



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

TAYNARA CRISTINA GAFFO FRAGA LANGE

**AÇÕES FORMATIVAS PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA
DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS
ANOS INICIAIS, NO CONTEXTO DO ENSINO DE
GEOMETRIA**

Londrina
2024

TAYNARA CRISTINA GAFFO FRAGA LANGE

**AÇÕES FORMATIVAS PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA
DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS
ANOS INICIAIS, NO CONTEXTO DO ENSINO DE
GEOMETRIA**

Texto apresentado à Banca Examinadora como
requisito para aprovação no exame de defesa
do Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Educação Matemática da
Universidade Estadual de Londrina.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Márcia Cristina de
Costa Trindade Cyrino.

Londrina
2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Lange, Taynara Cristina Gaffo Fraga.

Ações formativas para a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, no contexto do ensino de geometria / Taynara Cristina Gaffo Fraga Lange. - Londrina, 2024.
159 f.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2024.

Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática - Tese. 2. Formação de Professores - Tese. 3. Geometria - Tese. 4. Anos Iniciais do Ensino Fundamental - Tese. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51

TAYNARA CRISTINA GAFFO FRAGA LANGE

**AÇÕES FORMATIVAS PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA
DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS
ANOS INICIAIS, NO CONTEXTO DO ENSINO DE
GEOMETRIA**

Texto apresentado à Banca Examinadora como requisito para aprovação no exame de defesa do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Márcia Cristina de
Costa Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof. Dr. Gabriel dos Santos e Silva
Universidade Federal do Paraná - UFPR

Prof^a. Dr^a. Renata Viviane Raffa Rodrigues
Universidade Federal da Grande Dourados -
UFGD

Prof^a. Dr^a. Regina Célia Grando
Universidade Federal de Santa Catarina -
UFSC

Prof^a. Dr^a. Loreni Aparecida Ferreira Baldini
Secretaria Estadual de Educação do Estado
do Paraná

Londrina, 26 de abril de 2024

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela vida e pela dádiva da fé.

À minha orientadora, Márcia Cyrino, pela oportunidade dada e por seu comprometimento com a Formação de Professores que Ensinam Matemática.

Aos professores(as) Gabriel dos Santos e Silva, Loreni Ferreira Baldini, Renata Viviane Raffa Rodrigues e Regina Célia Grando, por terem aceitado participar da banca, por todas as contribuições e pelo respeito em relação ao trabalho.

À minha avó, Elza (*in memoriam*), por ter sido fortaleza e inspiração.

Ao meu amigo, Fábio Bueno de Camargo (*in memoriam*), por ter me motivado a trilhar esse caminho.

Ao meu esposo, André Lange, pela paciência e compassividade.

À minha mãe, Rosi Gaffo, por todo amor e companheirismo.

Ao meu irmão, Carlos Eduardo Gaffo, pelo apoio incondicional.

A todos os demais familiares, por acreditarem e torcerem por mim.

A André Lima Rodrigues, Jéssika Naves de Oliveira e Paulo Henrique Rodrigues, por serem os melhores amigos que eu poderia ter nessa caminhada acadêmica.

A João, Sara, Maria e Raquel, que são os professores que participaram desta formação, pelo compromisso, confiança e apoio.

Aos membros do Gepefopem.

RESUMO

LANGE, Taynara Cristina Gaffo Fraga. **Ações formativas para a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, no contexto do ensino de geometria.** 2024. 159f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2024.

A geometria é uma área da Matemática que deveria ser introduzida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, no entanto, a qualificação dos professores que lecionam nessa etapa de escolarização tem sido incipiente. Com isso, torna-se fundamental discutir ações que contribuam com a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais (PEMAI) no que se refere ao ensino de geometria. Na presente investigação foram investidos esforços em responder a seguinte questão: que elementos de ações formativas, no contexto de um grupo de estudos sobre geometria, podem promover a formação continuada de PEMAI? Para tanto, foi realizada uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, que contou com a participação de quatro PEMAI que atuavam em escolas públicas municipais no estado do Paraná. Estes professores e a professora formadora constituíram um grupo de estudos sobre o ensino e a aprendizagem de geometria no período de março a setembro de 2022, totalizando 36 horas. O *corpus* de análise foi constituído pelas gravações em áudio das reuniões do grupo, pelas imagens de momentos da formação e da prática destes professores, pelas suas produções escritas e pelas anotações do diário de campo da formadora. As ações formativas desenvolvidas foram relativas à mobilização do raciocínio visuoespacial, às trajetórias de aprendizagem em relação às figuras planas, à utilização do *Vaivém*, às discussões sobre a análise e a resolução de tarefas de geometria, e ao relato e discussão de práticas docentes sobre o ensino de geometria. Foi possível observar que essas ações foram essenciais para a formação continuada de PEMAI no que tange à aprendizagem docente, ao ensino de geometria, ao movimento de constituição da identidade profissional e ao desenvolvimento das capacidades do *noticing* profissional. A partir da análise dessas ações foram identificados os seguintes elementos: Reflexões desencadeadas pelas ações da formadora; Discussões das tarefas propostas na formação e pelos professores em suas práticas; (re)conhecimento de perspectivas alternativas para o ensino de geometria; comunicação; e a aprendizagem docente. Esses elementos permitem inferir que os PEMAI (res)significaram suas práticas e suas concepções sobre a geometria e a matemática. Com isso, entende-se que a formação continuada de PEMAI para o ensino de geometria deve considerar os conteúdos relacionados às ações, e elementos que privilegiem o professor como protagonista deste processo, visando a compreensão de suas concepções, angústias, trajetórias profissionais, conhecimentos e expectativas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação Continuada de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais; Ensino de geometria; Ações Formativas.

ABSTRACT

LANGE, Taynara Cristina Gaffo Fraga. **Formative actions for the ongoing professional development of teachers who teach mathematics in the early years, within the context of geometry instruction.** 2024. 159f. Thesis (Doctorate in the Teaching of Science and Mathematical Education) – State University of Londrina, Londrina, 2024.

Geometry is an area of Mathematics that should be introduced from the early years of Elementary Education; however, the qualification of teachers who teach at this schooling level has been lacking. Therefore, it becomes essential to discuss actions that contribute to the continuous training of teachers who teach mathematics in the early years (PEMAI) regarding the teaching of geometry. In the present investigation, efforts were made to address the following question: what elements of training actions, within the context of a geometry study group, can promote the ongoing professional development of mathematics teachers in the early years (PEMAI)? To this end, a qualitative interpretative research was conducted, involving the participation of four PEMAI who worked in public municipal schools in the state of Paraná. These teachers and the forming teacher constituted a study group on the teaching and learning of geometry from March to September 2022, totaling 36 hours. The analysis corpus consisted of audio recordings of the group's meetings, images of moments from the training and practice of these teachers, their written productions, and field diary notes from the forming teacher. The formative actions developed related to the mobilization of visuospatial reasoning, learning trajectories regarding plane figures, the use of *Vaivém*, discussions on the analysis and resolution of geometry tasks, and the reporting and discussion of teaching practices on the teaching of geometry. It was possible to observe that these actions were essential for the continuous training of PEMAI regarding teaching and learning, geometry teaching, the process of constituting professional identity, and the development of professional noticing abilities. From the analysis of these actions, the following elements were identified: Reflections triggered by the forming teacher's actions; Discussions of tasks proposed in the training and by teachers in their practices; (Re) recognition of alternative perspectives for the teaching of geometry; communication; and teacher learning. These elements allow us to infer that PEMAI (re) signified their practices and their conceptions of geometry and mathematics. Thus, it is understood that the continuous training of PEMAI for the teaching of geometry should consider the contents related to the actions, and elements that prioritize the teacher as the protagonist of this process, aiming at understanding their conceptions, anxieties, professional trajectories, knowledge, and expectations.

Keywords: Mathematics Education; Continuing Education for Teachers Teaching Mathematics in the Early Years; Geometry Instruction; Formative Actions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação da altura da pirâmide de Quéops.....	14
Figura 2: Componentes da Teoria Social de Aprendizagem.....	23
Figura 3: A dualidade da participação e da reificação.....	24
Figura 4: Organização da tese no formato multipaper	33
Figura 5: Respostas dos professores	56
Figura 6: Escrita do João	58
Figura 7: Escrita da Sara	59
Figura 8: Objetos utilizados para discussão na reunião	60
Figura 9: Exemplo das posições identificadas pelos PEMAI.....	63
Figura 10: Habilidades do raciocínio visuoespacial	64
Figura 11: Tarefa trabalhada por Sara.....	109
Figura 12: Representações levadas por Maria	112
Figura 13: Tarefa trabalhada por Sara.....	113
Figura 14: Modelo de <i>Vaivém</i>	123
Figura 15: Produção Escrita de Raquel (1).....	125
Figura 16: Produção Escrita de João (1)	126
Figura 17: Produção Escrita de João (2)	127
Figura 18: Produção Escrita de Maria (1)	127
Figura 19: Produção Escrita de Maria (2)	127
Figura 20: Produção Escrita de Sara (1)	128
Figura 21: Produção Escrita de Sara (2)	129
Figura 22: Produção escrita da professora Raquel (2).....	129
Figura 23: Produção Escrita de Maria (3)	130
Figura 24: Produção Escrita de Maria (4)	131
Figura 25: Produção Escrita de Sara (3)	131
Figura 26: Produção Escrita de João (2)	132
Figura 27: Produção Escrita de Raquel (3).....	133
Figura 28: Produção Escrita de Maria (5)	133
Figura 29: Produção Escrita de João (7)	134
Figura 30: Produção Escrita de João (5)	135
Figura 31: Produção Escrita de Maria	136

Figura 32: Produção Escrita de Raquel	136
Figura 33: Produção Escrita de Raquel (8).....	137
Figura 34: Produção Escrita de Sara	137
Figura 35: Habilidades do raciocínio visuoespacial	146

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Aspectos do Autoconhecimento	27
Quadro 2: Informações profissionais dos PEMAI	35
Quadro 3: Descrição dos encontros do grupo	36
Quadro 4: Informações a respeito dos professores participantes da pesquisa	51
Quadro 5: Informações profissionais dos PEMAI	106
Quadro 6: Indícios do Movimento de Constituição da IP de PEMAI	138
Quadro 7: Indícios do Movimento de Constituição da IP de PEMAI	148

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
1.1 O ENSINO DE GEOMETRIA NA E PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES	15
1.2 PERSPECTIVAS TEÓRICAS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA	19
1.3 TEORIA SOCIAL DA APRENDIZAGEM	22
1.4 A IDENTIDADE PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA	25
1.5 O VAIVÉM	27
1.6 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS	28
1.7 QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO, OBJETIVOS E ESTRUTURA DA TESE	31
1.8 PARTICIPANTES E CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO	34
1.9 INSTRUMENTOS PARA OBTENÇÃO DAS INFORMAÇÕES E PROCESSO DE ANÁLISE	38
REFERÊNCIAS.....	40
 2 RACIOCÍNIO VISUOESPACIAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL.....	 45
2.1 INTRODUÇÃO.....	45
2.2 O RACIOCÍNIO VISUOESPACIAL E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES	46
2.3 FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS	50
2.4 UMA PROPOSTA ENVOLVENDO GEOMETRIA ESPACIAL	53
2.5 HABILIDADES DO RACIOCÍNIO VISUOESPACIAL MOBILIZADAS PELOS PROFESSORES ..	64
2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
REFERÊNCIAS.....	69
 3 TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGENS DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS EM UMA AÇÃO FORMATIVA SOBRE FIGURAS PLANAS	 71
3.1 INTRODUÇÃO.....	71
3.2 O ENSINO DE GEOMETRIA E A APRENDIZAGEM DOCENTE	73
3.3 CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO E ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS.....	75
3.4 TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGENS DE PEMAI NA CONSTRUÇÃO DE UM GLOSSÁRIO A RESPEITO DE FIGURAS PLANAS	77

3.4.1	TRIÂNGULO.....	78
3.4.2	QUADRADO.....	80
3.4.3	RETÂNGULO.....	82
3.4.4	PARALELOGRAMO, TRAPÉZIO E LOSANGO.....	84
3.4.5	PENTÁGONO	86
3.4.6	CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA.....	88
3.4.7	SISTEMATIZAÇÃO DAS CARACTERIZAÇÕES DAS FIGURAS PLANAS	90
3.5	APRENDIZAGENS MOBILIZADAS PELOS PEMAI.....	93
3.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	96
	REFERÊNCIAS.....	97

4 O NOTICING PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....101

4.1	INTRODUÇÃO.....	101
4.2	NOTICING DO PROFESSOR	103
4.3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	106
4.4	ANÁLISE DE AÇÕES FORMATIVAS	107
4.4.1	RELATO E DISCUSSÃO DE PRÁTICAS DOCENTES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA	107
4.5	NOTICING PROFISSIONAL MOBILIZADO PELOS PEMAI E O PROCESSO FORMATIVO....	114
4.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	115
	REFERÊNCIAS.....	117

5 O MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....119

5.1	INTRODUÇÃO.....	119
5.2	IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA	120
5.3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	122
5.4	INDÍCIOS DO MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IP DE PEMAI	124
5.4.1	RELACIONADOS A ELEMENTOS DA PRÁTICA DOCENTE	125
5.4.2	O MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IP DE PEMAI RELACIONADO AO ENSINO E A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA.....	129

5.4.3	O MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IP DE PEMAI RELACIONADO AO CONTEXTO DE FORMAÇÃO	134
5.5	DIMENSÕES DO MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IP DOCENTE E O PROCESSO FORMATIVO	138
5.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	140
REFERÊNCIAS.....		142
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS		145
REFERÊNCIAS.....		151
ANEXOS		155

1 INTRODUÇÃO

“Ninguém começa a ser professor numa certa terça-feira às 4 horas da tarde... Ninguém nasce professor ou marcado para ser professor. A gente se forma como educador permanentemente na prática e na reflexão sobre a prática”.
(Freire, 1991, p. 58)

No trecho acima, Paulo Freire nos faz refletir a respeito do processo de constituição da profissão professor, que, embora não tenha ponto de partida específico, remete, inevitavelmente, à nossa trajetória e às escolhas que fazemos ao longo dela. Tais escolhas também são inerentes à prática docente e à pesquisa. Nem sempre sabemos a qual caminho nossas escolhas nos levarão, mas sabemos que elas nos ajudarão a construir um caminho.

Neste movimento de escolhas, nossa investigação se propõe a discutir *um caminho* possível e potencial para a Formação de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais (PEMAI) em relação ao ensino e à aprendizagem de geometria.

Desde o mestrado (Fraga, 2019), tenho¹ dedicado meus estudos à compreensão da geometria como ferramenta fundamental na e para a formação de professores que ensinam matemática (PEM). No entanto, não posso deixar de reconhecer a importância da minha experiência (Larrosa, 2002) como docente no enriquecimento desta pesquisa. Por meio da minha atuação como PEMAI, pude observar de perto as dificuldades enfrentadas tanto pelos estudantes para aprender geometria quanto pelos educadores para trabalhar com essa temática.

Atuo como PEMAI desde 2019 e posso afirmar que, de toda minha trajetória profissional, o trabalho nessa etapa de ensino foi o mais desafiador. E esse desafio se deu justamente por imaginar ser simples algo que é extremamente complexo: o trabalho com crianças e com professores pedagogos.

A visão a respeito dos conceitos matemáticos para as crianças se apresenta de forma genuína, como brilhantemente me mostrou um aluno do 2º ano ao questionar se o número 6 era par e ímpar ao mesmo tempo justificando que esse número pode ser considerado em 2 grupos de 3 (par) ou em 3 grupos de 2 (ímpar). Situação semelhante ocorre em “*A teaching episode: ‘Sean Numbers’*” (Ball; Bass,

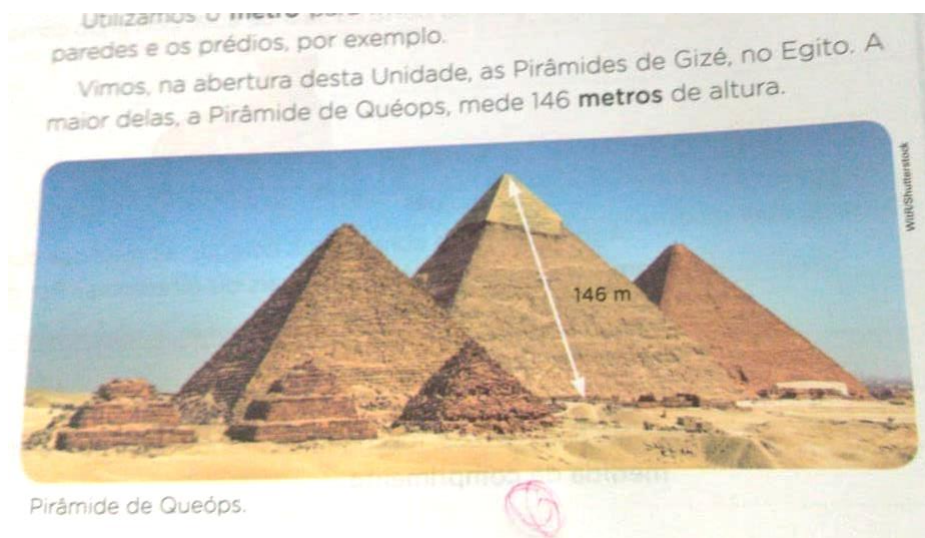
¹ Nesta seção o texto está escrito na primeira pessoa do singular, uma vez que se trata da trajetória pessoal e profissional da pesquisadora.

2009, p. 7) e é amplamente discutida para se compreender o conhecimento do conteúdo no horizonte. No entanto, ainda que incidentes críticos como este possam ocorrer todos os dias em salas de aula dos anos iniciais e possibilitar caminhos para a aprendizagem matemática, muitos PEMAI ainda possuem formação incipiente para aproveitar e potencializar esses raciocínios e questionamentos.

Como minha formação não é em pedagogia, mas sim o curso técnico integrado de Formação Docente, na escola poucas vezes minhas sugestões eram acatadas pela equipe diretiva, sob argumentos ludibriosos como: “Isso não funciona para escola pública”; “É que sua formação não é para crianças”; “Eles aprendem matemática quando forem mais velhos”; “Eu também nunca aprendi”; “Você ainda vai aprender como trabalhar com crianças”; “Não precisa ensinar aqui, depois eles veem no Ensino Médio com os professores de matemática”; “De matemática, o que os alunos precisam é sair do Ensino Fundamental I sabendo fazer as quatro operações”.

A “recomendação” de seguir à risca o material apostilado fornecido pela Secretaria Municipal de Educação era o que mais me incomodava, mesmo porque esse material, por vezes, apresentava erros conceituais importantes, como pode ser observado na Figura 1, onde a escrita se refere à altura da pirâmide e o desenho ilustra o apótema desta pirâmide.

Figura 1: Representação da altura da pirâmide de Quéops



Fonte: Apostila do Sistema Maxi de Ensino (3º ano – 2020)

Muitos professores do meu município delegavam o ensino de geometria aos professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e

do Ensino Médio, sob a alegação de que nessas etapas os alunos aprenderiam “melhor” essa temática.

No início do meu doutorado os membros do Gepefopem² também estavam estudando essa temática e a ideia era a de que constituísse um grupo de estudos com PEMAI com foco no ensino e na aprendizagem de geometria. No entanto, com as incertezas e o isolamento físico desencadeados pela pandemia da Covid-19 impediram que o grupo fosse constituído. Em meados de 2021, com o retorno presencial gradativo das atividades escolares, foi constituído um grupo de estudos, sob a minha condução, com dez professores da Escola do Campo na qual eu atuava. Contudo, esse primeiro grupo se encerrou com cinco reuniões³, as quais foram dedicadas ao estudo do raciocínio proporcional, que foi a principal demanda desses professores na época. A ideia era iniciar com um tema à escolha deles e, na sequência, buscar discutir sobre o ensino e a aprendizagem de geometria.

Com isso, no início de 2022 convidei professores que atuavam nas escolas urbanas do município para trabalhar com foco no ensino e na aprendizagem de geometria, com o objetivo de investigar ações de um contexto de formação continuada que podem contribuir para o ensino e a aprendizagem de geometria de PEMAI, conforme será discorrido em detalhes nas próximas seções.

1.1 O ENSINO DE GEOMETRIA NA E PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Discussões a respeito do ensino e da aprendizagem de geometria têm sido foco de estudos e pesquisas na área da Educação Matemática (Clements *et al.*, 2018; Gutiérrez, 1996; Sharma, 2019; Sinclair *et al.*, 2016), apontando que essa temática é fundamental desde as primeiras etapas escolares, pois pode impactar na forma como as crianças compreendem e se apropriam dos conceitos geométricos (Clements *et al.*, 2018; Davis, 2015; Jablonski; Ludwig, 2023; Sinclair *et al.*, 2016; Owens, 2015).

Na literatura é possível observar diferentes teorias que se utilizam de terminologias como pensamento geométrico (Duval, 1998; Van Hiele, 1984),

² Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática, da Universidade Estadual de Londrina (UEL), coordenado pela Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

³ O encerramento do grupo se deu em virtude da minha remoção da escola do campo, que ficava há mais de 50 km da cidade, para uma escola mais próxima de onde eu iria atuar.

raciocínio geométrico (Brunheira, 2019), raciocínio espacial (Davis, 2015) e raciocínio visuoespacial (Owens, 2015). Cada teoria possui suas particularidades em relação a geometria que, não necessariamente, se contrapõem, mas fornecem uma visão da complexidade presente na aprendizagem geométrica, que é necessária não apenas para a matemática, mas para diversas áreas de conhecimento.

Sinclair *et al.* (2016) realizaram um levantamento sobre Educação em geometria e identificaram sete grandes linhas nas pesquisas analisadas que evidenciam a importância de aspectos visuais no ensino e na aprendizagem de geometria, além de acenar para influência das concepções de professores e alunos nesses processos. Essas linhas contemplam

desenvolvimentos e tendências no uso de teorias; avanços na compreensão do raciocínio visuoespacial; o uso e o papel de diagramas e gestos; avanços na compreensão do papel das tecnologias digitais; avanços na compreensão do ensino e aprendizagem de definições; avanços na compreensão do processo de ensino e aprendizagem da prova; e, indo além das abordagens euclidianas tradicionais (Sinclair *et al.*, 2016, p. 1, tradução nossa).

Nesse sentido, a geometria é considerada como um sistema de representação usado para visualizar conceitos, formas de raciocínio e ambientes espaciais (Battista, 2007; NCTM, 2000), sendo importante que os processos formativos de PEMAI promovam o desenvolvimento do pensamento geométrico ao considerar o

desenvolvimento de habilidades de visualização; de pensamento crítico; de capacidades de raciocinar, argumentar, demonstrar, fazer suposições e inferências lógicas, reduzir objetos tridimensionais a duas dimensões, de perceber que as ideias geométricas são úteis na representação e na resolução de problemas (Vieira; Cyrino, 2022, p. 287).

Mesmo sendo amplamente discutida, diversos autores acenam para o abandono do ensino da geometria no âmbito das escolas brasileiras, relatando dificuldades enfrentadas por professores de matemática no trabalho com essa temática (Gazire, 2000; Pavanello, 1993). O Movimento da Matemática Moderna (Oliveira, *et al.*, 2011) é tido como um dos fatores causadores desse abandono (Oliveira; Menezes; Canavarro, *et al.*, 2013), pois influenciou muitos professores a focar o ensino no desenvolvimento da aritmética e das noções de conjunto,

priorizando uma perspectiva axiomática para o ensino de geometria, com uso fórmulas e procedimentos e demonstrações sem significado. O impacto desse abandono, mesmo após décadas, também se dá na formação de professores, ao passo que, atualmente, é preciso lidar com a falta de formação adequada do professor em relação a conteúdos geométricos (Barbosa, 2011; Santos; Teles, 2021).

Barros e Pavanello (2022, p.12) argumentam que “o ensino da geometria se mostra ineficiente e precário, o que evidencia as dificuldades tanto de professores quanto de alunos em todos os segmentos da Educação Básica”. Tal situação se torna mais evidente quando analisamos⁴ a formação de PEMAI, que apresentam dificuldades quanto a compreensão de conceitos geométricos básicos (Santos; Teles, 2021).

Segundo Lima e Silva (2015) o trabalho com a geometria na formação inicial ocorre, muitas vezes, de forma desarticulada e sem relação com as discussões pedagógicas. Além disso, os conhecimentos geométricos são vistos de forma estanque (Lopes; Manrique; Macedo, 2022), podendo criar lacunas no conhecimento dos futuros professores e na sua capacidade de raciocinar em contextos geométricos (Vieira, 2023).

Santos e Teles (2021, p. 105) apontam que “as fragilidades do conhecimento conceitual influenciam de forma significativa as práticas dos professores que se sentem inseguros para trabalhar com conteúdos geométricos”. A conclusão dos autores nos permite inferir que a formação incipiente dessa temática pode gerar grande impacto no ensino de geometria, e desencadear um ciclo de desinformação que perpassa da Educação Infantil ao Ensino Superior.

Considerando que os PEMAI “desempenham um papel fundamental no início da vida escolar do estudante, sendo os responsáveis pela apresentação da Matemática e, em particular, da geometria de uma maneira formalizada” (Oliveira; Izar; Settimy, 2022, p. 83) não basta delegar apenas à formação inicial a tarefa do ensino e da aprendizagem de geometria (Almouloud *et al.*, 2004; Lima; Silva, 2015; Lopes; Manrique; Macedo, 2022; Nacarato, 2010; Santos; Teles, 2021; Souza; Bulos, 2011).

Desse modo, é preciso buscar alternativas na formação continuada desses profissionais. Souza e Nehring (2022) argumentam que a formação continuada

⁴ A partir deste momento, retomo a utilização da primeira pessoa do plural, considerando os diversos atores que contribuíram para a construção deste trabalho, como por exemplo, minha orientadora, e os autores citados na revisão de literatura que pautaram as minhas reflexões.

representa uma oportunidade para a troca de experiências, para a reflexão sobre a prática docente e para a compreensão de conceitos matemáticos/geométricos. A formação continuada também permite conhecer recursos e metodologias relacionados à geometria, possibilitando aos professores em formação refletir sobre as lacunas referentes à compreensão destes conceitos que persistem após a formação inicial.

Além disso, Gal (2019) salienta a importância de o professor compreender de que forma se dá o pensamento de seus alunos em relação a geometria, destacando a necessidade de incluir essas ideias nos contextos formativos. Quando falamos em formação de professores

[...] não nos referimos a qualquer proposta de formação de PEM, mas sim àquela que valoriza o (futuro) professor como protagonista do seu processo de formação, como produtor de conhecimento; que articula a prática letiva do PEM com a sua profissão, com as políticas educacionais e as políticas públicas mais amplas. Cursos de formação de professores constituídos de conteúdos predeterminados pelo formador, com técnicas pedagógicas homogêneas, assumidas como “receitas” ou “fórmulas mágicas”, que tencionam “colonizar” o professor e a escola, nos parecem ineficazes, além de perversos (Cyrino, 2017, p. 709).

Assim, as práticas formativas devem partir do contexto da sala de aula e das necessidades dos professores para serem planejadas e desenvolvidas. Logo, é importante que na formação continuada sejam consideradas e ofertadas possibilidades de negociação de significados com vistas à aprendizagem docente. Consideramos que a aprendizagem docente é simultaneamente individual e coletiva, na perspectiva da aprendizagem social (Wenger, 1998), proveniente da interação dos professores com o objeto do conhecimento e com os pares.

Desse modo, considerando a necessidade de formações que possibilitem aos PEMAI oportunidades de constituição de conhecimentos sobre o ensino de geometria, os membros Gepefopem, grupo do qual fazemos parte, tem desenvolvido estudos e pesquisas relacionados a essa temática. Dentre os estudos estão os de Cybulski e Cyrino (2022) e Vieira e Cyrino (2023), que fornecem um panorama a respeito da geometria na formação inicial de PEM, e o de Rodrigues e Cyrino (2017) que analisaram investigações a respeito da formação continuada de PEM em Comunidades de Prática (CoP).

Cybulski e Cyrino (2022) mapearam e discutiram indicativos de geometria na formação inicial de PEM presentes em dissertações e teses oriundas de

Programas de Pós-Graduação brasileiros. Em suas análises, descrevem que as pesquisas que tratam sobre a Educação Infantil e os anos iniciais do Ensino Fundamental têm como pontos de enfoque abordagens metodológicas para o ensino de geometria, conteúdos geométricos e aspectos da grade curricular dessa temática. As autoras defendem que sejam repensados alguns aspectos relativos à formação inicial, como qual seria o papel de representações de figuras geométricas para além de um apoio às demais áreas da Matemática.

Já Rodrigues e Cyrino (2017), ao realizarem uma leitura crítica das considerações finais de dissertações e teses vinculadas ao Gepefopem, observaram aspectos que foram potenciais para o desenvolvimento profissional docente, como o trabalho coletivo, o compartilhamento de experiências, o estudo de conceitos matemáticos e possibilidade de expor erros sem constrangimentos.

Vieira e Cyrino (2023) buscaram discutir as possibilidades para o desenvolvimento do pensamento geométrico de futuros professores de matemática. Com isso, concluem que, entre outras coisas, a resolução, elaboração e discussão de tarefas de geometria devem ser consideradas na formação inicial de PEM.

De modo geral, os resultados encontrados nessas pesquisas apontam para a busca do desenvolvimento do pensamento geométrico de (futuros) PEM, acenando para a necessidade de pesquisas que forneçam elementos para sua caracterização, bem como para a urgência de processos de formação continuada que considerem o professor como protagonista de seu processo de aprendizagem.

1.2 PERSPECTIVAS TEÓRICAS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

Os estudos que versam a respeito do ensino e da aprendizagem de geometria apresentam diferentes terminologias para se referir a esses processos, como pensamento geométrico (Duval, 1998; Van Hiele, 1984), raciocínio geométrico (Brunheira, 2019), raciocínio espacial (Davis, 2015) e raciocínio visuoespacial (Owens, 2015).

No que se refere ao pensamento geométrico, vários estudos identificam e discutem aspectos relacionados à sua natureza e ao seu desenvolvimento (Clements; Battista, 1992; Costa, 2020; Duval, 1998; Fujita, 2012; Garrido; Leyva, 2005; Gravina, 2001; Leivas, 2009; Pais, 1996; Parzysz, 1988; Van De Walle; 2009; Van Hiele, 1984). Mesmo assim, não há consenso na literatura sobre

o que seja pensamento geométrico (Costa, 2020; Cybulski; Cyrino, 2022; Paiva, 2021).

Para Costa (2020, p. 92),

O pensamento geométrico é a capacidade mental de produzir conhecimentos em geometria; de mobilizar, de forma coerente, os instrumentos geométricos na resolução de problemas; é a capacidade de entender a complexidade dos fenômenos e de realizar inferência sobre eles; de reconhecer e verificar a relevância da geometria como um instrumento para compreensão do mundo físico e como um modelo em Matemática para entendimento do mundo teórico.

O estudo de Paiva (Paiva, 2021, p. 166) destaca a importância do visual ao mencionar que o pensamento geométrico seria “a interação permanente entre imagens e conceito” e ainda que ele “possibilita perceber uma figura geométrica como uma imagem visual mediante a sua representação mental”.

Segundo Cybulski e Cyrino (2022), os modelos teóricos mais utilizados pelos autores que investigam a formação inicial de PEMAI são os de Van Hiele (1984) e Duval (1998). Para Van Hiele (1984) o desenvolvimento do pensamento geométrico se dá em cinco níveis hierárquicos, quais sejam, visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Já para Duval (1994; 1998), isso não ocorre em níveis, mas envolve três diferentes processos cognitivos: a visualização, a construção e o raciocínio. Além disso, para o autor, existem as apreensões cognitivas presentes nestes processos para resolver problemas geométricos.

Em relação a essas perspectivas, Sharma (2019, p. 43, tradução nossa) aponta que “essas teorias e modelos enfatizam o desenvolvimento dos conceitos de geometria bidimensional, negligenciando o desenvolvimento dos conceitos de geometria tridimensional”. Por esses e outros motivos, teorias que englobam os conceitos tridimensionais, como o raciocínio visuoespacial (Owens, 2015) tem ganhado destaque na literatura (Sinclair *et al.*, 2016).

Além disso, Sharma (2019, p. 54, tradução nossa) ainda argumenta que

as teorias falham em reconhecer os processos pelos quais os alunos negociam sua compreensão dos conceitos de geometria enquanto interagem com os outros. [...] Explorar os processos de conversação que permitem aos alunos expressarem sua compreensão de diferentes conceitos de geometria, enquanto negociam suas

construções, pode ajudar a obter informações valiosas para a pesquisa em educação em geometria.

Dada a importância em se reconhecer o papel do visual nos processos de ensino e de aprendizagem de geometria, Owens (2015) considera que a terminologia utilizada nos estudos a esse respeito tem sido variada, pois a palavra visualização, por exemplo, pode estar relacionada tanto a representações, sejam elas mentais ou não, quanto a capacidades espaciais específicas⁵. Com isso, ela argumenta sua decisão pela terminologia “raciocínio visuoespacial”, para deixar claro que ele é “associado e dependente de imagens visuais [visualização], mas também expresso e argumentado com referências espaciais” (Owens, 2015, p. 7, tradução nossa), daí a importância da perspectiva ecocultural defendida pela autora, que considera que o lugar (contexto no qual se está inserido) tem aspectos espaciais e culturais próprios, os quais irão impactar no desenvolvimento do raciocínio visuoespacial.

Owens (2015) considera que o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial também pode ser afetado pelas concepções e valores do indivíduo, que podem ser provenientes de sua cultura e de relações pessoais que afetam sua identidade. Portanto, todos esses aspectos devem ser considerados para o trabalho com esse raciocínio, sendo que ele se constitui como uma das necessidades para que o aluno (ou aprendiz) se desenvolva como “pensador matemático”.

Já em relação ao termo raciocínio geométrico, Battista (2007, p. 843, tradução nossa) considera que ele requer “raciocínio espacial que inclui gerar imagens, inspecionar imagens para responder a perguntas sobre elas, transformar e operar imagens e manter imagens a serviço de outras operações mentais”, enfatizando a importância do visual para a aprendizagem em geometria.

No que se refere ao raciocínio espacial, Davis (2015, p. 10, tradução nossa) argumenta que ele

é uma área específica do raciocínio não verbal, com um conjunto de ferramentas poderosas. Portanto, quando falamos de raciocínio espacial, estamos falando de algum tipo de explicação (de porque, quando ou como) e, portanto, primeiro precisamos entender as várias

⁵ As capacidades espaciais (*spatial abilities*) referem-se, por exemplo, a entender e manipular informações relacionadas ao espaço (como visualização mental de objetos em diferentes posições) e a compreensão de relações espaciais (como distância, direção e orientação).

formas não-verbais pelas quais o raciocínio pode (e deve) ocorrer (incluindo através de gestos, diagramas e imagens mentais).

De modo geral, a literatura acena para a importância do visual e das diferentes variáveis que podem impactar na forma como a geometria é aprendida e/ou ensinada, convergindo para a importância dessa aprendizagem para a resolução de problemas matemáticos e de outras áreas de conhecimento.

1.3 TEORIA SOCIAL DA APRENDIZAGEM

Esta investigação está pautada na Teoria Social da Aprendizagem, que foi desenvolvida por Wenger (1998) a partir de estudos realizados em parceria com Jean Lave, com o objetivo de formular uma teoria de aprendizagem enquanto dimensão da prática social (Lave; Wenger, 1991). Essa teoria se refere a uma estrutura conceitual e é validada por sua utilidade em discorrer sobre históricas significativas a respeito da condição humana (Farnsworth; Kleanthous; Wenger-Trayner, 2016).

Para os autores, a aprendizagem está intimamente ligada à participação em Cop, mas neste trabalho a teoria de Wenger (1998) é utilizada exclusivamente para explicitarmos nossa compreensão sobre aprendizagem, pois não temos a intencionalidade de caracterizar o grupo de estudos como uma Cop.

A compreensão de aprendizagem envolve a interação entre “um conjunto de critérios e expectativas pelo qual os membros de uma comunidade reconhecem seus modos de pertencimento” (Wenger, 2010, p. 180, tradução nossa). Logo, essa prática inclui

a linguagem, as ferramentas, os documentos, as imagens, os símbolos, os papéis bem definidos, os critérios especificados, os procedimentos classificados, os regulamentos e os contratos que várias práticas tornam adequados e explícitos para uma gama de propósitos. Mas também se incluem todas as relações implícitas, as convenções tácitas, as sugestões sutis, as regras não declaradas, as intuições reconhecíveis, as percepções específicas, as compreensões incorporadas, as suposições subjacentes, as visões de mundo compartilhadas (Wenger, 1998, p. 47).

Para caracterizar essa perspectiva de aprendizagem, Wenger (1998) define quatro componentes interligados e mutuamente definidos (Figura 2).

Figura 2: Componentes da Teoria Social de Aprendizagem

Fonte: Wenger (1998, p. 5)

O *significado* se refere à aprendizagem como experiência e constitui uma forma de buscar significados para nossas ações no mundo. A *comunidade* envolve a aprendizagem como pertencimento, se constituindo em um meio de falar sobre as configurações sociais. A *prática* diz respeito à aprendizagem como fazer, ou seja, uma forma de participação em comunidades de prática, onde o conhecimento é compartilhado, construído e refinado coletivamente.

Portanto, a aprendizagem nesta perspectiva se dá por meio de um processo de negociação de significados, onde o significado pode ser entendido como uma experiência cotidiana de participação no mundo. Wenger (1998) ressalta que situações desafiadoras são potenciais para o processo de negociação de significados, mas que mesmo em situações rotineiras do cotidiano é possível identificá-lo.

Em suma, o processo de negociação de significados envolve a interação entre dois outros processos: a participação e a reificação (Figura 3). A participação é uma experiência que envolve as relações com os outros. Ela “[...] é tanto pessoal quanto social. É um processo complexo que combina fazer, falar, pensar, sentir e pertencer. Envolve toda a pessoa, incluindo nossos corpos, mentes, emoções e relações sociais” (Wenger, 1998, p. 56, tradução nossa).

Assim, “[...] em conjunto com a participação, a reificação é um conceito muito útil para descrever o nosso engajamento com o mundo como produtor de significado” (Wenger, 1998, p. 58, tradução nossa). Ela pode ser entendida como “transformar algo em coisa”, que pode ser algo material ou um conceito. Segundo Wenger (1998), o termo reificação inclui processos como fazer, desenhar, representar, nomear, codificar e descrever, assim como perceber, interpretar, utilizar, reutilizar, decodificar e reformular. Pode-se afirmar que reificar não se limita a expressar uma ideia, mas a fornecer subsídios para novos significados.

Figura 3: A dualidade da participação e da reificação



Fonte: Wenger (1998, p. 63)

Esses dois processos, reificação e participação, estão interligados e são indissociáveis, sendo que o processo negociação de significados requer que ambos ocorram simultaneamente.

A reificação não determina o significado que atribuímos a uma determinada pessoa, objeto ou conceito num determinado momento; a interpretação está sujeita a negociação. A existência de reificação exige atenção. Assim, por exemplo, um livro didático é uma reificação do conhecimento e do conteúdo de uma área temática. Não impõe o seu próprio significado, pois é uma mera reificação, mas os professores terão de negociar a sua forma de contornar o problema,

especialmente se for uma parte obrigatória do currículo. Claro, você pode criar uma reificação que force as pessoas mais ou menos a certas interpretações, como uma receita ou instruções detalhadas, mas isso nunca é totalmente determinístico (Farnsworth; Kleanthous; Wenger-Trayner, 2016, p. 9, tradução nossa).

Assim, é complexo distinguir esses processos, pois não se trata de classificar a negociação de significados como um ou outro, mas sim compreender a interação de ambos. Inclusive, “quando a reificação e a participação estão separadas, a continuidade do significado não é garantida” (Farnsworth; Kleanthous; Wenger-Trayner, 2016, p. 8, tradução nossa). Segundo Wenger (1998), tanto a experiência quanto a prática estão em constante movimento, por isso a participação e a reificação são tidas como processos contínuos, e não estanques. Para o autor, o “[...] significado negociado é ao mesmo tempo dinâmico e histórico, contextual e único” (Wenger, 1998, p. 54).

1.4 A IDENTIDADE PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Nesta pesquisa, pautados na perspectiva de Cyrino (2016b, 2017, 2018, 2021), assumimos o movimento de constituição da Identidade Profissional (IP) de PEM como

um conjunto de crenças/concepções do professor em formação interconectadas ao seu autoconhecimento, às suas emoções e aos conhecimentos acerca de sua profissão, associado à autonomia (vulnerabilidade e sentido de agência) e ao compromisso político (Cyrino, 2021, p. 4).

Esses diferentes aspectos que compõem a caracterização da IP estão interconectados e se constituem socialmente, de certa forma, na atividade de ser quem se é no mundo. Mesmo assim, não são desconsiderados os elementos individuais e particulares dos sujeitos, pois não advogamos que haja dissociação entre o que é social e o que é individual. Com isso, percebe-se a complexidade e dinamicidade da IP ao se considerar que ela “envolve aspectos pessoais, profissionais, intelectuais, morais e políticos dos grupos nos quais os sujeitos estão envolvidos” (Cyrino, 2016, p. 168).

O termo “movimento de constituição” que utilizamos nesta investigação se deve por compreender que a identidade é “formada e transformada

continuamente em relação às formas pelas quais somos representados ou interpelados nos sistemas culturais que nos rodeiam. [...] A identidade plenamente unificada, completa, segura e coerente é uma fantasia” (Hall, 2015, p. 11-12, tradução nossa).

É preciso ressaltar que não há um ponto de partida para a IP e tampouco um final. Com isso, suas dimensões não podem ser consideradas de modo estanque, separadas, disjuntas, mas em um movimento no qual elas são indissociáveis em suas interconexões, relações e associações (Cyrino, 2021).

No que se refere aos aspectos constituintes da IP, cabe destacar, brevemente, suas características particulares. Contudo, ao caracterizá-los de forma isolada não defendemos sua dissociação, apenas consideramos ser necessário para uma compreensão mais ampla e para fins analíticos.

As *concepções* dos professores podem estar relacionadas ao modo como compreendem o mundo e suas interações sociais, à forma como descrevem e analisam suas próprias práticas e a seus conhecimentos sobre a matemática.

As *emoções*, segundo Kelchtermans e Deketelaere (2017), “são experiências corporais, significativas, desencadeadas por interações com o mundo material, social e cultural” (p. 432, tradução nossa).

Os *conhecimentos acerca de sua profissão* envolvem a compreensão do professor sobre o ambiente escolar e a profissão docente, podendo envolver as normas, o currículo, as relações entre os pares, a relação com os alunos e o conhecimento sobre a matemática.

Sobre a *vulnerabilidade*, Oliveira e Cyrino (2011) destacam que há, na profissão professor, a vulnerabilidade que paralisa, enfraquece e fragiliza, limitando o professor em suas ações. Contudo, quando pensamos nesse conceito, abdicamos dessa noção paralisante e compreendemos a que

[...] nos permite suspender por alguns instantes, mais ou menos longos, e mais ou menos frequentes, as nossas certezas e convicções. Aquela que nos faz questionar a nós próprios. Também a vulnerabilidade no sentido de nos expormos aos outros e, como tal, podermos tornar-nos “alvo de crítica, de contestação” (Oliveira; Cyrino, 2011, p. 112).

Com isso, essa *vulnerabilidade* nos permite buscar o sentido de *agência* para lidar com as situações e incidentes críticos em sala de aula, além de possibilitar oportunidades de aprendizagem docente.

O *autoconhecimento* se divide em cinco aspectos, segundo Kelchtermans (2009): autoimagem, autoestima, motivação para o trabalho, percepção de tarefas profissionais e perspectivas futuras, os quais são apresentados de forma sucinta no Quadro 1.

Quadro 1: Aspectos do Autoconhecimento

Aspectos do autoconhecimento	Características
Autoimagem	Diz respeito ao modo com que os (futuros) professores representam a si mesmos como professores.
Autoestima	Tem relação ao julgamento do desempenho do professor no trabalho que realiza (“quão bem eu estou fazendo meu trabalho como professor?”).
Motivação para o trabalho	Relaciona-se aos motivos que incentivam os sujeitos a escolherem ser professores
Reconhecimento de tarefas profissionais	Refere-se às tarefas e aos deveres para o professor desenvolver um bom trabalho (programa educacional). Reflete as respostas dos professores a questões como: “o que preciso fazer para ser um bom professor?”, “quais são as tarefas que devo desenvolver para ter a sensação de que meu trabalho é bem-feito?”, etc.
Perspectivas futuras	Abrangem as expectativas sobre o futuro do (futuro) professor no trabalho.

Fonte: Adaptado de Rodrigues e Cyrino (2020).

O *compromisso político*, por sua vez, está associado às relações de interesse pessoais e àquelas estabelecidas hierarquicamente na sociedade. Ainda que o professor não goste ou não fale de política, os contextos políticos da sociedade influenciam diretamente sua IP (Lasky, 2005; Kelchtermans, 2009).

1.5 O VAIVÉM

O papel da comunicação escrita se evidencia como promissor em contextos de formação de professores (Beijjard; Paulien; Verloop, 2004). Com isso se faz necessários buscar instrumentos que privilegiem essa forma de comunicação, sendo o *Vaivém* uma possibilidade (Rodrigues; Cyrino, 2020).

Silva (2018), ao descrever o *Vaivém*, esclarece que ele

é um instrumento de avaliação criado e utilizado pela professora Regina Buriasco em aulas de graduação e pós-graduação desde 1978. O instrumento consiste no estabelecimento de um espaço de comunicação (por escrito) entre professor e estudantes (individualmente). De maneira geral, pode-se dizer que, no *Vaivém*, o professor faz uma pergunta para toda a classe e cada estudante responde em uma folha de papel. A partir da resposta individual de cada estudante, o professor faz outras perguntas, comentários ao estudante (Silva, 2018, p. 56).

Rodrigues e Cyrino (2020, p. 25), ao utilizarem esse instrumento para a formação inicial de PEM, destacam que “o *Vaivém* é interativo, questionador, temporal e problematizador das produções escritas”. Com isso, o instrumento se configura, em contextos investigativos, como potencial para a análise de aspectos relacionados à IP de PEM.

Em relação à sua estrutura, as folhas do *Vaivém* podem ser colocadas em um plástico (como os que são utilizados em pastas catálogo) contendo duas folhas de papel em branco (funcionando como capa e contracapa) e, entre essas folhas, as folhas de sulfite nas quais os professores fariam seus registros. A identificação do professor, caso o *Vaivém* seja sigiloso, pode ser feita por uma etiqueta colada no plástico.

Nas folhas sulfite, então, os professores registram a primeira pergunta, escrevem suas respostas e devolvem ao formador, que realiza comentários e/ou novas perguntas em relação à resposta dada. Os professores recebem o *Vaivém* novamente e esse procedimento dá início a um novo ciclo.

Nesta investigação, o *Vaivém* foi implementado com o objetivo de identificar elementos que poderiam não aparecer durante as discussões e ações do grupo e para favorecer o relacionamento entre a formadora e os PEMAI em formação.

1.6 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

A presente investigação⁶ é de natureza qualitativa de cunho interpretativo (Erickson, 1986), onde o interesse da investigação está pautado na interpretação dos significados atribuídos pelos sujeitos a suas ações e/ou afirmações

⁶ Aprovada pelo Comitê de Ética (Parecer: 5.001.063; CAAE: 50991921.1.0000.5231).

durante o processo formativo, baseado nas observações do pesquisador e nas produções escritas desses sujeitos.

Erickson (1986) justifica a adoção do termo “pesquisa interpretativa” por três razões, quais sejam:

(a) é mais inclusivo do que muitos dos outros (por exemplo, etnografia, estudo de caso); (b) evita a conotação de definir essas abordagens como essencialmente não quantitativas (uma conotação que é carregada pelo termo *qualitativo*), uma vez que a quantificação de tipos particulares pode frequentemente ser empregada no trabalho; e (c) aponta para a característica-chave da semelhança familiar entre as várias abordagens - o interesse central da pesquisa no significado humano na vida social e em sua elucidação e exposição pelo pesquisador (Erickson, 1986, p. 119, tradução nossa).

Ademais, a realização de uma pesquisa interpretativa envolve a preocupação com o contexto, tanto relativo aos alunos quanto ao local em que o ensino ocorre. O (re)conhecimento de que a natureza do ensino é apenas um aspecto do ambiente de aprendizagem e que as perspectivas de significado do professor e do aluno são intrínsecas ao ensino também fazem parte da concepção de uma pesquisa interpretativa (Erickson, 1986).

Nesse tipo de pesquisa são necessárias habilidades de observação, comparação, contraste e reflexão que, geralmente, todos possuem, mas que, para os pesquisadores, devem ser usadas “de maneiras especialmente sistemáticas e deliberadas” (Erickson, 1986, p. 157, tradução nossa).

Ao elencar e discutir sobre perguntas que devem ser consideradas se o intuito for o trabalho de campo, Erickson (1986) trata dos motivos que o levam a defender essa perspectiva, quais sejam: invisibilidade da vida cotidiana; a necessidade de um entendimento específico por meio da documentação de detalhes concretos da prática; os significados locais; a necessidade de compreensão comparativa de diferentes contextos sociais; e a necessidade de compreensão comparativa além das circunstâncias imediatas do ambiente local. Cada um desses motivos se relaciona à esta investigação, conforme segue.

A invisibilidade da vida cotidiana, que pode parecer trivial, se refere ao que pode não ser percebido pelos sujeitos por ter se tornado familiar. Erickson ilustra esse ponto baseado nas palavras do antropólogo Clyde Kluckhohn: o peixe seria a última criatura a descobrir água. O ensino de geometria se relaciona com esta

invisibilidade à medida que, muitas vezes, padrões e formas não são notados por PEMAI.

A necessidade de um entendimento específico por meio da documentação de detalhes concretos da prática, como o próprio nome sugere, elucida a importância dos detalhes que só são possíveis de serem percebidos pela observação e relação interpessoal. Para o ensino de geometria, se relaciona com a observação dos gestos e das expressões que podem fornecer elementos específicos do modo como o sujeito compreende um determinado conceito.

Os *significados locais* dizem respeito ao modo como são compreendidas determinadas situações. Por exemplo, “em diferentes salas de aula, escolas e comunidades, eventos que parecem ostensivamente iguais podem ter significados locais distintamente diferentes” (Erickson, 1986, p. 122, tradução nossa). Para a formação continuada de PEMAI isso se constitui como imprescindível, pois permite uma análise mais fidedigna aos significados atribuídos à geometria.

A necessidade de compreensão comparativa de diferentes contextos sociais defende a importância de se contemplar e analisar os contextos nos quais os sujeitos estão inseridos. Entender o que ocorre em contextos mais amplos pode fornecer subsídios para o entendimento do que acontece no contexto local. “Por exemplo, os filhos podem ser incentivados na família a serem generosos ajudando uns aos outros; na sala de aula, isso pode ser visto pelo professor como uma tentativa de trapaça” (Erickson, 1986, p. 122, tradução nossa). Tanto os conhecimentos sobre geometria quanto a falta deles podem estar relacionados a outros contextos, outros ambientes, que precisam ser considerados para que ocorra a negociação de significados (Lins, 1999).

Por fim, *a necessidade de compreensão comparativa além das circunstâncias imediatas do ambiente local* busca responder a questões do tipo: “como o que está acontecendo aqui se compara ao que acontece em outros lugares?” (Erickson, 1986, p. 122, tradução nossa). Para o ensino e a aprendizagem de geometria isso pode estar relacionado à sua história e aos meios pelos quais outros sujeitos (até de outras civilizações) compreendem e ensinam determinados conceitos.

Com base nesses motivos e perspectivas, pretende-se compreender as aprendizagens e concepções dos participantes da pesquisa de acordo com o contexto no qual estão inseridos, onde o processo interpretativo incide sobre os significados conferidos por eles às ações nas quais se empenham (Erickson, 1986).

As informações foram coletadas no ano de 2022 em um grupo de professores⁷ que se propuseram a estudar o ensino e a aprendizagem de geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A pesquisadora planejou as ações formativas propostas no grupo com vistas a promover aprendizagens em relação ao ensino de geometria, assumindo para tal uma perspectiva inquiridora, tanto para oferecer explicações coerentes e compreensíveis das tarefas propostas quanto para explorá-las, com respeito e responsabilidade relativamente à sua aprendizagem e de seus pares (Oliveira; Cyrino, 2013; Cyrino; Oliveira, 2016).

Desse modo, seguem nossa questão geral de investigação, os objetivos específicos, a descrição do grupo investigado e a coleta de informações.

1.7 QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO, OBJETIVOS E ESTRUTURA DA TESE

Estudos, reflexões e experiências sobre o ensino e a aprendizagem de geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental e o processo de formação de PEMAI nos levaram à seguinte questão de investigação: *que elementos de ações formativas, no contexto de um grupo de estudos sobre geometria, podem promover a formação continuada de PEMAI?*

Com o intuito de responder a essa questão geral, delineamos os seguintes objetivos específicos:

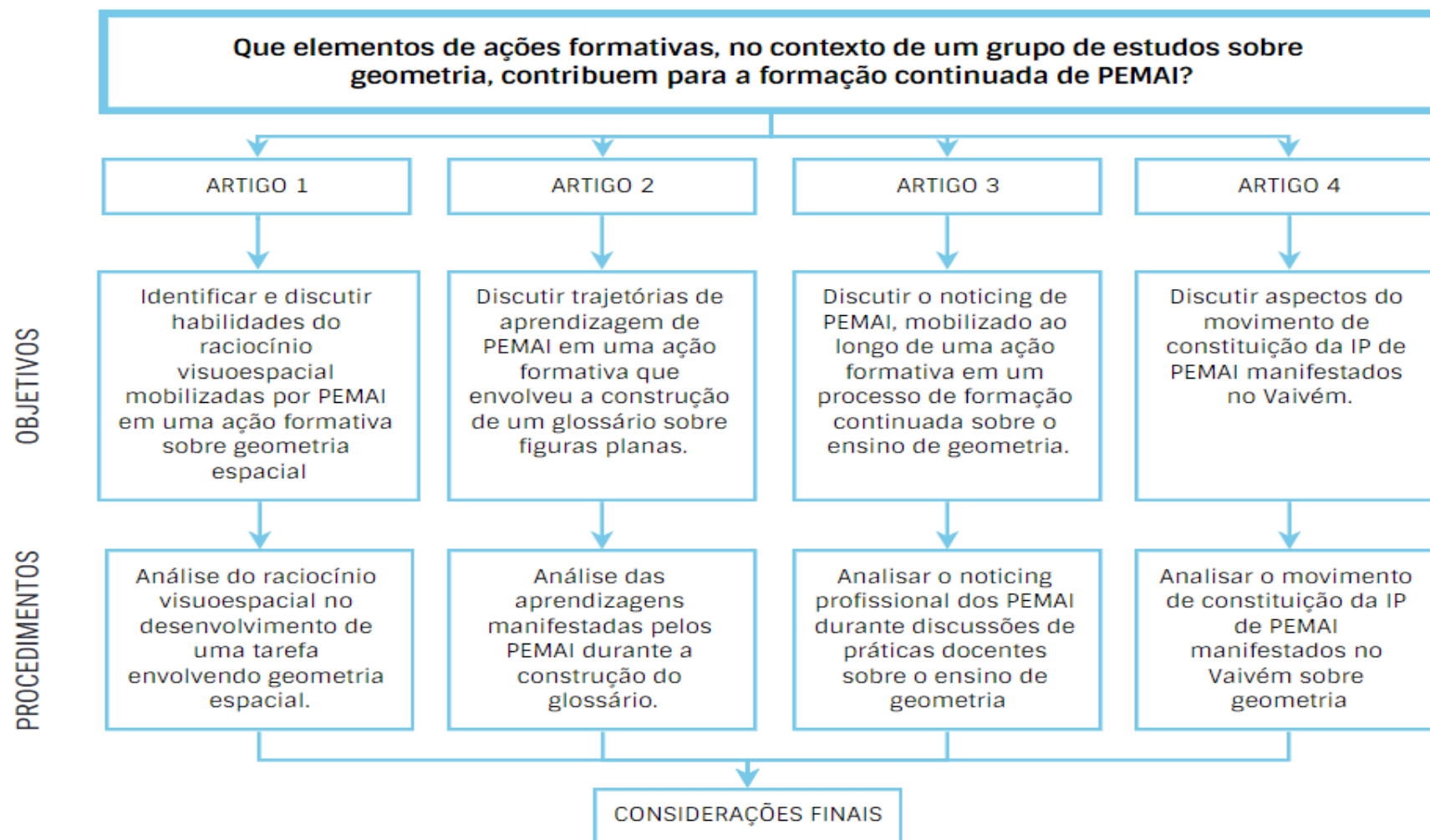
1. Discutir habilidades do raciocínio visuoespacial mobilizadas por PEMAI em uma ação formativa sobre geometria espacial.
2. Discutir trajetórias de aprendizagem de PEMAI em uma ação formativa que envolveu a construção de um glossário sobre figuras planas.
3. Discutir o *noticing* de PEMAI, mobilizado ao longo de uma ação formativa em um processo de formação continuada sobre o ensino de geometria.
4. Discutir aspectos do movimento de constituição da IP de PEMAI manifestados no *Vaivém*.

⁷ Todos os professores assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido (ANEXO A).

Optamos por organizar nossa pesquisa no formato *multipaper*, que consiste em considerar a articulação entre capítulos/artigos que possuem objetivos específicos, que juntos respondem à questão geral de investigação desta pesquisa.

A Figura 4 ilustra uma visão geral da tese por meio de um organograma, inspirado na organização proposta por De Paula (2018), que contém a questão geral de investigação e os objetivos específicos de cada um dos capítulos/artigos.

Figura 4: Organização da tese no formato multipaper



Fonte: Elaborado pelas autoras

Este formato é alternativo ao “modo predominante de apresentar os trabalhos finais de cursos de pós-graduação *stricto sensu*” (Barbosa, 2015, p. 349), e insubordinado, porque não é uma prática recorrente nas pesquisas no âmbito da Educação Matemática. Os capítulos/artigos são independentes entre si, mas guardam relação no que se refere à temática central, constituindo, juntos, um único objeto. Além disso, o autor pode acrescentar capítulos de introdução, denominado aqui introdução expandida, que apresente o estudo de forma geral, e capítulos finais, que podem retomar e globalizar resultados relatados nos artigos (Barbosa, 2015), com vistas a sistematizar a investigação e apresentar a resposta para a questão geral da pesquisa.

Além dessa introdução expandida, nossa tese está estruturada em quatro capítulos/artigos norteados cada um por um dos objetivos específicos da tese, a fim de respondermos nossa questão geral de investigação. Por fim tecemos nossas considerações finais.

1.8 PARTICIPANTES E CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

O contexto da presente investigação se deu em um grupo de estudos desenvolvido no ano de 2022 em um município do Estado do Paraná, cujo objetivo foi estudar o ensino e a aprendizagem de geometria. Para a constituição do grupo foram convidados todos os PEMAI que atuavam nas escolas públicas daquele município. O convite foi feito tanto pela formadora quanto pela direção das escolas municipais via aplicativo de mensagens (*WhatsApp*).

Dos 80 PEMAI que atuavam nas escolas, apenas 6 manifestaram interesse, dos quais 2 desistiram. Uma das desistências se deu antes mesmo que o grupo iniciasse, por questões familiares. A outra desistência ocorreu logo após a primeira reunião do grupo, em virtude de problemas de saúde da professora. Assim, o grupo foi constituído por 4 PEMAI e a professora formadora (autora desta tese).

Os PEMAI foram nomeados como João, Sara, Maria e Raquel (nomes fictícios) (Quadro 2). Vale ressaltar que, destes professores, Sara já havia participado do grupo iniciado em 2021 na escola do campo. Além disso, os outros 9 professores que participaram em 2021, tinham o interesse de participar e não puderam em virtude

da distância¹ entre suas residências (localizadas próximas à escola do campo) e a escola na qual foi realizada a formação.

Quadro 2: Informações profissionais dos PEMAI

PEMAI	Formação	Atuação profissional em 2022	Tempo de Serviço
João	- Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática - Pedagogia	Matutino: 3º ano Vespertino: 2º ano	16 anos
Sara	- Pedagogia	Matutino: Sala de Recurso Multifuncional (SRM) – Educação Especial Vespertino: 1º e 2º anos (multisseriado)	3 anos
Maria	- Licenciatura em Letras - Pedagogia	Hora Atividade ² Educação Especial ³	24 anos
Raquel	- Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática	Direção Escolar	27 anos

Fonte: Elaborado pela autora

Estes PEMAI eram oriundos de três escolas públicas do município, sendo que as reuniões do grupo ocorreram na escola onde Raquel era diretora, localizada no perímetro urbano. Inclusive, um dos motivos que a levou a participar da formação foi o fato de nenhum professor de sua escola ter manifestado interesse. Com isso, ela preferiu participar para poder auxiliar seus professores e contribuir com a aprendizagem dos alunos.

Já Maria e João trabalhavam na mesma escola, localizada no centro do município. João manifestou interesse logo que soube da proposta de formação do grupo e convidou Maria para acompanhá-lo.

Sara, por sua vez, trabalhava na mesma escola que a formadora, localizada na zona rural do município. No entanto, a distância entre essas escolas era irrisória. Sara se interessou pelo grupo desde o início, uma vez que já havia participado do grupo do ano anterior.

¹ A possibilidade de realização de uma formação híbrida ou online para estes professores não foi cogitada em virtude da perspectiva de formação assumida e das concepções sobre o ensino e a aprendizagem de geometria.

² O professor fica responsável pelos conteúdos de Língua Inglesa, Arte, História e Geografia, assumindo 4 turmas e destinando um dia da semana para cada turma.

³ Acompanhamento de aluno com deficiência auditiva.

As reuniões do grupo ocorreram semanalmente e tinham duração de uma hora e meia cada, sendo realizadas de março a setembro e totalizando 24 encontros presenciais, que perfizeram 36 horas. Além desses encontros, os PEMAI também realizaram tarefas individuais entre os encontros, conforme descritas no Quadro 3.

A intenção, ao constituir o grupo, não foi a discussão de metodologias “mais eficazes” para a sala de aula, mas de provocar nos professores momentos de vulnerabilidade, onde eles pudessem (re)pensar e refletir a respeito dos significados até então atribuídos à geometria. Logo, o propósito não era sanar toda e qualquer dúvida relacionada aos conceitos geométricos, mas promover aprendizagens docentes que os permitissem compreender a relevância da geometria, para que, assim, pudessem buscar sempre conhecimentos para a sua prática.

Quadro 3: Descrição dos encontros do grupo

REUNIÃO	DATA	Descrição dos encontros	Tarefas individuais entre os encontros
1	08/03/2022	Apresentação das intencionalidades do grupo pela formadora, assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido, e escuta das principais expectativas dos professores em formação.	Escolha de objetos e/ou embalagens que lembrem formas geométricas para levar à próxima reunião.
2	22/03/2022	Construção de representações de sólidos geométricos com massa de modelar e análise do formato de diferentes embalagens. Proposição do diário de campo aos professores em formação.	Escrita no diário de campo.
3	29/03/2022	Continuação da proposta do encontro anterior e discussão sobre os formatos de embalagens, com vistas a classificá-las em poliedros e corpos redondos. Proposição do <i>Vaivém</i> .	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém</i> .
4	05/04/2022	Discussão sobre poliedros retos e oblíquos a partir da classificação das embalagens. Tarefa sobre o ângulo de 90° com dobradura de papel.	Escrita no diário de campo.
5	12/04/2022	Tarefa carimbo das faces dos poliedros para discussão das características de prismas e pirâmides.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém</i> .
6	19/04/2022	Continuação da tarefa anterior.	Escrita no diário de campo.

7	26/04/2022	Relato da professora Sara a respeito da aplicação da tarefa das massinhas de modelar com sua turma multisseriada.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>
8	03/05/2022	Tarefa sobre os elementos dos poliedros, para compreensão da relação de Euler.	Escrita no diário de campo.
9	10/05/2022	Continuação da tarefa anterior e sistematização da relação de Euler.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>
-	17/05/2022	Não houve reunião, formadora com Covid-19.	Registrar imagens da natureza e/ou de objetos que lembrem os formatos dos sólidos geométricos.
10	24/05/2022	Tarefa das imagens: comparação das imagens levadas por cada professor, discussão a respeito de semelhanças entre elas e as características de cada uma que os levaram a lembrar dos sólidos geométricos.	Escrita no diário de campo. Registrar as formas geométricas planas que conheciam (papel quadriculado).
11	31/05/2022	Dinâmica dos nomes às formas geométricas. Tarefa boneco de formas geométricas. Proposição e início do glossário de figuras planas.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>
12	07/06/2022	Glossário de figuras planas.	Escrita no diário de campo.
13	14/06/2022	Tarefa definição de polígonos e não polígonos. Glossário de figuras planas.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>
14	21/06/2022	Características de círculo e circunferência, apresentadas pela professora Raquel. Tarefa quadriláteros. Glossário de figuras planas.	Escrita no diário de campo.
15	28/06/2022	Tarefa quadriláteros 2. Glossário de figuras planas.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>
16	05/07/2022	Glossário de figuras planas. Discussão sobre a inclusão de classe dos quadriláteros. Sistematização das características das figuras planas.	Escrita no diário de campo.
-	12/07/2022	Não houve reunião em virtude do recesso escolar.	<i>Vaivém.</i> Seleção de tarefas de geometria para trabalhar com os alunos.
17	19/07/2022	Análise e discussão das tarefas escolhidas pelos professores.	Escrita no diário de campo.
18	26/07/2022	Tarefa quadrados com palitos de fósforo.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>

19	02/08/2022	Tarefa sobre os desenhos.	Escrita no diário de campo.
20	09/08/2022	Tarefa sobre “vistas”.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>
21	16/08/2022	Tarefa sobre “vistas”.	Escrita no diário de campo.
22	23/08/2022	Tarefa com blocos.	Escrita no diário de campo. <i>Vaivém.</i>
23	30/08/2022	Tarefa com blocos.	Escrita no diário de campo.
24	06/09/2022	Narrativas.	-

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Assim, pretende-se compreender as aprendizagens e concepções dos participantes desse grupo a respeito do ensino e da aprendizagem de geometria por meio de um processo analítico interpretativo (Erickson, 1986).

1.9 INSTRUMENTOS PARA OBTENÇÃO DAS INFORMAÇÕES E PROCESSO DE ANÁLISE

Para a obtenção das informações foram utilizadas as produções escritas dos PEMAI, as gravações em áudio das reuniões, as fotografias tiradas pela formadora e as anotações realizadas no diário de campo da investigadora.

Nas produções escritas foram considerados os registros escritos das tarefas realizadas durante os encontros, as anotações dos PEMAI no diário de campo e o *Vaivém*.

As gravações dos encontros nos permitiram identificar indícios do processo de negociação de significados à medida que os PEMAI dialogavam sobre suas práticas, suas incertezas, seus desafios e anseios. Embora o número de professores fosse reduzido, as gravações foram fundamentais para não negligenciar nenhuma de suas falas e argumentos.

As fotografias também se mostraram imprescindíveis durante a realização do grupo, pois capturaram momentos e gestos que nem sempre são verbalizados pelos professores, mas são inerentes ao ensino e à aprendizagem de geometria.

No diário de campo da investigadora foram realizadas anotações sobre cada reunião e cada PEMAI, com vistas a detalhar momentos e percepções a respeito de cada ação do grupo.

As unidades de análises estabelecidas nos capítulos/artigos que compõem esta tese assumiram aspectos de uma abordagem interpretativa (Erickson, 1986). Desse modo, as informações coletadas foram agrupadas em ações formativas que nos permitiram responder à questão geral de investigação. As primeiras ações foram planejadas previamente, com vistas a problematizar o ensino e a aprendizagem de geometria espacial. Com base nos resultados dessas ações, as ações seguintes eram planejadas, ou seja, o processo de constituição dessas ações se deu de forma contínua ao longo do trabalho com o grupo. Assim, analisamos essas ações, enfatizando os resultados obtidos com base na fundamentação teórica assumida.

Vale ressaltar que em cada capítulo serão fornecidas informações mais detalhadas e específicas sobre os procedimentos metodológicos e de análise dos dados.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A. *et al.* A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, dez., n. 27, p. 94-108, 2004.
- BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento**: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2011. 187 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, v. 1, 2015, p. 347-367.
- BARROS, R. C. P.; PAVANELLO, R. M. Relações entre figuras geométricas planas e espaciais no ensino fundamental: o que diz a BNCC? **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 11-19, 2022.
- BATTISTA, M. T. The development of geometric and spatial thinking. In: LESTER, F. K. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**: a project of the national council of teachers of mathematics. Charlotte: Information Age Publishing, 2007, p. 843-908.
- BEIJAARD, D.; MEIJER, P. C.; VERLOOP, N. Reconsidering research on teachers' professional identity. **Teaching and teacher education**, v. 20, n. 2, p. 107-128, 2004.
- BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P. Da. From the classification of quadrilaterals to the classification of prisms: An experiment with prospective teachers. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 53, [s.n.], 2019, p. 65-80.
- COSTA, A. P. O pensamento geométrico em foco: construindo uma definição. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, v. 6, n. 16, p. 77-94, 2020.
- CYBULSKI, F. C.; CYRINO, M. C. C. T. geometria e pensamento geométrico na formação inicial de professores que ensinam matemática: o que revelam pesquisas brasileiras entre 2009 e 2020. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 11, p. 44-65, 2022.
- CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M. T. Geometry and spatial reasoning. **Handbook of research on mathematics teaching and learning**, p. 420-464, 1992.
- CLEMENTS, D. H. et al. Teaching and learning Geometry: early foundations. **Quadrante**, v. 27, n. 2, p. 7-31, 2018.
- CYBULSKI, F. C.; CYRINO, M. C. C. T. geometria e pensamento geométrico na formação inicial de professores que ensinam matemática: o que revelam pesquisas

brasileiras entre 2009 e 2020. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.11, n.26, p. 44-65, 2022.

CYRINO, M. C. C. T. *et al.* **Formação de Professores em Comunidades de Prática: frações e raciocínio proporcional**. 1. ed. Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2014. v. 1. 184p.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M.C.C.T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas**. 1ed.Londrina: EDUEL - Editora da Universidade Estadual de Londrina, v. 1, 2016a, p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T. Mathematics teachers' professional identity development in communities of practice: reifications of proportional reasoning teaching. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 54, p. 165-187, abr. 2016b. doi: 10.1590/1980-4415v30n54a08.

CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, 2017.

CYRINO, M. C. C. T. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 9, p. 1-17, 2018.

CYRINO, M. C. C. T. Ações de formação de professores de matemática e o movimento de construção de sua identidade profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-26, 2021.

DAVIS, B. *et al.* **Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions, and speculations**. Routledge, 2015.

DE PAULA, E. F. **Identidade profissional de professores que ensinam matemática: indicativos de pesquisas, elementos e ações para elaboração de uma proposta investigativa**. 2018. 227 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, (orgs.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: an ICMI study**. Dordrecht: Kluwer, 1998, p. 37-52.

ERICKSON, F. Qualitative Methods in Research on Teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). **Handbook of Research on Teaching**. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

FARNSWORTH, V.; KLEANTHOUS, I.; WENGER-TRAYNER, E. Communities of practice as a social theory of learning: A conversation with Etienne Wenger. **British journal of educational studies**, v. 64, n. 2, p. 139-160, 2016.

FREIRE, P. **A Educação na Cidade**. São Paulo: Cortez, 1991.

FUJITA, T. Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 31, n. 11, p. 60-72, 2012.

GAL, H. When the use of cognitive conflict is ineffective—problematic learning situations in geometry. **Educational Studies in Mathematics**, v. 102, n. 2, p. 239-256, 2019.

GARRIDO, Y. P.; LEYVA, L. M. Pensamiento geométrico em los escolares primarios: un modelo didáctico para estimularlo. In: Congreso Internacional de Matemática e Computación, Holguín, 2005. Anais eletrônicos [...]. Holguín, 2005.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. 237f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. 2000. 217 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GUTIÉRREZ, A. Children's ability for using different plane representations of space figures. **New directions in geometry education**, p. 33-42, 1996.

JABLONSKI, S.; LUDWIG, M. Teaching and Learning of Geometry - A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. **Education Sciences**, v. 13, n. 7, p. 682, 2023.

LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, p. 20-28, 2002.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura de Matemática**. 2009. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

LIMA, G. L.; SILVA, M. J. F. Conhecimentos docentes para o ensino de geometria em um curso de licenciatura em matemática. **Vidya**, v. 35, n. 2, p. 159–177, 2015.

LOPES, L. R. P.; MANRIQUE, A. L.; MACÊDO, J. A. Revelaciones sobre la presencia de la geometría en la formación de profesores de matemáticas en Brasil (2001-2019). **Paradigma**, São Paulo, v. 48, n. 1, p. 117-137, 2022.

NACARATO, A. M. A Formação Matemática das Professoras das Séries Iniciais: a escrita de si como prática de formação. **Bolema**, v. 23, n. 37, p. 905-930, 2010.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

OLIVEIRA, G. W. B.; IZAR, S. B.; SETTIMY, T. F. O. Visualização em geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: uma experiência com materiais manipulativos. **Educação Matemática em Revista**, v. 27, n. 75, p. 72-84, 2022.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 1-25, 2013.

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular, 2011.

OLIVEIRA, H. M.; CYRINO, M.C.C.T. Developing Knowledge of Inquiry-Based Teaching by Analysing a Multimedia Case: One Study with Prospective Mathematics Teachers. **Sisyphus - Journal of Education**, v. 1, p. 214-245, 2013.

OWENS, K. **Visuospatial reasoning**: An ecocultural perspective for space, geometry and measurement education. Springer, 2015.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, v. 4, n. 2, p. 64-74, 1996.

PAIVA, S. M. **A conceituação do pensamento geométrico**: aspectos históricos, filosóficos e as visões presentes em teses e dissertações no Brasil. 2021. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Processos Formativos) - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2021.

PARZYSZ, B. "Knowing" vs "seeing": Problems of the plane representation of space geometry figures. **Educational Studies in Mathematics**, v. 19, n. 1, p. 79-92, 1988.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, n. 1, p. 7-17, 1993.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de trabalhos que investigaram contextos de formação de professores em Comunidades de Prática. **Revista de Educação Matemática**, v. 14, p. 67-78, 2017.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de futuros professores de Matemática: aspectos do autoconhecimento mobilizados no *Vaivém*. **Zetetiké**, v. 28, p. e020025-e020025, 2020.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. M. Conhecimento dos professores sobre geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: um estado da arte. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, n. 1, 2021.

SHARMA, S. Use of theories and models in geometry education research: A critical review. **Waikato Journal of Education**, v. 24, n. 1, p. 43-54, 2019.

SILVA, G. S. **Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação**. 2018. 166f. Tese (Doutorado em Ensino de

Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

SINCLAIR, N. *et al.* Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. **ZDM**, v. 48, n. 5, p. 691-719, 2016.

SOUZA, H. M.; NEHRING, C. M. Formação Inicial e Continuada do Pedagogo: o que indicam pesquisas envolvendo o ensino de matemática. **Salão do Conhecimento**, v. 8, n. 8, 2022.

SOUZA, E. S.; BULOS, A. M. M. A ausência da geometria na formação dos professores de matemática: causas e consequências (CO). In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Anais eletrônicos [...], 2011.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores em sala de aula. 6. ed. Tradução de: Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009. 583p.

VAN HIELE, P. M. A child's thought and geometry. In: FUYS, D.; GEDDES, D. TISCHLER, R. (Eds.). **English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and P. M. van Hiele**. Brooklyn: Brooklyn College, 1984, p. 243-252.

VIEIRA, A. F. M. **O desenvolvimento do pensamento geométrico na formação inicial de professores de matemática**: ações de uma disciplina de ensino de geometria. 2023. 177f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

VIEIRA, A. F. M.; CYRINO, M. C. C. T. Geometric Thinking: Reflections Manifested by Preservice Mathematics Teachers in van Hiele Model Studies. **Acta Scientiae**, v. 24, n. 8, p. 286-314, 2022.

WENGER, E. **Communities of Practice**: learning, meaning and identity. New York: Cambridge University Press. 1998.

2 RACIOCÍNIO VISUOESPACIAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Resumo

O objetivo do presente artigo é identificar e discutir habilidades do raciocínio visuoespacial mobilizadas por Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais (PEMAI) em uma ação formativa sobre geometria espacial. A pesquisa foi desenvolvida com quatro PEMAI que se propuseram a estudar o ensino e a aprendizagem de geometria nos anos iniciais. Os resultados evidenciam que os professores mobilizaram habilidades visuais, verbais, táteis e mentais, necessárias para o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial. O processo possibilitou aos professores compreenderem os principais elementos da geometria espacial, bem como ressignificarem suas práticas docentes no que se refere à atenção *para* e *no* ensino de geometria.

Palavras-chave: Raciocínio Visuoespacial. Formação continuada. Professores que ensinam matemática. Geometria.

2.1 INTRODUÇÃO

A reflexão acerca do ensino e da aprendizagem de geometria tem sido tema recorrente em pesquisas acadêmicas (Gutiérrez, 1996; Sinclair *et al.*, 2016; Clements *et al.*, 2018; Sharma, 2019). Embora o tema seja de extrema relevância, ainda são escassos os estudos que abordam a conexão entre o contexto educacional e a formação inicial (Cybulski; Cyrino, 2022) e continuada de professores que ensinam matemática (PEM) (Rodrigues; Cyrino, 2017).

Há pesquisas que destacam a relevância de se trabalhar com a geometria desde a infância (Mammana; Villani, 1998; Davis, 2015; Owens, 2015; Clements *et al.*, 2018; Ortiz; Sandoval, 2019), enfatizando a importância do raciocínio visuoespacial para a compreensão da geometria (Owens, 2015), o qual está cada vez mais em evidência nas investigações acadêmicas atuais (Sinclair *et al.*, 2017).

O raciocínio visuoespacial é o “processo mental de formar imagens e conceitos, e modificar e analisar mentalmente essas imagens visuais. No contexto matemático, o raciocínio visuoespacial é o uso criativo de imagens visuais na resolução de problemas” (Owens, 2015, p. 8, tradução nossa). Além disso, segundo

a autora, é necessário frisar a importância do visual para a aprendizagem em geometria.

Com isso, se faz necessário refletir a respeito da formação continuada de PEMAI, especificamente a respeito da geometria espacial, pois é um tema que carece de mais pesquisas (Lecrer; Pazuch, 2020). Sendo assim, é fundamental compreender os conhecimentos mobilizados por PEMAI no que concerne ao ensino de geometria, tendo em conta o raciocínio visuoespacial, para que possamos pensar em processos que promovam o desenvolvimento desse raciocínio em sala de aula.

Os PEMAI usualmente não possuem uma formação necessária para o ensino de matemática e, por vezes, esse é um dos motivos que acaba os levando a negligenciar alguns conceitos por desconhecimento de sua relevância nos processos de ensino e de aprendizagem, principalmente quando se refere à geometria.

Ainda hoje, em muitos casos, o ensino da geometria tem se limitado à memorização de figuras e fórmulas, com foco, principalmente, na geometria plana. Além disso, o estudo de geometria espacial foca no cálculo de áreas e volumes, sem uma reflexão sobre os sólidos geométricos. Desse modo, é fundamental discutirmos outras abordagens didáticas para o ensino de geometria e ampliarmos as possibilidades de trabalho com outros temas que visem desenvolver uma compreensão mais ampla da geometria. De acordo com Dias (2012), na Educação Infantil o ensino da matemática, ao priorizar o trabalho com números e as técnicas de contagem, pode afetar a forma como as crianças aprendem e se relacionam com a matemática. Neste mesmo sentido, “as experiências sociais na primeira infância afetarão drasticamente o desenvolvimento na área do raciocínio visuoespacial” (Owens, 2015, p. 25).

Mediante o exposto, este artigo tem como objetivo identificar e discutir habilidades do raciocínio visuoespacial mobilizadas por PEMAI em uma ação formativa sobre geometria espacial.

Na sequência apresentamos o conceito de raciocínio visuoespacial e suas contribuições *para* e *no* ensino de geometria, seguidos dos procedimentos metodológicos, das habilidades do raciocínio visuoespacial mobilizadas pelos PEMAI no processo formativo e das considerações finais.

2.2 O RACIOCÍNIO VISUOESPACIAL E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

As terminologias utilizadas na literatura evidenciam diferentes formas de se compreender os processos cognitivos envolvidos e a forma como os alunos apreendem tal conhecimento. Termos como pensamento geométrico (Duval, 1989; Van Hiele, 1986), raciocínio geométrico (Brunheira, 2019), raciocínio espacial (Davis, 2015) e raciocínio visuoespacial (Owens, 2015) são comumente empregados, cada qual com sua perspectiva e abordagem.

Tendo em vista que os processos de ensino e de aprendizagem da geometria são alvo de pesquisas na área da Educação Matemática (Duval, 1989; Gutiérrez, 1996; Owens, 2015; Davis, 2015; Sinclair *et al.*, 2016; Clements *et al.*, 2018; Sharma, 2019; Cybulski, 2022; Vieira, 2023), no presente estudo, optamos por investigar o raciocínio visuoespacial, terminologia utilizada por Owens (2015) para se referir ao processo que “incorpora uma vasta gama de capacidades espaciais, habilidades espaciais, imagens visuais e espaciais, representações e processos, e conceitos relacionados” (p. 8, tradução nossa).

A formação continuada considerada coloca o professor como protagonista de seus processos de ensino e de aprendizagem, possibilitando o trabalho com a geometria espacial e destacando a importância e a influência de seu contexto e de sua prática profissional. Com isso, o uso do raciocínio visuoespacial se fez adequado por permitir uma visão ampla dos conceitos geométricos, relacionando-os às formas de ver e compreender os objetos presentes no cotidiano dos professores.

Esse raciocínio também se dá a partir do uso criativo de imagens visuais na resolução de problemas matemáticos, como em processos de rotação mental de imagens visuais, que podem ser chamados de visualização. Com isso, compreende-se que ele é importante tanto para resolução de problemas relacionados à geometria, quanto para as outras áreas, sejam elas relacionadas ou não à matemática, pois trata-se de um processo mental que vai muito além da compreensão de conceitos matemáticos. Owens (2015) ainda argumenta que ele é fundamental em diversas atividades do nosso cotidiano, como planejar uma viagem, montar móveis ou organizar um ambiente.

Kuzle e Bruder (2016) enfatizaram a riqueza do conteúdo geométrico, que contribui para a resolução de problemas diversos e abre possibilidades para abordagens heurísticas, como descobrir, experimentar, realizar procedimentos de composição e decomposição.

O processo de desenvolvimento do raciocínio visuoespacial pode ser influenciado por experiências sociais e contextos desde a primeira infância (Owens, 2015), o que torna necessária a formação do PEMA para compreender e promover tal desenvolvimento. Além disso, promover o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial em sala de aula pode ser uma possibilidade de aprendizagem em geometria, uma vez que o professor deverá considerar os processos cognitivos e visuais que estão envolvidos nos discursos dos estudantes, relacionando-os com o contexto ao qual pertencem e valorizando suas concepções.

Cabe destacar que a “habilidade visual nos ajuda entender, apreciar e interpretar nosso mundo geométrico” (NCTM, 2000), mesmo porque os sólidos geométricos são apenas representações dos objetos presentes no cotidiano, se fazendo necessário visualizar as relações existentes entre esses formatos e os objetos geométricos.

Owens (2015) considera que o raciocínio visuoespacial incorpora habilidades espaciais e capacidades espaciais, palavras que vem, respectivamente, do inglês¹ *spatial skills* e *spatial abilities*. Vale ressaltar que a ideia defendida pela autora situa o raciocínio visuoespacial em uma perspectiva ecocultural², uma vez que o contexto no qual se está inserido tem aspectos espaciais e culturais que impactam no desenvolvimento do raciocínio visuoespacial. Assim, a autora defende que a educação, bem como os currículos, deveriam levar em conta as particularidades presentes em cada contexto e as relações estabelecidas com ele, além de considerar os aspectos culturais relacionados.

Além disso, embora este raciocínio esteja presente em vários conteúdos matemáticos, seu desenvolvimento é fundamental para o ensino da geometria, pois promove *habilidades visuais, verbais, táteis e mentais* que favorecem seu ensino e sua aprendizagem. As habilidades visuais estão relacionadas ao que é possível de se ver com os olhos, como elementos do ambiente, objetos e formas. As habilidades verbais são responsáveis por fornecer argumentos que subsidiem comparações e decisões com palavras e estimular interações sobre o raciocínio visuoespacial. As habilidades táteis, como cortar, juntar e dobrar apoiam ou fornecem

¹ Segundo o dicionário Cambridge (<https://dictionary.cambridge.org/>), *skill* se refere à capacidade de se fazer bem uma atividade ou trabalho, especialmente por tê-la praticado. E *abilite* se refere ao poder físico ou mental necessário para fazer algo.

² Em seu livro, a autora estuda atividades realizadas por comunidades indígenas de Papua Nova Guiné.

recursos no raciocínio visuoespacial. Por fim, as habilidades mentais se referem, especialmente, à manipulação mental da imagem espacial e, por sua importância no desenvolvimento do raciocínio é que o termo *visuo* é utilizado.

O raciocínio visuoespacial é influenciado por uma perspectiva ecocultural, pois “muitas das concepções limitadas e falta de raciocínio visuoespacial podem ser atribuídas à falta de vínculos entre origens ecoculturais e a matemática da sala de aula” (Owens, 2015, p. 210). Dessa forma, o raciocínio visuoespacial pode se expresso pelos alunos na linguagem, nos gestos, nas atividades e representações visuais de objetos, nas concepções e nas formas de relacionamento, tanto uns com os outros quanto com o meio.

O aluno (ou aprendiz) está inserido em um contexto matemático ecocultural que influencia sua aprendizagem e que, por sua vez, é influenciado por diversos fatores que compõem a sua identidade matemática ecocultural, como sua cultura, seus aspectos afetivos (incluindo suas concepções e valores), suas habilidades cognitivas, (incluindo raciocínio visuoespacial), sua capacidade de dar respostas, assim como de sua relação com seus colegas. A aprendizagem matemática depende, em última instância, deste delicado equilíbrio entre fatores ambientais e pessoais, e da promoção de habilidades visuoespaciais.

Muitos PEMAI tem uma formação inicial falha no que se refere à conceitos e ideias matemáticas (Costa; Pinheiro; Costa, 2016), já que o foco dessa formação está, muitas vezes, em *como fazer* ao invés de *por quê fazer*. É ilusório pensar que a formação inicial pode abarcar por completo o vasto universo do ensino, tornando o professor pronto para atuar em todas as áreas. Afinal, há muitas habilidades, conhecimentos e técnicas que seriam impossíveis de serem abarcados num período tão curto. Por isso, destacamos a relevância da formação continuada, que pode proporcionar ao professor aprendizagens importantes para o seu desenvolvendo profissionalmente e, por conseguinte, para sua identidade profissional (Cyrino, 2017).

Quando o assunto é a matemática, há um destaque às quatro operações fundamentais nos anos iniciais (adição, subtração, multiplicação e divisão), enquanto a geometria fica relegada a um segundo plano. Infelizmente, essa visão ainda é muito comum em diversas instituições de ensino, que mantêm a crença de que ensinar o algoritmo é mais importante do que explorar outras áreas da matemática. Alguns até afirmam, de forma equivocada, que o futuro professor pode

aprender o resto depois. É necessária uma mudança de paradigma para que ele possa ter uma formação mais completa e abrangente em matemática.

Mediante o exposto, é necessário promover uma formação continuada de PEMAI que promova discussões a respeito do ensino de geometria e de modo a atender às expectativas docentes quanto a realidade de prática profissional na qual estão inseridos, utilizando os recursos disponíveis e acessíveis a eles, com vistas à produção e a negociação de significados, como mecanismo de aprendizagem (Wenger, 1998).

Portanto, considerando que as pesquisas e teorias possuem lacunas em relação à geometria espacial (Sharma, 2019), se faz necessário considerar esse processo de ensino e de aprendizagem, com vistas a identificar seu potencial para o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial. Por fim, é preciso explorar a forma como os PEMAI compreendem os conceitos de geometria espacial e seu ensino para os anos iniciais.

2.3 FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS

O presente estudo se constitui como uma pesquisa de natureza qualitativa e cunho interpretativo (Erickson, 1986) que tem como objetivo identificar e discutir habilidades do raciocínio visuoespacial mobilizadas por PEMAI em uma ação formativa sobre geometria espacial.

Para tanto, em um município do interior do Paraná, foi constituído um grupo de estudos com quatro professores que atuavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental para estudar o ensino de geometria. Eles se reuniram semanalmente com a formadora (primeira autora deste artigo), por cerca de uma hora e meia, durante seis meses em uma escola municipal para compartilhar conhecimentos e experiências a respeito do ensino de geometria. Foram realizados 24 encontros presenciais.

Nessa investigação os professores foram nomeados³ como João, Sara, Maria e Raquel. No Quadro 4 apresentamos algumas informações sobre esses professores. Vale ressaltar que os professores já se conheciam, mas apenas João e Maria atuavam na mesma escola. Sara e Raquel atuavam em outras duas escolas do município.

³ Projeto aprovado pelo Comitê de Ética (Parecer: 5.001.063; CAAE: 50991921.1.0000.5231).

Quadro 4: Informações a respeito dos professores participantes da pesquisa

Professor	Formação	Local de atuação em 2022	Tempo de Serviço
João	Ciências com habilitação em Matemática; e Pedagogia	Matutino: 3º ano Vespertino: 2º ano	16 anos
Sara	Pedagogia	Matutino: Sala de Recurso Multifuncional (SRM) – Educação Especial Vespertino: 1º e 2º anos (multisseriado)	3 anos
Maria	Letras e Pedagogia	Hora Atividade ⁴ Educação Especial ⁵	24 anos
Raquel	Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática	Direção Escolar	27 anos

Fonte: acervo da autora

A dinâmica do processo formativo envolveu o trabalho com tarefas exploratórias (Estevam; Cyrino, 2015; Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013; Ponte, 2005) relacionadas ao ensino de geometria. Esse tipo de tarefa nos permitiu identificar as percepções e os conhecimentos que os professores possuíam em relação a conceitos geométricos e à sua prática, mais especificamente indícios de raciocínio visuoespacial. É válido destacar que, como premissa do processo formativo, que nenhuma resposta ou qualquer tipo de correção foi feita de forma direta aos professores, pois o objetivo foi promover um processo de negociação de significados como mecanismo para a aprendizagem docente. Desse modo, a formação assumida no processo formativo foi

[...] aquela que valoriza o (futuro) professor como protagonista do seu processo de formação, como produtor de conhecimento; que articula a prática letiva do PEM com a sua profissão, com as políticas educacionais e as políticas públicas mais amplas. Cursos de formação de professores constituídos de conteúdos predeterminados pelo formador, com técnicas pedagógicas homogêneas, assumidas como “receitas” ou “fórmulas mágicas”, que tencionam “colonizar” o professor e a escola, nos parecem ineficazes, além de perversos (Cyrino, 2017, p. 709).

⁴ O professor fica responsável pelos conteúdos de Língua Inglesa, Arte, História e Geografia, assumindo 4 turmas e destinando um dia da semana para cada turma.

⁵ Acompanhamento de aluno com deficiência auditiva.

Embora, a temática de estudo já tenha sido previamente definida (ensino de geometria), os professores tiveram liberdade para realizar questionamentos e dialogar a respeito de outros conteúdos matemáticos. Algumas discussões realizadas permitiram estabelecer relações da geometria com outros campos da matemática.

Para este trabalho, especificamente, foi analisado o desenvolvimento de uma tarefa envolvendo geometria espacial realizada nos segundo e terceiro encontros. A tarefa consistiu na análise e discussão dos formatos de diferentes objetos levados pelos professores e pela formadora⁶. A tarefa foi dividida em três etapas, quais sejam: observação dos objetos; representação desses objetos utilizando massinha de modelar; e separação dos objetos em grupos, de acordo com critérios de classificação estabelecidos pelos professores.

Na etapa de observação dos objetos, o objetivo da tarefa foi identificar, entre outras coisas, se haveria semelhança entre os formatos escolhidos, as percepções mobilizadas ao representar esses objetos utilizando massinha de modelar, que justificativas eles apresentariam para a escolha dos objetos e que critérios seriam utilizados no processo de classificação.

A expectativa quanto à classificação era a de que eles separassem as representações de sólidos geométricos em poliedros e não-poliedros. Em seguida, que eles conseguissem classificar os poliedros em prismas e pirâmides. A tarefa não necessitou de material impresso para realização, tendo sido feita de forma dialogada e com a intervenção da formadora por meio de questionamentos para estimular a reflexão dos docentes em relação a suas ações no processo de realização da tarefa.

Para garantir a coleta de informações, foram utilizados: diários de bordo da pesquisadora, gravações em áudio das seções de formação (reuniões de estudo), fotos e um caderno de campo no qual os PEMAI registraram suas reflexões após o término de cada encontro formativo. Esse grupo de professores dedicados demonstrou um verdadeiro compromisso com o aperfeiçoamento de suas habilidades educacionais e certamente influenciará positivamente a aprendizagem dos alunos.

⁶ Tinha-se como hipótese que alguns professores poderiam esquecer de levar os objetos, ou levar poucos objetos, dificultando a dinâmica e problematização da tarefa. Além disso, alguns formatos não são comuns no cotidiano, como é o caso de objetos que representam o prisma de base triangular, que foi representado pela caixa do chocolate, levada pela formadora.

No processo de análise foi utilizada a perspectiva do raciocínio visuoespacial de Owens (2015), buscando identificar nos registros das informações indícios de mobilização das habilidades necessárias ao desenvolvimento do raciocínio visuoespacial.

2.4 UMA PROPOSTA ENVOLVENDO GEOMETRIA ESPACIAL

Para a realização da tarefa, cada professor levou objetos com formatos diferentes e alguns objetos e os organizaram sobre as mesas, onde já estavam os objetos levados pela formadora. O objetivo de solicitar os objetos aos PEMAI era observar o formato dos objetos que eles levariam e se levariam objetos que não representassem sólidos geométricos. No entanto, a maioria dos objetos levados pelos PEMAI lembravam o formato de prismas, especificamente o prisma de base retangular (caixas de remédio, de pasta de dente e de palitos de madeira). Sem qualquer intervenção ou questionamento a respeito dos objetos, os professores começaram a conversar e comparar os objetos levados por cada um, onde eles passaram a argumentar em relação às justificativas de suas escolhas, ou seja, do motivo pelo qual escolheram os objetos que levaram.

- João:** *Eu trouxe um cubo e alguns paralelepípedos. É assim mesmo que fala? (se referindo à caixa de cápsulas de café e às embalagens de pasta de dente)*
- Sara:** *Eu fiquei pensando o que você ia querer com isso, aí trouxe um cilindro, acho que é um cilindro mesmo (se referindo a pilhas). Não encontrei nenhum cubo. Também gostaria de ter trazido uma esfera e não encontrei nada que fosse igual.*
- Maria:** *Eu trouxe algumas formas geométricas (se referindo a caixas de presente e tampas). Mas aqui (sala de aula) também tem várias. Olha ali o rolinho do papel higiênico é uma forma geométrica.*
- Raquel:** *Eu trouxe um prato, que é um círculo.*

Reunião 2 - 22/03/2022

Observa-se que, mesmo sem ter sido solicitado que fossem objetos que representassem sólidos geométricos, alguns dos professores, com base em suas concepções e conhecimentos, fizeram essa relação. Destaque a Raquel, que relacionou o objeto (prato) a uma figura plana (círculo), apresentando dificuldade na relação entre objetos tridimensionais e bidimensionais, mas percebendo formatos semelhantes. A professora Maria também se mostrou proativa ao observar a sala de aula e identificar outras formas existentes para além dos formatos dos objetos, como

o rolinho de papel higiênico. O discurso do Sara refletiu as expectativas que ela possuía em relação à formação e à preocupação em encontrar objetos que poderiam ser úteis na realização da tarefa, buscando compreender quais as expectativas da formadora para tal.

Assim, a concepção dos professores em relação à geometria permitiu que eles reconhecessem os formatos dos objetos, relacionando-os às figuras espaciais. Com isso, foi possível identificar a dificuldade dos PEMAI em diferenciar as figuras planas dos sólidos geométricos. No entanto, os professores também manifestaram a preocupação em nomear corretamente os objetos. Ou seja, embora os PEMAI não possuíssem compreensão acerca dos sólidos geométricos, era nítido que eles buscavam esse conhecimento para sua prática, pois questionavam a formadora para que ela legitimasse suas afirmações em relação às nomenclaturas.

Durante as discussões que ocorreram enquanto os PEMAI observavam os objetos, eles utilizavam expressões do tipo “este objeto é um cubo”, afirmando que o objeto atendia às características matemáticas de um cubo. No entanto, a formadora utilizou expressões como “esse objeto lembra um cubo”, o que rapidamente foi notado pelos professores em formação.

- Maria:** *Esse aqui eu sei, é um cone (se referindo ao chapéu de aniversário). Não estou certa?*
- João:** *Eu acho que nós todos estamos falando errado, porque a formadora não falou em nenhum momento que é, ela usa outra palavra.*
- Sara:** *Ela fala que “lembra”, então se “lembra”, não é.*
- Raquel:** *Eu acho que é, porque se não fosse também não lembrava.*
- Formadora:** *E como vocês justificariam se esse objeto (chapéu de aniversário) fosse um cone?*
- João:** *Aí que está, eu acho agora que não é, porque ele é oco e não é fechado embaixo (mostrando para onde seria a base do cone).*
- Raquel:** *Mas então nada aqui é, porque é tudo oco.*
- Maria:** *É, pensando bem acho que um cone de verdade não iria encaixar na cabeça da gente (fala colocando o chapéu na cabeça).*
- Sara:** *Então aqui a gente pode dizer que todos esses objetos lembram as formas geométricas, mas não são porque sempre falta alguma coisa para ser perfeito.*

Reunião 2 - 22/03/2022

A atenção do João em relação à fala da formadora faz com que os demais professores se questionem e busquem alternativas para justificar ou refutar suas concepções, recorrendo a argumentos e gestos para exemplificar seus pensamentos. Assim, os professores verbalizam suas ideias e testam hipóteses para

verificar qual seria a forma matematicamente correta de se referir aos objetos analisados, utilizando gestos para ilustrar os elementos dos objetos. Além disso, com base na afirmação de um único objeto não ser, de fato, um cone, os professores são capazes de generalizar as características aos demais objetos, argumentando que nenhum deles poderia, com certeza, ser considerado um sólido geométrico.

Subentendida na fala da Sara está a ideia de perfeição, atribuída, muitas vezes, à matemática e aliada à abstração com a qual a geometria é trabalhada, refletindo na fala dos professores como argumento para ser “difícil de entender”.

- Maria:** *Por isso que nunca gostei de matemática, a gente nem pode falar que uma coisa é isso, como que vai explicar para a criança?*
- João:** *Poder, pode. Mas está errado.*
- Raquel:** *É difícil de entender mesmo, se fosse fácil não era da matemática. [risos]*
- Formadora:** *Maria, como você explicaria para seus alunos o que é um cubo, por exemplo?*
- Maria:** *Eu iria mostrar que tem vários quadrados em volta e que tem que ser maciço, tipo um dado, que é um cubo pequeno.*
- Sara:** *[corrigindo a Maria] Que lembra um cubo pequeno.*
- Formadora:** *E são mesmo quadrados que tem em volta da representação do cubo?*
- Maria:** *Eu acho que são, porque tem que ter os lados iguais.*
- João:** *Mas pensa: o quadrado fica no plano, né!?*
- Sara:** *Então teria que falar, também, que o lado do cubo lembra um quadrado?*

Reunião 2 - 22/03/2022

Acreditar que a dificuldade é da natureza da matemática pode fazer disso um alibi para os obstáculos de aprendizagem enfrentados pelos alunos nas escolas, ou seja, pode fazê-los entender que são incapazes de superar essa dificuldade por compreenderem que ela faz “parte da matemática”. Essa é uma concepção fortemente enraizada entre os professores dos anos iniciais. No entanto, observa-se que o João e a Sara, embora não tenham respondido, de fato, a pergunta da Maria, compreenderam os conceitos relacionados às comparações entre os sólidos geométricos e os objetos que estavam sendo analisados. No que se refere ao conhecimento matemático, nota-se uma dificuldade em diferenciar a geometria plana da espacial ao se referir a “vários quadrados” ao invés de “faces quadradas”. A necessidade de atribuir característica de tamanho ao que seja um cubo também ilustra as manipulações mentais realizadas para conseguir explicar o sólido.

Vale ressaltar que tais dificuldades não foram externadas pelos professores no primeiro encontro, quando foram solicitados a escrever quais as suas maiores dificuldades em geometria (Figura 5). As respostas dos professores remetem

a dificuldades com o uso de fórmulas para cálculos, como de área e volume, além de considerar a geometria abstrata. Tais respostas (re)afirmam que o trabalho com a geometria, mesmo nos anos iniciais, tem tido maior foco em memorizações de fórmulas e cálculos abstratos, sendo oposto à BNCC, que afirma, mesmo que contraditoriamente, que “a geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume” (Brasil, 2017, p. 272).

Figura 5: Respostas dos professores

Professor João	Quais as suas maiores dificuldades em geometria? <i>O cálculo de áreas e volumes em sólidos geométricos, uso de fórmulas.</i>
Professora Sara	Quais as suas maiores dificuldades em geometria? <i>Realizar alguns cálculos relacionados a área.</i>
Professora Maria	Quais as suas maiores dificuldades em geometria? <i>As fórmulas</i>
Professora Raquel	Quais as suas maiores dificuldades em geometria? <i>É a falta de matéria didática pedagógica. → Para mim é muito abstrato.</i>

Fonte: Acervo da autora

Tais concepções são revistas quando os professores são convidados a selecionar dois objetos quaisquer e reproduzi-los na massinha de modelar.

- Raquel:** *Eu achei que a gente ia vir para fazer contas igual sempre faz nas coisas de geometria da escola. Nunca tinha feito isso, nem prestado atenção nesses formatos.*
- Formadora:** *É por que você acha que é importante “fazer contas” em geometria?*
- Raquel:** *Eu não acho, mas a gente tem que ensinar assim, foi assim que eu aprendi. Se bem que estou fora da sala, mas não vejo os meus professores fazendo desse jeito.*
- Formadora:** *Quais “contas” são ensinadas?*
- Raquel:** *Contas assim de multiplicar para descobrir a área, o perímetro, de ver quantos lados tem uma figura, essas coisas. Isso para os pequenos, porque eu lembro também daquele monte de fórmula que tem para usar nas figuras, mas dessas a gente não precisa aqui.*
- Formadora:** *É tudo muito importante, mas nesse momento nós vamos observar esses objetos e analisar quais formatos eles nos lembram, depois podemos discutir sobre esses cálculos também.*

Com isso, observa-se a influência do contexto no qual os professores estavam inseridos, que forneceu a eles uma visão prototípica da geometria, com foco apenas na memorização de fórmulas e realização de cálculos. A atenção dada aos formatos dos objetos pode favorecer análises mentais dos sólidos geométricos e permitir o estabelecimento de relações entre eles.

No entanto, ao serem convidados a escolher dois objetos quaisquer dentre todos que estavam sobre a mesa, os professores não apresentaram justificativas relacionadas ao formato ou a alguma propriedade matemática que possam ter observado, mas fizeram suas escolhas baseados ora em hipóteses de uma possível continuidade da tarefa ora apenas pensando no objeto em si.

- Raquel:** *Eu vou pegar esse aqui (caixa do chocolate Toblerone) para eu poder comer depois e esse aqui (caixa de palitos de madeira).*
- Maria:** *Eu vou pegar esse porque gosto de esmalte vermelho (vidro de esmalte) e esse apontador aqui.*
- João:** *Vou pegar dois com formatos diferentes, porque não sei o que você vai pedir depois (bolinha de ping-pong e caixa de pasta de dente).*
- Sara:** *Vou pegar duas caixinhas mesmo (caixa de gelatina e caixa de cápsulas de café).*

Após a escolha dos objetos eles deveriam representá-los utilizando massinha de modelar. Ao entregar as massinhas, a Raquel observou que João tinha feito a “melhor escolha” (se referindo à bolinha de ping-pong), pois bastava moldar nas mãos como se faz uma bolinha de queijo. A observação feita por Raquel demonstra a importância do meio cultural para a geometria, uma vez que ela foi capaz de relacionar uma tarefa matemática com algo de seu cotidiano, associando ao objeto outros que lembram o mesmo formato (esférico).

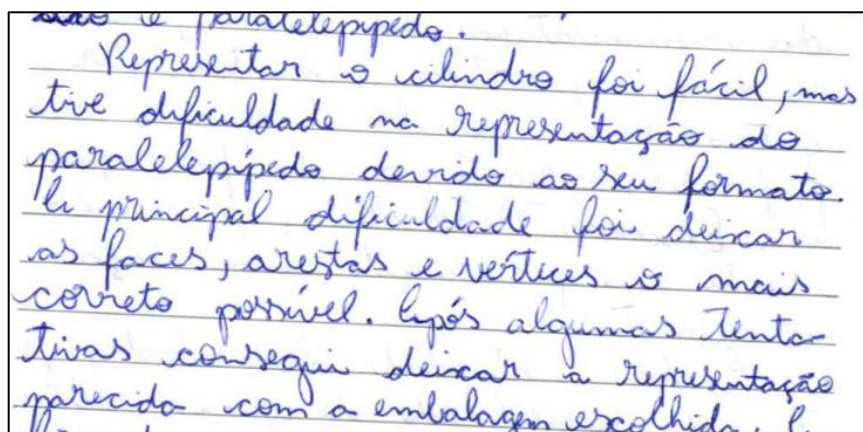
Assim, durante a execução dessa etapa da tarefa, alguns professores ficaram apreensivos por não conseguir “moldar” a massa de modelar de forma “idêntica” ao objeto escolhido, sendo necessário (re)pensar as estratégias utilizadas para conseguir finalizar a tarefa. Ao utilizar as mãos para representar os objetos, eles puderam estabelecer conexões entre os movimentos realizados e a imaginação, analisando como deveria ficar a massinha e buscando alternativas para confeccionar as formas (Maria e João utilizaram os próprios objetos como apoio para delimitar as “faces”).

- Raquel:** *Eu não estou conseguindo fazer porque nunca fiz isso, na minha época era só lápis e papel, não tinha massinha.*
- Maria:** *Eu também nunca fiz e é muito difícil porque a nossa mão é redonda e aqui tem que ficar quadrado. Estou tentando usar a caixinha mesmo para ficar mais reto.*
- João:** *A esfera foi tranquila, agora o paralelepípedo é difícil, porque eu tenho que, a partir de um cilindro, transformar em uma coisa mais plana. Aí eu vi que o Maria estava usando a caixinha e fui por esse caminho também.*
- Sara:** *Olha, estou fazendo e você (formadora) imagina aí que isso aqui é uma face, esses aqui as arestas e essas pontinhas aqui os vértices. Tem que imaginar, se você pensar direitinho vai ver que está perfeito.*

Reunião 2 - 22/03/2022

O fato de Raquel e Maria não terem referência do uso da massinha em suas trajetórias escolares se configurou como um agravante na realização da tarefa, pois eles não possuíam experiência ou memória de estratégias que poderiam ser utilizadas. Mesmo assim, Maria comparou o formato de suas mãos e percebeu que seria necessário a utilização de outro objeto para que a superfície da massinha ficasse “mais reta”, se referindo às faces. O professor João sentiu facilidade na representação da esfera, conforme registrou também em seu diário de bordo (Figura 6), mas o mesmo não ocorreu com a representação do paralelepípedo, pois ele observou que teria que sair de um objeto no formato cilíndrico, que era a massinha, para uma representação que continha superfícies planas, o que foi possível após a observação da estratégia adotada por Maria. Já a Sara pediu que a formadora utilizasse a imaginação para perceber e identificar os elementos do sólido geométrico em sua representação, afirmando a importância da imaginação para visualizar que o objeto estava perfeito.

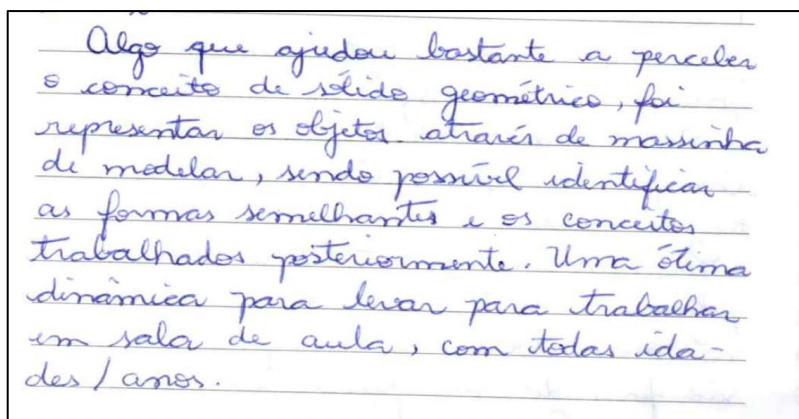
Figura 6: Escrita do João



Fonte: acervo da autora

Finalizadas as representações nas massinhas, os professores expressaram suas dificuldades e discutiram a respeito da utilização dessa tarefa em sala de aula, e conforme a reflexão mobilizada pela Sara, em seu diário de bordo, considerando que ela pode ser utilizada com todas as faixas etárias (Figura 7).

Figura 7: Escrita da Sara



Fonte: acervo da autora

Na sequência, considerando novamente todos os objetos, os professores precisariam separá-los em grupos (Figura 8) com base em suas características. Inicialmente os professores separaram os objetos em quatro grupos, colocando os que tinham formato cônico em um grupo (Grupo 1), os que tinham formato cilíndrico em outro (Grupo 2), os que lembravam o formato esférico em outro (Grupo 3), e os que lembravam “formatos retangulares” em outro (colocando a caixa com formato de tronco de pirâmide nesse grupo) (Grupo 4). Ficaram de fora dessa primeira divisão e geraram discussão a caixa de Toblerone, uma caixa que lembrava um prisma de base hexagonal e um pacote de chicletes, cujos chicletes tinham formato esférico.

dos outros objetos. No entanto, para a caixa de Toblerone, que lembra um prisma de base triangular, não houve consenso.

- João:** *Agora vamos para essa aqui, temos que analisar ela fechada, então embora aqui em cima pareça um hexágono, os lados são retângulos, aí ela deve ficar com esses aqui (Grupo 4). O que vocês acham?*
[os professores concordam com a cabeça]
- João:** *E por último essa aqui, que eu acho que é uma pirâmide porque tem essas pontas.*
- Sara:** *Mas a pirâmide tem uma ponta só, essa tem duas.*
- João:** *Então, mas tem triângulos dos lados. Nenhum dos outros tem triângulos, então ela não se encaixa com nenhum.*
- Maria:** *Mas será que vai ficar um grupo só com uma coisa?*
- Sara:** *Mas e se a gente olhasse ela de pé, aí fica os retângulos do lado e não mais os triângulos. Aí será que ela não iria com esses aqui (Grupo 4) também?*
- Raquel:** *Não, mas o certo dela é deitado. Lá no mercado fica tudo deitado. Então não é de pé. Acho que é um grupo só dela igual o Maria falou.*
- João:** *Aí que tá, a gente precisa pensar que estamos estudando geometria, então as formas geométricas não têm escrita dos lados. Eu concordo com o Sara, acho que temos que colocar ela aqui (Grupo 4).*

Reunião 3 - 29/03/2022

Os professores demonstram relacionar os objetos com outros elementos do mundo físico, estabelecendo regularidades entre os formatos e nomeando-os de acordo com as classificações de figuras planas. Na busca por padrões, os professores utilizam imagens visuais mentais para refutar as hipóteses a respeito do pacote de chiclete. A descrição das características dos objetos é remetida às características dos sólidos que eles representam, mas os professores utilizam palavras cotidianas para verbalizar isso, como “ponta” para se referir ao vértice da pirâmide.

Na busca por classificar a caixa de Toblerone, Raquel se refere ao formato com que os objetos são usualmente representados nos mercados, como se o fato de estarem em posições diferentes interferisse em seu formato. Como os professores não chegaram a um consenso, foi necessária a intervenção da formadora, que realizou questionamentos com vistas a fazê-los observar novamente as características dos objetos.

- Formadora:** *Então reflitam comigo, será que nós mudamos nossas características quando estamos em pé, sentados ou deitados?*
[os professores se olham e demonstram, visualmente, não terem compreendido a fala da formadora]
- Formadora:** *O que quero dizer é que, indiferente da posição em que estamos, nossas características e nomes permanecem inalterados. O mesmo ocorre com os*

objetos, que são representações dos sólidos geométricos. Indiferente da posição que eu o coloque, suas características se manterão.

João: *Então é esse o caso dessa caixa [Toblerone], só pode ter uma classificação então tanto faz o jeito que ela está.*

Após essa reflexão, os professores concordaram que a caixa de Toblerone faria parte do grupo onde estavam as representações dos prismas. Mas as discussões continuaram para os demais objetos.

Formadora: *Bom, vamos observar novamente as categorias que vocês criaram? O que vocês pensaram para separar esses objetos [Grupo 3]?*

João: *São esferas, quer dizer, lembram esferas.*

Formadora: *E quais as características delas?*

João: *São redondas, não tem nenhuma parte reta, plana.*

Sara: *E, também, não param no lugar, os outros todos param.*

Formadora: *Por que não param no lugar?*

Sara: *Porque rolam assim [empurrando a bola de ping-pong e fazendo-a cair no chão]*

Formadora: *Então, dentre todos os objetos, só esses (Grupo 3) que rolam?*

Raquel: *Depende, se deitar o pote de batata ele rola também (o pote estava no Grupo 1).*

João: *Mas o chapeuzinho de aniversário, se deitar, também rola, não rola?*
[os professores voltam a analisar os objetos, testando se rolam ou não rolam]

João: *Então todos esses (Grupos 1, 2 e 3) rolam, mas uns tem ponta, outros um lado reto e outros são todos redondinhos. Já aqueles ali não rolam (Grupo 4) e nem esse [caixa de Toblerone]. Então se a gente separar tudo em dois grupos só, vai estar certo? [incluindo a caixa de Toblerone no grupo dos que não rolam]*

Formadora: *Quais seriam as características desses grupos?*

João: *O grupo que rola e o grupo que não rola.*

Sara: *Tem um nome na matemática né? Eu lembro que veio na apostila, esses que rolam são corpos redondos e os que não rolam eu não lembro.*

Raquel: *Corpos retos [risos].*

Reunião 3 - 29/03/2022

Por meio da linguagem verbal os professores conseguiram separar os objetos em dois grandes grupos, analisando novamente suas características e recordando, inclusive, da nomenclatura de alguns dos sólidos geométricos. A manipulação dos objetos também contribuiu para a percepção de suas características. Nomear o grupo de objetos como “corpos retos” mostra, além da criatividade do Raquel, que ele compreende, mesmo que intuitivamente, que os poliedros são formados apenas por figuras planas.

Após isso, a formadora continuou os questionamentos na tentativa de que os professores pudessem classificar o outro grupo de objetos, mas sem sucesso,

pois nenhum professor fez referência aos poliedros. Os únicos objetos que eles recordavam os nomes eram os que representavam paralelepípedos e cubos. Além disso, as representações dos paralelepípedos só eram identificadas quando os objetos estavam na posição 1 e não na posição 2 (Figura 9).

Figura 9: Exemplo das posições identificadas pelos PEMAI



Fonte: As autoras

Dando continuidade, a formadora apresentou as nomenclaturas dos sólidos geométricos, quais sejam poliedros e não-poliedros, questionando os professores quais seriam suas características comuns. Com facilidade os professores relacionaram que os poliedros possuíam figuras planas e os não poliedros possuíam superfícies curvas. Dessa forma, voltando o olhar aos poliedros, eles precisaram realizar uma outra classificação dentre eles, identificando os que tinham “ponta” (vértice da pirâmide) e os que não tinham ponta, para receber o nome de prismas e pirâmides.

- Raquel:** *Eu não lembrava mais desses nomes todos, mas do jeito que fizemos aqui eu gostei, nunca tinha feito. Vou ensinar meu neto, porque eu tenho essas coisas em casa e nunca prestei atenção nos formatos, agora faz sentido.*
- João:** *Eu sempre levei os sólidos para os alunos pequenos, mas depois de mostrar quais eram as figuras planas, tipo o triângulo e o quadrado. Com os maiores a gente construía em papel cartão. Mas acho que fazer assim, embora dê mais trabalho e leve mais tempo, é super válido.*
- Sara:** *Eu adorei, vou fazer com os meus semana que vem já. Mas vou fazer a parte das massinhas, eles são pequenos vão gostar e vão aprender os nomes corretos.*
- Maria:** *Eu nem acredito que consegui aprender, agora eu acho que vou conseguir ajudar melhor os alunos quando os professores explicarem sobre isso.*

Reunião 3 - 29/03/2022

conhecimentos e aprendizagens mobilizadas durante a ação formativa. Relações essas que são necessárias para o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial (Owens, 2015). Verbalizar os conceitos e as ideias auxiliou os professores no desenvolvimento desse raciocínio, contribuindo para a compreensão dos conceitos geométricos.

As análises realizadas permitem inferir que os PEMAI já possuíam suas concepções a respeito da geometria e que essas, muitas vezes, estavam pautadas em conceitos equivocados, como nomear os objetos de acordo com a semelhança de seus lados com as figuras planas. Ao fazer isso, os professores não manifestavam dúvida, ou seja, eles estavam certos de que era a forma “correta” de se fazer e, conseqüentemente, de se ensinar, tanto que justificaram a escolha dos objetos antes de qualquer questionamento ou proposta. Além disso, nenhum professor levou objetos que tivessem superfícies curvas (como garrafas de água e canetas), sendo que todos os objetos levados por eles poderiam ser classificados como representações de prismas, o que demonstra as limitações dos professores quando o assunto é geometria.

A relação feita entre a nomenclatura das representações dos sólidos geométricos e as figuras planas mostrou a compreensão que os professores possuem sobre a geometria plana e espacial, utilizando-as como sinônimos, como se um cubo pudesse ser nomeado, também, como quadrado. Isso também mostra que eles desconheciam a possibilidade da geometria espacial (Sinclair *et al*, 2016) para trabalhar com objetos do cotidiano, o que é reafirmado ao analisar as respostas dadas por eles ao enunciado “quais as suas maiores dificuldades em geometria?” e identificar que não houve menção à geometria espacial. Essa confusão entre as geometrias pode ser advinda da forma como se deu o seu processo de formação (Costa; Pinheiro; Costa, 2016), seja ele na Educação Básica, na licenciatura ou ainda no ambiente escolar (formação continuada). A cultura escolar do contexto no qual se está inserido influencia a tomada de decisões e a forma como cada professor analisa os conceitos geométricos (Owens, 2008, 2015).

A busca por argumentos e alternativas para justificar suas concepções ao perceber a forma diferente com que a formadora estava se referindo aos objetos fez com que os professores refletissem a respeito de suas concepções, sendo capazes de ressignificar seus conhecimentos e desenvolver sua identidade profissional (Cyrino, 2017). Ao fazer isso, os professores identificam as características

dos sólidos geométricos por meio da manipulação mental ao considerar que os objetos não poderiam ser “ocos”, além de utilizarem os gestos e a percepção tátil (Sinclair *et al.*, 2017; Owens, 2015).

Nas falas de ambos os professores é notável a influência do contexto, das expectativas e da importância da interação com os pares para o processo de aprendizagem (Wenger, 1998), reforçando que “o raciocínio visuoespacial mentalmente com ou sem objetos, desenhos ou equipamentos está ligado ao passado e ao futuro por meio de relacionamentos com pessoas e atividades ecoculturais” (Owens, 2015, p. 306, tradução nossa). A crença que eles possuíam em relação a geometria era baseada na necessidade de se decorar fórmulas, o que, aos poucos, foi sendo desconstruído à medida que o trabalho com os objetos favoreceu as habilidades mentais e verbais (Owens, 2015). Reproduzir os objetos na massinha contribuiu para o desenvolvimento das habilidades táteis e visuais, pois permitiu aos professores perceberem os elementos que compõem os sólidos (faces, vértices e arestas), e para as habilidades mentais e verbais, pois eles argumentaram verbalmente quais eram as imagens visuais que possuíam das representações que estavam fazendo (utilizando, também, a imaginação).

A utilização da massinha foi algo inovador na formação dos professores e possibilitou maior atenção aos detalhes dos objetos, o que impactou no desenvolvimento do raciocínio visuoespacial (Owens, 2015). Vale ressaltar que nomear as representações dos sólidos e seus elementos possibilitou aos professores analisarem e verificar informações que eram, até então, limitadas para eles, favorecendo as análises mentais e permitindo extrapolar dos objetos que estavam ali para outros objetos e formatos que eles tinham na memória. Tal fato aponta, ainda, para a importância do contexto e das experiências obtidas ao longo da vida.

Na necessidade de separar os objetos em grupos (categorias), os professores precisaram analisar e criar critérios de inclusão e/ou exclusão para justificar suas escolhas, e com isso perceberam um objeto (caixa do Toblerone) que não se enquadraria em nenhum dos grupos criados devido à visualização que possuíam do objeto e a dificuldade de realizar a rotação e análise do objeto de outras perspectivas. Daí a importância do desenvolvimento do raciocínio visuoespacial (Owens, 2015).

As habilidades verbais também eram limitadas a palavras cotidianas (como ponta, canto, parte, pedaço, quina), pois dificilmente os professores utilizavam

linguagem matemática (vértice, aresta, face) para se referir aos objetos ou mesmo para relacioná-los aos sólidos. No entanto, após conhecer e discutir a respeito das nomenclaturas formais houve um esforço imenso dos professores para não “errar” mais, demonstrando aprendizagem por meio da ressignificação dos conceitos (Wenger, 1998). Logo, os professores já possuíam imagens mentais dos sólidos geométricos, mas não conheciam e nem compreendiam a linguagem formal para falar a respeito.

As percepções dos professores em relação aos formatos dos objetos que existem no cotidiano evidenciaram que os conhecimentos geométricos que possuíam eram, em sua maioria, visuais e descritivos, baseados na geometria plana e resultado, muitas vezes, de formações baseadas nessa geometria e sem nexos com as concepções e culturas de cada PEMAI. No entanto, a realização de questionamentos por meio da perspectiva inquiridora da formação (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013), o diálogo com os pares e a natureza da tarefa permitiu que os professores manifestassem as habilidades necessárias para compreender os conceitos geométricos e para desenvolver seu raciocínio visuoespacial.

Assim, pode-se perceber que o raciocínio visuoespacial se dá por meio da linguagem, dos gestos e das representações visuais de objetos que, por sua vez, estão relacionados à cultura e ao contexto dos professores. Ademais, esses são elementos necessários e importantes de serem considerados em contextos formativos que visem o estudo da geometria. Embora Owens (2015) argumente que o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial deva ser priorizado na infância, sua importância na formação continuada também ficou explícita, uma vez que pôde gerar mudanças na prática e na aprendizagem docente, não só no que se refere ao ensino de geometria, mas também à percepção da matemática como ciência que pode ser trabalhada por meio da exploração do meio em que se vive.

Portanto, mesmo que os professores tenham tido uma formação cujo foco não estava no ensino e na aprendizagem da geometria tendo em vista o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial (Owens, 2015), eles manifestaram habilidades essenciais para esse raciocínio, estabelecendo relações que contribuíram para sua aprendizagem e o desenvolvimento de sua identidade profissional (Cyrino, 2017).

2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As habilidades mobilizadas pelos PEMAI permitem-nos concluir que os momentos de socialização durante a ação formativa foram enriquecidos por experiências proporcionadas pela tarefa e pela dinâmica estabelecida pela formadora. Assim, esses elementos viabilizaram o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial, que pode contribuir para uma formação docente crítica e ampla sobre conhecimentos teóricos a respeito do ensino e da aprendizagem de geometria.

Mediante o exposto, promover a formação de professores que ensinam matemática em uma perspectiva exploratória pode contribuir para sua prática e aprendizagem sobre geometria à medida que possibilita aos professores momentos de discussões e utilização de materiais manipuláveis. Além disso, fica evidente a importância de se promover processos de formação continuada de PEMAI com vistas ao desenvolvimento do raciocínio visuoespacial, pois ele se mostrou importante para a aprendizagem docente à medida que permitiu aos professores ressignificar seus conhecimentos e práticas. Outras investigações podem se dispor a investigar a prática de PEM nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no que se refere ao trabalho com o raciocínio visuoespacial.

Ressaltamos que, embora neste trabalho o raciocínio visuoespacial tenha sido utilizado para fins de análises relacionadas à geometria, sua abrangência não se restringe a isso. Ele pode ser manifestado em situações e/ou problemas, matemáticos ou não, que envolvam a análise e reflexões sobre as imagens visuais e relações espaciais. Pesquisas futuras também podem identificar e discutir seu potencial para outras áreas.

REFERÊNCIAS

- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, v.115, n.1, p.11-17, 2011.
- CLEMENTS, D. H. et al. Teaching and learning Geometry: early foundations. **Quadrante**, v. 27, n. 2, p. 7-31, 2018.
- COSTA, J. M.; PINHEIRO, N. A. M.; COSTA, E. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 22, p. 505-522, 2016.
- CYBULSKI, F. C. **Geometria na formação inicial de professores que ensinam matemática**: indicativos de dissertações e teses brasileiras. 2022. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.
- CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, 2017.
- DIAS, R. R. **A Construção do Pensamento Geométrico na Formação Inicial de Professores da Educação Infantil**. 2012. 155f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.
- ERICKSON, F. Qualitative Methods in Research on Teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). **Handbook of Research on Teaching**. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.
- GUTIÉRREZ, A. Children's ability for using different plane representations of space figures. **New directions in geometry education**, p. 33-42, 1996.
- JABLONSKI, S.; LUDWIG, M. Teaching and Learning of Geometry - A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. **Education Sciences**, v. 13, n. 7, p. 682, 2023.
- KRAINER, K. Teams, Communities & Networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.
- KUZLE, A.; BRUDER, R. Probleme lösen lernen im Themenfeld Geometrie [Learning to solve problems in the field of geometry]. **Mathematik Lehren**, v. 196, p. 2–8, 2016.
- LECRER, O. P. V. G.; PAZUCH, V. O ensino de geometria espacial: um panorama de pesquisas por meio de uma metassíntese. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 20, p. 38-61, 2020.
- MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Eds.). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century**. New York: Springer, 1998.

- OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular. 2011.
- OWENS, K. **Visuospatial reasoning**: An ecocultural perspective for space, geometry and measurement education. Springer, 2015.
- SHARMA, S. Use of theories and models in geometry education research: A critical review. **Waikato Journal of Education**, v. 24, n. 1, p. 43-54, 2019.
- SILVA, G. S.; INNOCENTI, M. S.; ZANQUIM, J. A. B. Um estudo sobre intenções de intervenções feitas por uma professora em um *Vaivém*. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, v. 19, p. e022041, 2022.
- SILVA, G. S. **Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação**. 2018. 166f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.
- SINCLAIR, N. *et al.* Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. **ZDM**, v. 48, n. 5, p. 691-719, 2016.
- SINCLAIR, N.; *et al.* Geometry education, including the use of new technologies: A survey of recent research. In: **Proceedings of the 13th international Congress on Mathematical Education**. Springer, Cham, p. 277-287. 2017.
- VAN HIELE, P. M. **Structure and insight: A theory of mathematics education**. New York: Academic Press, 1986.
- VIEIRA, A. F. M.; CYRINO, M. C. C. T. Geometric Thinking: Reflections Manifested by Preservice Mathematics Teachers in van Hiele Model Studies. **Acta Scientiae**, v. 24, n. 8, p. 286-314, 2022.

3 TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGENS DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS EM UMA AÇÃO FORMATIVA SOBRE FIGURAS PLANAS

Resumo

O objetivo do presente artigo é discutir trajetórias de aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI) em uma ação formativa que envolveu a construção de um glossário sobre figuras planas. Essa foi uma das ações de um programa de formação continuada, no formato de grupo de estudos, em que participaram quatro PEMAI. Foram analisadas as produções escritas dos professores na construção do glossário e as discussões decorrentes destas produções no grupo de estudos. Os resultados evidenciam que os PEMAI tiveram oportunidade de mobilizar e constituir conhecimentos sobre características de figuras planas; desenvolver capacidades do pensamento geométrico; construir estratégias para comunicar suas ideias sobre objetos geométricos; e reconhecer a influência do contexto e das experiências do indivíduo para construir conhecimentos geométricos. Com isso, conclui-se que a ação formativa foi potencial para reduzir as lacunas existentes no que se refere às definições matemáticas das figuras planas.

Palavras-chave: Formação de Professores que Ensinam Matemática. Aprendizagem Profissional Docente. Figuras Planas. Ensino de geometria.

3.1 INTRODUÇÃO

Estudos apontam que o ensino de geometria deveria acontecer desde as primeiras etapas escolares e estar associado às experiências sociais das crianças na infância, pois isso afetaria seus processos cognitivos, como a visualização, o raciocínio, a localização e a argumentação, impactando na forma como elas compreendem a geometria (Clements *et al.*, 2018; Davis *et al.*, 2015; Jablonski; Ludwig, 2023; Owens, 2015; Sinclair *et al.*, 2016.).

No entanto, segundo Barros e Pavanello (2022, p.12) “pesquisas mais recentes apontam que o ensino da geometria se mostra ineficiente e precário, o que evidencia as dificuldades tanto de professores quanto de alunos em todos os segmentos da Educação Básica”. Dentre outras justificativas, tais dificuldades podem ser atribuídas ao trabalho incipiente dessa temática na formação dos professores que, muitas vezes, está centrado em uma perspectiva axiomática, com uso fórmulas e procedimentos sem significado. Tal situação se torna mais evidente, quando

analisamos a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI).

É importante que no ensino de geometria sejam considerados estudos das propriedades das formas, das transformações, da localização de objetos no plano ou no espaço e da visualização, relacionando objetos presentes no ambiente com os objetos bi e tridimensionais (Van de Walle, 2009). O ensino de geometria deve estar estritamente relacionado com o espaço em que vivemos, e isso requer perceber que as ideias geométricas são úteis na representação e na resolução de problemas (Battista, 2007; NCTM, 2000), tanto da matemática quanto de outras áreas de conhecimento.

Mediante o exposto, torna-se relevante pensar em ações formativas que permitam aos PEMAI (res)significar suas aprendizagens a respeito de geometria e do seu ensino, não apenas para contribuir com a sua própria formação, mas também para que possam promover mudanças em suas práticas pedagógicas. É preciso que essas ações considerem “o professor como protagonista do seu processo de formação, como produtor de conhecimento; que articula a prática letiva [...] com a sua profissão, com as políticas educacionais e as políticas públicas mais amplas” (Cyrino, 2017, p. 709).

Para tanto, esse processo de formação deve, ainda, levar em conta o contexto no qual os professores estão inseridos. A aprendizagem desses professores precisa ser considerada em uma perspectiva social, construída na experiência de participação no mundo (Larrosa, 2002), em um processo de negociação de significados (Wenger, 1998).

Essa perspectiva de formação orientou a ação na qual se concretizou o presente estudo, que tem como objetivo discutir trajetórias de aprendizagem de PEMAI em uma ação formativa que envolveu a construção de um glossário sobre figuras planas. A construção desse glossário foi uma das ações de um programa de formação continuada, no formato de grupo de estudos, promovida em um município do interior do Paraná. É de especial significância que a formação continuada de PEMAI dê atenção ao ensino de geometria, por meio do desenvolvimento intencional e sistemático de ações que promovam as aprendizagens dos seus participantes.

Na sequência, apresentamos a importância do ensino de geometria na Educação Básica e suas implicações na/para formação continuada de PEMAI, o

contexto e os encaminhamentos metodológicos da pesquisa, seguidos das análises, das discussões e das considerações finais.

3.2 O ENSINO DE GEOMETRIA E A APRENDIZAGEM DOCENTE

Diversas pesquisas na área da Educação Matemática têm se dedicado a estudos relacionados à geometria, discutindo, entre outras coisas, diferentes formas de compreender os processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina (Clements *et al.*, 2018; Clements; Battista, 1992; Davis *et al.*, 2015; Duval, 1989; Gutiérrez, 1996; Owens, 2015; Sharma, 2019; Sinclair *et al.*, 2016; Sinclair *et al.*, 2017; Van Hiele, 1984).

Mesmo assim, o levantamento feito por Sinclair *et al.* (2016) sobre educação em geometria mostra que, embora haja muitos avanços em relação à temática, a geometria ainda é um dos domínios matemáticos menos compreendidos por PEMAI. Nunes e Onuchic (2019) apontam que muitos professores não se sentem preparados para ensinar geometria, devido à precariedade de sua formação em relação a esse conteúdo. Isso porque, na formação inicial, os futuros PEMAI têm poucas oportunidades de refletir a respeito de questões específicas do ensino e da aprendizagem de geometria (Almouloud *et al.*, 2004).

Boa parte das dificuldades mobilizadas pelos professores em relação ao ensino de geometria pode ser atribuída à ausência desse conteúdo em seus processos formativos, uma vez que eles se restringem ao mero reconhecimento de figuras e ao uso de fórmulas sem significado (Nacarato; Passos, 2003).

Considerando que a geometria é um sistema de representação usado para visualizar conceitos, formas de raciocínio e ambientes espaciais (Battista, 2007), cumpre aos processos formativos de PEMAI promover o

desenvolvimento de habilidades de visualização; de pensamento crítico; de capacidades de raciocinar, argumentar, demonstrar, fazer suposições e inferências lógicas, reduzir objetos tridimensionais a duas dimensões, de perceber que as ideias geométricas são úteis na representação e na resolução de problemas (Vieira; Cyrino, 2022, p. 287).

Para tanto, para suprir essa lacuna, é preciso que sejam oferecidos processos de formação continuada que viabilizem ao PEMAI aprender a raciocinar sobre a geometria, levando em consideração cada contexto, para perceber que as

ideias geométricas são úteis na representação e na resolução de problemas (Battista, 2007; NCTM, 2000).

Essa aprendizagem docente pode ocorrer por meio de um processo de negociação de significados, que é simultaneamente individual e coletivo, proveniente da interação dos professores em formação com o conhecimento matemático e com os pares. De acordo com Wenger (1998), o processo de negociação de significados, como mecanismo de aprendizagem, envolve a interação entre dois outros processos: a participação e a reificação.

O processo de participação “[...] é tanto pessoal quanto social. É um processo complexo que combina fazer, falar, pensar, sentir e pertencer. Envolve toda a pessoa, incluindo nossos corpos, mentes, emoções e relações sociais” (Wenger, 1998, p. 56).

Já o processo de reificação se relaciona “[...] ao processo de dar forma a nossa experiência, produzindo objetos que congelam esta experiência em uma ‘coisa’. Com isso criamos pontos de enfoque em torno dos quais se organiza a negociação de significado” (Wenger, 1998, p. 58, grifo do autor). A reificação abarca processos como “[...] fazer, desenhar, representar, nomear, codificar e descrever, tanto como perceber, interpretar, utilizar, reutilizar, decodificar e reestruturar” (Wenger, 1998, p. 59).

Esses dois processos estão interligados e são indissociáveis.

A dualidade da participação e da reificação tem um papel fundamental na experiência de negociar significados na prática. Esses dois processos não podem ser considerados separados e nem devem ser vistos em oposição: um deve complementar o outro, de modo que suas respectivas limitações sejam compensadas (Cyrino *et al.*, 2014, p. 16).

Como bem explica Wenger (1998), tanto a experiência quanto a prática estão em constante movimento, por isso a participação e a reificação são tidas como processos contínuos e não estanques. Para o autor, o “[...] significado negociado é ao mesmo tempo dinâmico e histórico, contextual e único” (Wenger, 1998, p. 54).

Assumindo essa perspectiva de aprendizagem docente, o Gepefopem¹⁷, grupo do qual fazemos parte, tem dedicado esforços no que se refere

¹⁷ Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática, da Universidade Estadual de Londrina (UEL), coordenado pela Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

à formação de professores com ênfase no ensino e na aprendizagem de geometria (Cybulski, 2022; Vieira, 2023).

Grando e Nacarato (2022), ao escreverem um editorial sobre formação de professores que ensinam matemática, observam que o ensino de geometria também tem sido foco de trabalhos que investigam processos de formação continuada em diferentes contextos. Mais especificamente, o trabalho com as figuras planas é visto como promissor para, entre outras coisas, desenvolver o pensamento geométrico dos PEMAI e contribuir com seu desenvolvimento profissional docente (Nasser; Vieira, 2015).

Pesquisadores argumentam contra a apresentação direta de definições para alunos e (futuros) professores, como um produto pronto e acabado, frisando que a pesquisa matemática não poderia começar com definições, mas com situações que as problematizem, colocando as definições e os axiomas ao final do processo (De Villiers *et al.*, 2009).

3.3 CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO E ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

O contexto da presente investigação se deu em um grupo de estudos, cujo objetivo foi estudar o ensino de geometria. Participaram do grupo uma formadora (autora dessa tese) e quatro PEMAI, nomeados como João, Sara, Maria e Raquel (nomes fictícios¹⁸) (Quadro 4). As reuniões do grupo ocorreram semanalmente, em 2022, e tinham duração de uma hora e meia cada. Para esta investigação, foram consideradas as discussões ocorridas em 6 dos 24 encontros formativos do grupo.

Quadro 4: Informações profissionais dos PEMAI

PEMAI	Formação	Atuação profissional em 2022	Tempo de Serviço
João	- Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática - Pedagogia	Matutino: 3.º ano Vespertino: 2.º ano	16 anos
Sara	- Pedagogia	Matutino: Sala de Recurso Multifuncional (SRM) – Educação Especial Vespertino: 1.º e 2.º anos (multisseriado)	3 anos
Maria	- Licenciatura em Letras	Hora Atividade ¹⁹	24 anos

¹⁸ Projeto aprovado pelo Comitê de Ética (Parecer: 5.001.063; CAAE: 50991921.1.0000.5231).

¹⁹ O professor fica responsável pelos conteúdos de Língua Inglesa, Arte, História e Geografia, assumindo quatro turmas e destinando um dia da semana para cada turma.

	- Pedagogia	Educação Especial ²⁰	
Raquel	- Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática	Direção Escolar	27 anos

Fonte: Acervo da autora

O processo formativo se desenvolveu em uma perspectiva exploratória e inquiridora (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013), em que se buscava a aprendizagem por meio da negociação de significados (Wenger, 1998). O objetivo não era fornecer aos PEMAI respostas prontas e definidas, mas oferecer situações para que pudessem (re)significar suas práticas e conhecimentos relacionados ao ensino de geometria.

O grupo iniciou suas atividades, discutindo conceitos de figuras espaciais (sólidos geométricos), quando se observou a dificuldade dos PEMAI em identificar as diferenças, as especificidades, de figuras espaciais e planas. Isso se deu durante as discussões do grupo, mais especificamente quando eles tiveram que caracterizar um triângulo, a partir da exploração de uma pirâmide.

Considerando a necessidade de compreender conceitos e características de figuras planas, e com base em discussões realizadas entre a formadora e os membros do Gepefopem sobre possibilidades de intervenção, foi proposta a construção de um glossário de figuras planas. O glossário se constitui em um caderno, onde deveriam ser escritas, pelos professores, as descrições de figuras planas, com espaço para que houvesse retorno da formadora e possível adequação da escrita pelos PEMAI. Assim, eles deveriam registrar uma descrição para círculo e circunferência e para algumas figuras planas, nomeadamente: triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, losango, paralelogramo e pentágono.

No dia em que foi proposta a construção do glossário, os professores foram instruídos a não realizar qualquer tipo de pesquisa ou discutir suas ideias com outras pessoas antes de escrever, para que não fossem influenciados. Ao término da escrita, o glossário era entregue à formadora que, entre uma reunião e outra, fazia a leitura das escritas, realizava perguntas e/ou desenhos e apresentava contraexemplos, para que cada professor pudesse (re)pensar a caracterização feita, uma vez que havia erros conceituais importantes nessas escritas, e os

²⁰ Acompanhamento de aluno com deficiência auditiva.

questionamentos tinham como intencionalidade fornecer retorno e promover processos de negociação de significados como mecanismo para a aprendizagem.

Na reunião seguinte, ao receber novamente o glossário, o professor o lia e buscava responder aos questionamentos, alterando o enunciado de sua caracterização para cada figura plana, se fosse o caso. O propósito era que, ao ler e modificar suas escritas, ele pudesse chegar a uma caracterização próxima à definição matemática de cada figura plana. Em seguida, ainda na reunião, os professores compartilhavam e conversavam sobre suas caracterizações. Esse processo se repetiu durante seis semanas.

Na última reunião de trabalho com o glossário, os PEMAI puderam compartilhar e discutir suas caracterizações e dúvidas a respeito das figuras, negociaram significados de modo a construir de forma coletiva uma sistematização das caracterizações das figuras planas. Nessa reunião, eles tiveram, ainda, a oportunidade de classificar essas figuras e discutir critérios de inclusão de classe dos quadriláteros.

Com a intenção de discutir trajetórias de aprendizagem desses PEMAI nessa ação formativa de construir um glossário de figuras planas, o presente estudo se constitui em uma pesquisa de natureza qualitativa e cunho interpretativo (Erickson, 1986). Para a coleta de informações, foram utilizadas as produções escritas dos professores na construção do glossário e as gravações em áudio das discussões que ocorreram durante as reuniões.

Para a análise dessas informações, pautados na teoria de Wenger (1998) para a aprendizagem, buscamos compreender o processo de negociação de significados e, conseqüentemente, as trajetórias de aprendizagem. Para tanto, identificamos os pontos de enfoque nas interações e analisamos os processos de participação e de reificação à medida que os professores dialogavam e buscavam elementos para caracterizar as figuras planas.

3.4 TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGENS DE PEMAI NA CONSTRUÇÃO DE UM GLOSSÁRIO A RESPEITO DE FIGURAS PLANAS

A ação formativa de construir um glossário foi bem aceita pelos PEMAI. Inicialmente, eles apresentaram uma escrita curta e objetiva. No entanto, ao terem contato com os questionamentos, desenhos e contraexemplos apontados pela

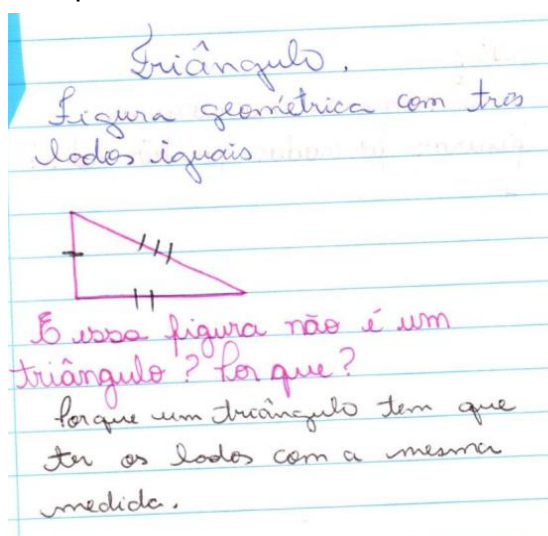
formadora, apesar da insegurança em responder, eles se sentiram engajados a continuar com a construção do glossário e nunca cogitaram desistir.

Nesta seção, descrevemos alguns episódios com recortes representativos das produções escritas dos PEMAI nos glossários e excertos das gravações das reuniões que evidenciam o que se tornou ponto de enfoque no processo de negociação de significados dos participantes da investigação para caracterizarem figuras planas. Para fins de análise, a seguir, apresentamos esses episódios, de acordo com as figuras planas.

3.4.1 Triângulo

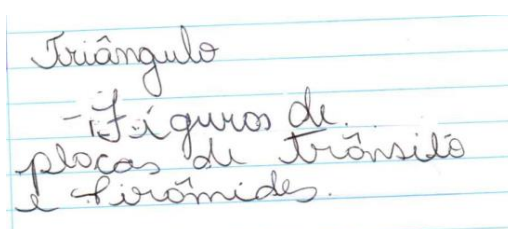
Ao escrever a respeito do triângulo, a professora Raquel colocou que se tratava de uma figura com três lados iguais (Figura 1), desconsiderando os triângulos isósceles e escaleno. A professora Maria, por sua vez, relacionou a ideia de triângulo aos objetos presentes em seu dia a dia (Figura 2). Já o professor João conseguiu expressar de forma mais assertiva sua caracterização (Figura 3), da mesma maneira que a professora Sara (Figura 4).

Figura 1 – Triângulo professora Raquel

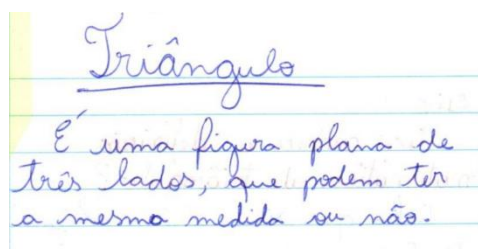


Fonte: Dados da pesquisa

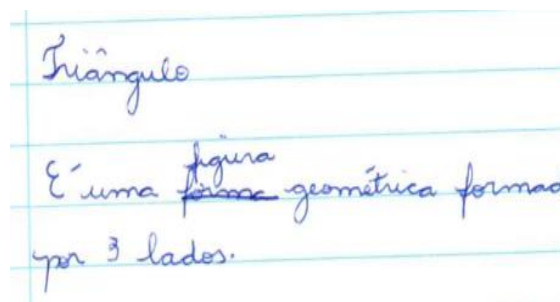
Figura 2 – Triângulo professora Maria



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3 – Triângulo professor João

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 4 – Triângulo professora Sara

Fonte: Dados da pesquisa

Com as descrições dos professores, ficou evidente que o protótipo de triângulo que a professora Raquel conhecia se referia ao triângulo equilátero e, mesmo após a primeira devolução do caderninho com a questão e a representação de um triângulo com as medidas dos lados diferentes (registrado em rosa na Figura 1), lembrando, inclusive, a representação de um triângulo retângulo, a professora Raquel afirmou que a referida representação não se tratava de um triângulo, por não ter todos os lados com a mesma medida. A professora Maria também manteve sua resposta até o grupo discutir as caracterizações apresentadas.

- Formadora:** *Raquel, por que você considera que essa figura não é um triângulo?*
[apontando para a representação do triângulo em rosa da Figura 1]
- Raquel:** *Na verdade, não é que não seja, mas está deformado. Porque para ser um triângulo certo, os lados têm que ser iguais.*
- João:** *Não necessariamente.*
- Raquel:** *Como assim? Mas daí tudo que tem três lados é triângulo?*
- Sara:** *Sim, é uma figura de três lados. Trabalhei isso semana passada com os meus alunos.*
- Maria:** *Então o meu está certo, porque as placas têm três lados.*
- João:** *Mas lembra que as placas só lembram o formato de um triângulo.*
- Maria:** *Ah é, mas eu consigo lembrar melhor assim.*
- João:** *Mas tem que escrever certinho, porque senão na hora de explicar para as crianças você não vai lembrar.*
- Maria:** *Tá bom, vou arrumar.*

(Discussão da reunião do dia 07/06/2022)

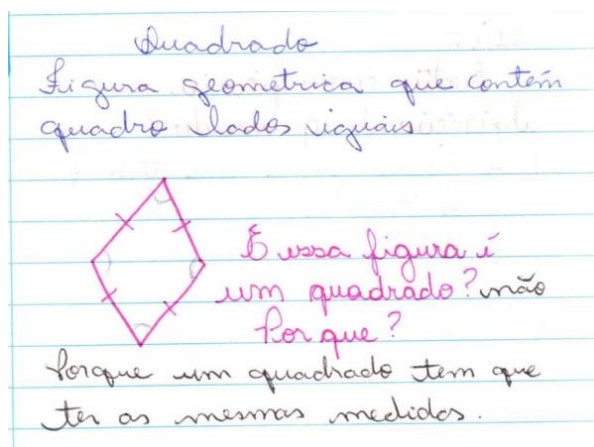
A comunicação entre os professores possibilitou a negociação de significados em relação às características de triângulos, permitindo à professora Raquel perceber que não eram necessários os três lados terem a mesma medida. A professora Maria igualmente conseguiu compreender que as figuras que havia citado lembravam o formato de um triângulo, mas que se tratava de formas tridimensionais. Com isso, eles modificaram suas concepções iniciais por meio do processo de

participação, ao refletirem sobre a necessidade de se utilizarem as terminologias corretas para se referir à figura plana, e de reificação, ao apresentarem os registros de seus conhecimentos e destacarem a importância deles para o ensino de geometria.

3.4.2 Quadrado

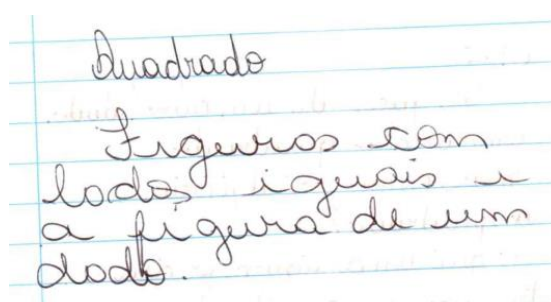
Nas escritas sobre o quadrado, os PEMAI foram unânimes em escrever que se tratava de uma figura com “quatro lados iguais”. O que passou despercebido foi a necessidade de serem estabelecidos, também, os quatro ângulos de mesma medida, ou seja, de 90° .

Figura 5 – Quadrado professora Raquel



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 6 – Quadrado professora Maria



Fonte: Dados da pesquisa

A professora Raquel demonstrou não reconhecer a notação utilizada para indicar que os lados de uma figura geométrica são congruentes, alegando que a figura desenhada não tinha os lados com mesma medida (Figura 5). Já a professora Maria, embora não tenha determinado a quantidade de lados “iguais” para se ter um quadrado, ao fazer relação com o dado, revelou sua compreensão visual do formato do quadrado, ou seja, seu protótipo estava associado ao cubo (Figura 6). Talvez tenha sido influenciada pelo trabalho realizado anteriormente com sólidos geométricos.

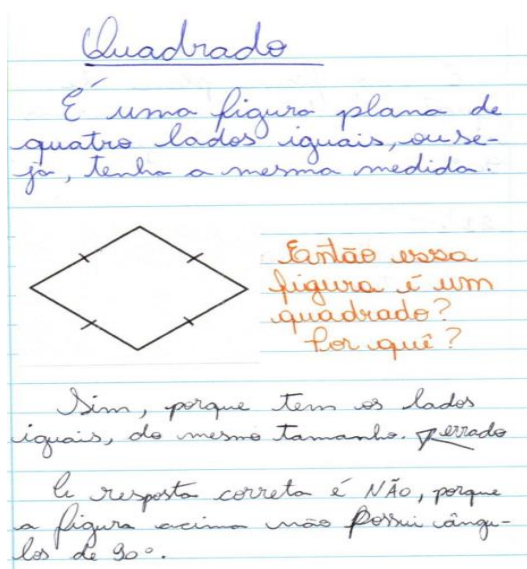
- João:** *Eu estou pensando que falta alguma coisa para escrever [se referindo ao quadrado]. Como que a gente explica que tem que ficar reto os cantos? Porque no paralelogramo não precisa ficar reto.*
- Sara:** *Ângulo de 90° ?*

- Maria:** *Aquele que a gente fez com o papel!* [Em um dos encontros anteriores os professores, por meio de dobraduras, representaram um ângulo reto]
- João:** *Acho que é isso mesmo, vai precisar ter ângulos de 90° . Agora eu vou escrever aqui que isso está errado, porque, pensando bem, essa figura não é um quadrado.*

(Discussão da reunião do dia 14/06/2022)

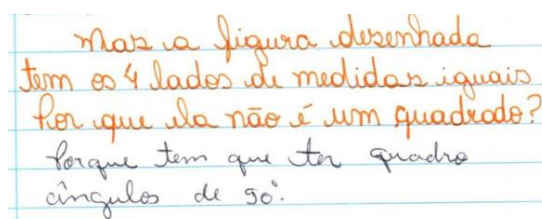
O processo de negociação de significados entre os PEMAI permitiu ao professor João perceber a necessidade de considerar os ângulos na caracterização do quadrado. As discussões coletivas a respeito das caracterizações no glossário mobilizaram o João a registrar que, em um quadrado, os ângulos têm 90° , e essa é uma das especificidades do quadrado dentre os quadriláteros que têm lados congruentes. A importância da linguagem matemática também ficou evidente, quando o professor João precisou nomear os “cantos” de um quadrado. Com isso, a sua percepção se modificou por meio das negociações com o grupo, fazendo com que ele compreendesse que sua resposta inicial ao questionamento da formadora estava incorreta (Figura 7).

Figura 7 – Quadrado professor João



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8 – Quadrado professora Raquel (2.ª parte)



Fonte: Dados da pesquisa

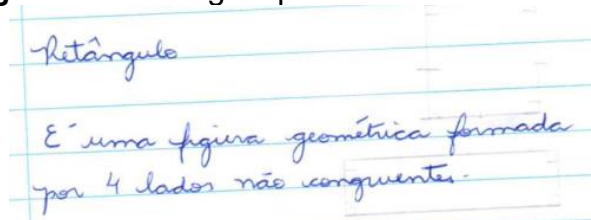
Após as discussões, a professora Raquel, do mesmo modo, modificou sua percepção a respeito do quadrado, reificando seus conceitos e alterando sua

caracterização para considerar os ângulos internos da figura, conforme ilustra a Figura 8.

3.4.3 Retângulo

Ao caracterizar o retângulo, os PEMAI partiram do princípio de que, se o quadrado possuía os quatro lados com medidas iguais, então o retângulo precisaria ter um par de lados paralelos com medidas diferentes, como mostra a escrita da professora Sara (Figura 9). Ainda que a ideia de caracterização da professora não estivesse correta, o uso da terminologia “congruente” denota que ela conseguiu se apropriar desse conceito.

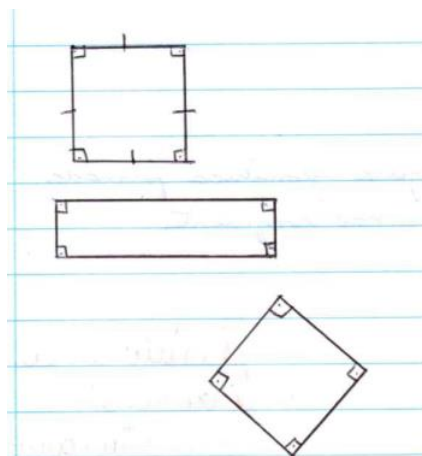
Figura 9 – Retângulo professora Sara



Fonte: Dados da pesquisa

Desse modo, os professores apenas se referiam ao retângulo, considerando-o com pares de lados paralelos com medidas diferentes, cuja lado maior, na horizontal, corresponderia à base, sob a alegação de que foi assim que aprenderam e ensinaram durante toda sua trajetória escolar. Com isso, a formadora solicitou que eles tentassem desenhar mais de um “tipo de retângulo”, que tivessem medidas diferentes e em posições diversas das com que eles estavam habituados. Apenas a professora Sara conseguiu realizar a tarefa (Figura 10), que foi compartilhada com os demais professores.

Figura 10 – Desenhos de retângulos da professora Sara



Fonte: Dados da pesquisa

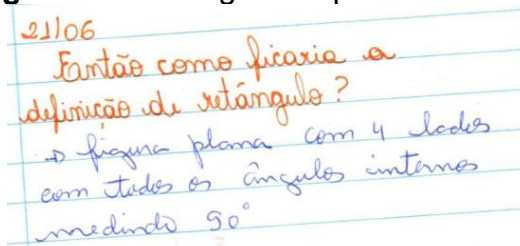
Os desenhos feitos pela professora Sara foram cruciais para que os demais professores visualizassem que o retângulo não necessita, especificamente, nem de quatro lados de medidas congruentes, tampouco de pares de lados paralelos com medidas diferentes. A notação dos ângulos retos e da congruência entre os lados dá indício de que ela compreendeu os conceitos e os registros matemáticos.

- Sara:** *Acho que esses são retângulos. Não são!?* [referindo-se à Figura 10]
- João:** *Eu acho que sim, mas esse é um quadrado, né!?*
- Maria:** *Então o retângulo não pode ter os quatro lados iguais. Se não vira quadrado.*
- Sara:** *É, mas então só vai ter dois tipos de retângulo, um “de pé” e o outro “deitado”. [referindo-se à medida maior na vertical e na horizontal, respectivamente]*
- João:** *E um na diagonal. [referindo-se à medida maior na diagonal]*
- Raquel:** *Olha, mas se a gente pensar que ele pode esticar e diminuir, vai chegar uma hora que vai virar quadrado mesmo.*
- Formadora:** *E a palavra “retângulo”, lembra alguma coisa para vocês?*
- João:** *Lembra “coisa reta”.*
- Sara:** *Ângulo reto?*
- João:** *É, precisa ter ângulo reto. Quatro, no caso. Mas só isso?*
- Raquel:** *Deve ser.*
- Sara:** *Aí por isso que fica igual o quadrado, às vezes, porque só vai precisar dos ângulos retos.*
- João:** *Sim, faz sentido.*
- Maria:** *Estou começando entender, mas não sei como escrever.*
- Raquel:** *Figura plana com quatro lados congruentes e ângulos, todos, de 90° . Só escrever assim!*
- Maria:** *Você falando assim parece até fácil... Mas eu nunca aprendi.*
- Formadora:** *Mas da forma como eles discutiram você conseguiu compreender? Está conseguindo acompanhar o que eles estão pensando?*
- Maria:** *Estou sim, é que é bastante coisa para lembrar.*

(Discussão da reunião do dia 21/06/2022)

Ao analisarem os desenhos de Sara, os PEMAI questionaram (negociaram) se seria, então, a mesma definição do quadrado, o que logo foi refutado pelo fato de o quadrado necessitar dos quatro lados com medidas iguais. Com o questionamento da formadora para que eles refletissem sobre o nome “retângulo”, puderam fazer conjecturas e pensar em contraexemplos, chegando à conclusão de que o retângulo necessitaria somente de quatro ângulos de 90° (Figura 11).

Figura 11: Retângulo da professora Raquel



Fonte: Dados da pesquisa

A perspectiva inquiridora adotada durante a formação e, especificamente, durante a construção do glossário, possibilitou aos professores conjecturarem, elaborarem hipóteses, corroborarem-nas e refutarem-nas durante o processo de caracterização do retângulo, favorecendo suas aprendizagens.

3.4.4 Paralelogramo, Trapézio e Losango

Como a maior dificuldade dos PEMAI foi caracterizar paralelogramo, trapézio e losango e, nas discussões, a comparação entre essas figuras foi recorrente, optamos por agrupá-las em uma única seção para análise.

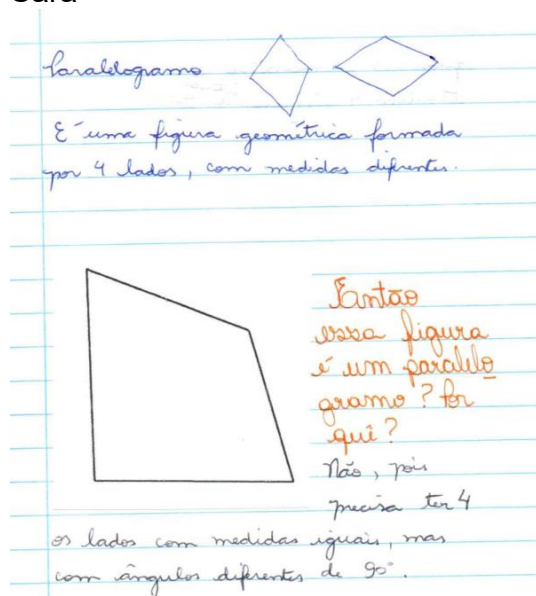
Raquel: Paralelogramo? Não lembro, o Covid afetou minha memória.
Sara: Eu também não consigo lembrar que forma é essa.
Maria: Se vocês não lembram, imaginem eu!
João: Calma gente, vai dar certo. Vamos pular essa e depois voltamos.
 [...]
Raquel: João, acho que sua ideia só fez piorar as coisas. Trapézio eu lembro de circo e losango não sei.
João: Se os nomes não fossem diferentes, eu ia colocar que é tudo a mesma coisa.

(Discussão da reunião do dia 31/05/2022)

Ao perceber a dificuldade dos professores e as relações que tentavam fazer, a formadora sugeriu que eles desenhasssem as formas conforme as imagens

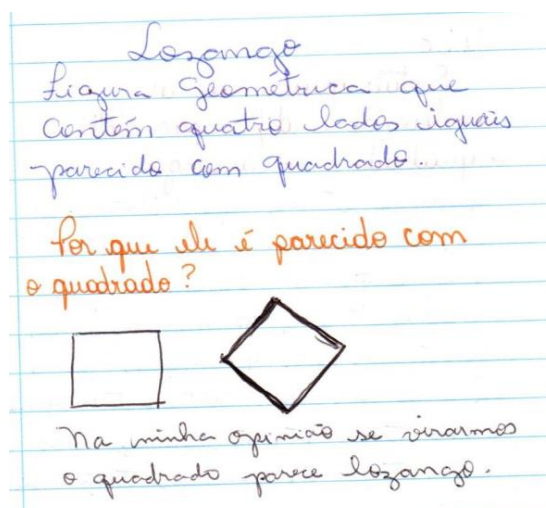
vinham à mente. Com isso, eles conseguiram recordar que tais figuras também tinham quatro lados (Figuras 12 e 13).

Figura 12 – Paralelogramo professora Sara



Fonte: Dados da pesquisa

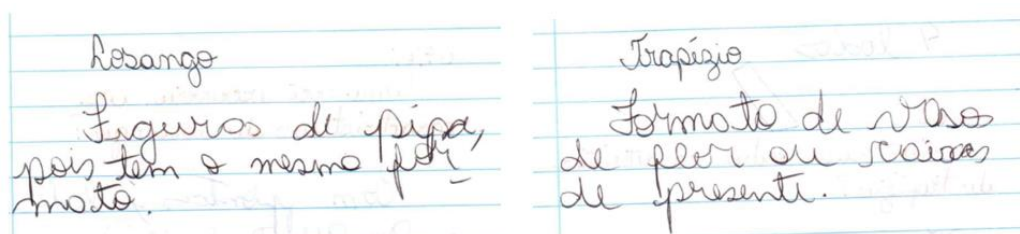
Figura 13 – Losango professora Raquel



Fonte: Dados da pesquisa

Contudo, mesmo com os desenhos e as perguntas, os PEMAI ainda não conseguiam se aproximar de uma caracterização adequada para essas figuras. Mas as considerações da professora Maria, ao comparar as figuras com objetos do cotidiano (Figura 14), contribuíram para que os demais professores conseguissem apresentar seus registros.

Figura 14 – Losango e Trapézio professora Maria



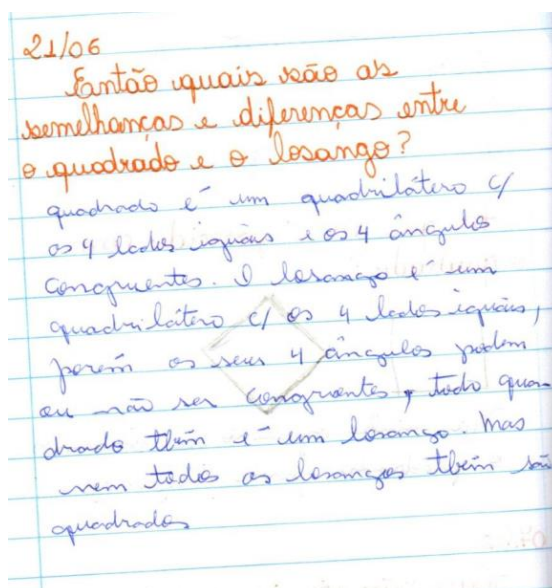
Fonte: Dados da pesquisa

A ação da professora Maria, em identificar a geometria presente no cotidiano, foi crucial para que os professores pudessem visualizar as formas

geométricas e recordar de algumas de suas características. Os gestos que os PEMAI faziam durante suas falas para indicar os formatos a que se referiam, também favoreceram a comunicação e compreensão entre eles.

Ao relacionar as características das figuras planas, os PEMAI identificaram semelhanças e diferenças entre elas, fazendo com que suas inferências fossem mais precisas e com mais informações (Figura 15).

Figura 15 – Comparação Losango e Quadrado professora Raquel



Fonte: Dados da pesquisa

Embora as caracterizações ainda não tivessem o rigor matemático, foi notável o processo de reificação, por meio de suas escritas e de outras formas de comunicação como, por exemplo, os gestos. Observamos uma preocupação em especificar os ângulos, para além das medidas e número de lados que foram utilizados inicialmente para caracterizar as figuras.

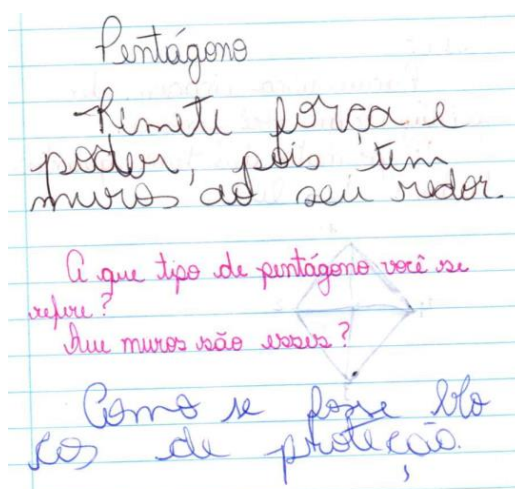
3.4.5 Pentágono

Para definir o pentágono, Raquel, João e Maria escreveram que se tratava de uma figura plana com cinco lados iguais, desconsiderando que poderia haver pentágonos com medidas de lados diferentes.

Contudo, o que chamou a atenção da formadora nesse momento foi a caracterização escrita pela professora Maria. Já era sabido que ela sempre recorria

a objetos do cotidiano para, de certa forma, ilustrar sua visualização da figura. E como os objetos que ela apresentava eram conhecidos e, de fato, lembravam a figura plana em questão, a interpretação ficava “clara”. No entanto, ao escrever sobre o pentágono, a professora Maria não se referiu diretamente a um objeto (Figura 16).

Figura 16 – Pentágono professora Maria



Fonte: Dados da pesquisa

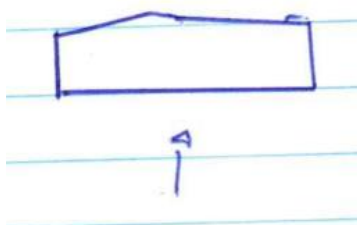
A escrita inesperada da professora Maria, fornecendo sentimentos para caracterizar uma figura plana, desvela a tamanha influência do contexto e das experiências do indivíduo na aprendizagem de geometria. Mesmo após o primeiro questionamento, ela não forneceu grandes mudanças em seu viés de representação (escrita), o que tornou necessária a comunicação (participação) direta com a formadora.

Antes da reunião e após discussões com os membros do Gepefopem, a hipótese mais provável era que a professora estava se referindo ao Pentágono que é a sede do Departamento de Defesa dos Estados Unidos. O edifício tem forma de pentágono e por isso recebe esse nome. Além disso, há registros de que, na história, o pentágono se referia exatamente à ideia de proteção. A necessidade humana de não machucar as mãos na colheita de cereais fez com que se “improvisasse” uma dobra de uma tira de planta, como a palmeira, cujo formato é a representação de um pentágono.

Com isso, a formadora questionou Maria a respeito de suas concepções sobre o pentágono.

- Formadora:** *Maria, explica para mim no que você pensou para escrever sobre o pentágono?*
- Maria:** *Pensei que ele representa força e poder. Não é isso?*
- Formadora:** *Mas qual imagem vem em sua mente quando falamos de pentágono?*
- Maria:** *Aquela dos filmes, onde o pentágono é todo cercado de muros.*
- Formadora:** *Seria essa imagem? [mostrando no celular o pentágono americano]*
- Maria:** *Sim.*
- Formadora:** *Então vamos observar melhor a estrutura: você consegue contar quantos lados, de muros, essa construção tem?*
- Maria:** *São cinco?*
- Formadora:** *Isso mesmo! E você consegue desenhar o contorno dessa figura?*
[Maria então desenha no caderninho, conforme Figura 17]
- Formadora:** *Essa figura que você desenhou tem quantos lados?*
- Maria:** *Cinco, só que tinha que ter ficado mais aberto.*
- Formadora:** *Não tem problema. E agora você consegue estabelecer alguma relação entre a figura plana “pentágono” com o “pentágono dos Estados Unidos”?*
- Maria:** *Tem relação com “ser cinco” (lados) nos dois?*
- Formadora:** *O que você acha? Pode me contar como está pensando?*
- Maria:** *É que se é figura assim igual as outras que a gente fez, então é uma figura que tem cinco lados? Só isso? Mas daí lá nos Estados Unidos chama pentágono só por causa do formato?*
- Formadora:** *Exatamente! E você não acha o formato algo importante?*
- Maria:** *Agora estou começando a achar. [risos]*
(Discussão da reunião do dia 14/06/2022)

Figura 17 – Desenho do pentágono professora Maria



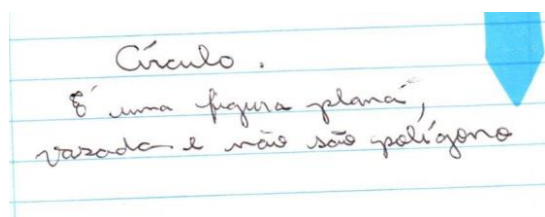
Fonte: Dados da pesquisa

As percepções da professora Maria foram ressignificadas a partir dos questionamentos, no processo de participação, feitos pela formadora, bem como por meio da comparação das imagens e do desenho, que favoreceram o processo de visualização e permitiram a ela apresentar desenhos, processos de reificação, dos formatos.

3.4.6 Círculo e Circunferência

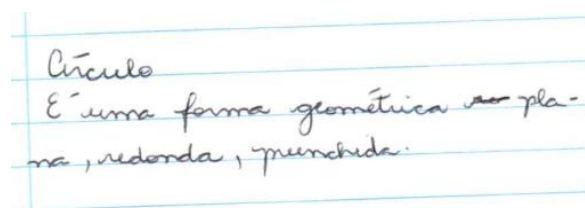
Ao escreverem sobre círculo e circunferência, alguns PEMAI inverteram as definições, como foi o caso da professora Raquel, que se referiu ao círculo como se fosse a circunferência. Já a professora Sara relacionou o formato do círculo a algo redondo e preenchido.

Figura 18 – Círculo professora Raquel



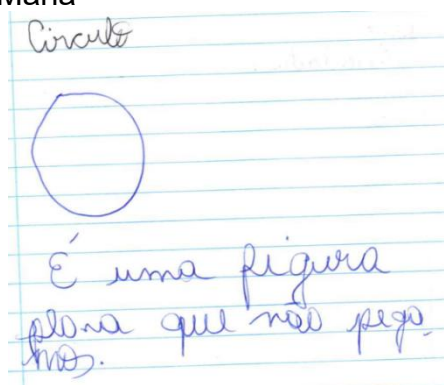
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 19 – Círculo professora Sara



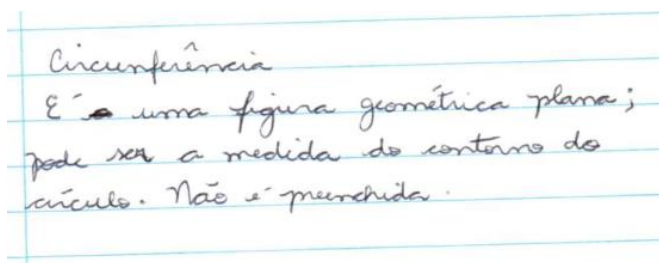
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 20 – Círculo professora Maria



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 21 – Circunferência professora Sara



Fonte: Dados da pesquisa

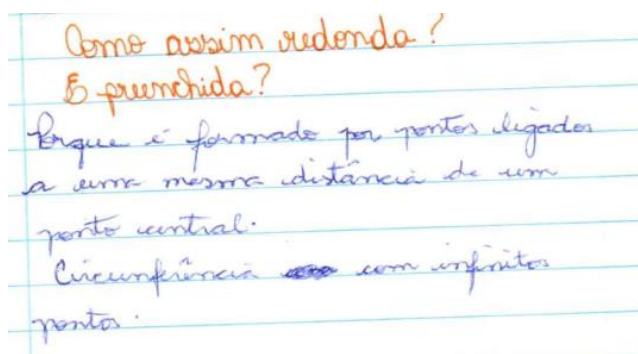
A professora Maria buscou representar suas ideias por meio de desenho, apresentando dificuldade na escrita matemática, ainda que essa pudesse ser baseada na linguagem natural.

No entanto, as escritas e as discussões sobre círculo e circunferência foram as mais sucintas de todas as figuras planas, pois a professora Raquel se sentiu incomodada com o fato de não se tratar das mesmas figuras, apenas com nomes diferentes. Desse modo, trouxe, para o terceiro encontro do trabalho com o glossário, um bambolê e um prato para ilustrar o círculo e a circunferência.

- Raquel:** *Agora olhem aqui [de pé chamando a atenção dos professores] que vocês nunca mais vão errar o que é um círculo e uma circunferência. Estão vendo esse prato? Ele representa um círculo, porque é todo fechado assim [passando a mão no prato] e redondo nas beiradas. Então isso é um círculo, uma figura que é toda preenchida e redonda, mas tem que ser redonda perfeita, oval não pode.*
- Sara:** *Tem que ser perfeito porque os pontos precisam estar ligados a uma mesma distância do centro.*
- Raquel:** *Isso mesmo. Agora olhem aqui para o bambolê, ele só tem o contorno. Então eu posso atravessar a mão e entrar dentro se quiser. Então essa é a circunferência, tem que ser redonda perfeita igual o círculo, mas é só o contorno.*
- João:** *Então no círculo tem a circunferência também. O círculo é o contorno e mais a parte interna preenchida.*
- Maria:** *Agora que consegui entender, porque para mim era tudo a mesma coisa.*
- Raquel:** *Viu só? Agora ninguém aqui erra mais.*

(Discussão da reunião do dia 21/06/2022)

Figura 22 – Círculo professora Sara – Parte 2



Fonte: Dados da pesquisa

Após o compartilhamento da professora Raquel, os outros professores legitimaram sua fala e reconheceram sua *expertise* (Wenger, 1998), o que permitiu que compreendessem, por meio da participação, a diferença entre círculo e circunferência, assim como apresentado no registro da Sara (Figura 22). No entanto, ainda assim tiveram dificuldades de expressar tal compreensão na forma escrita.

3.4.7 Sistematização das Caracterizações das Figuras Planas

Durante os registros no glossário, é possível identificar “saltos” em relação à compreensão dos PEMAI sobre as caracterizações das figuras. Isso se deve

ao fato de o glossário ter sido realizado concomitantemente a outras tarefas da formação, que também contribuíram para a aprendizagem dos professores. Assim, essas aprendizagens oriundas de outras tarefas influenciaram nas caracterizações dos professores. Contudo, isso não reduz o potencial do glossário em relação às trajetórias de aprendizagem desses PEMAI.

A sistematização das caracterizações, oriundas da construção do glossário, envolveu negociações de significados a respeito da inclusão de classes dos quadriláteros, pois os PEMAI já vinham observando as semelhanças e as diferenças entre eles.

- Formadora:** *Hoje faremos discussões a respeito do caderninho [glossário] e das caracterizações que vocês apresentaram para as figuras planas. [...] Se eu perguntasse para vocês o que é um triângulo, o que vocês responderiam?*
- Sara:** *Que é uma figura plana formada por três lados e três ângulos internos.*
- Formadora:** *Todos concordam com a Sara?*
[os demais professores concordam]

(Discussão da reunião do dia 05/07/2022)

Essa caracterização do triângulo, assim como a dos outros polígonos, não leva em conta que essa figura é um polígono convexo. Eles conseguiram trabalhar com aspectos da caracterização, discutidos nos anos iniciais do ensino fundamental.

- Formadora:** *E o que é um quadrado?*
- João:** *Então, segundo o que eu observei, tudo pode ser um quadrado.*
- Formadora:** *Você poderia explicar melhor seu raciocínio?*
- João:** *É que para ser quadrado precisa ter os quatro lados com medidas iguais e os quatro ângulos internos de 90°. Certo!?*
- [...]
- Sara:** *O que dá certo também para o retângulo, que só precisa de ângulos retos. E o paralelogramo que só precisa ter os pares de lados paralelos.*
- João:** *Daí o trapézio é parecido, mas só precisa de um par de lados paralelo. [...] E o losango precisa ter os quatro lados com medidas iguais, ou congruentes.*
- Formadora:** *E com isso vocês afirmam que “tudo pode ser um quadrado”?*
- Raquel:** *Na verdade acho que é o contrário, o quadrado pode ser tudo.*
- João:** *Isso mesmo. Falei trocado. O quadrado pode ser tudo, mas nem tudo pode ser um quadrado.*

(Discussão da reunião do dia 05/07/2022)

Quando o professor João afirmou que “o quadrado pode ser tudo”, ele estava se referindo aos quadriláteros que foram discutidos na construção do glossário. Ao refletirem sobre os quadriláteros, os PEMAI deixaram claro ter compreendido o

significado da inclusão de classes, bem como as características particulares de cada quadrilátero, por meio do processo de negociação de significados.

Em relação ao pentágono, a definição ficou a cargo da professora

Maria.

Formadora: *E em relação ao pentágono?*

Maria: *É um polígono que tem cinco lados.*

Formadora: *E os lados precisam ser iguais?*

Maria: *Não, podem ser diferentes também.*

Sara: *Se forem iguais fica mais bonita a figura.*

Formadora: *Na geometria, quando os lados do polígono convexo possuem a mesma medida, os seus ângulos internos também são congruentes. Ele é chamado de polígono regular.*

Maria: *Então se for diferente vai ser irregular?*

(Discussão da reunião do dia 05/07/2022)

Reconhecer polígonos regulares e que não são regulares foi fundamental para que os PEMAI pudessem compreender que nem sempre as medidas dos lados são as mesmas, protótipos muito veiculados em alguns livros didáticos e apostilas (como as que são utilizadas nas escolas em que esses professores trabalham). Nesse momento, foi possível discutir o que caracteriza uma figura “convexa”, que já havia sido discutida quando trabalharam com sólidos geométricos, nas primeiras reuniões do grupo.

A sistematização de círculo e circunferência já havia, de certa forma, sido feita pela professora Raquel, ao ilustrar com o bambolê e o prato.

Formadora: *E o círculo e a circunferência?*

Raquel: *Esses eu já dei minha aula sobre.*

Formadora: *Mas eu gostaria que falassem novamente.*

Sara: *Esse é o mais difícil de explicar, tem que pensar bem nas palavras. [...] Quando temos um conjunto de pontos que estão a uma mesma distância de um centro, temos uma circunferência. [...] E o conjunto de todos os pontos é o círculo.*

Maria: *Sabe que eu nunca mais falei errado depois que vocês falaram aqui sobre círculo e circunferência? Eu até corrijo os professores lá na escola.*

Formadora: *Meus parabéns!*

[...]

João: *Agora você pode contar, Sara, que só sabe relatar assim porque fica estudando com a formadora na escola, fora do nosso grupo. E nem me pergunte como eu sei, tenho meus informantes.*

Raquel: *Verdade? Por isso que ela sempre sabe todas as coisas.*

(Discussão da reunião do dia 05/07/2022)

A caracterização apresentada por Sara apresenta elementos formais de uma definição, pois ela se preocupou em estudar para além do grupo pois não estava conseguindo escrever da forma como pensava nessas figuras. Como ela trabalhava na mesma escola que a formadora, eventualmente, nos momentos do intervalo, ela procurava dialogar sobre o que estudavam na formação. O esforço em utilizar as palavras adequadas para definir o círculo e a circunferência nos permitem inferir, assim como com outras figuras, que conceitos geométricos das figuras planas foram formalizados.

No entanto, os professores não fizeram, de forma individual, os registros das caracterizações finais em seus glossários, tampouco chegaram a uma escrita formal que contemplasse a definição das figuras planas, do círculo e da circunferência. A discussão de sistematização foi realizada de forma verbalizada e chegou às seguintes caracterizações finais:

- Triângulo: Figura plana que possui três lados e três ângulos.
- Quadrado: Figura plana que possui quatro lados com medidas iguais e quatro ângulos de 90° .
- Retângulo: Figura plana que possui quatro lados e quatro ângulos de 90° .
- Paralelogramo: Figura plana que possui quatro lados, sendo que os lados opostos devem ser paralelos.
- Trapézio: Figura plana que possui quatro lados, sendo dois deles paralelos.
- Losango: Figura plana que possui quatro lados com medidas iguais.
- Pentágono: Figura plana que possui cinco lados.
- Circunferência: Conjunto de todos os pontos que estão a uma mesma distância de um centro.
- Círculo: A circunferência com o seu interior.

Nessa e nas seções anteriores, observamos episódios que nos ajudam a explicitar trajetórias de aprendizagens dos PEMAI na ação de construir um glossário de figuras geométricas. As negociações de significados foram mecanismos para essas aprendizagens, mobilizadas por meio dos processos de participação e de reificação. Na próxima seção, discutiremos algumas dessas aprendizagens.

3.5 APRENDIZAGENS MOBILIZADAS PELOS PEMAI

A partir da análise do desenvolvimento da ação formativa de construir um glossário, podemos inferir que os PEMAI tiveram a oportunidade de: mobilizar e constituir conhecimentos sobre características de figuras planas; desenvolver capacidades do pensamento geométrico; construir estratégias para comunicar suas ideias sobre objetos geométricos; reconhecer a influência do contexto e das experiências do indivíduo para construção de conhecimentos geométricos; reificar suas aprendizagens a partir da negociação dos significados com os seus pares.

O engajamento dos PEMAI na construção do glossário permitiu que eles mobilizassem e constituíssem conhecimentos sobre características de figuras planas, à medida que eles compartilharam e criaram repertório no processo de negociação de significados (Wenger, 1998). A participação e a reificação foram observadas por meio dos diálogos e dos registros escritos a respeito de suas concepções e conhecimentos em relação às figuras geométricas analisadas, aos seus modos de ensinar e às suas dificuldades e inseguranças. Nas negociações de significado, notamos mudanças em relação a essas concepções e conhecimentos.

No processo de sistematização da tarefa os PEMAI, além de apresentarem uma caracterização das figuras geométrica, puderam reconhecer polígonos regulares e irregulares e compreender a inclusão de classes dos quadriláteros. A análise e a organização informal das propriedades geométricas das figuras são passos preparatórios para entender a formalização dos conceitos (Van Hiele, 1986). Em sendo assim, essa ação formativa privilegiou a imaginação e a intuição em detrimento de uma apresentação formal. Não que a formalização não seja necessária, mas a imaginação e a intuição, articuladas com a visualização, se constituem como uma tríade fundamental no processo de constituição do pensamento geométrico (Leivas, 2009).

A ação formativa possibilitou que os PEMAI desenvolvessem as capacidades de raciocinar, argumentar, conjecturar, perceber, fazer suposições e inferências lógicas, criar e refutar hipóteses e visualizar. Essas capacidades fazem parte do desenvolvimento do pensamento geométrico (Vieira; Cyrino, 2022).

As capacidades de raciocinar, argumentar e conjecturar foram demonstradas, por exemplo, quando os professores dialogavam a partir dos registros de suas caracterizações para as figuras planas, buscando alternativas para compreender semelhanças e diferenças entre elas.

As imagens prototípicas desses professores, aprendidas na escola, dominavam suas concepções sobre as figuras planas, influenciando na forma como eles faziam suposições e inferências lógicas. Assim, discutir durante a realização do glossário permitiu-lhes visualizar e (res)significar essas concepções. Neste sentido, a visualização (Duval, 1998) foi extremamente essencial para as aprendizagens em geometria.

A criação e a refutação de hipóteses foram constantes ao longo de todo o trabalho com o glossário, à medida que os professores escreviam suas caracterizações e discutiam com os demais, ou apenas quando liam os questionamentos propostos pela formadora em relação às figuras seguintes.

Ao apresentarem suas caracterizações, para se fazerem entender, os PEMAI precisaram encontrar expressões, palavras e registros que fizessem sentido para todos, pois os gestos e a forma como cada um visualizava, mentalmente, as figuras planas, eram diferentes. Nesse processo, a comunicação matemática ganhou relevância. As aprendizagens mobilizadas não foram desenvolvidas isoladamente, somente na relação entre professores, objeto e ação, mas se situaram nas relações interpessoais entre os participantes, na atividade e no discurso que produziram juntos (Wells, 2004). Ao compartilharem suas respostas, os PEMAI e a formadora geraram novas perguntas que formaram uma cadeia contínua de perguntas e respostas (Wegerif, 2010).

A construção de desenhos favoreceu não só o desenvolvimento da percepção geométrica dos professores, como também suas conjecturas e comunicação, pois representavam seus raciocínios, valendo-se dos desenhos (Jablonski; Ludwig, 2023).

Observamos que as primeiras caracterizações, que os PEMAI fizeram, foram pautadas na intuição. Como lembra Leivas (2009, p. 21), a intuição é como “um processo de construção de estruturas mentais para a formação de um determinado conceito matemático, a partir de experiências concretas do indivíduo com um determinado objeto”.

O contexto no qual os professores estão inseridos foi fortemente manifestado durante as suas escritas e argumentações. Uma das professoras relacionou as figuras que constituíram o glossário com os objetos do mundo físico, ao invés de apresentar uma caracterização para as figuras planas. Por exemplo, a

relação do pentágono com o pentágono americano; ou o retângulo, aos blocos de montar.

O modo como os professores compreendiam as figuras planas é condizente com as experiências (Larrosa, 2002) matemáticas que tiveram ao longo de sua trajetória escolar, não só como professores, mas também como alunos. Enfim, os professores discutiram a influência dessas experiências para construção de conhecimentos, principalmente de estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.

3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ação formativa, desencadeada pela construção de um glossário de figuras planas, permitiu explicitar o engajamento dos PEMAI no processo de negociação de significados e, por conseguinte, nas suas aprendizagens. Assim sendo, tais ações formativas podem contribuir para minimizar a lacuna entre as características das figuras planas associadas aos objetos do cotidiano.

Ao estabelecer a comunicação, a partir das interações com os PEMAI, a formadora proporcionou a verbalização de suas compreensões, o debate de ideias divergentes, a investigação de propriedades e a constituição/sistematização das caracterizações das figuras planas, ou seja, os PEMAI puderam compreender os conceitos geométricos com significado (Wenger, 1998)

A dinâmica assumida pelo grupo e pela formadora permitiu o desenvolvimento de interações que encorajaram os professores a pensarem de diferentes maneiras e a apresentarem suas percepções que envolveram mais do que um simples recordar (Alexander, 2010). As respostas dadas para as perguntas foram articuladas e (re)pensadas por meio do retorno dado pela formadora no caderninho. Os questionamentos e os contraexemplos apontados (re)orientaram o pensamento dos professores, de modo que puderam construir novas percepções e conjecturas.

A inquirição também foi fundamental para a aprendizagem dos PEMAI, uma vez que lhes possibilitou compreender o significado matemático nas caracterizações das figuras planas, além de refletir sobre suas crenças e concepções, identificando e desenvolvendo o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Com isso, o processo de formação foi potencial para o desenvolvimento da visualização em geometria, um dos elementos necessários à apreensão do

pensamento geométrico, viabilizando, assim terem os PEMAI compreendido com clareza as caracterizações das figuras planas.

As interações e os compartilhamentos durante a formação foram fundamentais para que os PEMAI pudessem (re)conhecer seu compromisso e responsabilidade, ao ensinar geometria nos anos iniciais, identificando a infância como promissora para o desenvolvimento e o estabelecimento de conceitos geométricos. Promover e investigar contextos que valorizem a negociação de significados de PEMAI, tendo em conta a interação entre os processos de participação e de reificação, são potenciais para o ensino e a aprendizagem de geometria e para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Também foram relevantes as mudanças nas formas de se relacionarem e se comunicarem com os pares no ambiente de trabalho. Ali eles se sentiam seguros para opinar, para informar aos seus pares as nomenclaturas e as características das figuras planas. Pesquisas futuras podem estabelecer relações entre as características das figuras planas e espaciais.

Em suma, é fundamental propiciar propostas de formação, em relação ao ensino e a aprendizagem de geometria, que ofereçam ao PEMAI oportunidades de aprendizagem que considerem seu contexto e suas experiências, além de valorizar seus conhecimentos, crenças e concepções.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, R. **Dialogic teaching essentials**. Singapore: National Institute of Education, 2010. Disponível em: <<http://www.nie.edu.sg/docs/default-source/event-document/final-dialogic-teaching-essentials.pdf>>. Acesso em: 05 ago. 2023.

ALMOULOUD, S. A. *et al.* A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, p. 94-108, 2004.

BARROS, R.C. P.; PAVANELLO, R.M. Relações entre figuras geométricas planas e espaciais no ensino fundamental: o que diz a BNCC? **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 11-19, 2022.

BATTISTA, M. T. The development of geometric and spatial thinking. *In*: LESTER, F. K. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**: a project of the national council of teachers of mathematics. Charlotte: Information Age Publishing, 2007. p. 843-908.

CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M. T. Geometry and spatial reasoning. **Handbook of research on mathematics teaching and learning**, v. 420, p. 464, 1992.

CLEMENTS, D. H. *et al.* Teaching and learning Geometry: early foundations. **Quadrante**, v. 27, n. 2, p. 7-31, 2018.

CYBULSKI, F. C. **Geometria na formação inicial de professores que ensinam matemática**: indicativos de dissertações e teses brasileiras. 2022. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

CYRINO, M.C.C.T. *et al.* **Formação de Professores em Comunidades de Prática**: frações e raciocínio proporcional. 1. ed. Londrina: Universidade Estadual de Londrina, v. 1., 184p, 2014.

CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, p. 699-712, 2017.

DAVIS, B. *et al.* **Spatial reasoning in the early years**: Principles, assertions, and speculations. Routledge, 2015.

DE VILLIERS, M. *et al.* Defining in geometry. In: T. V. Craine & R. Rubenstein (Eds.), Understanding geometry for a changing world, Reston, VA: NCTM, p. 189-203, 2009.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, (orgs.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**: an ICMI study. Dordrecht: Kluwer, p. 37-52, 1998.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). **Handbook of Research on Teaching**. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M. Perspectivas para a formação de professores que ensinam matemática. **REVEMAT**, v. 1, p. 1-9, 2022.

GUTIÉRREZ, A. Children's ability for using different plane representations of space figures. **New directions in geometry education**, p. 33-42, 1996.

JABLONSKI, S.; LUDWIG, M. Teaching and Learning of Geometry - A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. **Education Sciences**, v. 13, n. 7, p. 682, 2023.

LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, n.19, p. 20-28, 2002.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura de Matemática. 2009. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores, **EdUFSCar**, São Carlos, p. 9-74, 2003.

NASSER, L.; VIEIRA, E. R. Formação de Professores em geometria: uma experiência no ciclo de alfabetização. **VIDYA**, v. 35, n. 2, p. 18, 2015.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NUNES, C. B.; ONUCHIC, L. R. O uso das transformações geométricas através da resolução de problemas na formação de futuros professores de matemática. **Interfaces da Educação**, v. 10, n. 30, p. 30-56, 2019.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 1-25, 2013.

OWENS, K. **Visuospatial reasoning**: An ecocultural perspective for space, geometry and measurement education. Springer, 2015.

SHARMA, S. Use of theories and models in geometry education research: A critical review. **Waikato Journal of Education**, v. 24, n. 1, p. 43-54, 2019.

SINCLAIR, N. et al. Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. **ZDM**, v. 48, n. 5, p. 691-719, 2016.

SINCLAIR, N. et al. Geometry education, including the use of new technologies: A survey of recent research. In: **Proceedings of the 13th international Congress on Mathematical Education**. Springer, Cham, p. 277-287, 2017.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores em sala de aula. 6. ed. Tradução de: Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009. 583p.

VAN HIELE, P. M. A child's thought and geometry. In: FUYS, D.; GEDDES, D. TISCHLER, R. (Eds.). **English translation of selected writings of Dina van HieleGeldof and P. M. van Hiele**. Brooklyn: Brooklyn College, p. 243-252, 1984.

VIEIRA, A. F. M. **O desenvolvimento do pensamento geométrico na formação inicial de professores de matemática**: ações de uma disciplina de ensino de geometria. 2023. 177f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

VIEIRA, A. F. M.; CYRINO, M. C. C. T. Geometric Thinking: Reflections Manifested by Preservice Mathematics Teachers in van Hiele Model Studies. **Acta Scientiae**, v. 24, n. 8, p. 286-314, 2022.

WEGERIF, R. **Mind Expanding**: teaching for thinking and creativity in primary education, Maidenhead, UK: Open University Press, 2010.

WENGER, E. **Communities of Practice**: learning, meaning and identity. New York: Cambridge University Press. 1998.

4 O NOTICING PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Resumo

O objetivo do presente artigo é discutir o *noticing* de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI), mobilizado ao longo de uma ação formativa em um processo de formação continuada sobre o ensino de geometria. O *corpus* de análise é constituído por relatos e discussões de quatro PEMAI a respeito de suas práticas associadas ao ensino de geometria. Os resultados indicam que os professores em formação desenvolveram seu *noticing* profissional ao *reconhecer* as estratégias utilizadas pelos alunos, *interpretar* os aspectos de geometria presentes nessas estratégias e *decidir como agir* a partir dessas interpretações. Ao longo da formação as descrições dos PEMAI deixaram de ser gerais e passaram a considerar detalhes geométricos importantes para clareza conceitual. A ação formativa promoveu o desenvolvimento do *noticing* profissional e, por conseguinte, aprendizagens para o ensino de geometria.

Palavras-chave: Formação de Professores que Ensinam Matemática. Ações Formativas de Professores. Noticing Profissional.

4.1 INTRODUÇÃO

O termo *noticing*²¹ tem sido utilizado por diversos pesquisadores do campo da Educação para estudar um tipo particular de percepção de professores, que se refere a como eles prestam a atenção e produzem sentido ao que reconhecem como significativo na sua prática profissional em meio à complexidade das situações de ensino nas quais se envolvem (Sherin; Jacobs; Philipp, 2011)

Estudos recentes destacam os benefícios para o ensino e para a aprendizagem de matemática quando o professor está atento aos conhecimentos e às concepções que os alunos mobilizam ao realizar uma tarefa matemática em sala

²¹ Neste trabalho, optamos por manter o termo em inglês para não perdermos de vista a complexidade da teoria em questão, que abrange mais do que uma simples “percepção” de algo.

de aula (Amador, 2022; Amador; Weston, 2024; Sherin; Jacobs; Philipp, 2011; Winner; Battista, 2022). Estar atento permite que ele mobilize seu *noticing* profissional. No entanto, no presente artigo o *noticing* não se restringe às ações de perceber, observar ou reconhecer algo (Sherin; Jacobs; Philipp, 2011), envolve as capacidades de reconhecer, interpretar e agir (Jacobs *et al.*, 2010).

O *noticing* do professor é central no processo de formação profissional, uma vez que a prática docente exige do professor saber “o que atender, o que ignorar, como dar sentido às ações dos alunos, seu posicionamento e participação, seu trabalho escrito ou perguntas, e como levar a tarefa adiante” (Santagata *et al.*, 2021, p. 120). Assim, desenvolver o *noticing* do professor têm emergido na literatura como uma possibilidade para a formação de Professores que Ensinam Matemática (PEM), pois considera elementos significativos do ensino e da aprendizagem nas interações de sala de aula (Jacobs *et al.*, 2010, 2022; Santagata *et al.*, 2021; Sherin; Van Es, 2009; Van Es; Sherin, 2002).

No presente artigo, discutimos o *noticing* profissional mobilizado por PEMAI ao longo de ações formativas em um processo de formação continuada sobre o ensino de geometria.

Apesar de a geometria ser foco de diversos estudos, destacamos a importância do trabalho com essa temática desde as primeiras etapas escolares (Sinclair *et al.*, 2016, 2017; Clements *et al.*, 2018) e a necessidade de investigações que considerem o ensino e a aprendizagem de geometria para/na prática docente em processos formativos (Novita *et al.*, 2018; Jablonski *et al.*, 2022).

Nasser e Vieira (2015) argumentam que a formação inicial de PEMAI é precária no que se refere ao ensino de geometria e reforçam a importância que essa temática tem, tanto na formação de professores quanto no ensino dos anos iniciais. Marquesin e Nacarato (2011) relatam que aprender a ensinar geometria se constitui como desejo de PEMAI que não tiveram experiências com essa temática enquanto alunos. Muitos desses professores se sentem inseguros quando têm que trabalhar com essa temática, daí a necessidade de espaços formativos que privilegiem esse trabalho.

Na próxima seção, apresentamos as perspectivas teóricas que orientaram o presente estudo no que se refere ao *noticing* profissional. Em seguida, o contexto e os encaminhamentos metodológicos da investigação; a análise de ações formativas com indícios de mobilização do *noticing* profissional dos PEMAI envolvidos

na investigação; a importância do *noticing* profissional em processos formativos e algumas considerações finais.

4.2 NOTICING DO PROFESSOR

A busca por compreender de que forma os profissionais percebem ou não coisas específicas de suas profissões é alvo de vários estudos (Berliner, 1988; Goodwin, 1994; Mason 2002; Van Es; Sherin, 2002). Schoenfeld (2011, p. 228, tradução nossa) afirma que “o *noticing* é consequência - o que se vê e o que não se vê molda o que se faz e o que não se faz”.

Berliner (1988) tinha como um de seus objetivos apresentar uma teoria geral do desenvolvimento da *expertise* em pedagogia, buscando compreender as características dos professores de acordo com seu tempo de trabalho. Como o autor considera que os professores precisam ser analisados em diferentes “estágios de desenvolvimento”, ele conclui que a formação inicial não seria suficiente, sendo preciso uma análise longitudinal após essa formação.

Goodwin (1994, p. 606, tradução nossa) usou o termo *visão profissional* para compreender como os membros de uma profissão desenvolvem estruturas perceptivas que lhes permitem ver situações complexas de maneiras particulares. Para o autor, a visão profissional “consiste em modos socialmente organizados de ver e de compreender eventos que devem responder aos interesses distintos de um determinado grupo social”. Ele ainda ressalta que para os arqueólogos, por exemplo, a cor ou o formato de um objeto pode significar muito, enquanto para outras pessoas não. Por isso, para deixar algumas características visíveis a todos, eles “as contornam desenhando uma linha na terra com uma espátula”. Para o autor, essa linha é “como uma anotação visível na terra [...] que pode guiar a percepção dos outros enquanto avança na direção de reificar o objeto que o arqueólogo se propõe a dar visibilidade”.

Mason (2002, p. 35, tradução nossa) focou na ideia de percepção intencional, defendendo que a ideia de *noticing* se relaciona a agir com consciência, e não de forma casual e não intencional. Em suma, o autor defende a criação de uma disciplina do *noticing*, uma vez que estamos em mundo que exige nossa “percepção” a todo momento, pois “há muita coisa que não percebemos, seja porque não estamos

sintonizados ou sensibilizados, ou porque nossa atenção está direcionada e ocupada em outro lugar”.

Para a Educação Matemática, Van Es e Sherin (2002, p. 571, tradução nossa) ofereceram o trabalho mais extenso sobre o *noticing*, ressaltando as inúmeras possibilidades do uso de vídeos para o seu desenvolvimento. As autoras defendem a importância do *noticing* para identificar aspectos que se destacam em sala de aula, no que se refere ao ensino e a aprendizagem dos alunos. Elas ainda argumentam que, muitas vezes, os programas de formação “não se concentram em ajudar os professores a aprenderem a interpretar as interações em sala de aula”, e que a forma como os indivíduos analisam o que percebem é tão importante quanto o que percebem. Elas descrevem três aspectos-chave para o *noticing*, quais sejam

(a) identificar o que é importante ou digno de nota sobre uma situação de sala de aula; (b) fazer conexões entre as especificidades das interações em sala de aula e os princípios mais amplos de ensino e aprendizagem que eles representam; e (c) usando o que se sabe sobre o contexto para raciocinar sobre as interações em sala de aula (Van Es; Sherin, 2002, p. 573, tradução nossa).

Na mesma direção das autoras, Jacobs *et al.* (2010) denominam como “*noticing* profissional do pensamento matemático das crianças” o processo mental pelo qual os professores prestam atenção e agem em sala de aula. No entanto, o trabalho desses autores se diferencia dos demais por se referir à experiência de percepção de um grupo específico de profissionais: os professores de matemática. Por este motivo utilizamos esse referencial em nossas análises, pois nosso foco está relacionado a um domínio matemático específico: a geometria.

Jacobs *et al.* (2010; 2022) buscaram um foco particular para o *noticing* e argumentaram que aprender a perceber de maneiras particulares faz parte do desenvolvimento da *expertise* em uma profissão. Para eles, o *noticing* compreende três capacidades específicas: reconhecer, interpretar e decidir como agir (do inglês *attending, interpreting, e deciding how to respond*).

A primeira capacidade, reconhecer (*attending*), está relacionada a reconhecer as estratégias dos alunos, considerando, entre outras coisas, o que é importante em sala de aula e os “detalhes matemáticos nas estratégias das crianças” (Jacobs *et al.*, 2010, p. 172, tradução nossa).

A segunda capacidade, interpretar (*interpreting*), diz respeito a interpretar as estratégias utilizadas pelos alunos, que só é possível de ser realizada se a primeira capacidade tiver sido cumprida. Ela envolve compreender as ideias matemáticas presentes nas estratégias e discursos dos alunos de acordo com os significados atribuídos por eles. No entanto, “uma única estratégia não pode refletir um quadro completo dos entendimentos de uma criança, mas cada estratégia fornece pistas valiosas para que, com o tempo, as estratégias das crianças se tornem janelas para seus entendimentos” (Jacobs *et al*, 2022, p. 3, tradução nossa).

E, a terceira capacidade, decidir como agir (*deciding how to respond*), que requer o desenvolvimento das duas anteriores, refere-se à tomada de decisão, que implica na ação do professor com base nas suas interpretações a respeito das estratégias utilizadas pelos alunos. “Como o *noticing* do professor é invisível, essa habilidade de componente final refere-se aos próximos passos pretendidos pelos professores” (Jacobs *et al*, 2022, p. 3, tradução nossa).

Embora os autores as caracterizem de forma isolada, eles defendem que ambas as capacidades acontecem de forma conjunta e quase que simultaneamente, sendo mobilizadas antes mesmo que o professor responda (verbalize). Destarte, a resposta do professor já compreende as três capacidades de *noticing*.

Perceber e atender à demanda de um aluno são atividades necessárias para o ensino, mas o mobilizar o *noticing* é complexo e desafiador (Jacobs *et al.*, 2010). Por isso os autores ressaltam que a capacidade de “reconhecer”, do *noticing*, é a que corre mais risco de ser negligenciada. Ademais, indivíduos que olham para a mesma coisa podem vê-la de maneiras diferentes e, por conseguinte, decidir como reagir de maneiras distintas. Jacobs *et al.* (2010) argumentam que o conhecimento, as concepções e as experiências dos indivíduos influenciam o que é visto e a forma como um estímulo é processado.

Em relação à formação de PEM, os autores argumentam que

os professores precisam de oportunidades para aprender, com apoio, ao longo de suas carreiras docentes. Infelizmente, o desenvolvimento profissional tem sido tipicamente de curto prazo e fragmentado (Jacobs *et al.*, 2010, p. 193, tradução nossa).

As ideias desses autores corroboram as nossas à medida que contemplam o pensamento matemático das crianças e se preocupam com a forma como os professores de matemática compreendem isso. A formação continuada de

PEMAI, no que tange o ensino e a aprendizagem de geometria, pode oferecer novas perspectivas para o desenvolvimento do *noticing*.

4.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente estudo constitui uma pesquisa de natureza qualitativa de cunho interpretativo (Erickson, 1986). Tem como objetivo discutir o *noticing* de PEMAI mobilizado ao longo de ações formativas em um processo de formação continuada sobre o ensino de geometria. Para isso, são discutidas informações recolhidas pela primeira autora deste trabalho (professora formadora) em um contexto de formação continuada com foco no ensino de geometria.

A formação ocorreu em uma escola municipal do interior do Paraná e assumiu a dinâmica de um grupo de estudos. Participaram desse grupo quatro PEMAI dispostos a discutir o ensino de geometria. As reuniões do grupo ocorreram semanalmente, de forma presencial, e tiveram uma duração de uma hora e meia cada, durante seis meses, perfazendo um total de 24 encontros.

Utilizamos nomes fictícios²² para os professores, quais sejam, João, Sara, Maria e Raquel. No Quadro 5 apresentamos algumas informações profissionais desses sujeitos.

Quadro 5: Informações profissionais dos PEMAI

Professor	Formação	Local de atuação em 2022	Tempo de Serviço
João	- Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática - Pedagogia	Matutino: 3º ano Vespertino: 2º ano	16 anos
Sara	- Pedagogia	Matutino: Sala de Recurso Multifuncional (SRM) – Educação Especial Vespertino: 1º e 2º anos (multisseriado)	3 anos
Maria	- Licenciatura em Letras - Pedagogia	Hora Atividade ²³ Educação Especial ²⁴	24 anos

²² Os professores assinaram um termo de consentimento livre esclarecido e o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UEL, CAAE: 50991921.1.0000.5231.

²³ O professor fica responsável pelos conteúdos de Língua Inglesa, Arte, História e Geografia, assumindo 4 turmas e destinando um dia da semana para cada turma.

²⁴ Acompanhamento de aluno com deficiência auditiva.

Raquel	- Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática	Direção Escolar	27 anos
--------	--	-----------------	---------

Fonte: Acervo da autora.

A perspectiva de formação buscou valorizar o professor “como protagonista do seu processo de formação, como produtor de conhecimento; que articula a prática letiva do PEM com a sua profissão, com as políticas educacionais e as políticas públicas mais amplas” (Cyrino, 2017, p. 709).

Para a coleta das informações foram utilizadas gravações em áudio, fotos dos encontros e anotações feitas no caderno de campo da investigadora. O *corpus* deste trabalho se refere a ação de formação relativa aos relatos e discussões das práticas dos PEMAI sobre o ensino de geometria.

No processo de análise, na busca de compreender o *noticing* dos PEMAI mobilizados nos relatos e discussões das práticas dos PEMAI sobre o ensino de geometria, consideramos os argumentos que eles apresentaram para as respostas e justificativas de alunos durante a realização das tarefas. Inicialmente identificamos as três capacidades propostas por Jacobs *et al.* (2010), quais sejam, *reconhecer* as estratégias dos alunos, *interpretar* essas estratégias e *decidir como agir* com base nessas interpretações. Em seguida, discutimos essas capacidades à luz do processo formativo.

4.4 ANÁLISE DE AÇÕES FORMATIVAS

A seguir, discutimos ações formativas que promoveram a mobilização do *noticing* profissional dos PEMAI, que são: relatos e discussões de práticas docentes sobre o ensino de geometria e discussões em relação às resoluções dos professores para uma tarefa proposta pela formadora. Para fazer referência às capacidades do *noticing*, nas próximas seções, usaremos o recurso itálico.

4.4.1 Relato e discussão de práticas docentes sobre o ensino de geometria

A tarefa trabalhada em sala de aula por Sara consistia na representação de sólidos geométricos pelos alunos utilizando massinha de modelar (uma das tarefas propostas pela professora formadora na formação). Ao relatar no grupo de estudos a realização da tarefa com os alunos, Sara ressalta que nem tudo saiu como o planejado e que algumas adaptações precisaram ser feitas durante a aula.

SARA: A princípio, ao pedir exemplos de objetos que se assemelhavam a sólidos geométricos, eles falaram alguns objetos errados, como, por exemplo, que a lixeira da sala era uma esfera, mas era cilíndrica. Nesse momento os coloquei [representações dos corpos redondos], um a um, em uma superfície plana e instiguei-os a responderem se o objeto iria “rolar” ou não, a fim de eles fazerem associações. Depois da realização dessa atividade prática, perguntei novamente com o quê a lixeira se parecia e me responderam que se assemelhava ao cilindro, porque rolava em uma direção específica, diferente da esfera que rolava para qualquer lado.

JOÃO: E você achou que as crianças aprenderam mais assim?

SARA: Sim, porque os dias passaram depois da atividade e eles continuavam se referindo corretamente às representações dos objetos na sala de aula, e continuam até hoje. Achei que melhorou até as referências espaciais deles.

Reunião - 26/04/2022

Considerar as compreensões equivocadas dos alunos, quando eles classificam a lixeira como uma esfera em vez de uma representação de uma superfície cilíndrica, permitiu a Sara *interpretar* que os alunos haviam compreendido que o fato de o objeto “rolar” assegurava sua semelhança a uma esfera. Assim, Sara *decidiu* mudar a dinâmica da tarefa e fazer com que os alunos observassem que a representação de um cone “rolava em torno de um eixo”, a da esfera “rolava para qualquer direção” e a representação do cilindro “rolava em uma direção específica”, o que, segundo Sara, foi fundamental para contribuir com a aprendizagem dos alunos. *Reconhecer* que os alunos puderam estabelecer relações entre os formatos de objetos presentes na sala de aula com sólidos geométricos (cilindro e esfera) sustentou a capacidade de *decidir como agir* de Sara.

Sara ainda apresentou argumentos relacionados ao material didático utilizado no município após o questionamento da formadora.

FORMADORA: Nas imagens que você trouxe aparece a apostila. Você a utilizou também?

SARA: Sim, mas de modo mais superficial. Os exemplos da apostila eram interessantes, mas não conseguiam estimular os alunos a raciocinarem. Com as massinhas isso já foi possível.

JOÃO: É o que eu percebo, também, em relação a esse material. Funciona para algumas coisas, mas não podemos ficar só nele.

SARA: *Exatamente. E eu sempre achei que era bom, mas estudando aqui percebi que poderia ir um pouco além nessa parte de geometria. E deu certo!*

Reunião - 26/04/2022

A reflexão de Sara em relação ao material utilizado (Figura 1) mostra a importância da formação continuada para sua capacidade de *decidir* quais tarefas utilizar em sala de aula a respeito de geometria. Ao priorizar tarefas que permitam às crianças raciocinarem, ela também evidencia que *reconhece* o potencial das tarefas para a aprendizagem matemática.

Figura 11: Tarefa trabalhada por Sara



Fonte: acervo da autora

SARA: *Foi interessante, também, que as crianças relacionavam a imagem que estava na apostila com o que faziam com a massinha. Aí me perguntavam se estava igual.*

FORMADORA: *E como você respondia essas perguntas?*

SARA: *Foi difícil, porque eles não conseguem ver tudo quando é uma imagem, mas eu ia perguntando qual lado da forma feita na massinha eles relacionavam com a imagem, para tentar entender se eles compreenderam a imagem como objeto mesmo.*

JOÃO: *Mas uma estratégia que eu já aprendi aqui é sempre perguntar: “como você pensou? Como você chegou nessa conclusão?”. Porque é a pergunta que mais ouvimos aqui e faz a gente realmente pensar no caminho que fizemos para a resposta.*

[rindo, os demais professores concordam com João]

Reunião - 26/04/2022

Sara *reconhece* que os alunos realizavam comparações entre os formatos criados na massinha de modelar com as imagens dos objetos que viam na

apostila. Com isso, ela *interpreta* quais as possíveis estratégias eles poderiam estar utilizando para essa comparação, *decidindo* questionar sobre os lados correspondentes para analisar se, de fato, eles haviam compreendido. As ações de Sara indicam que as capacidades de *noticing* acontecem de forma simultânea e estão interligadas.

A sugestão de João ao grupo, em relação aos questionamentos que podem ser feitos aos alunos durante o ensino de geometria, reflete a importância da postura inquiridora da formadora e da perspectiva de formação adotada. No sentido em que João relata, essas questões podem ser entendidas como “perguntas de acompanhamento” (do inglês *follow-up questions*) e podem servir para promover oportunidades de aprendizagem para os alunos (Jacobs *et al.*, 2022).

Durante as discussões sobre a prática de Sara, a professora Raquel fez uma observação.

RAQUEL: *Estou aqui ouvindo a Sara e pensando que aqui na escola os professores utilizam tanto massinha, mas nunca vi um trabalho assim. Porque eu acredito que é válido na Educação Infantil, também, não é?*

FORMADORA: *E de que forma uma tarefa dessa poderia ser trabalhada na Educação Infantil?*

RAQUEL: *Se o professor pedir para eles representarem, como nós fizemos, eles já vão começar a perceber os cantinhos [vértices] e as faces. Ai terão uma noção para quando chegarem no primeiro ano, igual os alunos da Sara, eles vão conseguir perceber com mais facilidade essa ideia de rola e não rola.*

SARA: *É, eu concordo. Acho que a adaptação da tarefa permite que ela seja usada de outras formas também.*

RAQUEL: *Vou pedir para as coordenadoras passarem para os professores.*

Reunião - 26/04/2022

Raquel *reconhece* o potencial da tarefa para a aprendizagem de geometria em outras etapas escolares, *interpreta* de qual maneira isso poderia ser realizado e *decide como agir* com base nessa interpretação ao propor uma estratégia de ação para a escola. Na função de diretora, Raquel não tinha contato direto com os alunos em sala, por isso suas contribuições e aprendizagens se voltavam, na maioria das vezes, para ações relativas à gestão escolar. Isso evidencia que a formação continuada em geometria também é promissora para cargos de gestão.

FORMADORA: *Então, podemos concluir que é possível a adaptação dessa tarefa das massinhas até qual etapa?*

JOÃO: *Considerando que nós mesmos não sabíamos utilizar por essa perspectiva, acho que para qualquer turma. Inclusive Ensino Médio e Superior. Porque daí daria para trabalhar esses conceitos de vértices, faces e arestas e depois aprofundar naquela relação que vimos outro dia.*

SARA: *É verdade, Relação de Euler, né?*

RAQUEL: *Quanto antes os professores souberem, melhor. Só que assim, hoje a gente utilizaria em qualquer turma, mas se os professores soubessem e trabalhassem assim na Educação Infantil e Fundamental I, depois os outros professores não precisariam, porque a base e a noção os alunos já teriam. Aí era só aprofundar.*

SARA: *É, não que aprofundar seja pouca coisa, mas se eles soubessem esse começo já seria uma grande coisa.*

MARIA: *Eu mesma nunca soube ensinar, às vezes os alunos até me perguntavam alguma coisa, mas eu sempre segui a apostila nessa parte, por medo de não saber depois responder alguma coisa.*

JOÃO: *Mas gente, e fica tranquila Maria, porque voltando nisso que a Raquel falou, essa sala era para estar cheia, porque eu duvido que algum professor saiba trabalhar assim ou saiba que existem todos esses conceitos de geometria que a gente viu até agora.*

Reunião - 26/04/2022

As reflexões desencadeadas pelo questionamento da formadora evidenciam o desenvolvimento do *noticing* ao elucidar a compreensão do que é digno de atenção para a geometria em diferentes etapas de escolaridade, articulando aos conceitos estudados no grupo. O comentário de Maria reforça que a capacidade de *reconhecer* pode ser facilmente negligenciada por ser considerada uma demanda comum de ensino.

João, ao expor sua expectativa para a formação e considerar que os PEMAI não possuem os conhecimentos geométricos que estavam sendo estudados, defende e ressalta a importância deste processo formativo para suas práticas profissionais.

Em outra reunião do grupo, a professora Maria, que acompanhava uma aluna surda, trouxe para discussão uma tarefa conduzida pelo professor regente da turma, que consistiu na construção de representações de sólidos geométricos a partir de planificações dadas. A Figura 2 mostra as construções feitas pela aluna acompanhada por Maria.

Figura 12: Representações levadas por Maria

Fonte: acervo da autora

Em seu relato, Maria evidenciou aspectos importantes ocorridos durante a realização da tarefa em sala de aula.

MARIA: *Eu fiquei muito entusiasmada quando a professora da turma disse que era para os alunos recortarem as planificações do material de apoio, porque eu sabia que dessa vez eu iria poder ajudar, porque nós vimos aqui o que significam essas formas. Só que a professora quis fazer isso em um dia de chuva, que não tinham muitos alunos na sala. Não é justo, né!? É muito importante e os outros nem vão saber.*

RAQUEL: *Mas a maioria dos professores faz assim, trabalha geometria quando vão poucos alunos, porque dá trabalho.*

[...]

MARIA: *Então a professora estava lá explicando no quadro as coisas e a minha aluna foi a única da turma que usou as representações dos sólidos [paralelepípedo e prisma de base triangular] para montar uma casinha [conforme montagem à direita na Figura 2]. Eu percebi que ela relacionou os formatos com a ideia de casa que ela tem e que ela vê na cidade. Então fui conversando com ela para que ela pudesse relacionar as outras representações também. E ela fez uma que parece a igreja [conforme montagem à esquerda na Figura 2].*

JOÃO: *Interessante! Como se o fato dela não ter a audição tivesse permitido a ela enxergar melhor que os outros, as representações dos sólidos geométricos.*

MARIA: *Eu acho que sim, porque depois ela ficava me mostrando e perguntando o nome de vários objetos que tinham na sala.*

Reunião - 19/07/2022

Maria, no início do relato, destacou aspectos mais gerais do ensino, do ambiente da sala de aula, porém, depois voltou a sua atenção especialmente para os alunos. Esse movimento descreve como se deu a mobilização de processos de *noticing* dessa professora diante dos múltiplos eventos que lhe aconteceram na aula. Maria ressalta a importância da formação continuada em sua prática ao descrever que dessa vez poderia ajudar a aluna com a tarefa.

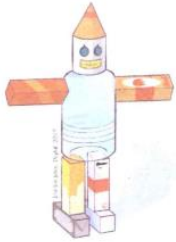
Além disso, Maria compreendeu a relevância do trabalho com a geometria nos anos iniciais, mostrando-se indignada pelo fato de a professora realizar a tarefa sem a presença dos demais alunos.

Ao descrever como sua aluna usou as representações, Maria demonstra *reconhecer* o pensamento matemático dela e não se atentar somente a aspectos gerais do ensino (ao que a professora fazia no quadro). Além disso, ao observar que a montagem feita pela aluna estava relacionada com a ideia de casa que ela possuía, ela pode *interpretar a estratégia* utilizada pela aluna, que foi fundamental para que ela *decidisse como agir* no sentido de estabelecer outras relações de sólidos geométricos com objetos e representações do cotidiano da aluna.

A professora Sara também compartilhou com o grupo uma tarefa que trabalhou com seus alunos (Figura 13), relatando quais foram as situações dignas de atenção em sala de aula durante sua realização.

Figura 13: Tarefa trabalhada por Sara

4. Marina fez um robô usando embalagens.



Escreva, na tabela a seguir, a quantidade de embalagens que lembram cada forma geométrica usada para construir esse robô.

Forma geométrica	Quantidade de embalagens usadas no robô
Paralelepípedo	8
Cilindro	2
Cone	1
Cubo	8

Fonte: acervo da autora

SARA: *Essa tarefa veio proposta na apostila da turma. Quando eu olhei eu gostei por conta de a escrita usar o termo “lembram” igual nós aprendemos aqui.*

FORMADORA: *E por que você considerou isso importante?*

SARA: *Primeiro porque eu entendi que os alunos precisam entender desde sempre que esses desenhos não “são” as formas de verdade. E segundo porque pela primeira vez estava conseguindo analisar um enunciado de uma tarefa de geometria.*

FORMADORA: *E como os alunos realizaram a tarefa? Houve alguma coisa que te chamou a atenção?*

SARA: *A maioria realizou sem dificuldade, conseguiram perceber os formatos tridimensionais representados no desenho. Mas um aluno me questionou algo que*

chamou a atenção. Ele me perguntou se os olhos do boneco eram como as formas que rolavam e por que faltava esse nome [esfera] na tabela. Percebi que ele estava falando da esfera e disse que ele poderia acrescentar essa forma na sua tabela.

FORMADORA: *E por que isso te chamou a atenção?*

SARA: *Porque eu não imaginava que ele lembraria da esfera e relacionaria esse formato aos olhos... Pensei que pudesse relacionar com o círculo por conta do desenho, mas com a esfera nunca imaginei.*

Reunião - 19/07/2022

Sara (re)conhece a importância da utilização de determinados termos ao se referir aos objetos matemáticos, tal qual foi discutido no grupo durante as primeiras reuniões. Ela também demonstra *reconhecer* e *interpretar* o questionamento feito por seu aluno ao se referir à esfera, *decidindo como agir* ao fornecer a ele uma solução para o problema encontrado na tarefa.

4.5 NOTICING PROFISSIONAL MOBILIZADO PELOS PEMAI E O PROCESSO FORMATIVO

Os relatos e discussões evidenciam que as capacidades de *noticing* foram manifestadas durante a prática profissional dos PEMAI e, também, durante as discussões no grupo à medida que se deparavam com o pensamento dos alunos sobre os conceitos de geometria. A aprendizagem sobre geometria permitiu aos professores *reconhecerem*, *interpretarem* e *decidirem como agir* com base nas respostas e nos argumentos dos alunos (Jacobs *et al.*, 2010, 2022).

Os momentos de discussão em grupo sobre a prática docente também foram potenciais para o desenvolvimento das capacidades de *noticing* e a perspectiva de formação (Cyrino, 2017) foi um diferencial para que os professores conseguissem *reconhecer*, *interpretar* e *decidir como responder* às estratégias dos alunos durante a realização das tarefas. Conforme destacam Kazemi *et al.* (2022), após a percepção de algo é necessário ter meios matemáticos e pedagógicos para lidar com ela.

Dentre as situações de aprendizagem que desencadearam o *noticing* dos PEMAI, podemos citar as relações que os alunos faziam dos objetos presentes no cotidiano com os sólidos geométricos, que se constituiu como fundamental para a tomada de decisões sobre como buscar estratégias de ensino para a geometria.

O *noticing* evidenciou que as descrições dos professores deixaram de ser gerais e passaram a pontuar com mais clareza os detalhes geométricos

importantes percebidos nas falas e na realização das tarefas dos alunos. Ou seja, foi notório a preocupação com a forma com que se daria a compreensão dos conceitos geométricos pelos alunos, corroborando Jacobs (2022, p. 25, tradução nossa) que “o ensino responde ao pensamento matemático das crianças”.

O trabalho no grupo contribuiu para que os professores “aprendessem a perceber” e a darem atenção aos conceitos matemáticos de geometria, reforçando a ideia de que o *noticing* exige treinamento (Mason, 2002). Além disso, a importância do reconhecimento do contexto de ensino foi promissora para o trabalho com geometria e para o desenvolvimento das capacidades de *noticing* dos professores. Como bem destacam Moré e Rodrigues (2024, p. 21), é necessário que haja espaços que permitam ao professor “explicitar suas angústias, a reconhecer os pontos que merecem maior atenção, a compreendê-los de modo mais aprofundado, por diferentes perspectivas sociais e políticas e de acordo com o contexto”.

A postura inquiridora da formadora também permitiu aos PEMAI refletirem sobre suas práticas e a modificarem, (res)significando suas concepções a respeito dos questionamentos que podem ser feitos em sala de aula. Isso se relaciona com a ideia de “perguntas de acompanhamento” (do inglês *follow-up questions*) e pode servir para promover oportunidades de aprendizagem para os alunos (Jacobs *et al.*, 2022).

Os PEMAI foram capazes de identificar quando os comentários dos alunos ofereceram oportunidades para destacar ideias geométricas ou para colocar questões para reflexão. Além disso, conseguiram analisar o potencial das tarefas (Stein; Smith, 2009) para o trabalho com a geometria em sala de aula. Com isso, por meio de suas práticas de ensino de geometria, os PEMAI puderam aprender a identificar o que é digno de atenção em sala de aula e a pautarem suas decisões nos conteúdos matemáticos.

4.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados evidenciam a importância do desenvolvimento das capacidades do *noticing* no processo de formação continuada de PEMAI, em especial no que diz respeito ao ensino de geometria, pois possibilita aos professores a identificação das estratégias matemáticas presentes nas respostas dos alunos.

A pesquisa enfatiza que o contexto formativo deve promover espaços para que os professores reflitam sobre suas práticas e sobre as situações que consideram dignas de atenção em sala de aula. No que se refere aos aspectos matemáticos, o ensino de geometria continua se mostrando campo fértil para pesquisas e ações formativas que se preocupem com a formação continuada de PEMAI. Desenvolver as capacidades do *noticing* de PEMAI é promissor para a aprendizagem e para o ensino de geometria.

Embora nossa pesquisa apresente indícios do papel crucial do formador no processo de formação continuada de PEMAI, ela se limita no que tange às suas implicações no processo de desenvolvimento das capacidades do *noticing*. Pesquisas futuras podem evidenciar esses aspectos e, ainda, analisar qual é o movimento de *noticing* realizado pelo formador em um contexto de formação continuada de PEMAI.

REFERÊNCIAS

- AMADOR, J. M. Mathematics teacher educator noticing: examining interpretations and evidence of students' thinking. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 25, n. 2, p. 163-189, 2022.
- AMADOR, J. M.; WESTON, T. L. A Review of Analytic Frameworks for Noticing in Mathematics and Science: Comparing Noticing Frameworks Across Disciplines and over Time. **International Journal of Science and Mathematics Education**, p. 1-22, 2024.
- AMADOR, J. M.; GLASSMEYER, D.; BRAKONIECKI, A. Teachers' noticing of proportional reasoning. **Journal of Mathematics Teacher Education**, p. 1-29, 2024.
- CLEMENTS, D. H. *et al.* Teaching and learning Geometry: early foundations. **Quadrante**, v. 27, n. 2, p. 7-31, 2018.
- ERICKSON, F. Qualitative Methods in Research on Teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). **Handbook of Research on Teaching**. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.
- GOODWIN, C. Professional vision. **American Anthropologist**, n. 96, p. 606-633, 1994.
- JACOBS, V. R.; LAMB, L. L. C.; PHILIPP, R. A. Professional noticing of children's mathematical thinking. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 41, n.2, p. 169-202, 2010.
- MASON, J. Researching your own practice: The discipline of noticing. **Routledge Falmer**, 2002.
- MORÉ, C. B. B.; RODRIGUES, R. V. R. Visão profissional de professores de Matemática de escolas do campo na elaboração de tarefas exploratórias. **Debates em Educação**, v. 16, n. 38, p. e15996-e15996, 2024.
- SANTAGATA, R. *et al.* Mathematics teacher learning to notice: A systematic review of studies of video-based programs. **ZDM—Mathematics Education**, v. 53, n. 1, p. 119-134, 2021.
- SHERIN, M.G.; VAN ES, E. A. Effects of video club participation on teachers' professional vision. **Journal of Teacher Education**, v. 60, n. 1, p. 20-37, jan./fev. 2009.
- SHERIN, M.; JACOBS, V.; PHILIPP, R. (Ed.). **Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes**. Routledge, 2011.
- SINCLAIR, N. *et al.* Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. **ZDM**, v. 48, n. 5, p. 691-719, 2016.

SINCLAIR, N.; *et al.* Geometry education, including the use of new technologies: A survey of recent research. In: **Proceedings of the 13th international Congress on Mathematical Education**. Springer, Cham, p. 277-287. 2017.

STEIN, M. K.; SMITH, M. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, n. 105, p. 22-28, 2009.

WESTON, T. L.; AMADOR, J. M. Teacher noticing: A literature review of mathematics and science teacher noticing conceptualizations. **School Science and Mathematics**, v. 123, n. 7, p. 293-308, 2023.

5 O MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Resumo

O objetivo deste artigo é discutir aspectos do movimento de constituição da Identidade Profissional (IP) de professores que ensinam matemática nos anos iniciais (PEMAI) manifestados no *Vaivém*. O *Vaivém* é um instrumento de comunicação escrita entre o formador e professor em formação. Foi realizada uma análise qualitativa, de cunho interpretativo, sobre os *vaivéns* produzidos por PEMAI durante um processo de formação continuada a respeito do ensino de geometria. Os resultados indicam que as reflexões manifestadas no *Vaivém* evidenciam o movimento de constituição da IP de PEMAI associado: à elementos da prática docente, ao ensino e a aprendizagem de geometria e ao contexto de formação. Dessa forma, a investigação atesta o potencial do *Vaivém* para analisar o movimento de constituição da IP de PEM, além de evidenciar a necessidade de contextos de formação continuada de PEMAI que privilegiem o movimento de constituição da IP, o ensino e a aprendizagem de geometria.

Palavras-chave: Noticing Profissional. Geometria. Vaivém. Formação Continuada.

5.1 INTRODUÇÃO

Estudos a respeito do movimento de constituição da Identidade Profissional (IP) do Professor que Ensina Matemática (PEM) têm se tornado cada vez mais emergentes no que se refere aos desafios da formação desses professores e à profissão docente (Beijaard; Meijer; Verloop, 2004; Cyrino, 2017; De Paula; Cyrino, 2018; Rodrigues, Cyrino, 2020).

O Gepefopem (Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensina Matemática) considera que a proposição de contextos formativos, nos quais os professores são valorizados como protagonistas de seu processo de formação, é de fundamental importância para o processo de sua aprendizagem e de seu desenvolvimento profissional. Além disso, possibilitar ao PEM espaço para discorrer sobre seus conhecimentos, suas concepções, suas dúvidas e suas histórias, podem ser promissoras para o movimento de constituição de sua IP

(Teixeira, 2013; Garcia, 2014; Teixeira; Cyrino, 2015; Cyrino, 2016, 2017; Rodrigues, 2017; De Paula; Cyrino, 2018; Rodrigues; Cyrino, 2020).

Ao se considerar especificamente a formação continuada de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais (PEMAI), observa-se a escassez de pesquisas que contemplem esta perspectiva de IP. Tal situação se acentua quando buscamos por contextos que trabalhem o ensino e a aprendizagem de geometria.

Destarte, ao se analisar o papel da comunicação nos contextos de formação continuada, observa-se que ele é relevante para estabelecer relações que possibilitem a construção conjunta de conhecimentos e favoreçam o relacionamento entre formador e professor em formação. Neste sentido, o *Vaivém* se apresenta como um instrumento capaz de auxiliar nesse processo, uma vez que

consiste no estabelecimento de um espaço de comunicação (por escrito) entre professor e estudantes (individualmente). De maneira geral, pode-se dizer que, no *Vaivém*, o professor faz uma pergunta para toda a classe e cada estudante responde em uma folha de papel. A partir da resposta individual de cada estudante, o professor faz outras perguntas, comentários ao estudante (Silva, 2018, p. 57).

Na mesma perspectiva, Rodrigues e Cyrino (2020) destacam que “o *Vaivém* é interativo, questionador, temporal e problematizador das produções escritas” (p. 25). Com isso, o instrumento se configura, em contextos investigativos, como potencial para a análise de aspectos relacionados à IP de PEM.

Assim, neste trabalho nos propomos a discutir aspectos do movimento de constituição da IP de PEMAI manifestados no *Vaivém*. Este contexto se refere a um grupo de estudos sobre o ensino de geometria composto por quatro PEMAI e uma professora formadora. O *Vaivém* foi o instrumento de coleta de informações utilizado para tal. A seguir, apresentamos alguns aspectos da IP, seguidos dos procedimentos metodológicos, das análises e das considerações finais.

5.2 IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Nesta investigação, defendemos que o movimento de constituição da IP do PEM

se dá tendo em vista um conjunto de crenças e concepções interconectadas ao autoconhecimento e aos conhecimentos a respeito

de sua profissão, associados à autonomia (vulnerabilidade e sentido de agência) e ao compromisso político (Cyrino, 2017, p. 704).

A expressão “movimento de constituição” é utilizada para enfatizar que a identidade é “formada e transformada continuamente em relação às formas pelas quais somos representados ou interpelados nos sistemas culturais que nos rodeiam” (Hall, 2015, p. 11-12). Logo, é ilusório pensar na IP como algo estático e completo, uma vez que advogamos que ela não possui ponto fixo nem de início e nem de fim.

Neste sentido, assumimos a IP em uma perspectiva social, onde se faz necessário considerar as relações estabelecidas entre os sujeitos e o seu papel na sociedade (Beijaard; Meijer; Verloop, 2004), considerando que ela “se constitui na própria atividade de ser quem é no mundo” (Rodrigues, 2019, p. 25). No entanto, cabe destacar que os aspectos particulares de cada indivíduo não são desconsiderados nesse processo, pois não defendemos que existam meios de separar o que é social do que é individual. Logo, a IP se faz e se refaz, continuamente, nesse amálgama entre o *ser* e o mundo.

As investigações do Gepefopem em relação à IP de PEM têm evidenciado sua importância em contextos de formação inicial e continuada de PEM (Nagy, 2013; Garcia, 2014; Baldini, 2014; Estevam, 2015; Teixeira; Cyrino, 2015; Jesus, 2017; De Paula, 2018; Rodrigues, 2019). Rodrigues e Cyrino (2020) argumentaram, ainda, sobre a relevância do *Vaivém* durante a formação inicial de PEM, ressaltando o caráter questionador, temporal e problematizador deste instrumento.

Cabe destacar, no entanto, que ao nos referirmos à formação, defendemos aquela

que valoriza o (futuro) professor como protagonista do seu processo de formação, como produtor de conhecimento; que articula a prática letiva do PEM com a sua profissão, com as políticas educacionais e as políticas públicas mais amplas (Cyrino, 2017, p. 709).

Contextos formativos que levem em consideração tais concepções são promissores para o desenvolvimento profissional e para a aprendizagem do PEM. Em relação ao PEMAI, investigar sua IP se faz necessário por identificarmos que “a visão do professor dos anos iniciais está mais atrelada à identidade (projetada) de *professor polivalente*, do que como *PEM*” (De Paula, 2018, p. 125).

Considerando que esses professores, de acordo com Oliveira, Izar e Settimy (2022, p. 83), “desempenham um papel fundamental no início da vida escolar do estudante, sendo os responsáveis pela apresentação da Matemática e, em particular, da geometria de uma maneira formalizada”, se faz necessário (re)pensar processos de formação que privilegiem o desenvolvimento de sua IP.

A formação inicial de PEMAI tem se mostrado deficitária e incipiente tanto em relação a conteúdos matemáticos quanto a práticas formativas que levem em conta processos reflexivos dos professores (Almouloud *et al.*, 2004; Bulos, 2011, Nacarato, 2010; Lima; Silva, 2015; Lopes; Manrique; Macedo, 2022; Santos; Teles, 2021). Com isso, uma possibilidade é a busca por alternativas na formação continuada desses profissionais, como destacam Souza e Nehring (2022) ao argumentar que a formação continuada representa uma oportunidade para a troca de experiências, para a reflexão sobre a prática docente e para a compreensão de conceitos matemáticos.

5.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa, de natureza qualitativa e cunho interpretativo (Erickson, 1986), foi desenvolvida no contexto de um grupo de estudos sobre o ensino e a aprendizagem de geometria, do qual participaram quatro PEMAI (João, Maria, Raquel e Sara)²⁵ e a professora formadora (primeira autora deste artigo).

João era professor há 16 anos da rede pública municipal. Possuía formação em pedagogia, licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática e mestrado na área da educação. Demonstrou ser comprometido, estudioso e questionador. Participou ativamente de todas as discussões e tarefas propostas.

Sara era professora há 3 anos da rede pública municipal e possuía formação em pedagogia. Prestativa e determinada, demonstrou interesse na formação ao realizar todas as tarefas propostas entre os encontros com agilidade.

Maria era professora há 24 anos da rede pública municipal e possuía graduação em letras e pedagogia. Iniciou sua participação no grupo estimulada pelo professor João, que era seu colega de trabalho. Desde o início manifestou insegurança com o domínio dos conteúdos de matemática, mas sempre esteve

²⁵ Os nomes dos PEMAI são fictícios, respeitando o termo de consentimento livre e esclarecido aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Londrina (Número do Parecer: 3.925.236).

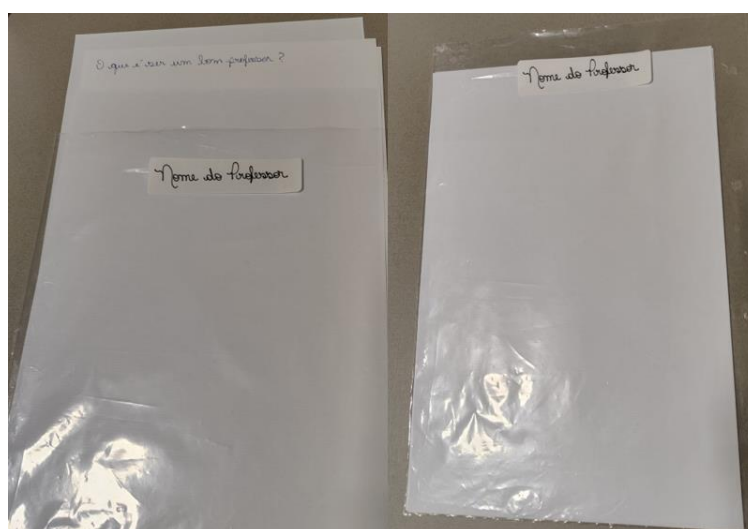
disposta a aprender. O esforço de Maria para realizar as tarefas era notório, e sua satisfação ao aprender coisas novas era motivo de alegria para todos do grupo.

Raquel era a professora com maior tempo de serviço, somando 27 anos de atuação na rede pública municipal. Possuía graduação em ciências com habilitação em matemática. Extrovertida, autêntica e brincalhona, sua participação no grupo se deu de forma dinâmica e questionadora.

Uma das ações formativas realizadas pela formadora foi a utilização do *Vaivém* (Silva, 2018) com os PEMAI. O *Vaivém* é um instrumento que permite um espaço de comunicação, nesse caso, entre o formador e o professor em formação.

Na formação, o *Vaivém* foi realizado de forma confidencial, em que apenas a formadora e o professor em formação tinham acesso a seu conteúdo. Para isso, as folhas do *Vaivém* foram colocadas em um plástico (como os que são utilizados em pastas catálogo) que continha duas folhas de papel vergê²⁶ em branco (funcionando como capa e contracapa) e, entre essas folhas, as folhas de sulfite nas quais os PEMAI fariam seus registros, conforme ilustra a Figura 14. No entanto, no processo de realização do *Vaivém*, alguns professores optaram por utilizar folhas com linhas, para auxiliar na escrita. A identificação do PEMAI era feita por uma etiqueta colada no plástico.

Figura 14: Modelo de *Vaivém*



Fonte: Acervo da autora

²⁶ O papel vergê foi utilizado por ser mais espesso que o sulfite e impedir a leitura do que estava escrito nas folhas internas.

A utilização do *Vaivém* foi efetivada semanalmente ao longo de todo o processo formativo, sendo iniciada no dia 29/03/2022 e finalizada em 06/09/2022 com os quatro PEMAI. A pergunta geradora foi: “O que é ser um bom professor?”. Utilizamos essa questão por considerarmos que a ideia de um “bom professor” pode estar relacionada ao modo como os professores veem sua própria prática. Além disso, é relativa para cada um e faz parte dos conhecimentos a respeito de sua profissão.

Nas folhas sulfite os PEMAI registraram a primeira pergunta e levaram para casa para escrever suas respostas até a próxima reunião do grupo. Nesta reunião os plásticos foram recolhidos pela formadora, que realizou comentários e/ou novas perguntas em relação à resposta dada pelos professores e os devolveu na reunião seguinte. Eles levaram o *Vaivém* para casa e esse procedimento deu início a um novo ciclo.

No processo de análise, em um primeiro momento buscamos identificar, nos registros escritos presentes no *Vaivém*, indícios das dimensões do movimento de constituição de IP manifestadas pelos PEMAI, considerando caracterização discutida por Cyrino (2017). Em seguida, a fim de compreender o movimento de constituição das IP no processo formativo, essas dimensões foram consideradas na construção de agrupamentos associados: à elementos da prática docente, ao ensino e a aprendizagem de geometria e ao contexto de formação. Por fim, discutimos esses agrupamentos de modo a evidenciar aspectos que marcaram o movimento de constituição da IP desses professores.

5.4 INDÍCIOS DO MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IP DE PEMAI

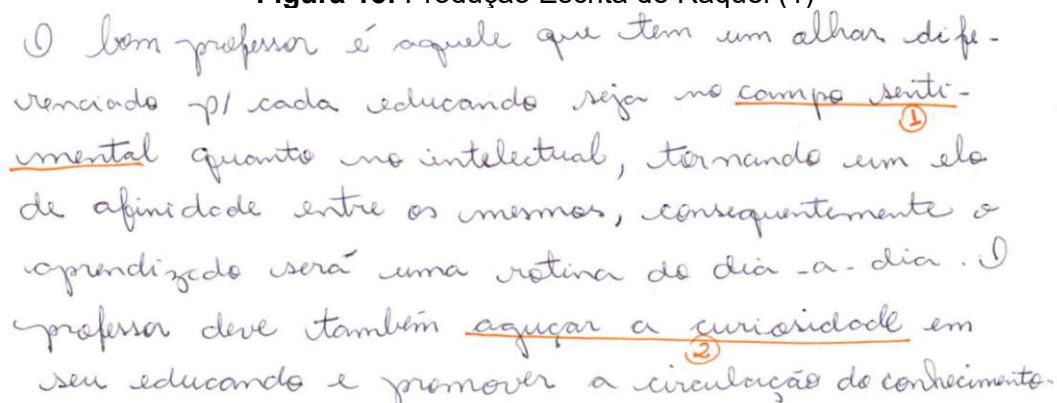
Apresentamos, a seguir, aspectos do movimento de constituição da IP (Cyrino, 2017) de PEMAI, manifestados no *Vaivém*, relacionados a elementos da prática docente, ao ensino e à aprendizagem de geometria e ao contexto de formação continuada.

Nas análises, destacamos em *itálico* dimensões do movimento de constituição da IP dos professores. Ressaltamos que as dimensões constituintes da IP se articulam e se influenciam mutuamente e não devem ser consideradas como estanques. Fazemos esses destaques para fins analíticos, de modo a expressar um cuidado específico para cada uma delas.

5.4.1 Relacionados a elementos da prática docente

Ao responderem à primeira pergunta do *Vaivém*, os professores manifestaram suas concepções sobre o que consideravam ser um bom professor.

Figura 15: Produção Escrita de Raquel (1)



O bom professor é aquele que tem um olhar diferenciado p/ cada educando seja no campo senti-
mental quanto no intelectual, tornando em ele
de afinidade entre os mesmos, consequentemente o
aprendizado será uma rotina de dia-a-dia. O
professor deve também aquecer a curiosidade em
seu educando e promover a circulação do conhecimento.

Fonte: A autora

A professora Raquel destaca o cuidado que o “bom professor” precisa ter com relação aos alunos, considerando tanto aspectos sentimentais quanto intelectuais. Ela defende que as relações pessoais podem influenciar o aprendizado e evidencia que as *emoções*, para além do *conhecimento do conteúdo*, se fazem inerentes à prática docente e são motivos de preocupação de PEMAI. Além disso, o “olhar diferenciado” diz respeito a considerar as particularidades de cada aluno e se refere ao *reconhecimento de tarefas*, uma vez que a professora manifesta um dos deveres que o professor tem ao realizar o seu trabalho.

O professor João, por sua vez, considera a formação como principal elemento para ser um “bom professor”.

Figura 16: Produção Escrita de João (1)

Ser um bom professor exige preparo, estudo e dedicação
 com o que se faz, não é questão somente de dom ou jeito.
 Um bom professor é (re)conhecido pelos resultados que seus
 alunos apresentam, ou seja, se estão aprendendo ou não. Não
 basta apenas ser dinâmico, é preciso dar sentido a esta
 dinâmica produzindo significado para o aluno, para levá-lo
 à aprendizagem. Um bom professor não pode ser técnico apenas,
 atualmente precisamos adentrar ao lado social dos alunos para
 melhor ensinar. Um bom professor precisa ser um motivador!!!

Fonte: A autora

Ao defender que a profissão docente exige preparo, estudo e dedicação, João evidencia a importância da formação para PEMAI, seja ela inicial ou continuada, argumentando que não se deve reduzir a docência a uma questão de “dom ou jeito”, o que indica seu *compromisso político*. Ele demonstra *autoconhecimento* ao reconhecer as tarefas que cabem ao professor, como a produção de significado para a aprendizagem do aluno, o que nos permite inferir o cuidado do professor em relação aos conhecimentos que o aluno já possui e à forma como ele irá compreender o conteúdo trabalhado.

Ele destaca também a importância de considerar o aspecto social dos alunos na atualidade, que engloba as *emoções* como parte integrante dos processos de ensino e de aprendizagem. O uso da expressão “atualmente” também nos dá indícios de uma mudança de paradigma do professor que está relacionada às suas *perspectivas futuras* e ao seu *autoconhecimento* a respeito de sua atuação no trabalho.

Ao ser questionado a respeito do que está envolvido na ideia de produzir “significado para o aluno” (Figura 17), João apresenta novos argumentos que indicam seus *conhecimentos acerca da profissão*.

Figura 17: Produção Escrita de João (2)

3- não podemos ser "mecânicos" com aquele discurso! é assim porque sempre foi assim. a criança precisa compreender o que está aprendendo, e não apenas decorar para prova. Uma aprendizagem significativa é aquela que o aluno consegue relacionar o que aprendeu em sala de aula com situações cotidianas. (2)

Fonte: A autora

Maria, ao responder à questão geradora do *Vaivém*, considera que ser "bom professor" é quando ele consegue perceber que o aluno construiu conhecimentos (Figura 18).

Figura 18: Produção Escrita de Maria (1)

É quando no futuro você reconhece que sua semente do conhecimento está gerando frutos positivos e não negativos. (1)

Fonte: A autora

Quando questionada pela formadora sobre o que seriam os "frutos positivos e não negativos", ela afirma que é quando conseguem responder aos seus questionamentos ou a colaborar com a aprendizagem de outros alunos (Figura 19).

Figura 19: Produção Escrita de Maria (2)

1) Quando eles conseguem responder os meus questionamentos, ou quando estão ajudando os amiguinhos que têm dificuldade.

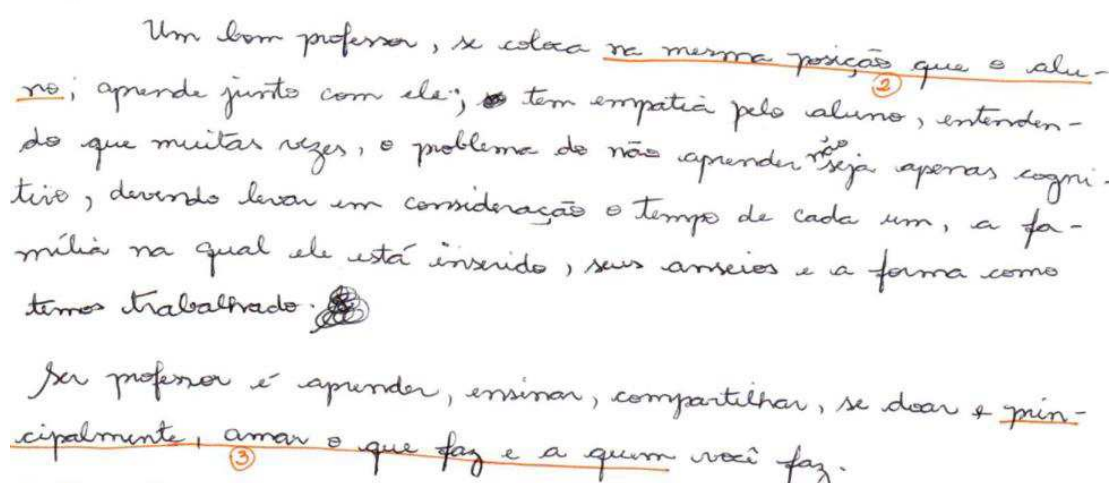
Fonte: A autora

A ideia de "bom professor" apresentada por Maria diz respeito a seus conhecimentos a respeito da profissão à medida que ela considera importante que o aluno seja capaz de responder a questionamentos e/ou ajudar um colega de sala com

difficuldade, ou seja, realizar uma avaliação da aprendizagem do aluno. Isso também se relaciona com a sua *autoestima*, uma vez que reflete a avaliação que ela faz do desempenho de seu próprio trabalho. Essas características da IP de Maria nos permitem inferir sobre suas reflexões em relação à sua responsabilidade com o aprendizado dos alunos.

Por fim, a produção escrita da professora Sara manifesta suas concepções sobre a pergunta geradora do *Vaivém* na Figura 20.

Figura 20: Produção Escrita de Sara (1)



Um bom professor, se coloca na mesma posição que o alu-
no; aprende junto com ele; ² tem empatia pelo aluno, enten-
do que muitas vezes, o problema de não aprender ³ seja apenas cogni-
tivo, devendo levar em consideração o tempo de cada um, a fa-
mília na qual ele está inserido, seus anseios e a forma como
temos trabalhado.

Ser professor é aprender, ensinar, compartilhar, se doar e prin-
cipalmente, amar o que faz e a quem você faz.

Fonte: A autora

As *emoções* e as *concepções* de Sara são fortemente evidenciadas à medida que ela se refere, respectivamente, à necessidade de se “amar o que faz e a quem faz” e de se considerar o contexto familiar no qual o aluno está inserido. Com isso, ela considera que as dificuldades de aprendizagem ultrapassam o contexto escolar e são influenciadas pelo meio social e cultural dos alunos. A ideia de “aprender junto com o aluno” e ter empatia (*emoções*) fornecem indícios do *autoconhecimento* de Sara, seja sobre si mesma ou sobre a forma como avalia seu desempenho profissional.

Ao responder sobre sua compreensão do ensino da matemática nos anos iniciais, Sara ainda argumenta a respeito de seus *conhecimentos sobre a profissão*.

Figura 21: Produção Escrita de Sara (2)

segunda.
A grande maioria dos colegas ^{professores} que conversei, têm resistência em
relação ao ensino da Matemática. Assim, podem colocar empecilhos ao ensi-
nar um conteúdo ou outro da disciplina. No entanto, penso que o
ensino da Matemática é necessário para a compreensão de alguns
conteúdos de outras disciplinas.
Acredito que a matemática é importante.

Fonte: A autora

Ao refletir que a grande maioria dos PEMAI que ela tem contato apresenta “resistência em relação ao ensino da matemática”, Sara demonstra a *vulnerabilidade* destes professores em relação, talvez, à formação incipiente que tiveram sobre o tema (que será discutido com mais detalhes nas próximas seções). Refletir sobre o impacto que a compreensão da matemática tem em relação à aprendizagem de outros componentes curriculares demonstra, mais uma vez, o *compromisso político* de Sara, pois inferimos que ela se preocupa com o papel da matemática para a transformação social do ambiente escolar e do aluno enquanto cidadão.

5.4.2 O movimento de constituição da IP de PEMAI relacionado ao ensino e a aprendizagem de geometria

Como o foco dos estudos do grupo foi o ensino e a aprendizagem de geometria, várias foram as reflexões e questionamentos realizados aos PEMAI no *Vaivém* sobre esta temática, ao que podemos, também, identificar indícios do movimento de constituição de suas IP.

Dessa forma, a professora Raquel evidenciou suas recordações sobre o ensino de geometria na época em que era aluna.

Figura 22: Produção escrita da professora Raquel (2)

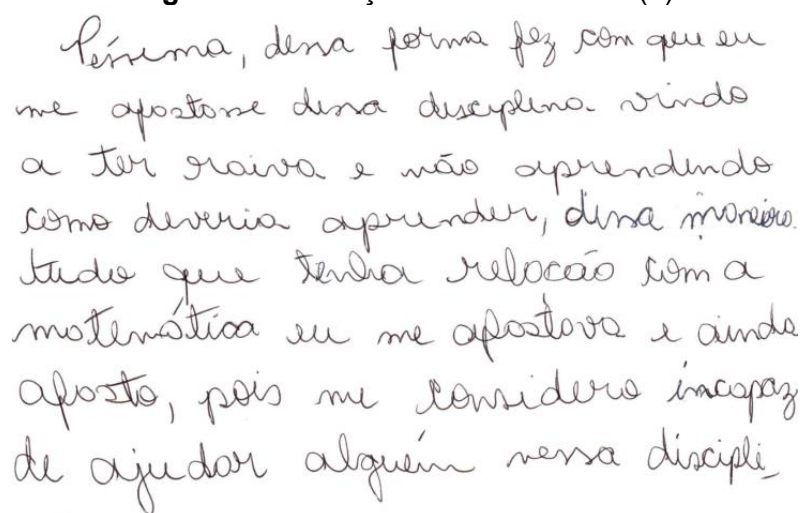
① no fundamental I e II os professores somente apresentam
as figuras e seus respectivos nomes, quantidades de lados,
ângulos, sem aprofundar superficial.
①

Fonte: A autora

A realidade mencionada por Raquel se refere ao ensino tradicional e expositivo, considerado por ela como “superficial” por apresentar apenas alguns elementos das figuras geométricas. Nesse momento, Raquel avalia o desempenho de seus professores, constituindo sua IP ao manifestar o *reconhecimento de tarefas* que, neste caso, foram consideradas insuficientes, demonstrando que suas aulas de geometria não foram suficientes para que ela aprendesse.

Na mesma perspectiva, Maria apresenta indícios de sua IP ao se referir às suas recordações sobre sua formação matemática.

Figura 23: Produção Escrita de Maria (3)



Primeira, dessa forma fez com que eu
me apostasse nessa disciplina vindo
a ter raiva e não aprendendo
como deveria aprender, dessa maneira
tudo que tenha relação com a
matemática eu me aposto e ainda
aposto, pois me considero incapaz
de ajudar alguém nessa discipli-
na.

Fonte: A autora

Em seu relato, Maria explicita quão negativas foram suas experiências com a aprendizagem de matemática, trazendo à tona elementos *emocionais*, como a raiva, que causaram uma fragilidade que a desacreditou de ser capaz de ensinar esse conteúdo. Esta percepção de Maria em relação à matemática fez com que sua frustração causasse impactos em sua *autoimagem*, *autoestima* e *motivação para o trabalho*, que a fizeram questionar sua atuação como docente. Tais elementos constituintes da IP de Maria nos permitem afirmar a importância e o impacto que a formação tem e causa no PEMAI. Ademais, a realidade de Maria não deve ser diferente da realidade dos professores mencionados por Sara (Figura 7) e por Raquel (Figura 8). Ao reconhecer que não aprendeu como deveria, Maria demonstra *reconhecer quais são as tarefas* inerentes ao professor, o que foi reforçado mais tarde quando ela respondeu se havia tido algum “bom professor de geometria” em sua trajetória.

Figura 24: Produção Escrita de Maria (4)

2) Não, pois como não gostou, fazia o básico e o professor em geral deixava de lado.

Fonte: A autora

Novamente os *sentimentos* de Maria se revelam como negativos em sua aprendizagem matemática e o *papel do professor* segue se evidenciando como crucial, ainda que pela falta dele.

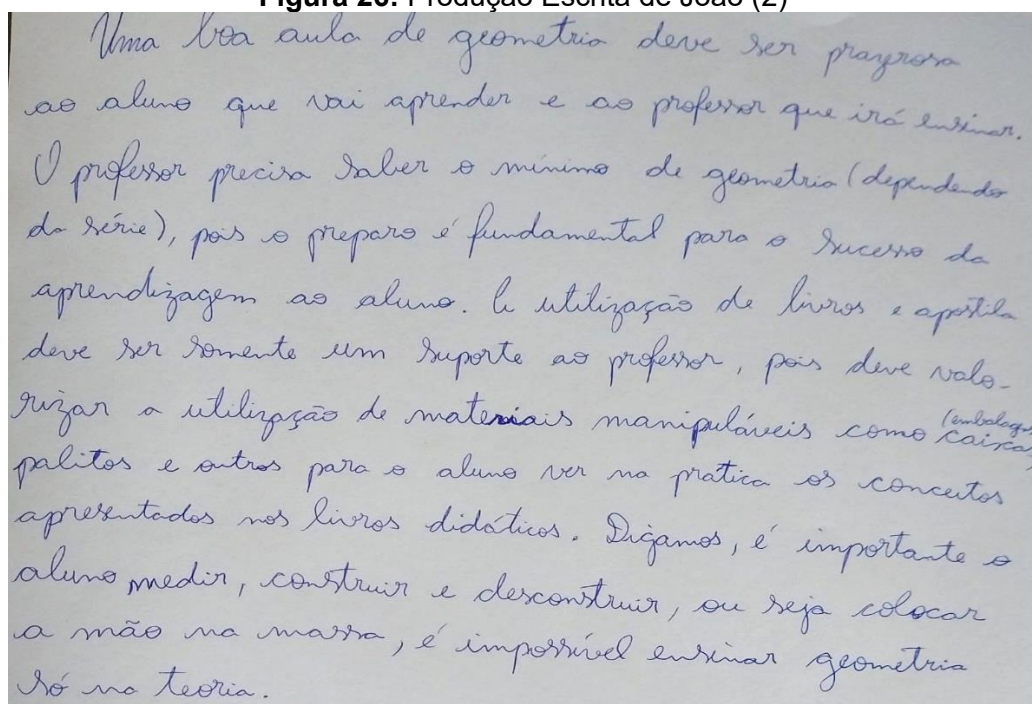
Em diferentes momentos do *Vaivém*, todos os PEMAI responderam à pergunta: “para você, como seria uma boa aula de geometria?”.

Figura 25: Produção Escrita de Sara (3)

Uma boa aula de Geometria precisa ser explicada com uma linguagem e uma didática que ajude o aluno a entender e compreender o necessário. Além do mais, precisa ter aplicações e exemplos concretos, assim como materiais manipuláveis, palpáveis para que se possa explorar, facilitando assim, o entendimento e a associação teoria e prática.

Fonte: A autora

Sara aponta o uso da linguagem como algo necessário para a compreensão por parte do aluno, demonstrando *conhecimento a respeito da profissão* e do conteúdo (geometria). Além disso, ela ressalta o uso de “exemplos concretos” para uma aula de geometria, demonstrando (re)conhecer a importância da geometria espacial nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Figura 26: Produção Escrita de João (2)


Uma boa aula de geometria deve ser prazerosa ao aluno que vai aprender e ao professor que irá ensinar. O professor precisa saber o mínimo de geometria (dependendo do nível), pois o preparo é fundamental para o sucesso da aprendizagem do aluno. A utilização de livros e apostila deve ser somente um suporte ao professor, pois deve valorizar a utilização de materiais manipuláveis como ^(embalagens) caixas, palitos e outros para o aluno ver na prática os conceitos apresentados nos livros didáticos. Digamos, é importante o aluno medir, construir e desconstruir, ou seja colocar a mão na massa, é impossível ensinar geometria só na teoria.

Fonte: A autora

Ao argumentar que a aula deve ser prazerosa, João evidencia a presença e a importância dos *sentimentos* no processo de ensino e de aprendizagem de geometria. O conhecimento do conteúdo também é relatado como necessário e tido como precursor da aprendizagem. Com isso, o professor defende que o uso de livros e apostilas deve ser um “suporte” para o ensino, mas que “materiais manipuláveis” são mais importantes para a compreensão da geometria, demonstrando *reconhecer o que é necessário para que o professor desenvolva um bom trabalho* em uma aula de geometria.

Figura 27: Produção Escrita de Raquel (3)

Uma boa aula de geometria para educação infantil deve proporcionar a criança experiências concretas no manuseio de objetos que possam ser relacionados as representações dos geométricos planos e sólidos. No início as formas apresentadas são somente quatro planos: círculo, quadrado, retângulo e triângulo. Depois ao longo dos anos são apresentados as quatro sólidos: esfera, cubo, paralelepípedo, pirâmide.

Muito importante também é passear com as crianças fora da sala de aula, mostrando tudo que faz parte da construção da escola e natureza como as plantas, árvores, flores, etc... que pertencem à escola.

Fonte: A autora

Ao iniciar relatando sobre a educação infantil e se referir, de forma longitudinal, aos demais anos escolares, Raquel manifesta, respectivamente, dois domínios do autoconhecimento: *reconhecimento de tarefas e perspectivas futuras*. Ela também demonstra seu *compromisso político* ao se importar com a formação geral do aluno no que se refere a geometria.

Figura 28: Produção Escrita de Maria (5)

Primeiramente, explorar os objetos que você tem em mãos, após falar oral sobre esses objetos, pedir que esses objetos sejam manuseados por eles e deixar que eles expliquem qual formato de cada um e sempre usar do lúdico para que o aprendizado fique melhor compreendido.

Fonte: A autora

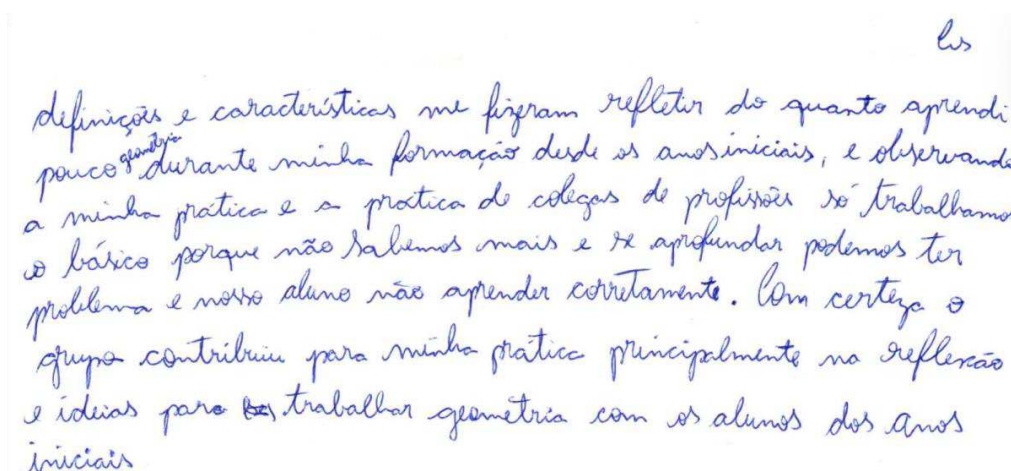
Neste tipo de reflexão, Maria demonstra ações que se referem ao *reconhecimento de tarefas* sobre a profissão. Da mesma forma que Sara, Maria faz menção à exploração dos objetos para se iniciar uma conversa sobre a geometria nos anos iniciais, ressaltando a importância de o professor ouvir os argumentos que o aluno apresentar.

De modo geral, as respostas dos PEMAI convergiram ao evidenciar o papel da utilização de materiais manipuláveis no processo de ensino, o que reflete o ideal que cada sujeito tem sobre o que é necessário para uma boa aula de geometria e, de certa forma, o que eles devem realizar para se tornarem os professores que ministram essas aulas.

5.4.3 O movimento de constituição da IP de PEMAI relacionado ao contexto de formação

As produções escritas do *Vaivém* também revelaram as concepções dos PEMAI a respeito do processo de formação no qual estavam inseridos, fazendo com que manifestassem, também, indícios do movimento de constituição de sua IP.

Figura 29: Produção Escrita de João (7)



definições e características me fizeram refletir do quanto aprendi
 pouco ^{quantidade} durante minha formação desde os anos iniciais, e observando
 a minha prática e a prática de colegas de profissão ao trabalharmos
 o básico porque não sabemos mais e se aprofundar podemos ter
 problema e nosso aluno não aprender corretamente. Com certeza o
 grupo contribuiu para minha prática principalmente na reflexão
 e ideias para ~~o~~ trabalhar geometria com os alunos dos anos
 iniciais

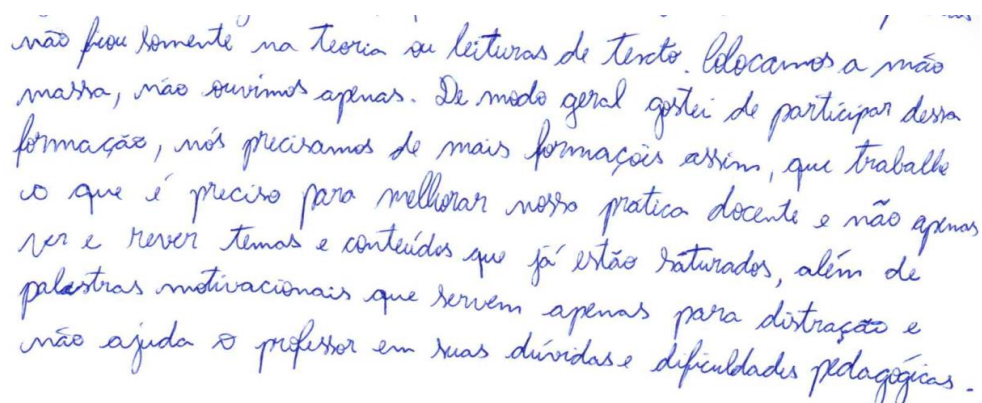
Fonte: A autora

Nesta escrita reflexiva de João, observamos que ele realiza uma avaliação de sua formação (*autoimagem* e *autoestima*), de sua prática profissional e da prática de colegas de profissão (*reconhecimento de tarefas*). Tais domínios do *autoconhecimento* de João dizem respeito à forma como ele se vê enquanto professor

e o julgamento que ele faz dessa atuação, bem como a capacidade de reconhecer quais são as atribuições para o trabalho docente. Além disso, ele evidencia suas *perspectivas futuras* ao argumentar que a participação no grupo contribuiu para sua prática e para o modo como ele trabalhará geometria nos anos iniciais.

Ao ser questionado sobre quais elementos do grupo ele considerava relevantes para sua prática e aprendizagem, João fez a seguinte produção.

Figura 30: Produção Escrita de João (5)

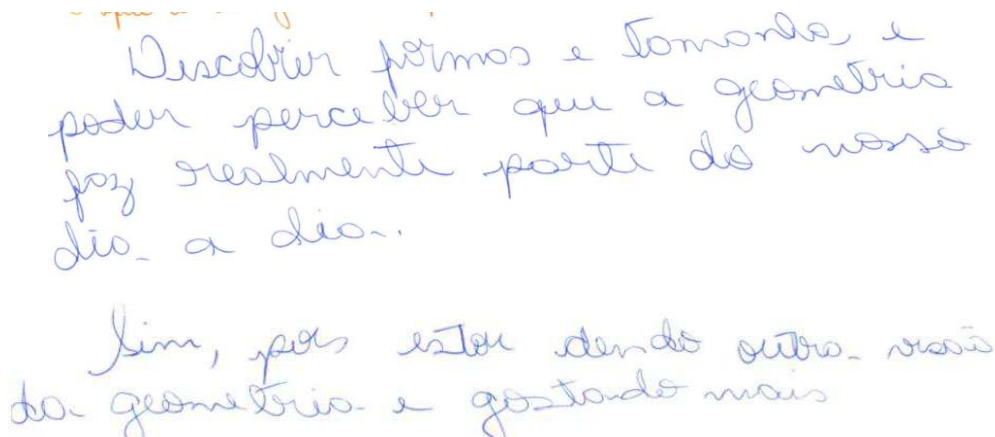


não ficou somente na teoria ou leituras de texto. colocamos a mão
na massa, não ouvimos apenas. De modo geral gostei de participar dessa
formação, nós precisamos de mais formações assim, que trabalhe
o que é preciso para melhorar nossa prática docente e não apenas
repetir e revisar temas e conteúdos que já estão saturados, além de
palestras motivacionais que servem apenas para distração e
não ajuda o professor em suas dúvidas e dificuldades pedagógicas.

Fonte: A autora

A crítica de João aos processos formativos vivenciados anteriormente demonstra com clareza seu *compromisso político* e reforça seus *conhecimentos sobre a profissão*. As *emoções* também são manifestadas à medida que ele menciona estar “saturado” de formações que servem apenas para “distração”, sem contribuir com a prática docente. Inferimos que essas formações descritas por João também influenciam a *autonomia* do PEMAI, pois, além de causar frustração ao não contribuírem com as dúvidas em relação ao conteúdo, implicam no modo como o professor agencia suas vulnerabilidades e compreende os processos de formação continuada. Tudo isto se relaciona a IP e ao suporte dado aos professores pela comunidade escolar.

Maria elaborou a seguinte produção escrita ao ser questionada sobre as contribuições do grupo para sua aprendizagem em geometria e se ela considerava que os conteúdos trabalhados na formação eram, de fato, importantes.

Figura 31: Produção Escrita de Maria


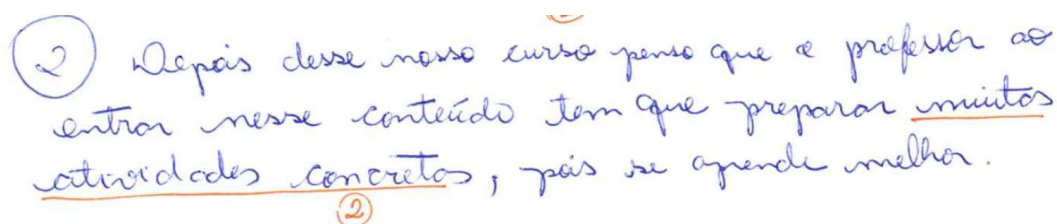
Descobrir pontos e pontos e poder perceber que a geometria faz realmente parte do nosso dia a dia.

Sim, pois estou tendo outra visão da geometria e gostando mais

Fonte: A autora

Poder descobrir que a geometria faz realmente parte do dia a dia revela as *concepções* de Maria em relação à formação e à sua aprendizagem, o que possibilitam-na ter “outra visão da geometria”. Essa descoberta que ela menciona representa a forma como a aprendizagem está intrinsecamente conectada à IP do PEMAI. O que antes era uma *vulnerabilidade* para Maria (Figuras 24 e 31) agora se torna uma busca pelo sentido de *agência*.

A professora Raquel também demonstrou indícios do movimento de constituição de sua IP ao escrever suas concepções sobre a formação.

Figura 32: Produção Escrita de Raquel


2) Depois desse nosso curso penso que a professor ao entrar nesse conteúdo tem que preparar muitas atividades concretas, pois se aprende melhor.

Fonte: A autora

Agora ela realiza um comparativo entre a forma como ela aprendeu geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Figura 33) e o modo como ela a compreende atualmente, após o processo de formação. Com isso, observamos que suas *perspectivas futuras* contemplam e influenciam o modo como ela *reconhece os deveres dos professores* em relação ao ensino de geometria.

Quando questionada sobre as tarefas que mais considerou relevantes na formação, Raquel ainda realizou as seguintes reflexões.

Figura 33: Produção Escrita de Raquel (8)

lateral e superior, a troca de experiência com os colegas foi bastante satisfatória, as tarefas que mais me chamam atenção foi o material concreto, "o pegar", "o fazer", "o manipular" são atividades para não esquecer, os conteúdos de geometria são bastante complexos pois não aprendi como deveria na primeira, segunda infância e faculdade e isso impacta muito no meu raciocínio. não me lembro de ter participado de grupos como este, porém gostei bastante pois foi muito proveitoso, além de aprender um pouco mais sobre geometria

Fonte: A autora

A escrita de Raquel demonstra aspectos *emocionais* e de sua *autoimagem* quando ela compreende que não aprendeu geometria como deveria, nem na Educação Básica e nem no Ensino Superior, e que, desse modo e por se tratar de algo complexo, as tarefas que envolviam materiais manipuláveis lhe chamaram a atenção. A possibilidade de diálogo com seus pares, descrita como "troca de experiência", manifesta a *agência* da professora à medida que ela caracteriza essa forma de agir como satisfatória para sua formação. O *compromisso político* também é evidenciado quando ela menciona que não se lembra de ter participado de formações como esta, o que revela seus conhecimentos sobre as condições de trabalho a qual os PEMAI são submetidos. E, nesta última frase, utilizamos corretamente o plural, pois podemos inferir que, considerando que Raquel é a professora com maior tempo de serviço, os demais professores também não tiveram²⁷ processos formativos como este.

O ineditismo da formação também foi ressaltado por Sara.

Figura 34: Produção Escrita de Sara

Bastante, posso considerar que gostei bastante desse modelo de estudo, pois ouvimos e colocamos em prática e em grupo o que vivenciamos. Por ser a primeira vez que participo de um grupo assim, gostaria que novas oportunidades nesse nível pudessem ser disponibilizadas novamente.

²⁷ Considerando o município no qual a formação foi desenvolvida.

Fonte: A autora

A escrita de Sara reflete sua esperança (*emoções*) de novas oportunidades de participação em contextos de formação continuada que se assemelhem ao que vivenciou sobre geometria, revelando suas *perspectivas futuras*.

5.5 DIMENSÕES DO MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO DA IP DOCENTE E O PROCESSO FORMATIVO

Segundo as informações obtidas nesta investigação, identificamos que o movimento de constituição da IP dos PEMAI, manifestado nas produções escritas do *Vaivém*, se referem à elementos da prática docente, ao ensino e à aprendizagem de geometria e ao contexto de formação continuada no qual estavam inseridos. Os indícios desses aspectos estão sintetizados no Quadro 6.

Quadro 6: Indícios do Movimento de Constituição da IP de PEMAI

	Elementos da Prática Docente	Aprendizagem de Geometria	Contexto de Formação
Concepções do Professor	Considerar o contexto familiar do aluno; Necessidade da matemática para a compreensão de outros componentes.	Falta de um “bom professor” de geometria; Uso de exemplos concretos para o ensino de geometria.	Descobrir que a geometria faz realmente parte do dia a dia.
Autoconhecimento Autoimagem, Autoestima, Motivação para o Trabalho, Reconhecimento de Tarefas, Perspectivas Futuras.	Considerar as particularidades de cada aluno; Reconhecer as tarefas que cabem ao professor; Avaliação de seu próprio trabalho enquanto professor.	Desempenho dos professores no ensino de geometria; Conhecimento do conteúdo; Reflexão sobre a sequência dos conceitos de geometria ao longo das etapas escolares.	Avaliação da própria formação matemática; Contribuição da formação para a prática docente; Comparativo entre como aprendeu geometria antes da formação e depois da formação.
Emoções	Vínculo afetivo para privilegiar o aprendizado dos alunos; Considerar os contextos sociais; Amor à profissão; Empatia.	Raiva por não conseguir aprender; Frustração; Abandono do professor; Aulas prazerosas.	Insatisfação por não ter aprendido geometria até o Ensino Superior; Esperança de novas oportunidades formativas.
Conhecimentos acerca de sua profissão	Relação entre o conteúdo escolar e o cotidiano; Avaliação da aprendizagem do aluno.	Uso coerente da linguagem nas aulas de geometria; Uso de livros/apostilas como suporte;	Reconhecer os deveres dos PEMAI em relação ao ensino de geometria.

		Preferência para materiais manipuláveis; Dinâmicas de aula.	
Autonomia Vulnerabilidade e Sentido de Agência	Resistência de PEMAI para o ensino de matemática/geometria.	Não ser capaz de ensinar matemática/geometria.	Necessidade de formações que auxiliem o PEMAI em suas dificuldades; Visão diferenciada da geometria; Diálogo com os pares.
Compromisso Político	Importância da formação continuada; Papel da matemática para a transformação social;	Responsabilidade do professor na formação matemática/geométrica do aluno.	Falta de processos formativos que privilegiem o professor como protagonista;

Fonte: A autora.

Os PEMAI foram colocados no centro de seu próprio desenvolvimento educacional, sendo considerados como os principais atores em seus processos de ensino e aprendizagem (Cyrino, 2017). O objetivo era explorar suas concepções sobre o ensino da geometria e, a partir delas, construir novos significados e abordagens (Lins, 2001).

O ensino e a aprendizagem de geometria permearam o movimento de constituição da IP desses PEMAI, possibilitando a eles compreenderem a importância que o domínio do conteúdo tem para a prática docente. Conforme salientam Ball e Bass (2009, p. 5, tradução nossa), nem sempre o domínio do conteúdo que se busca é relacionado diretamente ao conteúdo ou à práticas pedagógicas, muitas vezes esse domínio pode exigir “um tipo de consciência, sensibilidade e disposição que informa, orienta e enquadra culturalmente a prática do ensino”.

As concepções dos PEMAI apresentaram tanto elementos sociais quanto educacionais, corroborando com a ideia de que os indivíduos carregam vozes de Outros (como textos, sujeitos e experiências), identificados como parceiros de pensamento (Kelchtermans; Hamilton, 2004).

No que concerne ao aspecto das emoções, estas foram, em sua maioria, negativas e relativas às experiências (Larrosa, 2002) que eles tiveram enquanto alunos e em “formações” anteriores. Como se trata de geometria, isso pode acontecer devido ao histórico de abandono e ao tratamento puramente axiomático e formal, especialmente durante e após o movimento da matemática moderna, que acarretam consequências negativas até hoje (Leme da Silva, 2022; Pavanello, 1993).

Assim, o movimento de constituição da IP desses professores se associou ao modo como eles se viam enquanto PEM e à maneira que interagiam com seus pares na formação (Beijaard; Paulien; Verloop, 2004; Kelchtermans, 2009; Lasky, 2005).

O reconhecimento de tarefas se associou às concepções dos PEMAI sobre o que eles consideravam ser uma boa educação, sobre seus deveres e suas responsabilidades morais (Kelchtermans, 2009). Certo modo, essas mesmas considerações foram elencadas nos outros domínios da IP, corroborando com a característica complexa e dinâmica desse movimento (De Paula e Cyrino, 2020).

No que tange ao *Vaivém*, ele se constituiu como um instrumento promissor para complementar as ações formativas desenvolvidas (Rodrigues; Cyrino, 2020), posto que instigou os PEMAI a pensar a respeito de assuntos relacionados a suas práticas profissionais.

5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação indica que o movimento de constituição da IP de PEMAI está relacionado à elementos da prática docente, ao ensino e a aprendizagem de geometria e ao contexto de formação continuada no qual os professores estão inseridos. Estes elementos se associaram a todos os domínios da IP, quais sejam: concepções, conhecimentos a respeito da profissão, autoconhecimento, autonomia (vulnerabilidade e sentido de agência), e compromisso político (Cyrino, 2021).

Observou-se que o *Vaivém* se constitui como um instrumento capaz de permitir aos PEMAI refletir sobre suas trajetórias de aprendizagem em relação à geometria, suas práticas docentes, suas concepções sobre a profissão e sobre seus pares. Isso tudo devido ao caráter interativo e questionador que este instrumento possui, que foi capaz de intensificar a relação entre a formadora e os professores em formação. Tais considerações corroboram as de Rodrigues e Cyrino (2020) e avançam ao contribuir com a formação continuada de PEMAI no que se refere à geometria.

Mediante o exposto, advogamos ser necessário que os professores dos anos iniciais reconheçam o seu papel enquanto professor que ensina matemática e a sua responsabilidade na formação matemática dos alunos. Assim, que sejam promovidos processos de formação que oportunizem essa consciência,

especialmente de formação continuada, pois é fundamental que os PEMAI reflitam sobre suas práticas e conhecimentos sobre o ensino de geometria.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A. *et al.* A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, dez., n. 27, p. 94-108, 2004.
- BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento**: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2011. 187 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, v. 1, 2015, p. 347-367.
- BARROS, R.C. P.; PAVANELLO, R.M. Relações entre figuras geométricas planas e espaciais no ensino fundamental: o que diz a BNCC? **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 11-19, 2022.
- BATTISTA, M. T. The development of geometric and spatial thinking. In: LESTER, F. K. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**: a project of the national council of teachers of mathematics. Charlotte: Information Age Publishing, 2007, p. 843-908.
- BEIJAARD, Douwe; MEIJER, Paulien C.; VERLOOP, Nico. Reconsidering research on teachers' professional identity. **Teaching and teacher education**, v. 20, n. 2, p. 107-128, 2004.
- BRUNHEIRA, L; PONTE, J. P. Da. From the classification of quadrilaterals to the classification of prisms: An experiment with prospective teachers. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 53, [s.n.], 2019, p. 65-80.
- COSTA, A. P. O pensamento geométrico em foco: construindo uma definição. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, v. 6, n. 16, p. 77-94, 2020.
- CYBULSKI, F. C.; CYRINO, M. C. C. T. geometria e pensamento geométrico na formação inicial de professores que ensinam matemática: o que revelam pesquisas brasileiras entre 2009 e 2020. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.11, n.26, p. 44-65, 2022.
- CYRINO, M. C. C. T. *et al.* **Formação de Professores em Comunidades de Prática: frações e raciocínio proporcional**. 1. ed. Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2014. v. 1. 184p.
- CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M.C.C.T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**:

elaboração e perspectivas. 1ed.Londrina: EDUEL - Editora da Universidade Estadual de Londrina, v. 1, 2016a, p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T. Mathematics teachers' professional identity development in communities of practice: reifications of proportional reasoning teaching. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 54, p. 165-187, abr. 2016b. doi: 10.1590/1980-4415v30n54a08.

CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, 2017.

CYRINO, M. C. C. T. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 9, p. 1-17, 2018.

CYRINO, M. C. C. T. Ações de formação de professores de matemática e o movimento de construção de sua identidade profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-26, 2021.

DAVIS, B. *et al.* **Spatial reasoning in the early years**: Principles, assertions, and speculations. Routledge, 2015.

DE PAULA, E. F. **Identidade profissional de professores que ensinam matemática**: indicativos de pesquisas, elementos e ações para elaboração de uma proposta investigativa. 2018. 227 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, (orgs.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**: an ICMI study. Dordrecht: Kluwer, 1998, p. 37-52.

ERICKSON, F. Qualitative Methods in Research on Teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). **Handbook of Research on Teaching**. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

FARNSWORTH, V.; KLEANTHOUS, I.; WENGER-TRAYNER, E. Communities of practice as a social theory of learning: A conversation with Etienne Wenger. **British journal of educational studies**, v. 64, n. 2, p. 139-160, 2016.

JABLONSKI, S.; LUDWIG, M. Teaching and Learning of Geometry - A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. **Education Sciences**, v. 13, n. 7, p. 682, 2023.

LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, p. 20-28, 2002.

LIMA, G. L.; SILVA, M. J. F. Conhecimentos docentes para o ensino de geometria em um curso de licenciatura em matemática. **Vidya**, v. 35, n. 2, p. 159–177, 2015.

LOPES, L. R. P.; MANRIQUE, A. L.; MACÊDO, J. A. Revelaciones sobre la presencia de la geometría en la formación de profesores de matemáticas en Brasil (2001-2019). **Paradigma**, São Paulo, v. 48, n. 1, p. 117-137, 2022.

LOSANO, L.; FIORENTINI, D.; VILLARREAL, M. The development of a mathematics teacher's professional identity during her first year teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 20, 1-29, 2017.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 1-25, 2013.

OLIVEIRA, H. M.; CYRINO, M.C.C.T. Developing Knowledge of Inquiry-Based Teaching by Analysing a Multimedia Case: One Study with Prospective Mathematics Teachers. **Sisyphus - Journal of Education**, v. 1, p. 214-245, 2013.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de trabalhos que investigaram contextos de formação de professores em Comunidades de Prática. **Revista de Educação Matemática**, v. 14, p. 67-78, 2017.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de futuros professores de Matemática: aspectos do autoconhecimento mobilizados no *Vaivém*. **Zetetiké**, v. 28, p. e020025-e020025, 2020.

SOUZA, E. S.; BULOS, A. M. M. A ausência da geometria na formação dos professores de matemática: causas e consequências (CO). In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Anais eletrônicos [...], 2011.

TEIXEIRA, B. R.; CYRINO, M. C. D. C. T. Desenvolvimento da identidade profissional de futuros professores de matemática no âmbito da orientação de estágio. **Bolema**, 29(52), 658-680. 2015.

VIEIRA, A. F. M. **O desenvolvimento do pensamento geométrico na formação inicial de professores de matemática: ações de uma disciplina de ensino de geometria**. 2023. 177f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

VIEIRA, A. F. M.; CYRINO, M. C. C. T. Geometric Thinking: Reflections Manifested by Preservice Mathematics Teachers in van Hiele Model Studies. **Acta Scientiae**, v. 24, n. 8, p. 286-314, 2022.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes da última frase, retornemos à primeira:

“Ninguém começa a ser professor numa certa terça-feira às 4 horas da tarde... Ninguém nasce professor ou marcado para ser professor. A gente se forma como educador permanentemente na prática e na reflexão sobre a prática” (Freire, 1991, p. 58).

Paulo Freire defende que não há um marco para o início da docência e nós frisamos que tampouco um fim. A profissão docente se (re)faz a todo instante e em quaisquer situações. Em hipótese alguma há a defesa de uma panaceia para o *gap* do ensino de geometria, seja ele para os anos iniciais do ensino fundamental ou para a formação de PEMAI. Ao contrário disso, a formação do professor que ensina matemática deve ser contínua, tal qual o movimento de constituição de sua identidade profissional, e considera-lo como protagonista (Cyrino, 2017; 2021). Ademais, nenhuma escolha aqui realizada foi arbitrária.

Esta pesquisa foi organizada no formato *multipaper*, ou seja, trouxe uma questão geral de investigação e objetivos específicos articulados entre si para responder à questão. Cada um desses objetivos foi contemplado em um capítulo/artigo que compõem a tese (Barbosa, 2015).

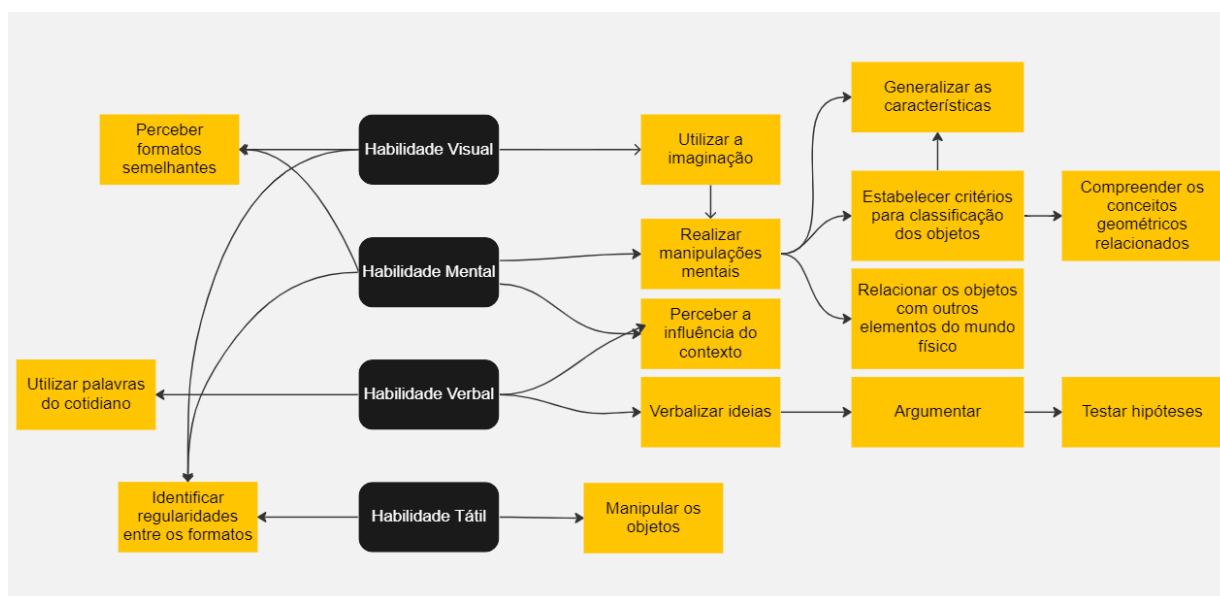
Nesta tese, buscamos responder a seguinte questão: *que elementos de ações formativas, no contexto de um grupo de estudos sobre geometria, podem promover a formação continuada de PEMAI?*

Na busca por esses elementos analisamos: a mobilização do raciocínio visuoespacial (capítulo/artigo 1); as trajetórias de aprendizagem em relação às figuras planas (capítulo/artigo 2); às discussões sobre a análise e a resolução de tarefas de geometria e ao relato e discussão de práticas docentes sobre o ensino de geometria (capítulo/artigo 3); e a utilização do *Vaivém* para o movimento de constituição da IP (capítulo/artigo 4). A seguir apresentamos os objetivos específicos de cada capítulo/artigo e seus respectivos resultados.

Objetivo 1: Identificar e discutir habilidades do raciocínio visuoespacial mobilizadas por PEMAI em uma ação formativa sobre geometria espacial.

As habilidades do raciocínio visuoespacial mobilizadas pelos professores foram: habilidades visuais, verbais, táteis e mentais. O processo possibilitou aos professores compreenderem os principais elementos da geometria espacial, bem como ressignificarem suas práticas docentes no que se refere à atenção *para e no* ensino de geometria.

Figura 35: Habilidades do raciocínio visuoespacial



Fonte: As autoras

Percebe-se que o desenvolvimento das habilidades não se deu de forma linear e muito menos hierárquica, mas por meio de relações entre os conhecimentos e aprendizagens mobilizadas durante a ação formativa.

As percepções dos professores evidenciaram que os conhecimentos geométricos que possuíam eram, em sua maioria, visuais e descritivos, baseados na geometria plana e resultado, muitas vezes, de formações baseadas nessa geometria e sem nexos com as concepções e culturas de cada PEMAI. Logo, os momentos de socialização durante a ação formativa foram enriquecidos por experiências proporcionadas pela tarefa e pela dinâmica estabelecida pela formadora. Assim, esses elementos viabilizaram o desenvolvimento do raciocínio visuoespacial, que pode contribuir para uma formação docente crítica e ampla sobre conhecimentos teóricos a respeito do ensino e da aprendizagem de geometria.

Objetivo 2: Discutir trajetórias de aprendizagem de PEMAI em uma ação formativa que envolveu a construção de um glossário sobre figuras planas.

A ação formativa possibilitou que os PEMAI desenvolvessem as capacidades de raciocinar, argumentar, conjecturar, perceber, fazer suposições e

inferências lógicas, criar e refutar hipóteses e visualizar. Além disso, permitiu explicitar o engajamento dos PEMAI no processo de negociação de significados e, por conseguinte, nas suas aprendizagens.

A dinâmica assumida pelo grupo e pela formadora permitiu o desenvolvimento de interações que encorajaram os professores a pensarem de diferentes maneiras e a apresentarem suas percepções. Essas interações e os compartilhamentos durante a formação foram fundamentais para que os PEMAI pudessem (re)conhecer seu compromisso e responsabilidade, ao ensinar geometria nos anos iniciais, identificando a infância como promissora para o desenvolvimento e o estabelecimento de conceitos geométricos.

Objetivo 3: Discutir o *noticing* de PEMAI, mobilizado ao longo de uma ação formativa em um processo de formação continuada sobre o ensino de geometria.

As capacidades de *noticing* foram manifestadas durante a prática profissional dos PEMAI e, também, durante as discussões no grupo à medida que se deparavam com o pensamento dos alunos sobre os conceitos de geometria. A aprendizagem sobre geometria permitiu aos professores *reconhecerem*, *interpretarem* e *decidirem como agir* com base nas respostas e nos argumentos dos alunos (Jacobs *et al.*, 2010, 2022).

Os momentos de discussão em grupo sobre a prática docente também foram potenciais para o desenvolvimento das capacidades de *noticing* e a perspectiva de formação (Cyrino, 2017) foi um diferencial para que os professores conseguissem *reconhecer*, *interpretar* e *decidir como responder* às estratégias dos alunos durante a realização das tarefas. Além disso, as descrições dos professores deixaram de ser gerais e passaram a pontuar com mais clareza os detalhes geométricos importantes percebidos nas falas e na realização das tarefas dos alunos.

Essa ação evidenciou as capacidades dos PEMAI de compreender e de lidar com situações de sala de aula, e de como essas capacidades reverberaram em sua prática profissional. A postura inquiridora da formadora também permitiu aos PEMAI refletirem sobre suas práticas e a modificarem, (res)significando suas concepções a respeito dos questionamentos que podem ser feitos em sala de aula.

Objetivo 4: Discutir aspectos do movimento de constituição da IP de PEMAI manifestados no *Vaivém*.

O movimento de constituição da IP dos PEMAI, manifestado nas produções escritas do *Vaivém*, se referem à elementos da prática docente, ao ensino

e à aprendizagem de geometria e ao contexto de formação continuada no qual estavam inseridos.

Quadro 7: Índícios do Movimento de Constituição da IP de PEMAI

	Elementos da Prática Docente	Aprendizagem de Geometria	Contexto de Formação
Concepções do Professor	Considerar o contexto familiar do aluno; Necessidade da matemática para a compreensão de outros componentes.	Falta de um “bom professor” de geometria; Uso de exemplos concretos para o ensino de geometria.	Descobrir que a geometria faz realmente parte do dia a dia.
Autoconhecimento Autoimagem, Autoestima, Motivação para o Trabalho, Reconhecimento de Tarefas, Perspectivas Futuras.	Considerar as particularidades de cada aluno; Reconhecer as tarefas que cabem ao professor; Avaliação de seu próprio trabalho enquanto professor.	Desempenho dos professores no ensino de geometria; Conhecimento do conteúdo; Reflexão sobre a sequência dos conceitos de geometria ao longo das etapas escolares.	Avaliação da própria formação matemática; Contribuição da formação para a prática docente; Comparativo entre como aprendeu geometria antes da formação e depois da formação.
Emoções	Vínculo afetivo para privilegiar o aprendizado dos alunos; Considerar os contextos sociais; Amor à profissão; Empatia.	Raiva por não conseguir aprender; Frustração; Abandono do professor; Aulas prazerosas.	Insatisfação por não ter aprendido geometria até o Ensino Superior; Esperança de novas oportunidades formativas.
Conhecimentos acerca de sua profissão	Relação entre o conteúdo escolar e o cotidiano; Avaliação da aprendizagem do aluno.	Uso coerente da linguagem nas aulas de geometria; Uso de livros/apostilas como suporte; Preferência para materiais manipuláveis; Dinâmicas de aula.	Reconhecer os deveres dos PEMAI em relação ao ensino de geometria.
Autonomia Vulnerabilidade e Sentido de Agência	Resistência de PEMAI para o ensino de matemática/geometria.	Não ser capaz de ensinar matemática/geometria.	Necessidade de formações que auxiliem o PEMAI em suas dificuldades; Visão diferenciada da geometria; Diálogo com os pares.
Compromisso Político	Importância da formação continuada; Papel da matemática para a transformação social;	Responsabilidade do professor na formação matemática/geométrica do aluno.	Falta de processos formativos que privilegiem o professor como protagonista;

Fonte: A autora.

O ensino e a aprendizagem de geometria permearam o movimento de constituição da IP desses PEMAI, possibilitando a eles compreenderem a importância que o domínio do conteúdo tem para a prática docente. Estes elementos se associaram a todos os domínios da IP, quais sejam: concepções, conhecimentos a respeito da profissão, autoconhecimento, autonomia (vulnerabilidade e sentido de agência), e compromisso político (Cyrino, 2021).

A partir desses resultados elencamos elementos das ações formativas que contribuíram para a formação continuada de PEMAI. Discutimos cada um desses elementos a seguir.

As **reflexões desencadeadas pelas ações da formadora** em conjunto com a perspectiva de formação assumida, permitiram aos PEMAI (res)significar suas práticas e concepções sobre o ensino de geometria. As ações inquiridoras da formadora promoveram momentos de *vulnerabilidade* onde os professores se mantinham atentos aos detalhes matemáticos existentes.

As **discussões das tarefas propostas na formação e pelos professores em suas práticas** representaram os maiores indícios de aprendizagem da formação no que se refere à compreensão das características das figuras planas e dos sólidos geométricos. Além disso, por meio dessas discussões, os professores notaram as estratégias matemáticas presentes nas respostas de seus alunos, *reconhecendo, interpretando e decidindo como agir*, desenvolvendo suas capacidades de *noticing* profissional (Jacobs, 2010).

O **(re)conhecimento de perspectivas alternativas para o ensino de geometria** foi fundamental para que os professores reconhecessem que é possível aprender e ensinar geometria de uma forma mais “acessível” a todos. O trabalho com os objetos presentes no cotidiano permitiu que eles *visualizassem* (Duval, 1998) e desenvolvessem seu raciocínio visuoespacial (Owens, 2015).

A **comunicação** também se mostrou relevante uma vez que os PEMAI tinham, desde o início, a preocupação em utilizar as palavras adequadas para se referirem aos objetos e representações das figuras e dos sólidos. As interações e as investigações durante a construção do glossário forneceram indícios do processo de negociação de significados (Wenger, 1998).

A **aprendizagem docente** perpassou todas as ações desenvolvidas e contribuiu para a prática dos PEMAI. Ao analisar os elementos constituintes da IP desses professores, ficou evidente que a aprendizagem sobre geometria modificou

quem eles eram (Cyrino, 2021; Kelchtermans, 2009). Os professores que iniciaram a formação em março, com inseguranças e incertezas, não foram os mesmos que finalizaram a formação em setembro, pois seus relatos e ações deixaram claro, entre outras coisas, suas mudanças de atitude e segurança com relação ao ensino de geometria.

Desse modo, apresentamos os elementos das ações formativas que contribuíram para a formação continuada de PEMAI, nomeadamente:

- Reflexões desencadeadas pelas ações da formadora.
- Discussões das tarefas propostas na formação e pelos professores em suas práticas
- (Re)conhecimento de perspectivas alternativas para o ensino de geometria
- Comunicação
- Aprendizagem docente

Esses elementos permitem inferir que as ações formativas desenvolvidas na formação continuada permitiram que os PEMAI (res)significassem suas práticas e suas concepções sobre a geometria e a matemática. Foi possível observar que essas ações foram essenciais para a formação continuada de PEMAI no que tange à aprendizagem docente, ao ensino de geometria, ao movimento de constituição da identidade profissional e ao desenvolvimento das capacidades do *noticing* profissional.

Com isso, entende-se que a formação continuada de PEMAI para o ensino de geometria deve considerar os conteúdos relacionados às ações e seus elementos, que privilegiem o professor como protagonista deste processo, com vistas a compreensão de suas concepções, angústias, trajetórias profissionais, conhecimentos e expectativas.

Os professores dos anos iniciais devem reconhecer o seu papel enquanto professor que ensina matemática e a sua responsabilidade na formação matemática dos alunos.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento**: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2011. 187 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- BEIJAARD, Douwe; MEIJER, Paulien C.; VERLOOP, Nico. Reconsidering research on teachers' professional identity. **Teaching and teacher education**, v. 20, n. 2, p. 107-128, 2004.
- CYBULSKI, F. C.; CYRINO, M. C. C. T. geometria e pensamento geométrico na formação inicial de professores que ensinam matemática: o que revelam pesquisas brasileiras entre 2009 e 2020. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.11, n.26, p. 44-65, 2022.
- CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, 2017.
- CYRINO, M. C. C. T. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 9, p. 1-17, 2018.
- CYRINO, M. C. C. T. Ações de formação de professores de matemática e o movimento de construção de sua identidade profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-26, 2021.
- DAVIS, B. *et al.* **Spatial reasoning in the early years**: Principles, assertions, and speculations. Routledge, 2015.
- DE PAULA, E. F. **Identidade profissional de professores que ensinam matemática**: indicativos de pesquisas, elementos e ações para elaboração de uma proposta investigativa. 2018. 227 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.
- DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, (orgs.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**: an ICMI study. Dordrecht: Kluwer, 1998, p. 37-52.
- ERICKSON, F. Qualitative Methods in Research on Teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). **Handbook of Research on Teaching**. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.
- FREIRE, P. **A Educação na Cidade**. São Paulo: Cortez, 1991.
- FUJITA, T. Learners'level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 31, n. 11, p. 60-72, 2012.

GAL, H. When the use of cognitive conflict is ineffective—problematic learning situations in geometry. **Educational Studies in Mathematics**, v. 102, n. 2, p. 239-256, 2019.

GARRIDO, Y. P.; LEYVA, L. M. Pensamiento geométrico em los escolares primarios: un modelo didáctico para estimularlo. **In: Congreso Internacional de Matemática e Computación**, Holguín, 2005. Anais eletrônicos [...]. Holguín, 2005.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. 237f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. 2000. 217 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GUTIÉRREZ, A. Children's ability for using different plane representations of space figures. **New directions in geometry education**, p. 33-42, 1996.

JABLONSKI, S.; LUDWIG, M. Teaching and Learning of Geometry - A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. **Education Sciences**, v. 13, n. 7, p. 682, 2023.

LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, p. 20-28, 2002.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura de Matemática**. 2009. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

LIMA, G. L.; SILVA, M. J. F. Conhecimentos docentes para o ensino de geometria em um curso de licenciatura em matemática. **Vidya**, v. 35, n. 2, p. 159–177, 2015.

LOPES, L. R. P.; MANRIQUE, A. L.; MACÊDO, J. A. Revelaciones sobre la presencia de la geometría en la formación de profesores de matemáticas en Brasil (2001-2019). **Paradigma**, São Paulo, v. 48, n. 1, p. 117-137, 2022.

NACARATO, A. M. A Formação Matemática das Professoras das Séries Iniciais: a escrita de si como prática de formação. **Bolema**, v. 23, n. 37, p. 905-930, 2010.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

OLIVEIRA, G. W. B.; IZAR, S. B.; SETTIMY, T. F. O. Visualização em geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: uma experiência com materiais manipulativos. **Educação Matemática em Revista**, v. 27, n. 75, p. 72-84, 2022.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 1-25, 2013.

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular, 2011.

OLIVEIRA, H. M.; CYRINO, M.C.C.T. Developing Knowledge of Inquiry-Based Teaching by Analysing a Multimedia Case: One Study with Prospective Mathematics Teachers. **Sisyphus - Journal of Education**, v. 1, p. 214-245, 2013.

OWENS, K. **Visuospatial reasoning**: An ecocultural perspective for space, geometry and measurement education. Springer, 2015.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, v. 4, n. 2, p. 64-74, 1996.

PAIVA, S. M. **A conceituação do pensamento geométrico**: aspectos históricos, filosóficos e as visões presentes em teses e dissertações no Brasil. 2021. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Processos Formativos) - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2021.

PARZYSZ, B. "Knowing" vs "seeing": Problems of the plane representation of space geometry figures. **Educational Studies in Mathematics**, v. 19, n. 1, p. 79-92, 1988.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, n. 1, p. 7-17, 1993.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de trabalhos que investigaram contextos de formação de professores em Comunidades de Prática. **Revista de Educação Matemática**, v. 14, p. 67-78, 2017.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de futuros professores de Matemática: aspectos do autoconhecimento mobilizados no *Vaivém*. **Zetetiké**, v. 28, p. e020025-e020025, 2020.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. M. Conhecimento dos professores sobre geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: um estado da arte. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, n. 1, 2021.

SHARMA, S. Use of theories and models in geometry education research: A critical review. **Waikato Journal of Education**, v. 24, n. 1, p. 43-54, 2019.

SILVA, G. S. **Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação**. 2018. 166f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

SINCLAIR, N. *et al.* Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. **ZDM**, v. 48, n. 5, p. 691-719, 2016.

SOUZA, H. M.; NEHRING, C. M. Formação Inicial e Continuada do Pedagogo: o que indicam pesquisas envolvendo o ensino de matemática. **Salão do Conhecimento**, v. 8, n. 8, 2022.

SOUZA, E. S.; BULOS, A. M. M. A ausência da geometria na formação dos professores de matemática: causas e consequências (CO). In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Anais eletrônicos [...], 2011.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores em sala de aula. 6. ed. Tradução de: Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009. 583p.

VAN HIELE, P. M. A child's thought and geometry. In: FUYS, D.; GEDDES, D. TISCHLER, R. (Eds.). **English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and P. M. van Hiele**. Brooklyn: Brooklyn College, 1984, p. 243-252.

VIEIRA, A. F. M. **O desenvolvimento do pensamento geométrico na formação inicial de professores de matemática**: ações de uma disciplina de ensino de geometria. 2023. 177f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

VIEIRA, A. F. M.; CYRINO, M. C. C. T. Geometric Thinking: Reflections Manifested by Preservice Mathematics Teachers in van Hiele Model Studies. **Acta Scientiae**, v. 24, n. 8, p. 286-314, 2022.

WENGER, E. **Communities of Practice**: learning, meaning and identity. New York: Cambridge University Press. 1998.

ANEXOS

ANEXO A

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

“FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA”

Prezado(a) Senhor(a):

Gostaríamos de convidá-lo (a) para participar da pesquisa **“FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA”**, a ser realizada pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática (Gepefopem) da **Universidade Estadual de Londrina - UEL**. O objetivo da pesquisa é “Investigar processos de aprendizagem de professores e futuros professores que ensinam Matemática (PEM), no desenvolvimento de tarefas que envolvem o pensamento geométrico e o pensamento algébrico, em espaços colaborativos”. Sua participação é muito importante e ela se dará da seguinte forma: serão negociados empreendimentos envolvendo tarefas matemáticas e/ou recursos multimídia que permitam articulação de conhecimentos teóricos e práticos, a fim de desenvolverem um quadro de referência para organização e análise de práticas pedagógicas, e entrevistas semiestruturadas. Os professores e os futuros professores terão suas atividades gravadas por meio de filmagem e áudio. Nas entrevistas serão feitas perguntas a respeito do papel das tarefas matemáticas e das questões didático-pedagógicas para a formação de professores e para a constituição de sua identidade profissional.

As referidas tarefas envolverão também situações de sala de aula associadas a outros elementos, tais como, plano de aula, produções escritas de alunos da Educação Básica, questões problematizadoras e textos.

Esclarecemos que sua participação é totalmente voluntária, podendo o (a) senhor (a): recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa. Esclarecemos, também, que suas informações serão utilizadas somente para os fins de pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade. Ao término das pesquisas as gravações serão deletadas.

Quanto aos riscos, buscaremos minimizar ao máximo os riscos nas dimensões física, psíquica, moral, intelectual, social, cultural ou espiritual dos participantes. Faremos

todo o esforço para que não ocorram constrangimentos, diretos ou indiretos, por parte dos investigados. Caso os investigados sejam submetidos à alguma condição de risco, daremos todo o apoio para atender às suas necessidades.

Esclarecemos ainda, que o(a) senhor(a) não pagará e nem será remunerado(a) por sua participação. Garantimos, no entanto, que todas as despesas decorrentes da pesquisa serão ressarcidas, quando devidas e decorrentes especificamente de sua participação.

Os benefícios esperados são: a produção de material bibliográfico de educação matemática a ser utilizado em programas e cursos de formação em serviço de professores de matemática dos ensinos fundamental, médio e superior, bem como a elaboração de propostas alternativas para formação de professores de Matemática. Quanto aos riscos, faremos todo o esforço para que não ocorram constrangimentos por parte dos investigados.

Caso o(a) senhor(a) tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos poderá nos contatar (Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino,

marciacyrino@uel.br) ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Londrina, situado junto ao LABESC – Laboratório Escola, no Campus Universitário, telefone 3371-5455, e-mail: cep268@uel.br.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas devidamente preenchida, assinada e entregue ao (à) senhor(a).

Londrina, 08 de março de 2022.

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

RG:

_____,
tendo sido devidamente esclarecido sobre os procedimentos da pesquisa, concordo
em participar **voluntariamente** da pesquisa descrita acima.

Assinatura (ou impressão dactiloscópica): _____

Data: _____

Obs.: Caso o participante da pesquisa seja menor de idade, o texto deve estar voltado para os pais e deve ser incluído ainda, campo para assinatura do menor e do responsável.

*Termo de Consentimento Livre Esclarecido apresentado, atendendo, conforme normas da Resolução 466/2012 de 12 de dezembro de 2012.