reorganizações das estruturas de tal modo que cada nova reorganização feita pelo sujeito, integra-se à anterior. Sendo uma constante, do estado de menor equilíbrio para um de equilíbrio superior (PIAGET, 1978b). Esta constante ocorre de maneira sucessiva, demonstrada em estádios, que revelam as construções acumuladas e que constituem a estrutura de pensamento. Essas construções resultam da inter-relação de quatro fatores (hereditariedade, experiência física, interação e equilibração) que dão condição e explicam o desenvolvimento cognitivo.

A hereditariedade coloca restrições no desenvolvimento cognitivo determinando o alcance das possibilidades. Para eles “a maturação, a ritmo de manifestação do potencial herdado, é o mecanismo pelo qual esses limites são estabelecidos”. (WADSWORTH, 1997, p. 34). No entanto, essas limitações mudam à

medida que a maturação progride, mediante a prática de ações da criança sobre o seu meio.

A experiência física se refere à interação da criança com o objeto. Essa manipulação ocorre por meio da ação física de sentir, cheirar, pegar o objeto, ou por uma ação mental, pensamento. Essas experiências são o que promovem no sujeito assimilações e acomodações provocando a mudança nas estruturas. (WADSWORTH, 1997).

Assim como apontou Wadsworth (1997, p.35), “Por interação social, Piaget quer dizer o intercâmbio de ideias entre pessoas”. É nessa interação que os desequilíbrios são provocados. Esse intercâmbio de ideias se dá nas brincadeiras das crianças, nas relações com os colegas, com os adultos, com os familiares, na escola, em casa e com o conhecimento produzido por eles. Todas elas são importantes para o desenvolvimento intelectual. Essas interações se desdobram em: experiência física, onde o sujeito age sobre o objeto e retira dele suas características principais por abstração empírica, e em experiência lógico-matemática que se constituem as ações coordenadas sobre os objetos.

A maturação, a experiência e a interação social não são suficientes para explicar o desenvolvimento. A eles são agregados o quarto fator, a equilíbrio, entendida pelo autor como o fio condutor de todo o processo. “A equilíbrio é o regulador que permite que novas experiências sejam incorporadas, com sucesso, aos esquemas.” (WADSWORTH, 1997, p. 36). “Quatro são os fatores necessários para o desenvolvimento cognitivo: maturação, experiência ativa, interação social e equilíbrio. Mas somente a interação entre eles oferece a condição suficiente para o desenvolvimento cognitivo.” (WADSWORTH, 1997, p. 36).

O funcionamento dinâmico de construção e reconstruções possibilita ao sujeito progredir em suas construções e alcançar patamares mais elevados e esquemas mais complexos. Um pressuposto da teoria piagetiana é que todo sujeito busca autopreservação ou adaptação para satisfazer as suas necessidades. Reconhecer o saber, o conhecer como necessidade de todos e para todos é, portanto, muito valorizado nesta teoria. O estar adaptado corresponde a um estado relativo de equilíbrio, que quando rompido é desequilibrador e o sujeito, a partir de ações motoras ou mentais, retoma o processo adaptativo para resolver o desequilíbrio (PIAGET, 1973; 1975).

A construção das operações lógico-matemáticas é resultado de um longo e complexo processo de cognição que começa a partir das relações espaço temporais e causais, as quais se constituem na condição da organização da experiência vivida pelo indivíduo. O agir do sujeito sobre os objetos são a fonte da causalidade e da experiência física. Já a coordenação que existe entre essas ações são a fonte das operações lógico-matemáticas. Esses aspectos são denominados por Piaget como experiência física e experiência lógico-matemática (PIAGET, 1973; 1975).

A experiência física se dá em agir sobre os objetos e descobrir suas propriedades físicas como tamanho, cor, forma, um processo de abstração empírica. A experiência lógica-matemática consiste em modificar o objeto atribuindo-lhe novas propriedades ou relações desde que se conservem as suas propriedades ou relações anteriores, ao mesmo tempo que as completem com sistemas de classificações, ordenações, correspondência, medidas (PIAGET, 1973). Desta vez, não se trata de uma abstração empírica, como por exemplo fazer aparecer a qualidade de um objeto, mas de uma abstração reflexionante.

Piaget (1995) ao tratar das abstrações, divide o processo de abstração reflexionante em: a empírica e a reflexionante.

A abstração empírica (*empirique*) apoia-se sobre observáveis dos objetos e das ações nas suas características materiais; portanto sobre aquilo que pode ser observado ou aquilo que o objeto ou as ações em suas características materiais possuíam antes do sujeito agir sobre eles. (BECKER, 2012, p. 35).

Quando vemos, ouvimos, sentimos cheiros, seguramos objetos, dirigimos, brincamos, retiramos desses objetos ou dessas ações propriedades que são observáveis e que qualificam o tipo de abstração empírica.

A abstração reflexionante (*réfléchissante*) difere profundamente da empírica porque por ela o sujeito retira qualidades, não de objetos, ou de ações observáveis, mas das coordenações das ações que, por se realizarem internamente ao sujeito, não são observáveis. (BECKER, 2014, p. 106).

Esse tipo de abstração acontece no mundo endógeno e por essa razão não pode ser observada, apenas inferida por meio da observação do comportamento. Quando um bebê olha para um objeto, agarra-o e o leva na boca, coordena essas ações, que ocorrem dentro de sua mente em forma de operações.

A abstração reflexionante desdobra-se em: pseudoempírica e refletida. “A pseudoempírica (*pseudo-empirique*) pelo qual o sujeito retira de seus observáveis não suas características como na abstração empírica, mas o que o sujeito colocou neles.” (BECKER, 2012, p. 36). Esse tipo de abstração reflexionante ocorre com a descoberta do indivíduo sobre as propriedades por ele colocadas no objeto a partir de suas ações.

A refletida (*refléchie*) que é uma abstração reflexionante que se transformou por tomada de consciência. É essa tomada de consciência de uma abstração reflexionante que faz surgir os conceitos, sem os quais não podemos pensar; eles são a condição de possibilidade do nosso pensar. (BECKER, 2012, p.36).

Essa abstração refletida é o que transforma as quase necessidades em necessidades para o sujeito. “É sempre um ponto de chegada obtido mediante numerosas abstrações reflexionantes propriamente ditas que pressupõem outras tantas abstrações pseudo-empíricas.” (BECKER, 2014, p. 109).

O mecanismo da abstração reflexionante ocorre por meio de dois movimentos distintos e complementares, o de reflexionamento e o de reflexão, que são observados em todos os estádios do desenvolvimento. “O *reflexionamento* consiste em retirar qualidades das coordenações, de um patamar qualquer, e transferi-las para o patamar acima. Consiste na projeção, sobre um patamar superior, daquilo que foi tirado de um patamar inferior.” (BECKER, 2014, p.109).

Isso significa dizer que os conhecimentos de maior complexidade são assimilados e reconstruídos sintetizando uma maior abertura, complexidade e amplitude desses conhecimentos. “A reflexão (*réflexion*) consiste na reorganização do que foi transferido pelo reflexionamento ao patamar superior em função do que já existia ali.” (BECKER, 2014, p.109). A reflexão, então, reorganiza as qualidades das coordenações das ações, gerando algo novo, que não existia anteriormente, em um patamar superior.

Nessa perspectiva, a aprendizagem vai ocorrer, se puder contar com essa lógica que é construída de forma gradual proveniente das ações do sujeito pelos processos de reflexionamento e reflexão e do mecanismo da abstração reflexionante.

O sujeito tem que se apropriar de suas ações; das coordenações de seus esquemas ou coordenações de suas ações; mais adiante dos subsistemas e esquemas, assimilando-os uns aos outros. É esse o caminho da formação das estruturas lógico-matemáticas com as quais poderá apropriar-se dos conhecimentos da ciência lógica e da ciência matemática e, mais tarde, fazer lógica, matemática ou qualquer outra ciência. (BECKER, 2012, p. 37).

A compreensão desse processo de reflexionamento e do mecanismo da abstração reflexionante impacta no universo metodológico do ensino e, como não poderia deixar de ser, no ensino da Matemática, tanto na concretude dos conhecimentos, quanto na abstração que requerem. Piaget criou essa ponte metodológica apostando no caráter construtivo da ação do sujeito na aprendizagem.

3.1 O PENSAMENTO DIALÉTICO OU AS CONSTRUÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIAS

Os estudos realizados por Piaget na obra “As Formas Elementares da Dialética” (1996) perseguem vários objetivos, entre eles:

Mostrar que há processos dialéticos em todos os níveis do pensamento, e mesmo da ação, em todos os casos em que se torna necessário construir novas formas que não se deduzam por vias simplesmente discursivas as estruturas ou propostas já conhecidas anteriormente. [...] Desmistificar [...] toda forma de pensamento é desde o primeiro momento e permanece constantemente dialética como se não existisse, entre as fases de construção dialética, fases de equilíbrio ao longo das quais a simples lógica discursiva seria suficiente para manifestar as consequências necessárias de afirmações e negações que as continham anteriormente. (PIAGET, 1996, p. 11).

Piaget (1996) pontua que nem todo funcionamento cognitivo supõe processos dialéticos. Distingue a equilibração do equilíbrio e entende a dialética como restrita aos processos constitutivos. Para ele as inferências discursivas não causam

modificações nas estruturas, e por não gerarem transformações, não configuram um processo dialético.

No seu entender a dialética compõe o aspecto inferencial do processo de equilibração onde as inferências discursivas resultam dos sistemas equilibrados, gerando uma alternância contínua entre as fases da construção dialética e da exploração discursiva. Para o autor, o estado de equilíbrio corresponde ao domínio da lógica, restrito às relações discursivas e o período de reorganização em que os processos cognitivos envolvem aspectos inferenciais, que corresponde à fase dialética.

Piaget (1996) procurou mostrar em toda a obra que não é necessário chegar a um processo discursivo para que haja um processo dialético. Segundo ele:

[...] toda dialética comporta processos circulares entre os passos proativos e retroativos e são estes que dão conta da formação das aparências de necessidades pré-formadas, enquanto a necessidade autêntica só se constitui ao longo e no final de todo o desenvolvimento dialético. (PIAGET, 1996, p. 12).

A circularidade dialética explicada por Piaget (1996) ressalta que o conhecimento é um processo contínuo. Essa circularidade não corresponde a um círculo vicioso, mas a uma espiral com grande potencial de desenvolvimento. O autor também nos dá razões para examinar a gênese das formas elementares da dialética, sendo, a primeira delas, a necessidade pré-formada existente em todos os níveis, que está longe de ser suficiente para dar conta das mais elementares interdependências entre os sujeitos e objetos que se tornam mais complexas com o progresso do conhecimento.

Outra razão é que as formas elementares da dialética mostram porque utilizam uma novidade particular de implicações entre ações e operações e desencadeiam entre elas transformações para engendrar outras, enquanto as implicações entre enunciados permanecem discursivas. Para Piaget (1996, p. 13) a dialética consistirá em “construir novas interdependências entre significações, as mais simples sendo solidárias e indissociáveis desde o início e o mais geral dos círculos dialéticos, sendo o que liga as implicações e as significações”. (PIAGET, 1996, p. 13).

Nesta obra apresenta pesquisas psicogenéticas que expressam formas de inferências utilizando implicações entre ações, que evidenciam características comuns, onde, segundo ele, podem ser encontradas em todas as

situações dialéticas atuando solidariamente, uma vez que cada uma delas envolve as outras.

Estas pesquisas expressam formas de inferências de implicações entre ações em que predominam características comuns que põe em evidência o caráter dialético entre sujeito e objeto, atuando de forma solidária, uma vez que cada uma delas envolve também as outras.

A primeira característica e a mais geral delas é a construção de interdependências entre dois sistemas distintos e independentes, que ao se relacionarem formam uma nova totalidade. Os sistemas que eram distintos, são agora os subsistemas dessa nova totalidade, onde suas características não pertenciam a nenhum deles antes dessa relação (PIAGET, 1996).

A segunda característica refere-se às interdependências estabelecidas entre as partes de um mesmo objeto. Ao se aproximarem do objeto por meio de abordagens sucessivas e progressivas, este vai apresentando novos aspectos, novas propriedades, novas características, que um sujeito que também está se modificando, assimila e põe em evidência essa relação dialética (PIAGET, 1996).

O terceiro fator é que toda nova interdependência gera superações quando acrescida de precedentes, assim construindo uma nova totalidade, de forma que a anterior se torne um subsistema. Essas superações tomam novo sentido quando em uma forma de generalização construtiva, de “superação dos próprios instrumentos de superação”. (PIAGET, 1996, p. 199).

Outro aspecto presente em todos os processos dialéticos é a intervenção das circularidades ou espirais na construção das interdependências. A dinâmica dessas interações no sentido de progresso de uma construção proativa provoca reorganizações que enriquecem os sistemas e estes, por sua vez, engendram a abertura de novos possíveis (PIAGET, 1996).

Por fim, uma quinta característica é que toda dialetização leva a relativizações, pelo fato de que propriedades isoladas e tidas como absolutas, ao serem colocadas em relação de interdependência com outras, se tornam relativas (PIAGET, 1996).

Todas essas cinco propriedades se resumem na significação mais geral dessa obra: “A dialética se constitui o aspecto inferencial de toda equilibração”. (PIAGET, 1996, p. 200). O autor nos conduz ao entendimento dessa formulação

dizendo que “é preciso distinguir com cuidado a equilibrção enquanto processo construtivo que conduz a formação de estruturas e o equilíbrio, enquanto estado estável atingido por essas estruturas uma vez construídas”. (PIAGET, 1996, p. 200).

As interações dialéticas são formadoras de novas relações e interdependências que ocorrem para a construção do conhecimento. Numa visão construtivista, o processo dialético pode ser reconhecido principalmente na espiral das interdependências entre ações e operações. Esse processo interdependente mobiliza quatro instrumentos cognitivos: os predicados P, os conceitos C, os julgamentos J e as inferências I. O percurso desses aspectos são indissociáveis e compõem a circularidade dialética.

Seguindo a ordem das composições, devemos, com efeito, sustentar que os conceitos C são amálgamas dos predicados, que os julgamentos são relações entre conceitos C e que as inferências I são compostas por julgamentos J. Mas se passarmos das composições às justificações, é claro que todo julgamento repousa sobre inferências I [...] que o emprego de todo conceito exige julgamentos J e que os predicados P resultam da comparação de vários aspectos. (PIAGET, 1996, p. 15-16).

Essa circularidade ocorre por dois movimentos complementares e indissociáveis. Um processo ascendente de composição na direção de novas totalidades mais abrangentes. As características dos objetos, predicados, quando assimiladas, conduzem a conceitos e, quando colocados em relação, geram julgamentos que são articulados em inferências (P – C – J – I). E outro processo descendente onde as inferências sustentam os julgamentos e que, por sua vez, fundamentam os conceitos que resultam nos predicados (I – J – C – P) (PIAGET, 1996).

Ao escrever a apresentação da obra de Piaget (1996), Lino de Macedo nos ajuda a entender a dialética nas relações que se estabelecem entre sujeito e objeto em sua tríplice dimensão: interiorizável, exteriorizável e sintetizante. Todo o conhecimento do objeto resulta de ações e operações que o fazem variar, mostrando duas construções de naturezas contrárias que se coordenam. A dialética, desta maneira, pode também ser compreendida nas relações que se coordenam. Consiste em criar interdependências e fazer o caminho da exteriorização e da interiorização.

O conhecimento não está nem no sujeito nem no objeto, pois é resultado de uma construção. Quando acontece a exteriorização, evoca-se a elaboração de conhecimentos físicos, de relações causais, uma reconstituição das propriedades descobertas no objeto. Quando acontece a interiorização há a construção da lógica, a elaboração das formas entre ações e operações. A partir disso as ações buscam uma significação e, dessa maneira, a partir de uma síntese dialética de auto-organização, o conhecimento pode ser integrado.

Assim há, no total, três movimentos dialéticos a serem considerados (PIAGET, 1996, p. 205):

1. A colocação em interdependências das formas necessárias às assimilações.
2. Colocação em interdependências das propriedades atribuídas ao objeto.
3. A síntese dessas formas e desses conteúdos, adquirindo então a função de modelos.

Para Piaget (1996), a construção das estruturas é dialética e, uma vez construídas, estão na fase discursiva. Enfatiza que essa fase equivale ao equilíbrio, pois quando um conceito é construído e ainda der conta das assimilações, não é necessária uma nova construção.

Nesse sentido, o processo de fazer e compreender descreve o processo em que se desenvolve a compreensão dos conceitos envolvidos em uma série de tarefas. Para Piaget (1978b) são dois grandes sistemas complementares, de significações distintas. O primeiro serve para fazer com êxito e o segundo visa compreender a realidade.

Fazer é compreender em ação uma dada situação em grau suficiente para atingir os fins propostos e compreender é conseguir dominar, em pensamento, as mesmas situações até poder resolver os problemas por elas levantados, em relação ao porquê e ao como das ligações constatadas e, por outro lado, utilizadas na ação. (PIAGET, 1978b, p.176).

Piaget (1978b) observou que não é o objeto que conduz a criança à fase de compreensão. Para cada situação, a criança tem que transformar os esquemas de ação em noções e operações que estão envolvidas em uma determinada tarefa. A compreensão é fruto da qualidade da interação entre a criança e o objeto. Quando a criança age sobre o objeto, é desafiada com novas situações,

está sendo favorecida a desenvolver conceitos que darão a possibilidade de alcançar um maior nível de compreensão.

O fazer com êxito implica uma estruturação, desde as ações mais elementares, até à solução de problemas abstratos. Por meio de coordenações entre as ações, o sujeito realiza sua atividade com sucesso. O compreender caracteriza-se por coordenações inferenciais que explicam o como e o porquê das ações do sujeito. Enquanto o fazer é orientado por esquemas procedimentais, no compreender estes dão lugar a esquemas operatórios que levam à compreensão mais abstrata das tarefas.

Na tarefa de derrubar dominós, por exemplo, a criança é solicitada a organizá-los em uma linha, de modo que se o primeiro é derrubado, este cai sobre o segundo, que derruba o terceiro e, assim por diante, até que todos caiam em sequência. Observa-se uma sucessão de fases na ação da criança até que ela seja capaz de perceber que a ação é contextualizada, ou seja, os diferentes dominós se vinculam por uma relação de interdependência entre eles, dando movimento ao conjunto, até o efeito final.

Na primeira delas, a criança negligencia todos os elementos envolvidos na tarefa. Ela é capaz de construir a sequência de dominós, mas não observa que a distância entre eles é um elemento importante. Na segunda fase, as crianças corrigem a distância para construir a sucessão de dominós, porém para elas há sempre a necessidade de as peças estarem enfileiradas, coordenando parte dos elementos que compõe a tarefa. Já na terceira fase, as crianças se tornam capazes de organizar os dominós considerando a distância, o peso e a direção das peças. Compreendem também que a distância estabelecida entre as peças modifica a velocidade com que elas cairão (PIAGET, 1978a).

As situações de jogo sempre se relacionam aos aspectos do fazer e do compreender na medida em que implicam a construção de procedimentos, os quais, inicialmente coordenados pelas ações, devem ser completados, depois dirigidos e, finalmente, substituídos pelas coordenações do pensamento, o que leva o sujeito à compreensão e a planejamento do próprio jogo.

Portanto, ao pensarmos nos jogos de regras como instrumentos que provocam desafios para os sujeitos e oferecem estímulo para a construção de novas

formas de pensar, estes podem proporcionar a elaboração de negações necessárias ao progresso cognitivo em tomadas de decisão.

3.2 CARACTERÍSTICAS E EVOLUÇÃO DOS JOGOS NA TEORIA

Piaget (1994), em sua vasta pesquisa sobre como ocorre o desenvolvimento humano, utilizou-se em certos momentos de jogos para averiguar os níveis de desenvolvimento dos sujeitos envolvidos. A fim de verificar a gênese e a evolução da prática e da consciência das regras, Piaget descreve e analisa quatro estágios sucessivos.

O primeiro estágio, assinalado entre 0 a 2 anos, é caracterizado pelo seu grande empenho na manipulação motora e individual. O sujeito utiliza o objeto físico em função de seus próprios anseios, prevalecendo o jogo individual. Sendo o interesse desse sujeito satisfazer suas fantasias e interesses motores, a regra não alcança um caráter coletivo (PIAGET, 1994).

No segundo estágio, constituído entre os 2 e 5 anos, predomina o jogo mais egocêntrico, pois as regras são utilizadas individualmente, o sujeito joga para si, mesmo quando em grupo, descuidando da codificação das regras. Nesse período as crianças mostram a necessidade de jogar com o outro e principalmente com outras crianças mais velhas, as quais tenta imitar, pois imitando se convence que está dando conta do real (PIAGET, 1994).

O terceiro estágio denominado da cooperação nascente. Aparece por volta dos 7 e 8 anos de idade e junto dele surge a importância de se ganhar o jogo e a necessidade de sistematização e unificação as regras, sendo essa última bastante variável. O interesse simbólico dá lugar ao interesse social (PIAGET, 1994).

No último estágio, o da codificação das regras, aparece por volta dos 11 ou 12 anos. Nota-se o interesse da regra pela regra e uma intensa preocupação com o cooperar e prever todas as possibilidades no jogo. Piaget (1994) define assim este estágio, pois nesse momento as regras fazem parte do jogo literalmente. Há interesse de domínio da regra, assim como de compreender e viver as regras conhecidas por toda a sociedade. Um exemplo desse interesse é o conhecimento das regras/leis de trânsito e o rigor com que cobram dos adultos o respeito a elas.

Assim, notamos o contínuo processo de interiorização da regra que primeiro se apresenta exterior ao sujeito até tornar-se uma expressão livre. Com relação à consciência das regras, Piaget (1994) constatou outros três estágios: anomia, heteronomia e autonomia. Para o autor, essas etapas se sucedem sem constituir estágios, pois é possível encontrar sujeitos adultos regidos pela heteronomia no que concerne às regras.

No estágio da anomia, a conduta das crianças até aproximadamente 5 ou 6 anos são determinadas por suas necessidades básicas e a busca do prazer funcional. “A regra não é coercitiva, ou por ser puramente motora, ou porque constitui muito mais um exemplo interessante e não uma realidade obrigatória.” (PIAGET, 1994, p.34).

O período heterônomo, que se apresenta mais desenvolvido por volta dos 7 e 8 anos de idade, se inicia ainda na fase egocêntrica e termina na metade do estágio da cooperação. A regra é entendida como imutável e deve-se a ela obediência. Segundo Piaget “a regra é vista como sagrada e inatingível, de origem adulta e de essência eterna.” (PIAGET, 1994, p. 34).

A moralidade autônoma abrange o fim do estágio da cooperação e o estágio da codificação das regras e a criança demonstra maior consciência moral. Os deveres são cumpridos com consciência de sua necessidade e significação. Para o autor “a regra é considerada como uma lei imposta pelo consentimento mútuo, cujo respeito é obrigatório.” (PIAGET, 1994, p. 34).

Em síntese, destacamos a fala de Piaget (1994, p. 34), em que,

A regra coletiva é, inicialmente algo exterior ao indivíduo e, por consequência, sagrada. Depois, pouco a pouco, vai-se interiorizando e aparece, nessa mesma forma, como livre resultado do consentimento mútuo e da consciência autônoma. Ora, no tocante à prática, é natural que ao respeito místico pelas leis, correspondam um conhecimento e uma aplicação ainda rudimentar de seu conteúdo, enquanto, ao respeito racional e motivado, corresponde uma observância efetiva e pormenorizada de cada regra.

Na obra “A Formação do Símbolo na Criança”, Piaget (1978a) retoma as questões do jogo e analisa a função simbólica manifestada na imitação, no jogo e no sonho. Para Fogaça Júnior (2019), na referida obra o termo jogo é utilizado por Piaget como um “meio de explicação para apresentar como a criança realiza formas

de pensamentos mais elaboradas em uma busca incessante para compreender e explicar a realidade”. (FOGAÇA JÚNIOR, 2019, p.3).

Observa-se uma estreita relação com a construção da inteligência quando o autor nos explica o predomínio da acomodação sobre a imitação e o predomínio da ação assimiladora sobre o jogo.

Se o ato da inteligência culmina num equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, enquanto que a imitação prolonga a última por si mesma, poder-se-á dizer, inversamente, que o jogo é essencialmente assimilação, ou assimilação predominando sobre a acomodação. (PIAGET, 1978a, p.115).

Para Piaget (1978a) o jogo uma atividade de predomínio da assimilação sobre a acomodação, tem seu processo constituído pela adaptação, compreendida como o equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Ao buscar as origens do jogo infantil, propõe sua distinção em três estruturas que aparecem na seguinte ordem de sucessão: o exercício, o símbolo e a regra.

Os jogos de exercício compreendidos por Piaget (1978a) surgem entre 0 e 2 anos em média e constituem as primeiras manifestações do período sensório-motor. Nesse tipo de jogo o que prevalece é o “prazer funcional” e a repetição incansável da mesma ação. Inicialmente os jogos de exercício são atos motores, reflexos que se mostram a partir dos primeiros instantes do nascimento da criança. Estes reflexos estão orientados para o contato com o mundo exterior, e por este contato é que passam a se exercitar e se ampliar.

Por ainda não apresentar esquemas para assimilar o novo, há nesse instante o predomínio da acomodação sobre a assimilação (FOGAÇA JUNIOR, 2019). Percebemos então que o jogo de exercício ocorre desde as ações elementares até ações mais complexas e que a relação com o exterior, ou seja, a interação entre o sujeito e objeto, é o combustível para o desenvolvimento da inteligência.

Sendo as estruturas do jogo complementares e sequenciais, vale destacar que essa forma de exercício não se limita somente aos dois primeiros anos de vida, pois reaparecem durante toda a infância e na vida adulta, pois o processo de desenvolvimento é um processo de reelaboração constante.

Os jogos de exercício sensório-motores não chegam a constituir sistemas lúdicos independentes e construtivos, à maneira dos jogos

simbólicos ou de regras. A função própria é exercitar as condutas por simples prazer funcional ou prazer de tomar consciência de seus novos poderes. (PIAGET, 1978, p. 153a).

Dessa forma, a principal função da estrutura sensório-motora é possibilitar ao sujeito a assimilação dos objetos exteriores, sendo a repetição um meio necessário para o alcance de novos patamares.

A segunda forma de jogo entendida por Piaget (1978a) é o jogo simbólico, que é predominante entre os 3 e 6 anos de idade. Surgem nesse momento do desenvolvimento, pois essa função simbólica é típica do período pré-operatório. Neste momento notamos maior domínio de jogo em relação à fase anterior, fruto das ricas interações do desenvolvimento até ali, que produziram novas construções. É característico do sujeito deste período utilizar representações e símbolos para explicar a sua realidade. Essas representações são permeadas pela lógica, porém uma lógica que ainda não possui esquemas suficientes para dar conta da complexa explicação do real.

Ao invés do jogo de exercício, que não supõe o pensamento nem qualquer estrutura representativa especificamente lúdica, o símbolo implica a representação de um objeto ausente, visto ser comparação entre um elemento dado e um elemento imaginado, e uma outra representação fictícia, porquanto essa comparação consiste numa assimilação deformante. (PIAGET, 1978a, p.146).

No jogo simbólico, a criança utiliza os esquemas que foram construídos por meio do jogo de exercício e os transforma, ampliando e criando outros novos que vão desencadear desenvolvimento e uma conseqüente compreensão do exterior. Em uma atividade onde o sujeito move uma caixa de papelão imaginando ser um carro, há toda uma representação da realidade externa, que em sua lógica de pensamento deforma a realidade, dando a ela (objeto) o sentido que internamente construiu do objeto, sua função, sua utilidade social.

Acrescenta-se ao jogo simbólico, o jogo de regras, aproximadamente entre 6 e 8 anos de idade, em compatibilidade com as construções cognitivas próprias do período operatório concreto. Nesse momento, o símbolo dá lugar à regra na predominância e atribui novos sentidos às relações sociais ou interindividuais.

Assim como o jogo simbólico inclui, frequentemente, um conjunto de elementos sensório-motores, também o jogo com regras pode ter o mesmo conteúdo dos jogos precedentes: exercício sensório-motor como o jogo das bolas de gude ou imaginação simbólica, como nas adivinhações e charadas. Mas apresentam a mais um elemento novo, a regra, tão diferente do símbolo quanto este pode ser do simples exercício e que resulta da organização coletiva das atividades lúdicas. (PIAGET, 1978a, p. 148).

A elaboração da regra pelo sujeito acontece quando consegue coordenar diferentes pontos de vista. No período pré-operatório (jogo simbólico), o sujeito entende a regra como necessária e, por apresentar o pensamento centrado nas suas próprias ações, não as elabora e nem as coordena com outros elementos. As regras são suas regras! No período posterior, decodifica um código cada vez mais socializado e, ao reconhecer as regras no contexto social, age sobre elas, promovendo inclusive sua modificação, pois agora já passa a considerar o outro e o ponto de vista que lhe é próprio.

Na obra piagetiana o jogo tem seu lugar de destaque por possibilitar a investigação de diferentes mecanismos pesquisados pelo autor. Por meio do jogo “Torre de Hanói”, Piaget (1977) explicou os processos de tomada de consciência. A partir do jogo “Master Mind”, senha, Piaget (1985; 1986) estudou os processos de construção dos possíveis e do necessário nas crianças. Em “As Formas Elementares da Dialética”, Piaget (1996) utiliza diversos jogos como: “Cara a Cara”, o “Xadrez Simplificado”, “Reversi”, “Batalha Naval” entre outros, para explicar a formação do pensamento dialético.

Ao tratar em especial dos aspectos que compõe os jogos escolhidos para esta pesquisa, ao se observar a posição das peças no tabuleiro, as interdependências entre elas, os espaços vazios e as situações possíveis e impossíveis, os jogadores devem antecipar as possíveis jogadas, aquelas que sejam mais adequadas para vencer o oponente, com um número mínimo de deslocamentos e evitando ações aleatórias e precipitadas. Para isso precisam antecipar suas jogadas e as do parceiro.

Nesses jogos, as boas estratégias se manifestam na escolha dos deslocamentos e arranjos de peças para explorar as possibilidades de cada jogada. Cada movimento implica em considerar a interdependência entre as peças, uma vez que a “vizinhança” que caracteriza as relações entre elas desencadeiam modificações na configuração geral destas no tabuleiro, de forma a facilitar ou dificultar as partidas.

Dessa forma, jogar bem impõe ao jogador a reflexão e a flexibilidade constante de ações, de forma a considerar continuamente as relações entre as partes (peças) e o todo (tabuleiro).

Quando observamos as condutas das crianças, podemos notar a presença dos aspectos dialéticos considerados por Piaget (1996). “(1) uma interdependência geral que se modifica sem parar, (após cada lance)”, portanto, uma dependência mútua entre as peças, ou seja, o movimento de uma peça, ou a inclusão de uma nova, gera uma interferência na ação das demais e exige uma atualização do tabuleiro e outra preparação para a jogada posterior. “(2) uma relativização constante das significações dado que cada mudança na posição das peças aumenta ou diminui as probabilidades de acerto ou erros”.

Diante das complexas relações entre as peças e movimentos do jogo, desde as primeiras jogadas, as boas e as más condutas, terão influência no resultado final. “(3) uma utilização contínua das implicações entre as ações e isso sobre um plano duplo, de maneira que não se trata simplesmente de inferir as consequências das próprias ações, mas de antecipar as manobras do parceiro” o que seria nesse terceiro fator dialético o sujeito identificar as consequências das suas próprias ações e antecipar as do seu adversário e coordená-las para produzir sua jogada.

O fator espacial refere-se às relações topológicas, projetivas e euclidianas. As relações topológicas exprimem as propriedades de vizinhança, proximidade entre as peças, a percepção das diferentes posições que se ocupa no espaço e podem ser observadas em jogo quando peças diferentes são movidas em direções diferentes, ou quando passam a pertencer ao adversário. O espaço euclidiano que se estabelece na coordenação entre os objetos se expressam nesses jogos a partir das determinações das distâncias, na percepção do melhor posicionamento das peças. O espaço projetivo, que supõe a coordenação de diferentes pontos de vista, pode ser observado nesses jogos a partir das relações de direita, esquerda, em cima e embaixo, frente e trás, segundo o ponto de vista do sujeito e do adversário.

A observação desses momentos de jogo permite identificar características do pensamento e levantar hipóteses sobre o caminho percorrido pela

criança, ouvi-la explicar como pensou cada jogada, as coordenações e reflexões decorrentes de sua ação de jogar, valorizando seu desenvolvimento e as construções.

É, pois, nessa perspectiva de que há processos dialéticos em todos os níveis de pensamento e de ação que ancoramos nosso estudo, a fim de abordar a construção das noções espaciais, percebendo-as como um componente da Matemática para a apropriação dos conceitos geométricos e a teoria piagetiana, que se fundamentam nossas discussões.

3.3 A CONSTRUÇÃO DO ESPAÇO GEOMÉTRICO NA PERSPECTIVA PIAGETIANA

Brevemente introduzimos a discussão desse item com uma análise da Geometria nos documentos elaborados pelo MEC. Destaca-se que o espaço se encontra em relação com o pensamento geométrico através da “interação espacial com os objetos e movimentos do mundo físico e desenvolve-se por meio de competências de localização, visualização, representação e construção de figuras” (BRASIL, 2009, p. 26). A BNCC, quando se refere à Matemática e ao ensino da Geometria, nos diz:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (BRASIL, 2017, p. 271).

Ao contemplar em seus objetivos a necessidade de comunicar-se matematicamente, interpretar, descrever, representar e argumentar, estabelece relações entre elas e diferentes representações matemáticas. Acredita-se que ao abordar a Geometria sob esse aspecto, utilizando diferentes representações, é possível viabilizar a construção de diversos conceitos matemáticos, assim como possibilitar a elaboração de relações espaciais.

As Unidades Temáticas estruturantes dos conteúdos matemáticos na BNCC (BRASIL, 2017) desdobram a Geometria no Ensino Fundamental I em:

Geometria Plana e Geometria Espacial. No entanto, observamos que a primeira das geometrias a ter seus conteúdos expostos na Educação Básica é a euclidiana e posteriormente a topológica e a projetiva (BRASIL, 2017). Tem-se, assim, um descompasso entre a ordem genética elaborada por Piaget das estruturas geométricas na criança, iniciando pelas relações topológicas e, posteriormente, as relações euclidianas e projetivas, de maneira simultânea à proposta do documento (DEBASTIANI NETO, 2012; PEREIRA-PERES, 2017).

A análise do que é exigido para o ensino da Geometria atrelado à busca por compreender o desenvolvimento da compreensão do espaço pela criança, resultou, no caso da presente pesquisa, no reconhecimento de que esse tema foi estudado com profundidade por Piaget e Inhelder (1993). Os experimentos realizados pelos autores têm grande importância e são base para pesquisadores das áreas da Matemática, da Geografia e da Física. Conceitos como lateralidade, separação, vizinhança, continuidade, ordem, curva, inversão, foram investigados e discutidos por eles.

Piaget estuda, a partir da perspectiva de construção do objeto, do espaço, da causalidade e do tempo, as reações das crianças. Em seus estudos identificou que as primeiras intuições geométricas nas crianças são topológicas, baseadas na percepção do espaço e dos próprios movimentos do corpo e, posteriormente, as relações projetivas e euclidianas.

Piaget e Inhelder (1993) explicam como se dá a mudança gradativa da percepção do espaço em seu livro “A Representação do Espaço na Criança”. Nesse estudo mostraram como os sujeitos percorrem a construção das noções espaciais. Identificaram três relações de naturezas distintas, topológicas, projetivas e euclidianas e em seguida descreveram como a criança sai das relações topológicas que são mais elementares, para as relações projetivas e constrói as euclidianas que são mais complexas.

Para esses pesquisadores, a construção do espaço acontece em dois planos distintos: o da percepção (sensório motor) e o da representação (pensamento). Perceptivo, pois a criança pequena na interação entre seu corpo, seus sentidos e objeto, constrói as primeiras percepções do espaço e, mais tarde, quando desenvolve a noção simbólica, este espaço passa a ser representado intelectualmente, mostrando que essas construções ocorrem de forma simultânea e contínua.

O espaço perceptivo na teoria de Piaget é construído pela criança no contato com o meio em que ela vive, nas suas ações gustativas, visuais, auditivas, táteis (PAGANELLI, 2015) até os dois primeiros anos de vida, mostrando o papel fundamental da ação nessa elaboração. Assim como para Piaget e Inhelder (1993), Paganelli (2015) considera que

A ação, mais que a percepção, constitui o veículo essencial do progresso evolutivo da construção do espaço. Piaget enfatiza esse aspecto em relação ao espaço, pela grande tentação que se tem em conceber o espaço dado as experiências, como algo oferecido imediatamente pela percepção. (PAGANELLI, 2015, p.46).

De acordo com os autores, a percepção é uma extensão sensório motora que precede à representação, momento onde a criança observa semelhanças e diferenças nos objetos, mas ainda não os representa. Para Piaget e Inhelder (1993), a atividade perceptiva consiste em explorações, antecipações, comparações e nada mais é que o prolongamento da inteligência sensório motora que aparece antes da representação.

A concepção de espaço representativo surge quando a criança tem a noção do objeto construída, impulsionada pela função simbólica, sendo capaz até mesmo de agir sobre o que está representado mentalmente. Essa passagem de percepção sensório motora para representação mental apoia-se tanto sobre a imagem quanto sobre o pensamento (OLIVEIRA, 2005).

As relações topológicas explicadas por Piaget e Inhelder (1993) são aquelas desenvolvidas em um espaço próximo como o perto e longe, dentro e fora, na frente e atrás e envolvem as noções de vizinhança, separação, ordem, continuidade. São as primeiras construídas pela criança e dizem respeito às características dos objetos em si mesmos e não em um sistema de conjunto.

Por ser essa noção a primeira a ser construída pela criança, Piaget e Inhelder (1993) a consideram como elementar e mais importante, pois pressupõe as outras noções. A principal diferença entre elas está no modo de coordenação das figuras em um campo espacial.

As relações projetivas são de caráter mais complexo, pois ocorrem em um sistema de conjuntos, relacionando retas, ângulos, de forma coordenada, por isso sua construção mais tardia. Para Montoito e Leivas (2012) as relações projetivas:

São aquelas que coordenam os objetos em relação uns aos outros e que levam em conta todos os pontos de vista sem conservar, inicialmente, as distâncias e as dimensões como um sistema de coordenadas, pois o ponto de vista, a princípio, é considerado como único. (MONTTOITO; LEIVAS, 2012, p. 28).

Essas relações são elaboradas no período operatório concreto, quando há o desaparecimento do egocentrismo. A observação de diferentes pontos de vista leva à diferenciação e coordenação dos elementos que compõe os sistemas de conjunto. No entanto, sua limitação nesse momento é a não conservação das noções de área e distância que serão conquistadas posteriormente.

Outra relação espacial definida por Piaget e Inhelder (1993) é a euclidiana, que se constrói paralelamente e de forma solidária às noções projetivas durante o período operatório concreto. Estão envolvidas nesse processo a conservação das retas, dos ângulos, da métrica, da proporção, projetando o espaço no plano.

Em síntese, Piaget e Inhelder (1993) afirmam que

Ao contrário das relações topológicas elementares, que se apoiam no objeto e seus elementos considerados gradualmente, vimos que as noções projetivas implicam uma coordenação de conjunto que liga as figuras umas às outras em um sistema que repousa no relacionamento dos “pontos de vista”. Mas correlativamente a construção desse sistema dos pontos de vista, constitui-se igualmente a coordenação dos objetos como tal, conduzindo ao espaço euclidiano, a construção das paralelas, dos ângulos e das proporções ou semelhanças que fazem a transição entre os dois sistemas. Essa coordenação dos objetos, que supõe a conservação das distâncias, bem como a elaboração dos objetos, que supõe a conservação das distâncias, bem como a elaboração da noção de deslocamento (ou transformação congruente das figuras do espaço), acaba na construção dos sistemas referência ou de coordenadas. (PIAGET; INHELDER, 1993, p. 393).

Portanto, desde muito pequenas, as crianças constroem o raciocínio espacial por meio de percepções e experiências com os objetos e o meio, a partir das relações topológicas, projetivas e euclidianas e as articulam com a realidade e fenômenos que a cercam.

A compreensão de como se constroem as noções espaciais permite entender o que é apontado pelo pesquisador na área da Matemática, Bairral (2012), quando enfatiza que a Geometria do espaço não é somente uma demonstração do

raciocínio abstrato, mas é também a Geometria que o sujeito necessita para movimentar-se e agir cotidianamente. A aprendizagem dos conteúdos geométricos torna a leitura interpretativa do mundo mais completa e amplia a comunicação das ideias, facilitando o entendimento de vários outros aspectos matemáticos.

O autor sugere atividades que oportunizam relacionar a Geometria com o mundo real. “Manipulação a ordenação de objetos, das dobraduras em papel, do uso de espelhos, de jogos envolvendo a construção de padrões e da realização de construções geométricas.” (BAIRRAL, 2012, p. 165).

Ao tratarmos dos aspectos relacionados à construção da noção espacial e evidenciarmos o descompasso entre os documentos norteadores e a teoria piagetiana, nota-se que não se trata de ofertar tais aprendizagens e situações para conhecer o espaço (a criança o conhece na medida em que o vivencia), nem de ignorar as diferentes formas da Geometria (por ser esse um conhecimento muito além do que a criança domina), mas de solicitar certas operações mentais e abstrações que avancem respeitando-se o que já foi construído pelas crianças e convidando-as por meio de conflitos cognitivos, resolução de problemas e ampliação da perspectiva, por exemplo, a avançar na compreensão do espaço.

Para a teoria piagetiana, o conhecimento desenvolve-se como resposta a uma necessidade de adaptação do organismo ao meio. Como explica Becker (2012, p.33), se “no plano do desenvolvimento não forem construídas estruturas capazes de assimilação de informações, fatos e fenômenos, progressivamente complexos, a aprendizagem estagna, não consegue avançar”. Tal construção depende também das condições estruturais do indivíduo, que acomodem as informações assimiladas, possibilitando novas construções cognitivas.

Há a necessidade de se considerar que um conteúdo geométrico está arraigado às noções primitivas de cunho topológico. Estas noções são progressivamente construídas, até a elaboração das estruturas projetivas e euclidianas, que se consolidam por meio de um processo sincrônico e solidário. Desta forma, para afirmar como um sujeito mobiliza tais ideias básicas, devemos considerar como prioridade a construção dos elementos mais primitivos. Por exemplo, favorecer a compreensão do que é vizinhança, ordem e separação, permite que compreenda de forma mais contextualizada, a noção de continuidade, pois o contínuo é a síntese destas estruturas topológicas.

Na pesquisa de Godoi (2018) evidencia-se essas construções em adolescentes, em conteúdos escolares relacionados à Geografia. Mais especificamente, na construção da noção de espaço e lugar. Observou-se a necessidade de construção da noção de continuidade para a construção das noções mais complexas diferenciadoras de espaço e lugar. Ele se observa nas pesquisas de Debastiani Neto (2012), Pereira-Peres (2017) que tratam da complexidade da construção dos conceitos geométricos.

Cabe ao professor importante compreensão para a mobilização das ideias básicas das crianças: considerar que a construção de um conceito acontece ao longo dos anos de escolarização e não se manifesta após as aulas a não ser que elas tenham se dedicado a promover tais construções em cujo processo as aprendizagens elementares tornam-se favorecedoras de acomodações mais complexas, continuamente.

Nesse sentido, adota-se a indicação das pesquisas sobre a utilização de jogos no ensino da Geometria como a de Souza (2007), Debastiani Neto (2012), Gomes e Franco (2013), Carmo e Sampaio (2019), Fizzon (2018). Tais estudos revelam que os jogos podem ser recursos pedagógicos favorecedores das aprendizagens dos conceitos geométricos, já que proporcionam situações de interação e manipulação de objetos, peças, figuras, tabuleiros que são geometricamente construídos. Os jogos, ao proporcionarem situações desafiadoras, mesmo possuindo distintas proporções em suas peças, no tabuleiro, nas regras, não devem ser afastados das crianças menores, pois engendram conflitos cognitivos e desequilíbrios que possibilitam a construção de conhecimentos.

A obra piagetiana e sua relação com a Educação Matemática tem seu marco com a publicação do livro “A Gênese do Número na Criança” em 1941. Nos resultados relatados, Piaget (1941) e colaboradores argumentam que as ideias numéricas mais elementares surgem de toda uma complexa e rica atividade da inteligência das crianças em suas relações de interação com o meio.

Ao partir do fato que desde muito cedo, antes mesmo de irem para a escola, as crianças realizam contagem, repetem a sequência numérica e, sem saber, realizam a correspondência biunívoca, fazem seriação, classificam, adicionam, os autores interessaram-se por investigar em quais estruturas esses sujeitos se apoiam para realizar essas ações. As investigações também mostraram que as crianças não

constroem separadamente a adição e a subtração. Esse modo de compreender, mais recentemente evidente nos estudos de matemática, como os que citamos, foram discutidos na teoria piagetiana como construção da união por semelhanças e a ordenação por diferenças. São as ações que conhecemos como reunir, compor, adicionar e separar, decompor, subtrair e que, portanto, ocorrem indissociadamente, como revelou Piaget. O autor indicou que a epistemologia é essencial em toda reflexão sobre o ensino da Matemática, pois o desenvolvimento das estruturas operatórias e a aprendizagem dos conceitos matemáticos vão acontecendo simultaneamente e exigem reflexão (PIAGET, 1941).

A partir do exposto sobre a construção das relações espaciais na concepção de Piaget (1993), vimos que sua construção acontece progressivamente. Esse modo de compreender como ocorre a aprendizagem da matemática revela, além de implicações epistemológicas, implicações pedagógicas de que o conhecimento como um todo e acerca das relações espaciais, portanto, se desenvolve ao longo do tempo, na interação do sujeito com as diferentes situações que experimenta por meio de mecanismos cognitivos construídos na relação forma-conteúdo, revelando novas possibilidades de vinculação ao mundo físico, lógico e social. Procuramos, a partir dessas reflexões, demonstrar no texto que se segue, a aproximação entre a teoria piagetiana e os conteúdos matemáticos relacionados à Geometria, enfatizando que propostas lúdicas como os jogos, podem ser empregadas para conduzir tais aprendizagens.

4 DELINEAMENTO DA PESQUISA

Nesse capítulo, apresentamos o percurso metodológico da pesquisa que compreende a fundamentação metodológica, o problema e objetivos, o método clínico crítico, os instrumentos e os procedimentos de análise.

4.1 FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA

Considerando a natureza do problema, a metodologia utilizada nesta pesquisa possui um tratamento qualitativo, na modalidade de estudo exploratório. Partindo dessa perspectiva de pesquisa, Silveira e Córdova (2009, p.32) afirmam que,

[...] os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens.

Na pesquisa qualitativa, busca-se estudar fenômenos que envolvem os seres humanos e compreender as suas relações no contexto que elas ocorrem. Para Minayo (2001), ao preocupar-se com os aspectos da realidade que não podem ser quantificados, a pesquisa qualitativa:

Trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. (MINAYO, 2001, p. 14).

Segundo Gil (2007), a modalidade exploratória, busca proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito. É uma metodologia que costuma envolver levantamento bibliográfico, entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado, análise de exemplos que estimulem a compreensão. Essa técnica auxilia a situar o assunto na literatura acadêmica sobre o tema de interesse, para então apresentar uma proposição metodológica embasada no corpo teórico sobre o qual discorreremos e

visando apresentar possibilidades práticas de atuação no contexto escolar que exemplifique as relações evocadas sobre o tema.

4.2 PROBLEMA

A problemática norteadora desta pesquisa consiste na seguinte questão: Como os jogos “Reversi” e “Traverse” podem ser empregados na proposição de sequência didática construtivista visando a construção de noções espaciais, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com a Epistemologia Genética?

4.3 OBJETIVOS

4.3.1 Objetivo Geral

Analisar a construção das noções espaciais e relações de interdependência e propor uma sequência didática construtivista com uso dos jogos “Reversi” e “Traverse”, para o ensino de Matemática de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apoiada na Epistemologia Genética.

4.3.2 Objetivos Específicos

- Estudar o documento oficial da BNCC (BRASIL, 2017) e reconhecer os conteúdos matemáticos relativos à noção de espaço, indicados para as Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
- Investigar a construção da noção espacial e das relações interdependentes presentes nas obras piagetianas que tratam da construção do espaço.
- Identificar, na estrutura dos jogos “Reversi” e “Traverse” elementos da noção espacial e relacioná-los aos conceitos da Epistemologia Genética.

- Propor uma sequência didática construtivista com uso dos jogos para favorecer a construção das noções espaciais no ensino de Matemática.

4.4 MÉTODO CLÍNICO CRÍTICO

Em consonância ao referencial teórico adotado, o método pertinente à investigação é o método clínico-crítico elaborado por Jean Piaget. Segundo Delval (2002), o método clínico-crítico piagetiano oferece um conjunto de princípios que podem nortear a observação e as ações do pesquisador indicando caminhos percorridos pelo pensamento do sujeito em busca da resolução dos conflitos apresentados nas situações propostas. Por exemplo, nas situações envolvendo os jogos, os conflitos sociais, afetivos, cognitivos que o próprio jogo engendra, são oportunidades para observação criteriosa, apoiada no método clínico-crítico.

Trata-se de um conjunto de procedimentos empregados para investigar como as pessoas pensam, percebem, agem e sentem. Contudo, não se limita à aparência das respostas verbais ou comportamentais, procurando desvelar o que não está evidente (DELVAL, 2002).

O método de Piaget possibilita ao pesquisador acesso à estrutura de pensamento do sujeito por meio da análise da ação. Neste método é fundamental a elaboração de questionamentos referentes às ações, não apenas para se obter respostas, mas para verificar seu modo de pensamento e suas experiências. Delval (2002, p.12) assinala que “[...] o pesquisador, mediante suas ações ou suas perguntas, procura compreender melhor a maneira como o sujeito representa a situação ou organiza sua ação”. A provocação ao pensamento do sujeito visa compreender seu processo de pensamento. O professor deve acompanhar o raciocínio do sujeito sem interferir na resposta, uma vez que nessa perspectiva o processo torna-se mais importante que a resposta certa ou errada.

Em relação ao uso desse método, Piaget afirma:

[...] o exame clínico participa da experiência, no sentido de que o clínico coloca problemas, realiza hipóteses, faz variar as condições em jogo e, enfim, controla cada uma de suas hipóteses no contato com reações provocadas pela conversa. O exame clínico também inclui a observação direta, no sentido de

que o bom clínico, ao dirigir, se deixa dirigir e ao levar em conta todo o contexto mental, ao invés de se tornar vítima de “erros sistemáticos” como é frequente no caso do experimentador puro. (PIAGET, 1979, p.10).

A utilização do método clínico tem se revelado adequada não somente às pesquisas ligadas à Epistemologia Genética, mas também à educação, por criar situações que desafiam o pensamento da criança e desencadeiam o processo de equilíbrio, responsável pela construção do conhecimento.

4.5 UMA POSSÍVEL DEFINIÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA CONSTRUTIVISTA

Para que pudéssemos elaborar as atividades que comporiam a sequência didática, tomamos como base a definição proposta por Zabala (2010). Analisando e buscando os elementos que compõem a sequência didática, é possível, segundo o autor, caracterizá-la como sendo “[...] Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. (ZABALA, 2010, p.18).

De acordo com Zabala (2010), os tipos de atividades e, sobretudo, sua maneira de se articular, são um dos traços diferenciais que determinam a especificidade de muitas propostas didáticas. Para tanto, deve-se levar em conta a importância da intenção educacional na definição dos conteúdos de aprendizagem.

Entender a intervenção pedagógica exige situar-se num modelo em que a aula se configura como um microsistema definido por determinados espaços, uma organização social, certas relações interativas, uma forma de distribuir o tempo, um determinado uso dos recursos didáticos etc., onde os processos educativos se explicam como elementos estreitamente integrados neste sistema. Assim, pois, o que acontece na aula só pode ser examinado na própria interação de todos os elementos que nela intervêm. (ZABALA, 2010, p.17).

Esse modelo de sequência didática serve como instrumento que permite introduzir nas diferentes formas de intervenção, atividades que possibilitem uma melhor atuação em sala de aula. Desse modo, o professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental poderá utilizar esse modelo de sequência didática como uma

metodologia possível para o ensino da Matemática, a fim de melhorar o ensino nessa área.

Zabala (2010) corrobora com Piaget e propõem que o docente se baseie em referenciais que auxiliem na interpretação da sua prática. O autor enfatiza que na concepção construtivista, o professor deve ter uma postura ativa na sala de aula.

É ele quem dispõe as condições para que a construção que o aluno faz seja mais ampla ou mais restrita, se oriente num sentido ou noutro, através da observação dos alunos, da ajuda que lhes proporciona para que utilizem seus conhecimentos prévios, da apresentação que faz dos conteúdos, mostrando seus elementos essenciais, relacionando-os com o que os alunos sabem e vivem, proporcionando-lhes experiências para que possam explorá-los, compará-los, analisá-los conjuntamente e de forma autônoma, utilizá-los em situações diversas, avaliando a situação em seu conjunto e reconduzindo-a quando considera necessário, etc. (ZABALA, 2010, p.38).

O papel que o docente desempenha na sala de aula influencia diretamente o aluno. Sua intervenção tanto pode promover a aprendizagem quanto pode deixar uma má impressão do momento. Desta forma, a sistematização de qualquer que seja o recurso didático é essencial para que o sujeito se aproxime dos conceitos matemáticos e construa relações capazes de torná-lo sujeito cognoscente. A intervenção pedagógica precisa ser organizada de modo sistemático, com coerência interna, sequências de atividades e indicação do processo avaliativo.

De fato, a aula precisa refletir equilíbrio para os sujeitos, fazendo-os integrar-se ao momento pedagógico e participarem ativamente dele, sem transformar a aula em uma situação avulsa e confusa.

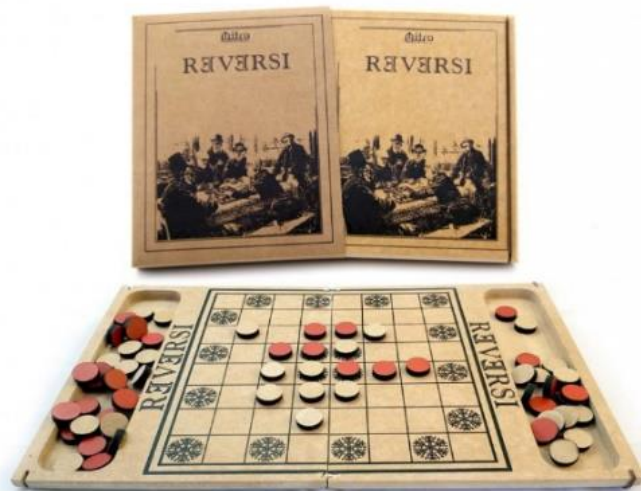
4.6 INSTRUMENTOS

4.6.1 O Jogo “Reversi”

O jogo Reversi também é conhecido como Othello. Alguns acreditam que o jogo tenha sido inventado na China com o nome de Fan Mian. Outros creem que foi criado em Londres por Jhon W. Mollet ou por Lewis Waterman, que inventaram

jogos muito parecidos e viviam se acusando de plágio e fraude. O tabuleiro usado nos torneios internacionais vem do jogo Othello criado pelo japonês Goro Hasegawa em 1971, diferente do Reversi apenas na maneira de iniciar a partida.

Figura 1 – Tabuleiro tradicional “Reversi”.



Fonte: [http://www.mitra.net.br/index.php?p=2&p2=Mg==&pagina=catalogo&produto=247&t=Reversi&csec=21&cat=0&p1=27#prettyphoto\[galeria\]/0/](http://www.mitra.net.br/index.php?p=2&p2=Mg==&pagina=catalogo&produto=247&t=Reversi&csec=21&cat=0&p1=27#prettyphoto[galeria]/0/). Acesso em: 11 maio 2021.

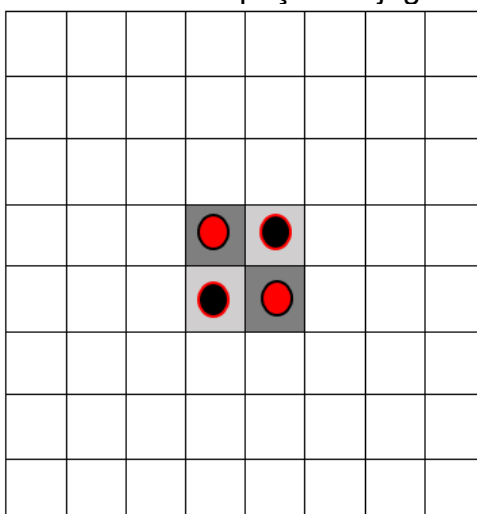
No Brasil, a Federação Brasileira de Othello¹, filiada a World Othello Federation, é a responsável pela divulgação e organização dos torneios no país. As competições são disputadas desde 2007 e contam com a participação de competidores de diferentes países.

4.6.2 As Regras

O jogo é constituído de um tabuleiro quadriculado de 64 casas e por 64 peças circulares com um lado vermelho e outro branco que podem ser viradas no decorrer do jogo e pode ser jogado por uma dupla.

¹ Disponível em: <http://www.othellobrasil.com.br/services.php>. Acesso em: 11 maio de 2021.

Figura 2 – Tabuleiro e peças do jogo “Reversi”.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

Objetivo do jogo: vence o jogo quem possuir mais peças de sua cor viradas para cima no tabuleiro.

Início da partida: no começo, 4 peças são colocadas no centro do tabuleiro, formando um quadrado 2 a 2 de forma cruzada com as cores alternadas e todas as outras peças ficam fora do tabuleiro. As peças são compartilhadas entre os jogadores e por isso é preciso definir no início quem ficará com cada cor.

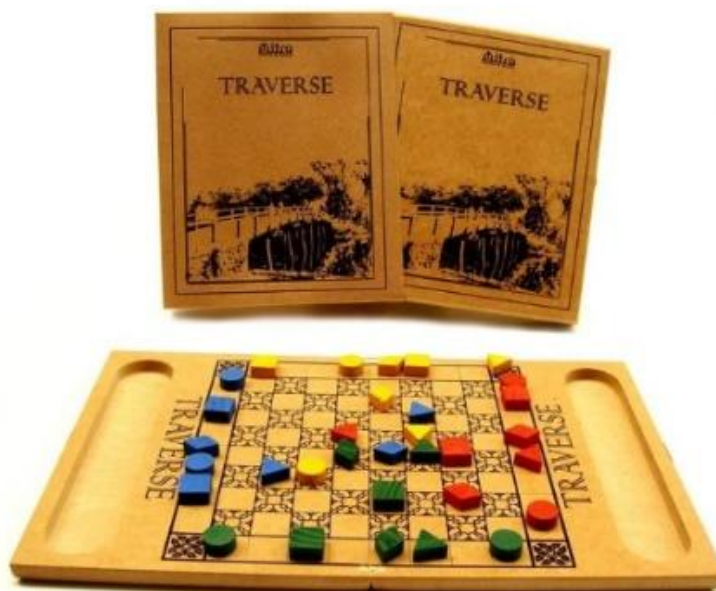
Movimento das peças: No decorrer da partida, os jogadores vão colocando as peças no tabuleiro, com sua cor virada para cima com a condição de que sempre capturem uma ou mais peças do adversário. Isto é obrigatório em todas as jogadas. As peças capturadas são viradas passando a pertencer ao jogador que as capturou. Para capturar as peças, basta colocar uma peça no tabuleiro, cercando em uma linha reta, podendo ser na vertical, horizontal ou diagonal uma ou mais peças do adversário. Pode ocorrer a captura de várias linhas na mesma jogada.

4.6.3 O Jogo “Traverse”

Pouco se sabe sobre a verdadeira história da origem do Traverse. Conta-se que o jogo foi criado por Michael Kuby e John Miller em 1987. Há quem diga que o jogo é mais antigo, pois é encontrado na Suécia pelo nome de Taifho e apresentado como um antigo jogo japonês. As jogadas do Traverse se comparam com o ato de atravessar uma grande avenida fora das faixas de pedestres, onde é

necessário observar muitos elementos simultaneamente para que se possa fazer em segurança. Questões como saber aonde ir, para onde olhar, qual a direção, qual a velocidade, são fundamentais para cumprir o objetivo proposto.

Figura 3 – Tabuleiro tradicional “Traverse”.

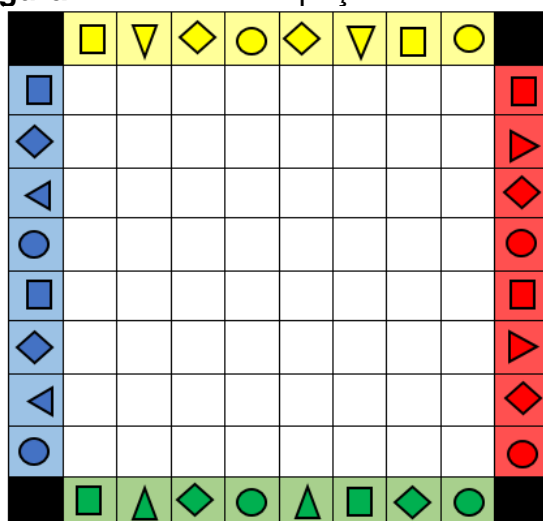


Fonte: [http://www.mitra.net.br/index.php?p=2&p2=Mg==&pagina=catalogo&produto=250&t=Traverse&csec=21&ccat=0&p1=27#prettyphoto\[galeria\]/0/](http://www.mitra.net.br/index.php?p=2&p2=Mg==&pagina=catalogo&produto=250&t=Traverse&csec=21&ccat=0&p1=27#prettyphoto[galeria]/0/). Acesso em: 11 maio 2021.

4.6.4 As Regras

Adota-se a transcrição de Macedo (2000) onde foi realizada uma cuidadosa descrição do jogo. O jogo é constituído de um tabuleiro quadriculado de 10 x 10 cm e de oito peças de cada cor (azuis, amarelas, verdes e vermelhas), sendo: dois triângulos, dois losangos, dois círculos e dois quadrados. Jogam 2 ou 4 parceiros.

Figura 4 – Tabuleiro e peças do “Traverse”.



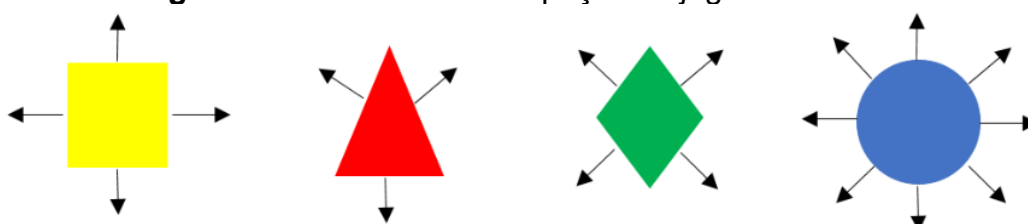
Fonte: adaptado de Palhares (2003).

Objetivo do jogo: mover todas as peças de sua fileira inicial para o lado oposto do tabuleiro. O jogador que conseguir fazer essa travessia primeiro, ganha o jogo.

Início da partida: Os jogadores escolhem com qual cor querem jogar e devem posicionar suas peças na fileira inicial do tabuleiro na ordem que considerarem mais conveniente, excluindo os cantos.

Movimentos das peças: As peças possuem características individuais e podem ser movidas um espaço de cada vez, em direção a um espaço adjacente vazio, respeitando as possibilidades de movimentos. Os quadrados movem-se vertical e horizontalmente. Os losangos têm movimentos diagonais para frente e para trás. Os triângulos movem-se nas diagonais somente para frente e na vertical para trás. Os círculos podem fazer movimentos em todas as direções. Como demonstrado na ilustração.

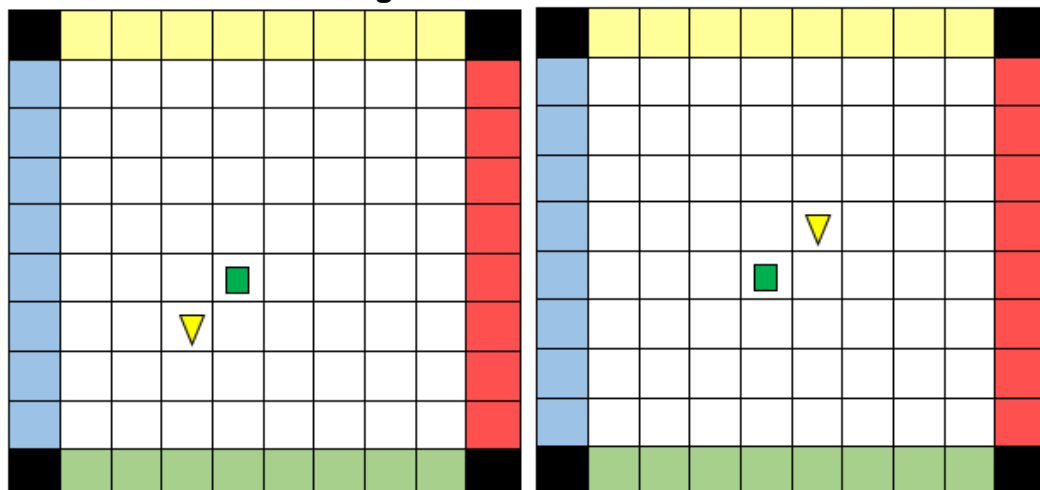
Figura 5 – Movimentos das peças no jogo “Traverse”.



Fonte: adaptado de Palhares (2003).

Passes curtos: o jogador pode pular sobre qualquer peça desde que essa seja vizinha à sua e possa ocupar a próxima casa adjacente. As peças puladas permanecem na mesma posição.

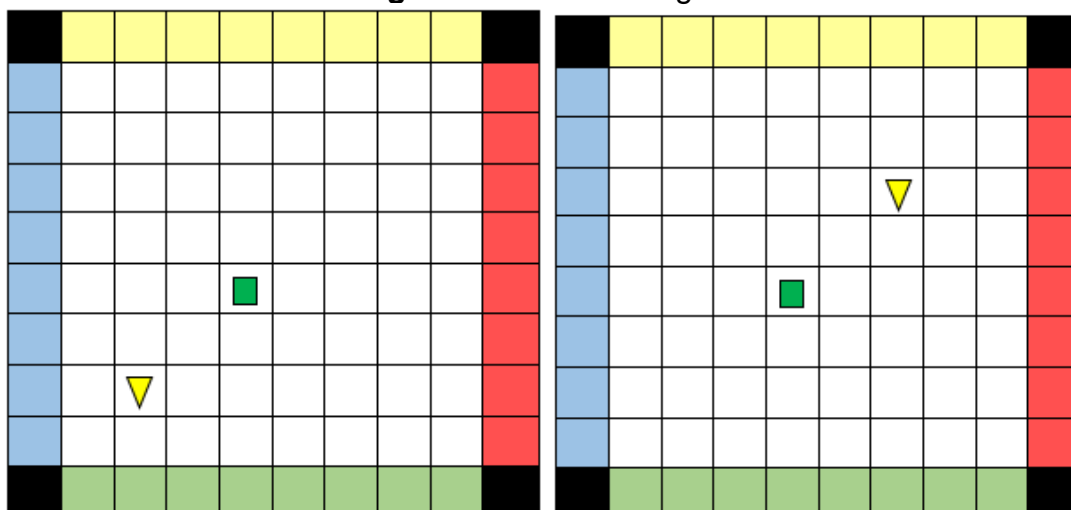
Figura 6 – Passes curtos.



Fonte: adaptado de Camargo (2019).

Passes longos: o passe pode ter longa distância, passando por cima de uma peça que não esteja adjacente a sua, desde que haja simetria antes e depois da peça pulada e mais uma casa que ao final a peça do jogador ocupará.

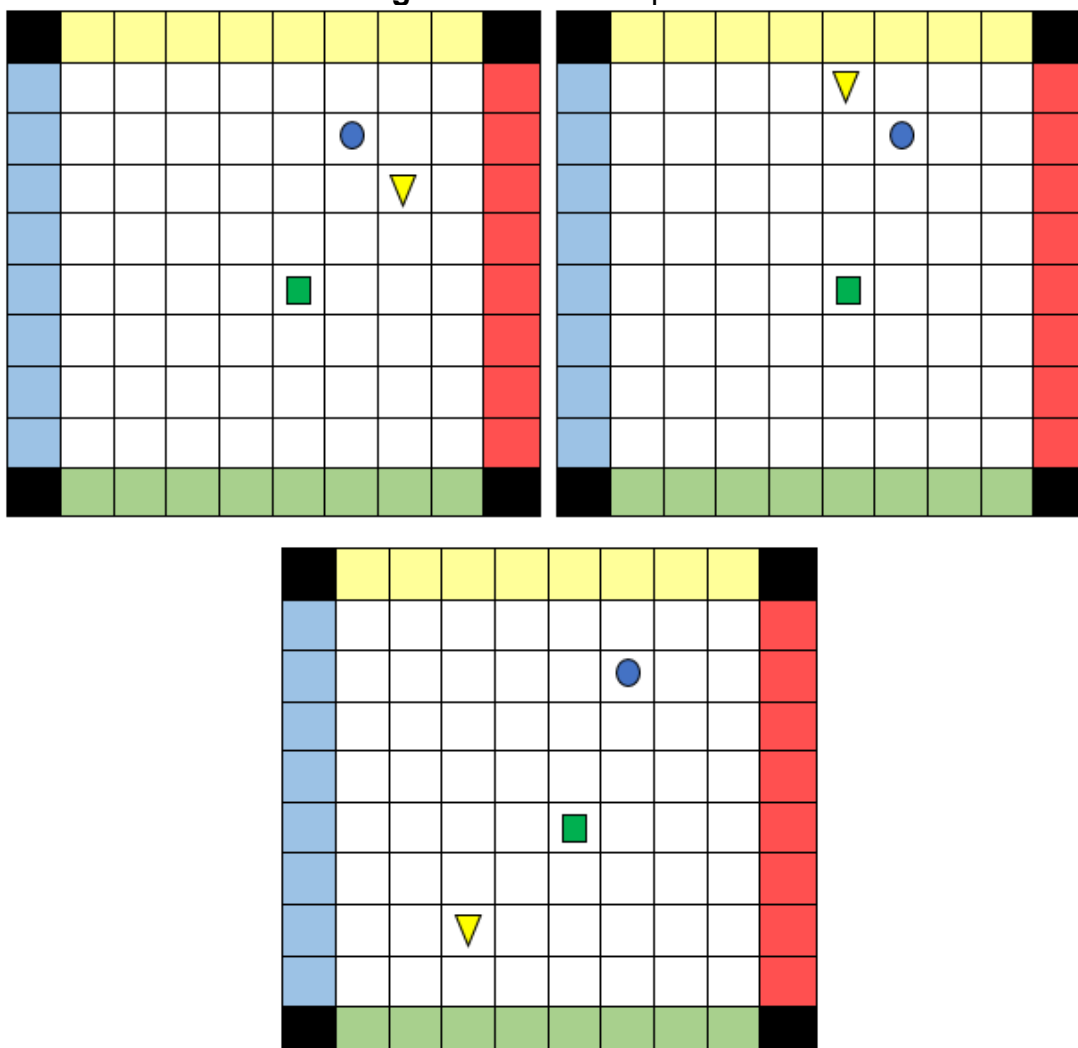
Figura 7 – Passes longos.



Fonte: adaptado de Camargo (2019).

Série de pulos: o jogador poderá fazer uma série de pulos consecutivos respeitando as regras do jogo.

Figura 8 – Série de pulos.



Fonte: adaptado de Camargo (2019).

Círculos, peças especiais: se o jogador passar por cima do círculo do adversário, deve colocá-lo na fileira inicial para que recomece a travessia. O jogador pode também pular seu próprio círculo, mas esse permanece no mesmo lugar.

4.7 DISCUSSÃO

Após a construção da sequência didática construtivista utilizando os jogos “Reversi” e “Traverse”, apresenta-se uma discussão teórica revelando como a proposta é eficaz para a produção de conflitos cognitivos, garantindo que os alunos, em suas particularidades pedagógicas, possam de maneira efetiva expressar seus

pensamentos e conhecimentos adquiridos, sendo também fundamentais ao professor, por privilegiarem a observação e acompanhamento das aprendizagens dos alunos.

Diante do exposto, na próxima sessão apresentamos a proposições didáticas com os jogos “Reversi” e “Traverse”, os conteúdos matemáticos a ela relacionados de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017), e os registros das condutas lúdicas que podem ser utilizados por professores.

5 PROPOSIÇÕES DIDÁTICAS COM OS JOGOS “REVERSI” E “TRAVERSE”

Neste capítulo objetivamos apresentar as proposições didáticas que foram elaboradas, pensando na construção das noções espaciais. Para tanto, foram sugeridos procedimentos que podem ser empregados pelo professor que compreende o processo de aprender como uma construção contínua.

A concepção construtivista tem desencadeado muitas discussões e elaborações que apontam a necessidade de rever as práticas pedagógicas. A escola e os professores são alertados para a importância de compreender os caminhos percorridos pelo aluno para chegar a uma determinada resposta. Em outras palavras, há a necessidade dos professores entenderem como os alunos aprendem, quais são seus procedimentos e estratégias, para assim planejar sua ação de ensino.

Dessa forma, pensar a aprendizagem escolar inclui a análise do olhar do professor em direção ao conhecimento. Ao propor situações como as que serão apresentadas, buscamos ter em mente que é necessário identificar o papel de cada um dos sujeitos envolvidos: o papel do professor, o papel do aluno, a organização do tempo, do espaço, dos recursos didáticos, das interações e relações desempenhadas por cada um.

Sob a ótica dos processos dialéticos, Piaget (1996) caracterizou cinco níveis de construção que foram referência para a elaborações das situações didáticas a seguir.

Nas situações com jogos, o sujeito correspondente ao nível IA, devido a sua centralidade e sua perspectiva egocêntrica, limita-se a deslocamentos individuais das peças, sem fazer relações entre elas, não percebendo o jogo com um todo, indicando uma ausência de implicações entre ações.

O procedimento empregado por estes sujeitos negligenciam a sucessão temporal (ideia de que o adversário jogará posteriormente) e baseiam-se nas posições espaciais das peças. No pressuposto das investigações piagetianas a respeito do desenvolvimento e evolução da noção espacial, a noção topológica é a primeira a ser construída pelos sujeitos. Tem sua origem no plano da percepção e conforme acontecem as interações no espaço, tomando consciência dos movimentos do próprio corpo, nas interações com as pessoas e os objetos, o desenvolvimento da noção acontece.

No Reversi isso significa não perceber como cercar (fazer sanduíche) as peças do adversário usando as linhas horizontais, verticais e diagonais. Esta fase se caracteriza como a de construções das próprias implicações, por isso é interessante de ser explorada. Já no Traverse isso se mostra nos procedimentos em que o sujeito leva uma peça de cada vez ao outro lado do tabuleiro, deixando as outras peças para trás. Nesse jogo, cada peça realiza um movimento diferente. Esses movimentos estão relacionados aos formatos de cada peça, mas essa ideia nem sempre é percebida pela criança deste nível e, por isso, situações lúdicas como essas trazem desafios ao corpo e à mente.

A noção de espaço topológico mais elementar e importante por pressupor as outras, segundo os estudos piagetianos, é desenvolvida em um espaço próximo, como perto e longe, frente e trás, dentro e fora, vizinho e não vizinho, sendo todas elas possíveis de serem observadas em situações com o Traverse.

Nas jogadas realizadas pelos sujeitos desse nível, dificilmente haverá um diálogo entre os participantes que seja pautado nas jogadas, estratégias e antecipações no tabuleiro, pois predomina um jogo egocêntrico no qual cada um jogará por si mesmo com a sua peça, até realizar a travessia. Essa é uma característica do jogo nesse nível.

Se observássemos uma partida entre dois jogadores, no tabuleiro convencional, poderíamos inferir que as peças seriam levadas uma por vez ao outro lado do tabuleiro, ou até mesmo trajetos desprovidos de finalidade.

O avanço para o nível IB se dá na compreensão do significado dos movimentos das peças, embora alguma criança ainda apresente erros em relação aos deslocamentos. Surge a compreensão das primeiras implicações entre as ações, de forma simples.

As implicações são simples porque se baseiam exclusivamente em relações de posição e de deslocamentos, negligenciando a ordem das sucessões temporais. Para tanto, o espaço se constitui pela ordem das simultaneidades, ao passo que o tempo, pela ordem das sucessões. O progresso neste nível permite que a criança estabeleça uma relação entre o deslocamento indicado e a captura. O sujeito se desloca com o propósito de capturar a peça do adversário.

Neste nível também se observa as relações de negação, onde o sujeito afirma que para não ter sua peça capturada, caminha para outra casa e se

afasta do adversário, ao invés de se aproximar dele. A forma simples das implicações, exclusivamente espaciais são fatores que limitam a evolução das implicações e das coordenações articuladas e por isso devem ser tratadas com atenção.

No nível IIA surgem as implicações compostas, que se coordenam segundo conexões de espaço e tempo e tornam possível um começo de dialética. Aparecem as primeiras antecipações, ainda por implicações simples, mas já consideram as sucessões temporais, e permitem a percepção de uma nova jogada e de seu resultado.

As implicações compostas presentes neste nível podem se mostrar de diferentes formas. A primeira delas consiste em considerar duas peças e prever várias situações que se organizam sucessivamente. A segunda é deduzir o resultado de duas condições que se realizam ao mesmo tempo. A terceira pode ser considerada um projeto de conjunto, onde os resultados das atualizações não são dedutíveis pelo sujeito. A quarta evidência consiste na enumeração preliminar das possibilidades. Por não compreender uma interdependência geral, quando ocorre uma variação não prevista por ele, se desorganiza e evidencia uma falta de relativização.

Ocorre em IIB as passagens dos projetos locais aos programas de conjunto. Percebe-se uma maior relativização e a presença das implicações compostas. Junto a essa evolução para programas de conjunto, aparecem as primeiras noções de espaço projetivo e euclidiano que se desenvolve de forma mútua, implicadas na conservação das linhas, das formas.

Observa-se uma dialética real entre o jogo do sujeito e aquilo que ele não se limita a constatar, mas que ele antecipa sem parar nas ações do adversário, denominada por Piaget de dialética intersistêmica, ou interdependência geral dos elementos do sistema.

No Reversi significa compreender a extensão das modificações causadas no posicionamento das peças a cada nova jogada. As linhas diagonais passam a ser mais percebidas e, quando utilizadas, provocam grandes alterações no tabuleiro.

O progresso no nível III é percebido a partir de duas associações compostas pelos aspectos de negação ou de exclusão. O desaparecimento das condutas egocêntricas leva o sujeito a uma diferenciação e coordenação dos elementos de um sistema de conjunto. É capaz de observar diferentes pontos de vista.

Isso significa para Piaget “reconstruir dedutivamente aquilo que se passaria, se o sujeito tivesse adotado uma possibilidade que ele na verdade rejeitou e que está assim excluída do jogo”. Neste nível, o sujeito deduz por implicações as consequências que teria tido a efetuação de uma ação possível, revelando uma consciência das características negativas das ações.

Neste nível, o jogador é capaz de deduzir hipoteticamente lances que podem ser feitos por si mesmo e por seu adversário. No jogo Reversi isso significa compreender que uma ação pode ser melhor ou pior para atingir determinado objetivo. Tendo em vista essas características de desenvolvimento dos sujeitos, elaborou-se a sequência didática construtivista que se observa a seguir.

5.1 PROPOSIÇÃO 1 - JOGANDO “REVERSI HUMANO”

Objetos de Conhecimento:

1º ano: Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado (BNCC, 2017, p. 276).

2º ano: Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência e indicação de mudanças de direção e sentido (BNCC, 2017, p. 280).

3º ano: Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência (BNCC, 2017, p. 284).

4º ano: Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo (BNCC, 2017, p. 290).

5º ano: Plano cartesiano: coordenadas cartesianas e representação de deslocamentos no plano cartesiano (BNCC, 2017, p. 294).

Número de Participantes: de 8 a 16 participantes.

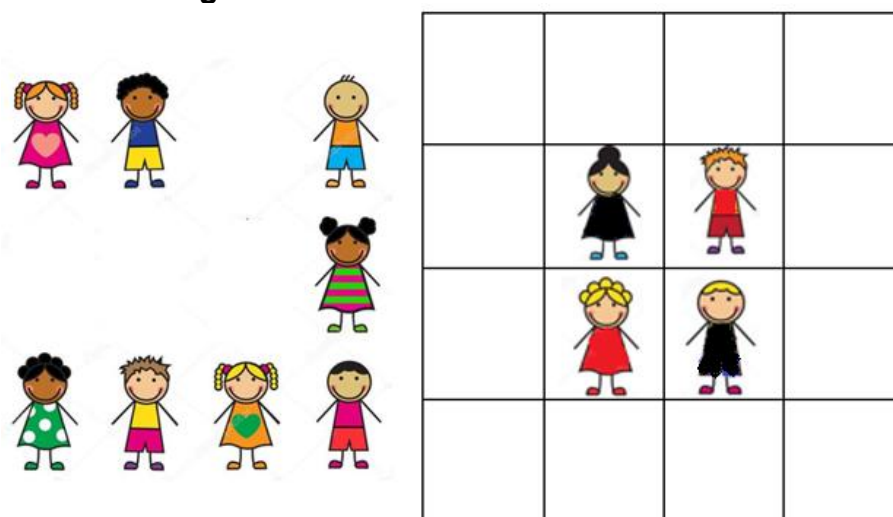
Materiais:

- Tabuleiro quadriculado (4X4). Chamaremos de “Tabuleiro Humano”, podendo ser confeccionado em papel (cartolina, Kraft ou folhas de jornal) ou até mesmo utilizar o piso quadriculado que possa ter na sala ou no pátio da escola.

- Marcadores vermelho e preto, sendo um círculo de um lado vermelho e de outro preto, para ser modificado de acordo com as jogadas. Sugere-se que fique pendurado no peito para ser facilmente visualizado.

Modo de jogar: Posicionar quatro crianças no centro do tabuleiro de forma alternada, sendo inicialmente dois representantes vermelhos e dois pretos. Não há necessidade de dividir a sala nos dois grupos, pois as cores irão se alternar entre os jogadores. Pode-se estabelecer uma ordem de entrada no tabuleiro, como a ordem alfabética da turma por exemplo. Alternadamente, cada participante entra no jogo, com a cor correspondente à vez, escolhendo entre as casas possíveis qual posição irá assumir. Em seguida os demais jogadores fazem as modificações necessárias no círculo em seu peito, deixando a cor correspondente com a face para cima, e visível aos demais jogadores. O jogo Reversi é crescente na quantidade de peças, não há capturas que excluam peças do jogo e estas ora são de um, ora são do outro jogador, se modificando a partir do posicionamento da última peça adicionada. A partida encerra quando todas as casas do tabuleiro forem ocupadas, ou quando não for mais possível jogadas para uma das cores. Ao final, conta-se quantos participantes de cada cor, e o que possuir maior quantidade é o vencedor.

Figura 9 – Tabuleiro Humano “Reversi”.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

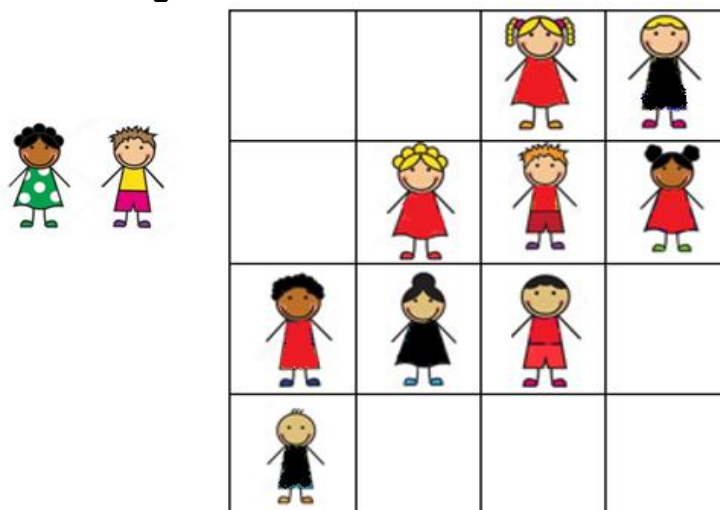
Variações: Diversificar o tabuleiro do jogo tanto em tamanho reduzido como ampliado e perceber qual possibilidade permite maior domínio da criança pode proporcionar compreensão dos elementos presentes, colaborando com a aprendizagem das regras

do jogo. Observemos que, para a criança, se há uma barreira na compreensão das peças do jogo e seus deslocamentos “observáveis” no tabuleiro, como poderia dar conta de regras tão abstratas?

Pode-se ainda utilizar da mesma estratégia anterior, de aprendizagem dos movimentos das peças, e introduzir o tabuleiro convencional com jogadas que surgirem durante a própria partida.

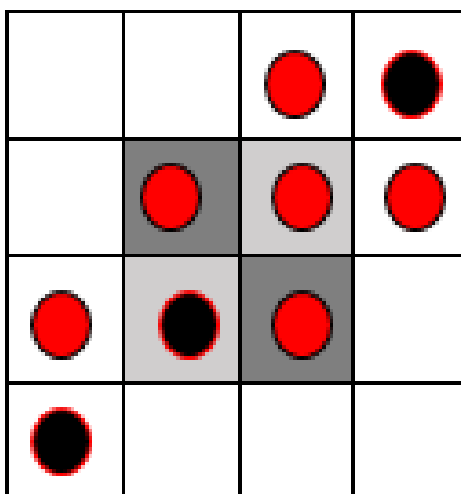
Na situação a seguir, o professor, mediador da situação de aprendizagem, pode promover uma reflexão sobre qual procedimento empregar para se obter um melhor resultado nessa partida. O que vemos é o seguinte: O time vermelho acabou de fazer sua jogada e tem o maior número de integrantes até o momento. É a vez do time preto fazer sua jogada, sendo que são possíveis três posições diferentes. O professor pode questionar: “Qual casa escolherá ocupar?”, “Por que essa escolha?”, “Há outras?”, “Quais?”, “Essa casa escolhida é boa?”, “Qual seria melhor?”. Questionamentos como os apresentados, promovem a abertura para conflitos que o jogo pelo jogo não proporcionaria.

Figura 10 – Problema 1 “Reversi”.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

A mesma situação pode ser transferida para o tabuleiro convencional, pois a percepção de jogo se torna diferente, envolve a organização de esquemas e associações distintas das anteriores para resolver o conflito cognitivo.

Figura 11 – Problema 2 “Reversi”.

Fonte: elaborado para a pesquisa

Problematização: No momento de desenvolvimento da proposta, cabe ao professor mediar os procedimentos empregados pelos participantes. Essa condução pode ser feita a partir de questionamentos orais que solicitem dos participantes justificativas, razões, argumentos dos movimentos feitos. Como por exemplo: “Por que você escolheu essa casa?”, “Além desse lugar você poderia ter escolhido outro?”, “Pensando nas regras do jogo, é possível fazer isso?”. As respostas serão dadas pelos sujeitos com base nas suas percepções, desprovidas inicialmente de lógica e que com o evoluir das situações tendem a se modificar. A partida se encerra quando todas as casas estiverem completas, ou quando não houver possibilidade de jogadas.

Registro de condutas lúdicas: Ao término do jogo, é importante proporcionar um momento de socialização das impressões e de reflexão sobre o que se aprendeu de Matemática. Tal momento se torna importante por permitir que os conceitos envolvidos durante o jogo sejam explorados. Sugerimos nesse contexto que cada criança faça um desenho e em seguida socializem com os demais colegas, possibilitando momentos de reflexão, comparação e descobertas. Nesse momento, o professor poderá ampliar os questionamentos que já realizou durante o jogo, em relação a quem fez mais ou menos pontos, quantos pontos faltam para tal criança ganhar o jogo, entre outros.

5.2 PROPOSIÇÃO 2 - JOGANDO “REVERSI”

Objetos de conhecimento:

1º ano: Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado (BNCC, 2017, p. 276).

2º ano: Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência e indicação de mudanças de direção e sentido (BNCC, 2017, p. 280).

3º ano: Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência (BNCC, 2017, p. 284).

4º ano: Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo (BNCC, 2017, p. 290).

5º ano: Plano cartesiano: coordenadas cartesianas e representação de deslocamentos no plano cartesiano (BNCC, 2017, p. 294).

Número de participantes: 2 participantes.

Materiais:

- Tabuleiro convencional quadriculado (8X8) e 64 círculos de face alternadas, vermelha e preta.

Modo de jogar: Formar duplas de maneira de os jogadores fiquem posicionados um de frente para o outro, com as 64 peças que compõe o jogo ao seu alcance para serem adicionadas no tabuleiro.

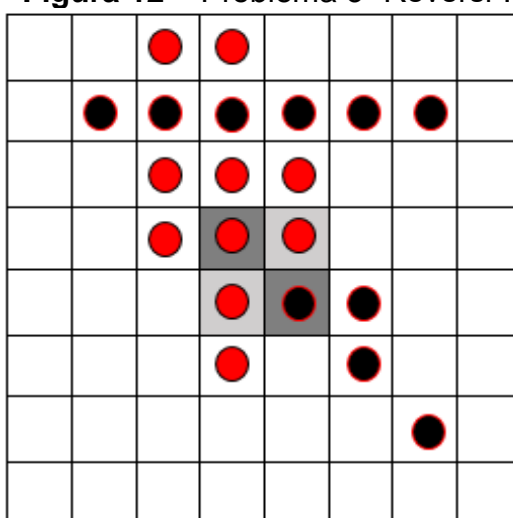
Variações: Com a evolução das primeiras implicações coordenadas pelo movimento simultâneo das peças e o domínio das regras do jogo, propomos as próximas situações utilizando o tabuleiro em seu tamanho original.

Problematização 1: O jogo pode ser potencializado na medida em que o professor vê a possibilidade de levantar questões, além das explicitadas diretamente pelo jogo em si. Na situação abaixo a partida está empatada, a cada nova inclusão de peças, o tabuleiro se modifica. Logo, a cada jogada é necessário rever as condições de jogo.

Partindo dessa situação pode-se levantar os seguintes conflitos: “Supondo ser a vez do jogador vermelho, como poderia proceder para conquistar a maior parte do tabuleiro?”, “Sendo a vez do jogador preto, qual seria sua melhor opção de jogada?”.

A análise dessas situações, proporcionam a discussão e elaboração de estratégias que modificam os procedimentos empregados pelos jogadores, pois essa discussão e observação do pensamento do outro, favorece o enriquecimento das jogadas e a percepção do ponto de vista do outro.

Figura 12 – Problema 3 “Reversi”.



Fonte: elaborado para a pesquisa

O surgimento de implicações, amplia as condições dos sujeitos para o jogar, uma vez que estas vêm acompanhadas da compreensão da forma da peça e o movimento correspondente. Ainda que se trate de implicações simples baseadas nas posições espaciais, o que é insuficiente como coordenação do todo para realizar um programa de conjunto, a implicação se constitui numa relação necessária.

Registro de condutas lúdicas: Ao realizar o registro, a criança constrói novas relações com o conhecimento, assimila, compartilha ideias com os colegas, faz comparações, estimativas, entre outros, como nas questões a seguir.

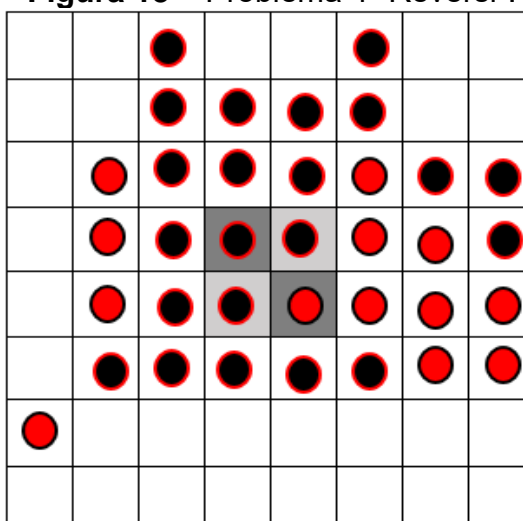
Quadro 1 – Protocolo de registro 1.

- 1) O que você acha importante saber para jogar o Reversi?
- 2) Em sua opinião, existem lugares melhores e piores para posicionar sua peça no jogo Reversi?

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Problematização 2: Para potencializar ainda mais os elementos matemáticos envolvidos nesse jogo, é possível levantar outras problematizações, com questões do tipo: nessa proposta é a vez do jogador vermelho. No momento está em desvantagem na partida e possui várias opções de jogada, uma delas pode modificar positivamente sua situação no jogo. “É a vez do jogador vermelho, quais são suas opções de jogada? Há uma delas que seja melhor nesse momento? Por quê? Qual linha? Por que isso acontece?”.

Figura 13 – Problema 4 “Reversi”.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

São desafios que levam o sujeito a refletir e progredir em suas observações e estratégias. Estes devem ser proporcionadas aos sujeitos a partir da mediação do professor. Destacamos essa percepção das linhas diagonais por ser percebida mais tarde do que as outras.

As limitações das implicações compostas deste nível se referem à rigidez com que o valor das peças é considerado, deixando de relativizar, isto é, deixando de considerar todas as relações em jogo, pois não considera a interdependência geral.

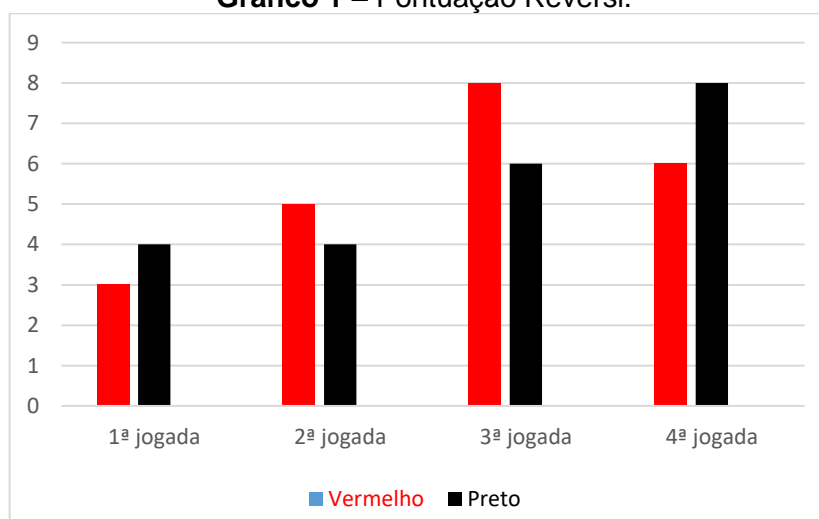
Registro de condutas lúdicas: É importante observar que há diferentes maneiras de fazer o registro do jogo. Uma delas é propor que as crianças registrem as jogadas em um quadro, quantas peças de cada cor em cada jogada, conforme sugestão apresentada a seguir. Posteriormente, os dados podem ser transcritos para um gráfico.

Quadro 2 – Protocolo de registro 2.

	Vermelho	Preto
1ª jogada	3	4
2ª jogada	5	4
3ª jogada	8	6
4ª jogada	6	8

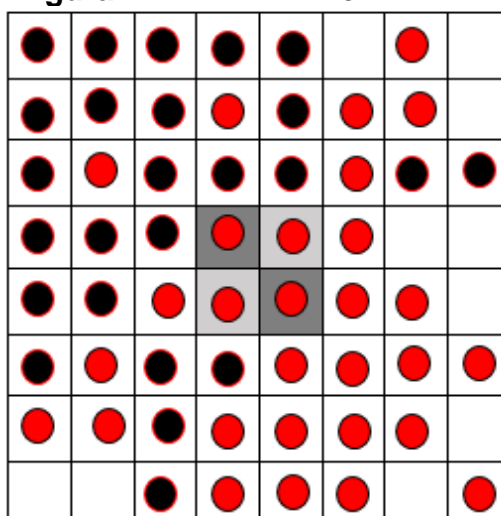
Fonte: elaborado para a pesquisa.

Gráfico 1 – Pontuação Reversi.



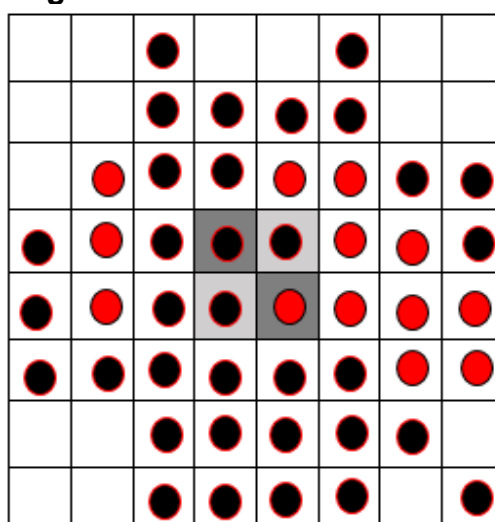
Fonte: elaborado para a pesquisa

Problematização 3: Além dos questionamentos feitos sobre os resultados do jogo, o professor poderá ampliar as problematizações, potencializando as situações relativas a este jogo como, por exemplo: na imagem a seguir se observa o final de uma partida. É a vez do jogador preto, que nesse momento se encontra em desvantagem, pois possui menos peças. Há para esse jogador 7 jogadas possíveis, sendo uma delas vantajosa para sua situação atual.

Figura 14 – Problema 5 “Reversi”.

Fonte: elaborado para a pesquisa

Depois da vivência de várias partidas, os sujeitos, além de conseguirem observar melhores ou piores ações para seu objetivo, no tabuleiro do Reversi podem também definir melhores e piores regiões do tabuleiro para se incluir uma peça como, por exemplo, regiões pares e ímpares, aquelas que possuem um conjunto de casas pares ou um conjunto de casas ímpares. O que acontece é que quem começa jogando em uma região ímpar pode terminar jogando nessa mesma região, dominando o espaço ao seu redor.

Figura 15 – Problema 6 “Reversi”

Fonte: elaborado para a pesquisa

Essas duas situações distintas, ao serem coordenadas, caracterizam o processo dialético entre sujeito e objeto do conhecimento. Esse movimento espiral

de coordenação entre ações e operações, ocorrem para a construção do conhecimento. Convém observar que um aspecto interessante a ser considerado neste jogo é o desenvolvimento da autonomia da criança em decidir, após cada jogada, entre as possibilidades de posicionamento possíveis, qual a melhor a ser feita no momento.

Registro de condutas lúdicas: Encerrada a partida, poderemos escolher de maneiras similares quem irá marcar os pontos e como será feito o registro. Independente das regras, o professor pode e deve incentivar os registros escritos para a marcação dos pontos. Com vistas a ampliar as possibilidades de aprendizagem, poderá sugerir diferentes maneiras. Por exemplo, pode-se propor a reflexão sobre as questões abaixo.

Quadro 3 – Protocolo de registro 3.

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1- Você acha que usou Matemática para jogar? Quais coisas da Matemática você usou?2- O que você pensa sobre o jogo Reversi: ele é um jogo de ataque ou um jogo de defesa? |
|--|

Fonte: elaborado para a pesquisa.

5.3 PROPOSIÇÃO 3 – JOGANDO “TRAVERSE HUMANO”

Objetos do conhecimento:

1º ano: Localização de objetos e de pessoas espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário próprio. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico. Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces das figuras geométricas espaciais (BNCC, 2017, p. 276).

2º ano: Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência e indicação de mudanças de direção e sentido. Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características (BNCC, 2017, p. 280).

3º ano: Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência. Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e

paralelogramo): reconhecimento e análise das características (BNCC, 2017, p. 284 e 286).

4º ano: Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo. Simetria de reflexão (BNCC, 2017, p. 290).

5º ano: Figuras geométricas planas: características, planificações e características. Plano cartesiano: coordenadas cartesianas e representações de deslocamentos no plano cartesiano (BNCC, 2017, p. 294).

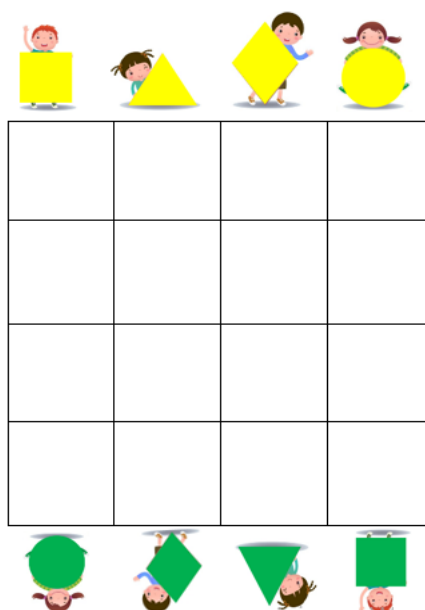
Número de participantes: 8 participantes

Materiais:

- Tabuleiro quadriculado (4X4). “Tabuleiro Humano”. Podendo ser confeccionado em papel (cartolina, Kraft ou folhas de jornal) ou até mesmo utilizar o piso quadriculado que possa ter na sala ou no pátio da escola.
- Confeccionar em duas cores diferentes as peças do jogo: círculo, losango, quadrado e triângulo, para que as crianças segurem nas mãos, ou prendam na roupa, pendurem em frente ao corpo.
- Se possível, junto da imagem ou figura, escrever o nome correspondente, pois conhecer os nomes das formas também é importante ao processo.

Modo de jogar: Inicialmente as peças podem ser colocadas onde o jogador decidir, a melhor posição para cada uma vai melhorando à medida que o sujeito vai ganhando conhecimento das regras. Os participantes, cada um na sua vez e, alternando com o time adversário, devem realizar o movimento possível à peça que representa. Caso o movimento não seja possível na vez desse participante, passa-se a jogada ao outro do mesmo time.

Figura 16 – Tabuleiro Humano “Traverse”.



Fonte: elaborado para a pesquisa

Variações: Podem ser feitas várias partidas e nelas alternar a peça que cada jogador corresponde. Assim, os jogares podem vivenciar os movimentos de cada peça. Nessas primeiras partidas pode-se jogar apresentando regras mais simples, movimentos das peças e os passes curtos. Realizar o jogo dessa maneira favorece a compreensão dos movimentos próprios de cada peça, bem como provoca desafios importantes à construção das questões relacionadas.

Problematização: O professor poderá ampliar as problematizações, propondo algumas questões que extrapolam os resultados obtidos durante o jogo, como, por exemplo: no decorrer da partida o professor pode fazer questionamentos aos participantes como: “Por que você escolheu esse movimento? É possível fazer esse movimento? Como você sabe disso?”.

Registro de condutas lúdicas: Ao término do jogo, é importante proporcionar um momento de socialização das impressões e de reflexão sobre o que se aprendeu de Matemática. Tal momento se torna importante por permitir que os conceitos envolvidos durante o jogo sejam explorados. Sugerimos nesse contexto que cada criança faça um desenho e, em seguida, socializem com os demais colegas, possibilitando momentos de reflexão, comparação e descobertas. Nesse momento, o professor poderá ampliar os questionamentos que já realizou durante o jogo, em

relação a quem fez mais ou menos pontos, quantos pontos faltam para tal criança ganhar o jogo, entre outros.

5.4 PROPOSIÇÃO 4 – JOGANDO “TRAVERSE”

Objetos do conhecimento:

1º ano: Localização de objetos e de pessoas espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário próprio. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico. Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces das figuras geométricas espaciais (BNCC, 2017, p. 276).

2º ano: Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência e indicação de mudanças de direção e sentido. Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características (BNCC, 2017, p. 280)

3º ano: Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência. Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise das características (BNCC, 2017, p. 284 e 286).

4º ano: Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo. Simetria de reflexão (BNCC, 2017, p. 290).

5º ano: Figuras geométricas planas: características, planificações e características. Plano cartesiano: coordenadas cartesianas e representações de deslocamentos no plano cartesiano (BNCC, 2017, p. 294).

Número de participantes: 2 a 4 participantes

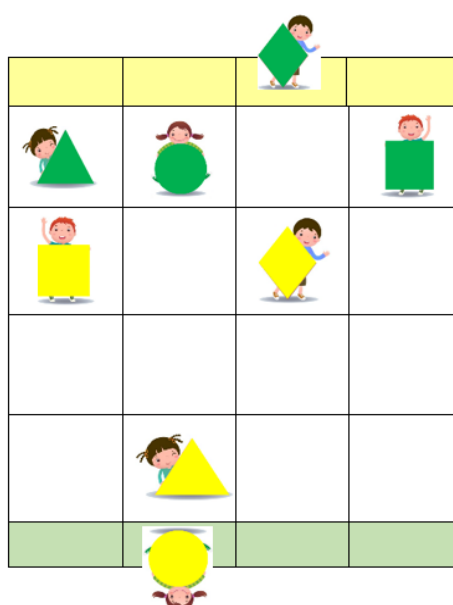
Materiais: Tabuleiro convencional quadriculado (10X10) e 2 triângulos, 2 quadrados, 2 círculos e 2 losangos para cada participante de cores distintas, vermelho, amarelo, verde e azul.

Modo de jogar: Formar duplas ou quartetos de maneira que jogadores fiquem posicionados frente a frente, com as peças que compõe o jogo divididas igualmente entre si. Iniciam a partida posicionando as peças na fileira inicial e, posteriormente, se alternando entre as jogadas, (as demais regras podem ser consultadas nas páginas 80 a 82).

Variações: No jogo Traverse é necessária a compreensão da sucessão temporal. Isso significa entender que o adversário irá fazer sua jogada e que esta pode interromper o objetivo proposto pelo primeiro jogador, ao fazer seu último movimento. Nesse sentido, as situações mediadas pelo professor favorecem essa evolução, pois trazem conflitos a serem resolvidos a partir de um exercício mental.

Problematização 1: Ao perceber que a partida irá se encerrar, pode-se solicitar uma observação das peças e de uma contagem de jogadas para se ganhar o jogo. “Pensando na partida, como está no momento quem ganhará o jogo?”, “Quantas jogadas são necessárias ao time verde?”, “E quantas ao amarelo?”, “Há ainda chances de o amarelo vencer o jogo?”, “O que pode ter favorecido o time verde a chegar ao outro lado mais rápido?”. Essas são solicitações possíveis a essa jogada, que exigirão um esforço aos sujeitos desse nível para ser resolvido.

Figura 17: Problema 1 “Traverse”



Fonte: elaborado para a pesquisa

Registro das condutas lúdicas: Ao final dos jogos, é particularmente interessante a construção de relatórios escritos sobre o que aconteceu e o que foi aprendido. Isso poderá ser realizado coletivamente por toda a turma ou pelos grupos ou, ainda, individualmente, de acordo com o nível de desenvolvimento da escrita dos alunos.

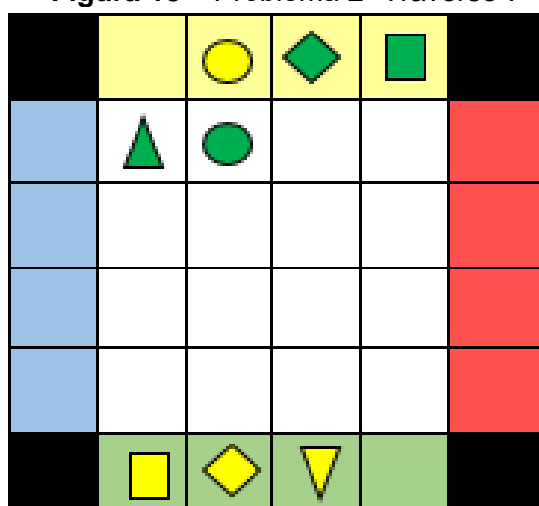
Quadro 4: Protocolo de registro 4.

1) O que você aprendeu com esse jogo?

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Problematização 2: Também ilustramos outras duas situações que trazem consigo a ideia de antecipação das jogadas. Na primeira delas procuramos mostrar que mesmo com as peças bastante adiantadas no tabuleiro e bem próximo de atingir o objetivo do jogo, o jogador verde posicionou seu círculo de forma que fica aos cuidados do jogador amarelo decidir a partida, atrasar essa peça ao saltar sobre ela, o fazendo retornar à posição de início ou perder o jogo avançando na diagonal.

Figura 18 – Problema 2 “Traverse”.

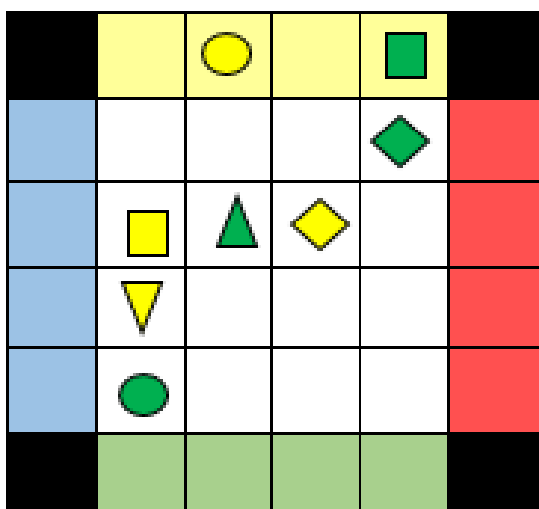


Fonte: elaborado para a pesquisa.

As implicações simples limitam a coordenação do todo e a elaboração de programas de conjunto. Por isso se faz necessário refletir e argumentar sob tais

procedimentos, pois gera-se um esforço cognitivo para a superação do mesmo. Na figura abaixo, observa-se o seguinte: Mesmo sendo necessário ao círculo amarelo retornar ao início do jogo por ter sido saltado, é possível para ele de alguma forma se posicionar de maneira a dificultar o acesso do seu adversário ao objetivo final do jogo.

Figura 19 – Problema 3 “Traverse”.



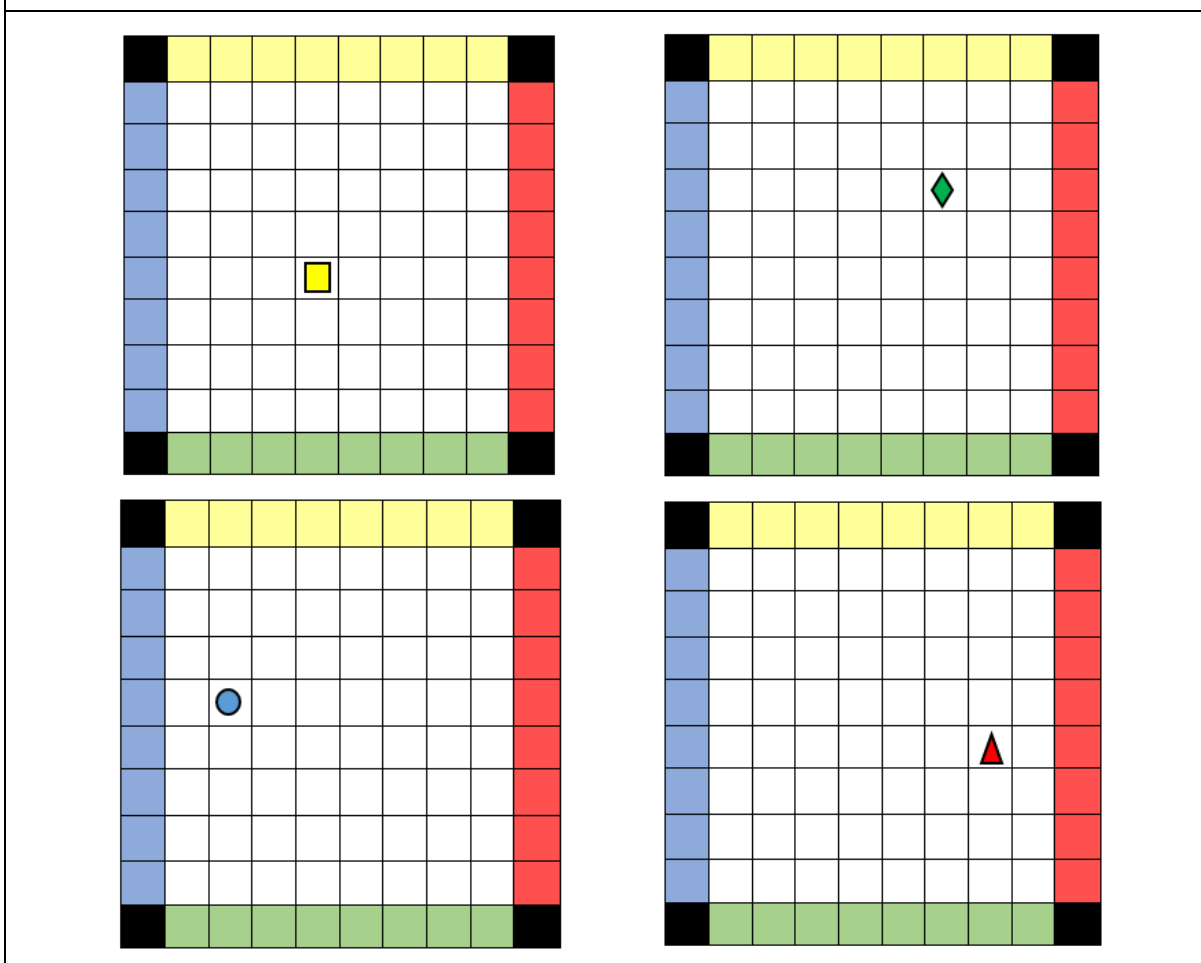
Fonte: Elaborado para a pesquisa

Problematização 3: Com vistas a ampliar as potencialidades do jogo, o professor poderá fazer questionamentos como: “A posição em que colocar seu círculo pode afetar seu adversário?”, “De que forma?”. São sugestões ao mediador de forma a promover conflitos que engendrem novas construções e conquistas cognitivas.

Registro das condutas lúdicas: Com vistas a potencializar e registrar como essa criança percebe os deslocamentos das peças, bem como sua compreensão das regras explicitadas e até mesmo do formato da peça com o seu movimento, sugere-se:

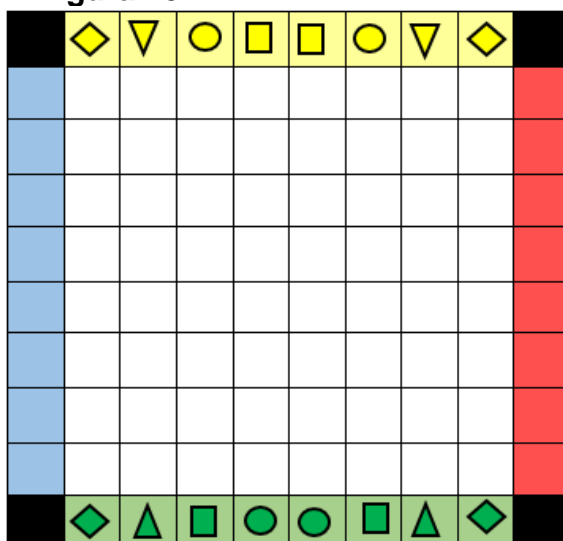
Quadro 5: Protocolo de registro 5.

1- Desenhe o(s) caminho(s) possíveis para as peças.



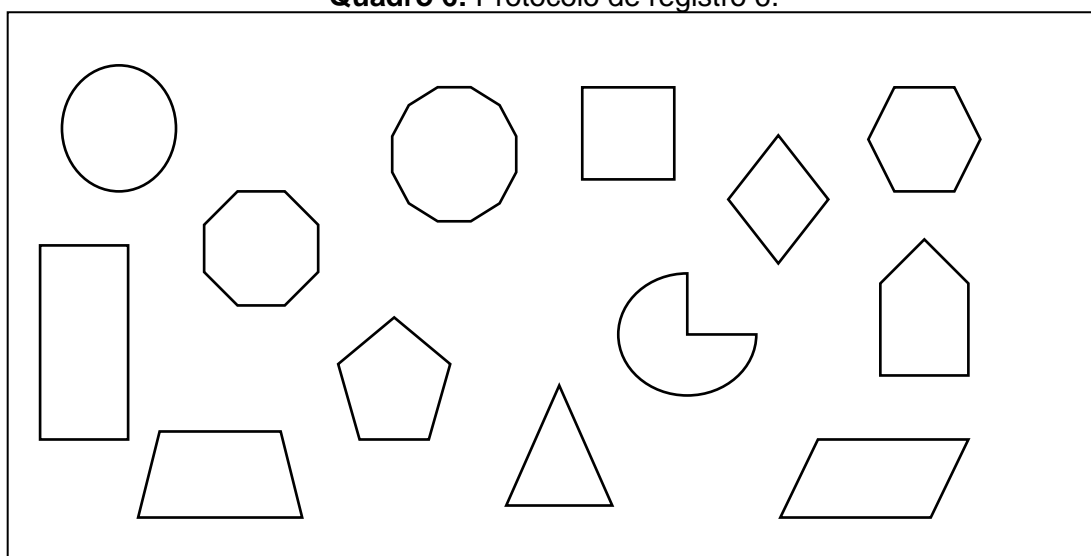
Fonte: elaborado para a pesquisa.

Problematização 4: Pensar no posicionamento inicial das peças implica em observar seus deslocamentos possíveis, além de também manifestar a observação sob a forma das peças e a relação com seu movimento. A partir da situação abaixo o professor pode questionar: “Como são as peças desse jogo? Como é a forma delas? O que você pensa das peças como estão? As colocaria dessa forma? Mudaria? Por quê? Pode colocar as peças de outro jeito ou precisa ser assim?”. As respostas que podem ser obtidas na problematização revelam como se estrutura o pensamento desse sujeito e se torna um rico instrumento de análise ao professor.

Figura 20 – Problema 4 “Traverse”.

Fonte: elaborado para a pesquisa.

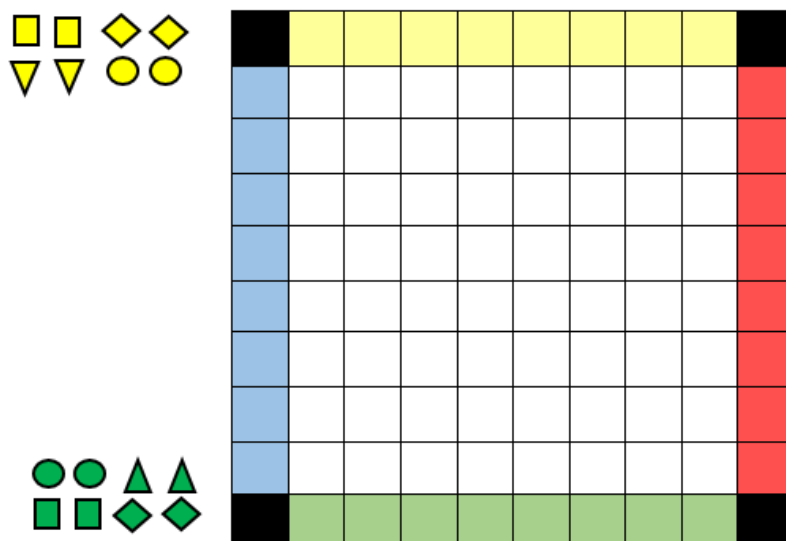
Registro das jogadas lúdicas: Pinte no quadro abaixo as figuras geométricas que fazem parte do jogo “Traverse”.

Quadro 6: Protocolo de registro 6.

Fonte: elabora do para a pesquisa

Problematização 5: Na proposta seguinte, no Traverse, diferente da proposta anterior em que se perguntava sobre o posicionamento das peças, agora sugere-se que estas sejam inseridas pelos próprios sujeitos, justificando suas escolhas e antecipando os primeiros movimentos que serão feitos, para que esses iniciais deslocamentos sejam feitos observando a regra de saltos sobre as peças.

Figura 21 – Problema 5 “Traverse”.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

No jogo Traverse, podemos observar as antecipações do sujeito, em relação às ações do adversário e sob suas próprias ações. Estas acontecem pelas possibilidades de levar em conta as transformações possíveis e necessárias no sistema do jogo. Estabelecer estas relações, nas próprias ações e nas ações do outro jogador, constituem as implicações compostas transformacionais. A dialética que se constitui leva em conta as relações interdependentes de todos os elementos do sistema. No Traverse isto significa levar em conta a relação de cada peça consigo mesma, a relação de cada peça com todas as outras e com a situação do todo no tabuleiro.

Registro das condutas lúdicas: Durante o jogo, é importante que o professor considere, observe e problematize as estratégias que estão sendo utilizadas pelas crianças: se elas retomam e utilizam conhecimentos do cotidiano, como fazem a movimentação das peças no tabuleiro, como se orientam no espaço do tabuleiro, quais e como são os registros orais e escritos utilizados pelas crianças, entre outras. Após as jogadas, o professor pode incentivar as crianças a falarem sobre como foi o jogo, a fim de entender o jogar das crianças. Pode ser solicitado às crianças que elaborem critérios e classifiquem.

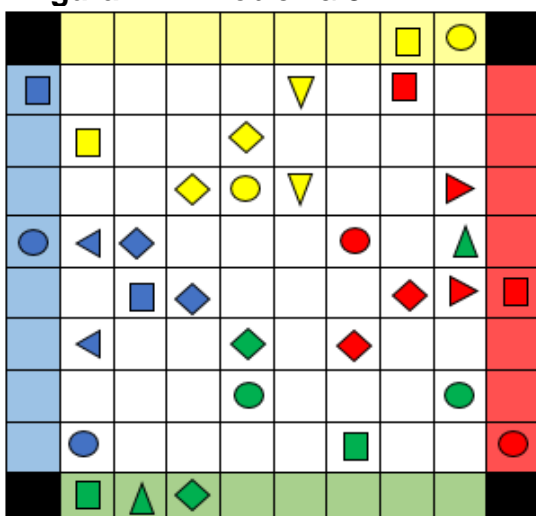
Quadro 7: Protocolo de registro 7.

1) Pense no jogo Traverse e marque um X.

Saber o que é	Muito importante	Pouco importante	Não é importante
Um quadrado			
Um triângulo			
Um losango			
Um círculo			
Uma diagonal			

Fonte: adaptado de Palhares (2003).

Problematização 6: Mais tarde, os sujeitos já são capazes de jogar articulando todas as regras e situações que envolvem as peças, pois conseguem observar e antecipar condutas em seu jogo e no jogo do adversário. Pensando nas características dos sujeitos, propomos a seguinte situação: Pensa nas jogadas possíveis para as peças, se você fosse o jogador verde quais as duas próximas jogadas realizariam? Será possível concluir essas duas jogadas já pensadas? Elas podem ser de alguma maneira interrompida? As justificativas solicitadas no desenvolver dessa situação, favorecem os aspectos de observação de jogadas possíveis, bem como análise de vantagens e melhores condutas para se adotar, sendo o professor o responsável por promover e conduzir essas situações.

Figura 22 – Problema 6 “Traverse”.

Fonte: elaborado para a pesquisa

Em seguida, pode-se solicitar novamente observar as mudanças ocorridas no tabuleiro entre as peças de todos os jogadores, pensando sobre a relação e implicações no jogo que teriam ocorrido se realizasse esse ou aquele movimento. Durante o jogo, o professor pode instigar as crianças para que observem os deslocamentos no plano, estando atento para as questões de lateralidade (direita e esquerda).

Registro das condutas lúdicas: Objetivando ampliar as possibilidades de aprendizagem, poderá sugerir diferentes maneiras. Por exemplo, pode-se propor a reflexão sobre as questões abaixo.

Quadro 8: Protocolo de registro 8.

1) Existe chance desse jogador ganhar o jogo? Explique.

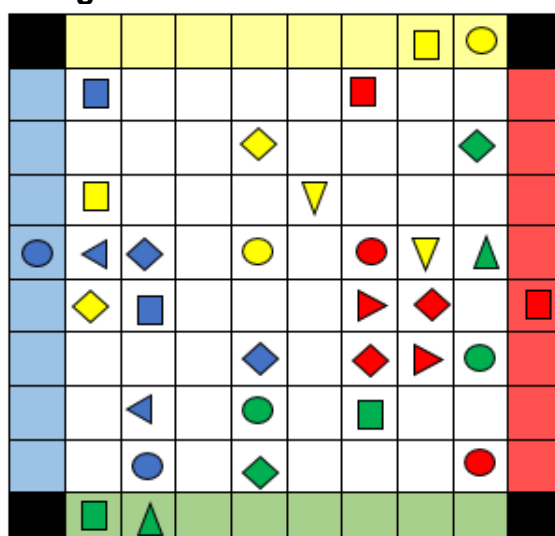
	♦		■	●	♦	●	■	▲	
		▲							

2) Depois de ter jogado esse jogo, várias vezes e com vários colegas, você acha que alguma peça deve ser levada primeiro ao outro lado? Qual? Alguma pode ficar por último?

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Problematização 7: Outro aspecto a ressaltar nesse momento de jogo são as relações de simetria que se apresentam no tabuleiro. A simetria se dá em conformidade com a posição disposta entre partes de uma linha. No tabuleiro abaixo observa-se essas possibilidades de jogada. “Novamente o jogador verde pode realizar uma jogada que pode avançar bem no tabuleiro e, ainda, atrasar um dos jogadores? Qual? Por que atrasar?”. Essas relações de simetria são elaboradas pelos sujeitos junto à construção da noção de espaço projetivo e euclidiano e por isso são compreendidas mais tarde.

Figura 23: Problema 7 “Traverse”



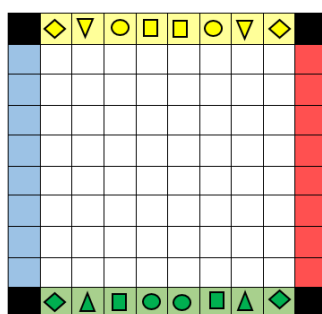
Fonte: elaborado para a pesquisa

Ao mediador cabe criar a situação para que o sujeito verifique a possibilidade de tais jogadas, solicitando justificativas de suas ações. Esse desenvolvimento ativo e contínuo estudado exaustivamente por Piaget se revela ser de real importância ao conhecimento dos professores. É importante que o educador saiba que ele favorece ou impede consideravelmente as oportunidades de construção dos seus alunos.

Registro das condutas lúdicas: Registrar os caminhos percorridos pelas peças é um registro que mais tarde pode se tornar um momento de exploração em uma roda de conversa. Retornar aos procedimentos adotados e compartilhar com os colegas, auxiliam na elaboração de estratégias e na percepção de diferentes pontos de vista sobre um mesmo jogo.

Quadro 9: Protocolo de registro 9.

1) Anote os movimentos realizados pelas suas peças, em cada jogada.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

5.5 PROPOSIÇÃO JOGANDO “TRAVERSE HUMANO”

Objetos do conhecimento:

1º ano: Localização de objetos e de pessoas espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário próprio. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico. Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces das figuras geométricas espaciais (BNCC, 2017, p. 276).

2º ano: Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência e indicação de mudanças de direção e sentido. Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características (BNCC, 2017, p. 280).

3º ano: Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência. Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise das características (BNCC, 2017, p. 284 e 286).

4º ano: Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo. Simetria de reflexão (BNCC, 2017, p. 290).

5º ano: Figuras geométricas planas: características, planificações e características. Plano cartesiano: coordenadas cartesianas e representações de deslocamentos no plano cartesiano (BNCC, 2017, p. 294).

Número de participantes: De 16 a 32 participantes.

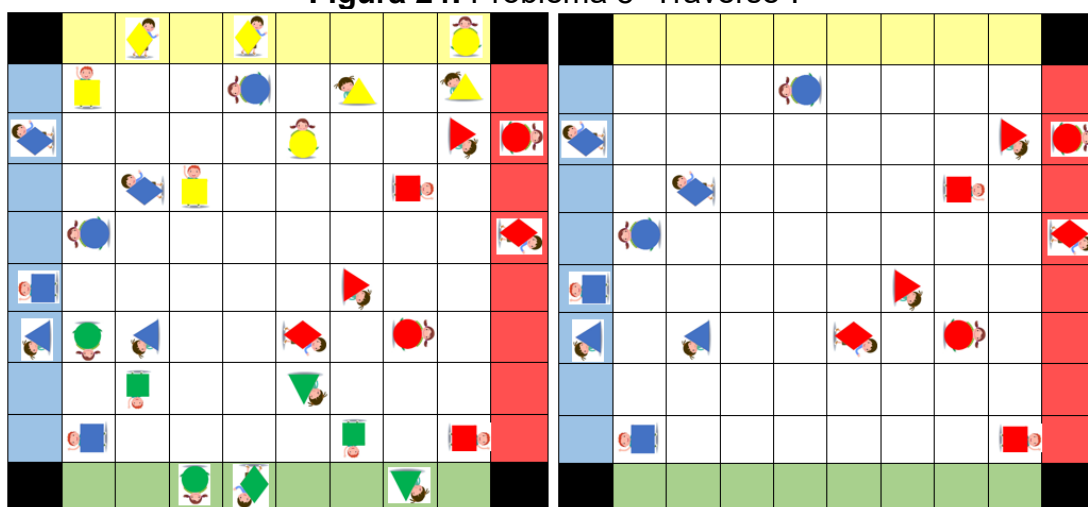
Materiais:

- Tabuleiro quadriculado (4X4). “Tabuleiro Humano”. Podendo ser confeccionado em papel (cartolina, Kraft ou folhas de jornal) ou até mesmo utilizar o piso quadriculado que possa ter na sala ou no pátio da escola.
- Confeccionar em duas cores diferentes as peças do jogo: círculo, losango, quadrado e triângulo, para que as crianças segurem nas mãos, ou prendam na roupa, pendurem em frente ao corpo.
- Se possível junto da imagem ou figura escrever o nome correspondente, pois conhecer os nomes das formas também é importante no processo.

Modo de jogar: Organizar a turma em 2 ou em 4 grupos de 8 crianças cada. Distribuir as peças entre os participantes. Dispor sobre a linha inicial os participantes, conforme os próprios decidirem. Vence a partida que completar a travessia com todos os participantes primeiro.

Problematização: A indicação é retomar as situações com o “tabuleiro humano”. O domínio das regras, as noções desenvolvidas, as interdependências construídas, favorecem um jogo colaborativo, como este que pode ser vivido no Traverse. Jogar como representado abaixo, irá envolver a observação de variáveis, interação, elaboração de estratégias, tudo a ser discutido e debatido entre os participantes, colocando em evidência o processo dialético que é reconhecido na construção dessa espiral interdependente entre ações e operações.

Figura 24: Problema 8 “Traverse”.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

Em situações como esta é possível observar um jogo cooperativo entre os sujeitos, com diálogo e estratégias coletivas, interação e ricas trocas de experiência. O professor é o responsável em criar ou não, em oportunizar ou não esses desafios ao pensamento. Por isso seu papel fundamental como integrante desse meio.

Registro das condutas lúdicas: Ao término do jogo, é importante proporcionar um momento de socialização das impressões e de reflexão sobre o que se aprendeu de

Matemática. Tal momento se torna importante por permitir que os conceitos envolvidos durante o jogo sejam explorados. Sugerimos nesse contexto que cada criança faça um desenho e em seguida socialize com os demais colegas, possibilitando momentos de reflexão, comparação e descobertas. Nesse momento, o professor poderá ampliar os questionamentos que já realizou durante o jogo, em relação a quem fez mais ou menos pontos, quantos pontos faltam para tal criança ganhar o jogo, entre outros.

5.6 CENTRALIDADE DA COMPREENSÃO NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA CONSTRUTIVISTA

Quando a teoria piagetiana ‘inundou’ o ideário pedagógico brasileiro, certa parcela dos docentes, talvez por interpretação equivocada da teoria, ou pela ausência das obras do próprio autor e focando na leitura de autores secundários, ou críticos da teoria, incorporaram o falso discurso de que a construção do conhecimento é feita pelo aluno, pelo sujeito que aprende, à revelia do professor, da escola e apoiada apenas em material empírico de qualidade. Nesse equivocado contexto, significava considerar o aluno autodidata (o que é completamente diferente de autônomo para aprender, nos moldes piagetianos) e considerar ainda o processo de ensino e o papel do professor, esvaziados de sentido.

Dedicou-se no corpo teórico deste estudo a desvelar que a teoria piagetiana constitui um profundo arcabouço teórico que, por sua solidez, exige exatamente o oposto em sua aplicação do contexto escolar. O papel do professor como mediador dos conflitos cognitivos, afetivos e sociais, como gerenciador do processo de ensino-aprendizagem e como responsável pela organização, planejamento e execução das sequências pedagógicas que conduzem a uma determinada noção, imprescindível. O aluno como autônomo no processo de aprendizagem, em nada tem a ver com realizar sozinho, individualmente, prescindir da interação com os objetos e com os outros, e assim por diante. No caso dos jogos, como aqui falamos, não é suficiente disponibilizar ao aluno um jogo ou objeto concreto para que aprenda, ou ainda crer que fazer uso de materiais concretos é trabalhar na perspectiva construtivista.

Como tratado no capítulo anterior, a construção do conhecimento, por ser um mecanismo funcional de equilibração cognitiva, é elaborado pela criança internamente, mas isso não significa que durante esta construção o sujeito não deva ser auxiliado, orientado, questionado pelo professor e pelos seus colegas. As situações de interações que desencadeiam desequilíbrios, após sucessivas assimilações-acomodações, devem ser consideradas como princípios centrais da pedagogia piagetiana. Temos a intenção de sinalizar alguns aspectos da Epistemologia Genética que podem contribuir com a Educação, em particular com o ensino de Matemática.

A respeito do aspecto da interação, Lima (2000) analisa que

Ora, sendo a construção das estruturas lógico-matemáticas um processo endógeno (interno), de autorregulação, que participação tem o processo escolar na sua aquisição? Piaget aconselha a promover atividades (situações problema) que estimulem a construção interna dessas estruturas. Nesse caso, a pedagogia não é “construtivista” (construtivista é o processo interno de construção), consistindo em criar situações estimulantes (“dirigir sem tirar a liberdade da criança”; Piaget condena o espontaneísmo). Ora, dos quatro pilares das teorias de Piaget (geneticismo, estruturalismo, construtivismo, interacionismo), se algum deles devesse ser destacado, para servir de base científica dos métodos pedagógicos, seria precisamente o interacionismo, pois os agentes escolares fazem o papel do meio, no processo de aquisição dos conhecimentos pela criança. (LIMA, 2000 p. 127-128).

Esse aspecto da interação pode ser observado e considerado como central no desenvolvimento dos métodos pedagógicos. Faz-se interessante observar que, segundo este autor, o termo mais adequado à ‘pedagogia piagetiana’ seria interacionismo e não construtivismo.

É preciso lembrar que desde cedo Piaget destacou a importância da interação social (dinâmica de grupo) como fator do desenvolvimento cognitivo. É estranho que seja precisamente o “construtivismo”, em seu aspecto mais radical (reformulado no final de sua pesquisa, por Piaget), que venha à tona no momento atual. (LIMA, 2000, p. 129).

O exposto representa ações didáticas condizentes com um método educacional inspirado na teoria de Piaget, implica tratar a prática pedagógica como uma experimentação. Macedo (1994) destaca a postura do professor, frente aos

conteúdos escolares, demonstrando ser o construtivismo uma teoria de ação, devido seu sentido lógico-matemático e não enquanto uma teoria da representação.

Supõem alguns que o professor construtivista não precisa valorizar os conteúdos ou matérias escolares, tanto quanto fazem os professores de uma escola tradicional. Trata-se de um engano. O professor construtivista deve conhecer a matéria que ensina. Mas por uma razão diferente da que se imagina. Antes, tratava-se de saber bem, para transmitir e avaliar corretamente. Agora, trata-se de saber bem para discutir com a criança, para localizar na história da ciência o ponto correspondente ao pensamento dela, para fazer algumas perguntas “inteligentes”, para formular hipóteses, para sistematizar quando necessário. [...] Em uma visão não construtivista a resposta ou mensagem do professor é o que interessa, ao passo em que em uma visão construtivista, o que importa é a pergunta ou situação problema que ele desencadeia na criança. (MACEDO, 1994, p. 25).

Macedo (1994) discute a aplicação da teoria de Piaget nos espaços escolares. Piaget foi um epistemólogo interessado na construção do conhecimento pela criança e a escola é a instituição formal que procura apresentar à criança o “saber sistematizado”. Para o autor essas diferenças podem se tornar convergentes, quando uma preocupação comum entre ambos é o desenvolvimento da criança e complementares à medida em que a teoria e a prática podem tornar-se parte uma da outra em um mesmo contínuo (MACEDO, 1994).

Todas as proposições apresentadas anteriormente indicam estratégias didáticas que o professor pode utilizar visando a construção da noção espacial e das relações dialéticas. É sabido que não será de um dia para o outro que a criança construirá estruturas e esquemas, mas sim gradativamente, numa progressiva construção favorecida por relações exógenas e endógenas. Porém, para que esta construção ocorra, faz-se necessário a intensa experimentação no meio físico, reelaborando aos poucos cognitivamente essa realidade externa.

Nas situações sugeridas, é oportuno apontar que em nenhum momento o professor deixa o aluno a sua própria sorte, ou o entende como “autodidata”. Pelo contrário, constantemente cria situações didáticas problematizadoras, visando desencadear desequilíbrios e conflitos cognitivos a serem resolvidos. À medida em que as crianças avançam, cabe ao docente propor situações mais complexas, porém possíveis de serem assimiladas e acomodadas. A respeito do papel do professor, Piaget (2002) expõe:

(...) é evidente que o educador continua indispensável, a título de animador, para criar as situações e armar os dispositivos iniciais capazes de suscitar problemas úteis à criança, e para organizar, em seguida, contra-exemplos que levem à reflexão e obriguem ao controle das soluções demasiado apressadas: o que se deseja é que o professor deixe de ser apenas um conferencista e que estimule a pesquisa e o esforço, ao invés de se contentar com a transmissão de soluções já prontas. (PIAGET, 2002, p. 15).

Esta argumentação põe em evidência o papel do professor de criar situações de conflito cognitivo, de possibilitar ao aluno o agir sobre as situações problemas que lhe são propostas de forma coletiva e individual. No estágio operatório-concreto, esta ação deve ser realizada primeiramente no plano físico, para que, assim, o indivíduo consiga realizar concomitantemente, a abstração empírica e reflexiva.

Na Matemática, o ensino da Geometria busca possibilitar aos alunos construir noções de localização e movimentação no espaço físico para a orientação espacial em diferentes situações do cotidiano e os de reconhecer figuras geométricas.

De maneira geral, a elaboração dessa proposta didática pode auxiliar o trabalho com o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança, constituído por um conjunto de componentes que envolvem processos cognitivos, como a percepção, a capacidade para trabalhar com imagens mentais, abstrações, generalizações, discriminações e classificações de figuras geométricas, entre outros.

No que diz respeito ao trabalho com a movimentação e a localização, o ensino da geometria deve propiciar aos alunos desenvolver noções de lateralidade (como direita e esquerda), noções topológicas (como dentro e fora e vizinhança), utilizando o próprio corpo e outros objetos/pessoas como pontos de referências. O registro do trajeto da movimentação de um objeto ou pessoa pode ser feito pela criança por meio de expressão verbal, desenhos, relatos escritos, entre outros e a sua localização pode ser feita por meio de desenhos, papel quadriculado, croquis e mapas. Essas atividades podem ser realizadas utilizando jogos, brincadeiras, construção de maquetes, entre outros recursos.

Do exposto até o momento, é possível perceber que Piaget, mesmo não tendo direcionado seus estudos à prática pedagógica na escola, ou metodologias de ação no contexto escolar, apresenta proposições das quais é possível declinar implicações pedagógicas e educacionais, pois discute os processos cognitivos para os quais os professores pensam as proposições pedagógicas. Sua teoria do

conhecimento permite ao professor compreender como o aluno constrói a realidade, como este conhece as coisas que o rodeiam e favorece a elaboração de ações que suscitem esse movimento cognitivo.

Ao tratar dos primeiros anos do Ensino Fundamental, as suas descobertas sobre o estágio operatório-concreto tornam-se imprescindíveis para que o docente compreenda que a experiência sobre objeto (ou seja, ordenar, classificar, distribuir, comparar, juntar) permite ao aluno estruturar seu pensamento.

Tal estruturação permite o pleno desenvolvimento das operações lógicas, que, por conseguinte, possibilita, num futuro próximo, a construção do raciocínio formal. No caso da Matemática o desafio didático consiste em estruturar condições para que ocorra uma evolução das condições prévias e iniciais dos alunos progredindo sempre rumo aos conceitos mais elaborados e reelaborando o conhecimento formalizado na escola.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao estudar o percurso e os diferentes cenários nos quais se deu o desenvolvimento da Matemática, a compreendemos como uma construção humana que esteve presente em todo processo de modificação social ao longo da história. Vimos que sua elaboração não se deu por “gênios”, mas por sujeitos que enfrentaram dificuldades e colocaram seu raciocínio em função da resolução de conflitos cognitivos e sociais.

Ao longo da História da Matemática, em seus diversos períodos, ela se dedicou a finalidades distintas. Conforme apontado na elaboração teórica deste estudo, suas primeiras manifestações vieram a surgir com o intuito apenas de resolver questões cotidianas que viessem a suprir a necessidade de solucionar questões, como partilha de objetos e alimentos, sendo então com o passar dos anos aprimoradas, conforme a sociedade e seu desenvolvimento também iam sendo construídos. Isto é relevante retomar, tendo em vista que a essência de nossa discussão esteve na imbricação de dois importantes eixos: construção lógico-matemática (pensamento, cognição), aprendizagem de noções matemáticas (conteúdo da disciplina), pondo em destaque a noção de espaço. No século XVIII, sentiu-se a necessidade de se introduzir a Matemática nos sistemas de ensino, o que resultou em uma criação de uma matemática mais elaborada, e assim criaram-se as primeiras leis matemáticas do ensino as quais se mantiveram e sofrem modificações atreladas ao desenvolvimento da sociedade.

Conhecer esse percurso de constituição tanto no campo científico como no campo escolar permite ao professor, e também ao seu aluno, atribuir significado ao conteúdo estudado, na medida em que se torna conhecido o contexto de descoberta e elaboração de determinado conceito. O conhecimento desse processo se faz necessário para que o aluno através da mediação do professor possa vivenciar a matemática em seu meio social, resolvendo assim situações problema que venham a surgir tanto no contexto escolar, como no social.

As discussões a respeito de como os conteúdos foram sendo organizados são sempre trazidas nos documentos orientadores aos professores, de forma a compreender todos os aspectos que envolvem suas particularidades. Frequentemente os conteúdos matemáticos não são abordados na ordem histórica que se desenvolveram. No entanto, conhecendo tal história, o professor terá a

possibilidade de fazer sua opção como modo de abordagem, sempre na busca de favorecer as aprendizagens de seus alunos.

Piaget dedicou toda sua vida a explicar como a inteligência humana se desenvolve, partindo do princípio de que o desenvolvimento da inteligência é determinado pelas ações mútuas entre o indivíduo e o meio. Ou seja, o sujeito não é passivo sob a influência do meio, isto é, ele responde aos estímulos externos agindo sobre eles para construir e organizar o seu próprio conhecimento, de forma cada vez mais elaborada. Sendo assim, não apenas a Matemática, mas a educação de um modo geral, deve ser um processo de construção do conhecimento, através da reflexão, pautada em um novo modo de conceber o mundo, a vida e as relações sociais e, para que isso se efetive, nossos educadores precisam, fundamentalmente, de um bom aporte teórico.

Através da teoria piagetiana, o professor pode saber quando ensinar determinado conteúdo e de que forma deve ser ensinado, pois através dos estágios estudados, é possível visualizar o desenvolvimento dos sujeitos e como o professor pode organizar as propostas pedagógicas de modo a favorecer as aprendizagens naquele momento do desenvolvimento, considerando as características próprias do pensamento. Isso significa dizer que o professor sabe quando e como ensinar ao seu aluno e que desenvolvimento pode-se esperar desse aluno, dependendo do estágio pelo qual está passando. Em suma, é importante respeitar o desenvolvimento do aluno e a forma como este aprende. É importante também conhecer como o sujeito organiza em sua estrutura cognitiva as informações recebidas do meio. Somos seres diferentes e por isso percebemos o ambiente de formas diferentes e damos a ele significados de acordo como o percebemos.

O professor é o mediador, o instigador, para desenvolver desafios para que o educando se lance a novas possibilidades. No entanto, Piaget foi mal compreendido por alguns pesquisadores que entenderam que o educador deveria lançar a responsabilidade do aprendizado somente à criança, mas sabe-se que essa concepção é equivocada, porque o professor é um agente da aprendizagem como mediador e possui também função ativa na tarefa de ensinar. De fato, o planejamento do professor torna-se instrumento muito importante para suscitar, evocar e mediar as construções cognitivas.

Nessa perspectiva, é fundamental criar desafios para as crianças, propor situações de aprendizagens que geram desequilíbrio diante das experiências já assimiladas. Isto implica em envolvimento dos professores, em postura de intensa observação (tal como indica o método clínico-crítico), ao desenvolvimento de seus alunos, independente da área que atuem e que esses ofereçam e busquem alternativas para que o estudante amplie seu horizonte de desenvolvimento, formando sujeitos capazes, autônomos, participativos e atuantes na sociedade em que vivemos.

Nesse sentido, vimos que o jogo é um instrumento possível para a criação desses conflitos cognitivos necessários à construção do conhecimento. Propiciar situações com jogos é investir, no desafio e no melhor desempenho dos alunos. Entretanto, os jogos devem ser utilizados com critério pedagógico, para alcançar êxito nas práticas educativas. Esperamos que a proposta de sequência didática construtivista apresentada na pesquisa, possa vir a ser utilizada pelos professores dos anos iniciais, bem como de todos os profissionais que se interessam pelo assunto, como proposta metodológica, com vistas a abrir caminho para novas investigações sobre o ensino da Matemática, suas inquietações e conflitos que remontam ao longo do tempo.

Conhecer a obra de Piaget, portanto, pode (e deve) ajudar o professor a tornar seu trabalho mais eficiente, pois na teoria piagetiana ele é um mediador, e não um mero transmissor do conhecimento. Além disso, o sujeito professor deve pesquisar sobre diferentes metodologias, a fim de entender o processo de desenvolvimento da criança.

A postura docente assentada no construtivismo caracteriza-se por instigar a participação dos educandos, a exposição de suas inquietações, de seus conhecimentos prévios e, sobretudo, tem a finalidade de desafiar o pensamento dos mesmos. As verdades cristalizadas são questionadas para que diferentes pontos de vista sejam expostos e discutidos e descobertas sejam realizadas. Sendo assim, o processo de aprendizagem construtivista diz respeito a um processo de aprendizagem ativo, no qual o aluno não se limite ao papel de mero depositário de conteúdos, mas que atue no sentido de (re)descobrir conhecimento.

Estruturar a educação escolar, de modo que haja uma real transformação na maneira de considerar e direcionar a prática educativa, é o caminho para repensar as metodologias e epistemologias que subjaz o ambiente escolar, bem

como as concepções dos docentes. O professor como sujeito do processo de ensino aprendizagem necessita pautar a sua prática em pressuposto que favoreçam o desenvolvimento cognitivo do estudante e de si próprio.

REFERÊNCIAS

- ALTHAUS, Neiva; DULLIUS, Maria Madalena; AMADO, Nelia Maria Pontes. Jogo computacional e resolução de problemas: três estudos de casos. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 18, n. 1, 2016.
- ANDREOTTI, Ana Luiza de Almeida C. **Jogos de Regras e processos de aprendizagem em crianças com paralisia cerebral**. 2013. 251f. Tese (Doutorado) – Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.
- AZEVEDO, Greiton Toledo; MALTEMPI, Marcus Vinícius; LYRA-SILVA, Gene Gene Maria Vieira. Processo formativo do aluno em matemática. **Zetetiké**, v. 26, n. 3, set./dez., 2018.
- BAIRRAL, Marcelo A. O desenvolvimento do pensamento geométrico na Educação Infantil: Algumas perspectivas conceituais e curriculares. *In*: CARVALHO, Mercedes; BAIRRAL, Marcelo A. (Eds.), **Matemática e Educação Infantil**. Petrópolis: Vozes, 2012.
- BARICCATTI, Karen Hyelmager Gongora. **A construção dialética das operações de adição e subtração no jogo de regras Fan Tan**. 2003. 183f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252831>. Acesso em: 12 maio 2021.
- BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor de matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.
- BECKER, Fernando. Abstração pseudo-empírica e reflexionante: Significado epistemológico e educacional. **Schème**: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas, v. 6, 1-18, 2014.
- BECKER, Fernando. Construção do conhecimento matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em Educação Matemática. **Pró-Posições**. v.4, n.1. mar. 1993.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª versão. Brasília: Ministério da Educação, 2017.
- BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 12 maio 2021.

BRASIL. **Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2005.** Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Brasília, DF: 185º da Independência e 118º da República, 2005. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/l11274.htm#:~:text=LEI%20N%C2%BA%2011.274%2C%20DE%20%20DE%20FEVEREIRO%20DE%202006.&text=Altera%20a%20reda%C3%A7%C3%A3o%20dos%20arts,\(seis\)%20anos%20de%20idade](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/l11274.htm#:~:text=LEI%20N%C2%BA%2011.274%2C%20DE%20%20DE%20FEVEREIRO%20DE%202006.&text=Altera%20a%20reda%C3%A7%C3%A3o%20dos%20arts,(seis)%20anos%20de%20idade). Acesso em: 12 maio 2021.

BRASIL. **Lei Nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 12 maio 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais.** Brasília, DF, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Acervos complementares:** as áreas do conhecimento nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.** Caderno de Apresentação. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRENELLI, Rosely Palermo. Uma proposta psicopedagógica com o jogo de regras. *In: SISTO, F. F. et al. Atuação psicopedagógica e aprendizagem escolar.* Petrópolis, RJ: Vozes, 1996.

CAIADO, Ana Paula Sthel. **A regra em jogo:** um estudo sobre a prática de jogos de regras e o desenvolvimento da moral infantil. 2012. 124 f. Tese (Doutorado em Psicologia) – Universidade Estadual de São Paulo, São Paulo, 2012.

CAMARGO, José Antônio da Silveira. **O jogo Traverse como ferramenta de ensino sob a perspectiva da Metodologia da Resolução de Problemas.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, SP, 2019.

CANI, Olímpio Prada *et al.* Jogos matemáticos e a questão da reciclagem: um repensar indispensável à humanidade. **Educação Matemática em Revista**, n. 50, maio, p. 63-67, 2016.

CARMO, Paulo N. S. do; SAMPAIO, Wener B de. Desenvolvimento e Análise de Descritores Geométricos para Reconhecimento de Padrões. *In: Escola Regional de Computação do Ceará*, 7, 2019, Maranhão e Piauí. **Anais...** Maranhão e Piauí: SBC, 2019. p. 79-86.

CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de.; GOMES, Marilda da Trecenti.; PIRES, Magda Natália Marin. **Fundamentos Teóricos do Pensamento Matemático**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2010.

CARVALHO, Luciana Ramos Rodrigues de. **Oficinas com o jogo Set na sala de apoio à aprendizagem como espaço para pensar a resiliência**. 2013. 186f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2013.

CLARAS, Antônio Flavio; PINTO, Neuza Bertoni. O movimento da matemática moderna e as iniciativas de formação docente. *In*: Congresso Nacional de Educação–EDUCERE/III Congresso Ibero-Americano sobre Violências nas Escolas–CIAVE, 8, 2008, Curitiba, PR. **Anais...** Curitiba/PR: PUC. 2008.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DALFRÉ, Ana Paula de Próspero. **As relações entre abstração reflexiva e condutas de escolares no jogo Hora do Rush**. 2013. 151f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/250802>. Acesso em: 12 maio 2021.

DEBASTIANI NETO, João. **Geometrias na segunda fase do ensino fundamental: um estudo apoiado na epistemologia genética**. 2012. 201f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2012.

DELVAL, Juan. **Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento da criança**. Tradução de Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.

DIAS, Letícia Pires. **A construção do conhecimento em crianças com dificuldades em matemática, utilizando o jogo de regras Mancala**. 2009. 163f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2009.

DIAS, Graciana Ferreira. **Utilizando processos geométricos da história da matemática para o ensino de equações do 2º grau**. 2009. 166 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009.

DURO, Mariana Lima. **Análise combinatória e construção de possibilidades: o raciocínio formal no ensino médio**. 2012. 106f. Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, RS, 2012.

EBNER, Ângela Catuta Ferreira. **Jogo sudoku em crianças com 6-7 anos: modos de realizar, compreender e intervir**. 2013. 166f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

FIORENTINI, Dario **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação.** 1994. 414f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 1994.

FIZZON, Luciano Mateus. **O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial.** 2018. 100f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos, SP, 2018.

FOGAÇA JÚNIOR, Orlando Mendes. O jogo na Perspectiva Piagetiana: Contribuições para a Disciplina de Educação Física. *In: Congresso Norte Paranaense de Educação Física Escolar – CONPEF, 9, Congresso Nacional de Formação de Professores de Educação Física, 4, 2019, Londrina, Anais...* Londrina: UEL, 2019.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 2004.

GARCIA, Heloisa Helena G. de Oliveira. **Adolescentes em grupo: aprendendo a cooperar em oficinas de jogos.** 2010. 275f. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Psicologia, São Paulo, 2010.

GIL, Antônio C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GODOI, Guilherme Aparecido. **A construção de conhecimentos cartográficos e geográficos: um estudo acerca da representação do espaço e a sua relação com o conhecimento social na perspectiva piagetiana.** 2018, 173f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

GOMES, Izilda Baraviera; FRANCO, Valdeni Soliani. **Jogos como recursos pedagógicos no ensino da geometria: uma experiência com alunos do 6º ano do ensino fundamental.** Paraná: Cadernos PDE, 2013.

IONASHIRO, Jennyfer Ribeiro de Moraes. **O uso de jogos no ensino de química e suas relações com os estágios de desenvolvimento cognitivo.** 2018. 123 f. Dissertação (Mestrado em Química) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

ISOLDA, Giani de Lima. **A equilibrção dos processos cognitivos na aprendizagem de matemática no ambiente do MECAM.** 2004. 230f. Tese (Doutorado) – Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

KAMINSKI, Márcia Regina *et al.* Uso de jogos digitais em práticas pedagógicas realizadas em distintos contextos escolares. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 2, 2, p. 288-312, 2019.

KIMURA, Cecília Fukiko Kamei. **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos**: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget. 2005. 262 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

LARREA, Nathalia Teixeira. **A sociedade brasileira de educação matemática em Mato Grosso do Sul: Três caricaturas e muitas histórias**. 2016. 420 f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2016.

LEIVAS, José Carlos Pinto; SOUZA, Helenara Machado de; PORTELLA, Hiago Portella de. Geometrias Não-Euclidianas: uma investigação na Escola Básica no Brasil com Geogebra. **Revista Thema**, v. 14, n. 3, p. 210-221, 2017.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget**: Sugestões aos educadores. Petrópolis: Vozes, 2000.

LOPES, Júlio Cesar Vieira. **Avaliação do pensamento formal dos alunos do Colégio Militar de Fortaleza**. 2014. 90f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza, CE, 2014.

LOUREIRO, Assucena Von Eggert; MARCON, Janice. Brincando e Aprendendo com o Jogo: A Trilha das Operações. **Educação Matemática em Revista**, p. 31-36, 2016.

LOVIS, Karla Aparecida. **Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica em um Ambiente de Geometria Dinâmica**: o que pensam e o que sabem os professores. 2009. 148f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2009.

LUGLE, Andreia Maria C. **Vivências lúdicas nas aulas de matemática: uma proposta pedagógica desenvolvida com alunos do ensino fundamental II (5ª e 6ª séries) em uma escola particular de Londrina**. 2006. 140 f. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Londrina, PR, 2006.

MACEDO, Lino de. **Aprender com jogos e situações problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

MACEDO, Lino de. **Ensaios construtivistas**. 4. ed. São Paulo, SP: Casa do Psicólogo, 1994.

MACEDO, Lino de. **Ensaios pedagógicos**: Como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2005.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia S.; PASSOS, Norimar Christe. **Quatro cores, Senha e Dominó**: oficinas de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.

MACHADO, Renata da Silva. **“É mais fácil quando todo mundo joga junto” cognição e cooperação entre jovens e adultos em um jogo de tabuleiro cooperativo**. 2018. 145f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2018.

MAURICIO, Maria Fernanda Maceira. **A construção do conhecimento em crianças operatórias utilizando o jogo de regras Mancala**. 2018. 74f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

MAURICIO, Maria Fernanda Maceira; *et al.* **A construção do conhecimento e o jogo de regras mancala à luz da teoria piagetiana**. Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas. Atena Editora, 2020, p. 163-177.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social**. Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOÇAMBITE, Nixon da Silva. **Situações didáticas na aprendizagem matemática na perspectiva da construção do conhecimento**. 2016. 216. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016.

MONTOITO, Rafael; LEIVAS, José Carlos Pinto. A representação do espaço na criança, segundo Piaget: Os processos mentais que a conduzem à formação da noção do espaço Euclidiano. **VIDYA**, v. 32, n. 2, p. 2-15, 2012.

MORO, Maria Lúcia Faria. Construtivismo e educação matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 11, n. 1, p. 117-144, 2009.

MULLER, Gessilda Cavalheiro. **Compreendendo os procedimentos de adição de alunos de 4. série: um estudo a partir da epistemologia genética**. 2003. 117f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul, 2003.

OLIVEIRA, Francismara Neves de. **Um estudo das Interdependências Cognitivas e sociais em escolares de diferentes idades, por meio do jogo xadrez simplificado**. 2005. 331f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2005.

OLIVEIRA, Patrícia Maria de. **“O papel das interações sociais em escolares na elaboração de estratégias no jogo Quoridor”**. 2014. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 2014.

PAGANELLI, Tomoko lyda. Para a construção do espaço geográfico na criança. **Revista Terra Livre**, n. 2, p.126-148, 2015.

PALHARES, O. **Análise de processos cognitivos em crianças no jogo Traverse**. 2003. 214p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2003.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação (SEED). **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná - Matemática**, Curitiba: SEED, 2008.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni; NACARATO, Adair Mendes. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

PELA, Margaret Rose Bateman. **Jogo Equilíbrio com jovens de 11 a 14 anos: aspectos cognitivos e metodológicos**. 2014. 144 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PEREIRA-PERES, Lilian Alves. “**Eu jogo fazendo todas as maneiras que eu consigo**”: como criar possibilidades de novas relações espaciais por meio do jogo katamino. 2017. 155f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2017.

PIAGET, Jean. **A construção do real na criança**. 3. ed. Tradução de Maria Thereza Costa Coelho. São Paulo: Ática, 2002.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança. Imitação, jogo e sonho. Imagem e representação**. RJ: Zahar, 1978a.

PIAGET, Jean. **A tomada de consciência**. São Paulo, Melhoramentos/EDUSP, 1977.

PIAGET, Jean. **Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, Jean. **As formas elementares da dialética**. Trad. Fernanda Mendes Luiz. São Paulo, Casa do Psicólogo, 1996.

PIAGET, Jean. **Biologia e Conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 1973.

PIAGET, Jean. **Fazer e Compreender**. São Paulo: Melhoramentos/EdUSP, 1978b.

PIAGET, Jean. INHELDER, Barbel. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1993.

PIAGET, Jean. **O juízo moral na criança**. Trad. Elzon Leonardon, São Paulo: Summus Editorial, 1994.

PIAGET, Jean. **O possível e o necessário: Evolução dos necessários na criança.** Porto Alegre: Artes Médicas, v. 2, 1986.

PIAGET, Jean. **O possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança.** Porto Alegre: Artes Médicas, v.1, 1985.

PIAGET, Jean. **Aprendizagem e conhecimento.** Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1979.

PIAGET, Jean.; SZEMINSKA, Alina. **A gênese do número na criança.** Trad. Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1941.

QUEIROGA, Talita Lima. **Jogos de raciocínio lógico-matemático em aulas da Escola Fundamental II.** 2012. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

QUINELATO, Patrícia Thomásio. **Fazer e compreender no jogo Sudoku e situações problema: Um estudo com alunos de 9º ano do Ensino Fundamental.** 2014. 221f. Tese (Doutorado) – Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

RAMOS, Maria da Luz Santos; MOHN, Rodrigo Fideles Fernandes; CAMPOS, Roziane da Costa. Vivendo e aprendendo a jogar: ensinando matemática por meio de jogos. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 63, p. 91-107, jul./set. 2019.

REBEIRO, Gisele Bueno de Farias. **Fatores protetivos e o Jogo de Regras Rummikub: Um estudo com alunos do 6º ano do ensino fundamental.** 2012. 119f. Dissertação. (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

REIS, Leandro Augusto dos. **Música como jogo: significados atribuídos por alunos do ensino fundamental ao vivido nas oficinas de música.** 2012. 162 f. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, 2012.

ROLKOUSKI, Emerson. Dos direitos de aprendizagem e do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa à Base Nacional Comum Curricular: o caso da alfabetização matemática. **Horizontes**, Itatiba, SP, v. 36, n. 1, p. 119-131, 2018.

SANTOS, Tarcísio Rocha dos; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Evolução de estratégias e mapeamento de possibilidades no jogo mankala colhe três. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 18, n. 2, p.989-1013, 2016.

SCHREIBER, Karla Priscila *et al.* Níveis de Compreensão do Conceito de Média Aritmética de Adolescentes a partir do Método Clínico-Crítico Piagetiano. **Bolema**, v. 33, n. 64, p. 491-512, 2019.

SILVA, Eduardo Fernandes da; DELOU, Cristina Maria Carvalho; LIMA, Neuza Rejane Wille. Processo de compreensão da leitura através da autocorreção usando

a interface gráfica digital Scratch. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 6, p. 35803-35818, jun. 2020.

SILVA, Gileade Cardoso; MUNIZ, Cristiano Alberto; SOARES, Milene de Fátima. Os jogos como espaços reveladores da subjetividade na aprendizagem matemática. **Educação Matemática em Revista**, n. 58, jun. 2018.

SILVA, Janaína Mendes Pereira da; NEVES, Regina da Silva Pina. Etnomatemática: possíveis convergências sobre a ideia de Jogos de Linguagem. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, p. 283-296, 2016.

SILVA, Maria Jose de Castro. **As Estratégias no jogo Quarto e suas relações com a resolução de problemas matemáticos**. 2008. 196p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 2008.

SILVA, Sandreilane Cano da. **O Jogo Set em adolescentes, adultos e idosos: aspectos cognitivos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Instituto de Psicologia. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

SILVA, Sandreilane Cano da. **O Jogo Set em oficinas de jogos: processos de aprendizagem e atividades de intervenção**. 2018. Tese (Doutorado) - Instituto de Psicologia. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

SILVA, Simone dos Santos Venturelli Antunes; ALCANTARA FERRAZ, Denise Pereira de. A Visão do Professor sobre Jogos Digitais no Ensino da Matemática para alunos com Deficiência Intelectual: Estado da arte. Educação Matemática Pesquisa: **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 21, n. 1, 2019.

SILVA, Thais Oliveira da. **Oficina de jogos em sala de aula: construção de um espaço para alunos com dificuldades de aprendizagem**. 2018. 257f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, SP, 2018.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa científica. *In*: GERHARDT, Tatiana E, SILVEIRA, Denise (orgs.). T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS; 2009. p. 31-42.

SNCT. **SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**. Semana Nacional de Ciência e Tecnologia (SNCT), 14, 2017, São Carlos. Instituto da Física de São Carlos – IFSC. Universidade de São Paulo, 2017.

SOARES, Pércio José. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso**. 2008. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SOUZA SANTOS, William de; ALVES, Lynn. Jogos digitais e ensino da matemática: avaliação preliminar das contribuições do jogo DOM no ensino das funções quadráticas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Santa Catarina, v. 13, n. 1, p. 91-104, 2018.

SOUZA, Herycksara Santos de. **Aspectos cognitivos e metodológicos na utilização do jogo xeque-mate soccer**. 2013. 112 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo 2013.

SOUZA, Simone de. **Geometria na educação infantil: da manipulação empirista ao concreto piagetiano**. 2007. 147f. Dissertação (Mestrado) - Pós-graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2007.

STOCK, Brunna Sordi. **A argumentação na resolução de problemas de matemática: uma análise a partir da epistemologia genética**. 2015. 182. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, 2015.

TENÓRIO, André; PENNA, Patrícia; TENÓRIO, Thaís. O uso de jogos da plataforma Mangahigh no estudo de funções polinomiais do 1º grau. Educação Matemática Pesquisa: **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 17, n. 2, p. 257-280, 2015.

WADSWORTH, Barry J. **Inteligência e afetividade da criança na teoria de Jean Piaget**. São Paulo: Pioneiras, 1997.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ZACARIAS, Tânia Regina Pascutti. **Relações entre as condutas reveladas na compreensão leitora e no jogo Quarto de alunos do Ensino Médio**. 2013. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Quadro 10 – Pesquisas sobre jogos de regras na teoria de Piaget.

Nº	AUTOR	ANO	TIPO DE PUBLICAÇÃO	TÍTULO	ENDEREÇO
1	Renata Da Silva Machado	2018	Dissertação	É mais fácil quando todo mundo joga junto” cognição e cooperação entre jovens e adultos em um jogo de tabuleiro cooperativo	https://cutt.ly/Bhk66is
2	Jennyfer Ribeiro De Morais Ionashiro	2018	Dissertação	O uso de jogos no ensino de química e suas relações com os estágios de desenvolvimento cognitivo	https://cutt.ly/zhlqmq6
3	Sandreilane Cano Da Silva	2018	Tese	O Jogo Set Junior em oficina de jogos: processos de aprendizagem e atividades de intervenção	https://cutt.ly/6hlqwUg
4	Patrícia Thomasio Quinelato	2014	Tese	Fazer e compreender no jogo Sudoku e em suas situações-problema: um estudo com alunos do 9º ano do ensino fundamental	https://cutt.ly/ghlqroU
5	Margaret Rose Bateman Pela	2014	Dissertação	Jogo equilíbrio com jovens de 11 a 14 anos: aspectos cognitivos e metodológicos	https://cutt.ly/dhlqtdT
6	Patrícia Maria de Oliveira	2014	Dissertação	O papel das interações sociais em escolares na elaboração de estratégias no jogo Quoridor	https://cutt.ly/lhlqyds
7	Herycksara Santos De Souza	2013	Dissertação	Aspectos Cognitivos e Metodológicos na Utilização do Jogo Xequê-Mate Soccer	https://cutt.ly/xhk2oCE
8	Luciana Ramos Rodrigues De Carvalho	2013	Dissertação	Oficinas com o jogo Set na sala de apoio à aprendizagem como espaço para pensar a resiliência	https://cutt.ly/5hlqoC2
9	Ana Luiza De Almeida Console Andreotti	2013	Tese	Jogos de regra e processos de aprendizagem em crianças com paralisia cerebral	https://cutt.ly/Bhk2jpn
10	Ana Paula De Próspero Dalfré	2013	Dissertação	As relações entre abstração reflexiva e condutas de escolares no jogo Hora do Rush	https://cutt.ly/shk2zTQ

11	Tânia Regina Pascutti Zacarias	2013	Dissertação	Relações entre as condutas reveladas na Compreensão Leitora e no jogo Quarto de alunos do ensino médio	https://cutt.ly/Shk2vLj
12	Sandrilane Cano Da Silva	2013	Dissertação	O jogo Set em adolescentes, adultos e idosos: aspectos cognitivos	https://cutt.ly/Jhk2Ar3
13	Talita Lima Queiroga	2012	Dissertação	Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II	https://cutt.ly/Bhk2Fjy
14	Gisele Bueno De Farias Rebeiro	2012	Dissertação	Fatores protetivos e o jogo de regras Rummikub: um estudo com alunos do 6° do ensino fundamental	https://cutt.ly/ehk2H8S
15	Leandro Augusto dos Reis	2012	Dissertação	Música como jogo: significados atribuídos por alunos do ensino fundamental ao vivido nas oficinas de música	https://cutt.ly/4hk2LF5
16	Ana Paula Sthel Caiado	2012	Tese	A regra em jogo: um estudo sobre a prática de jogos de regras e o desenvolvimento moral infantil	https://cutt.ly/ihk2XCG
17	Heloiisa Helena Genovese de Oliveira Garcia	2010	Tese	Adolescentes em grupo: aprendendo a cooperar em oficina de jogos	https://cutt.ly/9hk2NGZ

Fonte: elaborado para a pesquisa.

APÊNDICE B

Revistas, volumes e números consultados

Bolema – Boletim de Educação Matemática

É uma publicação quadrimestral do Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Departamento de Matemática e Programa de pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, São Paulo. Seu principal objetivo é disseminar a produção em Educação Matemática ou áreas afins. Suas publicações podem ser resultados de pesquisas empíricas, ensaios ou outras formas padrão neste domínio do conhecimento. Além disso, este periódico é complementado por resenhas, artigos convidados, sessões especiais e resumos de teses e dissertações. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/1050>.

Acesso em: 21 jan. 2021.

Compõem nosso acervo investigativo os seguintes números:

Quadro 11 – Volumes e número do Bolema.

2019	2018	2017	2016	2015
v.21, n.5	v.20, n.3	v.19, n.3	v.18, n.3	v.17, n.5
v.21, n.4	v.20, n.2	v.19, n.2	v.18, n. 2	v.17, n.4
v.21, n.3	v.20, n.1	v.19, n.1	v.18, n. 1	v.17, n.3
v.21, n.2				v.17, n.2
v.21, n.1				v.17, n.1

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Zetetiké

A *Zetetiké* é uma publicação institucional da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (em parceria editorial com a UFF), tendo como objetivo contribuir, de um lado, para o desenvolvimento da pesquisa na Área da Educação Matemática e, de outro, para a formação de pesquisadores dessa Área, mediante intercâmbio e divulgação de pesquisas e estudos realizados por educadores matemáticos vinculados a instituições brasileiras ou estrangeiras. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/issue/view/1648>. Acesso em: 21 jan. 2021

Fazem parte dos procedimentos iniciais desta investigação os seguintes exemplares:

Quadro 12 – Volumes e número do *Zetetiké*.

2019	2018	2017	2016	2015
v.27, n.1	v.26, n.3	v.25, n.3	v.24, n.3	V.23, n.2
	v.26, n.2	v.25, n.2	v.24, n.2	
	v.26, n.1	v.25, n.1	v.24, n.1	

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Revista Eletrônica de Educação Matemática

A Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT é uma revista científica do Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM) que visa promover o aprofundamento da investigação sobre temas ligados à epistemologia, à formação de professores e ao ensino e aprendizagem da matemática, com ênfase nas contribuições dos estudos semióticos na aprendizagem de conceitos. Pretende contribuir para o adensamento da pesquisa e difusão de conhecimentos em educação matemática e científica, em permanente articulação com a prática pedagógica escolar. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso em: 21 jan. 2021.

Faz parte do acervo consultado os exemplares:

Quadro 13 – Volumes e número do Revista Eletrônica de Educação Matemática,

2019	2018	2017	2016	2015
v.14, n.3	v.13, n.2	v.12, n.2	v.11, n.3	v.10, n.2
v.14, n.2	v.13, n.1	v.12, n.1	v.11, n.2	v.10, n.1
v.14, n.1			v.11, n. 1	

Fonte: elaborado para a pesquisa.

APÊNDICE C
Síntese das pesquisas em Educação Matemática

Quadro 14 – Ensino da Matemática e Concepção Docente.

Nº	AUTOR	ANO	TIPO DE PUBLICAÇÃO	TÍTULO	ENDEREÇO
1	Fernando Becker	2019	Artigo Bolema	Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese	https://cutt.ly/vhk9O75
2	Maria da Luz Santos Ramos; Rodrigo Fideles Fernandes Mohn; Roziane da Costa Campos	2019	Artigo Educação Matemática em Revista	Vivendo e aprendendo a jogar: Ensinando a Matemática por meio de jogos	https://cutt.ly/mhk3oVS
3	Simone dos Santos Venturelli Antunes Silva, Denise Pereira de Alcantara Ferraz	2019	Artigo Educação Matemática Pesquisa	A Visão do Professor sobre Jogos Digitais no Ensino da Matemática para alunos com Deficiência Intelectual: Estado da arte	https://cutt.ly/phk3gQI
4	Greiton Toledo Azevedo, Marcus Vinicius Maltempi, Gene Maria Vieira Lyra-Silva	2018	Artigo Zetetiké	Processo formativo do aluno em matemática: jogos digitais e tratamento de Parkinson	https://cutt.ly/Ghk3kcM
5	Olímpio Prada Cani, Ryan Eduardo Tonet Pereira, Cinara Moser, Ana Paula Scotini	2016	Artigo Educação Matemática em Revista	Jogos matemáticos e a questão da reciclagem: um repensar indispensável à humanidade	https://cutt.ly/Xhk3xwT
6	Janaina Mendes Pereira da Silva, Regina da Silva Pina Neves	2016	Artigo Revista Eletrônica de Educação Matemática	Etnomatemática: possíveis convergências sobre a ideia de Jogos de Linguagem	https://cutt.ly/phk3vuD
7	Simone de Souza	2007	Dissertação	Geometria na educação infantil: da manipulação empirista ao concreto piagetiano	https://cutt.ly/Hhk3nmz

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Quadro 15 – Jogos e o Ensino dos Números.

Nº	AUTOR	ANO	TIPO DE PUBLICAÇÃO	TÍTULO	ENDEREÇO
8	Márcia Regina Kaminski; Rhuan Guilherme Tardo Ribeiro; Maíara Aline Junkerfeurbom; Clodis Boscaroli; Marcos Lubeck	2019	Artigo Educação Matemática em Revista	Uso de jogos digitais em práticas pedagógicas realizadas em distintos contextos escolares	https://cutt.ly/lhk8ySW
9	Eduardo Fernandes da Silva; Cristina Maria Carvalho Delou; Neuza Rejane Wille Lima	2019	Artigo Educação Matemática em Revista	Provas Operatórias por Meio Digital: Gargalos Cognitivos em uma Turma de Aceleração da Aprendizagem	https://cutt.ly/shk8oCC
10	Gileade Cardoso Silva; Cristiano Alberto Muniz; Milene de Fátima Soares	2018	Artigo Educação Matemática em Revista	Os jogos como espaços reveladores da subjetividade na aprendizagem matemática	https://cutt.ly/zhk8axl
11	Thais Oliveira Da Silva	2018	Dissertação	Oficina de jogos em sala de aula: construção de um espaço para alunos com dificuldades de aprendizagem	https://cutt.ly/Ohk8dzj
12	Assucena Von Eggert Loureiro; Janice Marcon	2016	Artigo Educação Matemática em Revista	Brincando e Aprendendo com o Jogo: A Trilha das Operações	https://cutt.ly/6hk8gJV
13	Tarcisio Rocha dos Santos; Paula Moreira Baltar Bellemain; Paulo Figueiredo Lima	2016	Artigo Educação Matemática Pesquisa	Evolução de estratégias e mapeamento de possibilidades no jogo mankala colhe três	https://cutt.ly/Mhk8jiT
14	Nixon Da Silva Moçambique	2016	Dissertação	Situações didáticas na aprendizagem matemática na perspectiva da construção do conhecimento	https://cutt.ly/Shk8kGz
15	Brunna Sordi Stock	2015	Dissertação	A argumentação na resolução de problemas de matemática: uma análise a partir da epistemologia genética	https://cutt.ly/Lhk8xll
16	Angela Catuta Ferreira Ebner	2013	Dissertação	Jogo sudoku em crianças com 6 - 7 anos: modos de realizar, compreender e intervir	https://cutt.ly/ahk8vEZ
17	Mariana Lima Duro	2012	Dissertação	Análise combinatória e construção de possibilidades: o raciocínio formal no ensino médio	https://cutt.ly/Whk8nc0

18	Pércio José Soares	2008	Dissertação	O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso	https://cutt.ly/lhk8E4F
19	Maria José de Castro Silva	2008	Tese	As Estratégias no jogo Quarto e suas relações com a resolução de problemas matemáticos	https://cutt.ly/mhk8OpM
20	Cecilia Fukiko Kamei Kimura	2005	Tese	O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget	https://cutt.ly/6hk8PLz
21	Gessilda Cavalheiro Muller	2003	Dissertação	Compreendendo os procedimentos de adição de alunos de 4 série: um estudo a partir da epistemologia genética	https://cutt.ly/Xhk8LhW
22	Karen Hyelmager Gongora Bariccatti	2003	Dissertação	A construção dialética das operações de adição e subtração no jogo de regras Fan Tan	https://cutt.ly/Shk8HQ9

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Quadro 16 – Jogos e o Ensino da Álgebra.

Nº	AUTOR	ANO	TIPO DE PUBLICAÇÃO	TÍTULO	ENDEREÇO
23	Karla Priscila Schreiber; Gabriela Braz; Cristina Cavalli Bertolucci; João Alberto da Silva; Mauren Porciúncula	2019	Artigo Bolema	Níveis de Compreensão do Conceito de Média Aritmética de Adolescentes a partir do Método Clínico-Crítico Piagetiano	https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2019000200491
24	William de Souza Santos; Lynn Alves	2018	Artigo Revista Eletrônica de Educação Matemática	Jogos digitais e ensino da matemática: avaliação preliminar das contribuições do jogo D.O.M. no ensino das funções quadráticas	https://cutt.ly/yhk4nvC
25	André Tenório; Patricia Penna; Thaís Tenório	2015	Artigo Educação Matemática Pesquisa	O uso de jogos da plataforma Mangahigh no estudo de funções polinomiais do 1º grau	https://cutt.ly/rhk4Q4S

26	Graciana Ferreira Dias	2009	Dissertação	Utilizando processos geométricos da história da matemática para o ensino de equações do 2º grau	https://cutt.ly/Uhk4ExV
27	Andreia Maria Cavaminami Lugle	2006	Dissertação	Vivências lúdicas nas aulas de matemática: uma proposta pedagógica desenvolvida com alunos do ensino fundamental II (5ª e 6ª séries) em uma escola particular de Londrina	https://cutt.ly/chk4R3R
28	Giani de Lima Isolda	2004	Tese	A equilibrção dos processos cognitivos na aprendizagem de matemática no ambiente do Mecam	file:///C:/Users/Usuario/Downloads/000509886.pdf

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Quadro 17 – Jogos e o Ensino da Probabilidade e Estatística.

Nº	AUTOR	ANO	TIPO DE PUBLICAÇÃO	TÍTULO	ENDEREÇO
29	Neiva Althaus; Maria Madalena Dullius; Nelia Maria Pontes Amado	2016	Artigo Educação Matemática Pesquisa	Jogo computacional e resolução de problemas: três estudos de casos	https://cutt.ly/ihk4SUS
30	Julio Cesar Vieira Lopes	2014	Dissertação	Avaliação do pensamento formal dos alunos do Colégio Militar de Fortaleza	https://cutt.ly/phk4FtU

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Quadro 18 – Jogos e o Ensino da Geometria.

Nº	AUTOR	ANO	TIPO DE PUBLICAÇÃO	TÍTULO	
31	João Debastiani Neto	2012	Dissertação	Geometrias na segunda fase do ensino fundamental: um estudo apoiado na epistemologia genética	https://cutt.ly/Lhk4JKQ

Fonte: elaborado para a pesquisa.