



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

DIEGO DE FREITAS MARINHO

**CALIBRAÇÃO DE UM SISTEMA DE  
DETERMINAÇÃO DE ATITUDE COM MÚLTIPLOS  
SENSORES MARG (*MAGNETIC, ANGULAR  
RATE AND GRAVITY*)**

---

Londrina  
2017

**DIEGO DE FREITAS MARINHO**

**CALIBRAÇÃO DE UM SISTEMA DE  
DETERMINAÇÃO DE ATITUDE COM MÚLTIPLOS  
SENSORES MARG (*MAGNETIC, ANGULAR  
RATE AND GRAVITY*)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Eletrônicos  
Especialidade: Sistemas Eletrônicos  
Embarcados

Orientador: Prof. Dr. Leonimer Flávio de Melo

Londrina  
2017

## Ficha Catalográfica

Marinho, Diego de Freitas

Calibração de um sistema de determinação de atitude com múltiplos sensores MARG (*Magnetic, Angular Rate and Gravity*). Londrina, PR, 2017. 133 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, PR. Departamento de Engenharia Elétrica

1. Sistemas e Circuitos Eletrônicos. 2. Calibração Sensores MARG. 3. Determinação de Atitude I. Universidade Estadual de Londrina. Departamento de Engenharia Elétrica. Departamento de Engenharia Elétrica . II. Título.

**DIEGO DE FREITAS MARINHO**

**CALIBRAÇÃO DE UM SISTEMA DE  
DETERMINAÇÃO DE ATITUDE COM MÚLTIPLOS  
SENSORES MARG (*MAGNETIC, ANGULAR  
RATE AND GRAVITY*)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientador: Prof. Dr. Leonimer Flávio de  
Melo  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Tosin  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Londrina, 28 de setembro de 2017.

*"A maioria das pessoas pensa no sucesso e no fracasso como opostos, mas eles são ambos produtos do mesmo processo"* Roger Von Oech.

# Agradecimentos

- A minha família que, com muito esforço, me proporcionou a oportunidade de concluir esta importante etapa da minha vida.
- A todos os amigos que fizeram parte da minha vida durante o meu período em Londrina, em especial Lucas Dias, Lucas Claudino, Ricardo Motta e Rafael Marcon.
- A minha namorada Lígia Santos que esteve comigo em todos os momentos bons e ruins.
- Ao meu orientador de laboratório Marcelo Carvalho Tosin, ao co-orientador Francisco Granziera Jr e ao orientador do mestrado Leonimer Flávio de Melo por todos os conhecimentos que me foram passados.
- A todos os professores da Universidade Estadual de Londrina, no qual devo grande parte dos meus conhecimentos.

# Resumo

O principal instrumento utilizado neste trabalho foi a Experiência MEMS (e-MEMS), que consiste de quatro conjunto de sensores organizados em uma estrutura tetraédrica, onde cada conjunto é composto por um acelerômetro de três eixos, um magnetômetro de três eixos, um girômetro de um eixo e um sensor de temperatura (o conjunto de acelerômetros, magnetômetros e girômetros será denominado de sensores MARG). Devido a distribuição dos conjuntos de sensores em uma estrutura tetraédrica, podem ser definidos cinco sistemas de coordenadas, quatro deles nos conjuntos de sensores e um na base da e-MEMS. Por causa dos erros inerentes aos sensores MEMS, as medidas dos sensores precisam ser corrigidas através de técnicas de calibração. Os métodos de calibração utilizados foram: mínimos quadrados com entradas controladas (LMS EC) e o da mínima variância sem entradas controladas (MV SEC). Matrizes de transformação serão utilizadas para transformar as medidas dos sensores do sistema de coordenadas dos conjuntos de sensores para o sistema de coordenadas da base. A atitude da e-MEMS foi determinada por meio de dois métodos: TRIAD e filtro de Kalman. Os algoritmos de calibração dos sensores e os algoritmos de determinação e estimação de atitude foram desenvolvidos na ferramenta matemática MATLAB/Simulink. Para realizar os ensaios de calibração e de atitude utilizou-se os seguintes sistemas: uma plataforma de rotação tridimensional; um sistema de determinação de atitude (AHRS) da empresa Advanced Navigation e a e-MEMS. Os resultados adquiridos da e-MEMS obtiveram pequenos erros quando comparados com os dados do AHRS, assim os métodos de calibração dos sensores e os algoritmos de determinação de atitude foram validados.

# Abstract

The main instrument used in this work was the MEMS Experiment (e-MEMS), which consists of four set of sensors arranged in a tetrahedral structure, where each set consists of one three-axis accelerometer, one three-axis magnetometer, one-axis gyrometer, and a temperature sensor (the set of accelerometers, magnetometers and gyrometers will be called the MARG sensors). Due to the distribution of the sensor sets in a tetrahedral structure, five coordinate systems are defined, four of them in the sensor sets and one in the base of the e-MEMS. Because of the errors inherent in MEMS sensors, sensor measurements need to be corrected through calibration techniques. The calibration methods used were: Least squares with controlled inputs (LMS EC) and the least variance without controlled inputs (MV SEC). Transform matrices will be used to transform the sensor measurements from the sensor set coordinate system to the base coordinate system. The e-MEMS attitude was determined by two methods: TRIAD and Kalman filter. The algorithms of calibration of the sensors and the algorithms of attitude determination and estimation were developed in mathematical tool MATLAB / Simulink. To perform the calibration and attitude tests the following systems were used: a three-dimensional rotation platform; an Attitude Determination System (AHRs) from the company Advanced Navigation and the e-MEMS. The results obtained from e-MEMS presented small errors when compared with data from AHRs, so the methods of calibration of the sensors and attitude determination algorithms were validated.

# Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

Convenções

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Afirmção do problema . . . . .	2
1.2	Apresentação do trabalho e sua metas . . . . .	4
1.3	A organização . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>8</b>
2.1	Representação de Atitude . . . . .	8
2.1.1	Matriz de Rotação . . . . .	8
2.1.2	Ângulos de Euler . . . . .	10
2.1.3	Quatérnions . . . . .	15
2.1.4	Relações entre as representações . . . . .	18
2.2	Determinação da Atitude . . . . .	19
2.2.1	TRIAD . . . . .	22
2.2.2	Filtro de Kalman . . . . .	23
2.3	Sensores MARG . . . . .	23
2.3.1	Acelerômetro . . . . .	23
2.3.2	Magnetômetro . . . . .	24
2.3.3	Girômetro . . . . .	25

<b>3</b>	<b>e-MEMS</b>	<b>26</b>
3.1	Descrição da e-MEMS . . . . .	27
3.1.1	Projeto Mecânico da e-MEMS . . . . .	28
3.1.2	Projeto Eletrônico da e-MEMS . . . . .	29
3.2	Sistemas de Coordenadas da e-MEMS . . . . .	30
3.2.1	Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 1 para o sistema de coordenadas da experiência . . .	36
3.2.2	Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 2 para o sistema de coordenadas da experiência . . .	38
3.2.3	Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 3 para o sistema de coordenadas da experiência . . .	41
3.2.4	Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 4 para o sistema de coordenadas da experiência . . .	44
3.2.5	Do sistema de coordenadas das placas para o sistema de coordenada da experiência . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Calibração dos Sensores de Atitude</b>	<b>50</b>
4.1	Introdução . . . . .	50
4.2	Método dos Mínimos Quadrados com Entradas Controladas (LMS EC) . . . . .	52
4.2.1	Girômetro . . . . .	53
4.2.2	Acelerômetro . . . . .	68
4.3	Mínima variância sem entradas controladas (MV SEC) . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Metodologia</b>	<b>83</b>
5.1	Metodologia de calibração dos sensores . . . . .	83
5.2	Metodologia de determinação e estimação da atitude . . . . .	86
5.3	Metodologia para realização dos ensaios . . . . .	88
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>89</b>
6.1	Calibração do magnetômetro do Spatial . . . . .	89

6.2	Calibração e atitude do ensaio 1 . . . . .	90
6.2.1	Calibração referente ao ensaio 1 . . . . .	91
6.2.2	Determinação e estimação da atitude durante o ensaio 1 . . . . .	97
6.3	Calibração e atitude do ensaio 2 . . . . .	100
6.3.1	Calibração referente ao ensaio 2 . . . . .	100
6.3.2	Determinação e estimação da atitude durante o ensaio 2 . . . . .	107
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>110</b>
<b>8</b>	<b>Trabalhos futuros</b>	<b>112</b>
	<b>Referências</b>	<b>114</b>
	<b>Apêndice A – Operação do Experimento</b>	<b>118</b>
A.1	Estados de alimentação da Experiência . . . . .	118
A.2	Modos de Operação da Experiência . . . . .	118
A.3	Comandos para a Operação da Experiência . . . . .	120
A.4	Características das Tarefas . . . . .	121
A.5	Procedimento para a Preparação para Voo . . . . .	123
	<b>Apêndice B – <i>Software</i> Embarcado</b>	<b>124</b>
B.1	Visão geral do <i>Software</i> . . . . .	124
B.2	<i>Thread</i> . . . . .	125
B.3	<i>Handler</i> . . . . .	130

# Lista de Figuras

1.1	Sistemas de coordenadas definidas na e-MEMS. . . . .	4
2.1	Vetor em $R^3$ . . . . .	8
2.2	O Sistema de Coordenadas Inicial. . . . .	11
2.3	O Sistema de Coordenadas do veículo-1. . . . .	12
2.4	O Sistema de Coordenadas do veículo-2. . . . .	13
2.5	O Sistema de Coordenadas do corpo. . . . .	14
2.6	Esquema geral da fusão dos sensores em um processo de filtragem de Kalman. . . . .	21
2.7	Esquema de funcionamento do acelerômetro capacitivo. . . . .	24
3.1	Vista da e-MEMS fechada e em processo de montagem. . . . .	27
3.2	Vista da e-MEMS em sua caixa sobre o prato. . . . .	28
3.3	Projeto mecânico da e-MEMS. . . . .	29
3.4	Diagrama Eletrônico reduzido da e-MEMS. . . . .	30
3.5	Direções dos eixos dos sensores: (a) Acelerômetro; (b) Girômetro; (c) Magnetômetro. . . . .	31
3.6	(a) Placa de sensores; (b) Sistema de coordenadas da placa de sensores e os sistemas de coordenadas dos sensores. . . . .	32
3.7	(a) Sistema de coordenadas da placa de sensores sob outra visão; (b) Sistema de coordenadas da placa de sensores após rotação de $90^\circ$ no sentido horário em torno do eixo z. . . . .	33
3.8	Sistemas de coordenadas presentes na e-MEMS. . . . .	34
3.9	Posição inicial da placa de sensores com seu sistema de coordenadas em relação ao sistema de coordenadas da experiência. . . . .	36
4.1	Orientação de repouso da e-MEMS sobre a mesa de rotação. . . . .	57
4.2	Processo para gerar a posição inicial 9. . . . .	58

4.3	Medidas do girômetro da placa de sensores 1 durante as seis primeiras posições iniciais. . . . .	59
4.4	Processo de calibração LMS EC para os girômetros. . . . .	60
4.5	Velocidade angular calibrada no eixo $x_e$ . . . . .	62
4.6	Velocidade angular calibrada no eixo $y_e$ . . . . .	62
4.7	Velocidade angular calibrada no eixo $z_e$ . . . . .	63
4.8	Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo $R_g$ do girômetro 1: (a) $x_e$ ; (b) $y_e$ ; (c) $z_e$ . . . . .	66
4.9	Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo $R_g$ do girômetro 2: (a) $x_e$ ; (b) $y_e$ ; (c) $z_e$ . . . . .	66
4.10	Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo $R_g$ do girômetro 3: (a) $x_e$ ; (b) $y_e$ ; (c) $z_e$ . . . . .	67
4.11	Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo $R_g$ do girômetro 4: (a) $x_e$ ; (b) $y_e$ ; (c) $z_e$ . . . . .	67
4.12	Processo para gerar a posição inicial 2 do processo de calibração dos acelerômetros. . . . .	71
4.13	Processo para gerar a posição inicial 3 do processo de calibração dos acelerômetros. . . . .	71
4.14	Medidas $x_{a1}$ , $y_{a1}$ e $z_{a1}$ do acelerômetro da placa de sensores 1 durante as três primeiras posições iniciais. . . . .	73
4.15	Processo de calibração LMS EC para os acelerômetros . . . . .	74
4.16	Aceleração da gravidade calibrada pelo processo LMS EC. . . . .	76
4.17	Degraus de aceleração da gravidade calibrada durante o ensaio de calibração LMS EC: (a) $x_e$ ; (b) $y_e$ ; (c) $z_e$ . . . . .	77
4.18	Erros entre as acelerações da gravidade calibradas e as acelerações da gravidade reais no eixo $x_e$ para as 78 posições do ensaio de calibração. (a) Erro relativo; (b) Erro absoluto. . . . .	78

4.19	Erros entre as acelerações da gravidade calibradas e as acelerações da gravidade reais no eixo $y_e$ para as 78 posições do ensaio de calibração. (a) Erro relativo; (b) Erro absoluto. . . . .	78
4.20	Erros entre as acelerações da gravidade calibradas e as acelerações da gravidade reais no eixo $z_e$ para as 78 posições do ensaio de calibração. (a) Erro relativo; (b) Erro absoluto. . . . .	79
4.21	Representação dos erros de desalinhamento que podem existir em uma tríade de sensores. . . . .	81
5.1	Spatial e as direções do seus eixos de medidas. . . . .	84
5.2	Spatial posicionado no suporte da estrutura tetraédrica da e-MEMS. . . . .	85
5.3	Ilustração do processo de calibração dos sensores MARG. . . . .	86
5.4	Ilustração do processo de determinação e estimação da atitude da e-MEMS. . . . .	87
5.5	Conjunto e-MEMS - SPATIAL posicionado sobre a plataforma de rotação tridimensional. . . . .	88
6.1	Conjunto de pontos coletados do magnetômetro do Spatial: (a) Calibrado; (b) Descalibrado. . . . .	89
6.2	Rotações realizadas pelo sistema PLATAFORMA-SPATIAL-MEMS durante as rotações do ensaio 1. . . . .	90
6.3	Aceleração da gravidade nos eixos $x_e$ , $y_e$ e $z_e$ durante o ensaio 1: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z. . . . .	92
6.4	Erro entre as medidas de aceleração da gravidade da e-MEMS com as do Spatial no eixo $x_e$ durante o ensaio 1: (a) Spatial-LMS EC; (b) Spatial-MV SEC; (c) Spatial-descalibrado. . . . .	93
6.5	Conjunto de pontos coletados do magnetômetro do Spatial durante o ensaio 1: (a) Calibrado; (b) Descalibrado. . . . .	93
6.6	Campo magnético no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z. . . . .	94
6.7	Erro entre as medidas de campo magnético da e-MEMS com o campo magnético calibrado do Spatial no eixo $z_e$ durante o ensaio 1: (a) Spatial-MV SEC; (b) Spatial-descalibrado. . . . .	95

6.8	Velocidade angular em torno dos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z; (d) <i>Zoom</i> no eixo z. . . . .	96
6.9	Erro entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular de referência durante o ensaio 1: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z. . . . .	97
6.10	Rotações realizadas nos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1: (a) TRIAD; (b) Filtro de Kalman; (c) Spatial com o magnetômetro descalibrado; (d) Spatial com o magnetômetro calibrado. . . . .	98
6.11	Comparação gráfica entre os resultados dos quatro métodos de obtenção da atitude durante o ensaio 1: (a) eixo x; (b) eixo y; (c) eixo z; (d) <i>zoom</i> eixo z. . . . .	99
6.12	Rotações realizadas pelo sistema PLATAFORMA-SPATIAL-MEMS durante as rotações do ensaio 2. . . . .	100
6.13	Aceleração da gravidade no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z. . . . .	101
6.14	Erro entre as medidas de aceleração da gravidade da e-MEMS com as do Spatial no eixo $x_e$ durante o ensaio 2: (a) Spatial-LMS EC; (b) Spatial-MV SEC; (c) Spatial-descalibrado. . . . .	102
6.15	Conjunto de pontos coletados do magnetômetro do Spatial durante o ensaio 2: (a) Calibrado; (b) Descalibrado. . . . .	102
6.16	Campo magnético no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z. . . . .	103
6.17	Erro entre as medidas de campo magnético da e-MEMS com o campo magnético calibrado do Spatial no eixo $z_e$ durante o ensaio 2: (a) Spatial calibrado-MV SEC; (b) Spatial calibrado-descalibrado. . . . .	104
6.18	Velocidade angular em torno dos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z; (d) <i>Zoom</i> no eixo z. . . . .	105
6.19	Erro entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular de referência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z. . . . .	106

6.20	Rotações realizadas nos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) TRIAD; (b) Filtro de Kalman; (c) Spatial com o magnetômetro descalibrado; (d) Spatial com o magnetômetro calibrado. . . . .	107
6.21	Comparação gráfica entre os resultados dos quatro métodos de obtenção da atitude durante o ensaio 2: (a) eixo x; (b) eixo y; (c) eixo z; (d) <i>zoom</i> eixo x. . . . .	108
6.22	Erro de atitude entre o Spatial com magnetômetro calibrado e o filtro de Kalman no eixo $z_e$ durante o ensaio 2. . . . .	109
A.1	Representação dos modos que compõe o sistema da e-MEMS. . . . .	119
B.1	Fluxograma principal. . . . .	125
B.2	Fluxograma da aquisição de dados. . . . .	127
B.3	Fluxograma dos modos do sistema. . . . .	128
B.4	Fluxograma da realização das tarefas. . . . .	129
B.5	Fluxograma do <i>timer</i> principal. . . . .	130
B.6	Fluxograma do <i>timeout</i> . . . . .	131

# Lista de Tabelas

3.1	Valores teóricos de fatores de escala dos acelerômetros e dos magnetômetros. . . . .	47
4.1	Posição inicial dos eixos de rotações da mesa e a decomposição da velocidade angular nos eixos $x_e$ , $y_e$ e $z_e$ . . . . .	58
4.2	Formato das medidas lidas pelos girômetros. . . . .	59
4.3	Erro relativo entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular real no eixo $x_e$ para as 12 posições do ensaio de calibração dos girômetros. . . . .	64
4.4	Erro relativo entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular real no eixo $y_e$ para as 12 posições do ensaio de calibração dos girômetros. . . . .	64
4.5	Erro relativo entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular real no eixo $z_e$ para as 12 posições do ensaio de calibração dos girômetros. . . . .	65
4.6	Posição inicial dos eixos da mesa de rotação e a decomposição da aceleração da gravidade nos eixos $x_e$ , $y_e$ e $z_e$ para cada posição inicial. . . . .	71
4.7	Formato das medidas lidas pelos acelerômetros. . . . .	72
5.1	Comparação entre as especificações do Spatial e da e-MEMS. . . . .	84
6.1	Parâmetros de calibração obtidos para os dados simulados considerando o uso dos 230 conjuntos. . . . .	90
6.2	Alguns valores teóricos de aceleração da gravidade durante o ensaio 1. . . . .	91
6.3	Características da velocidade angular no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1. . . . .	95
6.4	Alguns valores teóricos de aceleração da gravidade durante o ensaio 1. . . . .	101

A.1	Estados de alimentação da e-MEMS. . . . .	118
A.2	Quantidade de bytes e estrutura de um pacote. . . . .	121
A.3	Mapeamento do pacote. . . . .	122

# Lista de Abreviaturas e Siglas

**COTS** *Commercial-of-the-shelf*

**EC** Entradas controladas

**EKF** *Extended Kalman Filter*

**e-MEMS** Experiência MEMS

**ESOQ** *Estimator of the Optimal Quaternion*

**ESOQ1.1** *First Estimator of the Optimal Quaternion*

**ESOQ2** *Second Estimator of the Optimal Quaternion*

**FOAM** *Fast Optimal Attitude Matrix*

**KF** *Linear Kalman Filter*

**LMS** *least mean square*

**MARG** Magnetômetros, Acelerômetros e Girômetros (conjunto)

**MEMS** *Micro-Electro-Mechanical-Systems*

**MT** Matriz de Transformação

**MV** Mínima variância

**NED** *North-East-Down*

**QUEST** *Quaternion Estimator*

**REKF** *Robust Extended Kalman Filter*

**RUKF** *Robust Unscented Kalman Filter*

**SEC** Sem entradas controladas

**SVD** *Singular Value Decomposition*

**TRIAD** *TriAxis Attitude Determination*

## **UKF** *Unscented Kalman Filter*

# Convenções

As seguintes notações matemáticas foram adotadas neste trabalho:

- Letras minúsculas em negrito denotam vetores coluna (caso não haja nenhuma especificação)
- Letras maiúsculas em negrito denotam matrizes;

Define-se aqui alguns símbolos recorrentes neste trabalho:

- $\mathbf{v}$ : Vetor da origem  $O$  para um ponto qualquer  $P$ ;
- $\mathbf{A}$ : Matriz responsável pela rotação de um ponto a outro;
- $\mathbf{R}_\phi$ : Matriz de rotação de  $\phi$  graus em torno de  $x$ ;
- $\mathbf{R}_\theta$ : Matriz de rotação de  $\theta$  graus em torno de  $y$ ;
- $\mathbf{R}_\psi$ : Matriz de rotação de  $\psi$  graus em torno de  $z$ ;
- $\mathbf{R}_I^{v1}(\psi)$ : Matriz de rotação do sistema de coordenadas  $I$  para o sistema de coordenadas  $v1$ ;
- $\mathbf{R}_{v1}^{v2}(\theta)$ : Matriz de rotação do sistema de coordenadas  $v1$  para o sistema de coordenadas  $v2$ ;
- $\mathbf{R}_{v2}^C(\phi)$ : Matriz de rotação do sistema de coordenadas  $v2$  para o sistema de coordenadas  $C$ ;
- $\mathbf{R}_I^C(\phi)$ : Matriz de rotação do sistema de coordenadas  $I$  para o sistema de coordenadas  $C$ ;
- $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ : Números complexos que formam uma base canônica;
- $\mathbf{q}$ : Quatérnion;
- $q_0$ : Componente escalar do quatérnion;
- $q_1, q_2, q_3$ : Componentes vetoriais do quatérnion;

- $\tilde{\mathbf{q}}$ : Parte vetorial do quatérnio;
- $\mathbf{u}$ : Vetor unitário;
- $\phi, \theta, \psi$ : Ângulos de Euler. Representação de *Roll*, *Pitch* e *Yaw*, respectivamente;
- $\mathbf{v}_i$ : Vetor unitário de referência;
- $\mathbf{w}_i$ : Vetor unitário de observação;
- $\mathbf{r}_i$ : Tríade de referência obtida a partir de  $\mathbf{v}_i$ ;
- $\mathbf{s}_i$ : Tríade de observação obtida a partir de  $\mathbf{w}_i$ ;
- $\mathbf{M}_{ref}$ : Matriz de referência formada a partir de  $\mathbf{r}_i$ ;
- $\mathbf{M}_{obs}$ : Matriz de observação formada a partir de  $\mathbf{s}_i$ ;
- $\mathbf{P}_{\theta\theta}$ : Matriz de covariância da atitude calculada pelo TRIAD;
- $\sigma_x^2$ : Variância de um vetor  $\mathbf{x}$  qualquer;
- $x_{pi}, y_{pi}$  e  $z_{pi}$ : Eixos do sistema de coordenadas da placa  $i$ ;
- $x_a, y_a$  e  $z_a$ : Eixos do sistema de coordenadas do acelerômetro;
- $x_m, y_m$  e  $z_m$ : Eixos do sistema de coordenadas do magnetômetro;
- $R_g$ : Eixo de rotação do girômetro;
- $x_e, y_e$  e  $z_e$ : Eixos do sistema de coordenadas da experiência;
- $\mathbf{S}_F$ : Matriz diagonal com os fatores de escala dos girômetros;
- $\mathbf{g}^p$ : Vetor de medidas digitais dos girômetros no sistema de coordenadas das placas de sensores;
- $\mathbf{H}_e^p$ : Matriz que transforma as medidas dos girômetros do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas das placas de sensores;
- $\mathbf{H}_p^e$ : Matriz que transforma as medidas dos girômetros do sistema de coordenadas das placas de sensores para o sistema de coordenadas da experiência;
- $\mathbf{w}^e$ : Vetor de velocidades angulares reais expresso no sistema de coordenadas da experiência;
- $\mathbf{b}^p$ : Vetor de *bias* dos girômetros no sistema de coordenadas das placas dos sensores;

- $\eta$ : Ruído Gaussiano puro;
- $\mathbf{w}_o^e$ : Vetor velocidade angular aplicada no sistema de coordenadas da experiência;
- $\mathbf{w}_m$ : Vetor velocidade angular aplicada pela mesa de rotação;
- $\mathbf{w}_m^{(+)}$  e  $\mathbf{w}_m^{(-)}$ : Vetor velocidade angular aplicada pela mesa de rotação no sentido horário e anti-horário, respectivamente;
- $\mathbf{g}^{p(+)}$  e  $\mathbf{g}^{p(-)}$ : Vetor de medidas digitais dos girômetros, quando aplicada uma velocidade angular pela mesa de rotação no sentido horário e anti-horário, respectivamente;
- $\Omega_T$ : Rotação da Terra;
- $\Delta \mathbf{g}^p$ : Vetor da diferença entre  $\mathbf{g}^{p(+)}$  e  $\mathbf{g}^{p(-)}$ ;
- $\delta \mathbf{w}^e$ : Vetor da diferença entre  $\mathbf{w}_m^{(+)}$  e  $\mathbf{w}_m^{(-)}$ ;
- $\mathbf{G}$ : Matriz de N colunas de medidas do vetor  $\Delta \mathbf{g}^p$ ;
- $\Omega$ : Matriz de N colunas de estados do vetor  $\delta \mathbf{w}^e$ ;
- $\mathbf{H}_{SH}$ : Produto entre as matrizes  $\mathbf{S}_F^{-1}$  e  $\mathbf{H}_e^p$ ;
- $\mathbf{a}^p$ : Vetor de medidas dos acelerômetros nos sistemas de coordenadas das placas de sensores;
- $\mathbf{F}_C$ : Matriz diagonal com os fatores de escala dos acelerômetros;
- $\mathbf{M}_e^p$ : Matriz que transforma as medidas dos acelerômetros do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas das placas de sensores;
- $\mathbf{f}^e$ : vetor de forças específicas reais aplicadas no sistema de coordenadas da experiência;
- $\mathbf{M}_{FB}$ : Matriz resultado do produto entre as matrizes  $\mathbf{F}_C^{-1}$  e  $\mathbf{M}_e^p$ ;
- $\mathbf{A}$ : Matriz das medidas dos acelerômetros em N posições;
- $\mathbf{F}$ : Matriz das forças específicas em N posições.

# 1 Introdução

A atitude de um objeto é a sua orientação no espaço com relação a um referencial, e o termo determinação e estimação da atitude refere-se ao processo de obtenção da orientação, que inclui a aplicação das medidas calibradas de sensores inerciais e sensores de referência à diversos algoritmos. A vantagem de missões com pequenos veículos espaciais é a viabilidade de serem realizadas de forma relativamente rápida e barata e proporcionar maior oportunidade de acesso ao espaço (SANDAU; BRIESS; ERRICO, 2010). Neste contexto, se torna cada vez mais comum o uso de sensores MEMS (*Micro-Electro-Mechanical-Systems*) e componentes COTS (*commercial-of-the-shelf*) na composição dos pequenos veículos espaciais. Ainda, justificando o uso de sensores MEMS em pequenas missões espaciais, estes sensores possuem vantagens, incluindo robustez, baixo consumo de energia, pequenas dimensões e baixo custo (DU; BOGUE, 2007). Em contrapartida, esses sensores possuem erros que comprometem severamente as medidas caso não sejam tratados e minimizados. Tais erros são, tradicionalmente, divididos em erros estocásticos e erros determinísticos (FANG; CHOU; DING, 2014).

Os erros determinísticos incluem desalinhamento (entre os eixos sensores), *bias* (também chamado de *viés* ou *offset*) e fator de escala, que podem ser removidos por um processo de calibração em ambiente de laboratório. Na esfera dos sensores de atitude, existem duas principais metodologias de calibração: com entradas controladas e sem entradas controladas. A primeira é aplicável a sensores que possibilitam a determinação do par entrada-saída, dado um certo estímulo. Por exemplo, um acelerômetro digital fixo em uma superfície plana terá entrada de 1g e uma saída em bits correspondente a este valor de entrada. Já a metodologia de calibração sem entradas controladas não possibilita o conhecimento da entrada devido ao estímulo.

Já os erros estocásticos, tal como o *bias drift*, apresentam deriva, fato que faz as medidas dos sensores divergirem rapidamente com o tempo. A correção desses erros com o decorrer do tempo é realizado por um específico processo de estimação. No contexto de determinação de atitude, a filtragem de Kalman

é o processo de estimação mais utilizado. Em Granziera (2006) é mostrado o equacionamento, implementação, teste e validação de um filtro de Kalman.

Os sensores aplicados na determinação e estimação de atitude espaciais (sensores de atitude) são classificados em sensores inerciais e sensores de referência. Neste contexto, o sensor inercial mais utilizado é o girômetro. Enquanto que os sensores de referência mais usuais são os sensores solares, os sensores de estrela, os magnetômetros e os sensores de horizonte. Os acelerômetros podem ser classificados, dependendo da aplicação, como sensores inerciais e como sensores de referência.

Uma técnica empregada com frequência é utilizar sensores de referência junto com girômetros para reduzir a incerteza e melhorar a taxa de saída de dados de atitude. Em Nemeç et al. (2016), é desenvolvido um algoritmo de fusão heterogêneo adaptativo entre girômetros, acelerômetros e magnetômetros baseado na estimação do erro quadrático médio de todas as variáveis utilizadas no processamento em tempo real; e o desempenho deste método é comparado com o *extended Kalman filter*.

Existem diversas teorias de determinação e estimação de atitude que diferem quanto a aplicação dos sensores de atitude. A primeira forma é, partindo de uma atitude conhecida, integrar a saída de, pelo menos, uma tríade ortogonalmente disposta de girômetros, obtendo a orientação do corpo. Pode-se também utilizar apenas sensores de referência. Neste caso, os algoritmos mais comuns são o TRIAD, cuja descrição do algoritmo e da sua matriz de covariância é realizada em Granziera, Lopes e Tosin (2007) e o QUEST, que foi aplicado para avaliar uma metodologia de auto-calibração em Takahashi et al. (2010).

## 1.1 Afirmação do problema

O instrumento utilizado no laboratório de instrumentação eletrônica da Universidade Estadual de Londrina para aplicações de métodos de calibração de sensores de atitude e aplicações de algoritmos de determinação e estimação é denominado Experiência MEMS (e-MEMS). Uma descrição completa do projeto mecânico e do projeto eletrônico é encontrada em Batista (2013).

A e-MEMS foi concebida como uma plataforma multimissão para a determinação da atitude, para ser aplicada em veículos espaciais nas mais diversas configurações. Ela é composta de quatro placas de sensores MEMS organizados nas superfícies de uma estrutura tetraédrica. Cada placa é composta por um

girômetro de um eixo, um acelerômetro de três eixos, um magnetômetro de três eixos e um sensor de temperatura.

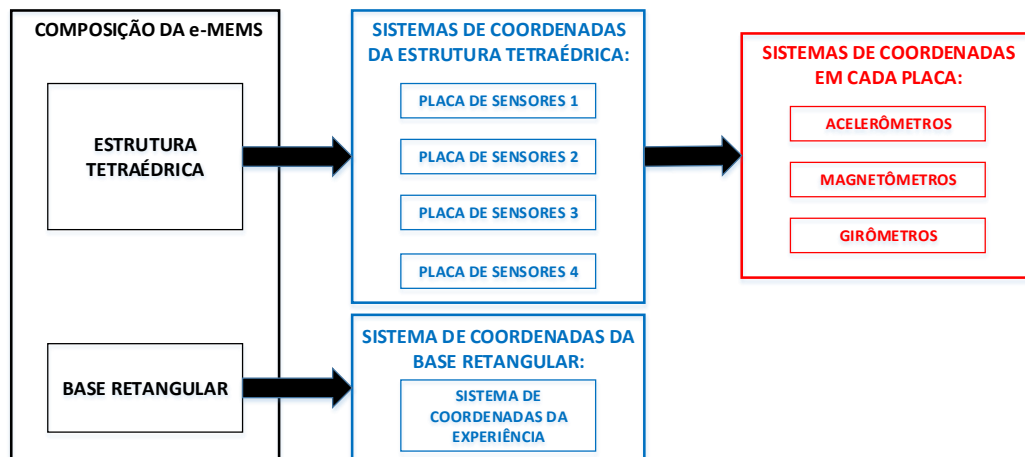
As quatro placas de sensores fornecem medições redundantes para o sistema. Inicialmente o uso de medidas redundantes eram usadas para detecção e isolamento de falhas. Um sistema seguro de falhas detecta que um dos sensores não estão funcionando corretamente. Um sistema tolerante a falhas é capaz não apenas de indentificar um sensor com defeito, mas também de isolá-lo. Depois de isolar o sensor com defeito, o sistema continua trabalhando como seguro de falhas ou como tolerante a falhas dependendo do número de sensores remanescentes (COLOMINA et al., 2004). Pejisa (1974) mostrou que são necessários no mínimo quatro sensores para obter um sistema seguro de falhas e um mínimo de cinco para obter um sistema tolerante a falhas, ou seja, a e-MEMS pode, apenas, identificar a placa de sensores com falha, mas não pode isolar.

Porém a redundância não é utilizada apenas para identificar e isolar falhas, ela também melhora a precisão das medidas de atitude (SUKKARIEH et al., 2000). Em Osman et al. (2006), foi mostrado que a acurácia aumenta com o aumento do número de sensores usados.

Pejisa (1974) verificou ainda que para 4, 6, 8, 12 e 20 sensores as melhores configurações geométricas são os poliedros regulares, tetraedros, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro, respectivamente. É bem sabido que existem apenas apenas cinco formas regulares de poliedros - os sólidos platônicos.

Devido a geometria tetraédrica da e-MEMS, cinco sistemas de coordenadas foram estabelecidos: quatro nas placas da estrutura tetraédrica, denominados de sistemas de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4 e um na base, denominado de sistema de coordenadas da experiência. Ainda, em cada placa de sensores, existem mais dois sistemas de coordenadas, o sistema de coordenadas do acelerômetro, referente à triad de medidas do acelerômetro e o sistema de coordenadas do magnetômetro, referente à triad de medidas do magnetômetro. Os eixos x, y e z dos sistema de coordenadas do acelerômetro e do magnetômetro são paralelos aos eixos x, y e z do sistema de coordenadas da placa de sensores, ou seja, o sistema de coordenadas do acelerômetro e do magnetômetro é o mesmo sistema de coordenadas da placa de sensores na qual estão contidos. Além disso, o eixo de medida do girômetro é paralelo ao eixo z do sistema de coordenadas da placa de sensor. O esquemático da Fig. 1.1 ilustra todos os sistemas de coordenadas presentes na e-MEMS.

As medidas dos sensores podem ser transformados para qualquer outro sis-

**Figura 1.1:** Sistemas de coordenadas definidas na e-MEMS.

Fonte: O autor (2017).

tema pré-estabelecido, porém, neste caso, o sistema de coordenadas na base da e-MEMS é a melhor opção, pois possui uma estrutura física de apoio e é facilmente relacionado com a estrutura tetraédrica. Com isso, eventos físicos, tais como rotações, aceleração da gravidade e velocidade angular são bem intuitivos quando relacionados aos eixos do sistema de coordenadas da experiência.

## 1.2 Apresentação do trabalho e sua metas

O objetivo principal deste trabalho foi utilizar as medidas redundantes dos quatro acelerômetros triaxiais, dos quatro magnetômetros triaxiais e dos quatro girômetros juntas, a fim de obter a atitude da e-MEMS no sistema de coordenadas da experiência com a maior acurácia possível.

Para alcançar o objetivo principal deve-se seguir o seguinte procedimento: transformar as medidas dos sensores do sistema de coordenadas das placas de sensores para o sistema de coordenadas da experiência; calibrar as medidas dos sensores e determinar a atitude da e-MEMS.

O sistema é composto de 12 medidas referentes aos 4 acelerômetros triaxiais, 12 medidas referentes aos 4 magnetômetros triaxiais e 4 medidas referentes aos 4 girômetros de um eixo. Portanto, deve-se transformar as 12 medidas dos acelerômetros, as 12 medidas dos magnetômetros e as 4 medidas dos girômetros em 3 medidas de aceleração da gravidade, 3 medidas de campo magnético e 3 medidas de velocidade angular, todas no sistema de coordenadas da experiência. Este processo foi realizado de duas formas: sem calibração e com calibração.

No processo sem calibração utiliza-se o conceito das matrizes de rotação. O DOC 200 (2015) possui folhas de engenharia que detalham os ângulos entre as faces da estrutura tetraédrica. Com isso, pode-se determinar as rotações necessárias para levar os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  da placa de sensor  $i$  para os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do sistema de coordenadas da experiência. Cada rotação realizada pode ser traduzida por uma matriz, portanto, ao final de  $n$  rotações necessárias teremos  $n$  matrizes. Multiplicando as  $n$  matrizes tem-se a matriz  $i$  necessária para transformar as medidas do sistema de coordenadas da placa  $i$  para o sistema de coordenadas da experiência. Concatenando as 4 matrizes responsáveis em transformar as medidas dos sensores do sistema de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4 para o sistema de coordenadas da experiência, tem-se uma matriz que transforma as 12 medidas para o sistema de coordenadas da experiência. Em Shim e Yang (2010) são mostrados sensores dispostos em algumas estruturas geométricas e suas respectivas matrizes de transformação. Onde  $i=\{1, 2, 3 \text{ e } 4\}$ .

O método de calibração realizado em uma mesa de rotação estima não só a matriz que transforma as medidas dos sistemas de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4 para o sistema de coordenadas da experiência, como também uma matriz de fator de escalas e um vetor de *bias*. A grande vantagem desse método é que os dados, ao final do processo, estão calibrados e no sistema de coordenadas de interesse, no caso o sistema de coordenadas da experiência. Este método é baseado no par entrada-saída, ou seja, com o auxílio da mesa de rotações aplica-se uma entrada conhecida aos eixos da base e mede-se a saída dos sensores. Para  $n$  pares de entrada-saída, aplica-se o método dos mínimos quadrados para estimar a matriz de transformação, o *bias* e o fator de escalas. Devido ao controle que se tem na entrada, este método será denominado de mínimos quadrados com entradas controladas (LMS EC). Este procedimento pode ser aplicado tanto aos acelerômetros quanto aos girômetros. Em Wang e Wang (2011) é realizado um processo de calibração em uma mesa de rotação e com estimação por mínimos quadrados.

O método de calibração utilizando mínima variância desenvolvido por Lötters et al. (1998) foi empregado neste trabalho. Porém, ele foi utilizado com modificações; no método original o modelo dos sensores utilizados permitia a estimação do fator de escalas e do *bias*, porém o desalinhamento entre os eixos dos sensores não eram estimados. Para resolver este problema, utilizou-se o método de estimação da mínima variância aplicado por Lötters et al. (1998), porém com o modelo dos sensores aplicado por Foster e Elkaim (2008). Contudo, este método não estima a matriz que transforma as medidas de um sistema de coordenadas em

outro, como no LMS EC. Portanto, após a utilização deste método deve-se ainda aplicar a matriz, determinada pelo método das matrizes de rotação, para transformar as medidas calibradas dos sistemas de coordenadas das placas de sensores 1, 2, 3 e 4 para o sistema de coordenadas da experiência. Este método não utiliza o par entrada-saída, apenas as saídas dos sensores; por isso será denominado de método da mínima variância sem entradas controladas (MV SEC). O MV SEV é implementado e validado no trabalho do Santana (2009).

A partir dos procedimentos citados nesta seção, as medidas redundantes dos sensores podem ser utilizadas de uma só vez no sistema de coordenadas da experiência. Aplicando a estas medidas os algoritmos TRIAD e filtro de Kalman, determina-se a atitude da e-MEMS no sistema de coordenadas da experiência.

Os resultados serão validados comparando-os com as informações de um AHRS fabricado pela *Advanced Navigation*, uma empresa australiana especialista na fabricação e no desenvolvimento de tecnologias de navegação e robótica, denominado SPATIAL.

## 1.3 A organização

O trabalho está dividido em 8 capítulos, sendo o primeiro capítulo referente a essa seção.

- Capítulo 2 - Fundamentação Teórica: Apresenta as principais formas de representação de atitude, tais como: matriz de rotação, ângulos de Euler, quatérnion e as relações entre as representações. Esta seção discute os algoritmos de determinação e estimação da atitude TRIAD e filtro de Kalman, além de trazer uma breve descrição dos sensores MARG utilizados.
- Capítulo 3 - e-MEMS: Primeiramente, é feita uma descrição das características construtivas da e-MEMS. Em seguida, são apresentados todos os cinco sistemas de coordenadas definidos na e-MEMS, assim como o passo a passo na determinação das matrizes que realizam a transformação das medidas dos sistemas de coordenadas definidos na estrutura tetraédrica para o sistema de coordenadas fixado na base da e-MEMS. Por fim, é descrita a operação da e-MEMS para realizar um voo como carga útil de um foguete, além da proposta de um *software* embarcado específico para tal voo.
- Capítulo 4 - Calibração dos sensores de atitude: Nesta seção é apresentado o principal método de calibração, aplicado aos acelerômetros e aos girômetros,

utilizado neste trabalho, o LMS EC. Todas as seguintes etapas do processo são descritas: modelo de erro dos sensores; o método de estimação por mínimos quadrados; o procedimento experimental realizado em uma mesa de rotação bidimensional e os resultados obtidos. Por fim, é apresentado brevemente o método de calibração da MV SEC.

- Capítulo 5 - Metodologia: Esta seção descreve aspectos gerais da calibração dos sensores e da determinação da atitude da e-MEMS; aspectos como: quais/qual método de calibração é aplicado a um determinado tipo de sensor e a ferramenta no qual os algoritmos foram implementados. É apresentado detalhadamente o SPATIAL, AHRS utilizado como referência para as informações obtidas da e-MEMS. Por fim, é mostrado a plataforma de rotação tridimensional utilizada para os ensaios de calibração e de atitude.
- Capítulo 6 - Resultados: Esta seção apresenta os resultados referentes à calibração do magnetômetro do SPATIAL. Principalmente, são mostrados os resultados de calibração dos sensores MARG e os resultados de determinação de atitude. Todos os métodos utilizados no trabalho, tanto de calibração quanto de determinação de atitude, são validados a partir da comparação entre seus resultados com os dados do SPATIAL.
- Capítulo 7 - Conclusão: Avalia se os objetivos propostos pelo trabalho foram alcançados a partir das validações dos algoritmos, realizadas durante o capítulo 6.
- Capítulo 8 - Trabalhos futuros: Propõe alguns tópicos que podem dar continuidade ou que podem trazer melhorias para este trabalho.

## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 Representação de Atitude

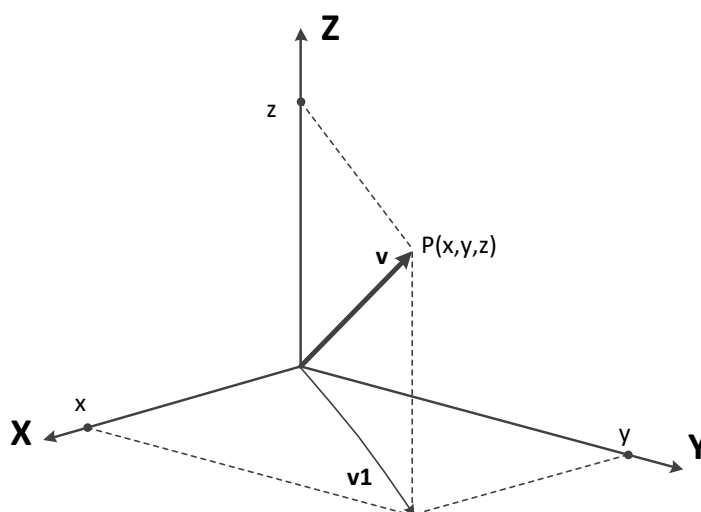
Este capítulo apresenta uma descrição sucinta sobre as três formas mais comuns de representar a atitude: ângulos de Euler, quatérnions e matriz de rotação. Além disso, também é mostrado as relações entre as representações.

#### 2.1.1 Matriz de Rotação

A matriz de rotação é responsável por rotacionar um objeto de uma orientação de referência para uma orientação observável. A seguir, será mostrado, baseado em Kuipers et al. (1999), a dedução da matriz de rotação equivalente aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Em  $R^3$  representa-se um ponto  $P=(x,y,z)$  como um vetor  $\mathbf{v}$  da origem  $O$  para o ponto  $P$ , como ilustra a Fig. 2.1.

**Figura 2.1:** Vetor em  $R^3$ .



Fonte: O autor (2017).

Dada uma rotação nos eixos XYZ, é possível determinar os pontos relativos a

esta rotação. Para isto, deseja-se encontrar a matriz  $\mathbf{A}$  responsável pela rotação.

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{A}\mathbf{v}_1 \quad (2.1)$$

Este processo deve ser analisado como uma sequência de rotações, em que cada rotação é realizada em um único eixo. Assim, é preciso especificar o eixo em que a rotação ocorre. Por exemplo, pode-se realizar uma rotação com um ângulo de  $\psi$  em torno do eixo Z, onde as coordenadas x e y mudam enquanto a coordenada z permanece estática. Assim, pode-se determinar os novos pontos  $x_2$  e  $y_2$  da seguinte maneira:

$$x_2 = x_1 \cos \psi + y_1 \sin \psi + 0.z_1 \quad (2.2)$$

$$y_2 = -x_1 \sin \psi + y_1 \cos \psi + 0.z_1 \quad (2.3)$$

$$z_2 = 0.x_1 + 0.y_1 + 1.z_1 \quad (2.4)$$

Escrevendo as Eqs. em forma de matriz, tem-se:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Desta forma, a matriz responsável por realizar uma rotação com um ângulo de  $\psi$  em torno de Z é a dada pela Eq. 2.6.

$$\mathbf{R}_\psi = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

De forma análoga, as matrizes que rotacionam com ângulos de  $\theta$  e  $\phi$  em torno de Y e X, respectivamente, são dadas pelas Eqs. 2.7 e 2.8:

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

e

$$\mathbf{R}_\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Agora, suponha que deseja-se realizar duas sequências de rotações, por exemplo uma rotação de  $\phi$  em torno de X e outra de  $\theta$  em torno de Y. A matriz resultante dessas duas sequências de rotações é dada por

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\phi \cdot \mathbf{R}_\theta \quad (2.9)$$

### 2.1.2 Ângulos de Euler

Leonard Euler (1707-1783) foi um matemático muito famoso, principalmente devido ao seu trabalho relacionado com mecânica e dinâmica. Um dos seus principais teoremas é relativo à mecânica celestial e que possui o seguinte enunciado, conforme apresentado em Eric e Paul (2000):

”Dados dois sistemas de coordenadas ortogonais e independentes eles podem ser associados por uma sequência de rotações (não mais que três) sobre os eixos de coordenadas, desde que não haja duas rotações consecutivas sobre um mesmo eixo”.

A rotação sobre um eixo é denominada Ângulo de Euler e uma sequência de até três rotações sobre eixos distintos do sistema de coordenadas é denominado sequência dos Ângulos de Euler. Assim, realizando a combinação entre todas as possíveis rotações, conclui-se que uma rotação no espaço pode ser completamente descrita usando uma das doze combinações resultantes.

XYZ YZX ZXY

XZY YXZ ZYX

XYX YZY ZXZ

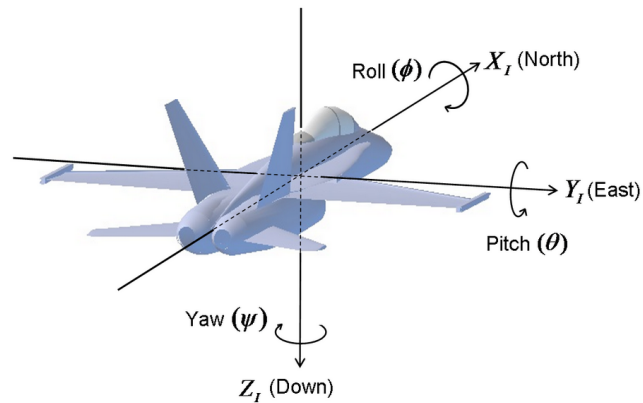
XZX YXY ZYZ

A sequência de maior interesse para este trabalho é a sequência *zyx*, que é denominada de sequência aeroespacial. A fim de descrever a orientação de um objeto a cada rotação da sequência aeroespacial, são definidos os seguintes sistemas de coordenadas: sistema inicial, sistema do veículo-1, sistema do veículo-2 e sistema do corpo (CHROBOTICS, 1999).

## 1. Sistema Inicial

O sistema de coordenadas inicial possui seus eixos fixos em relação à Terra, como ilustra a Fig. 2.2.

**Figura 2.2:** O Sistema de Coordenadas Inicial.



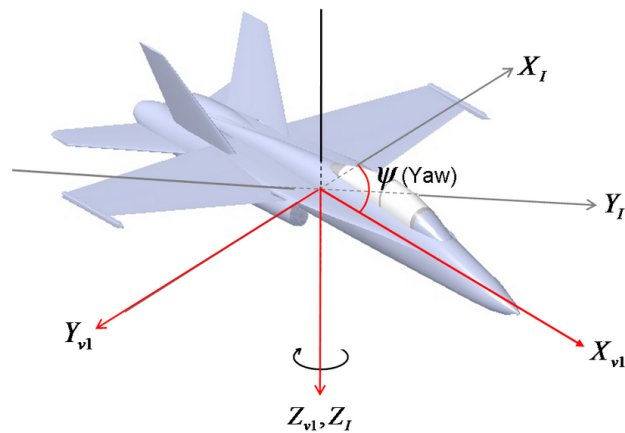
Fonte: CHRobotics (1999).

O eixo x aponta para o norte, o eixo y aponta para o leste e o eixo z aponta para baixo. Este sistema de coordenadas é comumente chamado de *North-East-Down* (NED).

Como mostra a Fig. 2.2, as rotações nos eixos x, y e z são chamadas *Roll*, *Pitch* e *Yaw*, respectivamente.

## 2. Sistema do veículo-1

Segundo a sequência aeroespacial, primeiramente deve-se realizar uma rotação de  $\psi$  em torno do eixo z. Esta rotação produz o sistema de coordenadas do veículo-1, como ilustra a Fig. 2.3.

**Figura 2.3:** O Sistema de Coordenadas do veículo-1.

Fonte: CHRobotics (1999).

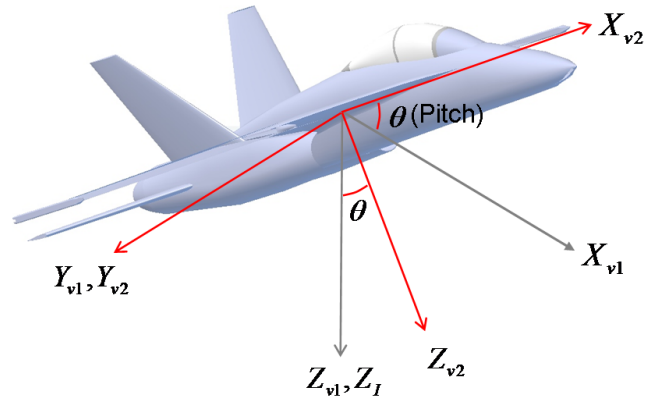
Observando a Fig. 2.3, nota-se que o eixo  $z$  do sistema de coordenadas do veículo-1 está alinhado com o eixo  $z$  do sistema inicial, enquanto que o plano  $xy$  realizou uma rotação de  $\psi^\circ$ . Os eixos do sistema do veículo-1 estão representados pelo índice  $v_1$  e os eixos do sistema inicial estão representados pelo índice  $I$ .

A matriz que realiza a transformação do sistema inicial para o sistema do veículo-1 é dado pela Eq. 2.10.

$$\mathbf{R}_I^{v_1}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

### 3. Sistema do veículo-2

Obedecendo a ordem da sequência aeroespacial, a próxima rotação a ser realizada é a *Pitch*. Esta rotação produz o sistema de coordenadas do veículo-2, como ilustra a Fig. 2.4.

**Figura 2.4:** O Sistema de Coordenadas do veículo-2.

Fonte: CHRobotics (1999).

Neste caso, como observa-se na Fig. 2.4, o eixo  $y$  do sistema de coordenadas do veículo-2 está alinhado com o eixo  $y$  do sistema de coordenadas do veículo-1, enquanto o plano  $xz$  rotacionou  $\theta$ . Os eixos do sistema do veículo-1 estão representados em cinza e os eixos do sistema do veículo-2 estão representados em vermelho.

A matriz de rotação para mover do veículo-1 para o veículo-2 é dada pela Eq. 2.11.

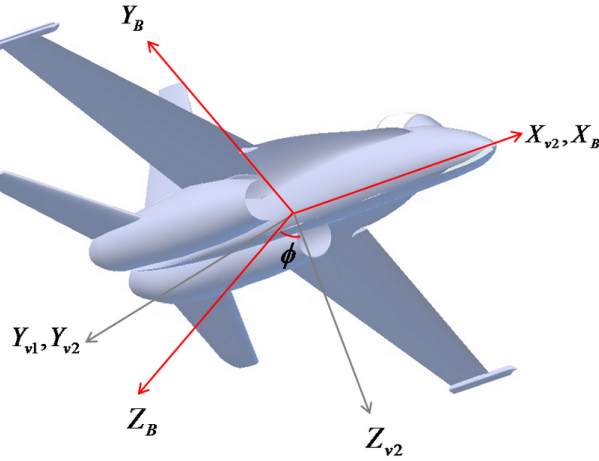
$$\mathbf{R}_{v_1}^{v_2}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

A matriz de rotação para mover do sistema inercial para o sistema do veículo-2 é dada pela Eq. 2.12.

$$\mathbf{R}_I^{v_2}(\theta, \psi) = \mathbf{R}_{v_1}^{v_2}(\theta)\mathbf{R}_I^{v_1}(\psi) \quad (2.12)$$

#### 4. Sistema do corpo

Por fim, realiza-se uma rotação *Roll*. Esta rotação produz o sistema de coordenadas do corpo, como ilustra a Fig. 2.5.

**Figura 2.5:** O Sistema de Coordenadas do corpo.

Fonte: CHRobotics (1999).

Observa-se que na rotação *Roll*, o eixo yz realiza uma rotação de  $\phi$  e o eixo x não rotacionou, em relação ao sistema de coordenadas do veículo-2. Os eixos do sistema do veículo-2 estão representados pelo índice  $v_2$  e os eixos do sistema do corpo estão pelo índice B.

A matriz que rotaciona do sistema do veículo-2 para o sistema do corpo é dada pela Eq. 2.13.

$$\mathbf{R}_{v_2}^C(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

A matriz responsável por realizar a rotação completa, do sistema de coordenadas inicial para o sistema de coordenadas do corpo, é dada pela Eq. 2.14.

$$\mathbf{R}_I^C(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}_{v_2}^C(\phi) \mathbf{R}_{v_1}^{v_2}(\theta) \mathbf{R}_I^{v_1}(\psi) \quad (2.14)$$

Realizando a multiplicação, a completa rotação é dada pela matriz da Eq. 2.15.

$$\mathbf{R}_I^C(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \phi \sin \theta - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \sin \theta & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta & \cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

A matriz de rotação para mover na direção oposta - do sistema do corpo para o sistema inercial - é dado pela Eq. 2.16.

$$\mathbf{R}_C^I(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}_I^{v1}(-\psi)\mathbf{R}_{v1}^{v2}(-\theta)\mathbf{R}_{v2}^C(-\phi) \quad (2.16)$$

Realizando a multiplicação, a completa rotação é dada pela matriz da Eq. 2.17.

$$\mathbf{R}_C^I(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \phi \sin \theta - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \sin \theta & \cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Um grande problema na representação da atitude por Ângulos de Euler é o chamado *Gimbal Lock*. Intuitivamente, este fenômeno decorre da indistinguibilidade das mudanças no primeiro e terceiro ângulos de Euler quando o segundo ângulo de Euler tem algum valor crítico. Considerando, por exemplo, a sequência aeroespacial. Quando o ângulo *pitch* é de  $90^\circ$ , o veículo está apontado para cima, e *roll* e *yaw* são indistinguíveis (DIEBEL, 2006).

### 2.1.3 Quatérnions

O quatérnion foi inventado por William Rowan Hamilton, um matemático irlandês, em 1843, porém, em 1840, seus conceitos e aplicações em rotações já eram descritos pelo matemático francês Olinde Rodrigues. As seguintes definições e equacionamentos foram baseados no livro *Quaternion and rotation sequences*, cujo autor é Kuipers et al. (1999).

O quatérnion nada mais é do que um número hipercomplexo de ordem 4, onde uma componente é escalar e as outras três são complexas. As relações básicas entre os componentes do quatérnion e que caracterizam essa classe de números são ilustradas a seguir.

$$\begin{aligned} \mathbf{i}^2 &= \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1 \\ \mathbf{ij} &= \mathbf{k} = -\mathbf{ji} \\ \mathbf{jk} &= \mathbf{i} = -\mathbf{kj} \\ \mathbf{ki} &= \mathbf{j} = -\mathbf{ik} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Os quatérnions obedecem todas as propriedades de adição e multiplicação, exceto na que diz que a operação de multiplicação é comutativa.

Esta classe de números pode ser representadas de diversas formas, algumas das mais comuns são descritas nas Eqs. 2.19 e 2.20.

$$\mathbf{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3) = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} e \quad (2.19)$$

$$\mathbf{q} = q_0 + \mathbf{i}q_1 + \mathbf{j}q_2 + \mathbf{k}q_3 = q_0 + \tilde{\mathbf{q}}, \quad (2.20)$$

onde  $q_0$  representa a parte escalar e  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  as partes vetoriais.

Uma grande vantagem dos quatérnions é que a atitude é representada com apenas quatro elementos, ao contrário da matriz de rotação que possui nove elementos em sua representação. Porém, a representação por quatérnions possui algumas desvantagens, tal como a difícil compreensão de como o operador de rotação de um quatérnion pode ser definido e o fato deles apresentarem regras algébricas próprias, diferentes das vistas na álgebra usual, definidos pela Álgebra Quaterniônica. Com isso, o grande objetivo é entender geometricamente como o quatérnion pode ser utilizado para representar uma rotação em  $R^3$ .

Portanto, o melhor caminho para alcançar o objetivo é associar um ângulo com um quatérnion. Partindo do pressuposto que o quatérnion  $\mathbf{q}$  usado para definir um operador sempre será um quatérnion unitário ou normalizado, que é um quatérnion com norma 1. Dado que um quatérnion tem a norma 1 quando

$$q_0^2 + |\tilde{\mathbf{q}}|^2 = 1 \quad (2.21)$$

e que a relação fundamental da trigonometria é dada por

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1, \quad (2.22)$$

então deve existir algum ângulo  $\theta$  tal que  $\cos^2 \theta = q_0^2$  e  $\sin^2 \theta = |\tilde{\mathbf{q}}|^2$ . Desta forma, foi possível associar um ângulo  $\theta$  com o quatérnion  $\mathbf{q}$ . Onde  $\theta$  satisfaz a seguinte restrição:  $-\pi < \theta \leq \pi$ .

Para representar um quatérnion em termos de ângulo, define-se um vetor unitário  $\mathbf{u}$ , que representa a direção de  $\tilde{\mathbf{q}}$  escrito de acordo com Eq. 2.23.

$$\mathbf{u} = \frac{\tilde{\mathbf{q}}}{|\tilde{\mathbf{q}}|} = \frac{\tilde{\mathbf{q}}}{\sin \theta} \quad (2.23)$$

Portanto, pode-se escrever o quatérnion unitário  $\mathbf{q}$  em termos de do ângulo  $\theta$

e do vetor unitário  $\mathbf{u}$ , como mostra a Eq. 2.24.

$$\mathbf{q} = q_0 + \tilde{\mathbf{q}} = \cos \theta + \mathbf{u} \sin \theta. \quad (2.24)$$

Um quatérnio pode atuar como um operador de rotação que gira um vetor  $\mathbf{v}$  de um ângulo  $\theta$  sobre um vetor  $\mathbf{u}$  através do seguinte operador:

$$\mathbf{w} = \mathbf{q}\mathbf{v}\mathbf{q}^* \quad (2.25)$$

Dado que os quatérnios  $\mathbf{q} = q_0 + \tilde{\mathbf{q}}$  e  $\mathbf{q}^* = q_0 - \tilde{\mathbf{q}}$  e o vetor  $\mathbf{v}$  corresponde a um quatérnio puro  $\mathbf{v} = 0 + \tilde{\mathbf{v}}$ , e substituindo na Eq. 2.25, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{w} = \mathbf{q}\mathbf{v}\mathbf{q}^* &= (q_0 + \tilde{\mathbf{q}})(0 + \tilde{\mathbf{v}})(q_0 - \tilde{\mathbf{q}}) \\ &= (2q_0^2 - 1)\tilde{\mathbf{v}} \\ &\quad + 2(\tilde{\mathbf{q}} \cdot \tilde{\mathbf{v}})\tilde{\mathbf{q}} \\ &\quad + 2q_0(\tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{v}}) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Os três termos da Eq. 2.26 agora são expandidos para produzir um algoritmo que é frequentemente mais conveniente em aplicações.

$$(2q_0^2 - 1)\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2q_0^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2q_0^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2q_0^2 - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$2(\tilde{\mathbf{q}} \cdot \tilde{\mathbf{v}})\tilde{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} 2q_1^2 & 2q_1q_2 & 2q_1q_3 \\ 2q_1q_2 & 2q_2^2 & 2q_2q_3 \\ 2q_1q_3 & 2q_2q_3 & 2q_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$+2q_0(\tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 0 & -2q_0q_3 & 2q_0q_2 \\ 2q_0q_3 & 0 & -2q_0q_1 \\ -2q_0q_2 & 2q_0q_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

A soma das três componentes resulta na Eq. 2.30.

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2q_0^2 - 1 + 2q_1^2 & 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & 2q_1q_3 + 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 + 2q_0q_3 & 2q_0^2 - 1 + 2q_2^2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 - 2q_0q_2 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 & 2q_0^2 - 1 + 2q_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{q}\mathbf{v}\mathbf{q}^* = \mathbf{Q}\mathbf{v} \quad (2.31)$$

onde, a matriz  $\mathbf{Q}$  pode ser entendida como uma matriz de rotação, levando de  $\mathbf{v}$  para  $\mathbf{w}$ .

### 2.1.4 Relações entre as representações

Nesta seção, serão apresentados as relações matemáticas entre as seguintes representações de atitude: Ângulos de Euler - Quatérnions, Quatérnion - Ângulos de Euler e Matriz de rotação - Quatérnion.

- **Ângulos de Euler para Quatérnions**

As Eqs. 2.32, 2.33, 2.34 e 2.35, mostram como transformar os ângulos de Euler  $\psi$ ,  $\theta$  e  $\phi$  nas componentes  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ , respectivamente.

$$q_0 = \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \quad (2.32)$$

$$q_1 = \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \quad (2.33)$$

$$q_2 = \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \quad (2.34)$$

$$q_3 = \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \quad (2.35)$$

- **Quatérnion para Ângulos de Euler**

As Eqs. 2.36, 2.37 e 2.38, ilustram a transformação dos quatérnions para os ângulos de Euler.

$$\tan \psi = \frac{m_{12}}{m_{11}} \quad (2.36)$$

$$\tan \theta = -m_{13} \quad (2.37)$$

$$\tan \phi = \frac{m_{23}}{m_{33}} \quad (2.38)$$

onde

$$\begin{aligned}
m_{11} &= 2q_0^2 + 2q_1^2 - 1 \\
m_{12} &= 2q_1q_2 + 2q_0q_3 \\
m_{13} &= 2q_1q_3 - 2q_0q_2 \\
m_{23} &= 2q_2q_3 + 2q_0q_1 \\
m_{33} &= 2q_0^2 + 2q_3^2 - 1
\end{aligned} \tag{2.39}$$

- **Matriz de rotação para Quatérnion**

Como visto na Eq. 2.30, os quatérnions podem ser representados em forma de uma matriz de rotação. Dado uma matriz de rotação  $\mathbf{M}$  com a seguinte equação:

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}, \tag{2.40}$$

pode-se igualar termo a termo da matriz  $\mathbf{M}$  com a matriz da Eq. 2.30, e assim, resolvendo um sistema linear, chega-se nas seguintes relações:

$$q_0 = (1/2)\sqrt{m_{11} + m_{22} + m_{33} + 1} \tag{2.41}$$

$$q_1 = (m_{23} - m_{32})/(4q_0) \tag{2.42}$$

$$q_2 = (m_{31} - m_{13})/(4q_0) \tag{2.43}$$

$$q_3 = (m_{12} - m_{21})/(4q_0) \tag{2.44}$$

## 2.2 Determinação da Atitude

Existem inúmeros algoritmos de determinação e estimação de atitude, e sua aplicação depende muito dos sensores utilizados: se serão utilizados apenas sensores de referência, apenas sensores inerciais ou ambos os sensores. Neste contexto, surge a necessidade de distinguir entre determinação e estimação de atitude.

Determinação está relacionado ao processo de determinar a rotação necessária para levar uma determinada orientação observada de um corpo até uma segunda orientação de referência, dessa forma, obviamente, esse processo necessita de dois sistemas de coordenadas, um de referência e outro sistema de coordenadas do

corpo. Já o processo de estimação, quando realizado por informações de sensores inerciais, é realizado através de algoritmos que não podem ser considerados como determinadores de atitudes, devido ao fato de que esses modelos matemáticos, na verdade, combinam informações da atitude determinada através de sensores de referência com sensores denominados inerciais e assim calculam uma atitude, a covariância e o bias do sistema (BATISTA, 2013).

Os sensores aplicados na determinação e estimação da atitude são, tradicionalmente, classificados em sensores inerciais e sensores de referência. Os sensores de referência mais utilizados são sensores solares, acelerômetros, sensores de estrelas, magnetômetros e sensores de horizonte. Enquanto que os dois sensores inerciais mais comuns são os girômetros e os acelerômetro (WERTZ, 2012).

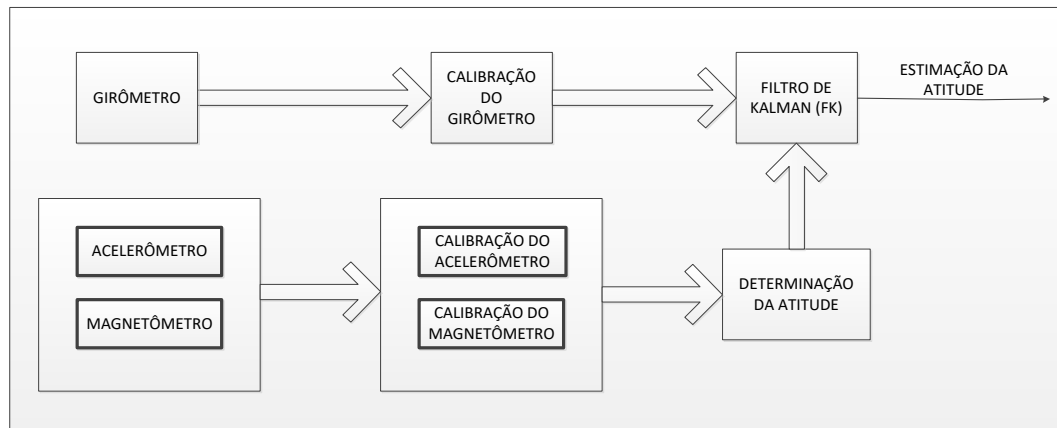
Um dos algoritmos que utilizam apenas os sensores de referência é o TRIAD, no qual determina a orientação de um objeto utilizando dois ou mais sensores de referência. Contudo, esta solução não é ótima para o problema de minimização da função perda proposta por Wahba (1965) (SHUSTER; OH, 2012). Desta forma, foram desenvolvidos vários estimadores que minimizam a função perda de Wahba, tais como o SVD (*Singular Value Decomposition*), o método de DAVENPORT, QUEST (*Quaternion Estimator*), *Reference Frame Rotations*, FOAM (*Fast Optimal Attitude Matrix*), ESOQ (*Estimator of the Optimal Quaternion*), ESOQ1.1 (*First Estimator of the Optimal Quaternion*) e ESOQ2 (*Second Estimator of the Optimal Quaternion*) (MARKLEY; MORTARI, 2000).

Porém, os sensores de referência, quando expostos a determinados ambientes, possuem erros que são induzidos pelo ambiente, ou tem seu desempenho degradado pelo ambiente. O magnetômetro, por exemplo, tem suas medidas distorcidas quando estão próximos de materiais ferromagnéticos, tal como em algumas ligas metálicas; isto porque, o metal desvia o campo magnético local. Outro clássico exemplo é o acelerômetro, que não mede aceleração da gravidade em ambiente de microgravidade. Por fim, tem-se o sensor solar, que possui medidas inexistentes quando o satélite está em eclipse (GRANZIERA, 2006). Além disso, os sensores inerciais ainda possuem erros determinísticos, o desalinhamento de seus eixos, e erros de *bias* e de fator de escala (FANG; CHOU; DING, 2014).

Portanto, uma solução para estimar a atitude é aplicar dois ou mais sensores de referência e um girômetro, todos eles devidamente calibrados, em um processo de filtragem de Kalman. Desta forma, o girômetro fornece a dinâmica do sistema e os sensores de referência fornecem as leituras do estado atual, e então, utilizando a informação estatística dos ruídos do sistema, podem ser encontrados os estados

do sistema (NEMEC et al., 2016). Um esquemático geral do processo é ilustrado na Fig. 2.6, onde utiliza-se magnetômetros e acelerômetros como sensores de referência.

**Figura 2.6:** Esquema geral da fusão dos sensores em um processo de filtragem de Kalman.



Fonte: O autor (2017).

A escolha do método a ser utilizado e os tipos de sensores a serem aplicados dependem da aplicação requisitada para o problema de determinação e estimação da atitude. Por exemplo, em aplicações terrestres pode-se utilizar os algoritmos TRIAD e filtro de Kalman e os sensores MARG para obter a informação da atitude de um objeto (BERGAMINI et al., 2014; MARINA et al., 2012). Já em ambientes desprovidos da força de reação, como em microgravidade, os acelerômetros não são úteis na determinação da atitude, portanto uma solução muito usual em missões espaciais é utilizar o sensor solar em detrimento do acelerômetro, como em Hajiyev, Cilden e Somov (2016) e Vinther et al. (2011), que aplicam o SVD em conjunto com o filtro de Kalman a fim de determinar e estimar a atitude de um pequeno satélite.

A e-MEMS realizou um voo como carga útil do VSB-30 em dezembro de 2016 e experimentou um ambiente de microgravidade durante alguns minutos. A meta em um futuro próximo será determinar a atitude do veículo espacial durante o percurso apenas utilizando os magnetômetros e os girômetros, devido a não detecção do vetor aceleração da gravidade pelos acelerômetros. Em Soken, Hajiyev e Sakai (2014) utiliza-se um filtro de Kalman para estimar a atitude de um pequeno satélite com posse apenas de magnetômetros e girômetros.

Nas seções 2.2.1 e 2.2.2 serão descritos o TRIAD e o filtro de Kalman.

### 2.2.1 TRIAD

O algoritmo TRIAD descrito a seguir baseia-se no artigo de Shuster e Oh (2012).

O algoritmo proposto é baseado em dois ou mais vetores de referência e dois ou mais vetores de observação. Dado dois vetores unitários não paralelos de referência  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  e os correspondentes vetores unitários de observação  $\mathbf{w}_1$  e  $\mathbf{w}_2$ , deseja-se encontrar uma matriz ortogonal  $\mathbf{A}$  que satisfaz:

$$\mathbf{A}\mathbf{v}_1 = \mathbf{w}_1 ; \mathbf{A}\mathbf{v}_2 = \mathbf{w}_2 \quad (2.45)$$

Para resolver o sistema da Eq. 2.45, constrói-se duas triads referentes aos vetores de referência e observação, como mostra as Eqs. 2.46 e 2.47.

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{v}_1 ; \mathbf{r}_2 = \frac{(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2)}{|\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2|} ; \mathbf{r}_3 = \frac{(\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2))}{|\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2|} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{s}_1 = \mathbf{w}_1 ; \mathbf{s}_2 = \frac{(\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2)}{|\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2|} ; \mathbf{s}_3 = \frac{(\mathbf{w}_1 \times (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2))}{|\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2|} \quad (2.47)$$

Apenas uma matriz  $\mathbf{A}$  satisfaz  $\mathbf{A}\mathbf{r}_i = \mathbf{s}_i$ , e é dada pela Eq. 2.48

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{s}_i \mathbf{r}_i^T, \quad (2.48)$$

onde  $T$  representa matriz transposta.

Também pode-se representar a Eq. 2.48 da seguinte maneira

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_{obs} \mathbf{M}_{ref}^T, \quad (2.49)$$

onde

$$\mathbf{M}_{ref} = [\mathbf{r}_1 : \mathbf{r}_2 : \mathbf{r}_3] ; \mathbf{M}_{obs} = [\mathbf{s}_1 : \mathbf{s}_2 : \mathbf{s}_3]. \quad (2.50)$$

Observando as Eqs. 2.46 e 2.47 nota-se que  $\mathbf{r}_3$  e  $\mathbf{s}_3$  não são obtidos de forma simétrica, visto que os vetores  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{w}_1$  são utilizados duas vezes e os vetores  $\mathbf{v}_2$  e  $\mathbf{w}_2$  apenas uma. Por isso deve-se escolher  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{w}_1$  com a maior acurácia possível.

A algoritmo TRIAD também retorna a covariância da matriz de atitude, que de acordo com Shuster e Oh (2012), Granziera, Lopes e Tosin (2007) é dada pela Eq. 2.51.

$$[\mathbf{P}_{\theta\theta}] = \sigma_1^2 [\mathbf{I}]_{3 \times 3} + \frac{1}{|\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2|^2} [\sigma_1^2 (\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2) (\mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2^T + \mathbf{w}_2 \mathbf{w}_1^T + (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_1^T)], \quad (2.51)$$

onde,  $\sigma_{v1}$ ,  $\sigma_{w1}$ ,  $\sigma_{v2}$  e  $\sigma_{w2}$  são os desvios padrões dos respectivos vetores indicados em subscrito,  $\sigma_1 = \sqrt{\sigma_{v1} + \sigma_{w1}}$  e  $\sigma_2 = \sqrt{\sigma_{v2} + \sigma_{w2}}$ .

### 2.2.2 Filtro de Kalman

Neste trabalho, utiliza-se um tradicional KF desenvolvido especificamente na estimação da atitude de veículo espacial. A descrição deste filtro é realizada de forma minuciosa em Lefferts, Markley e Shuster (1982). O equacionamento, a implementação e a simulação deste filtro de Kalman foi realizada por Granziera (2006) inteiramente no Software Matlab, afim de comprovar o funcionamento do modelo. Neste contexto, Batista (2013) desenvolveu, baseado no trabalho de Granziera (2006) e em um desenvolvimento preliminar de Carvalho (2012), um ambiente integrado para determinação de atitude em ambiente de *Matlab-Simulink*. Neste trabalho será utilizado a plataforma de determinação e estimação de atitude desenvolvida por Batista (2013). Esta plataforma gera informações de atitude oriundas do TRIAD e do Filtro de Kalman.

A descrição das etapas de funcionamento do filtro de Kalman, assim como seus equacionamentos não serão expostos neste trabalho. Para mais informações a respeito vide as referencias citadas nesta seção (2.2.2).

## 2.3 Sensores MARG

Nesta seção será realizado uma introdução sobre o princípio de funcionamento dos sensores MARG (conjunto de acelerômetros, magnetômetros e girômetros).

### 2.3.1 Acelerômetro

Os acelerômetros são sensores capazes de medir de forma indireta a aceleração sofrida por um corpo. Basicamente o acelerômetro é composto de uma massa de prova suspensa, assim uma força provoca a aceleração desta massa que faz com que placas microusinadas sofram deflexão. Então, a partir das características construtivas do transdutor, a deflexão é transformada em um sinal elétrico e quanto maior essa deflexão, maior será o sinal.

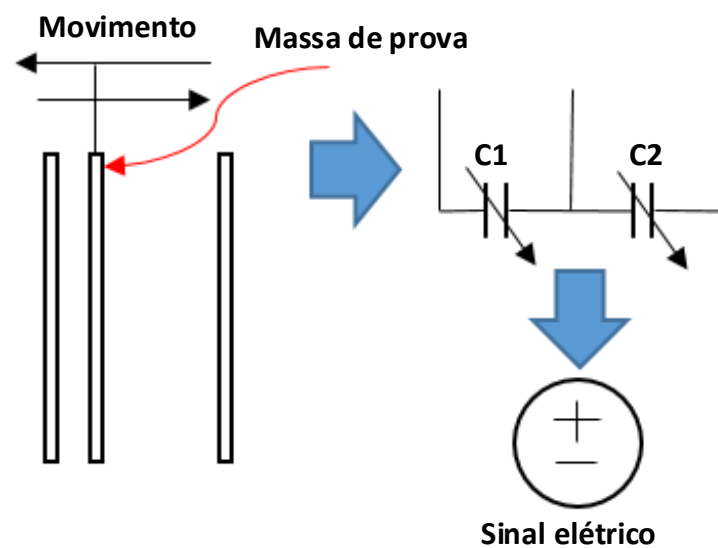
Estes sensores podem ser classificados de acordo com o transdutor utilizado em: piezoresistivo, piezoelétricos e capacitivo. Nos acelerômetros do tipo piezoresistivo, a deflexão da massa de prova varia a resistência do material piezoresistivo gerando um sinal elétrico que posteriormente é convertido em aceleração. Já nos

do tipo piezoelétricos, a deflexão deforma o cristal piezoelétrico gerando vibração, que é transformada em uma tensão proporcional à aceleração do movimento vibratório.

O acelerômetro utilizado no trabalho é o LIS331HH, que é um sensor capacitivo fabricado pela empresa de semicondutores *STMicroelectronics*. Este sensor é de três eixos e possui saída padrão de interface serial  $I^2C/SPI$ . Detalhes elétricos, mecânicos e construtivos desse sensor pode ser encontrado em *STMICROELECTRONICS* (2009).

Nos acelerômetros do tipo capacitivo, como é o LIS331HH, a massa de prova fica localizada entre duas placas paralelas, formando dois capacitores; assim uma força aplicada movimenta a massa que varia o valor da capacitância, gerando um sinal elétrico proporcional a esta variação. A Fig. 2.7 ilustra um esquema de funcionamento do acelerômetro capacitivo.

**Figura 2.7:** Esquema de funcionamento do acelerômetro capacitivo.



Fonte: O autor (2017).

O acelerômetro transforma força de reação em aceleração, portanto em ambientes de queda livre e microgravidade, por exemplo, estes sensores não detectam aceleração pois são ambientes desprovidos de força.

### 2.3.2 Magnetômetro

Os magnetômetros são aplicados para medir o campo magnético. O princípio de funcionamento do magnetômetro MEMS é baseado no AMR (*Honeywell's*

*Anisotropic Magnetoresistive*). Na presença de um campo magnético, o elemento resistivo tem sua resistência alterada, gerando uma tensão de saída proporcional a esta alteração.

O magnetômetro utilizado na e-MEMS é o HMC5883L da *Honeywell* de três eixos e possui saída padrão de interface serial  $I^2C$  (HONEYWELL, 2010).

### 2.3.3 Girômetro

Os girômetros são sensores que medem velocidade angular. Os girômetros MEMS contêm elementos vibratórios para medir o efeito *Coriolis*. O funcionamento consiste de uma massa excitada vibrando ao longo de um eixo de atuação. A força de *Coriolis* gera uma segunda vibração quando o girômetro está rotacionando, assim, a velocidade angular é determinada a partir desta segunda vibração.

O girômetro da e-MEMS é o ADIS16265 da *Analog Devices* de um eixo e possui saída padrão de interface serial SPI (DEVICES, 2009).

### 3 e-MEMS

A experiência MEMS (e-MEMS) é um instrumento utilizado na determinação da atitude de veículos espaciais, e é composta por acelerômetros, magnetômetros, girômetros e sensores de temperatura, todos fabricados com tecnologia MEMS.

A princípio, no ano de 2009, a e-MEMS era para ser lançada como carga útil do microssatélite brasileiro ITASAT-1 (SATO; YAMAGUTI; FERNANDES, 2011). Porém, em 2013, o projeto passou por uma readequação e a e-MEMS foi excluída do projeto. No entanto, o desenvolvimento da e-MEMS foi finalizado e surgiu a oportunidade de realizar o voo como carga útil de um foguete espacial brasileiro, o VSB-30.

Em dezembro de 2016, a Operação Rio Verde testou oito experimentos científicos e tecnológicos em ambiente de microgravidade. O veículo VSB-30, que foi lançado do Centro de Lançamento de Alcântara (CLA), no Maranhão, levou ao espaço pesquisas financiadas pelo Programa Microgravidade da Agência Espacial Brasileira (AEB).

Um dos experimentos alojados na carga útil da Operação Rio Verde foi a e-MEMS. Assim, o principal objetivo para o grupo de pesquisa do laboratório de instrumentação eletrônica da Universidade Estadual de Londrina, será a determinação da atitude do VSB-30 em ambiente de microgravidade utilizando sensores MEMS.

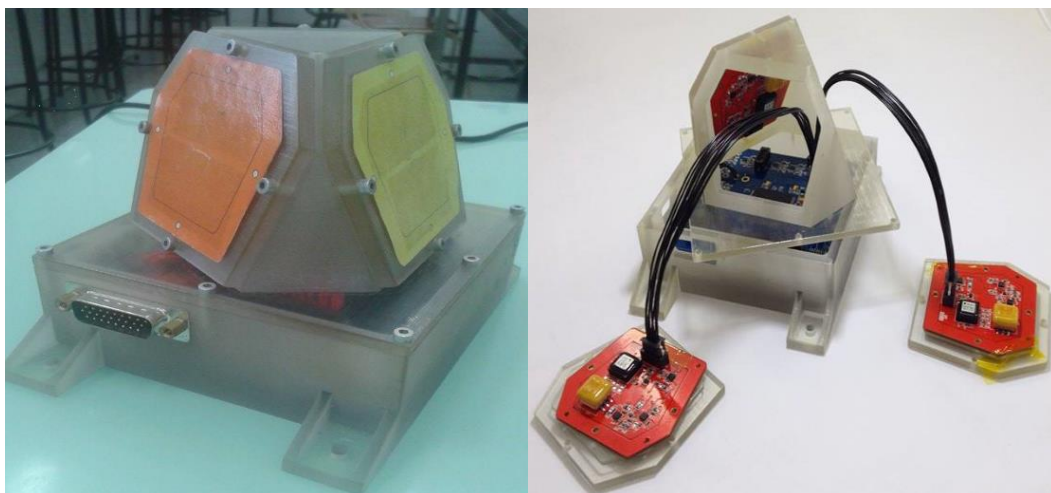
Para alcançar o principal objetivo (determinar a atitude do VSB-30), vários objetivos específicos foram e, ainda, devem ser atingidos, tais como: projeto e construção do *hardware* e do *software* da e-MEMS, validação de metodologias de calibração, estudo detalhado da geometria da e-MEMS, validação de algoritmos de determinação e estimação da atitude para medidas lidas em bancada e em ambiente de microgravidade, construção e teste de um *software* para recepção dos dados oriundos da telemetria, testes das cablagens de voo, testes de sistema integrado com todas as oito experiências que foram ao espaço a bordo do VSB-30, dentre outras.

Este trabalho foi responsável em realizar alguns destes objetivos específicos: desenvolvimento do *software* embarcado, aplicação de métodos de calibração e de determinação da atitude, estudo da geometria da e-MEMS, acompanhamento dos testes das cablagens de voo e o primeiro teste de sistema integrado com todas as oito experiências. Esse capítulo trata especificamente da operação e do *software* embarcado da e-MEMS e do estudo dos sistemas de coordenadas (estudo da geometria) da e-MEMS.

### 3.1 Descrição da e-MEMS

O Instrumento para a Determinação da Atitude de Pequenos Veículos Espaciais através de Sensores MEMS ou simplesmente e-MEMS, é uma unidade de medida de atitude aplicável a veículos espaciais. A e-MEMS é composta por quatro conjuntos de sensores MEMS e um computador de bordo. Os conjuntos de sensores são dispostos na superfície de um tetraedro quase regular, de forma a se obter leituras tridimensionais redundantes das grandezas transduzidas pelos sensores. Cada conjunto é composto por um girômetro de um eixo, um acelerômetro de três eixos, um magnetômetro de três eixos e um sensor de temperatura. Das quatro placas de circuito impresso que abrigam os sensores, três estão dispostas nas tampas da estrutura tetraédrica e uma na base. Além do computador de bordo, também presente na base da estrutura tetraédrica. A Fig. 3.1 ilustra a e-MEMS fechada e durante o processo de montagem.

**Figura 3.1:** Vista da e-MEMS fechada e em processo de montagem.

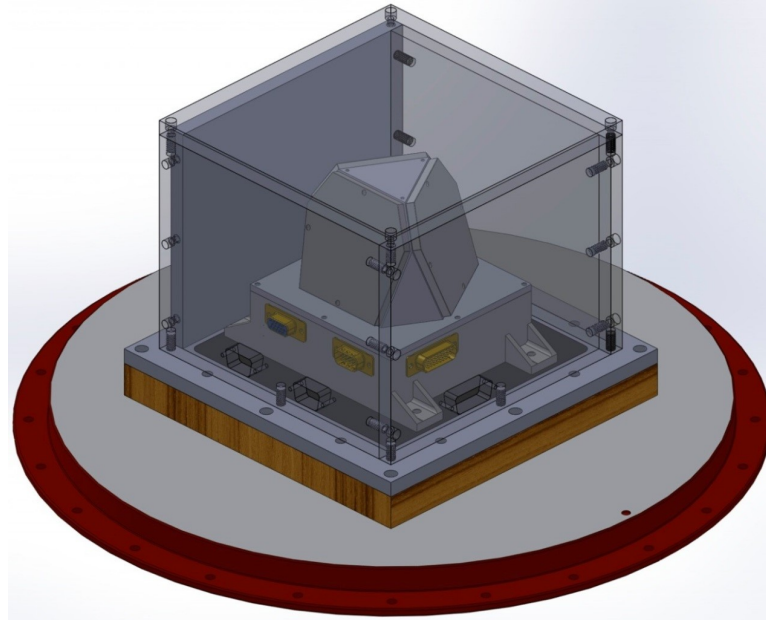


Fonte: O autor (2017).

No entanto, o lançamento ao espaço submete os e-MEMS a altas vibrações, acelerações e a temperaturas extremas. Desta forma, para prover isolamento

térmico e evitar a distorção do campo magnético, a e-MEMS deve voar dentro de uma caixa construída em MDF e reforçada em alumínio. Além disso, a base e os insertos para os parafusos também são de alumínio. A e-MEMS dentro de sua caixa é mostrada na Fig. 3.2.

**Figura 3.2:** Vista da e-MEMS em sua caixa sobre o prato.

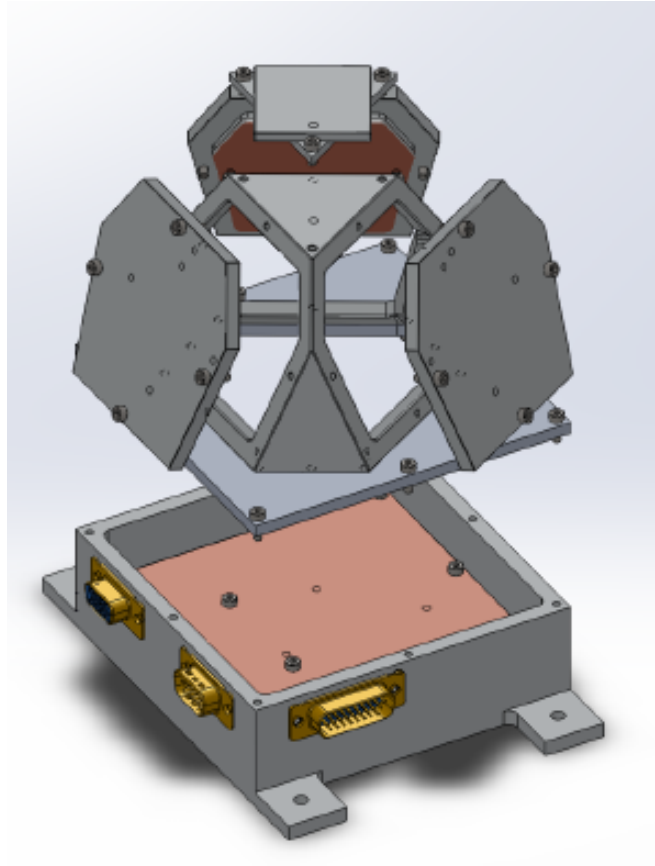


Fonte: Tosin et al. (2015).

A e-MEMS pode ser dividida em duas partes: eletrônica e mecânica.

### 3.1.1 Projeto Mecânico da e-MEMS

Além de sustentar os circuitos, sensores, cabeamento e conectores da experiência, a estrutura possui dispositivos e soluções auxiliares para o alinhamento e calibração do conjunto de sensores. A Fig. 3.3 mostra uma vista tridimensional explodida da versão atual da experiência. A massa prevista para o sistema deve ser inferior a 1,5 kg, enquanto que sua base ocupa uma área de 148 mm x 115,5 mm e a altura da estrutura é de 112,5 mm.

**Figura 3.3:** Projeto mecânico da e-MEMS.

Fonte: Batista et al. (2014).

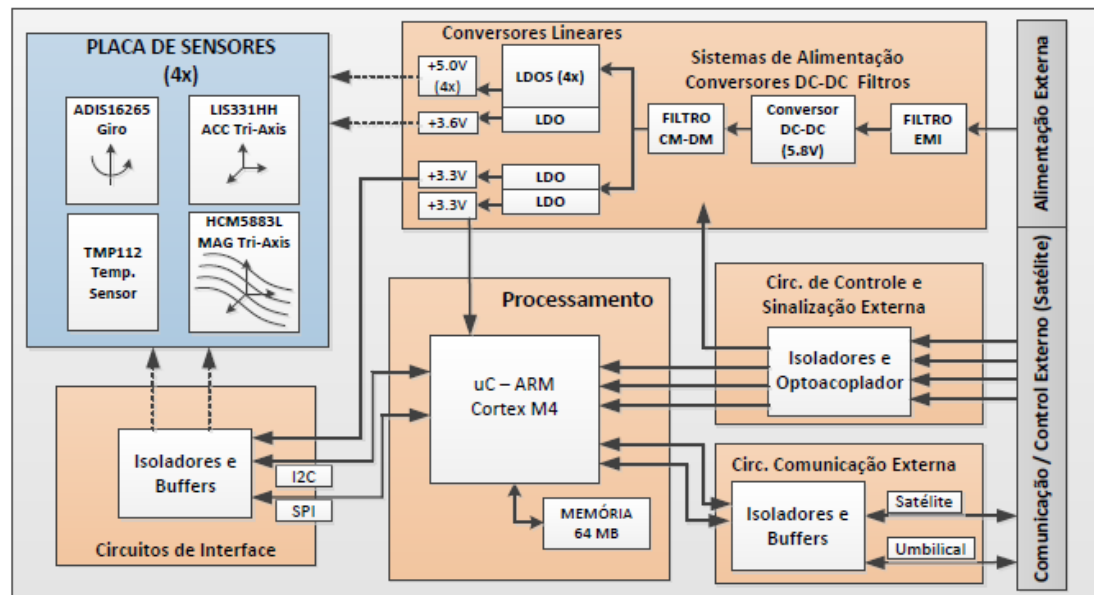
Esta estrutura sustenta as quatro placas de circuito impresso com os sensores, dispostas nas tampas da estrutura tetraédrica e na base da caixa. Na parte interna da caixa, sobre a placa de sensores, encontra-se disposta também uma placa de maior tamanho. Esta última contém o computador embarcado da experiência, a unidade de aquisição de dados e os circuitos para gerenciamento e condicionamento de energia. No topo da estrutura há uma mesa para a colocação de um cubo óptico espelhado para alinhamento e calibração. Na superfície inferior da caixa há uma estrutura formada por um pino e oblongo, que também é um dispositivo para alinhamento e calibração.

### 3.1.2 Projeto Eletrônico da e-MEMS

Fisicamente o sistema é composto das quatro placas de sensores idênticas e uma placa de circuitos principal. A Fig. 3.4 ilustra o diagrama eletrônico geral do experimento. A placa principal contém quatro grupos funcionais distintos, que são: conversores DC-DC, reguladores lineares e filtros; interconexões e comutação dos sinais dos sensores; processamento e armazenamento; circuitos de interface. Já as quatro placas idênticas possuem os sensores e sistemas auxiliares necessários

aos sensores.

**Figura 3.4:** Diagrama Eletrônico reduzido da e-MEMS.



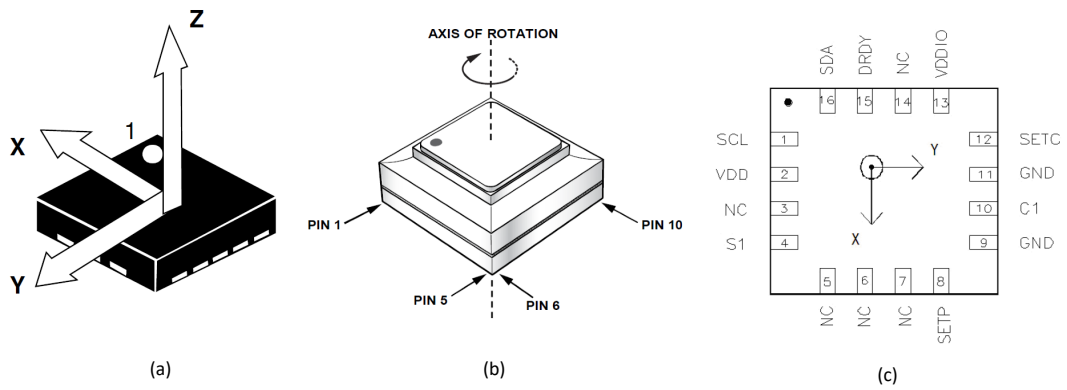
Fonte: Batista et al. (2014).

## 3.2 Sistemas de Coordenadas da e-MEMS

As placas de sensores estão organizadas em uma estrutura tetraédrica, onde cada placa é composta por acelerômetros, girômetros, magnetômetros e sensores de temperatura. Devido a esta geometria pode-se definir um sistema de coordenadas para cada placa de sensores, além de um sistema de coordenadas da experiência, fixado na base da e-MEMS. Com isso, será possível transformar dados de um sistema de coordenadas para outro. Ou seja, poderá ser calculado o quanto da intensidade das medidas dos sensores é refletida para o sistema de coordenadas da experiência.

O primeiro passo deste trabalho é conhecer, de acordo com os respectivos *datasheets*, como estão direcionados os eixos de medidas dos sensores com relação ao ponto - ponto de referência fixado em alguma extremidade do sensor - como mostra as ilustrações da Fig. 3.5.

**Figura 3.5:** Direções dos eixos dos sensores: (a) Acelerômetro; (b) Girômetro; (c) Magnetômetro.

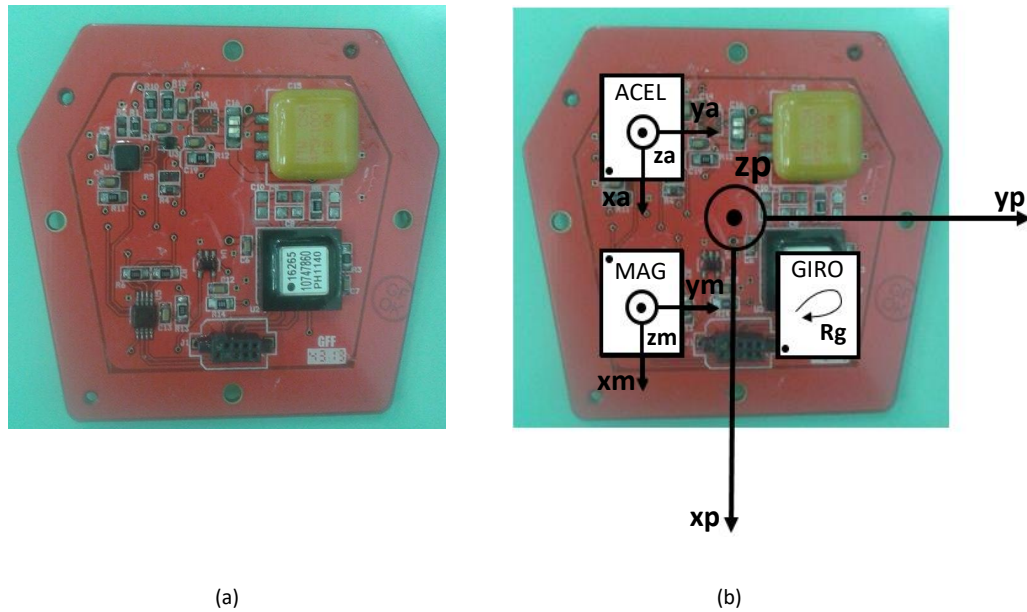


Fonte: O autor (2017).

Observando a Fig. 3.5, nota-se que o girômetro possui apenas um eixo de medida, enquanto o magnetômetro e o acelerômetro possuem três eixos de medidas. Este fato merece ser destacado, pois os quatro girômetros da e-MEMS (todos uniaxiais e em sistemas de coordenadas distintos), terão que ter suas quatro medidas uniaxiais transformadas em apenas uma medida triaxial.

Conhecidas as direções dos eixos dos sensores, agora, deve-se saber a forma com que estes sensores estão posicionados na placa de sensores. Este posicionamento irá definir as direções dos seus eixos de medidas. É conveniente, ainda, definir um sistema de coordenadas de referência da própria placa, onde é possível relacionar seus eixos coordenados com os eixos de medidas dos sensores. A Fig. 3.6 ilustra o sistema de coordenadas da placa de sensores, juntamente com os sistemas de coordenadas dos sensores.

**Figura 3.6:** (a) Placa de sensores; (b) Sistema de coordenadas da placa de sensores e os sistemas de coordenadas dos sensores.

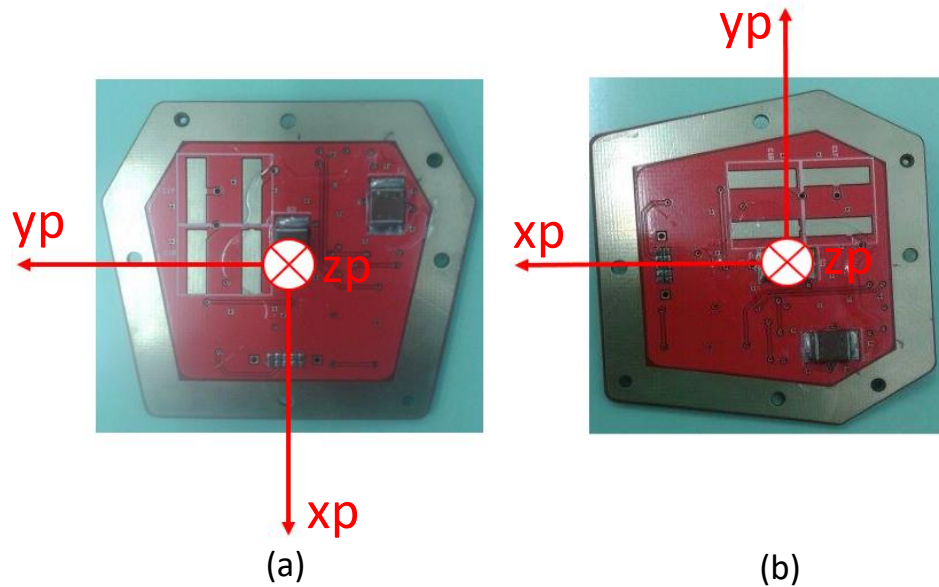


Fonte: O autor (2017).

Onde  $x_p$ ,  $y_p$  e  $z_p$  ilustram os eixos do sistema de coordenadas da placa de sensores;  $x_a$ ,  $y_a$  e  $z_a$  ilustram os eixos do acelerômetro;  $x_m$ ,  $y_m$  e  $z_m$  ilustram os eixos do magnetômetro e  $R_g$  o sentido do eixo de rotação do girômetro. Observando a Fig. 3.6, nota-se que os eixos  $x$  dos acelerômetros e dos magnetômetros possuem, convenientemente, a mesma direção do eixo  $x$  do sistema de coordenadas da placa; da mesma forma ocorre com os eixos  $y$  e  $z$ . Em relação ao eixo de rotação do girômetro, pode-se afirmar que ele é equivalente ao inverso do eixo  $z$  da placa de sensores, pois está no sentido horário.

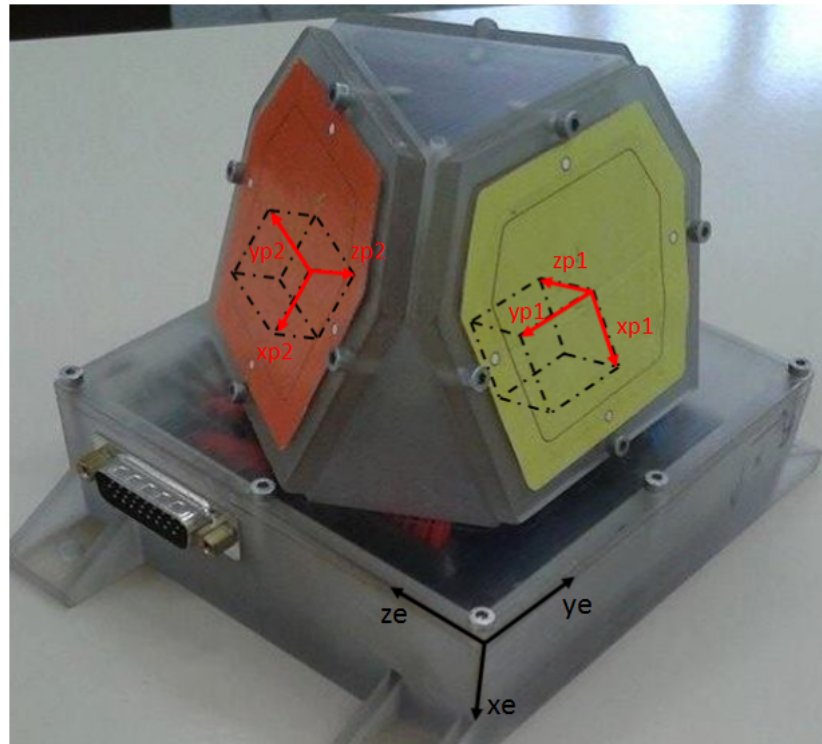
A Fig. 3.7 ilustra os eixos do sistema de coordenadas da placa de sensores sob outras duas perspectivas.

**Figura 3.7:** (a) Sistema de coordenadas da placa de sensores sob outra visão; (b) Sistema de coordenadas da placa de sensores após rotação de  $90^\circ$  no sentido horário em torno do eixo z.



Fonte: O autor (2017).

Com isso, definiu-se o sistema de coordenadas da placa de sensores, porém existem quatro placas de sensores organizadas na estrutura tetraédrica da e-MEMS. Isto quer dizer que cada placa de sensores possuirá seu próprio sistema de coordenadas. O primeiro passo é nomear as placas de sensores de um a quatro e associá-las a uma cor. Desta forma, a placa um foi definida como amarela, a segunda como alaranjada, a terceira como azul e a quarta é a placa posicionada na base da e-MEMS. Agora, para definir os sistemas de coordenadas das placas um, dois, três e quatro, basta rotacionar a placa de sensores de uma posição inicial até sua respectiva posição de encaixe na estrutura tetraédrica. Além disso, ainda definiu-se o sistema de coordenadas da experiência, posicionado na base da e-MEMS. A ilustração da e-MEMS com dois dos seus cinco sistemas de coordenadas é mostrada na Fig. 3.8.

**Figura 3.8:** Sistemas de coordenadas presentes na e-MEMS.

Fonte: O autor (2017).

Onde,  $x_{p1}$ ,  $y_{p1}$ ,  $z_{p1}$  e  $x_{p2}$ ,  $y_{p2}$ ,  $z_{p2}$  ilustram os eixos dos sistemas de coordenadas das placas um e dois, respectivamente e  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  ilustram os eixos do sistema de coordenadas da experiência. Os eixos dos sistemas de coordenadas das placas três e quatro estão omitidos na Fig. 3.8, porém, seguindo o raciocínio, serão denominados  $x_{p3}$ ,  $y_{p3}$ ,  $z_{p3}$  e  $x_{p4}$ ,  $y_{p4}$ ,  $z_{p4}$ , respectivamente.

Desta forma, as medidas dos sensores das placas 1, 2, 3 e 4 estarão referenciadas com os sistemas de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Porém, é de interesse que as medidas dos sensores estejam referenciadas com o sistema de coordenadas da experiência, principalmente as medidas dos girômetros. Os girômetros da e-MEMS possuem apenas um eixo, ou seja, analisando apenas um sensor não é possível medir velocidade angular tridimensional, muito menos medir tal velocidade no sistema de coordenadas da experiência. Portanto, o objetivo aqui, primeiramente para acelerômetros e magnetômetros, é transformar as medidas triaxiais dos quatro sensores em seus sistemas de coordenadas em uma medida triaxial no sistema de coordenadas da experiência. Para os girômetros, a ideia é juntar as medidas uniaxiais dos quatro sensores e transformar em uma medida triaxial no sistema de coordenadas da experiência.

A transformação de medidas de um sistema de coordenadas para outro é realizada por uma matriz, aqui denominada matriz de transformação. Esta matriz é determinada através de rotações dos eixos do sistema de coordenadas, partindo

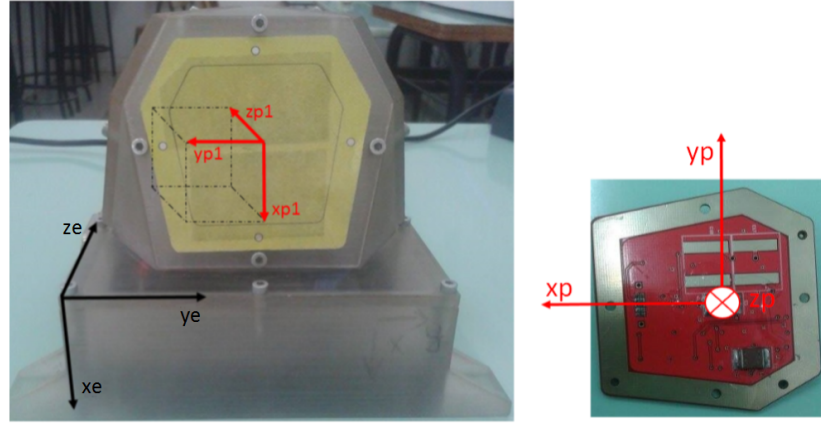
do sistema de origem até o sistema de destino. Uma rotação significa que um dos eixos do sistema de coordenadas inicial foi rotacionado  $\theta^\circ$ , dando origem a um novo sistema de coordenadas. Matematicamente, este procedimento se traduz em aplicar uma matriz de rotação (as matrizes de rotação são apresentadas detalhadamente na seção 2.1.1) ao sistema de coordenadas inicial, produzindo um novo sistema de coordenadas. Portanto, devem ser realizadas quantas rotações forem necessárias para que o sistema de coordenadas inicial se transforme no sistema de coordenadas final. O resultado matemático destas sucessivas rotações será uma matriz que transforma as medidas do sistema de coordenadas inicial para o sistema de coordenadas final.

No contexto deste trabalho, o sistema de coordenadas inicial ou de origem serão os sistemas de coordenadas das placas dos sensores; e o sistema de coordenadas final ou destino será o sistema de coordenadas da experiência. Ou seja, serão determinadas matrizes que transformam as medidas dos sensores dos seus próprios sistemas de coordenadas para o sistema de coordenadas da experiência.

A estratégia para determinar as matrizes de transformação será a seguinte: posicionar a placa de sensores em uma posição inicial, de forma que os eixos de seu sistema de coordenadas sejam facilmente relacionados com os eixos do sistema de coordenadas da experiência; rotacionar o sistema de coordenadas da placa da posição inicial até o sistema de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4. Neste ponto, terá-se as matrizes que transformam as medidas do sistema da experiência para os sistemas das placas 1, 2, 3 e 4. Porém, o objetivo é exatamente o inverso, portanto, basta aplicar a operação "inverter matriz" e, desta forma, as matrizes 1, 2, 3 e 4 servirão para transformar as medidas dos sistemas de coordenadas 1, 2, 3 e 4 para o sistema de coordenadas da experiência.

Segundo a ordem estabelecida acima, deve-se primeiramente fixar a placa de sensores em uma posição inicial. A Fig. 3.9 ilustra a posição inicial da placa de sensores em relação ao sistema de coordenadas da experiência.

**Figura 3.9:** Posição inicial da placa de sensores com seu sistema de coordenadas em relação ao sistema de coordenadas da experiência.



Fonte: O autor (2017).

Desta forma, as relações entre o sistema de coordenadas da placa de sensores e o sistema de coordenadas da experiência são  $x_p = -y_e$ ,  $y_p = -x_e$ ,  $z_p = z_e$ . A Eq. 3.1 mostra tais relações expressas na forma matricial.

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Com isso, o procedimento para determinar as matrizes de transformação poderá ser iniciado. Primeiramente será determinado a matriz que relaciona o sistema de coordenadas da placa 1 com o sistema de coordenadas da experiência. Para isso, o sistema de coordenadas da placa de referência - posição inicial do sistema de coordenadas da placa de sensores - será rotacionado até sobrepor com o sistema de coordenadas da placa 1. Neste momento, a matriz que transforma medidas do sistema da experiência para o sistema da placa 1 terá sido determinada. Tomando sua inversa, será determinado a matriz que transforma as medidas do sistema de coordenadas da placa 1 para o sistema de coordenadas da experiência. Este procedimento será feito para as outras três placas.

### 3.2.1 Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 1 para o sistema de coordenadas da experiência

Rotações necessárias para transformar o sistema de coordenadas da placa de sensores de referência para o sistema de coordenadas da placa 1:  $90^\circ$  no sentido horário em torno do eixo  $z_p$  e  $18.4345^\circ$  no sentido anti-horário em torno de  $y_p$ .

1. 90° no sentido horário em torno do eixo  $z_p$ .

Aplicando a Eq. 2.6, tem-se que os eixos após a rotação são dados por:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

2. 18,4345° no sentido anti-horário em torno de  $y_p$ .

Aplicando a Eq. 2.7, tem-se que o sistema de coordenadas da placa 1 é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 18,4345^\circ & 0 & -\sin 18,4345^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin 18,4345^\circ & 0 & \cos 18,4345^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0,9486 & 0 & -0,3162 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,3162 & 0 & 0,9486 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Substituindo  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  da Eq. 3.3 pela Eq. da matriz 3.2, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0,9486 & 0 & -0,3162 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,3162 & 0 & 0,9486 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -0,9486 & -0,3162 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,3162 & 0,9486 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Substituindo  $x_p$ ,  $y_p$  e  $z_p$  da Eq. 3.4 pela matriz da Eq. 3.1, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & -0,9486 & -0,3162 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,3162 & 0,9486 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,9486 & 0 & -0,3162 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0,3162 & 0 & 0,9486 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

A matriz da Eq. 3.5 é responsável em transformar as medidas do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas da placa 1. Invertendo a matriz da Eq. 3.5, determina-se a matriz que transforma as medidas dos sensores da placa 1 para o sistema de coordenadas da experiência, como ilustra a Eq. 3.6.

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0,9488 & 0 & 0,3163 \\ 0 & -1 & 0 \\ -0,3163 & 0 & 0,9488 \end{pmatrix}}_{M1} \begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

### 3.2.2 Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 2 para o sistema de coordenadas da experiência

Rotações necessárias para transformar o sistema de coordenadas da placa de sensores de referência para o sistema de coordenadas da placa 2: 90° no sentido anti-horário em torno do eixo  $x_p$ , 30° no sentido anti-horário em torno do eixo  $z_p$  e 71.5655° no sentido horário em torno do eixo  $y_p$ .

1. 90° no sentido anti-horário em torno do eixo  $x_p$ .

Aplicando a Eq. 2.8, tem-se que os eixos após a rotação são dados por:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-90^\circ) & -\sin(-90^\circ) \\ 0 & \sin(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

2.  $30^\circ$  no sentido anti-horário em torno do eixo  $z_p$ .

Aplicando a Eq. 2.6, tem-se que o novo sistema de coordenadas é dado pela Eq. 3.8.

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(-30^\circ) & -\sin(-30^\circ) & 0 \\ \sin(-30^\circ) & \cos(-30^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,866 & 0,5 & 0 \\ -0,5 & 0,866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Substituindo  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  da Eq. 3.8 pela Eq. da matriz 3.7, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0,866 & 0,5 & 0 \\ -0,5 & 0,866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,866 & 0 & 0,5 \\ -0,5 & 0 & 0,866 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

3.  $71,5655^\circ$  no sentido horário em torno do eixo  $y_p$ .

Aplicando a Eq. 2.7, tem-se que o sistema de coordenadas da placa 2 é dado por:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p2} \\ y_{p2} \\ z_{p2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(-71,5655^\circ) & 0 & -\sin(-71,5655^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-71,5655^\circ) & 0 & \cos(-71,5655^\circ) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,3162 & 0 & 0,9486 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,9486 & 0 & 0,3162 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Substituindo  $x''$ ,  $y''$  e  $z''$  da Eq. 3.10 pela Eq. da matriz 3.9, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p2} \\ y_{p2} \\ z_{p2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0,3162 & 0 & 0,9486 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,9486 & 0 & 0,3162 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,866 & 0 & 0,5 \\ -0,5 & 0 & 0,866 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,2738 & -0,9486 & 0,1581 \\ -0,5 & 0 & 0,866 \\ 0,3162 & 0,8214 & -0,4743 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Substituindo  $x_p$ ,  $y_p$  e  $z_p$  da Eq. 3.11 pela matriz da Eq. 3.1, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p2} \\ y_{p2} \\ z_{p2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0,2738 & -0,9486 & 0,1581 \\ -0,5 & 0 & 0,866 \\ 0,3162 & 0,8214 & -0,4743 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,9486 & 0,2738 & 0,1581 \\ 0 & 0,5 & -0,866 \\ 0,3162 & 0,8214 & -0,4743 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

A matriz da Eq. 3.12 é responsável em transformar as medidas do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas da placa 2. Invertendo a matriz da Eq. 3.12, determina-se a matriz que transforma as medidas dos sensores da placa 2 para o sistema de coordenadas da experiência, como ilustra a Eq. 3.13.

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0,9486 & 0 & 0,3162 \\ -0,2739 & 0,5 & 0,8217 \\ 0,1581 & 0,866 & -0,4743 \end{pmatrix}}_{M2} \begin{pmatrix} x_{p2} \\ y_{p2} \\ z_{p2} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

### 3.2.3 Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 3 para o sistema de coordenadas da experiência

Rotações necessárias para transformar o sistema de coordenadas da placa de sensores de referência para o sistema de coordenadas da placa 3: 180° no sentido horário em torno do eixo  $y_p$ , 90° no sentido anti-horário em torno do eixo  $x_p$ , 30° no sentido horário em torno do eixo  $z_p$  e 71,5655° no sentido horário em torno do eixo  $y_p$ .

1. 180° no sentido horário em torno do eixo  $y_p$ .

Aplicando a Eq. 2.7, tem-se que o sistema de coordenadas atualizado é dado por 3.14.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(-180^\circ) & 0 & -\sin(-180^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-180^\circ) & 0 & \cos(-180^\circ) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.14)$$

2. 90° no sentido anti-horário em torno do eixo  $x_p$ .

Aplicando a Eq. 2.8, tem-se que o sistema de coordenadas atualizado é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-90^\circ) & -\sin(-90^\circ) \\ 0 & \sin(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Substituindo  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  da Eq. 3.15 pela Eq. da matriz 3.14, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

3.  $30^\circ$  no sentido horário em torno do eixo  $z_p$ .

Aplicando a Eq. 2.6, tem-se que o sistema de coordenadas atualizado é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ & 0 \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0,866 & -0,5 & 0 \\ 0,5 & 0,866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Substituindo  $x''$ ,  $y''$  e  $z''$  da Eq. 3.17 pela Eq. da matriz 3.16, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0,866 & -0,5 & 0 \\ 0,5 & 0,866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -0,866 & 0 & 0,5 \\ -0,5 & 0 & -0,866 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

4.  $71,5655^\circ$  no sentido horário em torno do eixo  $y_p$ .

Aplicando a Eq. 2.7, tem-se que o sistema de coordenadas da placa 3 é dado por:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p3} \\ y_{p3} \\ z_{p3} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(-71,5655^\circ) & 0 & -\sin(-71,5655^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-71,5655^\circ) & 0 & \cos(-71,5655^\circ) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,3162 & 0 & 0,9486 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,9486 & 0 & 0,3162 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Substituindo  $x'''$ ,  $y'''$  e  $z'''$  da Eq. 3.19 pela Eq. da matriz 3.18, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p3} \\ y_{p3} \\ z_{p3} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0,3162 & 0 & 0,9486 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,9486 & 0 & 0,3162 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,866 & 0 & 0,5 \\ -0,5 & 0 & -0,866 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -0,2738 & -0,9486 & 0,1581 \\ -0,5 & 0 & -0,866 \\ 0,8214 & -0,3162 & -0,4743 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Substituindo  $x_p$ ,  $y_p$  e  $z_p$  da Eq. 3.20 pela matriz da Eq. 3.1, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p3} \\ y_{p3} \\ z_{p3} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -0,2738 & -0,9486 & 0,1581 \\ -0,5 & 0 & -0,866 \\ 0,8214 & -0,3162 & -0,4743 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0,9486 & 0,2738 & 0,1581 \\ 0 & 0,5 & -0,866 \\ 0,3162 & -0,8214 & -0,4743 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

A matriz da Eq. 3.21 é responsável em transformar as medidas do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas da placa 3. Invertendo a matriz da Eq. 3.21, determina-se a matriz que transforma as medidas dos sensores da placa 3 para o sistema de coordenadas da experiência, como ilustra a Eq. 3.22.

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0,9486 & 0 & 0,3162 \\ 0,2739 & 0,5 & -0,8217 \\ 0,1581 & -0,866 & -0,4743 \end{pmatrix}}_{M3} \begin{pmatrix} x_{p3} \\ y_{p3} \\ z_{p3} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

### 3.2.4 Matriz de transformação do sistema de coordenadas da placa 4 para o sistema de coordenadas da experiência

Rotações necessárias para transformar o sistema de coordenadas da placa de sensores de referência para o sistema de coordenadas da placa 4: 90° no sentido horário em torno do eixo  $x_p$  e 90° no sentido anti-horário em torno do eixo  $z_p$ .

1. 90° no sentido horário em torno do eixo  $x_p$ .

Aplicando a Eq. 2.8, tem-se que o sistema de coordenadas atualizado é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ 0 & \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.23)$$

2. 90° no sentido anti-horário em torno do eixo  $z_p$ .

Aplicando a Eq. 2.6, tem-se que o sistema de coordenadas da placa 4 é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{p4} \\ y_{p4} \\ z_{p4} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(-90^\circ) & -\sin(-90^\circ) & 0 \\ \sin(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Substituindo  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  da Eq. 3.24 pela Eq. da matriz 3.23, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p4} \\ y_{p4} \\ z_{p4} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Substituindo  $x_p$ ,  $y_p$  e  $z_p$  da Eq. 3.25 pela matriz da Eq. 3.1, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{p4} \\ y_{p4} \\ z_{p4} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

A matriz da Eq. 3.26 é responsável em transformar as medidas do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas da placa 4. Invertendo a matriz da Eq. 3.26, determina-se a matriz que transforma as medidas dos sensores da placa 4 para o sistema de coordenadas da experiência, como ilustra a Eq. 3.27.

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{M4} \begin{pmatrix} x_{p4} \\ y_{p4} \\ z_{p4} \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

### 3.2.5 Do sistema de coordenadas das placas para o sistema de coordenada da experiência

**Acelerômetros e Magnetômetros:** Os sistemas de coordenadas dos acelerômetros e dos magnetômetros são idênticos ao sistema de coordenadas da placa de sensores. Ou seja, para transformar as medidas dos sensores de seus sistemas de coordenadas 1, 2, 3 e 4 para o sistema de coordenadas da experiência, basta aplicar as matrizes de Eqs. 3.6, 3.13, 3.22 ou 3.27, respectivamente.

As medidas dos sensores de todas as placas podem ser utilizadas juntas para

gerar três medidas no sistema de coordenadas da experiência. Isto pode ser feito de duas formas: a primeira é transformar as medidas dos sensores (12 medidas) para o sistema de coordenadas da experiência e calcular a média aritmética dessas medidas nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ ; a outra forma é determinar uma matriz que transforma essas doze medidas no sistema de coordenadas das placas em três medidas no sistema de coordenadas da experiência. Concatenando da seguinte forma o inverso das matrizes das Eqs. 3.6, 3.13, 3.22 e 3.27, tem-se a matriz que transforma as medidas do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas das placas de sensores.

$$\begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \\ x_{p2} \\ y_{p2} \\ z_{p2} \\ x_{p3} \\ y_{p3} \\ z_{p3} \\ x_{p4} \\ y_{p4} \\ z_{p4} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} M1^{-1}; M2^{-1}; M3^{-1}; M4^{-1} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_{AM}} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Tomando a pseudo-inversa da matriz  $\mathbf{M}_{AM}$  (Eq. 3.28) tem-se a matriz que transforma as medidas dos acelerômetros ou magnetômetros do sistema de coordenadas das placas de sensores para o sistema de coordenadas da experiência, como ilustra a Eq. 3.29.

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \left( M_{AM}^\# \right) \begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \\ x_{p2} \\ y_{p2} \\ z_{p2} \\ x_{p3} \\ y_{p3} \\ z_{p3} \\ x_{p4} \\ y_{p4} \\ z_{p4} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Após transformar as medidas para o sistema de coordenadas da experiência, deve-se ainda determinar as grandezas físicas para essas medidas binárias, ou seja, transformar as medidas dos acelerômetros em dados de campo gravitacional e as medidas dos magnetômetros em campo magnético. Para isto, aplica-se a estas medidas seus respectivos fatores de escala teóricos (STMICROELECTRONICS, 2009; HONEYWELL, 2010). A Tab. 3.1 mostra os fatores de escala dos sensores em questão.

**Tabela 3.1:** Valores teóricos de fatores de escala dos acelerômetros e dos magnetômetros.

Fatores de escala	
Acelerômetro	3 mg/LSb
Magnetômetro	0,8299 mgauss/LSb
Girômetro	0.07326 °/s/LSb

Fonte: O autor (2017).

Multiplicando o fator de escala teórico do acelerômetro pela matriz da Eq. 3.29 tem-se a matriz  $M_{accel}$  que transforma as 12 medidas dos acelerômetros em aceleração da gravidade no sistema de coordenadas da experiência. Desta forma, a transposta da matriz  $M_{accel}$  é:

$$M_{acel}^T = \begin{pmatrix} 6,9778 & 0 & -2,3258 \\ 0 & -7,3562 & 0 \\ 2,3259 & 0 & 6,9775 \\ 6,9778 & -2,0141 & 1,1629 \\ 0 & 3,6781 & 6,3699 \\ 2,3259 & 6,0424 & -3,4888 \\ 6,9778 & 2,0141 & 1,1629 \\ 0 & 3,6781 & -6,3699 \\ 2,3259 & -6,0424 & -3,4888 \\ 0 & 0 & -7,3556 \\ 0 & 7,3562 & 0 \\ -7,3559 & 0 & 0 \end{pmatrix} 10^{-3} \left[ \frac{m/s^2}{LSb} \right] \quad (3.30)$$

A matriz que transforma as 12 medidas dos magnetômetros em campo magnético no sistema de coordenadas da experiência é obtida de forma análoga à matriz  $M_{acel}$ . Para isso basta multiplicar a matriz  $M_{AM}^\#$ , da Eq. 3.29, pelo fator de escala teórico do magnetômetro.

**Girômetros:** Diferentemente do acelerômetro e do magnetômetro, o girômetro possui apenas um eixo, ou seja, ele mede a velocidade angular em uma só direção.

O girômetro está disposto na placa de sensores de forma que seu eixo de rotação coincide com o inverso do eixo z do sistema de coordenadas da placa de sensores. A relação das medidas do eixo z da placa de sensores com os eixos do sistema de coordenadas da experiência são dadas pelas Eqs. 3.31, 3.32, 3.33 e 3.34.

$$z_{p1} = -0,3162x_e - 0,9486z_e \quad (3.31)$$

$$z_{p2} = -0,3162x_e - 0,8214y_e + 0,4743z_e \quad (3.32)$$

$$z_{p3} = -0,3162x_e + 0,8214y_e + 0,4743z_e \quad (3.33)$$

$$z_{p4} = +x_e \quad (3.34)$$

Passando as Eqs. 3.31, 3.32, 3.33 e 3.34 em notação matricial, tem-se a matriz da Eq. 3.35:

$$\begin{pmatrix} z_{p1} \\ z_{p2} \\ z_{p3} \\ z_{p4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,3162 & 0 & -0,9486 \\ -0,3162 & -0,8214 & +0,4743 \\ -0,3162 & +0,8214 & +0,4743 \\ +1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Tomando a pseudo-inversa da matriz da Eq. 3.35, tem-se:

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -0,2432 & -0,2432 & -0,2432 & +0,7692 \\ 0 & -0,6087 & +0,6087 & 0 \\ -0,7027 & +0,3513 & +0,3513 & 0 \end{pmatrix}}_{M_{GIRO}} \begin{pmatrix} z_{p1} \\ z_{p2} \\ z_{p3} \\ z_{p4} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

A matriz da Eq. 3.36 transforma as medidas dos quatro girômetros, em seus sistemas de coordenadas, em três medidas nos eixos do sistema de coordenadas da experiência.

Ainda, é possível determinar a matriz que transforma as medidas dos quatro girômetros em velocidade angular em torno dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ , multiplicando a matriz  $M_{GIRO}$ , da Eq. 3.36, pelo fator de escala teórico do girômetro (conforme mostrado na Tab. 3.1 e em DEVICES (2009)), como ilustra a Eq. 3.37.

$$M_{VELANG} = \begin{pmatrix} -0,0178 & -0,0178 & -0,0178 & 0,0564 \\ 0 & -0,0446 & 0,0446 & 0 \\ -0,0515 & 0,0257 & 0,0257 & 0 \end{pmatrix} \left[ \frac{^\circ/s}{LSb} \right] \quad (3.37)$$

A partir deste ponto do trabalho, as matrizes utilizadas para transformar as medidas dos sensores dos sistemas de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4 em dados de aceleração da gravidade, campo magnético e velocidade angular no sistema de coordenadas da experiência serão denominadas simplesmente de método MT.

# 4 Calibração dos Sensores de Atitude

## 4.1 Introdução

Os sensores MEMS estão, cada vez mais, sendo aplicados no campo da engenharia aeroespacial, mais especificamente na determinação de atitude de pequenos satélites. Isto porque esses sensores são baratos, simples, leves e disponíveis como componentes COTS. Contudo, sua precisão na determinação de atitude é limitada devido aos seus erros inerentes. Estes erros incluem desalinhamento (entre os eixos sensores), *bias* (também chamado de *viés* ou *offset*) e fator de escala, que podem ser removidos por um processo de calibração específico em ambiente de laboratório.

Uma maneira clássica de calibração mede a saída do sensor em resposta ao estímulo conhecido (entrada). Da relação entre a entrada e a saída do sensor constitui-se a função de transferência, que é de onde são determinados os parâmetros de calibração. Neste contexto, a calibração é definida como o processo de comparar as saídas com informações de referência, determinando os coeficientes que força a saída coincidir com as informações de referência sobre uma gama de valores de saída (AGGARWAL et al., 2008). Este processo de calibração será denominado de método das entradas controladas.

O processo de calibração das entradas controladas pode ser realizado com as seguintes metodologias (NEMEC et al., 2016):

- Um ponto (apenas o *bias*).
- Dois pontos (*bias* e fator de escala).
- Múltiplos pontos (todos os parâmetros de calibração).

Para determinar todos os parâmetros de calibração utilizando a metodologia dos múltiplos pontos utiliza-se, normalmente, o método dos mínimos quadrados

(LMS). Lembrando que os métodos citados somente são realizáveis quando se conhece a entrada no qual o sensor é submetido. Desta forma, apenas os girômetros e acelerômetros são aplicáveis a estas metodologias. A calibração destes sensores pelo método das entradas controladas é tipicamente realizada utilizando uma mesa de rotação precisa. Assim, é possível medir as saídas do girômetro e do acelerômetro dada uma variedade de conhecidas velocidades angulares e posições espaciais, respectivamente. Este método de estimação por mínimos quadrados quando se conhece a entrada do sensor será denominado a partir de agora de mínimos quadrados com entradas controladas (LMS EC) (KUGA et al., 2012).

Nos trabalhos Wang e Wang (2011), Lai, Jan e Hsiao (2010), Bekkeng (2009), Aggarwal et al. (2008), são realizados ensaios de múltiplos pontos com acelerômetros (testes estáticos - o experimento é mantido estático durante um curto intervalo de tempo para uma gama de posições espaciais) e girômetros (testes dinâmicos - o experimento é colocado em várias posições e rotacionado com degrais de velocidade angular). Então, os parâmetros de calibração são estimados pelo método LMS. Já em Olivares et al. (2009), o interessante, é a utilização de uma roda de bicicleta como mesa de rotação.

Porém, visto que uma mesa de rotação precisa é cara e de difícil aquisição, ocorre a necessidade de realizar o processo de calibração sem a necessidade de conhecer o estímulo, sendo assim, apenas as medidas dos sensores são utilizadas no processo. Os métodos baseados neste princípio utilizam a mesma metodologia de coleta de dados, que é rotacionar o sensor em um conjunto de direções ou atitudes que formem uma esfera de raio constante. Esta metodologia de calibração será denominada de método das entradas não controladas.

Neste contexto, um dos principais métodos é demonstrado por Lötters et al. (1998), que descreve como calibrar dados provenientes de um sensor usando um método iterativo. Este método constitui-se por um detector de instantes quase estáticos e por um estimador dos parâmetros de calibração, que é baseado no método da mínima variância. O grande problema do método da mínima variância de Lötters et al. (1998) é que ele é capaz de determinar apenas o fator de escalas e o *bias*.

O método que resolve o problema de Lötters et al. (1998) foi proposto por Foster e Elkaim (2008). Neste método, os sensores são modelados de modo a incluir o erro de desalinhamento no processo de calibração. Além disso, também existe uma diferença quanto ao método de estimação dos parâmetros, no método do Lötters os parâmetros são estimados por mínima variância, enquanto que no

método do Foster e Elkaim os parâmetros são estimados pelo método LMS.

Porém, observando que ambos os métodos apresentam vantagens e desvantagens, Santana (2009) propôs um método para unir as melhores características de cada método. Desta forma, Santana (2009) utiliza o modelo dos sensores fornecido por Foster e Elkaim (2008) e o estimador da mínima variância empregado por Lötters et al. (1998). Esta fusão de métodos proposta por Santana (2009) será denominada neste trabalho de método da mínima variância sem entradas controladas (MV SEC).

Para finalizar, deve-se fazer um adendo relacionado a empregabilidade dos métodos de Lötters et al. (1998), Foster e Elkaim (2008) e Santana (2009). Os métodos são aplicáveis apenas a medidas de campo constantes como, em tríades de acelerômetros quando submetidos a gravidade (em movimento quase estático) e também a tríades de magnetômetros quando submetidas a um campo magnético de intensidade e direção constantes. Um conjunto de girômetros precisaria também ser submetido a uma velocidade de rotação constante em diversas atitudes de apontamento para ser possível a aplicação do mesmo tipo de algoritmo.

A seguir será descrita de forma minuciosa o processo de calibração dos sensores inerciais (girômetro e acelerômetro) pelo método LMS EC, e em seguida será apresentado brevemente o método MV SEC.

## 4.2 Método dos Mínimos Quadrados com Entradas Controladas (LMS EC)

Sensores Inerciais, tais como girômetros e acelerômetros, utilizam o princípio da inércia para medir velocidade angular e força específica, respectivamente. O processo de calibração proposto para esta classe de sensores é baseado no método dos mínimos quadrados com entradas controladas (LMS EC). Com o auxílio de uma mesa de rotação, a e-MEMS foi imposta a velocidades angulares e a forças específicas controladas a fim de gerar as respostas dos sensores a estas entradas controladas. O método consiste em comparar estas entradas e saídas determinando os parâmetros que forcem a saída coincidir com as informações de entrada sobre uma gama de valores de saída. O método LMS EC não pôde ser aplicado aos magnetômetros, pois a mesa de rotação utilizada no processo é constituída basicamente de ferro, o que distorceria as medidas destes sensores.

Os parâmetros determinados pelo processo são fatores de escala, um *bias* e

uma matriz de transformação. O fator de escalas relaciona a saída (em bits) dos sensores com velocidade angular e aceleração da gravidade. Já o *bias* pode ser definido como um *offset* sobre uma medida previamente conhecida. Por fim, a matriz de transformação refere-se ao processo de transformação do sistema de coordenadas dos sensores para o sistema de coordenadas local.

Uma característica importante deste método é que o resultado do processo está referenciado a um sistema de coordenadas tridimensional escolhido previamente. Melhor dizendo, independente do número e da localização dos sensores no instrumento de aquisição, o resultado da calibração será três medidas correspondentes a um sistema de coordenadas fixo em algum ponto do sistema de aquisição.

### 4.2.1 Girômetro

O processo de calibração dos girômetros foi realizado em uma mesa de rotação biaxial. No entanto, somente as medidas do girômetro não são suficientes para determinar a exata velocidade angular aplicada aos eixos da experiência. Então, realiza-se o processo de calibração utilizando os dados medidos nos quatros girômetros, no sistema de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4, visando determinar a real velocidade angular aplicada no sistema da experiência. Ou seja, a partir das medidas dos quatro sensores, encontra-se a velocidade angular nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

#### Modelo de erros do girômetro

Para realizar o processo de calibração dos girômetros utiliza-se o modelo representado pela Eq. 4.1:

$$\mathbf{S}_F \mathbf{g}^p = \mathbf{H}_e^p \mathbf{w}^e + \mathbf{b}^p + \boldsymbol{\eta}^p, \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{g}^p$  é o vetor de medidas digitais dos girômetros no sistema de coordenadas das placas de sensores;  $\mathbf{w}^e$  é o vetor de velocidades angulares reais expresso no sistema de coordenadas da experiência, cuja unidade é dada em graus por segundo ( $^\circ/\text{s}$ );  $\mathbf{H}_e^p$  é a matriz que transforma do sistema de coordenadas da experiência para o sistema de coordenadas das placas de sensores;  $\mathbf{S}_F$  é uma matriz diagonal com os fatores de escala cuja unidade é dada em  $(^\circ/\text{s})/\text{LSB}$ ;  $\mathbf{b}^p$  é o vetor de *bias* em  $(^\circ/\text{s})$  na base dos sensores; e  $\boldsymbol{\eta}^p$  é o ruído associado às medidas dos girômetros e é considerado Gaussiano puro. Os índices  $p$  e  $e$  simbolizam dados no sistema de coordenadas das placas de sensores e no sistema de coordenadas da experiência,

respectivamente.

Este método de calibração consiste em primeiramente eliminar o *bias* da equação 4.1. Em seguida, utiliza-se o método dos mínimos quadrados para estimar as matrizes de fator de escala e de transformação. Utilizando a diferença entre as velocidades angulares reais e as velocidades angulares medidas, estima-se o vetor de *bias*. A última etapa do processo de calibração é utilizar os parâmetros para transformar as medidas corrompidas dos quatro girômetros, em LSB, para valores de velocidade angular, o quão próximos possíveis dos valores verdadeiros, nos eixos da experiência.

Para eliminar a contribuição do *bias*, deve ser aplicado ao sistema duas rotações com velocidades angulares idênticas e com sentido contrário (as duas rotações com mesmo modulo e sentidos contrários serão denominadas de velocidades antagônicas).

Tomando  $\mathbf{w}_o^e$  como sendo uma velocidade angular qualquer aplicada ao sistema de coordenadas da experiência e, sendo esta, composta por uma contribuição devido à rotação da Terra ( $\mathbf{\Omega}_T$ ) e também por uma contribuição devido a uma rotação  $\mathbf{w}_m$  aplicada a um eixo específico da mesa de rotação, define-se que  $\mathbf{w}_o^e$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{w}_o^e = C_1^e \mathbf{w}_m + C_2^e \mathbf{\Omega}_T, \quad (4.2)$$

onde  $C_1^e$  e  $C_2^e$  são as projeções da velocidade angular imposta pela mesa e pela rotação da Terra, respectivamente.

Aplicando duas rotações antagônicas denominadas  $\mathbf{w}_m^{(+)}$  e  $\mathbf{w}_m^{(-)}$ , pode-se expressar as velocidades angulares  $\mathbf{w}_o^{e(+)}$  e  $\mathbf{w}_o^{e(-)}$  substituindo-as na Eq. 4.2. Substituindo as velocidades antagônicas na Eq. 4.1, e subtraindo-as, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_F(\mathbf{g}^{p(+)} - \mathbf{g}^{p(-)}) &= (\mathbf{H}_e^p \mathbf{w}_o^{e(+)} + \mathbf{b}^p + \boldsymbol{\eta}^s) \\ &\quad - (\mathbf{H}_e^p \mathbf{w}_o^{e(-)} + \mathbf{b}^p + \boldsymbol{\eta}^p). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Sabendo que  $\mathbf{w}_m^{(+)} = -\mathbf{w}_m^{(-)}$ , rearranjando os termos da Eq. 4.3 e definindo:

$$\Delta \mathbf{g}^p = \mathbf{g}^{p(+)} - \mathbf{g}^{p(-)} \quad (4.4)$$

e

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{w}^e &= \mathbf{w}_o^{e(+)} - \mathbf{w}_o^{e(-)} \\ &= 2C_1^e \mathbf{w}_m^{(+)}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

tem-se

$$\mathbf{S}_F \Delta \mathbf{g}^p = \mathbf{H}_e^p \delta \mathbf{w}^e + \boldsymbol{\eta}^p. \quad (4.6)$$

### Estimação por Mínimos Quadrados

Para estimar as matrizes  $\mathbf{H}_e^p$  e  $\mathbf{S}_F$  é utilizado o processo de estimação por mínimos quadrados. Para isto é necessário reescrever a Eq. 4.6 da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{g}^p = \mathbf{S}_F^{-1} \mathbf{H}_e^p \delta \mathbf{w}^e + \boldsymbol{\eta}^p, \quad (4.7)$$

onde

$$\Delta \mathbf{g}^p = \left( \Delta g_1 \quad \Delta g_2 \quad \Delta g_3 \quad \Delta g_4 \right)^T, \quad (4.8)$$

$$\delta \mathbf{w}^e = \left( \delta w_x \quad \delta w_y \quad \delta w_z \right)^T \quad (4.9)$$

e

$$\mathbf{S}_F^{-1} \mathbf{H}_e^p = \begin{pmatrix} S_{F_1}^{-1} H_{1,x} & S_{F_1}^{-1} H_{1,y} & S_{F_1}^{-1} H_{1,z} \\ S_{F_2}^{-1} H_{2,x} & S_{F_2}^{-1} H_{2,y} & S_{F_2}^{-1} H_{2,z} \\ S_{F_3}^{-1} H_{3,x} & S_{F_3}^{-1} H_{3,y} & S_{F_3}^{-1} H_{3,z} \\ S_{F_4}^{-1} H_{4,x} & S_{F_4}^{-1} H_{4,y} & S_{F_4}^{-1} H_{4,z} \end{pmatrix}_{e \rightarrow p}. \quad (4.10)$$

A Eq. 4.7 relaciona um determinado conjunto de medidas com um estado. Rearranjando a Eq. 4.7 para N medidas e N estados tem-se que:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}_{SH} \boldsymbol{\Omega}, \quad (4.11)$$

onde  $\mathbf{G}$  é a matriz de medidas e  $\boldsymbol{\Omega}$  a matriz de estados.  $\mathbf{H}_{SH}$  é equivalente a matriz  $\mathbf{S}_F^{-1} \mathbf{H}_e^p$ .

Resolvendo  $\mathbf{H}_{SH}$ , tem-se:

$$\mathbf{H}_{SH} = \mathbf{G} \boldsymbol{\Omega}^\# \quad (4.12)$$

onde  $\boldsymbol{\Omega}^\#$  é a matriz pseudo-inversa de  $\boldsymbol{\Omega}$ .

Sabe-se que a resultante da projeção das componentes de um vetor em um sistema de coordenadas ortogonais é igual a 1. A matriz  $\mathbf{H}_e^p$  são as projeções dos eixos das placas nos eixos do sistema de coordenadas da experiência, que são ortogonais. Então, dado que  $\mathbf{H}_{SH} = \mathbf{S}_F^{-1} \mathbf{H}_e^p$ , é possível determinar os fatores de escalas da seguinte forma:

$$S_{F_i} = \left[ \sum_{j=x,y,z} (\mathbf{H}_{SH_{i,j}})^2 \right]^{-1/2} \quad (4.13)$$

pois:

$$\sum_{j=x,y,z} (\mathbf{H}_{e,i,j}^p)^2 = 1. \quad (4.14)$$

Os fatores de escala devem ser organizados em uma matriz diagonal.

Analisando a matriz  $\mathbf{H}_{SH}$ , nota-se que sua multiplicação com a matriz diagonal  $\mathbf{S}_F$  resulta na matriz  $\mathbf{H}_e^p$ , como segue:

$$\mathbf{H}_e^p = \mathbf{S}_F \mathbf{H}_{SH}. \quad (4.15)$$

Encontrado as matrizes  $\mathbf{S}_F$  e  $\mathbf{H}_e^p$ , pode-se determinar o *bias*, rearranjando os termos da Eq. 4.1 da seguinte forma:

$$\mathbf{b}^p = \mathbf{S}_F \mathbf{g}^p - \mathbf{H}_e^p \mathbf{w}^e + \boldsymbol{\eta}^p. \quad (4.16)$$

Fazendo a média dos valores de *bias* para N medidas e N estados, obtém-se vetor de *bias* médio da seguinte forma:

$$\mathbf{b}^p = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\mathbf{S}_F \mathbf{g}_j^p - \mathbf{H}_e^p \mathbf{w}_j^e). \quad (4.17)$$

Para calibrar um conjunto de medidas dos girômetros, deve-se aplicar a Eq. 4.18:

$$\mathbf{w}^e = \mathbf{H}_p^e \mathbf{S}_F \mathbf{g}^p - \mathbf{b}^p \mathbf{H}_p^e \quad (4.18)$$

onde

$$\mathbf{H}_p^e = \text{pinv}(\mathbf{H}_e^p). \quad (4.19)$$

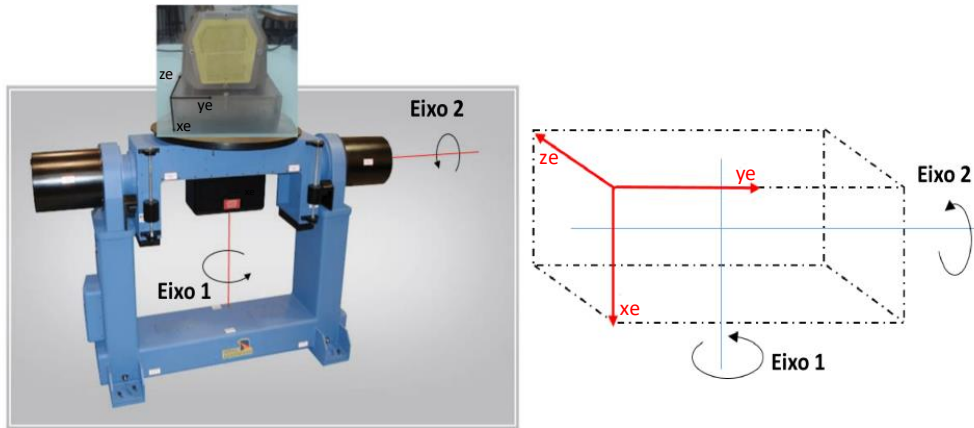
### Procedimento Experimental

O procedimento de calibração dos LMS ES foi realizado em São José dos Campos, no Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), onde foi utilizada uma mesa de rotação bidimensional.

A mesa de rotação é capaz de girar em torno dos seus dois eixos nos sentidos horário e anti-horário com velocidade angular constante ou com degraus de velocidade angular, onde a velocidade angular inicial e final e a taxa de variação da velocidade são configuráveis. Antes de iniciar a rotação, é possível posicionar a e-MEMS em uma orientação inicial de acordo com a rotação dos dois eixos da mesa.

A e-MEMS foi fixada ao centro da mesa de rotação<sup>1</sup> com orientação segundo ilustra a Fig. 4.1.

**Figura 4.1:** Orientação de repouso da e-MEMS sobre a mesa de rotação.



Fonte: O autor (2017).

Durante os ensaios um computador portátil recebia os dados dos sensores da e-MEMS, via cabo umbilical, e os decodificava de hexadecimal para decimal em um programa no Labview.

Os ensaios referentes aos girômetros foram realizados da seguinte forma: os dois eixos da mesa de rotação eram posicionados em uma posição inicial e um dos eixos realizava uma rotação com velocidade angular de  $-200$  °/s até  $200$  °/s com uma taxa de  $20$  °/s. Então, dependendo da posição inicial dos eixos da mesa, a velocidade aplicada pelo eixo pode ser decomposta nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ . Este processo ocorreu para 12 posições iniciais distintas.

A Tab. 4.1 mostra as 12 posições iniciais, o eixo que realizou a rotação e os valores da velocidade angular decomposta nos eixos do sistema de coordenadas da e-MEMS.

<sup>1</sup>A mesa da Fig. 4.1 está inserida apenas para efeito de ilustração, pois não foi a mesa de rotação utilizada no procedimento.

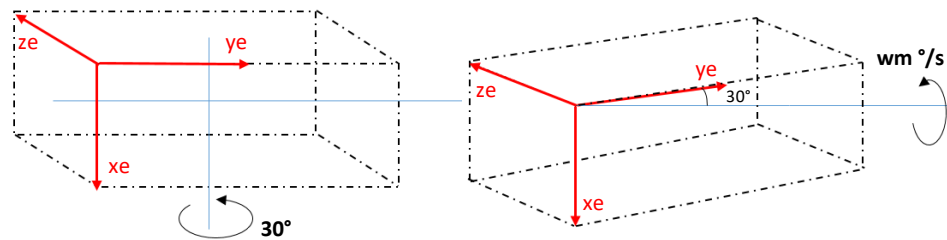
**Tabela 4.1:** Posição inicial dos eixos de rotações da mesa e a decomposição da velocidade angular nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

Seq.	Posição Inicial dos Eixos de rotações da mesa		Eixo que Realiza a Rotação	Velocidades Angulares decompostas nos eixos da e-MEMS ( $^{\circ}/s$ )		
	Eixo 1( $^{\circ}$ )	Eixo 2( $^{\circ}$ )		$x_e$	$y_e$	$z_e$
1	0	0	1	$+w_m$	0	0
2	0	180	1	$-w_m$	0	0
3	0	0	2	0	$+w_m$	0
4	180	0	2	0	$-w_m$	0
5	90	0	2	0	0	$+w_m$
6	270	0	2	0	0	$-w_m$
7	270	0	2	0	0	$-w_m$
8	90	0	2	0	0	$+w_m$
9	30	0	2	0	$+w_m \cos 30^{\circ}$	$+w_m \cos 60^{\circ}$
10	210	0	2	0	$+w_m \cos 210^{\circ}$	$+w_m \cos 210^{\circ}$
11	150	0	2	0	$-w_m \cos 30^{\circ}$	$+w_m \cos 60^{\circ}$
12	330	0	2	0	$+w_m \cos 30^{\circ}$	$-w_m \cos 60^{\circ}$

Fonte: O autor (2017).

Onde  $w_{mr}$  é a velocidade angular aplicada em um dos eixos da mesa de rotação.

A Fig. 4.2 ilustra o processo de rotação dos eixos para gerar a posição inicial de número 9.

**Figura 4.2:** Processo para gerar a posição inicial 9.

Fonte: O autor (2017).

Observando a Fig. 4.2, fica claro que parte da velocidade aplicada pelo eixo 2 da mesa de rotação pode ser decomposta nos eixos  $y_e$  e  $z_e$  e com valor determinado pela Tab. 4.1.

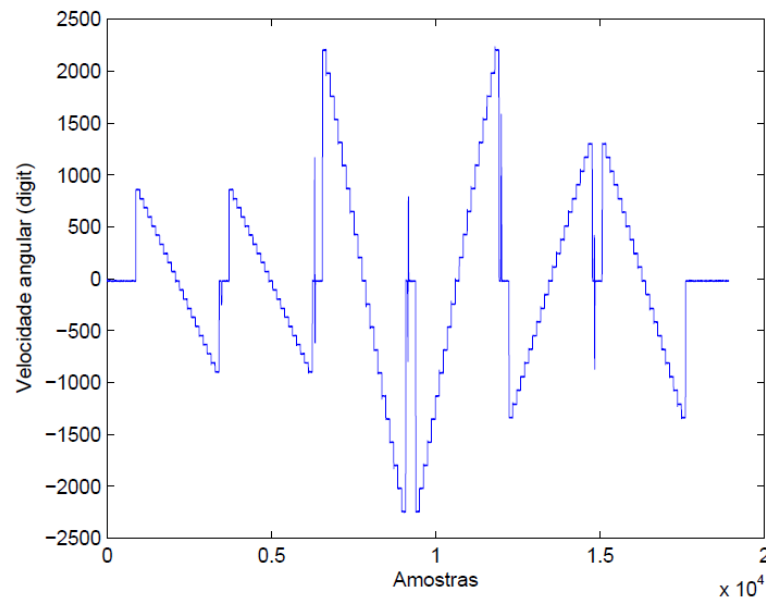
Os sensores da e-MEMS fornecem os dados no formato digital a uma taxa de 10 Hz. A Tab. 4.2 ilustra o formato em que os pacotes de dados dos girômetros são adquiridos.

**Tabela 4.2:** Formato das medidas lidas pelos girômetros.

n	girômetros 1	girômetros 2	girômetros 3	girômetros 4
1	-3	2203	-2275	8
2	-2	2207	-2279	5
3	-7	2207	-2275	3
4	-3	2200	-2272	10
5	-2	2204	-2276	4
6	-2	2202	-2270	6
7	-7	2202	-2277	2
8	-2	2201	-2277	4
9	-7	2208	-2272	5
10	-5	2205	-2273	0

Fonte: O autor (2017).

Como pode-se observar na Tab. 4.2, os dados dos girômetros estão organizados em quatro colunas, uma para cada sensor. Plotando o gráfico das medidas do ensaio para as seis primeiras posições, tem-se a Fig. 4.3.

**Figura 4.3:** Medidas do girômetro da placa de sensores 1 durante as seis primeiras posições iniciais.

Fonte: O autor (2017).

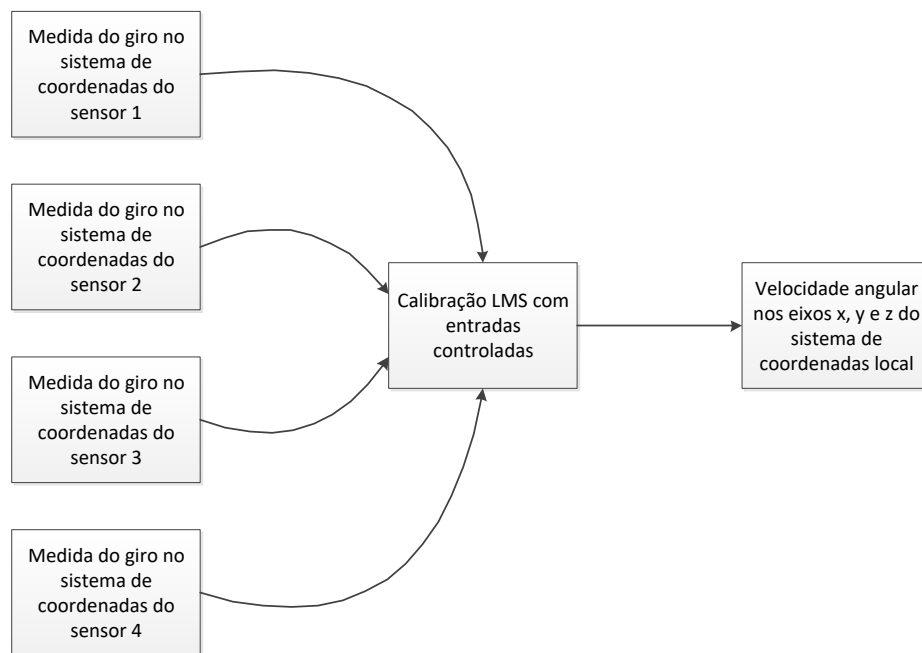
Pode-se observar na Fig. 4.3 que em cada posição inicial existem 21 degraus de velocidade, isto porque um dos eixos da mesa de rotação aplicou velocidades que variavam de  $-200^\circ/\text{s}$  para  $200^\circ/\text{s}$  a uma taxa de  $20^\circ/\text{s}$ , totalizando 21 módulos de velocidade angular.

Primeiramente, para realizar o processo de determinação dos parâmetros de calibração descrito na seção 4.2.1 deve-se escolher uma  $+w_m$  antagônica, desta forma, determinou-se que esta velocidade seria  $200^\circ/\text{s}$ .

A matriz de posições ( $\mathbf{\Omega}$ ) é obtida das velocidade angulares decompostas nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  para as doze posições, conforme mostra a Tab. 4.1 (matriz de dimensão 3 x 12). A matriz de medidas ( $\mathbf{G}$ ) é obtida das medidas dos quatro girômetros nas doze posições iniciais (matriz de dimensão 4 x 12).

Em posse das matrizes  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{\Omega}$ , aplica-se a Eq. 4.12 para determinar a matriz  $\mathbf{H}_{SH}$ . Os parâmetros  $\mathbf{S}_F$ ,  $\mathbf{H}_e^p$  e  $\mathbf{b}^p$  são determinados utilizando as Eqs. 4.13, 4.15 e 4.17, respectivamente. Finalizando, aplica-se a Eq. 4.18 para estimar as velocidade angulares aplicadas nos eixos do sistema de coordenadas da experiência. Assim, são necessários uma medida de cada um dos quatro girômetros para determinar a velocidade angular aplicada nos eixos do sistema de coordenadas da experiência. O esquemático da Fig. 4.4 ilustra o processo de calibração LMS EC.

**Figura 4.4:** Processo de calibração LMS EC para os girômetros.



Fonte: O autor (2017).

## Resultados

Os parâmetros de calibração dos girômetros estimados pelo método LMS EC foram:

1. Matriz de transformação:

$$\mathbf{H}_p^e = \begin{pmatrix} -0,0013 & -0,0013 & -0,0013 & 0,0041 \\ 0 & -0,0032 & 0,0033 & 0 \\ -0,0038 & 0,0019 & 0,0019 & 0 \end{pmatrix} \left[ \left( \frac{^\circ/s}{LSb} \right)^2 \right] \quad (4.20)$$

2. Matriz diagonal dos fatores de escala:

$$\mathbf{S}_F = \begin{pmatrix} 13,6468 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13,6498 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13,6795 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13,6700 \end{pmatrix} \left[ \frac{LSb}{^\circ/s} \right] \quad (4.21)$$

3. *Bias*:

$$\mathbf{b}^p = \begin{pmatrix} -171,6896 & -276,5071 & -155,0580 & -60,7818 \end{pmatrix} \left[ \frac{LSb^2}{^\circ/s} \right] \quad (4.22)$$

Multiplicando as matrizes 4.20 e 4.21, determina-se a matriz que transforma as medidas dos quatro girômetros em velocidade angular calibrada (apenas com o fator de escalas) em torno dos eixos do sistema de coordenadas da experiência, como ilustra a Eq. 4.23.

$$\mathbf{H}_p^e \mathbf{S}_F = \begin{pmatrix} -0,0180 & -0,0181 & -0,0176 & 0,0559 \\ -0,0005 & -0,0442 & 0,0451 & 0,0002 \\ -0,0516 & 0,0260 & 0,0254 & 0,0001 \end{pmatrix} \left[ \frac{^\circ/s}{LSb} \right] \quad (4.23)$$

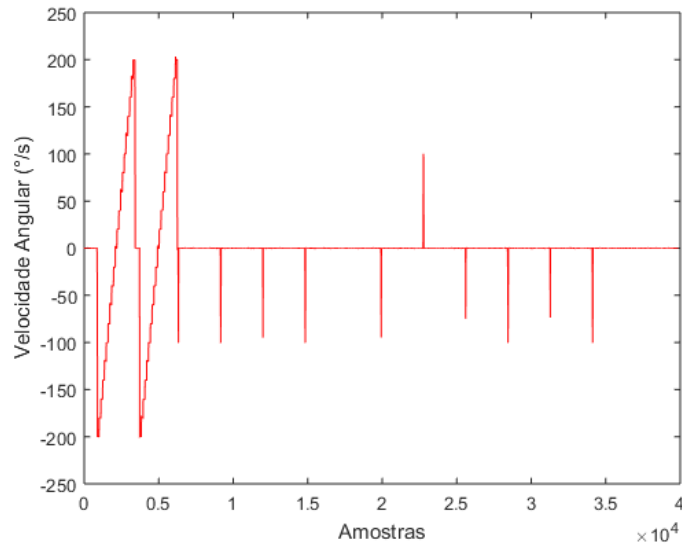
Na seção 3.2.5 esta mesma matriz foi determinada, porém de forma teórica. Comparando os valores da matriz teórica, da Eq. 3.37, com a matriz oriunda da calibração, da Eq. 4.23, percebe-se que os valores são muito próximos e os erros entre os elementos destas duas matrizes são mostrados na Eq. 4.24.

$$\mathbf{M}_{errogiro}(\%) = \begin{pmatrix} 1,1111 & 1,6574 & 1,1363 & 0,8944 \\ 0,0005 & 0,9049 & 1,1086 & 0,0002 \\ 0,1937 & 1,1538 & 1,1811 & 0,0001 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Agora, esses parâmetros serão aplicados às medidas coletadas durante o ensaio

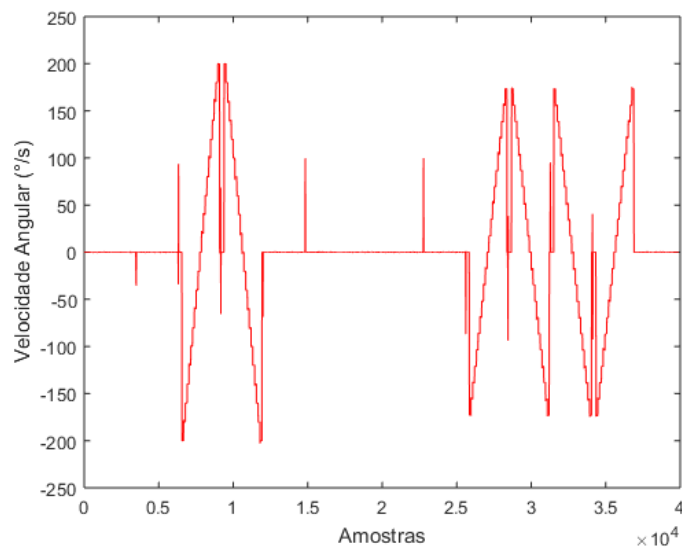
de calibração e os resultados gerados serão comparados com os dados reais. Os primeiros resultados são referentes às velocidades angulares calibradas nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ , como ilustram as Figs. 4.5, 4.6 e 4.7.

**Figura 4.5:** Velocidade angular calibrada no eixo  $x_e$ .

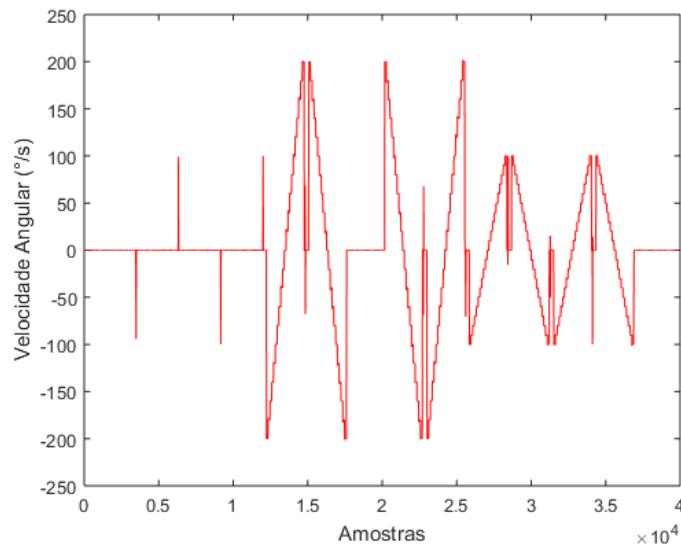


Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.6:** Velocidade angular calibrada no eixo  $y_e$ .



Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.7:** Velocidade angular calibrada no eixo  $z_e$ .

Fonte: O autor (2017).

Observa-se nos gráficos das Figs. 4.5, 4.6 e 4.7 que a velocidade angular em cada eixo é composta por doze posições e cada posição possui 21 graus de velocidade.

Para validar o método de calibração LMS EC deve-se escolher uma velocidade  $w_m$  para cada uma das doze posições e comparar a velocidade angular calibrada com a velocidade real da mesa de rotações decomposta nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  da e-MEMS, conforme ilustra a Tab 4.1.

As Tabs. 4.3, 4.4 e 4.5 mostram as comparações entre as velocidades angulares calibradas e as velocidades angulares reais nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  para uma velocidade angular  $w_m$  de 200 °/s.

**Tabela 4.3:** Erro relativo entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular real no eixo  $x_e$  para as 12 posições do ensaio de calibração dos girômetros.

POSIÇÃO	Velocidade angular em torno de $x_e$ ( $^\circ/s$ )		ERRO RELATIVO (%) ERRO ABSOLUTO ( $^\circ/s$ )
	REAL	CALIBRADO	
1	+200	199,9327	0,0336 (%)
2	+200	200,1226	0,0613 (%)
3	0	0,0153	-0,0153 ( $^\circ/s$ )
4	0	0,0432	-0,0432 ( $^\circ/s$ )
5	0	-0,0020	0,0020 ( $^\circ/s$ )
6	0	-0,0117	0,0117 ( $^\circ/s$ )
7	0	-0,0124	0,0124 ( $^\circ/s$ )
8	0	0,0366	-0,0366 ( $^\circ/s$ )
9	0	0,0294	-0,0294 ( $^\circ/s$ )
10	0	0,0093	-0,0093 ( $^\circ/s$ )
11	0	-0,0074	0,0074 ( $^\circ/s$ )
12	0	-0,0162	0,0162 ( $^\circ/s$ )

Fonte: O autor (2017).

**Tabela 4.4:** Erro relativo entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular real no eixo  $y_e$  para as 12 posições do ensaio de calibração dos girômetros.

POSIÇÃO	Velocidade angular em torno de $y_e$ ( $^\circ/s$ )		ERRO RELATIVO (%) ERRO ABSOLUTO ( $^\circ/s$ )
	REAL	CALIBRADO	
1	0	-0,0030	0,0030 ( $^\circ/s$ )
2	0	-0,1317	0,1317 ( $^\circ/s$ )
3	200	199,9336	0,0332 (%)
4	-200	-200,1478	0,0738 (%)
5	0	0,0065	-0,0065 ( $^\circ/s$ )
6	0	-0,0848	0,0848 ( $^\circ/s$ )
7	0	-0,0850	0,0850 ( $^\circ/s$ )
8	0	-0,0822	0,0822 ( $^\circ/s$ )
9	$200 \cos 30^\circ = 173,2050$	173,2091	0,0024 (%)
10	$200 \cos 210^\circ = -173,2050$	-173,0663	0,0801 (%)
11	$-200 \cos 30^\circ = -173,2050$	-173,1579	0,0272 (%)
12	$200 \cos 30^\circ = 173,2050$	173,2511	0,0266 (%)

Fonte: O autor (2017).

**Tabela 4.5:** Erro relativo entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular real no eixo  $z_e$  para as 12 posições do ensaio de calibração dos girômetros.

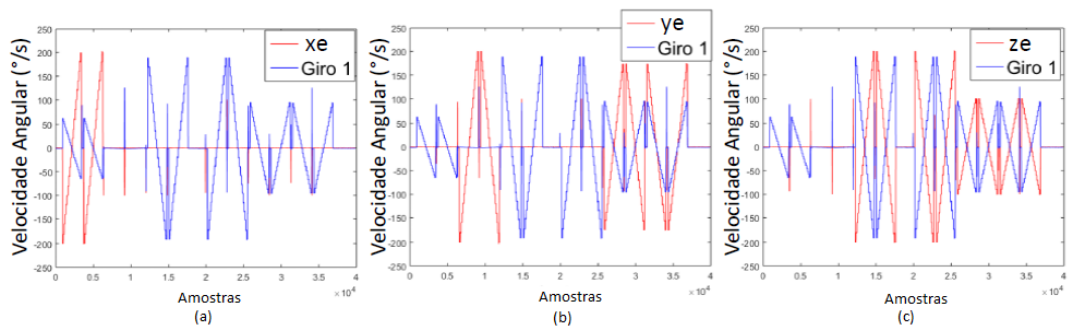
POSIÇÃO	Velocidade angular em torno de $z_e$ ( $^\circ/s$ )		ERRO RELATIVO (%) ERRO ABSOLUTO ( $^\circ/s$ )
	REAL	CALIBRADO	
1	0	-0,0091	0,0091 ( $^\circ/s$ )
2	0	-0,1367	0,1367 ( $^\circ/s$ )
3	0	-0,0364	0,0364 ( $^\circ/s$ )
4	0	-0,0436	0,0436 ( $^\circ/s$ )
5	200	199,9890	0,0055 (%)
6	-200	-200,0181	0,009 (%)
7	-200	-199,9942	0,0029 (%)
8	200	200,0415	0,0207 (%)
9	$200 \cos 60^\circ = 100$	100,0352	0,0351 (%)
10	$200 \cos 120^\circ = -100$	-99,9650	0,035 (%)
11	$200 \cos 60^\circ = 100$	99,9899	0,0101 (%)
12	$-200 \cos 60^\circ = -100$	-99,9948	0,0052 (%)

Fonte: O autor (2017).

Conforme mostra as Tabs. 4.3, 4.4 e 4.5, os erros entre valores calibrados e os valores reais foram extremamente pequenos, a ponto de serem desconsiderados. Assim, pode-se afirmar que o método LMS EC para os girômetros foi validado com exatidão. O método LMS EC foi aplicado às próprias medidas utilizadas para estimar os parâmetros de calibração, por isso os erros foram muito pequenos; o método somente será melhor analisado quando for aplicado à outras medidas dos girômetros.

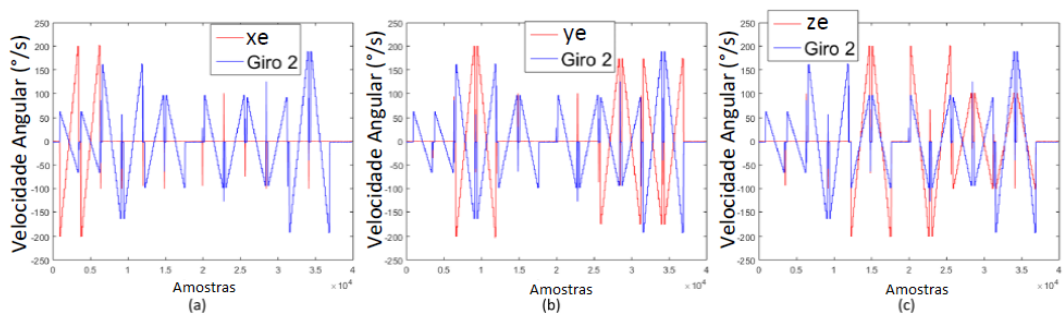
Agora será comparada a velocidade angular calibrada em torno dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  com a velocidade angular em torno do eixo de medição  $R_g$  do girômetro das placas 1, 2, 3 e 4, como ilustram as Figs. 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11.

**Figura 4.8:** Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo  $R_g$  do girômetro 1: (a)  $x_e$ ; (b)  $y_e$ ; (c)  $z_e$ .



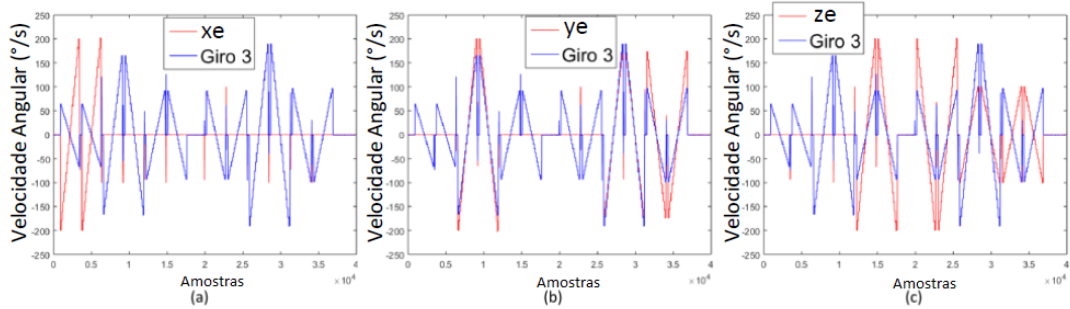
Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.9:** Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo  $R_g$  do girômetro 2: (a)  $x_e$ ; (b)  $y_e$ ; (c)  $z_e$ .



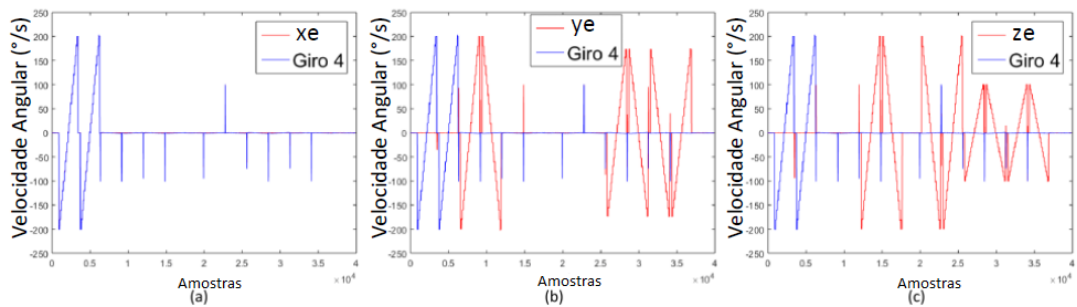
Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.10:** Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo  $R_g$  do girômetro 3: (a)  $x_e$ ; (b)  $y_e$ ; (c)  $z_e$ .



Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.11:** Comparação da velocidade angular calibrada nos eixos da experiência com a velocidade angular em torno do eixo  $R_g$  do girômetro 4: (a)  $x_e$ ; (b)  $y_e$ ; (c)  $z_e$ .



Fonte: O autor (2017).

Analisando as Figs. 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11, pode-se afirmar que as velocidades angulares calibradas em torno dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$ ,  $z_e$  não possuem nenhuma similaridade com as velocidades angulares em torno do eixo de medida dos girômetros quando estes são tratados individualmente, ou seja, é impossível avaliar uma tríade de velocidade angular utilizando apenas um girômetro. A única similaridade foi em relação ao girômetro da placa 4 com a velocidade angular do eixo  $x_e$ , conforme ilustra a Fig. 4.11-(a), pois o eixo de medida do girômetro quatro coincide com o eixo  $x_e$ .

### 4.2.2 Acelerômetro

O processo de calibração dos acelerômetros da e-MEMS foi realizado em uma mesa de rotação biaxial. Neste processo, a e-MEMS foi submetida a posições pré-definidas com o objetivo de determinar os parâmetros de calibração e encontrar os valores reais de aceleração da gravidade aplicada aos eixos do sistema de coordenadas da experiência. Ou seja, a partir das medidas dos sensores é possível estimar a força da gravidade aplicada aos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

#### Modelo de Erros

Para realizar o processo de calibração dos acelerômetros, utiliza-se modelo representado pela Eq. 4.25:

$$\mathbf{a}^p = \mathbf{F}_C^{-1} \mathbf{M}_e^p \mathbf{f}^e + \mathbf{F}_C^{-1} \mathbf{b}^p + \boldsymbol{\eta}^p, \quad (4.25)$$

onde  $\mathbf{a}^p$  é o vetor de medidas dos sensores nos sistemas de coordenadas das placas de sensores;  $\mathbf{f}^e$  é o vetor de forças específicas reais aplicadas no sistema de coordenadas da experiência;  $\mathbf{b}^p$  é o vetor de *bias* dos sensores no sistema de coordenadas das placas;  $\mathbf{F}_C^{-1}$  é a matriz diagonal dos fatores de escalas dos sensores;  $\boldsymbol{\eta}^p$  é um ruído gaussiano presente no sinal lido dos sensores; e  $\mathbf{M}_e^p$  é a matriz que transforma os valores lidos dos sensores de aceleração dos sistemas de coordenadas das placas para o sistema de coordenadas da experiência, corrigindo assim os desalinhamentos do bloco de sustentação dos sensores.

#### Estimação por Mínimos Quadrados

Para estimar as matrizes  $\mathbf{F}_C$ ,  $\mathbf{M}_e^p$  e  $\mathbf{b}^p$  é utilizado o processo de estimação por mínimos quadrados.

Rearranjando a Eq. 4.25, de forma a agrupar o *bias* com a matriz de transformação, tem-se:

$$\mathbf{a}^p = \mathbf{M}_{FB} \mathbf{f}^e + \boldsymbol{\eta}^p. \quad (4.26)$$

onde:

$$\mathbf{a}^p = \left( a_{1x} \ a_{1y} \ a_{1z} \ a_{2x} \ a_{2y} \ a_{2z} \ a_{3x} \ a_{3y} \ a_{3z} \ a_{4x} \ a_{4y} \ a_{4z} \right)^T, \quad (4.27)$$

$$\mathbf{f}^e = \left[ f_{x_i} \ f_{y_i} \ f_{z_i} \ 1 \right]^T \quad (4.28)$$

e

$$\mathbf{M}_{FB} = \begin{pmatrix} F_{1x}^{-1}M_{1x,x_l} & F_{1x}^{-1}M_{1x,y_l} & F_{1x}^{-1}M_{1x,z_l} & F_{1x}^{-1}b_{1x} \\ F_{1y}^{-1}M_{1y,x_l} & F_{1y}^{-1}M_{1y,y_l} & F_{1y}^{-1}M_{1y,z_l} & F_{1y}^{-1}b_{1y} \\ F_{1z}^{-1}M_{1z,x_l} & F_{1z}^{-1}M_{1z,y_l} & F_{1z}^{-1}M_{1z,z_l} & F_{1z}^{-1}b_{1z} \\ F_{2x}^{-1}M_{2x,x_l} & F_{2x}^{-1}M_{2x,y_l} & F_{2x}^{-1}M_{2x,z_l} & F_{2x}^{-1}b_{2x} \\ F_{2y}^{-1}M_{2y,x_l} & F_{2y}^{-1}M_{2y,y_l} & F_{2y}^{-1}M_{2y,z_l} & F_{2y}^{-1}b_{2y} \\ F_{2z}^{-1}M_{2z,x_l} & F_{2z}^{-1}M_{2z,y_l} & F_{2z}^{-1}M_{2z,z_l} & F_{2z}^{-1}b_{2z} \\ F_{3x}^{-1}M_{3x,x_l} & F_{3x}^{-1}M_{3x,y_l} & F_{3x}^{-1}M_{3x,z_l} & F_{3x}^{-1}b_{3x} \\ F_{3y}^{-1}M_{3y,x_l} & F_{3y}^{-1}M_{3y,y_l} & F_{3y}^{-1}M_{3y,z_l} & F_{3y}^{-1}b_{3y} \\ F_{3z}^{-1}M_{3z,x_l} & F_{3z}^{-1}M_{3z,y_l} & F_{3z}^{-1}M_{3z,z_l} & F_{3z}^{-1}b_{3z} \\ F_{4x}^{-1}M_{4x,x_l} & F_{4x}^{-1}M_{4x,y_l} & F_{4x}^{-1}M_{4x,z_l} & F_{4x}^{-1}b_{4x} \\ F_{4y}^{-1}M_{4y,x_l} & F_{4y}^{-1}M_{4y,y_l} & F_{4y}^{-1}M_{4y,z_l} & F_{4y}^{-1}b_{4y} \\ F_{4z}^{-1}M_{4z,x_l} & F_{4z}^{-1}M_{4z,y_l} & F_{4z}^{-1}M_{4z,z_l} & F_{4z}^{-1}b_{4z} \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Para determinar a matriz  $\mathbf{M}_{FB}$  deve-se impor experimentalmente  $N$  estados à e-MEMS obtendo  $N$  medidas de aceleração dos sensores. Assim, para  $N$  aplicações distintas de forças específicas aplicadas ao sistema, são medidos  $N$  valores pelos eixos dos acelerômetros. Desta forma:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_{FB}\mathbf{F} \quad (4.30)$$

onde  $\mathbf{A}$  representa as medidas dos sensores em  $N$  posições e  $\mathbf{F}$  representa as forças específicas em  $N$  posições. Além de

$$\mathbf{M}_{FB} = \mathbf{F}_C^{-1}\mathbf{M}\mathbf{b}_e^p \quad (4.31)$$

Para determinar a matriz  $\mathbf{M}_{FB}$  deve-se multiplicar a matriz de medidas pela pseudo-inversa matriz de posições, isto porque a matriz de posições não é inversível. Assim:

$$\mathbf{M}_{FB} = \mathbf{A}pinv(\mathbf{F}). \quad (4.32)$$

Utilizando o mesmo conceito de resultante da projeção de um vetor nos eixos de um sistema de coordenadas ortogonais - que foi utilizado durante o processo de calibração no girômetro - e, com base na Eq. 4.31, pode-se determinar os fatores de escala da seguinte forma:

$$F_{C_i} = \left[ \sum_{j=1}^3 (\mathbf{M}_{FB_{i,j}})^2 \right]^{-1/2} \quad (4.33)$$

pois

$$\sum_{j=x,y,z} (\mathbf{M}_{e_{i,j}}^p)^2 = \sum_{j=1}^3 \mathbf{M} \mathbf{b}_{e_{i,j}}^p, \quad (4.34)$$

onde  $i$  são números inteiros de um a doze, pois são quatro sensores triaxiais.

Multiplicando os dois lados da Eq. 4.31 por  $\mathbf{F}_C$ , tem-se que:

$$\mathbf{M} \mathbf{b}_e^p = \mathbf{F}_C \mathbf{M}_{FB}. \quad (4.35)$$

A matriz de transformação  $\mathbf{M}_e^p$  e o vetor de *bias*  $\mathbf{b}^p$  estimados podem ser extraídos das três primeiras colunas e da última coluna da matriz  $\mathbf{M} \mathbf{b}_e^p$ , respectivamente. Desta forma:

$$\mathbf{M}_{e_{i,j}}^p = \mathbf{M} \mathbf{b}_{e_{i,j}}^p \Big|_{i=\{1,2,\dots,12\}, j=\{1,2,3\}}, \quad (4.36)$$

e

$$\mathbf{b}_i^p = \mathbf{M} \mathbf{b}_{e_{i,4}}^p \Big|_{i=\{1,2,\dots,12\}}. \quad (4.37)$$

Encontrado os parâmetros de calibração, pode-se determinar os valores corrigidos de aceleração da gravidade nos eixos da experiência. Para isto, basta isolar o termo  $\mathbf{f}^e$  da Eq. 4.25 e aplicar as medidas que se deseja calibrar, assim:

$$\mathbf{f}^e = \mathbf{M}_p^e \mathbf{F}_C \mathbf{a}^p - \mathbf{M}_p^e \mathbf{b}^p. \quad (4.38)$$

## Procedimento Experimental

O processo de calibração dos acelerômetros foi realizado na mesma mesa de rotação dos girômetros.

Os ensaios referentes aos acelerômetros foram realizados da seguinte forma: os dois eixos da mesa de rotação eram posicionados em uma posição inicial, e a partir dessa posição pode-se determinar a composição da aceleração da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ . Ainda, para cada posição, um dos eixos da mesa realiza uma rotação de  $360^\circ$  em torno do seu eixo com passos de  $30^\circ$ , ou seja, para cada posição inicial existem outras 13 posições. Durante o ensaio, os dois eixos de rotação foram posicionados em 6 posições iniciais, desta forma 78 posições distintas foram formadas.

A Tab. 4.6 mostra a composição das 6 posições iniciais, o eixo que realizou a rotação e a composição da aceleração da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

**Tabela 4.6:** Posição inicial dos eixos da mesa de rotação e a decomposição da aceleração da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  para cada posição inicial.

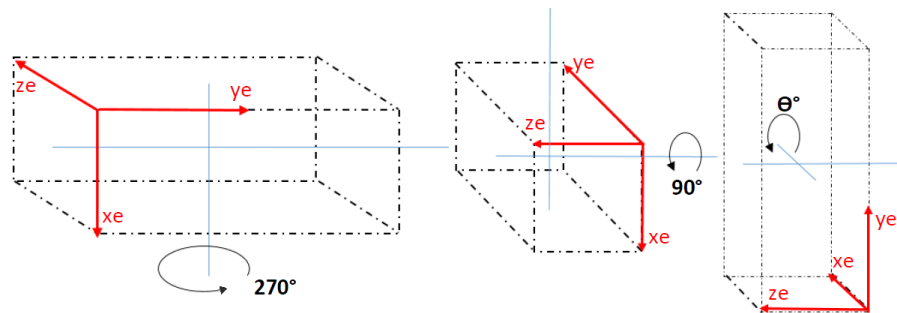
Seq.	Posição Inicial dos Eixos de rotações da mesa		Eixo que Realiza a rotação	Decomposição da aceleração da gravidade nos eixos da experiência ( $g$ )		
	Eixo 1( $^\circ$ )	Eixo 2( $^\circ$ )		$x_e$	$y_e$	$z_e$
1	0	0	2	$+g \cos \theta$	0	$-g \sin \theta$
2	270	90	1	0	$-g \cos \theta$	$-g \sin \theta$
3	270	90	2	$-g \sin \theta$	$-g \cos \theta$	0
4	180	71.5655	2	$+g \cos \theta$	0	$+g \sin \theta$
5	300	71.5655	2	$+g \cos \theta$	$-g0.866 \sin \theta$	$-g0.5 \sin \theta$
6	60	71.5655	2	$+g \cos \theta$	$+g0.866 \sin \theta$	$-g0.5 \sin \theta$

Fonte: O autor (2017).

Onde  $\theta$  varia de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  com passos de  $30^\circ$ .

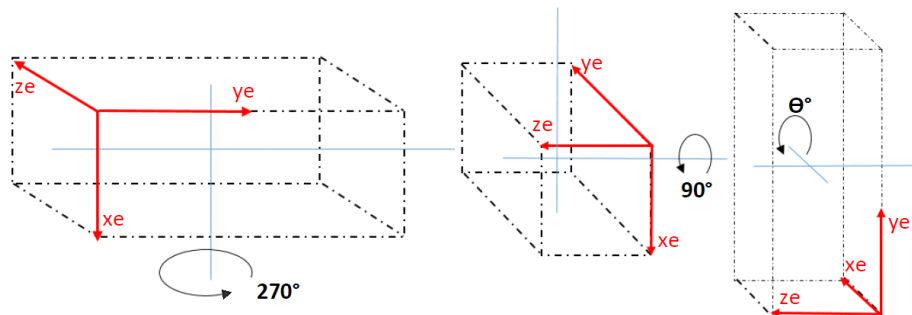
As Figs. 4.12 e 4.13 ilustram o processo de rotação dos eixos para gerar as posições iniciais de números 2 e 3.

**Figura 4.12:** Processo para gerar a posição inicial 2 do processo de calibração dos acelerômetros.



Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.13:** Processo para gerar a posição inicial 3 do processo de calibração dos acelerômetros.



Fonte: O autor (2017).

Observando a Fig. 4.12, nota-se que o eixo de rotação 1 da mesa é paralelo ao eixo  $x_e$ , portanto durante a rotação de  $\theta^\circ$  a aceleração da gravidade no eixo  $x_e$  sempre será zero; enquanto os valores de aceleração da gravidade nos eixos  $y_e$  e  $z_e$  terão valores conforme determinados na Tab. 4.6.

Enquanto na Fig. 4.13, o eixo de rotação 2 da mesa é paralelo ao eixo  $z_e$ ,

portanto durante a rotação de  $\theta^\circ$  a aceleração da gravidade no eixo  $z_e$  sempre será zero e  $x_e$  e  $y_e$  terão valores conforme determinados na Tab. 4.6.

De acordo com as 78 posições em que a e-MEMS foi submetida, tem-se que a matriz de aceleração da gravidade nos eixos da experiência  $\mathbf{F}$  é constituída de 78 valores (matriz de dimensão 3 x 78 e valores determinados na Tab. 4.6), enquanto a matriz  $\mathbf{A}$  é composta das medidas dos sensores para as 78 posições (matriz de dimensão 12 x 78).

A Tab. 4.7 ilustra o formato em que os pacotes de dados dos acelerômetros são adquiridos.

**Tabela 4.7:** Formato das medidas lidas pelos acelerômetros.

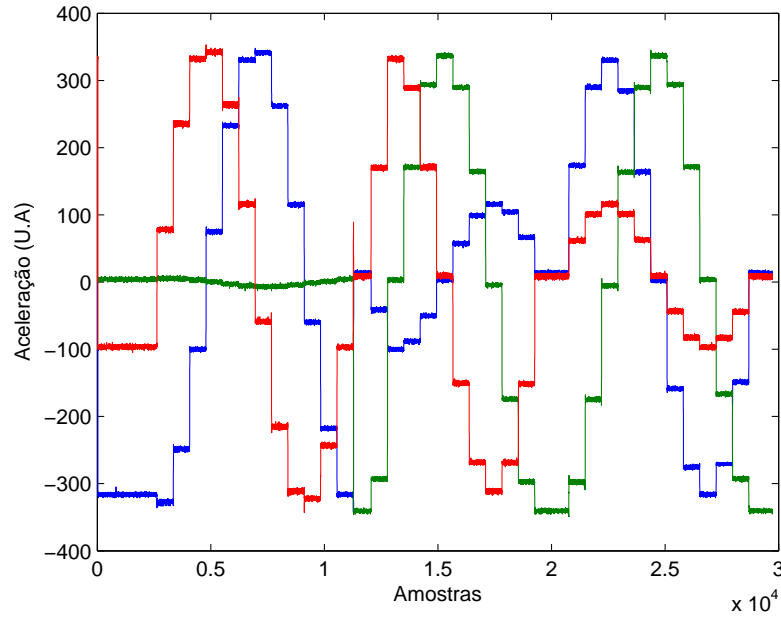
n	Acelerômetro 1			Acelerômetro 2			Acelerômetro 3			Acelerômetro 4		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	-315	2	-98	-331	-4	-127	-321	10	-124	2	1	349
2	-319	5	-96	-335	-2	-127	-321	14	-123	2	0	346
3	-315	3	-95	-334	-1	-129	-321	11	-128	1	1	349
4	-317	3	-97	-333	-3	-128	-323	12	-125	1	2	348
5	-317	3	-98	-334	-4	-128	-321	13	-126	4	2	346
6	-319	6	-95	-332	-4	-129	-321	11	-124	2	-3	348
7	-317	6	-99	-333	-4	-129	-322	12	-127	1	1	345
8	-317	5	-96	-332	-9	-128	-322	13	-124	1	-3	347
9	-315	3	-97	-335	-3	-127	-321	8	-125	3	-1	347
10	-318	3	-96	-331	-2	-128	-321	9	-127	4	-2	350

Fonte: O autor (2017).

Conforme ilustra a Tab. 4.7 as medidas dos acelerômetros estão organizadas em 13 colunas, onde a primeira coluna representa o número do pacote e as outras 12 colunas representam os dados dos acelerômetros. Ainda de acordo com a Tab. 4.7, observa-se que os dados são obtidos de quatro acelerômetros e que cada acelerômetro fornecem três medidas, uma para cada eixo.

A Fig. 4.14 ilustra o gráfico das medidas dos acelerômetros para as três primeiras posições.

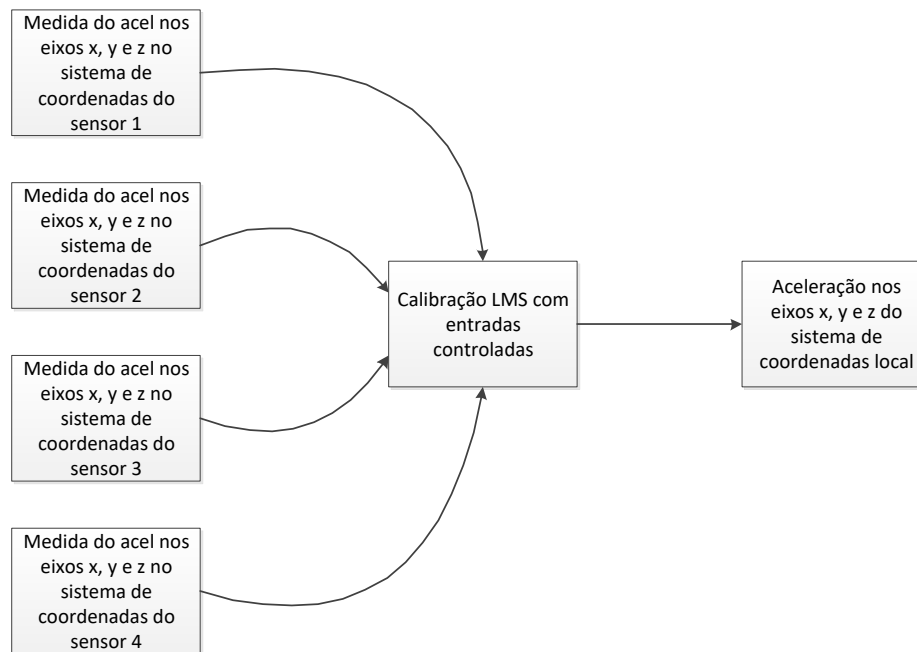
**Figura 4.14:** Medidas  $x_{a1}$ ,  $y_{a1}$  e  $z_{a1}$  do acelerômetro da placa de sensores 1 durante as três primeiras posições iniciais.



Fonte: O autor (2017).

Analisando a Fig. 4.14, comprova-se que número total de posições para as três primeiras posições iniciais é 39. Ainda de acordo com a figura 4.14, nota-se que a e-MEMS permanece em uma dada posição por cerca de 600 amostras. Portanto, para mensurar o valor medido de um sensor para uma certa posição, deve-se realizar a média das 600 amostras.

Em posse das matrizes  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{A}$ , aplica-se a Eq. 4.32 para determinar a matriz  $\mathbf{M}_{FB}$ . Os parâmetros  $\mathbf{F}_C$ ,  $\mathbf{M}_e^p$  e  $\vec{b}^s$  são determinados utilizando as Eqs. 4.33, 4.36 e 4.37, respectivamente. E por fim, aplica-se a Eq. 4.38 para estimar as medidas de aceleração da gravidade dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ . Assim, são necessários três medidas (sensores triaxiais) de cada um dos quatro acelerômetros para determinar a componente da aceleração da gravidade aplicada aos eixos da experiência. O esquemático da Fig. 4.15 ilustra o processo de calibração LMS EC.

**Figura 4.15:** Processo de calibração LMS EC para os acelerômetros

Fonte: O autor (2017).

## Resultados

Os parâmetros de calibração dos acelerômetros estimados pelo método LMS EC foram:

1. Matriz de transformação:

$$\mathbf{M}_e^p = 10^3 \cdot \begin{pmatrix} -1,1453 & -0,0189 & 0,3841 \\ 0,0166 & 1,1930 & -0,0128 \\ -0,3753 & 0,0023 & -1,1334 \\ -1,1758 & 0,3562 & -0,1845 \\ 0,0172 & -0,6026 & -1,0080 \\ -0,3857 & -0,9964 & 0,5762 \\ -1,0966 & -0,3177 & -0,2018 \\ 0,0192 & -0,5739 & 1,0263 \\ -0,3951 & 1,0030 & 0,5844 \\ -0,0030 & 0,0268 & 1,1735 \\ 0,0023 & -1,1995 & -0,0106 \\ 1,2456 & -0,0078 & -0,0011 \end{pmatrix} \left[ \left( \frac{LSb}{m/s^2} \right)^2 \right] \quad (4.39)$$

2. Matriz diagonal dos fatores de escala  $\mathbf{F}_C$  (dimensão 12 x 12). Os valores da diagonal da matriz de fator de escalas estão ilustrados no vetor  $\mathbf{f}_C$ , e o

vetor *bias* é ilustrado no vetor  $\mathbf{b}^p$ :

$$\mathbf{f}_C = \begin{pmatrix} 34,7583 \\ 34,5431 \\ 34,5536 \\ 35,2477 \\ 34,2715 \\ 34,8416 \\ 34,0494 \\ 34,2933 \\ 35,0169 \\ 34,2612 \\ 34,6346 \\ 35,2935 \end{pmatrix} \left[ \frac{LSb}{m/s^2} \right]; \mathbf{b}^p = \begin{pmatrix} 259,7038 \\ -43,9641 \\ 327,8788 \\ -166,0573 \\ -317,8897 \\ -705,1590 \\ -122,4182 \\ 237,0614 \\ -683,1849 \\ 55,3115 \\ -38,5024 \\ -0,3735 \end{pmatrix} \left[ \frac{LSb^2}{m/s^2} \right] \quad (4.40)$$

Realizando o produto das matrizes  $\mathbf{M}_p^e$  e  $\mathbf{S}_F$ , das Eqs. 4.39 e 4.40, tem-se a matriz que realiza transformação das 12 medidas dos acelerômetros em aceleração da gravidade calibrada (apenas com o parâmetro fator de escala) no sistema de coordenadas da experiência.

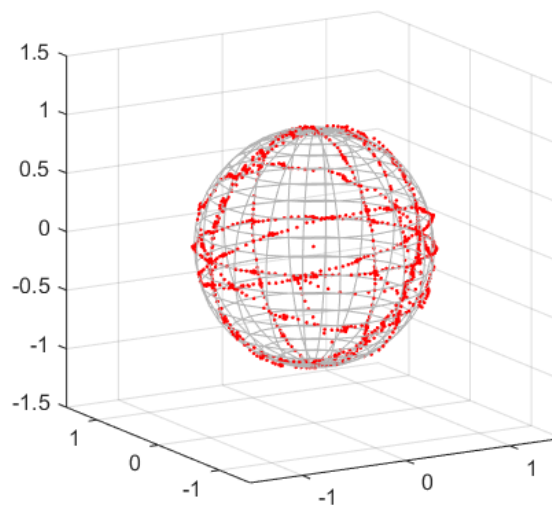
$$(\mathbf{M}_p^e \mathbf{S}_F)^T = \begin{pmatrix} +6,7431 & +0,2212 & -2,3359 \\ -0,1881 & -7,1307 & +0,1380 \\ +2,2372 & -0,0421 & +6,9726 \\ +7,0106 & -2,0897 & +1,2135 \\ -0,0213 & +3,5205 & 6,1090 \\ 2,3379 & 6,0642 & -3,6059 \\ 6,3655 & 1,9440 & 1,2410 \\ -0,1014 & +3,4541 & -6,2843 \\ 2,2502 & -6,0149 & -3,5722 \\ -0,0228 & -0,1001 & -7,1439 \\ 0,0787 & 7,1857 & 0,0046 \\ -7,4584 & -0,0496 & -0,0356 \end{pmatrix} 10^{-3} \left[ \frac{m/s^2}{LSb} \right] \quad (4.41)$$

Comparando a matriz da Eq. 4.41, determinada a partir da calibração, com a matriz da Eq. 3.30, determinada de forma teórica, determina-se os seguintes erros entre seus elementos:

$$M_{\text{erro\_accel}}^T(\%) = \begin{pmatrix} 3,4809 & -0,2212 & -0,4311 \\ 0,1881 & 3,1617 & -0,1380 \\ 3,9686 & 0,0421 & 0,0707 \\ -0,4673 & -3,6183 & -4,1686 \\ 0,0213 & 4,4750 & 4,2718 \\ -0,5128 & -0,3604 & -3,2493 \\ 9,6202 & 3,6066 & -6,2907 \\ -0,1014 & 6,4858 & 1,3625 \\ 3,3670 & 0,4564 & -2,3351 \\ 0,0228 & 0,1001 & 2,9633 \\ -0,0787 & 2,3727 & 0,0046 \\ -1,3741 & 0,0496 & 0,0356 \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

Agora, esses parâmetros serão aplicados às medidas coletadas durante o ensaio de calibração e os resultados gerados serão comparados com os dados reais. A primeira análise trata-se dos dados calibrados sobre uma esfera de raio 1, como ilustra a Fig. 4.16.

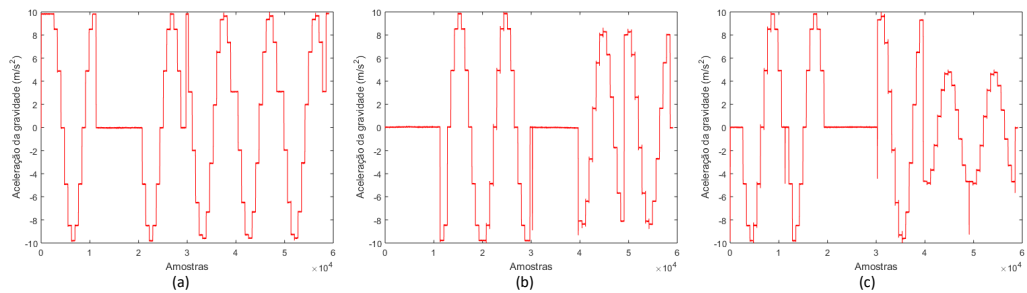
**Figura 4.16:** Aceleração da gravidade calibrada pelo processo LMS EC.



Fonte: O autor (2017).

As acelerações da gravidade calibradas em cada uma das 78 posições durante o ensaio de calibração LMS EC para os acelerômetros formam degraus, pois a e-MEMS permanece por volta de 600 amostras em uma única posição antes de mudar para a próxima. Estes degraus de aceleração da gravidade são mostradas na Fig. 4.17.

**Figura 4.17:** Degraus de aceleração da gravidade calibrada durante o ensaio de calibração LMS EC: (a)  $x_e$ ; (b)  $y_e$ ; (c)  $y_e$ .

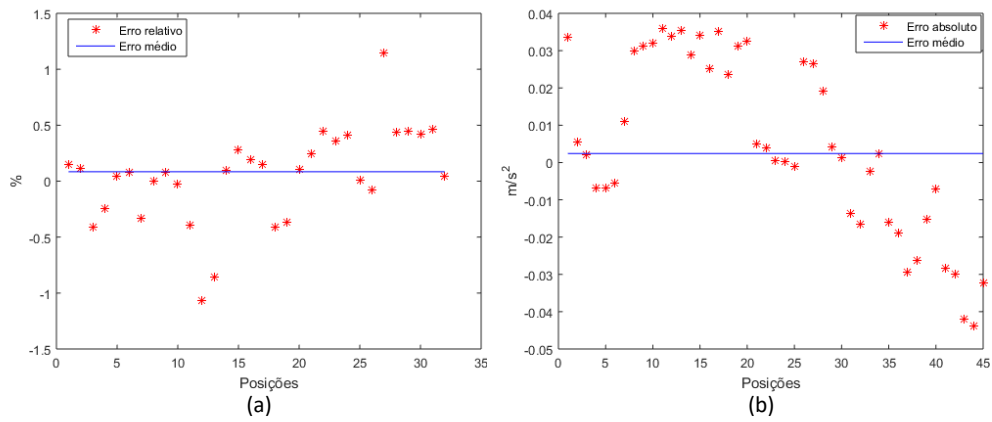


Fonte: O autor (2017).

De acordo com a Fig. 4.16 os valores de aceleração da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  estão sobre a superfície de uma esfera de raio unitário, provando que os dados dos acelerômetros estão calibrados. Além disso, pode-se comparar os resultados dos gráficos da Fig. 4.17 com as acelerações da gravidade aplicadas pela mesa de rotações e que foram decompostas nos eixos do sistema de coordenadas da e-MEMS (tais valores são calculados na Tab. 4.6). Também era possível plotar um gráfico com as acelerações calibradas e as acelerações reais, porém como a diferença entre esses valores são imperceptíveis, essa análise não é relevante.

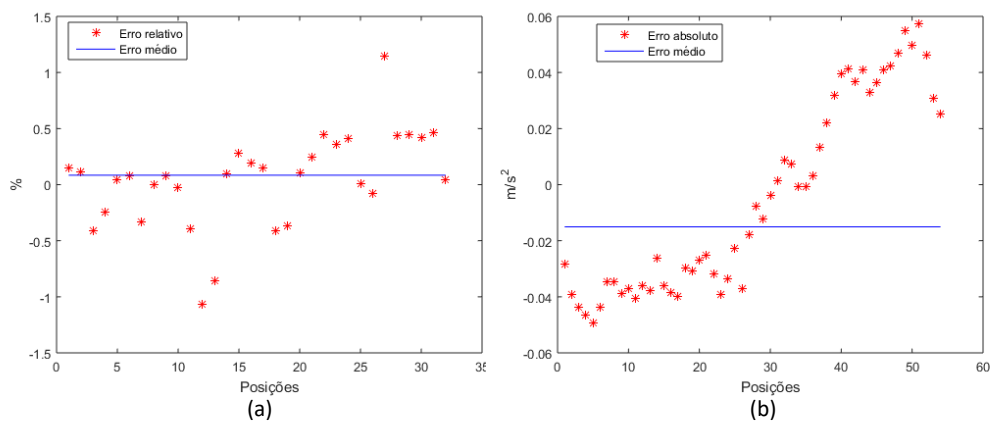
Contudo, pode ser realizada uma análise dos erros entre os valores calibrados e reais. Dois tipos de erros serão analisados: os erros relativos, que serão utilizados quando o módulo dos valores reais são maiores que 0 e os erros absolutos, que serão utilizados quando os valores reais são 0. As Figs. 4.18, 4.19 e 4.20 mostram os erros relativos e absolutos para as acelerações da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

**Figura 4.18:** Erros entre as acelerações da gravidade calibradas e as acelerações da gravidade reais no eixo  $x_e$  para as 78 posições do ensaio de calibração. (a) Erro relativo; (b) Erro absoluto.



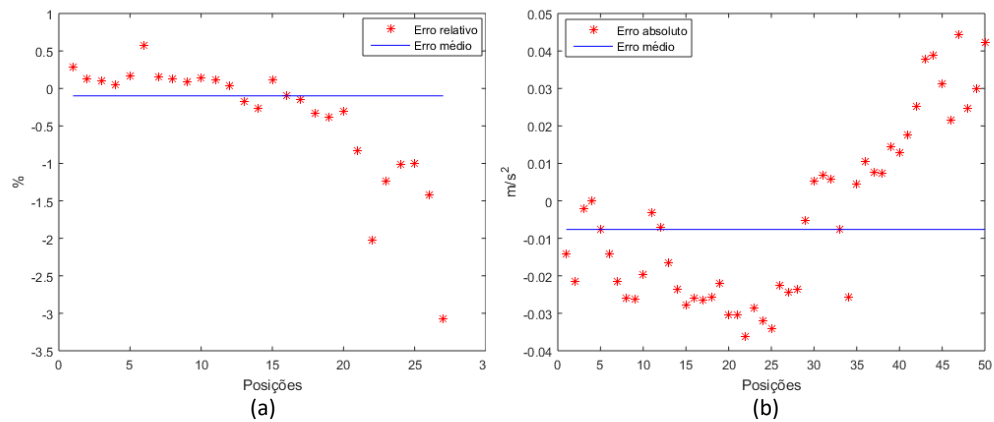
Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.19:** Erros entre as acelerações da gravidade calibradas e as acelerações da gravidade reais no eixo  $y_e$  para as 78 posições do ensaio de calibração. (a) Erro relativo; (b) Erro absoluto.



Fonte: O autor (2017).

**Figura 4.20:** Erros entre as acelerações da gravidade calibradas e as acelerações da gravidade reais no eixo  $z_e$  para as 78 posições do ensaio de calibração. (a) Erro relativo; (b) Erro absoluto.



Fonte: O autor (2017).

Onde: erro médio é o valor médio dos erros de cada posição; erro absoluto é a diferença entre o valor calibrado e o valor real; erro relativo é o erro absoluto dividido pelo valor calibrado. O erro absoluto é aplicado em situações onde o valor real é 0. Enquanto o erro relativo é aplicado em situações onde o valor real é diferente de 0.

Os erros médios relativos referentes aos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  foram 0,0845%,  $-0,5067\%$  e  $-0,0991\%$ , respectivamente. Enquanto os erros médios absolutos referentes aos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  foram 0,0024%,  $-0,0150\%$  e  $-0,0076\%$ , respectivamente. Em posse desses valores, pode-se afirmar que o método LMS EC para os acelerômetros foi validado para aplicações próximas de 1g.

## 4.3 Mínima variância sem entradas controladas (MV SEC)

Este método foi desenvolvido por Santana (2009), aqui denominado de método MV SEC, possui duas características principais:

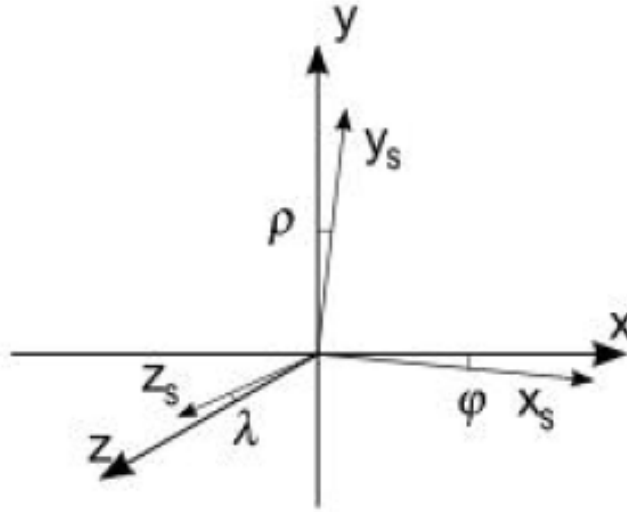
- Estimador da mínima variância linear sem ponto de partida, desenvolvido por Lötters et al. (1998).
- Modelo dos sensores, caracterizado por Foster e Elkaim (2008).

Existem nove parâmetros a ser estimado pelo método:

1. *Offset* em relação ao eixo x.
2. *Offset* em relação ao eixo y.
3. *Offset* em relação ao eixo z.
4. Fator de escala em relação ao eixo x.
5. Fator de escala em relação ao eixo y.
6. Fator de escala em relação ao eixo z.
7. Erro de alinhamento  $\rho$ .
8. Erro de alinhamento  $\varphi$ .
9. Erro de alinhamento  $\lambda$ .

A Fig. 4.21 ilustra os erros de desalinhamento que podem existir entre os eixos do sistema de coordenadas dos sensores.

**Figura 4.21:** Representação dos erros de desalinhamento que podem existir em uma tríade de sensores.



Fonte: Santana (2009).

A seguir será mostrada a equação que define campo magnético em um sistema bidirecional:

$$\begin{aligned}
 B_H^2 &= \frac{(B_x^p)^2 - 2B_x^p x_o + x_o^2}{a^2} + \left( \frac{(B_y^p)^2 - y_o^2}{b \cos \rho} \right)^2 \\
 &- 2 \left( \frac{B_y^p - y_o}{b \cos \rho} \right) \cdot \left( \frac{B_x^p - x_o}{a} \right) \left( \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \right) \\
 &+ \left[ \left( \frac{B_x^p - x_o}{a} \right) \left( \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \right) \right]^2
 \end{aligned} \quad (4.43)$$

A seguir será mostrada a equação que modela os nove erros presentes nas medidas de uma tríade de sensores (FOSTER; ELKAIM, 2008):

$$h(\mathbf{v}, \mathbf{p}) = \left( \begin{array}{c} \frac{(v_x - x_o)^2}{a^2} + \frac{(-b \sin(\rho)(v_x - v_o) + a(v_y - y_o))^2}{a^2 b^2 \cos^2(\rho)} \\ \left( bc (\sin(\rho) \sin(\lambda) - \cos(\rho) \sin(\varphi) \cos(\lambda)) (v_x - x_o) \right)^2 \\ - ac \sin(\lambda) (v_y - y_o) + ab \cos(\rho) (v_z - z_o) \\ + \frac{\phantom{bc (\sin(\rho) \sin(\lambda) - \cos(\rho) \sin(\varphi) \cos(\lambda)) (v_x - x_o)}^2}{a^2 b^2 c^2 \cos^2(\rho) \cos^2(\varphi) \cos^2(\lambda)} \end{array} \right)^{1/2} \quad (4.44)$$

Onde,  $\mathbf{v}^T = (v_x \ v_y \ v_z)$  e  $\mathbf{p}^T = (s_x \ s_y \ s_z \ o_x \ o_y \ o_z)$ .

Na calibração proposta por Lötters et al. (1998), é utilizado o estimador de mínima variância linear sem ponto inicial, que é definido segundo as Eqs. 4.45 e 4.46.

$$\hat{\mathbf{q}} = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_\mu^{-1} \cdot \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_\mu^{-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.45)$$

$$\mathbf{C}_e = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_\mu^{-1} \cdot \mathbf{B})^{-1} \quad (4.46)$$

Onde  $\hat{\mathbf{q}}$  é um vetor da diferença entre o valor real e o valor estimado, como mostra a Eq. 4.47:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}. \quad (4.47)$$

A matriz  $\mathbf{B}$  é constituída pela derivada parcial de  $h(\mathbf{v}, \mathbf{p})$  em relação a cada parâmetro na ordem apresentada de  $\mathbf{p}$ .  $\varepsilon$  é um termo que mostra a diferença entre o valor medido e o valor estimado; o método é recursivo e usa esta diferença para convergir ao valor correto.

$$\hat{\varepsilon} = 1 - h \quad (4.48)$$

Após obter as equações necessárias parte-se para a aplicação no estimador de mínima variância linear.

## 5 Metodologia

O objetivo desta seção é mostrar os procedimentos metodológicos utilizados para calibração dos sensores e do dispositivo de referência e para a determinação e estimação da atitude. Ou seja, será esclarecido os métodos utilizados, em que plataforma esses métodos foram implementados, como foram realizados os ensaios, a ferramenta utilizada para o processamento dos dados, o dispositivo de referência e etc. A seção será dividida em três partes: metodologia de calibração dos sensores, metodologia de determinação e estimação da atitude e metodologia para realização dos ensaios.

### 5.1 Metodologia de calibração dos sensores

O objetivo principal foi aplicar os métodos LMS EC, MV SEC e MT às medidas dos sensores MEMS a fim de obter informações de campo magnético, aceleração da gravidade e velocidade angular, todos referenciados aos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  fixados na base da e-MEMS.

O método LMS EC, descrito na seção 4.2, é utilizado para calibrar as medidas dos acelerômetros e dos girômetros, resultando respectivamente em aceleração da gravidade e velocidade angular já no sistema de coordenadas da experiência.

O método MV SEC, descrito em Santana (2009), é utilizado para calibrar os acelerômetros e os magnetômetros. Diferentemente do LMS EC, o MV SEC calibra os sensores com relação aos sistemas de coordenadas das placas 1, 2, 3 e 4. Para transformar esses dados para o sistema de coordenadas da experiência utiliza-se o método das MT, descrita na seção 3.2.

E, também, pode-se aplicar às medidas dos acelerômetros, girômetros e magnetômetros somente as MT. Este processo resulta em dados descalibrados no sistema de coordenadas da experiência, como descreve a seção 3.2.

Ou seja, dados de aceleração da gravidade podem ser obtidos através dos métodos LMS EC, MV SEC e MT. Já para a obtenção do campo magnético,

podem ser utilizados os métodos MV SEM e MT. E, por fim, a velocidade angular é determinada pelos métodos LMS EC e MT. Todos esses métodos citados foram implementados no MATLAB.

A funcionalidade dos métodos é comprovada comparando os resultados gerados por eles com alguma medida de referência extremamente confiável. As medidas de referência foram obtidas por um instrumento fabricado pela *Advanced Navigation*, uma empresa australiana especialista na fabricação e no desenvolvimento de tecnologias de navegação e robótica, denominado SPATIAL. Este equipamento fornece, principalmente, informações de aceleração da gravidade, campo magnético, velocidade angular e orientação. O SPATIAL assim como as direções dos seus eixos de medidas estão ilustrados na Fig. 5.1. Os eixos de medidas do Spatial são denominados  $x_s$ ,  $y_s$  e  $z_s$ .

**Figura 5.1:** Spatial e as direções do seus eixos de medidas.



Fonte: O autor (2017).

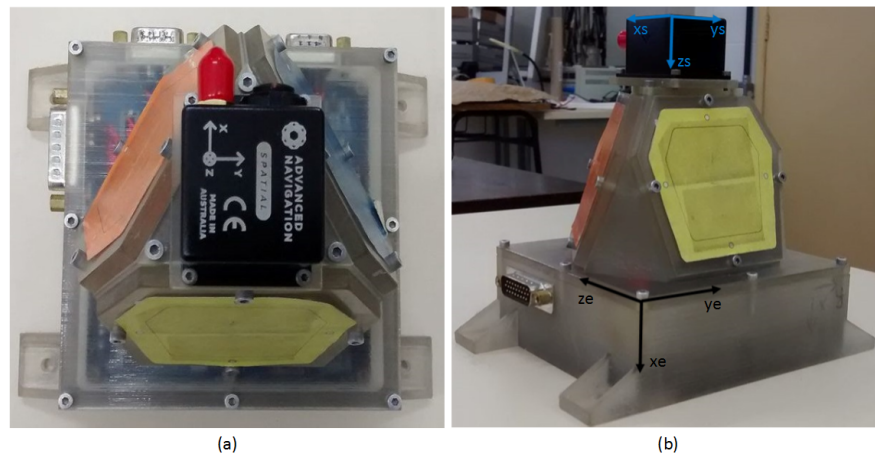
Porém, para que o Spatial seja utilizado como referência, é essencial que as medidas de seus sensores sejam mais precisas do que as medidas dos sensores da e-MEMS. Para isto, a Tab. 5.1 ilustra a comparação entre as especificações do Spatial e da e-MEMS.

**Tabela 5.1:** Comparação entre as especificações do Spatial e da e-MEMS.

Especificações	Spatial			e-MEMS		
	Acel	Mag	Giro	Acel	Mag	Giro
<i>Bias</i> Instabilidade	20 $\mu\text{g}$	-	3 $^{\circ}/\text{hr}$	-	-	25,2 $^{\circ}/\text{hr}$
<i>Bias</i> Inicial	< 5 mg	-	< 0,2 $^{\circ}/\text{s}$	70 mg	-	0,9 $^{\circ}/\text{s}$
<i>Noise Density</i>	100 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$	210 $\mu\text{G}/\sqrt{\text{Hz}}$	0.004 $^{\circ}/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$	650 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$	-	0.044 $^{\circ}/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$
<i>Bandwidth</i>	400 Hz	110 Hz	400 Hz	25 Hz	80 Hz	330 Hz

Durante os ensaios o Spatial foi fixado no suporte da estrutura tetraédrica da e-MEMS, como mostra a Fig. 5.2.

**Figura 5.2:** Spatial posicionado no suporte da estrutura tetraédrica da e-MEMS.



Fonte: O autor (2017).

Com isso, as relações entre os eixos são:

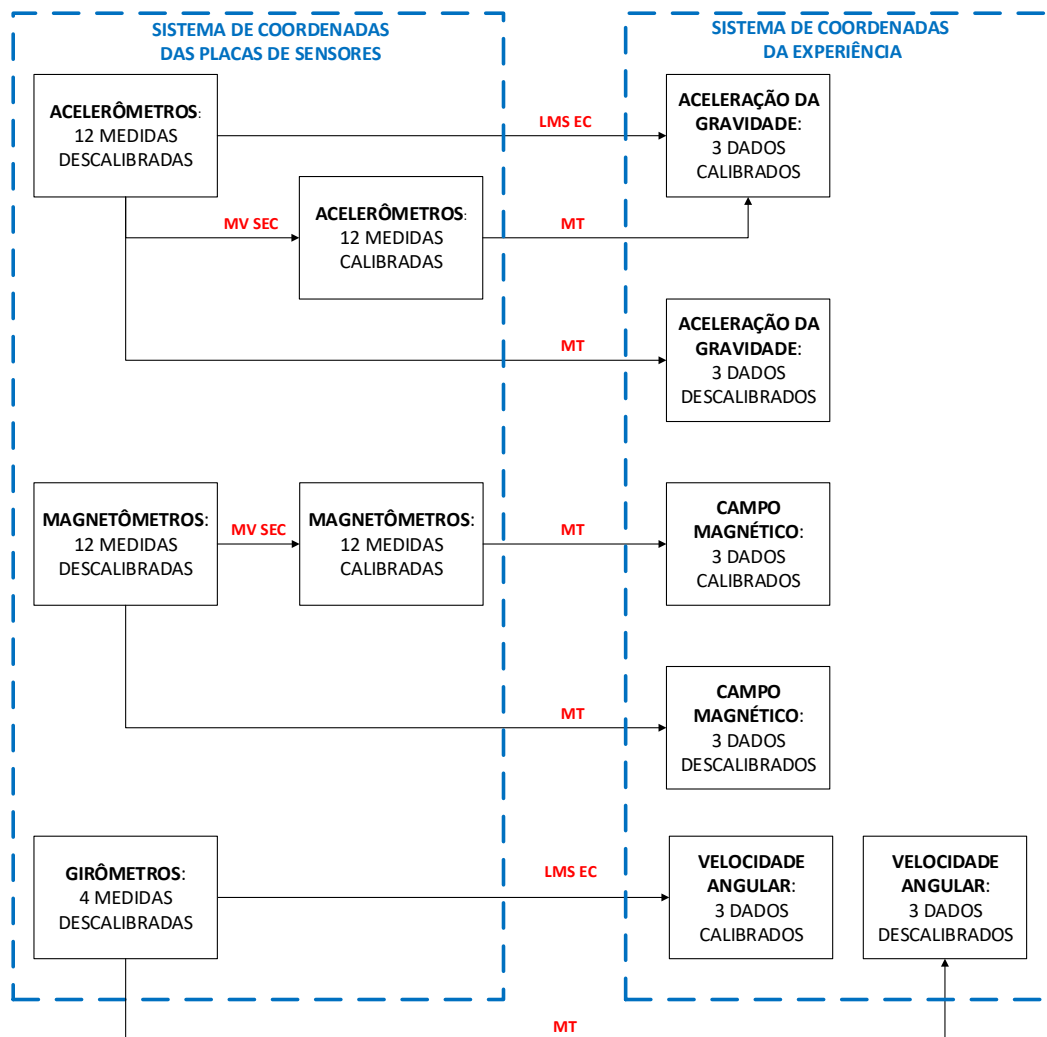
$$x_e = z_s \quad y_e = y_s \quad z_e = x_s \quad (5.1)$$

Desta forma, para comparar os dados da e-MEMS com os dados do SPATIAL, basta transformar as medidas dos eixos do SPATIAL para os eixos do sistema de coordenadas da experiência, aplicando a Eq. 5.1.

Porém, apesar do Spatial ser um equipamento confiável, notou-se que seu magnetômetro estava completamente descalibrado. Assim, o magnetômetro do Spatial foi calibrado com o método MV SEC.

O esquemático da Fig. 5.3 resume todo o processo de calibração.

**Figura 5.3:** Ilustração do processo de calibração dos sensores MARG.



Fonte: O autor (2017).

## 5.2 Metodologia de determinação e estimação da atitude

O objetivo consiste em aplicar os algoritmos TRIAD e filtro de Kalman para determinar e estimar a atitude da e-MEMS durante os ensaios de rotações.

O algoritmo TRIAD está descrito na seção 2.2.1 e foi implementado e testado no MATLAB no trabalho do Granziera (2006). Já o filtro de Kalman, por ser extremamente complexo e por não ter como foco o aprofundamento neste tema, foi descrito de forma breve neste trabalho, porém seus conceitos, seu algoritmo e sua implementação são completamente descritos em Granziera (2006).

No trabalho do Batista (2013) estes mesmos algoritmos foram implementados em ambiente de SIMULINK/MATLAB e teve como propósito desenvolver uma

plataforma de determinação e estimação de atitude em tempo real.

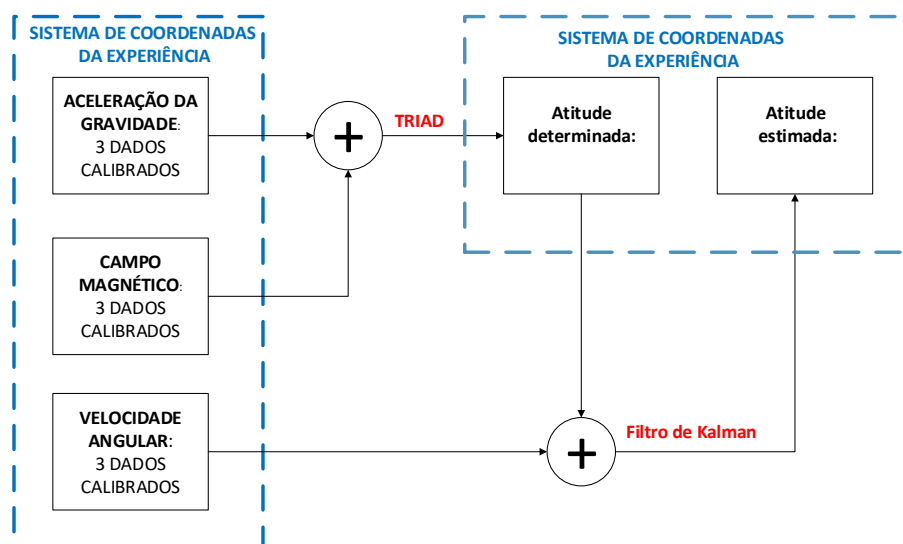
Neste trabalho, tal plataforma foi utilizada com algumas modificações a fim de prover informações de atitude. Tais modificações se referem principalmente ao fato da plataforma original ser utilizada para obter a atitude em tempo real, enquanto que neste trabalho não é necessário tal requisito.

A entrada da plataforma são os dados calibrados dos sensores da e-MEMS, cujo procedimento metodológico está descrito na seção 5.1. Enquanto a saída produz as informações de atitude no sistema de coordenadas da experiência gerados pelo TRIAD e pelo filtro de Kalman. O resultado da orientação está referenciada aos eixos do sistema de coordenadas da experiência, pois as medidas calibradas dos sensores também estão no sistema de coordenadas da experiência.

Os métodos de determinação e estimação de atitude devem ser atestados comparando os resultados obtidos por eles com uma informação de referência verdadeira. Novamente, estas informações de referência são geradas pelo Spatial. Para comparar os dados do Spatial com os dados da e-MEMS, basta aplicar aos dados do equipamento de referência as relações da Eq. 5.1.

O esquemático da Fig. 5.4 resume o processo de determinação e estimação da atitude (KUGA; CARRARA, 2013).

**Figura 5.4:** Ilustração do processo de determinação e estimação da atitude da e-MEMS.



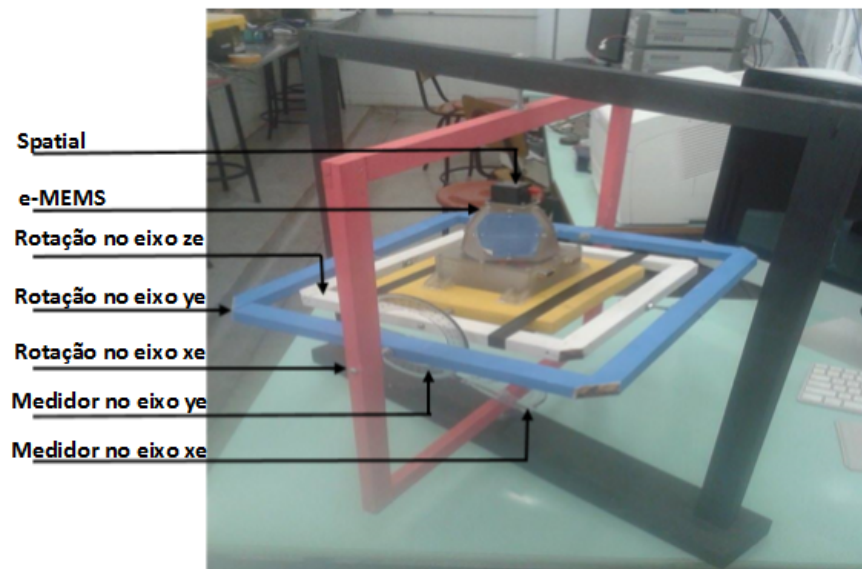
Fonte: O autor (2017).

### 5.3 Metodologia para realização dos ensaios

Os ensaios foram realizados da seguinte forma: aplicou-se diversas rotações controladas nos eixos da e-MEMS. O termo controlado refere-se à consciência das rotações, ou seja, os ângulos de rotações eram precisamente conhecidos. Para isso, utilizou-se uma plataforma de rotação tridimensional apropriados de três transferidores, possibilitando a realização da rotação da forma mais exata possível.

A plataforma de rotação tridimensional utilizada para realizar os ensaios de determinação de atitude do conjunto e-MEMS - SPATIAL está ilustrada na Fig. 5.5.

**Figura 5.5:** Conjunto e-MEMS - SPATIAL posicionado sobre a plataforma de rotação tridimensional.



Fonte: O autor (2017).

Utilizando o sistema plataforma - e-MEMS - Spatial, foram realizados vários ensaios de rotações, onde foi possível avaliar os métodos de calibração dos sensores e, é claro, as informações de atitude da e-MEMS no sistema de coordenadas da experiência.

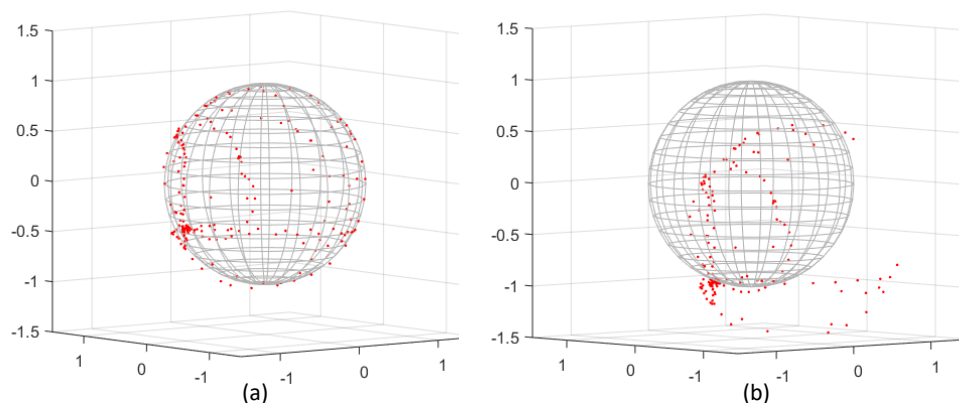
## 6 Resultados

Esta seção mostra os resultados de calibração do magnetômetro do Spatial e os resultados de calibração e atitude obtidos de dois ensaios realizados com o sistema PLATAFORMA - SPATIAL - MEMS.

### 6.1 Calibração do magnetômetro do Spatial

Para calibrar o magnetômetro do Spatial com o método da MV SEC coletou-se um número razoável de pontos na forma de uma esfera de raio constante. A Fig. 6.1 ilustra tais pontos calibrados e descalibrados.

**Figura 6.1:** Conjunto de pontos coletados do magnetômetro do Spatial: (a) Calibrado; (b) Descalibrado.



Fonte: O autor (2017).

Observa-se na Fig. 6.1-(a) que os dados formam uma esfera de raio unitário, enquanto que os dados da Fig. 6.1-(b) formam uma esfera distorcida. Assim, pode-se afirmar que o processo de calibração foi realizado com sucesso e os parâmetros gerados estão ilustrados na Tab. 6.1.

**Tabela 6.1:** Parâmetros de calibração obtidos para os dados simulados considerando o uso dos 230 conjuntos.

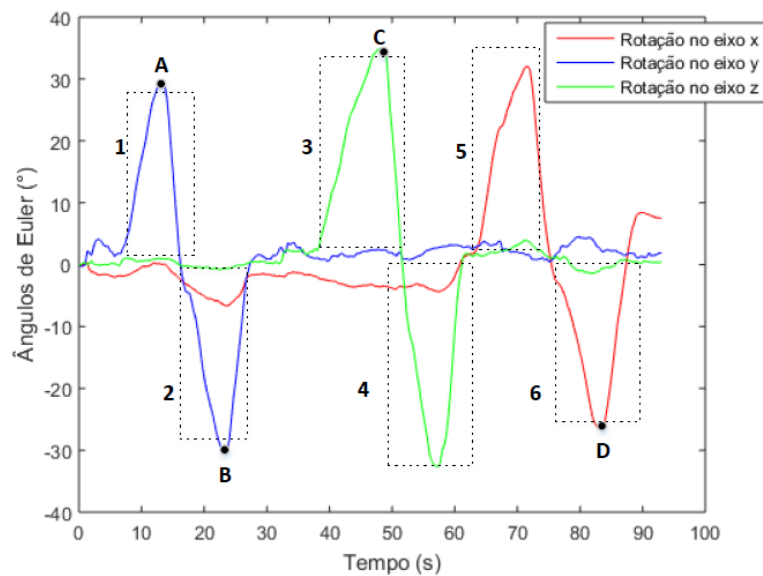
Parâmetros	Fator de escala			Bias			Desalinhamento		
	a $\pm\sigma$	b $\pm\sigma$	c $\pm\sigma$	$x_0$ $\pm\sigma$	$y_0$ $\pm\sigma$	$z_0$ $\pm\sigma$	$\rho(^{\circ})$ $\pm\sigma$	$\phi(^{\circ})$ $\pm\sigma$	$\lambda(^{\circ})$ $\pm\sigma$
Valores	1,0855 $\pm 0,0005$	1,0340 $\pm 0,0005$	1,0529 $\pm 0,0003$	199,9729 $\pm 0,1810$	80,5599 $\pm 0,1541$	-110,4864 $\pm 0,1202$	0,0514 $\pm 0,0435$	0,0488 $\pm 0,0351$	-0,0033 $\pm 0,0360$

Fonte: O autor (2017).

## 6.2 Calibração e atitude do ensaio 1

A Fig. 6.2 ilustra as rotações realizadas durante o ensaio 1.

**Figura 6.2:** Rotações realizadas pelo sistema PLATAFORMA-SPATIAL-MEMS durante as rotações do ensaio 1.



Fonte: O autor (2017).

Conforme a Fig. 6.2, as rotações podem ser divididas em seis partes.

1. Rotação do eixo  $y_e$  no sentido anti-horário de  $0^{\circ}$  até  $30^{\circ}$  e no sentido horário de  $30^{\circ}$  até  $0^{\circ}$ .
2. Rotação do eixo  $y_e$  no sentido horário de  $0^{\circ}$  até  $30^{\circ}$  e no sentido anti-horário de  $30^{\circ}$  até  $0^{\circ}$ .
3. Rotação do eixo  $z_e$  no sentido horário de  $0^{\circ}$  até  $35^{\circ}$  e no sentido anti-horário de  $35^{\circ}$  até  $0^{\circ}$ .
4. Rotação do eixo  $z_e$  no sentido anti-horário de  $0^{\circ}$  até  $30^{\circ}$  e no sentido horário de  $30^{\circ}$  até  $0^{\circ}$ .
5. Rotação do eixo  $x_e$  no sentido anti-horário de  $0^{\circ}$  até  $30^{\circ}$  e no sentido horário de  $30^{\circ}$  até  $0^{\circ}$ .

6. Rotação do eixo  $x_e$  no sentido horário de  $0^\circ$  até  $30^\circ$  e no sentido anti-horário de  $30^\circ$  até  $0^\circ$ .

### 6.2.1 Calibração referente ao ensaio 1

Nesta seção, vamos comparar as informações de aceleração da gravidade, campo magnético e velocidade angular da e-MEMS com as respectivas informações obtidas pelo Spatial, de modo a comprovar a funcionalidade dos métodos de calibração e do método MT aplicadas aos dados da e-MEMS.

#### Calibração dos Acelerômetros durante o ensaio 1

O comportamento da aceleração da gravidade nos eixos do sistema de coordenadas da experiência pode ser determinado com base nas rotações realizadas durante o ensaio 1 (Fig. 6.2) e com base nas direções e sentidos dos eixos do sistema de coordenadas da experiência, mostrados na Fig. 3.8. Desta forma, a Tab. 6.2 ilustra os valores teóricos de aceleração da gravidade para os pontos A, B, C e D do gráfico da Fig. 6.2.

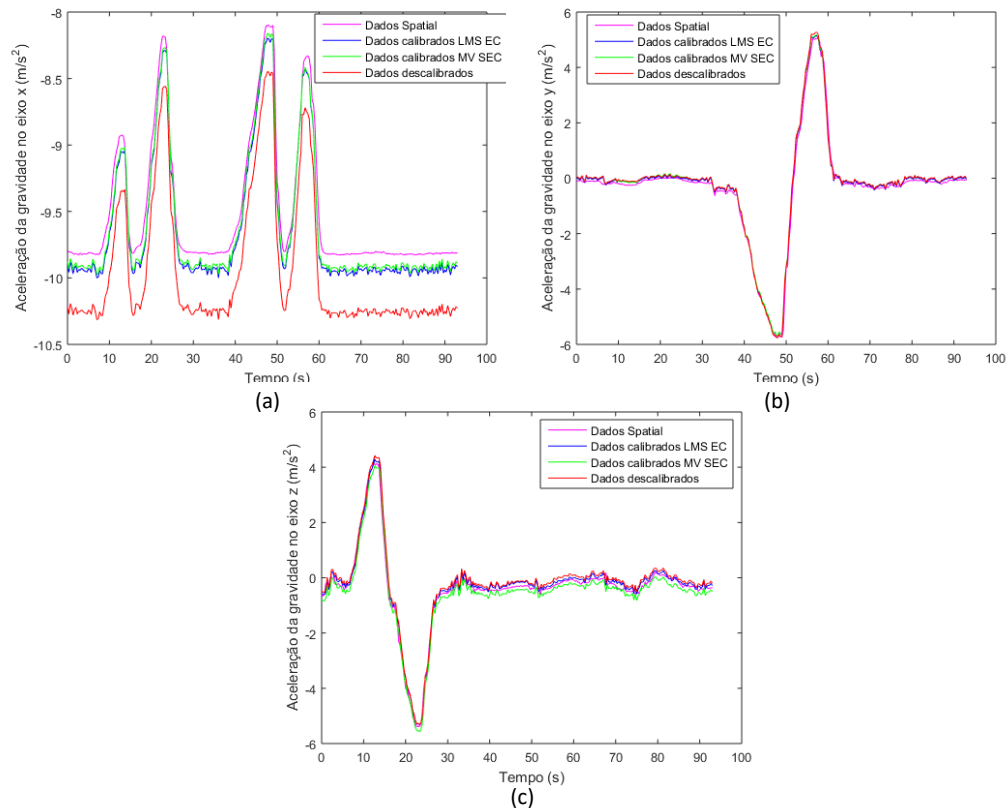
**Tabela 6.2:** Alguns valores teóricos de aceleração da gravidade durante o ensaio 1.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
$x_e$	$-\cos(30^\circ).9,8 = -8,48 \text{ m/s}^2$	$-\cos(30^\circ).9,8 = -8,48 \text{ m/s}^2$	$-\cos(35^\circ).9,8 = -8,02 \text{ m/s}^2$	$x_e = -9,8 \text{ m/s}^2$
$y_e$	0	0	$-\sin(35^\circ).9,8 = -5,62 \text{ m/s}^2$	0
$z_e$	$\sin(30^\circ).9,8 = 4,9 \text{ m/s}^2$	$-\sin(30^\circ).9,8 = -4,9 \text{ m/s}^2$	0	0

Fonte: O autor (2017).

A Fig. 6.3 ilustra a aceleração da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  durante o ensaio 1. Os valores de aceleração da gravidade são determinados a partir de quatro métodos: Spatial, dados calibrados pelos métodos LMS EC e MV SEC e dados descalibrados.

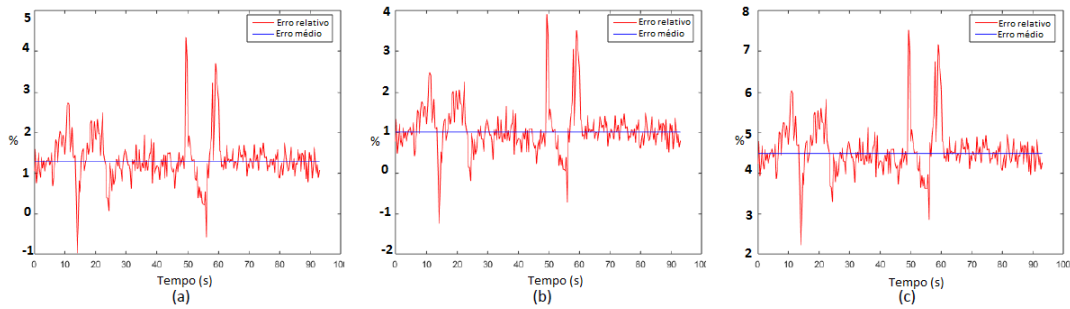
**Figura 6.3:** Aceleração da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  durante o ensaio 1:  
 (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z.



Fonte: O autor (2017).

Pode-se afirmar que os valores de aceleração da gravidade previstos nos instantes de tempo da Tab. 6.2 estão condizentes com os valores dos gráficos da Fig. 6.3. Ainda de acordo com a Fig. 6.3, observa-se que os resultados calibrados, descalibrados e os dados de referência são muito parecidos. Uma análise do quão esses dados são similares é feita nos gráficos da Fig. 6.4.

**Figura 6.4:** Erro entre as medidas de aceleração da gravidade da e-MEMS com as do Spatial no eixo  $x_e$  durante o ensaio 1: (a) Spatial-LMS EC; (b) Spatial-MV SEC; (c) Spatial-descalibrado.



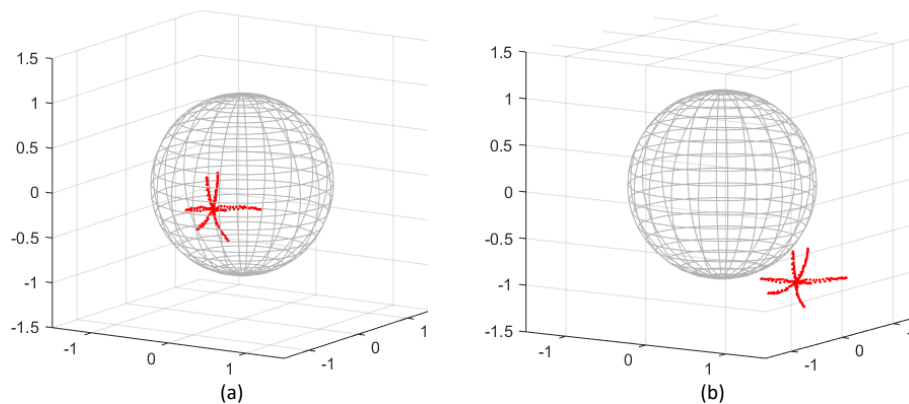
Fonte: O autor (2017).

Os erros médios dos métodos de calibração LMS EC e MV SEC e do método das MT foram de 1,3013%, 1,0262% e 4.4894%, respectivamente. Portanto, pode-se afirmar que todos os métodos podem ser aplicados para obter a aceleração da gravidade nos eixos do sistema de coordenadas da experiência, principalmente os métodos LMS EC e MV SEC, que apresentaram o maior nível de exatidão.

### Calibração dos Magnetômetros durante o ensaio 1

Com posse dos parâmetros de calibração estimados na seção 6.1, aplica-se o método da MV SEC para calibrar os dados do magnetômetro do Spatial. A Fig. 6.5 mostra o campo magnético do Spatial com e sem calibração.

**Figura 6.5:** Conjunto de pontos coletados do magnetômetro do Spatial durante o ensaio 1: (a) Calibrado; (b) Descalibrado.

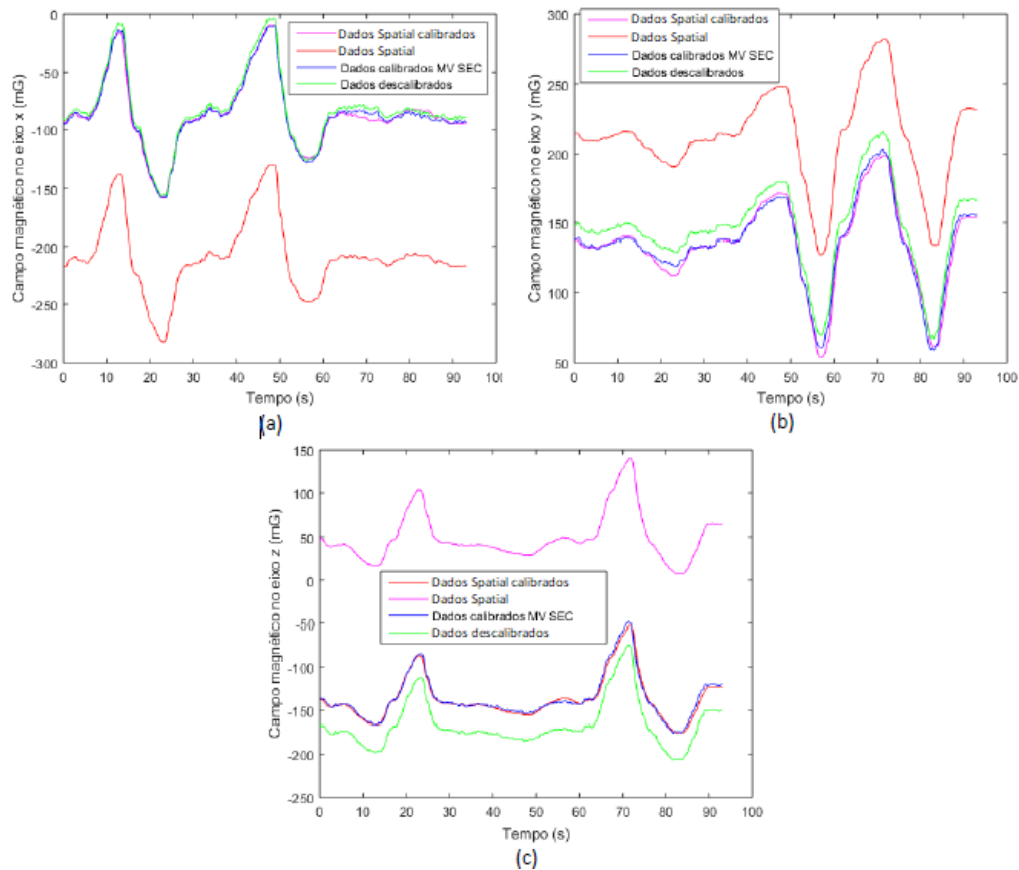


Fonte: O autor (2017).

Observa-se na Fig. 6.5-(b) que os dados descalibrados estão fora da esfera de raio 1, enquanto que os dados calibrados da Fig. 6.5-(a) estão contidos na superfície da esfera, o que comprova que a calibração foi realizada com sucesso.

Agora o campo magnético obtido dos magnetômetros da e-MEMS poderão ser comparados com uma referência de qualidade (campo magnético calibrado do Spatial), conforme ilustra os gráficos da Fig. 6.6.

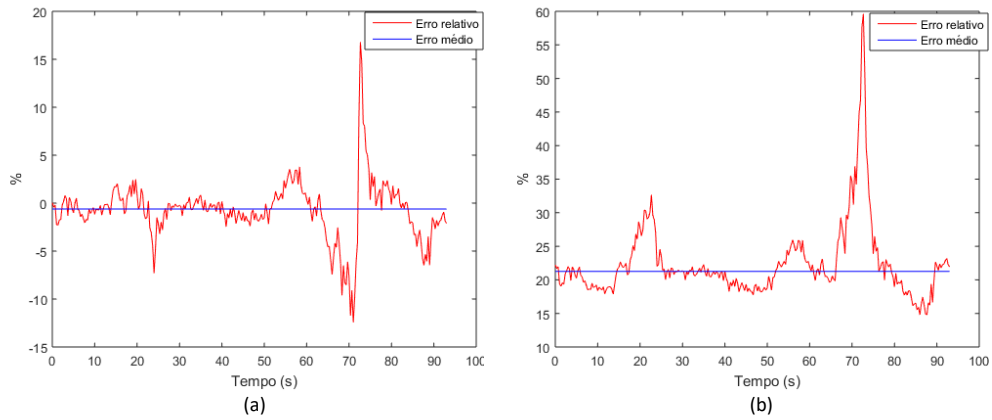
**Figura 6.6:** Campo magnético no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z.



Fonte: O autor (2017).

Analisando a Fig. 6.6, pode-se afirmar que o método da MV SEC funcionou corretamente, pois, aparentemente, a diferença entre o campo magnético obtido por meio desses métodos foi pequena em relação ao campo magnético calibrado do Spatial. A Fig. 6.7 apresenta de forma quantitativa os erros presentes nas medidas do eixo  $z_e$  durante o ensaio 1.

**Figura 6.7:** Erro entre as medidas de campo magnético da e-MEMS com o campo magnético calibrado do Spatial no eixo  $z_e$  durante o ensaio 1: (a) Spatial-MV SEC; (b) Spatial-descalibrado.



Fonte: O autor (2017).

De acordo com a Fig. 6.7-(a) o erro médio entre o campo magnético calibrado da e-MEMS e o campo magnético calibrado do Spatial foi de  $-0,6069\%$ , o que comprova que o método de calibração da MV SEC funcionou corretamente. Porém, a Fig. 6.7-(b) mostra um erro médio de  $21,2561\%$  entre o campo magnético descalibrado da e-MEMS e o campo magnético calibrado do Spatial, mostrando que não é aconselhável determinar o campo magnético apenas utilizando o método MT.

### Calibração dos Girômetros durante o ensaio 1

A Tab. 6.3 ilustra algumas características básicas da velocidade angular em torno dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  durante o ensaio 1.

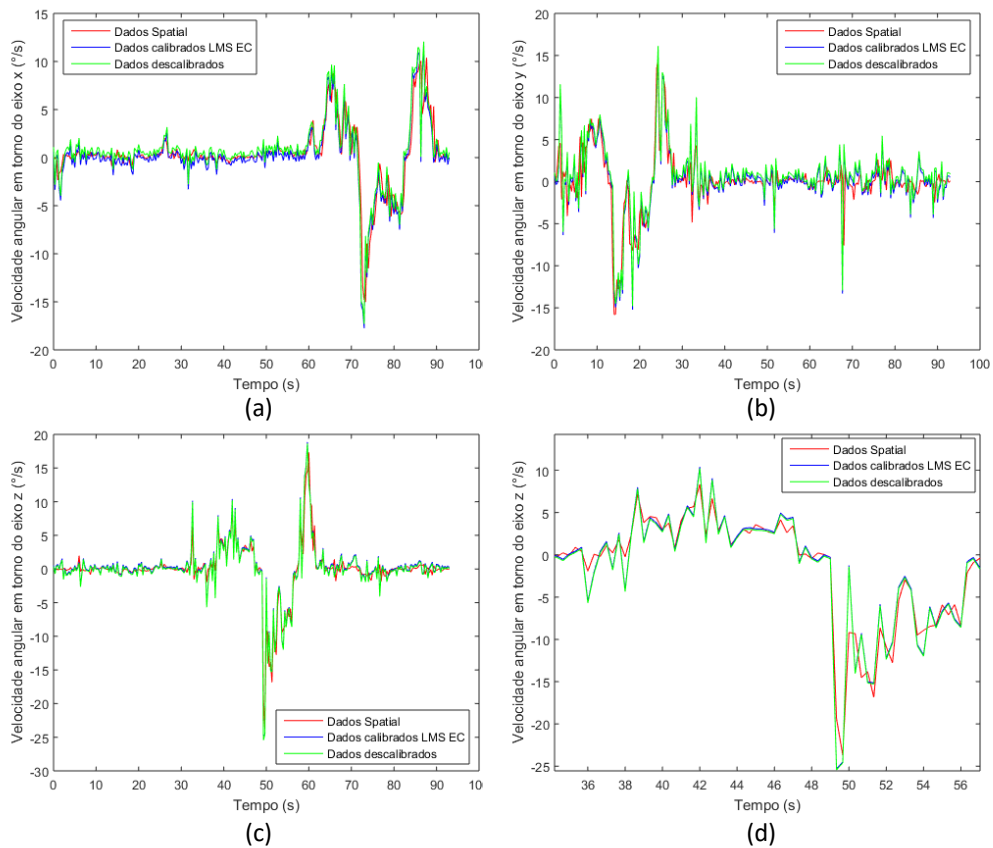
**Tabela 6.3:** Características da velocidade angular no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1.

Sinal da velocidade angular em torno dos eixos da experiência				
Eixo de rotação	Sentido	$x_e$	$y_e$	$z_e$
$x_e$	Horário	-	0	0
	Anti-horário	+	0	0
$y_e$	Horário	0	-	0
	Anti-horário	0	+	0
$z_e$	Horário	0	0	+
	Anti-horário	0	0	-

Fonte: O autor (2017).

As velocidades angulares em torno dos eixos do sistema de coordenadas da experiência estão ilustradas na Fig. 6.8.

**Figura 6.8:** Velocidade angular em torno dos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z; (d) *Zoom* no eixo z.

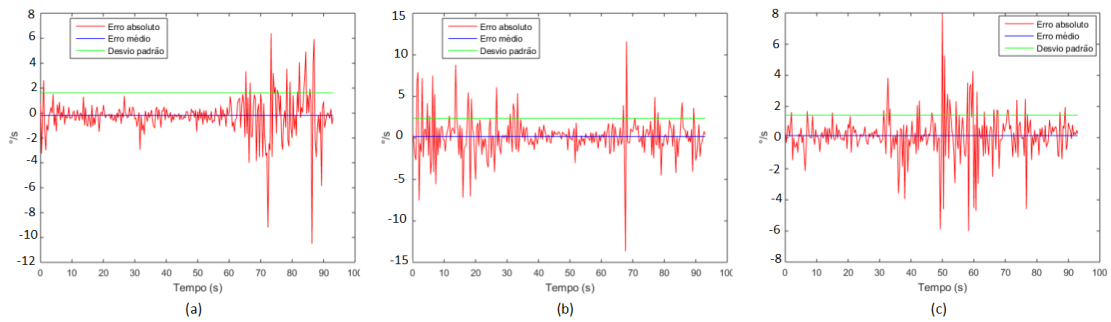


Fonte: O autor (2017).

Analisando a Fig. 6.8, pode-se dizer, de forma geral, que o comportamento previsto da velocidade angular foi comprovado. Além disso, observa-se que as medidas calibradas pelo método LMS EC e pelo método MT (medidas descalibradas) obtiveram valores similares as do Spatial.

A Fig. 6.9 ilustra os erros entre a velocidade angular de referência e a velocidade angular calibrada em torno dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

**Figura 6.9:** Erro entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular de referência durante o ensaio 1: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z.



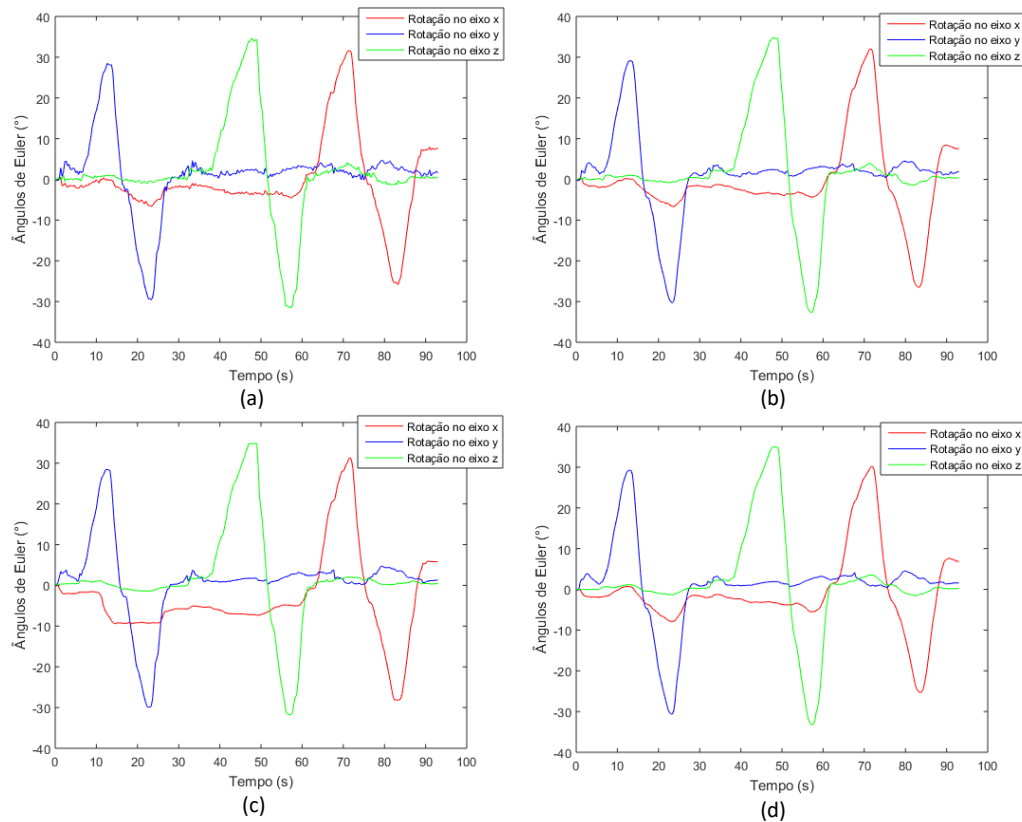
Fonte: O autor (2017).

O erro médio e o desvio padrão entre a velocidade calibrada e a velocidade de referência foram:  $-0,1864 \text{ }^\circ/\text{s}$  e  $1,6247 \text{ }^\circ/\text{s}$  para o eixo  $x_e$ ,  $0,1797 \text{ }^\circ/\text{s}$  e  $2,3719 \text{ }^\circ/\text{s}$  para o eixo  $y_e$  e  $0,1287 \text{ }^\circ/\text{s}$  e  $1,4435 \text{ }^\circ/\text{s}$  para o eixo  $z_e$ . Desta forma pode-se afirmar que os métodos LMS EC e MT funcionaram de acordo com o esperado para os girômetros.

### 6.2.2 Determinação e estimação da atitude durante o ensaio 1

A informação de atitude da e-MEMS durante o ensaio 1 foi obtido de quatro diferentes formas: TRIAD e Filtro de Kalman, aplicado às medidas dos sensores da e-MEMS e atitude obtida pelo Spatial com o magnetômetro descalibrado e com o magnetômetro calibrado. Para melhor visualização das rotações realizadas durante o ensaio, a atitude será representada pelos ângulos de Euler. A Fig. 6.10 ilustra a atitude da e-MEMS e do Spatial durante o ensaio 1.

**Figura 6.10:** Rotações realizadas nos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 1: (a) TRIAD; (b) Filtro de Kalman; (c) Spatial com o magnetômetro descalibrado; (d) Spatial com o magnetômetro calibrado.

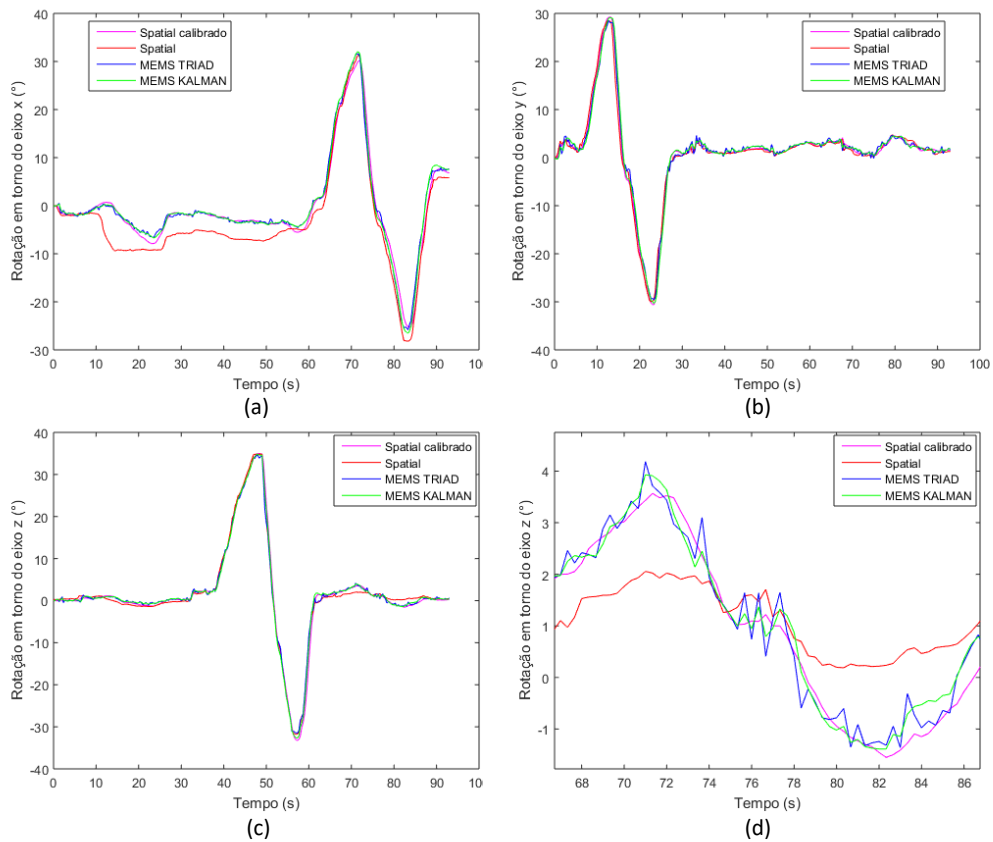


Fonte: O autor (2017).

De acordo com os gráficos da Fig. 6.10, nota-se uma grande similaridade entre os resultados obtidos pelo TRIAD e pelo filtro de Kalman com os dois resultados obtidos pelo Spatial. Porém, analisando com cuidado, observa-se que a orientação em torno do eixo  $x_e$  da Fig. 6.10-(c), referente a atitude de referência com o magnetômetro descalibrado, se destoa da orientação em torno do mesmo eixo nas Figs. 6.10-(a), 6.10-(b) e 6.10-(d).

Para realizar uma análise mais criteriosa, iremos comparar graficamente as diferenças e as semelhanças das informações de atitude obtidas pelos quatro métodos, conforme ilustra a Fig. 6.11.

**Figura 6.11:** Comparação gráfica entre os resultados dos quatro métodos de obtenção da atitude durante o ensaio 1: (a) eixo x; (b) eixo y; (c) eixo z; (d) *zoom* eixo z.



Fonte: O autor (2017).

Realmente, a proposição com base na Fig. 6.10, que a atitude do eixo  $x_e$  do Spatial descalibrado apresenta grande erro, se confirmou na Fig. 6.11-(a). A Fig. 6.11-(c) mostra que a atitude no eixo  $z_e$  apresentou um pequeno erro. Tais erros se devem ao fato do magnetômetro do Spatial estar descalibrado.

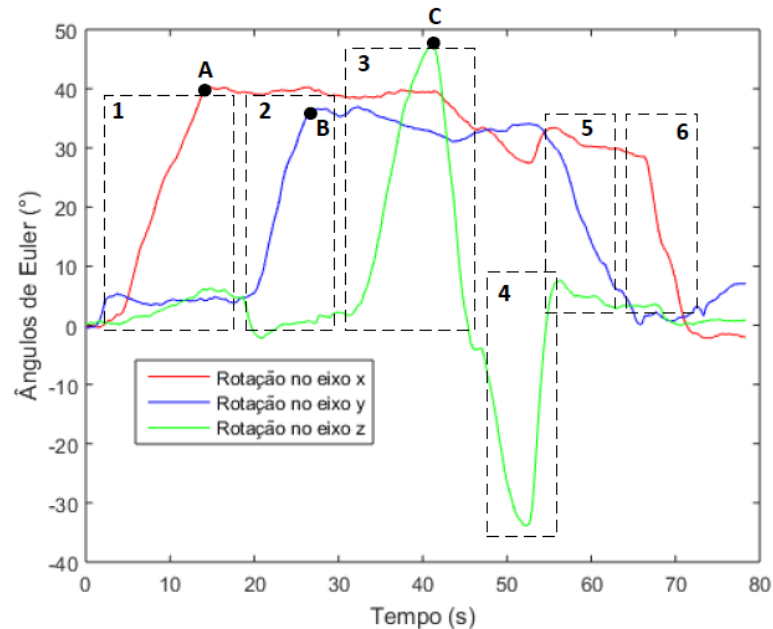
Comparando a atitude obtida pelo TRIAD e pelo filtro de Kalman com a atitude do Spatial com o magnetômetro calibrado, observa-se uma grande similaridade nas informações, o que valida tais métodos de determinação e estimação da atitude.

Em relação a comparação do TRIAD com o filtro de Kalman, os resultados ilustrados na Fig. 6.11-(d) mostram que a atitude obtida pelo filtro é mais suave e menos ruidosa do que a atitude obtida pelo TRIAD. A forma de onda do Spatial apresentou as mesmas características da forma de onda do filtro de Kalman.

## 6.3 Calibração e atitude do ensaio 2

A Fig. 6.12 ilustra as rotações realizadas durante o ensaio 2.

**Figura 6.12:** Rotações realizadas pelo sistema PLATAFORMA-SPATIAL-MEMS durante as rotações do ensaio 2.



Fonte: O autor (2017).

Conforme a Fig. 6.12, as rotações podem ser divididas em seis partes:

1. Rotação do eixo  $x_e$  no sentido anti-horário de  $0^\circ$  até  $40^\circ$ .
2. Rotação do eixo  $y_e$  no sentido anti-horário de  $0^\circ$  até  $35^\circ$ .
3. Rotação do eixo  $z_e$  no sentido horário de  $0^\circ$  até  $45^\circ$  e no sentido anti-horário de  $45^\circ$  até  $0^\circ$ .
4. Rotação do eixo  $z_e$  no sentido anti-horário de  $0^\circ$  até  $30^\circ$  e no sentido horário de  $30^\circ$  até  $0^\circ$ .
5. Rotação do eixo  $y_e$  no sentido horário de  $35^\circ$  até  $0^\circ$ .
6. Rotação do eixo  $x_e$  no sentido horário de  $40^\circ$  até  $0^\circ$ .

### 6.3.1 Calibração referente ao ensaio 2

#### Calibração dos Acelerômetros durante o ensaio 2

A Tab. 6.4 ilustra os valores teóricos de aceleração da gravidade nos pontos A, B e C do gráfico da Fig. 6.12.

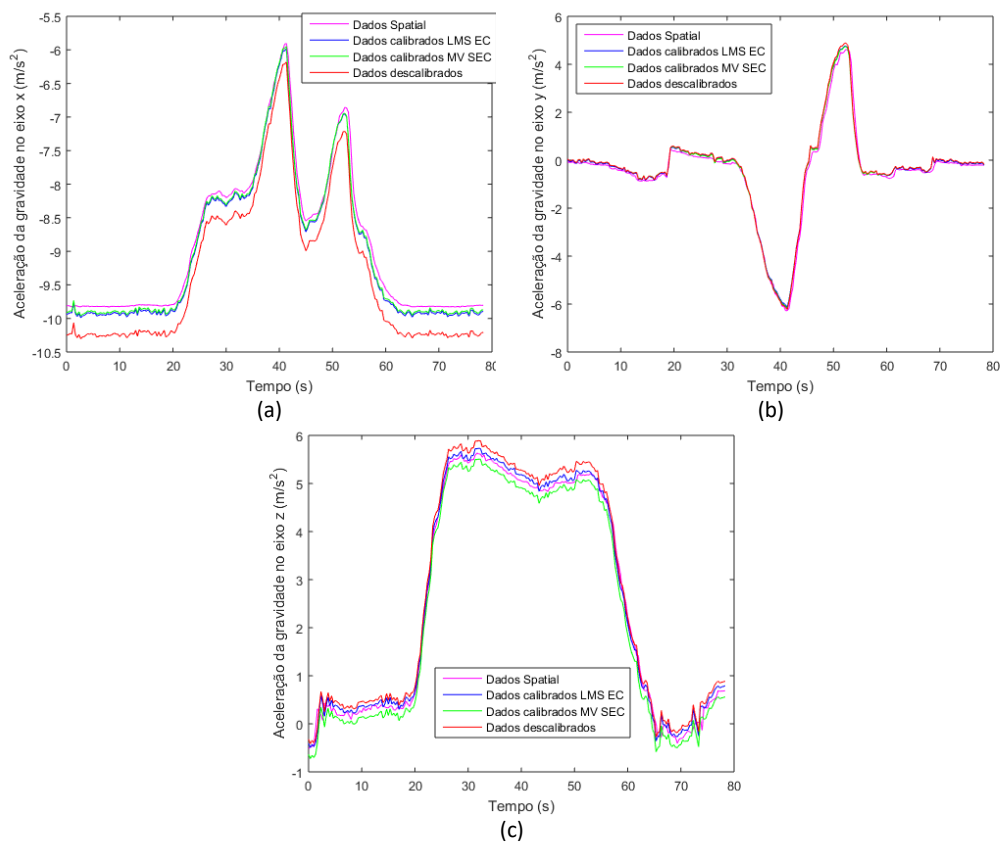
**Tabela 6.4:** Alguns valores teóricos de aceleração da gravidade durante o ensaio 1.

	A	B	C
$x_e$	$-9,8 \text{ m/s}^2$	$-\cos(35^\circ).9,8 = -8,02 \text{ m/s}^2$	$-\cos(45^\circ).8,02 = -5,67 \text{ m/s}^2$
$y_e$	0	0	$-\sin(45^\circ).9,8 = -6,92 \text{ m/s}^2$
$z_e$	0	$\sin(35^\circ).9,8 = 5,62 \text{ m/s}^2$	$5,62 \text{ m/s}^2$

Fonte: O autor (2017).

As acelerações da gravidade nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  estão ilustradas na Fig. 6.13.

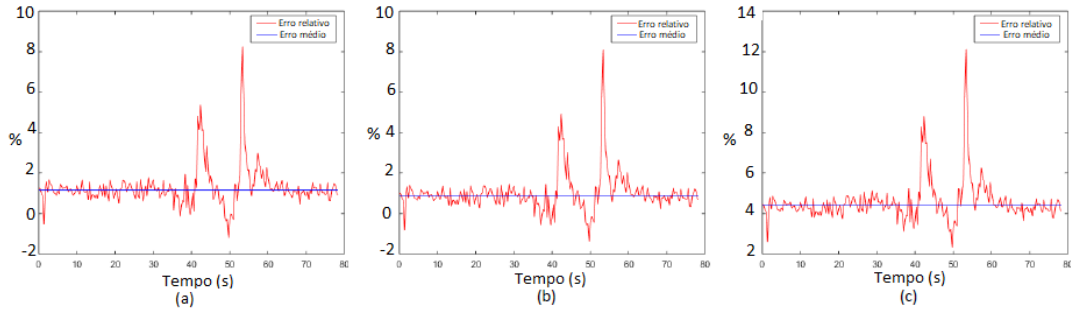
**Figura 6.13:** Aceleração da gravidade no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z.



Fonte: O autor (2017).

A aceleração da gravidade teórica nos pontos A, B e C se confirma nos gráficos da Fig. 6.13. Ainda na Fig. 6.13 percebe-se que a aceleração da gravidade obtida por meio dos quatro métodos possuem erros visualmente imperceptíveis, com exceção da Fig. 6.13-(a) onde a aceleração da gravidade calculada a partir do método MT possuem erros razoáveis com relação aos outros três métodos. Os erros obtidos entre os quatro distintos métodos são ilustrados na Fig. 6.14.

**Figura 6.14:** Erro entre as medidas de aceleração da gravidade da e-MEMS com as do Spatial no eixo  $x_e$  durante o ensaio 2: (a) Spatial-LMS EC; (b) Spatial-MV SEC; (c) Spatial-descalibrado.



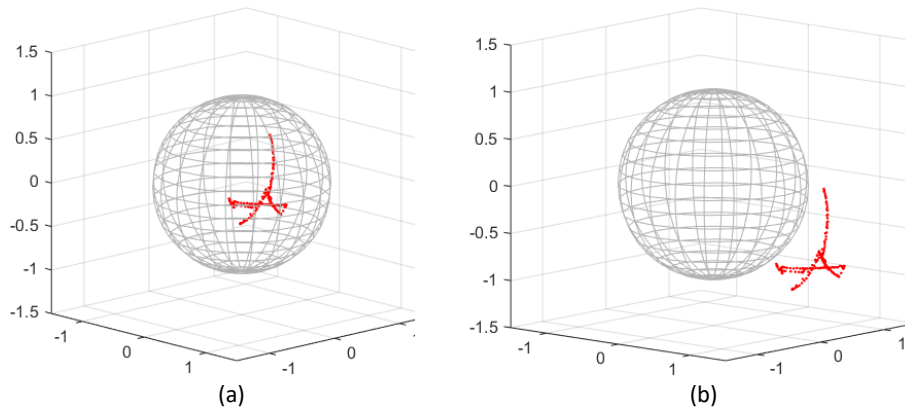
Fonte: O autor (2017).

Os erros médios encontrados entre Spatial-LMS EC, Spatial-MV SEC e Spatial-descalibrado foram 1,1630%, 0,8851% e 4,3998%. Portanto, os métodos LMS EC e MV SEC podem ser empregados com grande exatidão. E o método MT (medidas descalibradas), apesar de ter apresentado o maior erro dentre os três métodos, pode ser utilizado em aplicações que não requer grande exatidão.

### Calibração dos Magnetômetros durante o ensaio 2

A Fig. 6.15 mostra o resultado de calibração do magnetômetro do Spatial.

**Figura 6.15:** Conjunto de pontos coletados do magnetômetro do Spatial durante o ensaio 2: (a) Calibrado; (b) Descalibrado.

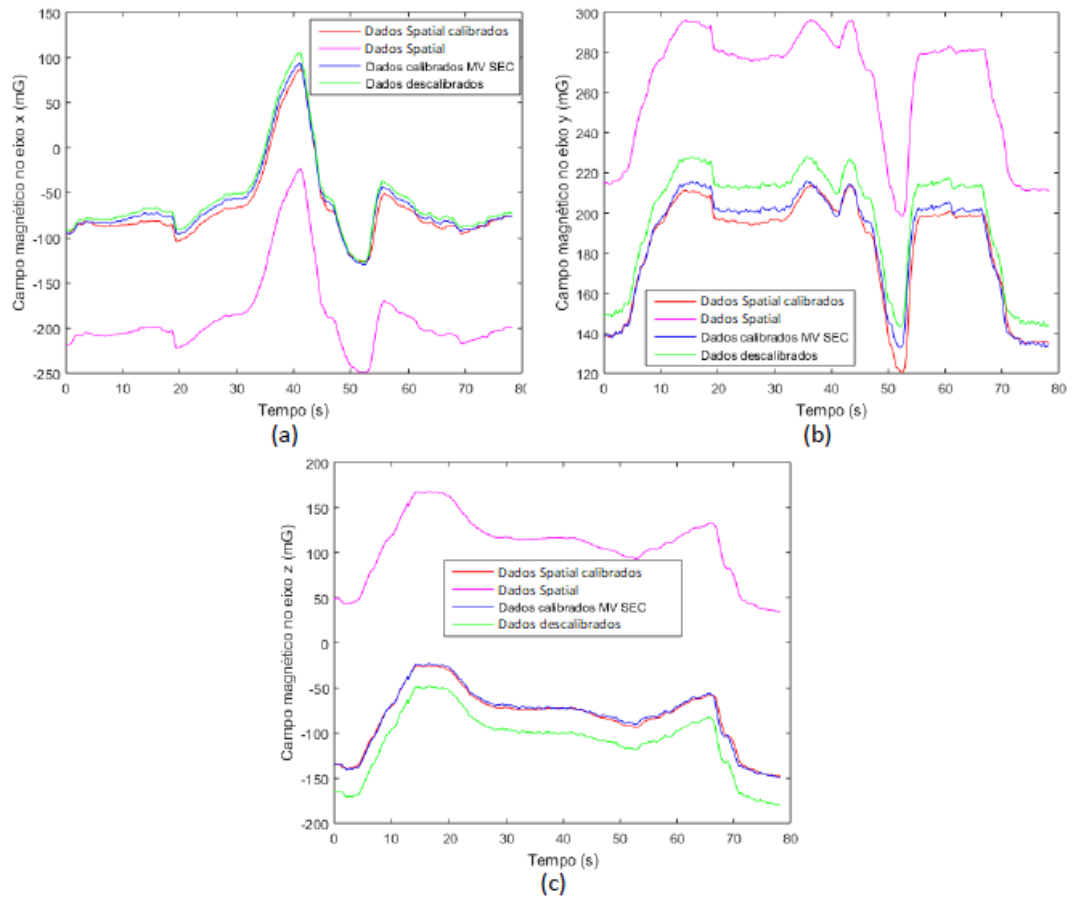


Fonte: O autor (2017).

Os dados do magnetômetro foram calibrados corretamente, pois seus dados estão contidos na superfície da esfera de raio unitário, conforme ilustra a Fig. 6.15-(a).

O campo magnético nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  durante o ensaio 2 está ilustrado na Fig. 6.16.

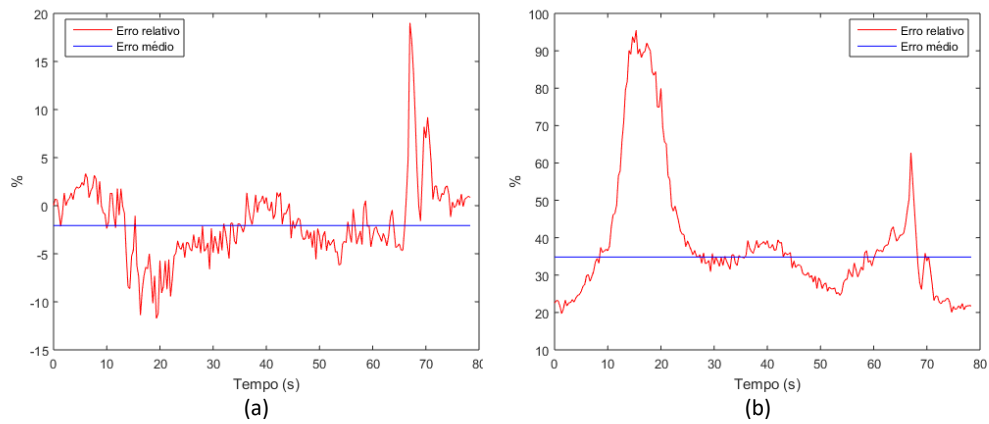
**Figura 6.16:** Campo magnético no sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z.



Fonte: O autor (2017).

De acordo com a Fig. 6.16, o método da MV SEC funcionou corretamente. A Fig. 6.17 ilustra os erros obtidos entre os métodos e o Spatial calibrado.

**Figura 6.17:** Erro entre as medidas de campo magnético da e-MEMS com o campo magnético calibrado do Spatial no eixo  $z_e$  durante o ensaio 2: (a) Spatial calibrado-MV SEC; (b) Spatial calibrado-descalibrado.



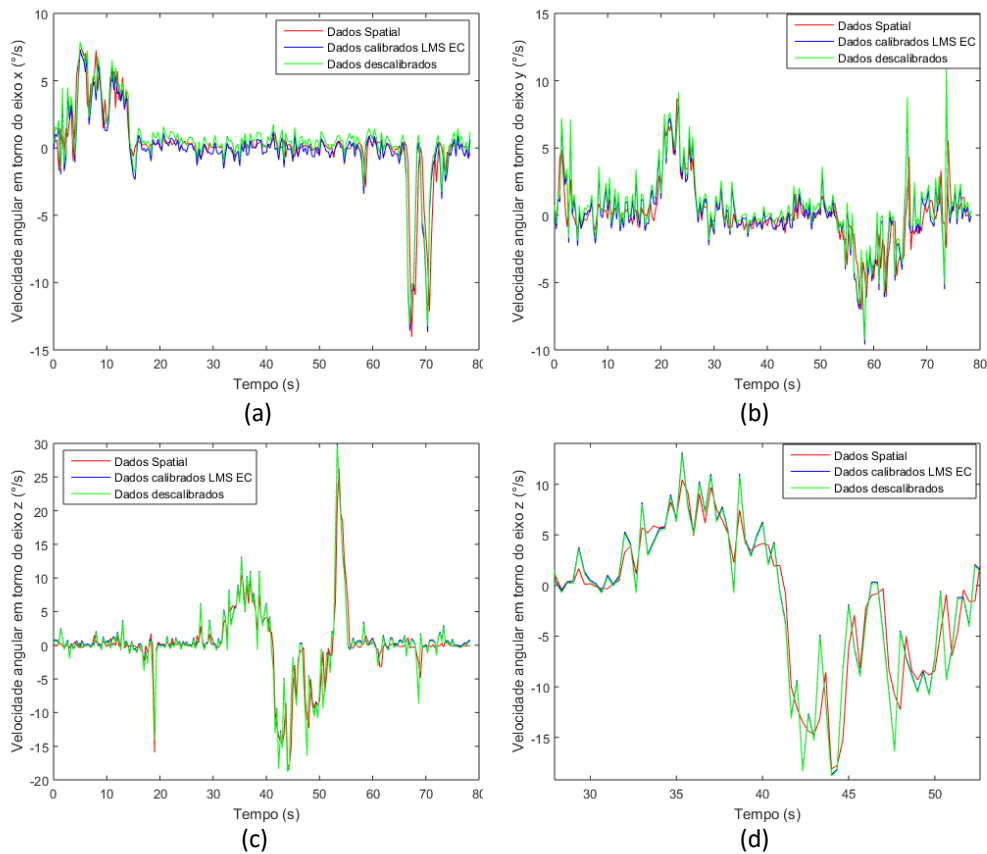
Fonte: O autor (2017).

Os erros médios encontrados entre Spatial calibrado - MV SEC e Spatial calibrado - descalibrado foram de  $-2,0724\%$  e  $34,8190\%$ , respectivamente. Assim, pode-se afirmar que o método da MV SEC foi validado com sucesso, enquanto que o método MT, não pode ser empregado para determinar o campo magnético nos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

### Calibração dos Girômetros durante o ensaio 2

A Fig. 6.18 ilustra os gráficos de velocidade angular em torno dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$  durante o ensaio 2.

**Figura 6.18:** Velocidade angular em torno dos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z; (d) Zoom no eixo z.

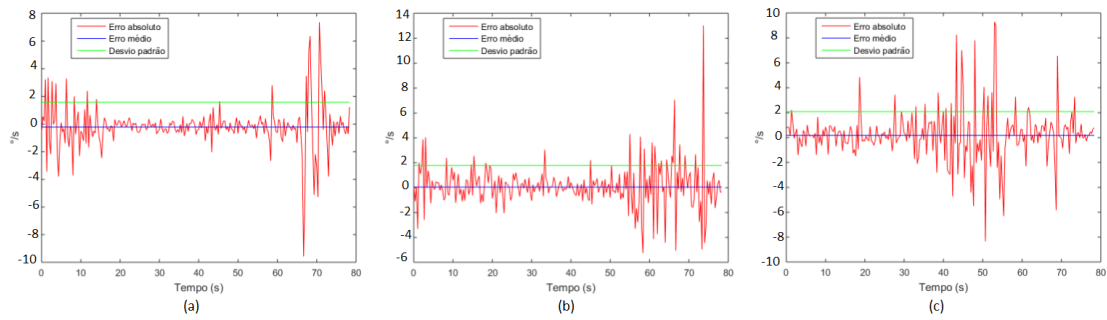


Fonte: O autor (2017).

A Fig. 6.18 mostrou que o método de calibração LMS EC e o MT (dados descalibrados) funcionaram corretamente, pois as formas de onda das velocidades angulares obtidas por esses métodos foram similares às formas de onda da velocidade angular do Spatial.

A Fig. 6.19 ilustra os erros entre a velocidade angular de referência e a velocidade angular calibrada em torno dos eixos  $x_e$ ,  $y_e$  e  $z_e$ .

**Figura 6.19:** Erro entre a velocidade angular calibrada e a velocidade angular de referência durante o ensaio 2: (a) Eixo x; (b) Eixo y; (c) Eixo z.



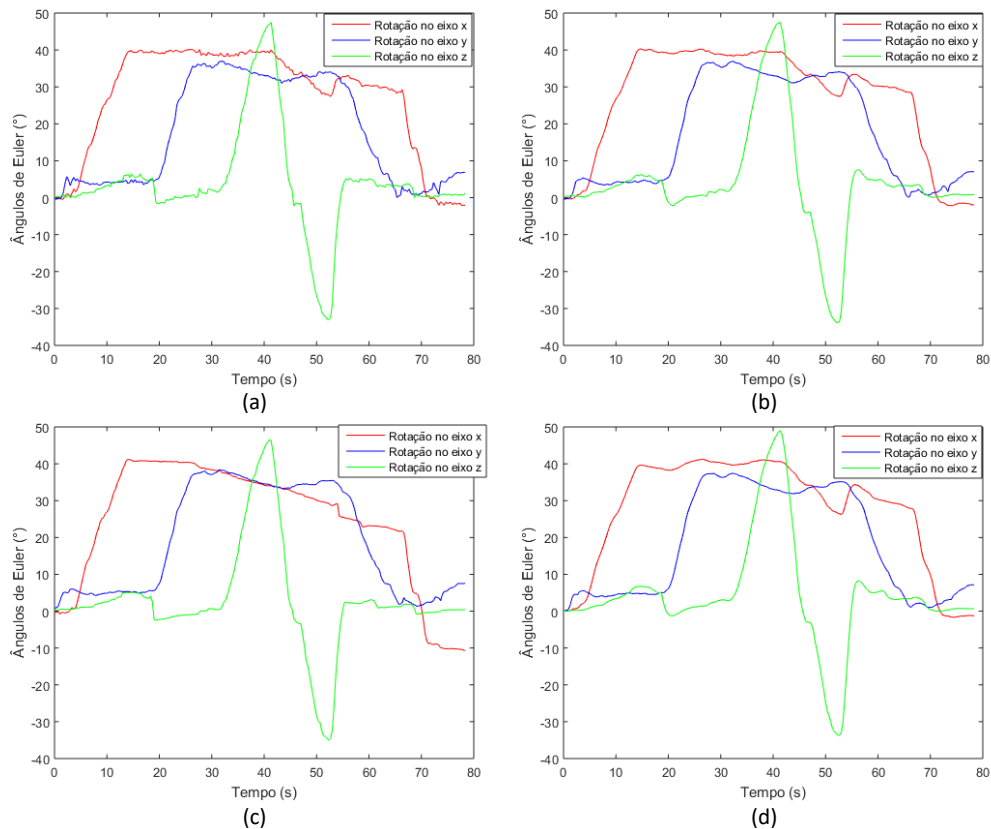
Fonte: O autor (2017).

O erro médio e o desvio padrão entre a velocidade calibrada e a velocidade de referência foram:  $-0,2108 \text{ }^\circ/\text{s}$  e  $1,5829 \text{ }^\circ/\text{s}$  para o eixo  $x_e$ ,  $0,0504 \text{ }^\circ/\text{s}$  e  $1,7855 \text{ }^\circ/\text{s}$  para o eixo  $y_e$  e  $0,1718 \text{ }^\circ/\text{s}$  e  $2,0876 \text{ }^\circ/\text{s}$  para o eixo  $z_e$ . Desta forma pode-se afirmar que os métodos LMS EC e MT podem ser utilizados para determinar a velocidade angular em torno dos eixos do sistema de coordenadas da experiência.

### 6.3.2 Determinação e estimação da atitude durante o ensaio 2

A Fig. 6.20 ilustra a atitude do sistema e-MEMS-Spatial durante o ensaio 2.

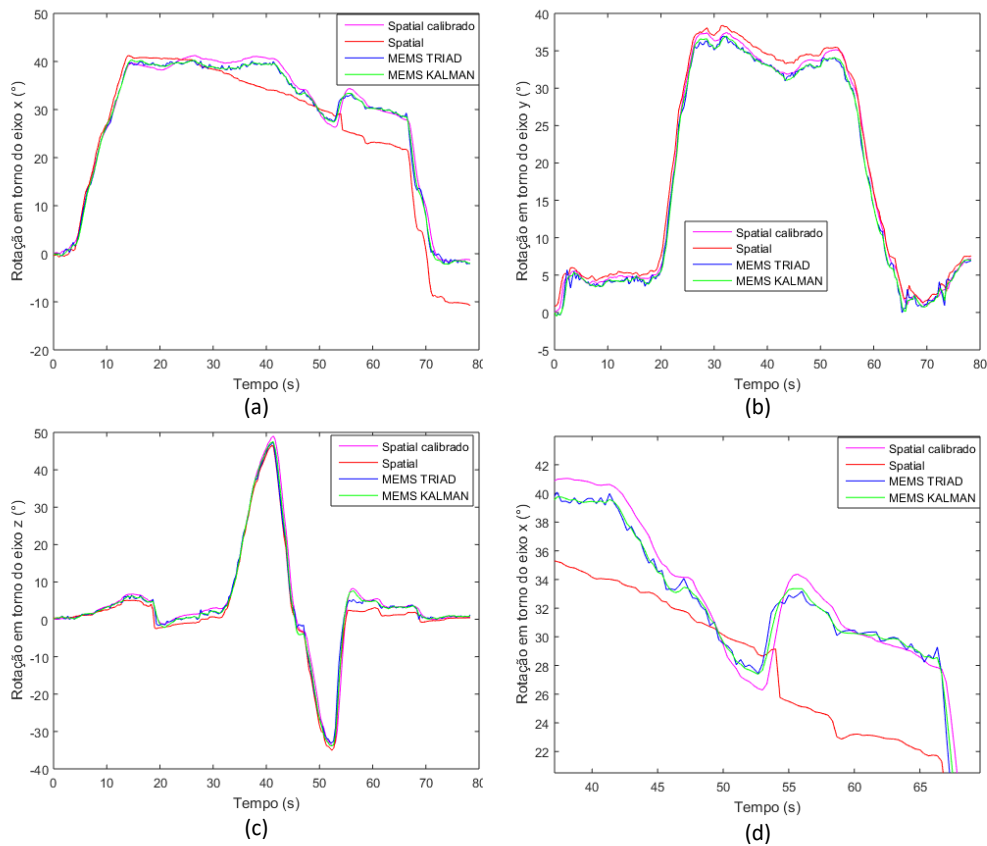
**Figura 6.20:** Rotações realizadas nos eixos do sistema de coordenadas da experiência durante o ensaio 2: (a) TRIAD; (b) Filtro de Kalman; (c) Spatial com o magnetômetro descalibrado; (d) Spatial com o magnetômetro calibrado.



Fonte: O autor (2017).

Claramente, a rotação em torno do eixo  $x_e$  na Fig. 6.20-(c) não está de acordo com a rotações do eixo  $x_e$  nas Figs. 6.20-(a), 6.20-(b) e 6.20-(d). A Fig. 6.21 mostra a comparação entre os métodos de obtenção da atitude.

**Figura 6.21:** Comparação gráfica entre os resultados dos quatro métodos de obtenção da atitude durante o ensaio 2: (a) eixo x; (b) eixo y; (c) eixo z; (d) *zoom* eixo x.

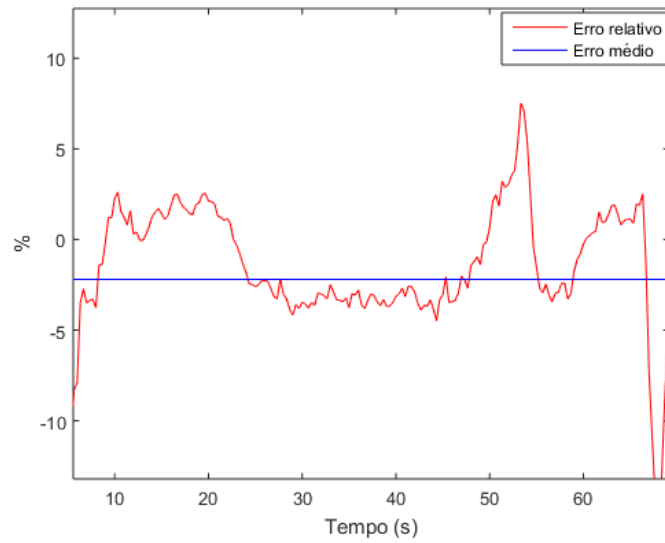


Fonte: O autor (2017).

Observa-se na Fig. 6.21 que as rotações, principalmente em torno do eixo  $x_e$ , do Spatial com o magnetômetro descalibrado possuem uma grande diferença quando comparado com a atitude obtida do Spatial com o magnetômetro calibrado. Ainda na Fig. 6.21, nota-se que as curvas do TRIAD e do filtro de Kalman apresentaram diferenças mínimas em comparação com as curvas do Spatial calibrado; e o filtro de Kalman mostrou ser menos ruidoso e mais suave que o TRIAD.

O erro de atitude entre o Spatial com magnetômetro calibrado e o filtro de Kalman está ilustrado na Fig. 6.22.

**Figura 6.22:** Erro de atitude entre o Spatial com magnetômetro calibrado e o filtro de Kalman no eixo  $z_e$  durante o ensaio 2.



Fonte: O autor (2017).

A Fig. 6.22 mostra que o erro médio entre as medidas foi  $-2,149\%$ . Portanto, os métodos de determinação e estimação de atitude TRIAD e filtro de Kalman, respectivamente, foram validados com sucesso.

## 7 Conclusão

O principal objetivo deste trabalho é validar os métodos de calibração LMS EC e MV SEC, o método MT e os algoritmos de determinação e estimação da atitude, TRIAD e filtro de Kalman, respectivamente. Para isso foram realizados dois ensaios em uma plataforma de rotação tridimensional e as informações obtidas da e-MEMS foram comparadas com as informações de referência, oriundas do Spatial. Desta forma, é possível calcular o erro médio e o desvio padrão entre as informações.

Em relação a calibração dos girômetros, magnetômetros e dos acelerômetros observou-se que todos os métodos foram validados, pois os erros médios e desvios padrões foram considerados pequenos. Nos acelerômetros, os erros nos instantes de tempo analisados foram precisos, ou seja, sempre o mesmo valor aproximado e a ordem crescente de eficácia entre os métodos é: MT (medidas descalibradas) (4%), LMS EC (1 %) e MV SEC (0,8 %). Nos magnetômetros, o método MV SEC se mostrou muito eficiente, com erro médio menor que 1%; já o método MT (medidas descalibradas) aplicado aos magnetômetros foi ineficiente, com erro médio que ultrapassou 30% (no ensaio 2). Por outro lado, nos girômetros, os valores calibrados em alguns instantes de tempo apresentaram picos com relação aos valores de referência, porém, na média, os erros foram pequenos. Tais picos são causados pois os sensores MEMS possuem qualidade bem inferior aos sensores do Spatial.

O TRIAD e o filtro de Kalman funcionaram conforme previsto, visto que as informações de atitude resultante destes algoritmos foram praticamente idênticas as informações de atitude do Spatial com magnetômetros calibrados (atitude de referência). Outra observação é em relação às diferenças entre o filtro de Kalman e o TRIAD, notou-se que o primeiro possui uma forma de onda bem mais suave e menos ruidosa que o segundo, assemelhando-se muito com a forma de onda de referência. No ensaio de rotações, além da referência do Spatial, tem-se a própria referência da plataforma de rotação, que é composta por transferidores nos seus eixos, com o intuito de medir os ângulos das rotações realizadas.

---

Os objetivos, portanto, foram alcançados com sucesso. Desta forma, o campo magnético, a velocidade angular, a aceleração da gravidade e as informações de atitude da e-MEMS no sistema de coordenadas da experiência podem ser determinadas com grande exatidão.

## 8 Trabalhos futuros

As sugestões futuras são: (1) realizar novos ensaios em mesa de rotação, (2) embarcar todo o processo do sistema de determinação da atitude com múltiplos sensores MARG, (3) obter novas matrizes de transformação para o caso de falha de algum eixo de algum sensor, (4) testes com o filtro de Kalman e (5) estudo dos níveis de ruído.

1. Em relação a calibração dos LMS EC, pode-se realizar ensaios com mais posições, tanto para os acelerômetros quanto para os girômetros a fim de obter resultados ainda mais exatos.
2. A ideia é implementar no microprocessador da e-MEMS o método das MT, as matrizes referentes aos parâmetros estimados no processo de calibração LMS EC, os parâmetros estimados no processo de calibração MV SEC e os algoritmos de determinação e estimação da atitude TRIAD e filtro de Kalman, respectivamente.

Desta forma, a saída do sistema pode ser composta das seguintes informações, todas no sistema de coordenadas da experiência:

- Aceleração da gravidade, campo magnético e velocidade angular des-calibrados pelo método MT.
  - Aceleração da gravidade calibrada pelos métodos LMS EC e MV SEC.
  - Velocidade angular calibrada pelo método LMS EC.
  - Campo magnético calibrado pelo método MV SEC.
  - Informação de atitude calculada a partir do TRIAD e do filtro de Kalman.
3. O objetivo é obter uma matriz de transformação que substitua a matriz  $M_{AM}^{\#}$ , da Eq. 3.29, para o caso de falha de algum eixo de algum sensor. Existe a possibilidade de ocorrer erro em qualquer eixo de qualquer sensor, ou seja, deve-se construir 12 novas matrizes e armazená-las no computador

de bordo da e-MEMS. Desta forma, se algum eixo de algum sensor falhar, o sistema possui uma matriz alternativa para obter os dados no sistema de coordenadas da experiência mesmo com a falha do eixo do sensor. Isto é feito eliminando a linha referente ao eixo do sensor com defeito e reorganizando as matrizes M1, M2, M3 e M4 novamente obtendo uma matriz 11x3 alternativa.

4. Realizar uma revisão no equacionamento do filtro de Kalman do trabalho (BATISTA, 2013), principalmente à matriz de zeros presente na equação da propagação do vetor de estados. E nos resultados do filtro de Kalman seria interessante plotar os resíduos para mostrar os seguintes aspectos: gaussianidade, não divergência e se os níveis de resíduos são compatíveis com os erros dos sensores.
5. Realizar o estudo dos níveis de ruído dos sensores MARG através do método Variância de Allan e verificar se os resultados estão de acordo com o especificado nos *datasheets*.

## Referências

- AGGARWAL, P.; SYED, Z.; NIU, X.; EL-SHEIMY, N. A standard testing and calibration procedure for low cost mems inertial sensors and units. *Journal of navigation*, Cambridge Univ Press, v. 61, n. 02, p. 323–336, 2008.
- BATISTA, D. S.; MELO, L. F.; TOSIN, M. C.; GRANZIERA, F. Sistema mecatrônico baseado em sensores mems voltado à determinação de atitude em pequenos satélites. 2014.
- BATISTA, S. D. Ambiente integrado de simulação e teste de um sistema de determinação e estimação de atitude utilizando sensores mems. *Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina*, 2013.
- BEKKENG, J. K. Calibration of a novel mems inertial reference unit. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, IEEE, v. 58, n. 6, p. 1967–1974, 2009.
- BERGAMINI, E.; LIGORIO, G.; SUMMA, A.; VANNOZZI, G.; CAPPOZZO, A.; SABATINI, A. M. Estimating orientation using magnetic and inertial sensors and different sensor fusion approaches: accuracy assessment in manual and locomotion tasks. *Sensors*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 14, n. 10, p. 18625–18649, 2014.
- CARVALHO, F. N. Experimento de auxílio à estimação de atitude para o microssatélite itasat-1 baseado em componentes cots e sensores mems. *Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina*, 2012.
- CHROBOTICS. *Understanding euler angles*. 1999. Disponível em: <<http://www.chrobotics.com/wp-content/uploads/2012/11/Inertial-Frame.png>>.
- COLOMINA, I.; GIMÉNEZ, M.; ROSALES, J.; WIS, M.; GOMEZ, A.; MIGUELSANZ, P. Redundant imu for precise trajectory determination. In: *Proceedings of the 20th ISPRS Congress, Istanbul, Turkey*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 1223, p. 17.
- DEVICES, A. *ADIS16260/ADIS16265*. [S.l.]: ANALOG DEVICES, 2009.
- DIEBEL, J. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Matrix*, v. 58, n. 15-16, p. 1–35, 2006.
- DU, H.; BOGUE, R. Memes sensors: past, present and future. *Sensor Review*, Emerald Group Publishing Limited, v. 27, n. 1, p. 7–13, 2007.
- ERIC, M.; PAUL, F. Gimbal angles gimbal lock and a fourth gimbal for christmas. *Apollo Lunar surface Journal*, 2000.

- FANG, B.; CHOU, W.; DING, L. An optimal calibration method for a mems inertial measurement unit. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, InTech, v. 11, 2014.
- FOSTER, C.; ELKAIM, G. Extension of a two-step calibration methodology to include nonorthogonal sensor axes. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 44, n. 3, p. 1070–1078, 2008.
- GRANZIERA, F. G. J. *Simulação e Implementação de um Determinador de Atitude em Tempo Real Utilizando Sensores Microfabricados*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Londrina, 2006.
- GRANZIERA, F. J.; LOPES, R. V.; TOSIN, M. C. O problema da determinação da atitude através da observação de dois vetores—uma descrição do algoritmo triad e sua matriz de covariância. *Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas*, 2007.
- HAJIYEV, C.; CILDEN, D.; SOMOV, Y. Gyro-free attitude and rate estimation for a small satellite using svd and ekf. *Aerospace Science and Technology*, Elsevier, v. 55, p. 324–331, 2016.
- HONEYWELL. *HMC5883L*. [S.l.]: HONEYWELL, 2010.
- KUGA, H. K.; CARRARA, V. Attitude determination with magnetometers and accelerometers to use in satellite simulator. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2013, 2013.
- KUGA, H. K.; SIQUEIRA, R. H.; CARRARA, V.; OLIVEIRA, E. J. D. On ground calibration of tetrahedron gyro package for attitude determination. *Advances in the Astronautical Sciences*, Univelt, Inc., v. 145, p. 353–364, 2012.
- KUIPERS, J. B. et al. *Quaternions and rotation sequences*. [S.l.]: Princeton university press Princeton, 1999.
- LAI, Y.-C.; JAN, S.-S.; HSIAO, F.-B. Development of a low-cost attitude and heading reference system using a three-axis rotating platform. *Sensors*, Molecular Diversity Preservation International, v. 10, n. 4, p. 2472–2491, 2010.
- LEFFERTS, E. J.; MARKLEY, F. L.; SHUSTER, M. D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 5, n. 5, p. 417–429, 1982.
- LÖTTTERS, J.; SCHIPPER, J.; VELTINK, P.; OLTHUIS, W.; BERGVELD, P. Procedure for in-use calibration of triaxial accelerometers in medical applications. *Sensors and Actuators A: Physical*, Elsevier, v. 68, n. 1, p. 221–228, 1998.
- MARINA, H. G. de; PEREDA, F. J.; GIRON-SIERRA, J. M.; ESPINOSA, F. Uav attitude estimation using unscented kalman filter and triad. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 59, n. 11, p. 4465–4474, 2012.
- MARKLEY, F. L.; MORTARI, D. Quaternion attitude estimation using vector observations. *Journal of the Astronautical Sciences*, v. 48, n. 2, p. 359–380, 2000.
- NEMEC, D.; JANOTA, A.; HRUBOŠ, M.; ŠIMÁK, V. Intelligent real-time mems sensor fusion and calibration. *IEEE Sensors Journal*, IEEE, v. 16, n. 19, p. 7150–7160, 2016.

- OLIVARES, A.; OLIVARES, G.; GORRIZ, J.; RAMIREZ, J. High-efficiency low-cost accelerometer-aided gyroscope calibration. In: IEEE. *2009 International Conference on Test and Measurement*. [S.l.], 2009. v. 1, p. 354–360.
- OSMAN, A.; WRIGHT, B.; NASSAR, S.; NOURELDIN, A.; EL-SHEIMY, N. Multi-sensor inertial navigation systems employing skewed redundant inertial sensors. In: *ION GNSS 19th International Technical Meeting of the Satellite Division*. [S.l.: s.n.], 2006.
- PEJSA, A. J. Optimum skewed redundant inertial navigators. *AIAA Journal*, v. 12, n. 7, p. 899–902, 1974.
- SANDAU, R.; BRIESS, K.; ERRICO, M. D. Small satellites for global coverage: Potential and limits. *ISPRS Journal of photogrammetry and Remote Sensing*, Elsevier, v. 65, n. 6, p. 492–504, 2010.
- SANTANA, T. A. S. Desempenho de algoritmos para calibração de sensores mems aplicados à determinação de atitude. *Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina*, 2009.
- SATO, L. H. S.; YAMAGUTI, W.; FERNANDES, D. Itasat-1: uma proposta de continuidade do sistema brasileiro de coleta de dados ambientais. *Proceedings of the XV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Curitiba, Brasil*. [Links], 2011.
- SHIM, D.-S.; YANG, C.-K. Optimal configuration of redundant inertial sensors for navigation and fdi performance. *Sensors, Molecular Diversity Preservation International*, v. 10, n. 7, p. 6497–6512, 2010.
- SHUSTER, M. D.; OH, S. Three-axis attitude determination from vector observations. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012.
- SOKEN, H. E.; HAJIYEV, C.; SAKAI, S.-i. Robust kalman filtering for small satellite attitude estimation in the presence of measurement faults. *European Journal of Control*, Elsevier, v. 20, n. 2, p. 64–72, 2014.
- STMICROELETRONICS. *LIS331HH*. [S.l.]: STMICROELETRONICS, 2009.
- SUKKARIEH, S.; GIBBENS, P.; GROCHOLSKY, B.; WILLIS, K.; DURRANT-WHYTE, H. F. A low-cost, redundant inertial measurement unit for unmanned air vehicles. *The International Journal of Robotics Research*, SAGE Publications, v. 19, n. 11, p. 1089–1103, 2000.
- TAKAHASHI, N. S.; SANTANA, T. A. S.; TOSIN, M. C.; GRANZIERA, F. Accelerometer and magnetometer auto-calibration algorithm for attitude determination. *Aerospace Engineering, Sciences and Applications*, 2010.
- TOSIN, M. C.; BATISTA, D. S.; MELO, L. F.; GRANZIERA, F. Doc 200. *AEB*, 2015.
- VINTHER, K.; JENSEN, K. F.; LARSEN, J. A.; WISNIEWSKI, R. Inexpensive cubesat attitude estimation using quaternions and unscented kalman filtering. *Automatic Control in Aerospace*, v. 4, n. 1, 2011.
- WAHBA, G. A least squares estimate of satellite attitude. *SIAM review*, SIAM, v. 7, n. 3, p. 409–409, 1965.

WANG, L.; WANG, F. Intelligent calibration method of low cost mems inertial measurement unit for an fpga-based navigation system. *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, v. 4, n. 2, p. 32–41, 2011.

WERTZ, J. R. *Spacecraft attitude determination and control*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

## Apêndice A – Operação do Experimento

### A.1 Estados de alimentação da Experiência

A e-MEMS não possui bateria própria, a alimentação é fornecida pelo VSB-30. Assim que a e-MEMS for conectada ao módulo do veículo, ela estará sujeita as mesmas condições de alimentação de toda a plataforma. Desta forma, deve haver meios para controlar a alimentação da e-MEMS para eventuais problemas. Com isso, o computador de bordo do veículo e a interface umbilical possuem respectivamente os sinais PWR\_OFF\_TEL e PWR\_OFF\_UMB que são responsáveis por ligar e desligar a e-MEMS.

Dados os sinais de controle e a alimentação oriunda do VSB-30, existem três estados possíveis relacionados a alimentação da e-MEMS, como ilustra a Tab. A.1.

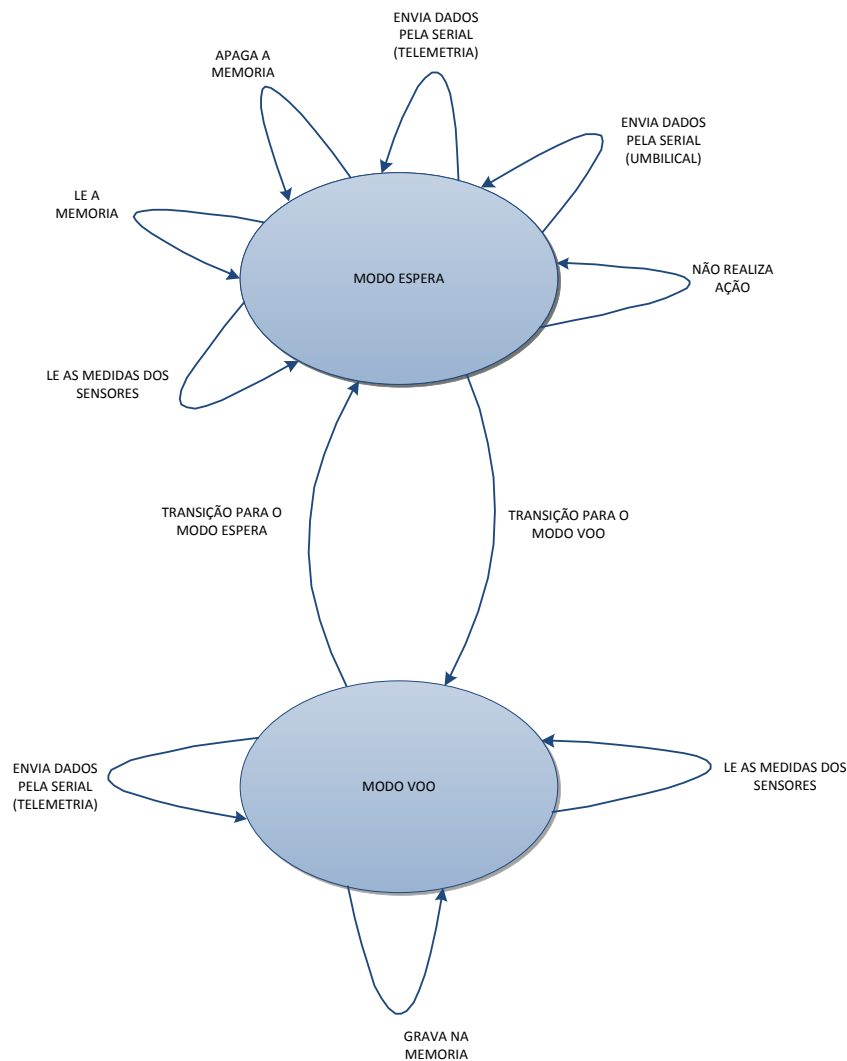
**Tabela A.1:** Estados de alimentação da e-MEMS.

<b>Estado</b>	<b>Descrição</b>
Desligado	Alimentação (+28V_VSB-30) fornecida pela plataforma desligada.
Alimentado e Desativado	a) Alimentação pela plataforma ativada, com o sinal PWR_OFF_TEL ativo.
	b) Alimentação pela plataforma ativada, com o sinal PWR_OFF_UMB ativo.
Alimentado e ativado	Alimentação pela plataforma ativada e ambos sinais PWR_OFF_UMB e PWR_OFF_TEL inativos.

Fonte: O autor (2017).

### A.2 Modos de Operação da Experiência

O funcionamento da e-MEMS é baseado em dois modos, como ilustra o esquemático da Fig. A.1.

**Figura A.1:** Representação dos modos que compõe o sistema da e-MEMS.

Fonte: O autor (2017).

Observando a Fig. A.1, o sistema é composto pelos modos ESPERA e VOO. Cada modo é responsável por realizar um conjunto específico de tarefas. O modo ESPERA pode executar as seguintes tarefas:

1. Ler os sensores;
2. Apagar a memória;
3. Ler a memória;
4. Enviar pacote de dados pela serial (umbilical);
5. Enviar pacote de dados pela serial (telemetria);

Enquanto que o modo VOO:

- 1.Ler os sensores;
- 2.Enviar pacote de dados pela serial (telemetria);
- 3.Gravar pacotes de dados na memória;

## A.3 Comandos para a Operação da Experiência

Os comandos ocorrem via interface serial e são responsáveis tanto pela transição de modo quanto pela escolha da tarefa a ser realizada dentro do modo atual do sistema.

### 1.Comandos para Transição de Modo

Os comandos responsáveis pela transição dos modos são:

- G\_MV: seleciona o modo VOO.
- G\_ME: seleciona o modo ESPERA.

### 2.Comandos para escolha da Tarefa

Um dado comando de realização de tarefas somente é aceito pelo sistema se a tarefa requisitada pelo comando for aceita dentro do modo atual do sistema. Por exemplo, o modo atual é o VOO, um eventual comando para apagar a memória não será aceito pelo sistema, visto que esta tarefa é exclusiva ao modo ESPERA.

A seguir será ilustrado os comandos aceitos por cada modo.

Modo ESPERA:

- G\_MT: envia dados pela serial (umbilical).
- G\_MA: apaga a memória.
- G\_Ml: lê a memória.
- G\_Mt: não realiza nenhuma ação.

Modo VOO:

- G\_MG: grava dados na memória.

Observando a lista de comandos, nota-se que não existe nenhum comando para realizar as tarefas de ler os sensores e de enviar medidas dos sensores pela serial (telemetria). Isto porque ambas as tarefas ocorrem tanto no

modo ESPERA quanto no modo VOO e, também, as mesmas devem ocorrer sem nenhuma interrupção, ou seja, estas tarefas estão sempre ocorrendo independente do modo e independente se qualquer outra tarefa esta sendo executada.

## A.4 Características das Tarefas

A seguir será mostrado detalhes de construção e de funcionamento das tarefas.

### 1.leitura dos sensores

- Ler os dezesseis sensores da e-MEMS a uma taxa de 5 Hz.
- Formatar as medidas dos sensores em ASCII.
- Empacotar as medidas formatadas dos sensores de forma que o primeiro byte possua o símbolo @ e o último byte possua o símbolo #. O empacotamento de um ciclo de leitura será denominado de pacote de dados. A estrutura de um pacote está ilustrado na Tab. A.2. O mapeamento dos dados no pacote está ilustrado na Tab. A.3.

**Tabela A.2:** Quantidade de bytes e estrutura de um pacote.

	Quantidade de bytes por sensor	Numero de sensor	Total
Sensor de temperatura	4	4	16
Acelerômetro	12	4	48
Magnetômetro	12	4	48
Girômetro	8	4	32
#			1
@			1
Contador			4
CRC			4
Lift_Off#			1
Micro_G#			1
Total de bytes por pacote			156

Fonte: O autor (2017).

**Tabela A.3:** Mapeamento do pacote.

Endereçamento dos dados no pacote	Dado	Endereçamento dos dados no pacote	Dado
0	@	1-4	Contador
5-8	Identificador de erros	9-12	Acelerômetro 1 x
13-16	Acelerômetro 1 y	17-20	Acelerômetro 1 z
21-24	Acelerômetro 2 x	25-28	Acelerômetro 2 y
29-32	Acelerômetro 2 z	33-36	Acelerômetro 3 x
37-40	Acelerômetro 3 y	41-44	Acelerômetro 3 z
45-48	Acelerômetro 4 x	49-52	Acelerômetro 4 y
53-56	Acelerômetro 4 z	57-60	Magnetômetro 1 x
61-64	Magnetômetro 1 y	65-68	Magnetômetro 1 z
69-72	Magnetômetro 2 x	73-76	Magnetômetro 2 y
77-80	Magnetômetro 2 z	81-84	Magnetômetro 3 x
85-88	Magnetômetro 3 y	89-92	Magnetômetro 3 z
93-96	Magnetômetro 4 x	97-100	Magnetômetro 4 y
101-104	Magnetômetro 4 z	105-108	Girômetro 1
109-112	Girômetro 2	113-116	Girômetro 3
117-120	Girômetro 4	121-124	Temperatura Girômetro 1
125-128	Temperatura Girômetro 2	129-132	Temperatura Girômetro 3
133-136	Temperatura Girômetro 4	137-140	Temperatura 1
141-144	Temperatura 2	145-148	Temperatura 3
149-152	Temperatura 4	153	Lift_Off#
154	Micro.G#	155	#

Fonte: O autor (2017).

## 2. Envio dos pacotes pela serial

- Existem duas seriais no sistema, uma representando a telemetria e outra representando a umbilical.
- Telemetria: sempre um pacote novo deve ser enviado para a serial da telemetria.
- Umbilical: No modo ESPERA existe a opção de enviar os pacotes novos pela serial da umbilical.

## 3. Apaga a memória

- A memória deve ser apagada bloco a bloco.
- A memória possui 4096 blocos.
- O tempo para apagar 1 bloco é de 2 ms, ou seja, leva-se 8,192 s para apagar toda memória.

## 4. Escrever na memória

- A memória possui 4096 blocos, cada bloco possui 32 páginas e cada página possui 512 bytes. Ainda, uma página é dividida em duas partes, ou seja, cada parte possui 256 bytes.
- Para fins didáticos, o sistema é programado para gravar um pacote de dados em cada meia página, ou seja, nestas condições, a memória é capaz de gravar 131072 pacotes.

- Sempre, antes de escrever em uma página da memória, deve-se apagar o bloco em que a página está contida.
- Considerando uma taxa de gravação de 5 pacotes por segundo, seria necessário, aproximadamente, 14.56 h para gravar a memória completamente.
- Como o voo da e-MEMS durará apenas alguns minutos, tem-se que a capacidade da memória será mais do que suficiente.

#### 5. Ler da memória

- O *Software* é programado para ler todas as páginas que estão escritas por pacotes.

## A.5 Procedimento para a Preparação para Voo

1. Aguardar a energização da plataforma (+28V\_VSB-30).
2. Desativar os sinais PWR\_OFF\_UMB e PWR\_OFF\_TEL.
3. Aguardar o tempo de estabilização dos sensores (TBD).
4. Checar gráficos de todos os sensores da e-MEMS.
5. Apagar e testar a memória.
6. Entrar em Modo de Lançamento: Experimento pronto, aguardando sinal de Lift-off.

## Apêndice B – *Software* Embarcado

O *Software* foi projetado afim de atender todas as especificações da operação da e-MEMS, se preocupando ainda, em evitar possíveis erros e que, se por ventura ocorrer algum erro durante sua execução, ele esteja projetado para que este erro seja minimizado e o funcionamento do sistema permaneça inalterado.

O microcontrolador selecionado para o *Software* é da empresa *STMicroelectronics*, da família STM32F407, baseado em arquitetura ARM Cortex M4. Para realizar o processo de desenvolvimento de seu código, foi utilizado o IDE MDK-ARM, da empresa *Keil*. Já o gravador e depurador utilizado será o ULINK Pro, também da empresa *Keil*.

A descrição do *Software* será apresentada em forma de fluxogramas. De início será apresentado um fluxograma apresentando a visão geral do funcionamento do sistema. Em seguida, os blocos que compõe este fluxograma geral também serão esmiuçados em forma de sub fluxogramas do fluxograma geral.

### B.1 Visão geral do *Software*

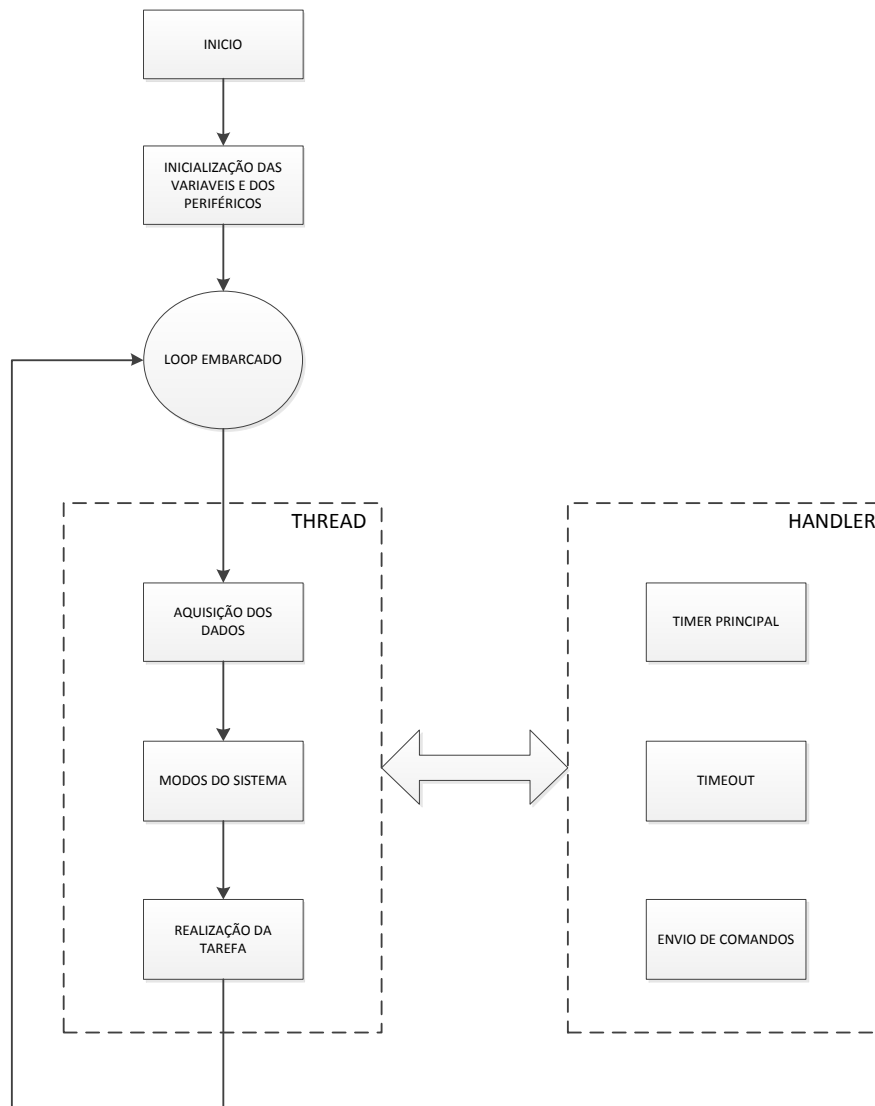
O esquemático da Fig. B.1 ilustra o aspecto geral do *Software*.

Analisando o fluxograma da Fig. B.1, pode-se afirmar que o sistema trabalha em três modos principais, que são: Inicialização, *Thread* e *Handler*.

O modo inicialização é a parte do programa que ocorre a inicialização das variáveis e dos periféricos. Este modo acontece uma única vez durante toda a execução do programa.

O modo *Thread* nada mais é do que a execução do *loop* embarcado/infinito. Este modo é responsável por realizar todas as tarefas previstas para o sistema. Tais tarefas são: ler os sensores, apagar a memória, ler a memória, enviar medidas dos sensores pela serial (umbilical), enviar medidas dos sensores pela serial (telemetria) e gravar os pacotes na memória.

Figura B.1: Fluxograma principal.



Fonte: O autor (2017).

O modo *Handler* se dá pela execução de uma rotina de interrupção ou uma rotina que trata de uma exceção do sistema. Após a execução do modo *Handler* o sistema retorna automaticamente ao modo *Thread*. O modo *Handler* é responsável por receber palavras de comando via serial da umbilical, controlar a frequência de operação das tarefas e fiscalizar se a leitura dos sensores estão ocorrendo de forma correta.

## B.2 Thread

De acordo com a Fig. B.1, o modo *Thread* possui três blocos: Aquisição dos dados, modos do sistema e realização da tarefa.

O bloco modos do sistema é responsável por estabelecer o modo atual e a tarefa a ser realizada pelo sistema. O programa executa este bloco apenas uma vez e só voltará a executá-lo quando ocorrer uma transição no modo ou a escolha de uma nova tarefa a ser executada.

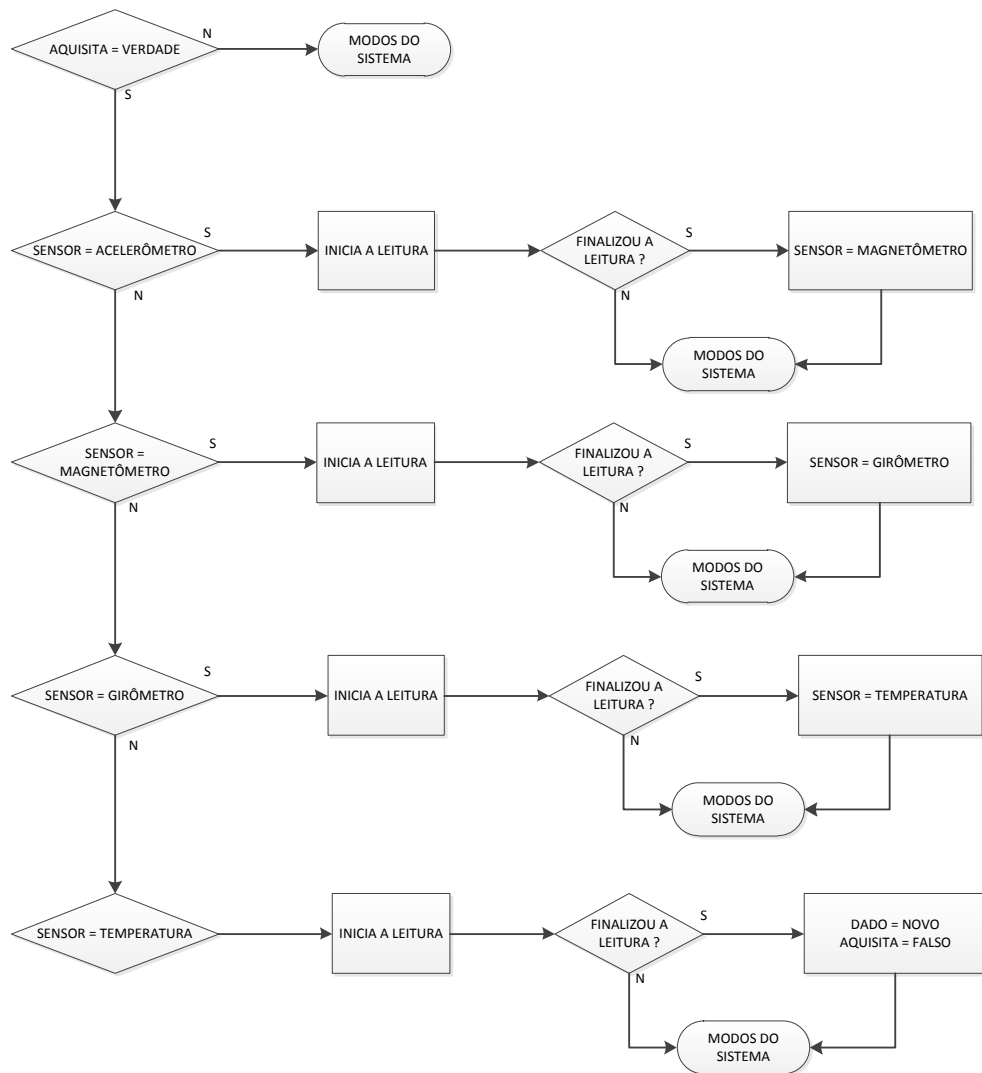
Assim, o funcionamento do modo *Thread* ocorre da seguinte maneira: a cada 0,2 s ocorre o início da leitura dos dezesseis sensores. A leitura ocorre sequencialmente e de forma não bloqueante, ou seja, os sensores são lidos um a um sem nenhum tipo de loop e o final da leitura de um sensor ativa o início da leitura do próximo sensor. Ao final da leitura do último sensor, o programa indica ao sistema que existe um novo pacote de dados e que chegou ao fim um ciclo de leitura. Lembrando que este ciclo ocorre a cada 0.2 s. A execução das tarefas podem depender ou não do status do pacote de dados, ou seja, algumas tarefas precisam, necessariamente, que o pacote de dados seja novo. Por exemplo, as tarefas enviar pacotes pela serial (telemetria ou umbilical) e gravar pacotes na memória precisam de um pacote novo. Já as tarefas apagar memória e ler a memória são independentes e podem ocorrer simultaneamente com a leitura dos sensores.

Exemplificando: O bloco "modos do sistema" define que o modo será ESPERA e que a tarefa a ser realizada será enviar pacotes pela serial da umbilical. O bloco aquisição dos dados irá iniciar a leitura dos dados a cada 0,2 s. Durante a leitura, o bloco realização das tarefas nada irá fazer, pois o status do pacote ainda não é novo. Assim que finaliza-se o ciclo de leitura e o status do pacote é novo, o bloco "realização das tarefas" irá enviar este novo pacote pela serial da umbilical. Em paralelo e independente do modo e da tarefa do sistema ocorrerá simultaneamente a realização da tarefa de envio de um novo pacote pela serial da telemetria.

### 1. Aquisição dos Dados

O fluxograma da Fig. B.2 ilustra o bloco de aquisição de dados.

**Figura B.2:** Fluxograma da aquisição de dados.



Fonte: O autor (2017).

Este bloco é responsável por ler os dezesseis sensores da e-MEMS. Para fins didáticos, o fluxograma da Fig. B.2 é composto por apenas quatro sensores, porém deve-se lembrar que existem quatro sensores para cada tipo (acelerômetro, girômetro, magnetômetro e sensor de temperatura), totalizando dezesseis.

De acordo com o fluxograma da Fig. B.2 e com o que já foi explicado, a leitura dos sensores é sequencial e não bloqueante. Ao final da leitura do último sensor, duas variáveis de estado atualizam seu status indicando ao sistema que existe um pacote novo para ser tratado e indicando que o ciclo de leitura foi finalizado.

Ainda analisando o fluxograma da Fig. B.2, nota-se que após o programa executar sua instrução no bloco de aquisição, ele executa o bloco de modos

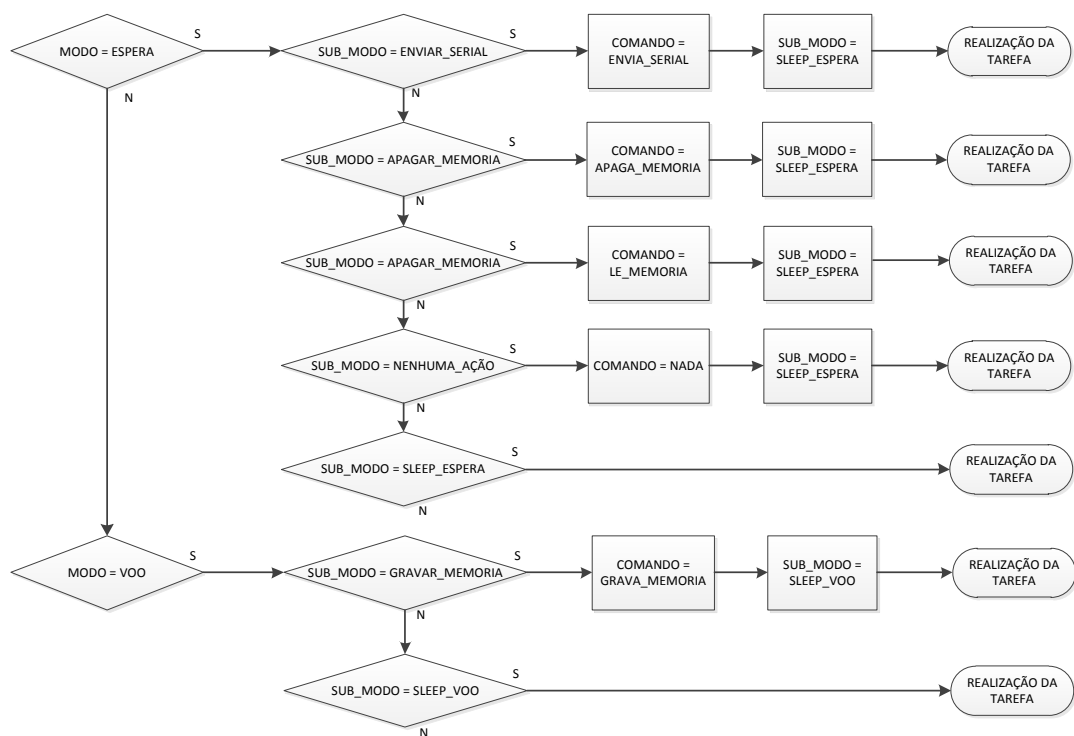
do sistema. Este bloco é responsável por estabelecer o modo e a tarefa a ser executada. Após estabelecido, o bloco de modos fica inerte até que ocorra uma mudança no modo ou na tarefa a ser executada.

Um ciclo de leitura inicia-se a cada 0,2 s (5 Hz) e demora, aproximadamente, 0,1188 s para finalizar a leitura de todos os sensores. Portanto, restam 0,0812 s para o sistema realizar a tarefa atual antes de um novo ciclo de leitura iniciar.

## 2.Modos do Sistema

O fluxograma da Fig. B.3 ilustra o bloco de modos do sistema

**Figura B.3:** Fluxograma dos modos do sistema.



Fonte: O autor (2017).

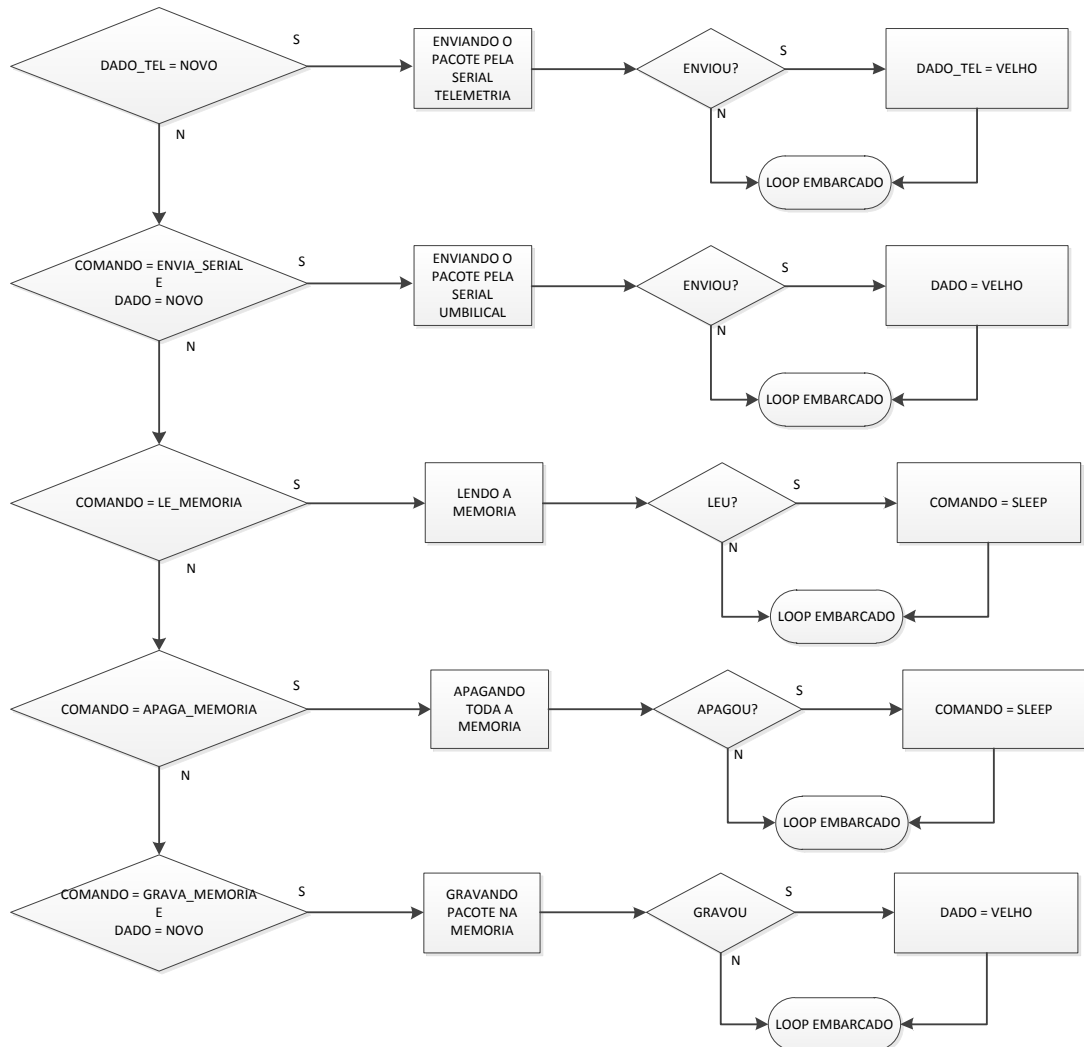
Este bloco seleciona o modo e a tarefa a ser realizada pelo sistema. Este bloco possui três variáveis de estado, uma que informa o modo do sistema, outra que informa a tarefa atual e, por fim, uma variável que ativa o sistema a realizar a tarefa.

Primeiramente, o programa identifica o modo do sistema, em seguida, identifica a tarefa atual, permitindo que o sistema realize esta tarefa. Por fim, a tarefa atual do sistema é atualizada para um modo de inércia, de modo que o sistema continue executando a tarefa selecionada até que a tarefa atual do sistema seja atualizada.

### 3. Realização da Tarefa

O fluxograma da Fig. B.4 ilustra o bloco de realização das tarefas.

**Figura B.4:** Fluxograma da realização das tarefas.



Fonte: O autor (2017).

Este bloco é responsável por realizar a tarefa selecionada no bloco modos do sistema. De acordo com o fluxograma da Fig. B.4, existem tarefas que, necessariamente, precisam de um pacote novo para serem executadas e outras que são independentes do status do pacote.

O funcionamento de execução das tarefas que dependem do status do pacote de dados ocorre da seguinte maneira: assim que a variável de estado indica que existe um pacote novo, o sistema inicia a execução da tarefa. Ao final da execução, a variável de estado indica que o pacote de dados é velho, desta forma, o sistema aguarda um novo pacote de dados para executar a tarefa novamente.

Já as tarefas que não dependem do status do pacote, o funcionamento é da seguinte forma: o sistema executa a tarefa e ao final da execução uma variável indica ao sistema que a tarefa chegou ao fim. A partir de então, o bloco de realização das tarefas fica inerte até que uma nova tarefa seja selecionada no bloco modos do sistema.

## B.3 *Handler*

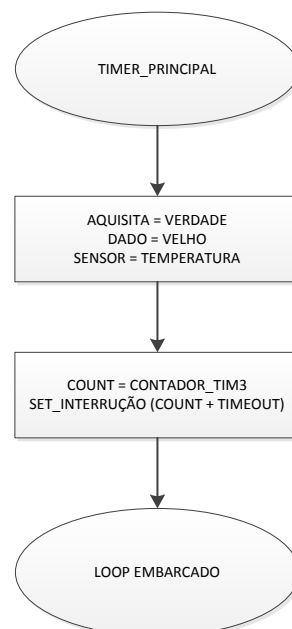
De acordo com a Fig. B.1, o modo *Handler* possui três blocos: *Timer* principal, *timeout* e envio de comandos.

Diferentemente do modo *Thread*, os blocos do modo *Handler* são independentes, ou seja, seu funcionamento não dependem uns dos outros. Desta forma, os blocos serão explicados de forma individual como segue.

### 1. *Timer* principal

O fluxograma da Fig. B.5 ilustra o bloco *timer* principal.

**Figura B.5:** Fluxograma do *timer* principal.



Fonte: O autor (2017).

Este bloco é responsável por inicializar a leitura dos sensores a cada 0,2 s, ou seja, a cada 0,2 s ele indica ao bloco de aquisição de dados que uma nova leitura deve ser inicializada. Além disso, ele também inicializa a máquina

de estados de leitura dos sensores, onde o primeiro sensor a ser lido é o acelerômetro. E, evidentemente, se um novo ciclo de leitura deve ser iniciado, o bloco deve indicar que o status do pacote é velho. Por fim, o *timer* principal ativa o programa para executar o bloco *timeout* após 16 ms e retorna ao modo *Thread*.

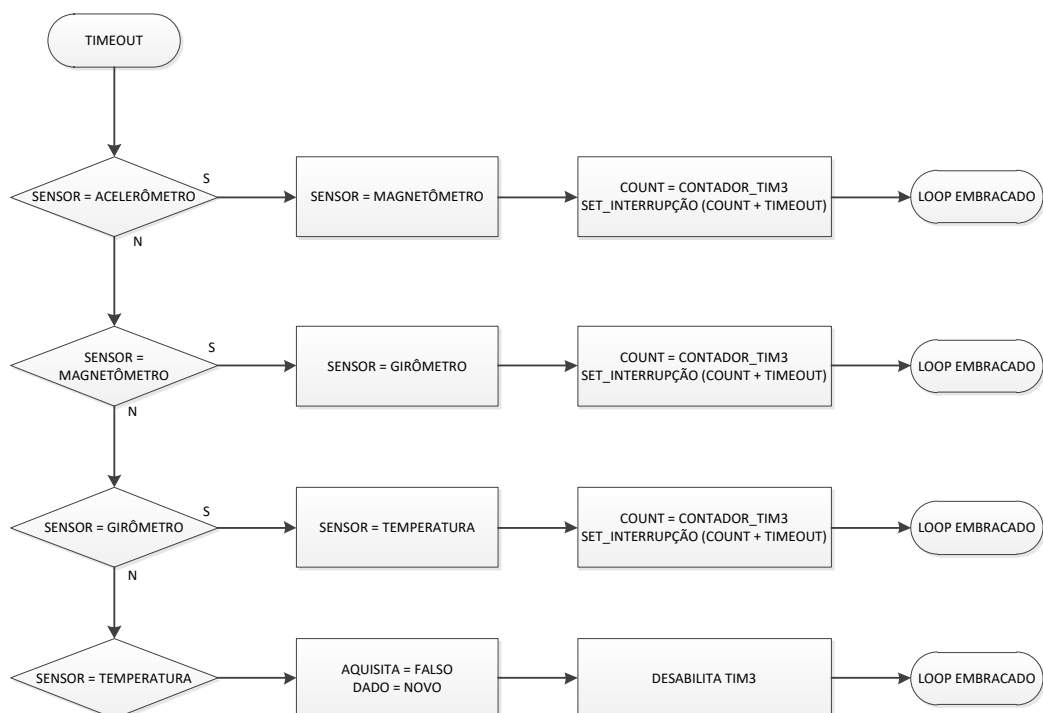
Resumindo, o programa sai do modo *Thread*, entra no modo *Handler*, executa o bloco *timer* principal e retorna ao modo *Thread*, com uma frequência de 5 Hz.

## 2. *Timeout*

Como já é sabido, o bloco de leitura dos sensores é estruturado como uma máquina de estados, onde a leitura de um sensor corresponde a um estado da máquina. Desta forma, o fim da leitura de um sensor ativa o início da leitura do sensor subsequente.

Agora, imagine que um certo sensor, por algum motivo desconhecido, não finalize sua leitura. É certo que a máquina de estados de leitura dos sensores parará de funcionar, prejudicando todo funcionamento do *Software*. Para evitar esta possível falha, deve-se implementar um mecanismo de defesa denominado *timeout*. O fluxograma da Fig. B.6 ilustra o bloco *timeout*.

**Figura B.6:** Fluxograma do *timeout*.



Fonte: O autor (2017).

O *timeout*, assim como o *timer* principal, tratam-se de duas funções de interrupção do periférico TIM do microcontrolador. O princípio básico de funcionamento é o seguinte: existem dois *buffers*, um denominado contador e o outro denominado alarme. O contador inicia a contagem; quando o valor do contador for igual ao do alarme ocorre uma interrupção do TIM, ou seja, o programa executa a função de interrupção e retorna ao *loop* embarcado. É importante ressaltar que o valor do alarme pode ser programado em qualquer ponto do programa. O conteúdo do contador é incrementado até um certo valor (valor este que também é programável - pode ser de 0 a 65535), assim que alcança este valor o contador recomeça o incremento, iniciando do zero.

No caso do *timeout*, o contador é programado para contar de 0 até 65535. Com essas informações é possível descrever o funcionamento do *timeout*.

O *timer* principal é responsável por acionar a leitura do primeiro sensor (acelerômetro) da máquina de estados da leitura e acionar do *timeout*. O acionamento do *timeout* ocorre da seguinte forma: o valor do contador é lido, assim o conteúdo do alarme é programado para ser o valor do contador mais um valor, de forma que a interrupção ocorra em 16 ms.

Dado o início da leitura do primeiro sensor, existem duas opções: o sensor finaliza a leitura dentro de 16 ms ou o sensor não finaliza a leitura dentro dos mesmos 16 ms.

Supondo que a leitura não é finalizada dentro de 16 ms. Automaticamente ocorre a interrupção do *timeout*, que finaliza a leitura deste sensor, inicializa a leitura do próximo e reprograma o *timeout* para 16 ms.

Agora, supondo que a leitura foi finalizada em 16 ms. Desta forma não ocorreria a função de interrupção, o sensor seria lido normalmente, o próximo sensor seria inicializado e uma interrupção seria reprogramada para acontecer em 16 ms. Ou seja, se a máquina de estados de leitura dos sensores funcionar corretamente, o *timeout* não será requisitado nenhuma vez.

### 3. Envio de Comandos

O bloco de envio de comandos é uma função de interrupção do periférico USART do microcontrolador. Ou seja, toda vez que uma letra é enviada pela serial da umbilical, o programa executa o bloco envio de comandos e retorna para o *loop* embarcado.

Este bloco é responsável em receber comandos da serial umbilical e identificar uma palavra de comando - tais comandos são descritos na seção A.2.

---

O bloco envio de comandos é constituído de uma máquina de estados, onde cada letra de comando representa um estado da máquina. Portanto, quando uma letra é enviada pela serial e reconhecida como um estado, o sistema atualiza o estado da máquina. E assim até formar uma palavra de comando e o modo do sistema ser atualizado.