



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

DARLINI RIBEIRO MARINO

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA E TEORIA
SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA:
UM DIÁLOGO**

Londrina
2026

DARLINI RIBEIRO MARINO

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA E TEORIA
SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA:
UM DIÁLOGO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina - UEL, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Regina Luzia Corio de Buriasco

Londrina
2026

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

M339	Marino, Darlini . EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA E TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA: UM DIÁLOGO / Darlini Marino. - Londrina, 2026. 146 f. : il. Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2026. Inclui bibliografia. 1. Educação Matemática Realística - Tese. 2. Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa - Tese. I. Luzia Corio de Buriasco, Regina . II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título. CDU 37
------	---

DARLINI RIBEIRO MARINO

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA E TEORIA
SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA: UM
DIÁLOGO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina - UEL, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Profa. Dra. Marcele Tavares Mendes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
– UTFPR

Profa. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Profa. Dra. Helena Noronha Cury
Fundação Getúlio Vargas - FGV

Prof. Dr. Paulo Henrique Rodrigues
Universidade Estadual do Paraná -
UNESPAR

Londrina, 30 de março de 2026.

AGRADECIMENTOS

A escrita de uma tese nunca é um gesto solitário. Ela é atravessada por vozes, presenças, ausências, esperanças e responsabilidades. Se aqui chego, é porque muitos caminharam comigo, e caminhar é sempre um ato coletivo.

Agradeço, primeiramente, a Deus, fundamento da minha fé e da minha esperança. Nele encontro sentido para perseverar, serenidade para enfrentar as incertezas e força para continuar quando os caminhos parecem longos demais. Esta conquista não é apenas resultado de esforço intelectual, mas também de confiança, propósito e graça.

À minha orientadora, Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco, minha profunda gratidão. Orientar é muito mais do que indicar leituras ou corrigir textos; é formar, provocar, desafiar e acreditar. Agradeço a confiança, pelas exigências que me fizeram crescer, pelas conversas que abriram horizontes e pelos silêncios que me ensinaram a pensar. Sua orientação transcendeu o acadêmico: houve acolhimento nos momentos difíceis, firmeza quando necessária e, sobretudo, a confiança depositada em mim e neste trabalho. “Buriasco” representa muito em nossa área, e ter aprendido contigo é uma honra que levarei para sempre.

Aos colegas do GEPEMA, agradeço pelas discussões, pelas críticas, pelas sugestões e, principalmente, pela amizade construída ao longo desses anos. No diálogo, aprendemos que o conhecimento não se impõe; ele se negocia, se constrói e se transforma. Cada encontro foi espaço de formação e crescimento.

Ao meu companheiro, Tiago Almeida Marques, minha gratidão mais profunda. Você foi o maior incentivador de todos os meus processos, acreditando em mim muitas vezes mais do que eu mesma. Sua paciência diante das ausências, seu colo nos dias difíceis, sua alegria nas conquistas e seu amor constante foram sustento e combustível para que eu pudesse chegar até aqui. Esta tese também é tua.

À minha mãe, Zilda Ribeiro da Silva, raiz da minha história, que sempre acreditou na educação como caminho e me apoiou incondicionalmente em todas as minhas escolhas. Seu amor, suas orações e seu exemplo de perseverança me sustentaram em cada etapa desta jornada. Seu trabalho, sua coragem e sua fé me ensinaram que estudar é também um ato de resistência e dignidade. Esta

conquista carrega suas mãos.

Ao meu pai, Dorival Marino (in memoriam), meu agradecimento mais emocionado. Mesmo não estando fisicamente presente para testemunhar este momento, sua presença sempre esteve comigo. Foi você quem me ensinou, pelo exemplo, o valor do estudo, da honestidade e da persistência. Seu apoio aos meus sonhos foi alicerce silencioso desta trajetória. Esta tese também é fruto do que você plantou em mim. Que onde estiver, receba minha gratidão e meu amor.

Aos membros da banca examinadora, Profa. Dra. Marcele Tavares Mendes, Profa. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida, Profa. Dra. Helena Noronha Cury e Prof. Dr. Paulo Henrique Rodrigues, agradeço pela leitura cuidadosa, pelas contribuições precisas e pelo olhar generoso que dedicaram a este trabalho. Cada apontamento e sugestão foram fundamentais para o aperfeiçoamento desta tese e para o meu crescimento como pesquisadora iniciante.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa concedida, que viabilizou a dedicação exclusiva a esta pesquisa e tornou possível a realização deste sonho. O investimento público na Ciência e na Educação é fundamental para que pesquisas como esta possam contribuir para a transformação da realidade educacional do nosso país.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte desta caminhada: familiares, amigos, colegas e parceiros de diálogo. Cada palavra de incentivo, cada escuta atenta e cada gesto de apoio contribuíram para que eu persistisse. Sei que cheguei até aqui porque não estive sozinha.

Retomo, então, as ideias de Paulo Freire, para quem ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção, e as de Ubiratan D'Ambrosio, que nos lembra que a matemática é uma estratégia desenvolvida pela humanidade para compreender e manejar a realidade. Que esta tese possa ser, ainda que modestamente, uma contribuição para essa construção coletiva e para uma Educação Matemática mais humana, mais crítica e mais comprometida com a transformação social.

Vejo a disciplina da matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana, ao longo de sua história, para explicar, entender e manejar o imaginário e a realidade sensível e perceptível, bem como conviver com eles, evidentemente dentro de um contexto natural e cultural.

Ubiratan D' Ambrosio

RESUMO

MARINO, Darlini Ribeiro. **Educação Matemática Realística e Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa: um diálogo**. 2026. 146f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2026.

Este trabalho apresenta uma configuração de um diálogo entre a Educação Matemática Realística (RME) e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa (TSME), no contexto das discussões contemporâneas da Educação Matemática. A pesquisa justifica-se pela identificação de uma ausência de interlocução sistemática na literatura: embora ambas as abordagens compartilhem uma crítica à concepção da matemática como corpo de verdades acabadas e descontextualizadas, não se encontram estudos que as coloquem em interlocução sistemática a partir de seus fundamentos epistemológicos. Essa interlocução revela-se necessária porque permite ampliar o horizonte analítico da Educação Matemática, articulando uma perspectiva didática orientada à reinvenção com uma perspectiva que problematiza a constituição social do conhecimento. O objetivo geral consiste em elaborar e analisar esse diálogo com base em quatro eixos analíticos: atividade humana, realidade, matematização e princípios estruturantes. Trata-se de uma investigação qualitativa de natureza teórica, interpretativa e especulativa, fundamentada nos eixos metodológicos de interpretar, argumentar e recontar (Martineau; Simard; Gauthier, 2001). O corpus constitui-se de textos das duas abordagens, examinados em movimento intertextual e organizados por meio de uma análise em rede, evitando correspondências lineares e privilegiando deslocamentos conceituais. Os resultados indicaram que o diálogo entre RME e TSME não conduziu a uma síntese integradora, mas evidenciou uma complementaridade crítica de focos analíticos: enquanto a RME estruturou uma organização didática orientada à reinvenção guiada e à matematização progressiva, a TSME problematizou os processos de constituição, legitimação e ressignificação social do conhecimento matemático. Esse diálogo configurou-se não como mera comparação descritiva entre as abordagens, mas como um movimento reflexivo que produziu aproximações, explicitou diferenças de ênfase e gerou deslocamentos conceituais, compreendidos como a ressignificação ou o reposicionamento de determinados conceitos à luz da

articulação entre os referenciais. A articulação dos eixos possibilitou interpretar a aprendizagem simultaneamente como trajetória didática e como participação em práticas normativamente estruturadas, sugerindo que a atividade do estudante se constitui em sistemas de normas históricas e culturais, que a realidade produziu racionalidades contextualizadas e que a progressão conceitual se configurou como uma narrativa de ressignificações sucessivas. Conclui-se que a interlocução entre RME e TSME amplia o horizonte de reflexão para além da sala de aula, inserindo a prática de ensino-aprendizagem no espectro mais amplo da construção social do conhecimento, sem jamais perder de vista a possibilidade e a responsabilidade de guiá-la intencionalmente. A principal contribuição é a proposição de um quadro teórico que pode subsidiar novas investigações e reconfigurar a compreensão das relações entre ensino, cultura e produção de significados matemáticos, oferecendo ferramentas para uma educação matemática mais justa, crítica e humana.

Palavras-chave: Educação Matemática Realística; Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa; Diálogo; Atividade Humana; Matematização.

ABSTRACT

MARINO, Darlini Ribeiro. **Realistic Mathematics Education and the Socioepistemological Theory Mathematics Education: a dialogue**. 2026. 146f. Thesis (Doctorate in Science Teaching and Mathematics Education), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2026.

This work presents a configuration of a dialogue between Realistic Mathematics Education (RME) and the Socioepistemological Theory of Mathematics Education (STME), within the context of contemporary discussions in Mathematics Education. The study is justified by the identification of an absence of systematic interlocution in the literature: although both approaches share a critique of the conception of mathematics as a body of finished and decontextualized truths, no studies were found that place them in systematic interlocution based on their epistemological foundations. This interlocution proves necessary because it allows for the expansion of the analytical horizon of Mathematics Education, articulating a didactical perspective oriented toward reinvention with a perspective that problematizes the social constitution of knowledge. The general objective consists in elaborating and analyzing this dialogue based on four analytical axes: human activity, reality, mathematization, and structuring principles. This is a qualitative investigation of a theoretical, interpretative, and speculative nature, grounded in the methodological axes of interpreting, arguing, and recounting (Martineau; Simard; Gauthier, 2001). The corpus consists of texts from both approaches, examined through an intertextual movement and organized by means of a network analysis, avoiding linear correspondences and privileging conceptual shifts. The results indicated that the dialogue between RME and STME did not lead to an integrative synthesis, but rather evidenced a critical complementarity of analytical focuses: while RME structured a didactical organization oriented toward guided reinvention and progressive mathematization, STME problematized the processes of constitution, legitimation, and social resignification of mathematical knowledge. This dialogue configured itself not as a mere descriptive comparison between the approaches, but as a reflexive movement that produced approximations, made differences in emphasis explicit, and generated conceptual shifts — understood as the resignification or repositioning of certain concepts in light

of the articulation between the theoretical frameworks. The articulation of the axes made it possible to interpret learning simultaneously as a didactical trajectory and as participation in normatively structured practices, suggesting that students' activity is constituted within systems of historical and cultural norms, that reality produced contextualized rationalities, and that conceptual progression configured itself as a narrative of successive resignifications. It is concluded that the interlocution between RME and STME broadens the horizon of reflection beyond the classroom, situating teaching and learning practices within the broader spectrum of the social construction of knowledge, while preserving the possibility and responsibility of intentionally guiding such processes. The main contribution is the proposition of a theoretical framework capable of supporting further investigations and reconfiguring the understanding of the relationships among teaching, culture, and the production of mathematical meaning, offering tools for a more just, critical, and humane mathematics education.

Key-words: Realistic Mathematics Education; Socioepistemological Theory of Mathematics Education; Dialogue; Human Activity; Mathematization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – O Triângulo Didático Clássico	76
Figura 02 – O Triângulo Didático Ampliado.....	77
Figura 03 – O Triângulo didático na Socioepistemologia	78
Figura 04 – Enfoque sistêmico da Socioepistemológico	82
Figura 05 – Modelo de aninhamento das práticas.....	88
Figura 06 – Adaptação do modelo de Aninhamento das Práticas	91
Figura 07 – Síntese do diálogo entre a RME e a TSME acerca da matemática como atividade humana.....	108
Figura 08 – O papel da realidade no diálogo entre a RME e a TSME.....	116
Figura 09 – A matematização no diálogo entre a RME e a TSME: dimensões cognitivas, epistemológicas e sociais.....	122

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Operacionalização dos Eixos metodológicos na tese	28
Quadro 02 – Dimensões da Socioepistemologia	80
Quadro 03 – Síntese dos Princípios da TSME.....	102
Quadro 04 – A matemática como atividade humana na RME e na TSME.....	112
Quadro 05 – Síntese do Diálogo entre os Princípios da RME e da TSME.....	129

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES

CINVESTAV-IPN Centro de Investigación y de Estudios Avanzados do Instituto Politécnico Nacional

CMLW *Mathematics Curriculum Modernization Committee*

dME Discurso Matemático Escolar

GEPEMA Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação

ICME-4 Quarta Conferência Internacional de Educação Matemática

IOWO *Institute for Development of Mathematics Education*

RdME Discurso Matemático Escolar

RME Educação Matemática Realística

SciELO *Scientific Electronic Library Online*

TSME Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	16
1	METÓDO	20
1.1	FUNDAMENTOS DA PESQUISA TEÓRICA ESPECULATIVA	21
1.2	A FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	22
1.3	O LUGAR DA INTERPRETAÇÃO E DA REESCRITA.....	24
1.4	A CENTRALIDADE COMO CONSTITUIÇÃO DO OBJETO.....	27
1.5	OS EIXOS METODOLÓGICOS: INTERPRETAR, ARGUMENTAR E RECONTAR.....	28
1.6	CORPUS ANALÍTICO E LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	29
1.6.1	Constituição do Corpus da TSME	30
1.6.2	Constituição do Corpus da RME	30
1.6.3	A Busca Sistemática em Bases Acadêmicas	31
1.7	PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS.....	32
1.8	CRITÉRIOS DE VALIDADE DA PESQUISA.....	33
2	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA	36
2.1	O PRECURSOR DA RME: HANS FREUDENTHAL	36
2.2	HISTÓRIA E DESENVOLVIMENTO DA RME.....	37
2.3	O REALÍSTICO	40
2.4	A MATEMÁTICA COMO ATIVIDADE HUMANA	41
2.5	MATEMATIZAÇÃO VERTICAL E HORIZONTAL	45
2.6	REINVENÇÃO GUIADA.....	47
2.7	PRINCÍPIOS DA RME	54
3	TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA...57	
3.1	O PRECURSOR DA TSME - RICARDO CANTORAL.....	57
3.2	HISTÓRIA E DESENVOLVIMENTO DA TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA	59
3.3	MATEMÁTICA, MATEMÁTICA ESCOLAR E MATEMÁTICA EDUCATIVA	66
3.4	O DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA.....	69
3.5	DESCENTRALIZAÇÃO DO OBJETO	73

3.6	COMPONENTES E NATUREZA SISTÊMICA DA TSME	75
3.7	DIMENSÕES DA TSME	79
3.8	PRINCÍPIOS DA TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA...	84
3.8.1	Princípio Normativo da Prática Social	88
3.8.2	Princípio da Racionalidade Contextualizada	94
3.8.3	Princípio do Relativismo Epistemológico.....	96
3.8.4	Princípio da Ressignificação Progressiva.....	99
4	UM DIÁLOGO ENTRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA E A TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA.....	104
4.1	A MATEMÁTICA COMO ATIVIDADE HUMANA: CONTEXTO, CERTEZA E CONSTRUÇÃO.....	106
4.2	O PAPEL DA REALIDADE.....	113
4.3	A MATEMATIZAÇÃO COMO PROCESSO COGNITIVO, EPISTEMOLÓGICO E SOCIAL.....	117
4.4	OS PRINCÍPIOS ESTRUTURANTES DE CADA ABORDAGEM	123
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	132
	REFERÊNCIAS.....	137

INTRODUÇÃO

As motivações que impulsionaram esta pesquisa emergem das vivências profissionais e acadêmicas da autora, para quem o conhecimento matemático se constitui nas relações que os sujeitos estabelecem com o mundo, de modo histórico, social e culturalmente situado.¹

Esta investigação dá continuidade ao percurso iniciado na dissertação de mestrado (Marino, 2020), na qual são analisados elementos de uma prática avaliativa formativa compreendida como prática social, sob a perspectiva da Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa (TSME). Naquele estudo, evidencia-se que as interações sociais e as práticas culturais desempenham papel central nos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Entretanto, permaneceram questões em aberto, especialmente no que se refere à maneira como diferentes referenciais teóricos compreendem a relação entre realidade, contexto, ensino e conhecimento matemático. Se, por um lado, a Teoria Socioepistemológica possibilita aprofundar a análise da produção social do conhecimento, por outro, as questões decorrentes daquele estudo abrem espaço para examinar como outra tradição teórica compreende a organização do ensino e os processos de matematização, ampliando o horizonte analítico da investigação.

É nesse contexto que se insere a aproximação com a Educação Matemática Realística. A decisão de investigar um possível diálogo entre a Educação Matemática Realística (RME²) e a TSME apoia-se na trajetória acadêmica da autora, vinculada aos estudos em Socioepistemologia e nas discussões desenvolvidas no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMA³), partindo da hipótese de que ambas compartilham preocupações relativas à matemática como atividade humana, ao papel da realidade e aos processos pelos quais o conhecimento matemático

¹ A expressão "somos sujeitos históricos e culturalmente situados" destaca que cada pessoa é influenciada pelas condições históricas, culturais e sociais do tempo e lugar em que vive. Isso significa que nossa forma de pensar, aprender, agir e até mesmo de ver o mundo é moldada pelas experiências, práticas e valores que recebemos da sociedade e do período em que estamos inseridos.

² RME: sigla da expressão inglesa *Realistic Mathematics Education*.

³ Grupo de Estudo e Pesquisas em Educação Matemática e Avaliação <<https://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/>>

adquire significado.

A presente tese amplia o percurso anterior ao incorporar a RME como um possível referencial de análise e ao propor uma interlocução teórica entre essas duas perspectivas. Embora existam estudos que discutem isoladamente a RME e a TSME, bem como trabalhos que mencionam aproximações entre diferentes tradições da Educação Matemática, não se identificam pesquisas que realizem uma interlocução sistemática entre essas duas abordagens a partir de seus fundamentos. Essa interlocução revela-se necessária porque permite ampliar o horizonte analítico da Educação Matemática, articulando uma perspectiva didática orientada à reinvenção com uma perspectiva que problematiza a constituição social do conhecimento. Para verificar essa hipótese, examinam-se produções indexadas em bases como Scielo e Google Scholar, utilizando combinações de descritores como “Realistic Mathematics Education” *and* “Socioepistemology”, “RME” *and* “Teoria Socioepistemológica”, “Matemática Realística” *and* “Socioepistemologia”. A análise dos títulos, resumos e, quando necessário, dos textos completos, revelou a coexistência das abordagens no campo da Educação Matemática, mas não a construção de um diálogo estruturado entre elas que tome como eixo central a articulação de seus pressupostos. Essa constatação evidencia um espaço ainda inexplorado no campo, cuja investigação pode contribuir para ampliar a compreensão das relações entre ensino, produção do conhecimento matemático e suas dimensões sociais e culturais.

Tal interlocução é compreendida como um movimento reflexivo no qual o objetivo central consiste em analisar as aproximações, os distanciamentos e as especificidades entre a RME e a TSME, a partir de eixos analíticos que emergem da própria literatura.

Para fundamentar essa proposta, adota-se a noção de diálogo em sentido fenomenológico, uma vez que essa perspectiva enfatiza a intersubjetividade e a produção de sentido entre sujeitos, dimensões coerentes com a natureza teórica e interpretativa desta investigação, entendido como “troca recíproca de pensamentos através da qual se realiza a comunicação das consciências” (Japiassú; Marcondes, 2001, p. 54). Trata-se, portanto, de um movimento no qual eixos analíticos são colocados em interlocução, possibilitando que os conceitos de uma abordagem iluminem e tornem visíveis aspectos da outra,

produzindo novas compreensões.

A investigação organiza-se em torno de quatro eixos analíticos, selecionados por sua centralidade nas duas abordagens e por permitirem mapear, de forma articulada, as concepções de cada teoria sobre o sujeito que aprende, o papel do contexto, os processos de produção do conhecimento e os fundamentos que orientam a prática pedagógica: (1) a matemática como atividade humana; (2) o papel da realidade; (3) a matematização; e (4) os princípios de cada abordagem, que fundamentam suas concepções sobre o sujeito, o conhecimento e o ensino.

Enquanto a RME defende o ensino de matemática como um processo de reinvenção guiada, no qual a matematização progressiva constitui o movimento pelo qual os estudantes organizam e sistematizam ideias matemáticas a partir de situações realísticas (Freudenthal, 1991), a TSME investiga a constituição social dos saberes, enfatizando racionalidades contextualizadas e processos de ressignificação progressiva que explicam como o conhecimento é constituído e legitimado em diferentes práticas.

Nesse sentido, esta pesquisa assume caráter teórico, interpretativo e especulativo, cujo propósito consiste em elaborar e analisar um espaço de diálogo que ofereça outras lentes analíticas para compreender as relações entre a experiência do sujeito, a sistematização escolar do conhecimento e sua produção cultural no âmbito da RME e da TSME, a partir dos eixos definidos.

O problema de pesquisa que orienta esta tese é formulado nos seguintes termos: que configuração assume um diálogo entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa quando analisadas mediante os eixos da atividade humana, da realidade, da matematização e dos princípios que as fundamentam?

O objetivo geral consiste em elaborar e analisar esse diálogo, explicitando as aproximações, os distanciamentos e as complementaridades entre as duas perspectivas a partir dos eixos propostos.

Como objetivos específicos, pretende-se:

- identificar e inventariar aspectos da Educação Matemática Realística relativos aos eixos de análise presentes na literatura;

- identificar e inventariar aspectos da Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa relativos aos eixos de análise presentes na literatura;
- cotejar e analisar essas perspectivas à luz dos quatro eixos analíticos definidos;
- discutir as implicações teóricas decorrentes desse exercício de interlocução para o campo da Educação Matemática.

Para desenvolver essa proposta, além da introdução, este trabalho organiza-se em cinco capítulos e nas considerações finais.

O primeiro capítulo apresenta o percurso metodológico, caracterizando o estudo como uma investigação teórica de natureza interpretativa e especulativa, além de explicitar os procedimentos analíticos mobilizados.

No segundo capítulo apresenta-se a Educação Matemática Realística como abordagem para o ensino de matemática.

O terceiro capítulo apresenta a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa.

No quarto capítulo desenvolve-se o diálogo entre RME e TSME, organizado a partir dos eixos analíticos definidos para esta investigação.

Por fim, apresentam-se as considerações finais, nas quais se retoma o problema de pesquisa, as contribuições do estudo, seus limites e possibilidades que se abrem para futuras investigações.

1 MÉTODO

“esse tipo de pesquisa implica imaginar um problema colocar um problema de uma maneira nova para revelar coisas novas, um novo sentido, imaginar uma solução inédita⁴” (Martineau; Simard; Gauthier, 2001, p. 9).

Inspirada por essa concepção de investigação, a presente pesquisa desenvolve-se como um percurso qualitativo de caráter interpretativo e especulativo especulativo⁵ (Martineau; Simard; Gauthier, 2001), orientada à análise teórico-conceitual e ao diálogo crítico com a literatura especializada, não se apoiando na coleta de dados empíricos, mas na problematização sistemática de produções teóricas.

O corpus analítico foi de natureza intertextual⁶, constituído por textos de diferentes autores que fundamentam a Educação Matemática Realística e a Socioepistemologia, examinados à luz da interpretação da pesquisadora. Mais do que descrever tais referenciais, o estudo buscou colocá-los em interlocução sistemática, interrogando como cada abordagem produz sentidos sobre a atividade humana, a realidade, a matematização e a organização dos princípios didáticos.

A investigação configurou-se como um percurso teórico no qual a narrativa foi construída progressivamente a partir do confronto crítico entre textos, permitindo que conceitos, argumentos e ideias fossem interpretados, reorganizados e recontados à medida que o percurso da pesquisa avançou. A análise não decorreu da aplicação de um protocolo previamente estabelecido, mas constituiu-se como um processo reflexivo contínuo, em que a leitura, a escrita e a problematização teórica articularam-se de modo indissociável. Nesse movimento, cada aproximação construída entre RME e TSME produziu a necessidade de novos retornos às fontes, reconfigurando compreensões

⁴ Ce type de recherche implique d'imaginer un problème — poser un problème d'une manière nouvelle pour faire apparaître de nouvelles choses, un nouveau sens —, d'imaginer une solution inédite.

⁵ Especulação: estudo teórico, baseado predominantemente no raciocínio abstrato. Especular: buscar entender por meio da razão, teoricamente, refletir, teorizar.

⁶ Quando a investigação se apoia em afirmações provenientes de diferentes discursos, seja de vários autores, seja de um mesmo autor em contextos distintos, constitui-se um corpus intertextual, cuja organização exige considerar as condições de produção das enunciações, pois o sentido se constrói na interseção entre forma, conteúdo e contexto das afirmações (Van Der Maren, 1996).

anteriores e deslocando a própria formulação do diálogo.

As primeiras versões analíticas buscaram estabelecer correspondências diretas entre conceitos supostamente equivalentes. Contudo, ao longo do processo de escrita, tornou-se evidente que tais paralelismos reduziam a complexidade interna de cada abordagem. A partir dessa constatação, o percurso foi reformulado, passando a considerar que um mesmo princípio poderia estabelecer interlocuções múltiplas com diferentes elementos da outra abordagem. Essa configuração em rede sustentou a organização analítica apresentada no Capítulo 4.

1.1 FUNDAMENTOS DA PESQUISA TEÓRICA ESPECULATIVA

A escolha metodológica fundamentou-se na compreensão de que a pesquisa teórica e especulativa “visa produzir enunciados teóricos a partir de outros enunciados teóricos⁷” (Martineau; Simard; Gauthier, 2001, p. 4), não tendo como foco a coleta ou a análise de dados empíricos. Assim, o trabalho investigativo situa-se no campo das ideias, dos textos e das interpretações que, em si mesmas, constituem leituras do real.

No contexto desta tese, isso significou que o diálogo entre a RME e a TSME foi construído exclusivamente com base na leitura e na análise crítica de suas produções teóricas. O material examinado não foi tomado como um repositório estático de definições, mas como um espaço de negociação de significados, no qual cada noção foi recolocada à prova quando confrontada com a outra abordagem.

O percurso investigativo desenvolveu-se em dois movimentos distintos. No primeiro, realizou-se uma imersão nas obras de cada abordagem separadamente, buscando compreender sua coerência interna. Nessa fase, realizou-se a leitura cuidadosa dos textos da RME e da TSME, procurando apreender suas categorias centrais sem estabelecer, ainda, qualquer tentativa de aproximação. Somente após esse mergulho tornou-se possível iniciar o trabalho de travessia conceitual, identificando pontos em que uma abordagem

⁷ vise à produire des énoncés théoriques à partir d'autres énoncés théoriques.

iluminava, problematizava ou deslocava a outra.

No segundo movimento, iniciou-se a travessia conceitual. Esse procedimento consistiu em selecionar um eixo temático (por exemplo, “realidade”) e reconstruir, separadamente, como cada abordagem o conceitua, quais autores mobilizava, quais problemas buscava resolver e quais implicações didáticas decorriam dessa conceituação. Somente após essa reconstrução interna procedeu-se ao confronto entre os referenciais. Esse segundo movimento exigiu não apenas ler, mas também distanciar-se criticamente dos textos. Operou-se por meio de questionamentos sistemáticos: ao examinar um conceito na RME, interrogou-se como a TSME tratava uma problemática semelhante; ao identificar uma categoria na TSME, buscou-se em que termos a RME abordava uma questão análoga. Esse exercício de interrogação recíproca permitiu que as aproximações não fossem buscadas artificialmente, mas emergissem do confronto entre os modos de produzir significado de cada referencial (Martineau; Simard; Gauthier, 2001). Esse movimento encontra-se materializado no Capítulo 4, organizado em torno dos quatro eixos analíticos: atividade humana, realidade, matematização e princípios, nos quais as interlocuções construídas são explicitadas e sustentadas argumentativamente.

Foi a partir desses movimentos que se delinearam os quatro eixos organizadores do Capítulo 4: atividade humana, realidade, matematização e princípios. Esses eixos não foram definidos previamente, mas constituíram-se progressivamente a partir da recorrência temática identificada nas leituras, embora as primeiras aproximações já sinalizassem sua centralidade nas duas abordagens. Sua configuração final resultou do próprio percurso analítico, sendo simultaneamente ponto de partida e produto da investigação, organizada sem forçar equivalências conceituais.

1.2A FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A formulação do problema de pesquisa emergiu desse movimento interpretativo. O problema que orientou a tese foi formulado nos seguintes termos: que configuração assume um diálogo entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa quando analisadas pelos eixos da atividade humana, da realidade, da matematização e

dos princípios que as fundamentam? O problema não foi definido a priori, mas constituiu-se progressivamente à medida que as leituras e os confrontos entre os referenciais revelaram a complexidade de suas relações.

Conforme destacaram Martineau, Simard e Gauthier (2001, p. 8), “a tomada de consciência de um problema pressupõe necessariamente uma insatisfação em relação a um conjunto de ideias, teses, conhecimentos ou argumentações⁸”. No percurso desta investigação, a insatisfação que originou o problema não decorreu apenas da constatação de que não havia estudos comparando a RME e a TSME. Emergiu, sobretudo, da percepção de que, embora ambas as abordagens compartilhassem temas centrais como a crítica à matemática descontextualizada e a ênfase na atividade humana, seus modos de conceber e operar esses temas eram distintos em seus fundamentos e escalas de análise. A RME os organizou em princípios didáticos voltados à reinvenção guiada; a TSME os situou no campo das práticas sociais e da produção cultural do saber. Essa coexistência entre proximidade temática e diferença de enfoque revelou uma oportunidade teórica ainda não explicitada no campo da Educação Matemática, que demandou ser investigada não por meio de comparações superficiais, mas por meio de um diálogo que respeitasse a especificidade de cada referencial.

Essa oportunidade tornou-se mais evidente durante as primeiras tentativas de análise, ainda exploratórias, quando se buscou estabelecer equivalências diretas entre conceitos; por exemplo, aproximando “realidade” (RME) de “contexto sociocultural” (TSME), “atividade” de “prática social” e “reinvenção” de “ressignificação”. Tais tentativas mostraram-se insuficientes para explicar a complexidade e as particularidades de cada abordagem, pois reduziam noções que, em seus campos de origem, desempenham funções teóricas específicas e não intercambiáveis. A constatação de que essas equivalências produziram mais distorções do que esclarecimentos redirecionou a investigação: em vez de buscar correspondências lineares, passou-se a perseguir modos de articulação que fizessem justiça à arquitetura conceitual de cada teoria.

Foi a partir desse redirecionamento que o problema assumiu sua

⁸ la prise de conscience d'un problème suppose nécessairement une insatisfaction à l'égard d'un ensemble d'idées, de thèses, de connaissances ou d'argumentations.

formulação definitiva. A pergunta deixou de ser "quais conceitos de uma equivalem aos conceitos da outra?" e passou a ser: "que configuração de diálogo emerge quando a RME e a TSME são analisadas mediante os eixos comuns: da atividade humana, da realidade, da matematização, e dos princípios? Esse modo de problematizar, construído no próprio percurso da pesquisa, orientou a organização analítica do Capítulo 4 e sustentou a originalidade da tese: não propor uma síntese entre as abordagens, mas tornar visíveis seus modos próprios de produção de significado quando colocadas em interlocução sistemática.

1.3 O LUGAR DA INTERPRETAÇÃO E DA REESCRITA

Nesse tipo de investigação, a interpretação não foi neutra nem pré-determinada. Ela emergiu do posicionamento teórico e do horizonte de compreensão da pesquisadora, sendo reconfigurada à medida que novas leituras e confrontos foram realizados.

Ao longo do percurso, várias hipóteses iniciais de correspondência direta, como a aproximação entre realidade e racionalidade contextualizada, entre atividade e normatividade da prática social, entre matematização e ressignificação progressiva, ou ainda entre interatividade e legitimidade coletiva, mostraram-se simplificações excessivas. Diante disso, reformulou-se a abordagem analítica, passando a construir análises em rede, nas quais um princípio de uma abordagem dialogava simultaneamente com múltiplos princípios da outra.

Na prática, essa reformulação significou que, para cada princípio da RME, buscou-se identificar não um único correspondente na TSME, mas múltiplas conexões possíveis. Por exemplo, ao examinar o princípio da atividade na RME, reconheceu-se que ele poderia ser iluminado simultaneamente pelo princípio normativo da prática social, pela noção de racionalidade contextualizada e pelo relativismo epistemológico da TSME. Inversamente, ao analisar o princípio normativo da prática social na TSME, interrogou-se como a RME o operacionalizava por meio dos princípios da atividade, da interatividade e da orientação. Esse exercício de mapeamento de conexões múltiplas foi realizado para cada um dos quatro eixos temáticos, resultando em uma teia de relações

que fundamentou a análise apresentada no Capítulo 4.

A pesquisa especulativa visa mostrar, encenar, fazer escolhas e sustentá-las por meio de uma argumentação (Martineau; Simard; Gauthier, 2001). Foi exatamente essa mudança de perspectiva que tornou possível a elaboração dos quadros analíticos do Capítulo 4.

Refiro-me especificamente:

- (i) ao quadro sobre a matemática como atividade humana, que sistematizou as concepções de RME e TSME e explicitou o diálogo entre elas;
- (ii) ao quadro sobre o papel da realidade, que organizou as diferentes ênfases atribuídas por cada abordagem;
- (iii) ao quadro sobre a matematização, que apontou indícios das dimensões cognitiva, epistemológica e social do processo;
- (iv) ao quadro-síntese dos princípios, que materializou visualmente a análise em rede, conectando princípios da RME a princípios da TSME e explicitando os deslocamentos de foco analítico produzidos.

Eles não surgiram como instrumentos prévios, mas como resultado das reescritas sucessivas que buscaram dar forma visível às relações identificadas durante a travessia conceitual.

O conhecimento produzido nesta tese situou-se no campo do provável, do plausível e do argumentável, tendo sido construído a partir do confronto crítico entre textos, ideias e conceitos. No interior desta tese, isso significou justificar permanentemente por que determinadas aproximações foram mantidas, enquanto outras foram abandonadas, explicitando os critérios teóricos que orientaram tais decisões. Por exemplo, a aproximação entre o princípio da atividade (RME) e o princípio normativo da prática social (TSME) foi mantida porque ambas as noções enfatizaram o caráter constitutivo da ação na produção do conhecimento, ainda que em escalas distintas: a primeira no plano da aprendizagem escolar; a segunda no plano das práticas sociais. Já a tentativa inicial de equiparar diretamente "realidade" (RME) a "contexto sociocultural" (TSME) foi abandonada por reduzir a especificidade de cada conceito: na RME, a realidade opera como ponto de partida experiencial para a matematização; na

TSME, o contexto sociocultural é constitutivo do próprio saber, não apenas um cenário de aplicação. Essas decisões foram tomadas a partir da leitura confrontada dos textos e foram validadas pela coerência argumentativa que produziram no conjunto da análise.

A imaginação assumiu, nesse processo, um papel fundamental, não como exercício arbitrário, mas como condição para a produção de novas problematizações. No contexto desta tese, isso se traduziu em cada um dos quatro eixos analíticos:

No eixo da atividade humana, colocou-se o problema de como a ação do sujeito aprendiz poderia ser compreendida não apenas como atividade individual, mas como participação em práticas sociais, interrogando o que cada abordagem mantém, perde ou transforma quando deslocada para esse campo de questões.

- No eixo da atividade humana, colocou-se o problema de como a ação do sujeito aprendiz poderia ser compreendida não apenas como atividade individual, mas como participação em práticas sociais, interrogando o que cada abordagem mantém, perde ou transforma quando deslocada para esse campo de questões.
- No eixo da realidade, recolocou-se a pergunta sobre o papel dos contextos no ensino, interrogando se a realidade opera como ponto de partida motivacional (RME), como função constitutiva do saber (TSME), ou como ambos, a depender do referencial adotado.
- No eixo da matematização, recolocou-se o problema da progressão conceitual, interrogando se ela pode ser compreendida não como sequência de níveis predefinidos, mas como narrativa de ressignificações sucessivas.
- No eixo dos princípios, buscou-se construir uma forma analítica de organizar o diálogo: a análise em rede. Em vez de buscar correspondências lineares (princípio x = princípio y), foi elaborado um quadro que conecta cada princípio da RME a múltiplos princípios da TSME.

Os resultados dessas problematizações são desenvolvidos e sustentados argumentativamente no Capítulo 4. Nesta tese, isso se traduz na proposição de um diálogo que não visa à síntese entre RME e TSME, mas à explicitação crítica

de seus modos de produzir significados. Essa explicitação contribui para o campo da Educação Matemática ao tornar visíveis os deslocamentos de foco analítico entre as duas abordagens, ampliando as possibilidades de compreensão das relações entre ensino, cultura e produção do conhecimento matemático. O objetivo deixou de ser procurar equivalências e passou a consistir em mapear deslocamentos de foco, mudanças de escala analítica e redefinições do que passa a ser compreendido como conhecimento.

1.4 A CENTRALIDADE COMO CONSTITUIÇÃO DO OBJETO

A centralidade da escrita na pesquisa teórica e especulativa confere à análise um caráter discursivo e narrativo. Cabe ao pesquisador constituir, no próprio texto, o seu objeto de estudo. Plot (1986, p. 14) destaca que o pesquisador deve “constituir na escrita o seu ‘real’ de forma a que este pareça o mais convincente possível⁹”, o que implica a construção de um “real verossímil e aceitável” (Martineau; Simard; Gauthier, 2001, p. 4), isto é, a construção de uma narrativa que convença pela força dos argumentos e pela explicitação das escolhas analíticas, e não pela correspondência direta com dados empíricos.

Na materialização desta tese, esse princípio orientou a construção do Capítulo 4 da seguinte forma: cada eixo temático foi organizado como uma narrativa que apresenta primeiro a conceituação da RME, depois a da TSME e, em seguida, o diálogo entre elas. Essa estrutura não foi meramente expositiva; ela buscou tornar visível o percurso interpretativo da pesquisadora, evidenciando como as aproximações foram construídas, quais pontos de contato e distanciamento emergiram e como os deslocamentos de sentido foram operados. Os quadros analíticos, nesse contexto, funcionaram como sínteses visuais que conferiram materialidade ao diálogo, permitindo ao leitor acompanhar as conexões estabelecidas.

Essa perspectiva aproxima a investigação teórica daquilo que Schlanger (1983) denomina “obra intelectual”, compreendida como uma produção que articula três dimensões indissociáveis: cognitiva, discursiva e materializada em

⁹ constituer dans l'écriture son «réel» de manière à ce qu'il apparaisse le plus convaincant possible.

uma construção textual capaz de sobreviver ao seu autor (Martineau; Simard; Gauthier, 2001). No caso desta tese, a dimensão cognitiva corresponde ao percurso de leitura, interpretação e confronto conceitual descrito ao longo deste capítulo. A dimensão discursiva materializa-se na organização argumentativa do Capítulo 4, que busca convencer pela força dos argumentos e pela explicitação das escolhas analíticas. A dimensão materializada concretiza-se na própria existência do texto como produto acabado, uma construção que, espera-se, possa servir como referência para futuras investigações que pretendam colocar em diálogo referenciais teóricos da Educação Matemática.

Na presente investigação, o diálogo é construído por meio do confronto sistemático entre textos da RME e da TSME. Cada seção do diálogo resultou de sucessivas reescritas, nas quais interpretar, argumentar e recontar ocorreram de maneira simultânea e não sequencial. A escrita não funcionou como mero registro de descobertas prévias, mas como o próprio espaço de produção do conhecimento: foi durante o processo de escrita que as relações entre os conceitos se tornaram mais nítidas, que as inconsistências nas primeiras aproximações se revelaram e que novas possibilidades de articulação emergiram.

1.5 OS EIXOS METODOLÓGICOS: INTERPRETAR, ARGUMENTAR E RECONTAR

A operacionalização da pesquisa especulativa nesta tese organizou-se em torno de três eixos metodológicos fundamentais e interdependentes: interpretar, argumentar e recontar (Martineau; Simard; Gauthier, 2001). O Quadro 01 sintetiza como cada um desses eixos foi mobilizado ao longo do percurso analítico. Eles não funcionaram como etapas sequenciais, mas como movimentos permanentes que atravessaram toda a produção do Capítulo 4.

Quadro 01 – Operacionalização dos Eixos metodológicos na tese

Interpretar	Argumentar	Recontar
Este eixo constituiu a base da investigação e consistiu na imersão analítica nos textos. Na prática, interpretar significou que, para cada eixo temático (atividade humana, realidade, matematização e princípios), foi realizado um	Este eixo referiu-se à construção de razões que sustentam as interpretações e escolhas analíticas. Uma vez interpretados os modos de conceituar de cada abordagem em relação a um eixo temático, argumentar	Este eixo materializou a investigação na forma de uma obra intelectual. Recontar constituiu o processo de tecer a nova narrativa analítica. Na prática, significou organizar o diálogo em torno dos quatro eixos

duplo movimento: : ➤ primeiro, compreender como cada abordagem, em seus próprios termos, conceituou a questão; ➤ segundo perguntar continuamente: o que essa noção manteve quando foi deslocada para a outra abordagem? O que ela perdeu? O que transformou? A interpretação operou por meio de um trabalho de descontextualização e recontextualização, no qual os conceitos foram examinados em seus campos de origem para, então, serem colocados em diálogo. .	implicou justificar por que determinados encontros eram possíveis, enquanto outros produziram distorções teóricas. O trabalho argumentativo consistiu em: ➤ Sustentar as interpretações com base em evidências textuais dos autores. ➤ Identificar e justificar os pontos de convergência (aproximações de sentido), divergência (oposições ou distanciamentos) e especificidade (tratamentos singulares) entre RME e TSME. ➤ Antecipar objeções, reconhecendo o caráter não definitivo das conclusões e fortalecendo a tese por meio do diálogo crítico.	temáticos no Capítulo 4. O recontar materializou-se especialmente na construção dos quadros analíticos (atividade humana, realidade, matematização e princípios) e nas sínteses comparativas que encerram cada seção, nas quais o percurso interpretativo ganhou forma visível. A síntese do eixo da atividade humana, por exemplo, explicitou como a articulação entre a RME e a TSME permitiu compreender a ação do estudante como participação em práticas normadas. A síntese do eixo da realidade indicou o deslocamento da noção de contexto como motivação para contexto como constitutivo do saber. A síntese da matematização articulou níveis e ressignificação como movimentos complementares. O quadro-síntese dos princípios, por sua vez, materializou visualmente a análise em rede, conectando cada princípio da RME a múltiplos princípios da TSME. Para cada eixo, a narrativa foi construída apresentando, em separado, a conceituação da RME e depois a da TSME, para então, por meio da argumentação, analisar convergências, divergências e especificidades. A escrita, portanto, não foi um simples registro, mas a operação final do método, na qual o conhecimento foi sintetizado e ganhou coerência discursiva.
---	---	---

Fonte: Elaborado pela autora com base em Martineau, Simard e Gauthier (2001)

1.6 CORPUS ANALÍTICO E LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

O corpus analítico foi constituído por meio de um levantamento bibliográfico realizado em duas etapas complementares, visando contemplar

tanto os fundamentos teóricos quanto as produções mais recentes no campo da Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa e da Educação Matemática Realística.

1.6.1 Constituição do *Corpus* da TSME

Para a TSME, o *corpus* intertextual foi constituído prioritariamente pelas obras de Ricardo Cantoral, contemplando sua produção ao longo das décadas de 1990 a 2020. Foram selecionadas as produções de Cantoral e colaboradores que delinearam o programa socioepistemológico (Cantoral, 1987, 1990, 1995, 1998, 2001, 2003, 2004, 2005, 2006, 2008, 2010, 2011, 2013, 2014, 2015, 2016, 2018, 2020); (Cantoral; Farfán, 1990, 1998a, 1998b, 2003, 2008, 2008^a, 2009), (Cantoral; Molina; Sánchez, 2005), (Cantoral; Córdova, 2006). Posteriormente, ampliou-se a constituição do *corpus*, incorporando dissertações, teses e artigos de pesquisadores vinculados à TSME que aprofundaram, aplicaram ou expandiram seus princípios teórico-metodológicos. Este movimento incluiu: os trabalhos de Farfán (1993, 1997, 2012) e Farfán e Romero (2017); as contribuições de Cordero (1994, 2001, 2005, 2008); as investigações de Montiel e colaboradores (Montiel; Buendía, 2013), (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, 2015b); as pesquisas de Reyes-Gasperini e Cantoral (2014, 2016, 2017); Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014); os estudos de Caballero-Pérez e Cantoral (2017, 2017a); Márquez e Fonseca (2017); Monteiro, Groenwald e Cantoral (2018); Covián (2005); Ramírez (2009); Ferrari e Farfán (2008); Cordero (1994, 2001); Martínez (2005); Rocché (2013); Reyes e Reyes-Gasperini (2016); Crespo (2007); Gómez (2009); Gomez, Silva-Crocci, Cordero e Soto (2014).

1.6.2 Constituição do *Corpus* da RME

Para a RME, o *corpus* intertextual foi constituído de modo a contemplar seus princípios e desenvolvimentos contemporâneos. O núcleo gerador da RME foi estruturado a partir das obras de Hans Freudenthal (1968, 1971, 1973, 1981, 1981a, 1983, 1987, 1991). Foram igualmente incorporadas as contribuições de Koeno Gravemeijer (1994, 2002, 2008, 2016), incluindo produções em coautoria

com Michiel Doorman (1999), Jan Terwel (2000) e Paul Cobb (2006). Compuseram ainda o *corpus* as produções de Leen Streefland (1991, 1994, 2003), Adri Treffers (1987, 1991, 1993), inclusive em coautoria com Goffree (1985, 1994). Foram também considerados os trabalhos de Marja van den Heuvel-Panhuizen (1996, 2000, 2001, 2001^a, 2003, 2005, 2010); de Wim de Lange (1987); e de Erich Wittmann (2005). Integraram ainda o *corpus* investigações que analisaram desdobramentos da RME, como os trabalhos de Widjaja e Heck (2003), Nes (2009), Kwon (2002) e Smid (2023).

1.6.3 A Busca Sistemática em Bases Acadêmicas

Para mapear o desenvolvimento contemporâneo e assegurar a abrangência da revisão, realizou-se uma busca sistemática nas seguintes bases: SciELO, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, Google Scholar e Periódicos CAPES. Foram utilizados descritores em múltiplos idiomas:

- Para busca nos trabalhos em língua espanhola, foram utilizadas as expressões “*Socioepistemología*” e “*Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*”.
- Para busca nos trabalhos em língua inglesa, foram utilizadas as expressões “*Realistic Mathematics Education*”, “*realistic mathematics instruction*”, “*Socioepistemology*” e “*Socioepistemological theory of educational mathematics*”.
- Para busca nos trabalhos em língua holandesa, foi utilizada a expressão “*realistisch reken-wiskundeonderwijs*”.
- Para busca nos trabalhos em língua portuguesa (voltada à interlocução entre as abordagens), foram utilizadas as expressões “Educação Matemática Realística + Socioepistemologia” e “TSME + RME”.

Além disso, buscou-se, no catálogo de teses e dissertações da CAPES¹⁰, verificar se o tema já havia sido abordado em outros trabalhos. Para isso, utilizaram-se as expressões “Educação Matemática Realística + Socioepistemologia”, “Educação Matemática Realística + Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa” e “TSME + RME”. As buscas

¹⁰ Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Disponível em: <<http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>> Acesso: 19 de outubro de 2025.

resultaram em “Nenhum registro encontrado, para o termo buscado”. O mesmo procedimento foi realizado no catálogo de periódicos SCIELO¹¹, com os mesmos termos, obtendo-se como resultado em “Não foram encontrados documentos para sua pesquisa”.

Um aspecto relevante para a originalidade deste trabalho é que as buscas combinando os descritores das duas abordagens (por exemplo: "Educação Matemática Realística + Socioepistemologia") nas bases citadas resultaram em "nenhum registro encontrado". Essa constatação reforça a ausência de interlocução sistemática identificada e justifica a proposta de construir um diálogo entre a RME e a TSME. A ausência de registros prévios não foi tratada como vazio, mas como convite à produção de um espaço de interlocução.

A originalidade da investigação situa-se, assim, na adoção de uma perspectiva crítica em relação ao diálogo entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa na área da Educação Matemática. Tal perspectiva não se configura como um juízo avaliativo externo ou comparativo, mas como um procedimento metodológico fundamentado na análise interpretativa e argumentativa dos textos das duas abordagens. A originalidade da investigação constrói-se no próprio percurso analítico, à medida que o confronto conceitual explicita aproximações, distanciamentos e deslocamentos de sentido em relação aos eixos selecionados.

1.7 PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS

A análise do material selecionado organizou-se em torno de quatro eixos que emergiram progressivamente do percurso investigativo e estruturaram o diálogo construído neste estudo:

- i) a atividade humana;
- ii) a realidade;
- iii) a matematização;
- iv) os princípios de cada abordagem.

Para cada eixo, procedeu-se da seguinte forma: primeiramente, foram

¹¹ Scientific Electronic Library Online. Disponível em: <<https://scielo.org/>> Acesso: 16 de outubro de 2022.

realizadas leituras dos textos de cada abordagem em separado, identificando-se como cada uma conceituou o eixo em questão e extraíndo passagens representativas. Em seguida, essas passagens foram organizadas em agrupamentos conceituais, buscando-se reconhecer: (1) como cada abordagem definiu e sustentou seus conceitos; (2) onde ocorreram aproximações de sentido; (3) onde surgiram distanciamentos, divergências ou tratamentos distintos; e (4) quais elementos favoreceram ou dificultaram o diálogo.

A análise desenvolveu-se de forma iterativa: novas leituras levaram a reorganizações sucessivas, ajustes conceituais e revisões argumentativas. O processo não seguiu uma sequência linear, mas um movimento espiralado, em que interpretação, confronto e reescrita se entrelaçam. Muitas das formulações finais do diálogo só se tornaram possíveis após o abandono de tentativas iniciais de paralelismo simples entre conceitos.

O foco da análise não reside na proposição de práticas pedagógicas ou em uma integração entre as abordagens, mas na explicitação dos significados que cada uma produz em relação a esses eixos.

Em síntese, o Capítulo 4 não representa uma aplicação posterior do método, mas a própria materialização do percurso interpretativo. Cada seção ali apresentada corresponde a um ponto de estabilização provisória das leituras, isto é, a momentos em que a rede de relações entre RME e TSME alcançou coerência argumentativa suficiente para ser narrada.

1.8 CRITÉRIOS DE VALIDADE DA PESQUISA

O processo avaliativo desta pesquisa, por não se tratar de um estudo empírico, ocorreu no plano teórico-argumentativo e está diretamente vinculado à questão e aos objetivos do estudo. A validade do percurso metodológico e a consistência da análise foram asseguradas pelos seguintes critérios, que orientaram todo o desenvolvimento da investigação:

- **Força Argumentativa:** A capacidade de sustentar as interpretações por meio de argumentos coerentes e bem fundamentados na literatura especializada. Ao longo da análise, buscou-se permanentemente ancorar cada aproximação ou distanciamento identificado em passagens textuais dos autores, evitando afirmações sem suporte documental.

- **Coerência Interna:** A consistência lógica na articulação entre os eixos metodológicos (interpretar, argumentar, recontar) e os eixos temáticos (atividade humana, realidade, matematização, princípios). Assegurou-se essa coerência por meio de sucessivas revisões, verificando se as análises de cada eixo mantinham o rigor interpretativo e se as conclusões parciais não contradiziam o conjunto da argumentação.
- **Densidade Conceitual:** O rigor e a profundidade com que os conceitos de cada abordagem são examinados e confrontados. Para cada conceito central, buscou-se não apenas sua definição explícita, mas também seus usos em diferentes contextos textuais, suas transformações ao longo da obra dos autores e suas relações com outros conceitos do mesmo referencial.
- **Diálogo Crítico e Antecipação:** A capacidade do texto de antecipar objeções e dialogar criticamente com contra-argumentos, demonstrando a solidez da tese proposta. Na construção do Capítulo 4, procurou-se, para cada aproximação sugerida, considerar possíveis objeções que poderiam ser levantadas a partir da leitura de cada referencial, respondendo-as no próprio texto.
- **Clareza Narrativa:** A construção de uma narrativa analítica clara e articulada que torna explícito o diálogo proposto, respondendo de forma coesa ao problema de pesquisa. A organização do Capítulo 4 em seções dedicadas a cada eixo temático, com subseções que apresentam separadamente cada abordagem antes da análise, visa justamente a garantir essa clareza.

Desse modo, a avaliação do percurso metodológico, por tratar-se de investigação teórica e especulativa, não se fundamentou em critérios empíricos de validade, mas na força argumentativa, na coerência interna da análise e na capacidade do texto de constituir um real teórico com densidade argumentativa suficiente para sustentar as inferências realizadas. A legitimidade do diálogo proposto repousa na explicitação rigorosa das operações que o produziram: leituras, deslocamentos, abandonos de equivalência e reconstruções sucessivas, tornando o caminho percorrido tão visível quanto os resultados alcançados.

Este estudo não busca validar empiricamente hipóteses, propor

intervenções ou prescrever práticas. Seu foco é teórico e visa contribuir para o campo da Educação Matemática ao explicitar como a RME e a TSME compreendem temas concomitantes. Nesse sentido, a originalidade do trabalho situa-se na sistematização analítica do diálogo entre a RME e a TSME, diálogo que não foi identificado em produções acadêmicas anteriores nas bases consultadas.

Dessa forma, este capítulo delinea o percurso metodológico que fundamenta a análise apresentada no Capítulo 4, no qual os quatro eixos selecionados são examinados de maneira contrastiva e interpretativa, em consonância com o caráter especulativo da investigação proposta.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

“De fato, você gostaria de deixar o porto seguro das rotinas e se aventurar em mar aberto?¹²”
(Freudenthal, 1991, p. 51)

A Educação Matemática Realística (RME), é uma abordagem para o ensino da matemática cujo desenvolvimento foi inspirado, nas ideias e contribuições de Hans Freudenthal (1905 - 1990). Este capítulo apresenta, inicialmente, uma breve biografia de Hans Freudenthal e, na sequência, discutem-se fundamentos que deram origem à abordagem e que orientaram seu desenvolvimento no campo da Educação Matemática.

2.1 O PRECURSOR DA RME: HANS FREUDENTHAL

Hans Freudenthal foi um matemático e educador alemão, nascido no dia 17 de setembro de 1905 na cidade de Luckenwalde. Em 1923, ingressou na Universidade de Berlim para estudar Matemática e Física. Em 1927, ele conheceu um importante matemático holandês do século XX, Luitzen Egbertus Jan Brouwer, que ficou conhecido por ser o fundador da escola de Intuicionismo na Lógica Matemática e Teoria dos Conjuntos. Brouwer influenciou fortemente as ideias de Freudenthal. Em 1930, Freudenthal concluiu o doutorado sob a orientação de Heinz Hopf, com uma tese dedicada à Teoria dos Fins dos Grupos Topológicos.

Após defender sua tese em 1930, Freudenthal mudou-se para Amsterdã, para assumir uma posição como assistente de Brouwer na Universidade de Amsterdã.

Sua trajetória acadêmica nos Países Baixos foi interrompida durante a ocupação nazista, quando foi temporariamente afastado do trabalho por causa de suas raízes judaicas. Com o fim da guerra, retornou às atividades e continuou sua trajetória acadêmica como professor na Universidade de Utrecht (Países Baixos) até se aposentar em 1975.

A contribuição de Freudenthal para a formação da RME está diretamente

¹² Indeed, would you like to leave the safe harbour of routines and venture into the open sea?

relacionada à sua concepção de matemática e ao papel que atribuía ao ensino. Defendia que a matemática poderia ser compreendida como uma forma de organizar o mundo, e não como um corpo de conhecimentos prontos a serem transmitidos. Para ele, os estudantes precisariam aprender matemática porque essa aprendizagem lhes permite estruturar situações, interpretar fenômenos e atuar sobre a realidade.

A força globalmente estruturante, como a chamamos, deveria ser vivida através da realidade. Só assim poderemos ensinar uma matemática repleta de relações, poderemos ter a certeza de que o estudante integra a matemática que aprendeu e poderemos garantir a aplicabilidade da matemática aprendida. Assim ensinavam aritmética desde os tempos antigos e, de fato, a maioria dos que a aprenderam consegue aplicá-la (Freudenthal, 1973, pág. 132, tradução nossa)¹³.

Nesse trecho, Freudenthal (1973) ressalta a ideia de que o ensino da matemática precisa estar integrado à realidade dos estudantes, para que eles possam compreendê-la e aplicá-la. Sob essa perspectiva de ensino que busca interpretar e compreender a matemática, abordaremos temas relacionados a RME.

2.2 HISTÓRIA E DESENVOLVIMENTO DA RME

No final da década de 1960, nos Países Baixos inicia-se o desenvolvimento da abordagem ao ensino de Matemática conhecida como "Educação Matemática Realística". Impulsionados por questionamentos a respeito dos métodos de ensino da matemática nas escolas primárias, educadores holandeses, inspirados pelas ideias de Hans Freudenthal, procuravam criar uma proposta curricular que renovasse a Educação Matemática no país, adotando uma perspectiva de reforma educacional em contraste com o Movimento da Matemática Moderna (*New Math*), predominante em muitos países e caracterizado por uma abordagem estruturalista de ensino. A abordagem vigente de ensino era centrada na memorização de fórmulas e algoritmos, e estava sendo cada vez mais criticada por não ser relevante para a

¹³ The globally structuring force, as we called it, should be lived through reality. Only this way can we teach mathematics fraught with relations, can we be sure that the student integrates the mathematics he learned, and can we guarantee the applicability of learned mathematics. This way they taught arithmetic from olden times, and indeed, the majority of those who learned it can apply it.

vida cotidiana dos estudantes e por não estimular o entendimento dos conceitos matemáticos.

Em 1962, os opositores da "*New Math*", como Ahlfors, Birkhoff, Courant, Coxeter, Polya, Weil etc, publicaram o memorando *On the Mathematics Curriculum of the High School*, no qual alertavam para os riscos da formalização prematura. Nele, constam declarações como:

Portanto, introduzir novos conceitos sem um conhecimento suficiente de fatos concretos, introduzir conceitos unificadores onde não há experiência para unificar, ou insistir nos conceitos introduzidos sem aplicações concretas que desafiem os estudantes, é pior do que inútil: a formalização prematura pode levar à esterilidade; a introdução prematura de abstrações encontra resistência, especialmente de mentes críticas que, antes de aceitar uma abstração, desejam saber por que ela é relevante e como pode ser utilizada. A melhor maneira de orientar o desenvolvimento mental do indivíduo é deixá-lo refazer o desenvolvimento mental da raça - refazer suas grandes linhas, é claro, e não os mil erros de detalhe (Ahlfors et al., 1962, p. 190, tradução nossa)¹⁴.

Outro ponto a ser considerado é que a reforma holandesa do ensino da matemática foi provocada, em grande medida, pelo tipo de material que estava sendo exportado para a Holanda, vindo do movimento de reforma americano. O movimento de reforma holandês à abordagem mecanicista tradicionalmente vigente desejava oferecer uma alternativa à abordagem americana *New Math*, que já estava sendo adotada em alguns países por meio de livros traduzidos e que "ameaçava" influenciar a educação holandesa. Da mesma maneira, embora em menor grau, também buscava diferenciar-se dos métodos estruturalistas originários da França e da Bélgica e dos materiais empiricamente orientados da Grã-Bretanha (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

Foi nesse contexto que surgiu o projeto Wiskobas¹⁵, um projeto do CMLW (*Mathematics Curriculum Modernization Committee*) uma iniciativa educacional que buscava reformar o ensino da matemática nas escolas primárias holandesas. O nome "Wiskobas" era um acrônimo para "*Wiskunde Onderwijs op*

¹⁴ Therefore, to introduce new concepts without a sufficient background of concrete facts, to introduce unifying concepts where there is no experience to unify, or to harp on the introduced concepts without concrete applications which would challenge the students, is worse than useless: premature formalization may lead to sterility; premature introduction of abstractions meets resistance especially from critical minds who, before accepting an abstraction, wish to know why it is relevant and how it could be used. The best way to guide the mental development of the individual is to let him retrace the mental development of the race-retrace its great lines, of course, and not the thousand errors of detail.

¹⁵ Wiskobas é um acrônimo holandês para "Matemática na Escola Primária".

Basischool", que significa "Educação Matemática na Escola Primária" em holandês. Iniciado em 1968 por Wijdeveld e Goffree, e mais tarde em 1971 instalado no *Institute for Development of Mathematics Education* (IOWO), hoje chamado de Instituto Freudenthal, o projeto foi uma resposta holandesa à reforma do ensino da matemática denominada Matemática Moderna, movimento que teve sua origem na década de 1950 com o objetivo de reformar o ensino da matemática em escolas de Ensino Fundamental e Médio. Esse movimento impactou as práticas pedagógicas em diversos países e influenciou a forma como a matemática é ensinada até os dias de hoje.

O IOWO, na época, era presidido por Hans Freudenthal que, devido às suas ideias em direção divergente tanto da abordagem mecanicista quanto da abordagem estruturalista do ensino da matemática, impulsionou a reforma curricular nos Países Baixos, tendo como principal objetivo abandonar a abordagem mecanicista. No entanto, segundo Van Den Heuvel-Panhuizen (2010) a Holanda não adotou a abordagem empirista, predominante na educação matemática da Inglaterra, nem a abordagem estruturalista, que predominava nos EUA com o movimento New Math.

Insatisfeito com o ensino baseado nas abordagens tradicionalistas predominantes na época, Freudenthal (1968, 1983, 1991) incentivou um debate apresentando diversas ideias a respeito de como a Educação Matemática poderia ser conduzida. Para ele, a matemática é um meio de organizar uma situação, um assunto, que pode envolver a procura e a resolução de problemas, a conceituação de um tema estudado de um ponto de vista matemático (Freudenthal, 1971).

Nesse sentido, os questionamentos e convicções de Freudenthal a respeito do ensino da matemática concentraram-se na:

- matemática como Atividade Humana;
- o ensino e a aprendizagem orientados pelo Princípio de Reinvenção;
- a aprendizagem Matemática por meio da Matematização;
- a reinvenção guiada de ferramentas matemáticas por meio da Matematização Progressiva.

Essas ideias fundamentais estabeleceram as bases da RME, sendo posteriormente retomadas, aprofundadas e sistematizadas por pesquisadores

que deram continuidade ao legado de Freudenthal.

2.3 O REALÍSTICO

Embora o movimento da RME tenha início no final da década de 60, o termo “*realistic*” só foi utilizado no final dos anos 70 (Treffers, 1991). Comumente, o termo “realístico” é interpretado como algo relacionado à vida cotidiana ou à realidade que vivemos. No entanto, no contexto da abordagem Educação Matemática Realística (RME), o termo

'realístico' nem sempre é compreendido da forma como pretendemos. Às vezes, 'realístico' é entendido como 'realidade cotidiana' ou 'mundo vivido', enquanto isso, entendemos 'realístico' como 'significativo' e que 'realístico' se refere a 'perceber o que significa'. Realidade é então aquilo que você experimenta como realidade. Isso também pode ser matemática ou o mundo dos números. 'Realístico', no sentido de 'experimentar como real', refere-se a situações em que os estudantes sabem como agir de maneira significativa. Isso significa, por exemplo, que o que é percebido como real muda à medida que você aprende mais. O objetivo dos contextos é duplo. Trata-se tanto de dar significado quanto de fornecer pontos de partida para o raciocínio matemático (Gravemeijer, 2008, p. 4, tradução nossa)¹⁶.

Este trecho explora a complexidade da percepção da realidade e como ela se relaciona com a compreensão humana. Na RME, o termo “realístico” se refere a algo “significativo”, isto é, algo que faz sentido para os estudantes e que podem compreender e utilizar. Para esse autor, realidade é o que se experiencia, interpreta ou consegue tornar significativo em seu campo de compreensão, enfatizando a importância de atribuir significado à matemática e ao mundo dos números por meio de situações possíveis de serem, de alguma forma, percebidas, imaginadas ou reconstruídas pelos estudantes.

De acordo com Van den Heuvel-Panhuizen (1996, p.13), os

contextos não precisam necessariamente se referir a situações da vida real. O ponto importante é que eles possam ser organizados matematicamente e que os estudantes possam se colocar dentro deles. Os estudantes devem estar cientes tanto da situação quanto do

¹⁶ Het begrip ‘realistisch’ wordt niet altijd zo begrepen als wij het bedoelen. Soms wordt bij ‘realistisch’ aan ‘alledaagse werkelijkheid’ of ‘leefwereld’ gedacht, terwijl wij met reëel ‘betekenisvol’ menen en ‘realistisch’ op ‘zich realiseren wat de betekenis is’ duidt. Realiteit is dan wat je als realiteit ervaart. Dat kan ook wiskunde zijn of de wereld van de getallen. Bij ‘reëel’ in de zin van ‘als reëel ervaren’, gaat het om situaties waar de leerlingen weten hoe je zinvol kunt handelen. Een en ander betekent bijvoorbeeld dat wat als reëel wordt ervaren, verandert als je meer leert. Het doel van contexten daarbij is tweeledig. Het gaat bij contexten om zowel zingeving als om startpunten voor wiskundig redeneren.

problema correspondente e devem se imaginar na situação. É esse aspecto – o ‘imaginar-se’ – que deu à RME seu nome (Van den Brink, 1973, 1989; Wijdeveld, 1980, tradução nossa).¹⁷

O termo “realístico” refere-se não apenas à conexão com o mundo real, mas também à ênfase dada às situações que os estudantes podem imaginar e tornar significativas em sua experiência cognitiva. E com isso tornam-se reais na mente dos estudantes. “Aprender matemática é aprender a matematizar a realidade, tanto a realidade matemática quanto a realidade não matemática” (Freudenthal, 1991, p. 48, tradução nossa).

A tradução holandesa de “imaginar” é “*zich REALISE-ren*”¹⁸ [inbeelden] [zich realiseren], e é essa ênfase em tornar algo real na mente que dá o nome a Educação Matemática Realística (Van Heuvel-Panhuizen, 2000). Na tradução, opta-se pelo uso do termo “realístico”¹⁹ em vez de “realista” por se tratar de uma escolha voltada a designar situações possíveis de serem imaginadas pelo estudantes, e não necessariamente “reais” no sentido empírico. Nesse contexto, “realístico” refere-se à tentativa de conectar situações cotidianas e imagináveis à medida que o estudante interage com elas no processo de aprendizagem.

2.4 A MATEMÁTICA COMO ATIVIDADE HUMANA

A noção de matemática como atividade humana constitui uma ideia fundamental defendida por Freudenthal (1973, 1983, 1991). Para o autor, a matemática não poderia ser apresentada como um corpo fixo de verdades, pronta e acabada, mas como uma atividade que nasce da necessidade humana de organizar, interpretar e resolver problemas oriundos da realidade.

¹⁷ The contexts need not necessarily refer, however, to real life situations. The important point is that they can be organized mathematically and that the students can place themselves within them. The students must be aware of both the situation and the corresponding problem, and must image themselves in the situation. It is this aspect – the ‘imagining themselves’ – that gave RME its name (Van den Brink, 1973, 1989; Wijdeveld, 1980).

¹⁸ *zich REALISE-ren* [inbeelden] [zich realiseren] Eles significam a mesma coisa, a saber, ‘perceber’, ‘tornar-se ciente de’, mas ‘zich realiseren’ é um verbo reflexivo enquanto ‘beseffen’ não é. Há também o verbo holandês não reflexivo ‘realiseren’, que significa ‘trazer à existência’.

¹⁹ [...] foi traduzido, para o português, também pelo GEPEMA, para “realístico” ao invés de “realista”, porque parece estar mais relacionado ao significado de “imaginar”, “realizar”, “fazer ideia”, “tomar consciência de” (*realistic* no inglês) e, por sua vez, à possibilidade de “tornar real” na mente dos estudantes, o que sugere que os contextos ou situações nos quais estudantes se envolvem não precisam ser autenticamente “reais”, mas precisam ser imagináveis, realizáveis, concebíveis (Ferreira, 2013, p. 30).

Freudenthal (1991) parte do princípio de que a matemática é, antes de tudo, uma atividade humana em permanente construção. Nessa perspectiva, a matemática tem valor humano porque emerge de práticas humanas e retorna a elas como instrumento de compreensão e ação no mundo.

Freudenthal (1991) ao afirmar que “a matemática deve estar conectada à realidade, deve ser próxima dos estudantes”, ele não sugere apenas um critério pedagógico, mas expressa uma compreensão epistemológica: se a matemática é uma atividade humana, ela é, por definição, próxima dos sujeitos que a produzem. Ensinar matemática implica oferecer aos estudantes condições para reinventarem esse conhecimento por meio de sua própria atividade. Os estudantes devem participar de um processo orientado de reinvenção, em vez de serem tratados como meros destinatários de uma matemática pronta. (Freudenthal, 1991; Treffers, 1987; Van Den Heuvel-Panhuizen, 1996; Gravemeijer, 1994).

Dessa concepção decorrem diretrizes pedagógicas fundamentais: a matemática precisa estar conectada à realidade e necessita ser relevante para a sociedade para ter valor humano. (Freudenthal, 1991).

Segundo Freudenthal (1991, p. 15, tradução nossa) “a matemática como uma atividade de descoberta e organização em uma interação de conteúdo e forma”²⁰. Trata-se de uma atividade que ele previa consistir predominantemente na organização ou matematização de situações da realidade. Essas situações podem incluir problemas contextuais ou contextos matematicamente autênticos para os estudantes, nos quais eles lidam com o problema apresentado como relevante e real.

Essa atividade envolve dois movimentos complementares: (1) resolver e descobrir problemas e (2) organizar conteúdos, sejam eles provenientes da realidade ou da própria matemática. Essa organização ocorre quando o sujeito identifica padrões, representa situações, formula relações ou constrói modelos que permitam compreender melhor um fenômeno. Para Freudenthal (1991), esse modo de pensar não é exclusivo de matemáticos profissionais; trata-se de uma forma de pensamento que deve ser compartilhada pelos estudantes desde as séries iniciais.

²⁰ mathematics as an activity of discovering and organising in an interplay of content and form.

Desse modo, os estudantes, aprendem matemática ao matematizar situações, seja em contextos realísticos, seja por meio de sua própria atividade matemática. Em oposição a apresentação de conceitos e fórmulas prontas para serem memorizados e aplicadas mecanicamente, os estudantes são incentivados a explorar, investigar e descobrir os princípios matemáticos por si mesmos. Isso contrasta com a visão tradicional, que apresenta a matemática como um sistema fixo e fechado, cuja tarefa dos estudantes seria apenas aprender a reproduzir.

Autores como Gravemeijer (1994) e Heuvel-Panhuizen (1996, 2000, 2010) aprofundam essa concepção ao enfatizar que “fazer matemática” envolve criar estratégias próprias, explorar representações, reorganizar ideias e produzir ferramentas matemáticas que façam sentido para o estudante. Elaborar conhecimento, nesse contexto, significa construir relações e estruturas que permitam compreender situações matematicamente, compreender matemática significa reconhecer significados e propósitos para os conceitos estudados, aprender matemática implica participar do processo de organizar fenômenos não apenas aplicar regras previamente ensinadas.

Heuvel-Panhuizen (1996, p. 89, tradução nossa) destaca que, na perspectiva da RME, “o objetivo educacional principal é que os estudantes aprendam a fazer matemática como uma atividade”²¹. Nesse sentido, a ideia de “atividade matemática” significa que os estudantes participem da construção do seu próprio conhecimento matemático, resolvendo problemas, formulando conjecturas e desenvolvendo estratégias próprias para organizar, interpretar e resolver situações matemáticas. “Do ponto de vista do estudante, os problemas devem, portanto, ser acessíveis, convidativos e valer a pena resolver”²². (Heuvel-Panhuizen, 1996, p. 89, tradução nossa). Assim, o estudante deve fazer matemática partindo de fenômenos, isto é, a partir de situações que podem ser vividas, imaginadas ou reconstruídas em seu contexto cognitivo. Nessa perspectiva, eles são incentivados a compreender a matemática por meio de suas próprias experiências e interações com as situações que lhes são apresentadas, reforçando a ideia de que a matemática deve ser criada e recriada

²¹ the primary educational goal is that the students learn to do mathematics as an activity

²² From the point of view of the *student*, the problems must therefore be accessible, inviting, and worthwhile solving.

pelos próprios estudantes em vez de ser algo recebido de maneira passiva (Heuvel-Panhuizen, 1996; Gravemeijer, 1994; Gravemeijer; Doorman, 1999).

Ao lidar com essas situações, os estudantes desenvolvem ferramentas matemáticas (conceitos, métodos, estratégias), que não são apresentadas como produtos acabados. Essas ferramentas são aperfeiçoadas pelo estudante à medida que ele busca compreender o que enfrenta.

Essa concepção fundamenta a crítica de Freudenthal (1968, 1973, 1991) à prática de iniciar o ensino pela teoria para, somente depois, buscar aplicações. Para ele, esse movimento constitui uma “inversão antdidática”²³, pois contraria o modo como o conhecimento matemático é historicamente produzido, matemáticos não começam pela teoria; começam por problemas e situações que precisam ser compreendidas. A teoria emerge do processo de enfrentamento desses problemas. A crítica de Freudenthal é direcionada à ideia de ensinar conceitos matemáticos isoladamente, como se fossem entidades prontas e acabadas, para depois tentar conectá-los à realidade. Ele vê isso como uma abordagem que separa a matemática de sua relevância e da forma como ela foi criada, negligenciando que o conhecimento matemático, então, emerge do processo de lidar com esses problemas ou, na melhor hipótese, de resolvê-los.

Como afirma Freudenthal (1971, p. 413 – 414, tradução nossa):

É uma atividade de resolver problemas, de buscar problemas, mas também é uma atividade de organizar um conteúdo. Isso pode ser um conteúdo da realidade que precisa ser organizado de acordo com padrões matemáticos se problemas da realidade precisam ser resolvidos. Também pode ser um conteúdo matemático, novos ou antigos resultados, seus ou de outros, que precisam ser organizados de acordo com novas ideias, para serem melhor compreendidos, em um contexto mais amplo ou por meio de uma abordagem axiomática”²⁴.

²³ [...] para Freudenthal, a matemática era, antes de tudo, uma atividade, uma atividade *humana*, como ele enfatizava com frequência. Como matemático pesquisador, fazer matemática era mais importante para Freudenthal do que a matemática como um produto pronto. Em sua opinião, o mesmo deveria valer para a educação matemática: a educação matemática era um processo de fazer matemática que levava a um resultado, a matemática como um produto. Na educação matemática tradicional, o resultado das atividades matemáticas de *outros* era tomado como ponto de partida para a instrução, e Freudenthal (1973b) caracterizou isso como uma *inversão antdidática*. (Gravemeijer; Terwel, 2000, p. 780).

²⁴ It is an activity of solving problems, of looking for problems, but it is also an activity of organizing a subject matter. This can be a matter from reality which has to be organized according to mathematical patterns if problems from reality have to be solved. It can also be a mathematical matter, new or old results, of your own or others, which have to be organized according to new ideas, to be better understood, in a broader context, or by an axiomatic approach. (Freudenthal, 1971, p. 413 – 414, tradução nossa).

Assim, a matemática é compreendida como ação²⁵ e atividade, e não como um conjunto de respostas prontas. Na RME, a ação matemática é algo que o sujeito faz, uma atividade pela qual o indivíduo produz, cria, modifica e transforma, em vez de apenas receber conhecimento. Os conteúdos matemáticos emergem dos fenômenos que os estudantes exploram, e não o contrário. Consequentemente, aprender matemática significa vivenciar a matemática como uma atividade humana de inventar, reinventar, modelar, interpretar, discutir e formalizar.

Van Den Heuvel-Panhuizen (1996) reforça que, no âmbito da RME, o estudante deve "fazer matemática" partindo de fenômenos,²⁶ e ao lidar com eles, desenvolver instrumentos matemáticos necessários para esse lidar. Nesse contexto, "fazer matemática" não se reduz a dominar um corpo de conceitos já formalizados, mas refere-se a uma atividade humana na qual os estudantes produzem sentidos ao interagir com situações reais ou realísticas. A matemática escolar, nesse quadro, é compreendida como uma institucionalização posterior dessas produções.

Ao enfrentar os fenômenos propostos, os estudantes mobilizam e desenvolvem ferramentas matemáticas (conceitos, métodos, estratégias) para resolver problemas e compreender o que está em jogo. Essas ferramentas não são apresentadas de forma pronta, em vez disso, os estudantes as desenvolvem e aperfeiçoam à medida que trabalham com os fenômenos."

2.5 MATEMATIZAÇÃO VERTICAL E HORIZONTAL

Para Freudenthal (1968), a matematização é um processo, na qual se matematiza tanto a realidade quanto a própria matemática. Treffers (1978, 1987) expande essa ideia e, em suas pesquisas, distingue duas formas principais de matematização: a horizontal e a vertical.

Na componente horizontal a estrada para a matemática é pavimentada por meio da formação de modelos, esquematização e atalhos. A

²⁵ Ação, no sentido filosófico, refere-se à "atividade de um indivíduo da qual ele é expressamente a causa e pela qual modifica a si mesmo e o meio físico (opõe-se a paixão, passividade)." (Japiassú; Marcondes, 2001, p. 8).

²⁶ Tudo o que se observa na natureza; fato ou evento que pode ser descrito e para o qual busca-se uma explicação; "tudo o que é percebido, que aparece aos sentidos e à consciência".(Japiassú; Marcondes, 2001, p. 75).

componente vertical atua por meio do processamento matemático, aumentando o nível de estrutura no campo do problema correspondente. Sem dúvida, a separação de grupos de atividades nos dois componentes parece um tanto artificial (Treffers; Goffree, 1985, p. 109, tradução nossa)²⁷.

A matematização horizontal refere-se ao processo de transformar um problema do mundo real em uma forma que possa ser manipulada matematicamente. A matematização horizontal significa “[...] que o problema está esquematizado para ser manipulado por ferramentas matemáticas”²⁸ (Treffers; Goffree, 1985, p. 99, tradução nossa). Segundo Freudenthal (1991, p. 41, tradução nossa), “A matematização horizontal leva do mundo da vida ao mundo dos símbolos”²⁹. Esse tipo de matematização envolve a utilização de ferramentas matemáticas, a criação e o uso de modelos matemáticos para organizar e resolver problemas oriundos de contextos realísticos. Trata-se de interpretar e traduzir uma situação “real” para um formato que possa ser tratado matematicamente. Em outras palavras, é o ato de identificar os elementos relevantes de uma situação e organizá-los de maneira que possam ser abordados com ferramentas matemáticas, seja por meio da formação de um modelo, da esquematização ou da simbolização.

Por outro lado, a matematização vertical é o processo de reorganização no próprio sistema matemático. “No mundo da vida, vive-se, age-se (e sofre-se); no outro, símbolos são formados, reformados e manipulados, mecanicamente, de forma compreensiva, reflexiva; isso é matematização vertical. (Freudenthal, 1991, p. 41- 42, tradução nossa)³⁰.

A matematização vertical, de acordo com Treffers (1985, p. 99, tradução nossa)³¹, significa “o processamento matemático e a remodelação do problema do mundo real transformado em matemática”. Ou seja, refere-se ao processo de trabalhar dentro do mundo matemático para resolver o problema ou para reestruturar e entender melhor o problema em termos matemáticos. As ações de

²⁷ In the horizontal component, the road to mathematics is paved by means of model formation, schematization, and shortcutting. The vertical component acts by mathematical processing, raising the structure level in the corresponding problem field. No doubt the separating clusters of activities in the two components looks somewhat artificial.

²⁸ that the problem is schematised in order to be manipulated by mathematical tools.

²⁹ Horizontal mathematisation leads from the world of *life* to the world of *symbols*.

³⁰ In the other one symbols are shaped, reshaped, and manipulated, mechanically, comprehendingly, reflectingly; this is vertical mathematisation.

³¹ processing and refurbishing of the real-world problem transformed into mathematics.

organização dentro do próprio sistema matemático caracterizam a matematização vertical, isto é, a transformação de problemas do mundo real em representações simbólicas e a manipulação desses símbolos para resolver tais problemas, incluindo o uso de conceitos e operações matemáticas.

Treffers (1987) destaca que a matematização vertical aumenta o nível de estrutura de um sistema matemático. Ou seja, os estudantes tornam-se capazes de identificar conexões mais profundas e complexas entre diferentes conceitos matemáticos. Em vez de apenas reproduzir e aplicar fórmulas, eles desenvolvem novas formas de pensar matematicamente. Esse processo envolve abstrair as características essenciais de uma situação e utilizar ferramentas matemáticas para compreendê-la melhor. Dessa forma, os estudantes passam de um “entendimento superficial” para uma compreensão, em que não apenas sabem “como” resolver um problema, mas realmente entendem o “porquê” por trás dos conceitos envolvidos e da própria resolução.

Segundo Van den Heuvel-Panhuizen (1996, p. 11, tradução nossa)

[...] na matematização horizontal, os estudantes criam ferramentas matemáticas para ajudar a organizar e resolver um problema localizado em uma situação da vida real. A matematização vertical, por outro lado, é o processo de uma variedade de reorganizações e operações dentro do próprio sistema matemático³².

Freudenthal (1991), expressa preocupação em aceitar a divisão entre a matematização vertical e a matematização horizontal conforme proposta por Treffers (1987). Para ele não é possível distinguir rigidamente as duas componentes, atribuindo-lhes maior ou menor importância, pois não existe uma linha clara que as separe. Treffers (1987) também reconheceu que a diferenciação entre matematização horizontal e vertical é em certa medida artificial, já que ambas se desenvolvem de forma articulada no processo de aprendizagem matemática.

2.6 REINVENÇÃO GUIADA

Freudenthal (1991) argumenta que, no processo de ensino da

³² in horizontal mathematization, the students come up with mathematical tools to help organize and solve a problem located in a real-life situation. Vertical mathematization, on the other hand, is the process of a variety of reorganizations and operations within the mathematical system itself.

matemática, os estudantes devem ter a oportunidade de explorar conceitos matemáticos por conta própria, sob a orientação de seus professores, em vez de simplesmente reproduzirem o conhecimento matemático recebido. Para esse autor, aprender matemática significa reinventar o que já foi inventado antes pela humanidade, mas de uma maneira própria e nova para o estudante. Ou, como afirma: “O que chamei de reinvenção é frequentemente conhecido como invenção ou reinvenção”(Freudenthal, 1973, p. 120, tradução nossa)³³.

Freudenthal (1968, 1973, 1991) adota o termo o termo “invenção” porque ele abrange tanto a criação de novos conhecimentos quanto a organização e estruturação deles. A invenção não é apenas o ato de descobrir algo desconhecido, mas também de organizar e dar sentido aos novos conhecimentos.

[...] no contexto do ensino, no entanto, minha escolha de longa data foi "invenção", que abrange tanto o conteúdo quanto a forma, descoberta nova e organização. Invenções, conforme entendido aqui, são etapas nos processos de aprendizagem, o que é expresso pelo "re" em "reinvenção", enquanto o ambiente instrucional do processo de aprendizagem é indicado pelo adjetivo "guiada" (Freudenthal, 1991, p. 46, tradução nossa)³⁴.

Freudenthal (1991, p.48) aponta para o fato de o “re” de *reinvenção* remeter ao “estudante inventar algo que é novo para ele, mas conhecido pelo guia”³⁵ ou seja, espera-se que os estudantes encontrem algo que seja novo e desconhecido para eles e, preferencialmente, conhecido pelo professor. Nesse sentido, a ideia é que os estudantes possam redescobrir conceitos por meio de uma combinação de orientação e exploração própria (Freudenthal, 1991).

O termo "invenção" refere-se às etapas dos processos de aprendizagem, enquanto "guiada" diz respeito ao ambiente instrucional que direciona esses processos. Autores como Gravemeijer (1994) e Van den Heuvel-Panhuizen (1996, 2001, 2010) explicam que “reinvenção” não significa que estudantes produzam matemática formal inédita, mas que possam reconstruir, ideias que fazem sentido para eles, ainda que já conhecidas historicamente. Assim,

³³ What I have called re-invention, is often known as discovery or re discovery.

³⁴[...] in the context of teaching, however, my choice of long ago was “invention”, which embraces both content and form, fresh discovery and organisation. Inventions, as understood here, are steps in learning processes, which is accounted for by the “re” in reinvention, while the instructional environment of the learning process is pointed to by the adjective “guided”.

³⁵ The learner shall invent something that is new to him but well-known to the guide.

inventar é inventar para si, e não inventar para a humanidade.

Freudenthal (1991) discute como orientar os estudantes na aprendizagem da matemática, e apresenta questões fundamentais relacionadas a reinvenção guiada tais como: “orientar para onde?”, “orientar onde?” e “orientar como?”.

Ao discutir “Orientar *para onde?*”, Freudenthal (1991, p. 49, tradução nossa) menciona: “Como enfatizei a matemática como uma atividade, minha resposta à pergunta “para onde” será: para uma atividade”³⁶. O autor rejeita a ideia de orientar o estudante rumo a um currículo prescritivo de conteúdos e habilidades pré-formatadas. Em vez disso, ele enfatiza que o destino da orientação deve ser uma atividade, e não um conjunto estático de saberes:

[...] o estudantes deve reinventar a matematização em vez da matemática; a abstração em vez das abstrações; a esquematização em vez dos esquemas; a formalização em vez das fórmulas; a algoritmização em vez dos algoritmos; a verbalização em vez da linguagem - vamos parar por aqui, agora que está óbvio o que se quer dizer. Se o estudante for orientado a reinventar tudo isso, será mais fácil aprender, reter e transferir conhecimentos e habilidades valiosos do que se forem impostos. (Freudenthal, 1991, p. 49, tradução nossa)³⁷

Direcionar “para onde” significa guiar o estudante a reinventar, matematizar, abstrair, esquematizar, formalizar e algoritmizar, ou seja, o objetivo da aprendizagem matemática é a própria atividade de matematizar, e não somente fórmulas prontas. “Quando me perguntam “para onde” o estudante reinventor deveria ser orientado, minha resposta foi: para a matematização e seus vários aspectos”³⁸ (Freudenthal, 1991, p. 50, tradução nossa).

A pergunta “Orientar *onde?*” desloca a discussão para o espaço de origem do processo de matematização: a realidade do próprio estudante. Freudenthal (1991) defende que a orientação ocorra *onde* o aprendiz vive experiências, isto é, em situações reais, acessíveis e repletas de possibilidades de matematização horizontal e vertical. “A transitividade pode evoluir de uma experiência matemática horizontal para uma atividade matemática vertical, apenas para se tornar parte da própria realidade em longo prazo” (Freudenthal, 1991, p. 50).

³⁶ Since I stressed mathematics as an activity my answer to the question “where to?” will be: “to an activity”.

³⁷ the learner should reinvent mathematizing rather than mathematics; abstracting rather than abstractions; schematising rather than schemes; formalising rather than formulas; algorithmising rather than algorithms; verbalising rather than language let us stop here, now that it is obvious what is meant. If the learner is guided to reinvent all this, then valuable knowledge and abilities will more easily be learned retained, and transferred than if imposed.

³⁸ When asked “where to” the reinventing learner should be guided, my answer was: to mathematizing and its various aspects.

Para Freudenthal (1991, p. 55, tradução nossa) “orientar significa atingir um equilíbrio delicado entre a força do ensino e a liberdade do aprendizagem”³⁹. Orientar o processo de aprendizagem como um equilíbrio entre a intervenção do professor e a liberdade do estudante não significa ausência de direção, mas uma estrutura aberta que estimula a reinvenção. Ou seja, o “como” implica criar condições para que o estudante percorra um caminho de reinvenção guiada, no qual o professor intervém não oferecendo respostas, mas modelando perguntas, propondo “situações ricas”, incentivando estratégias informais, mediando interações e apoiando a passagem da matematização horizontal para a matematização vertical.

Para esclarecer como os estudantes podem ser guiados nesse processo, Freudenthal (1991) apresenta cinco princípios de orientação propostos por Treffers, que podem ser sintetizados da seguinte forma:

- a) Escolher situações de aprendizagem dentro da realidade atual do estudante, apropriadas para a matematização horizontal.
 - b) Oferecer meios e ferramentas para a matematização vertical.
 - c) Promover uma instrução interativa, em que professor e estudantes constroem significados em diálogo.
 - d) Incentivar a produção própria dos estudantes, permitindo que formulem soluções e até mesmo novos problemas.
 - e) Entrelaçar diferentes domínios ou áreas de aprendizagem matemática, articulando conteúdos e experiências ao longo do processo educativo.
- (Freudenthal, 1991, pp. 56 – 57, tradução nossa).

Percebe-se aqui um ponto essencial: a reinvenção guiada e a matematização são processos inseparáveis. Os estudantes reinventam matematizando: abstraindo (em vez de apenas memorizar abstrações), formalizando (em vez de apenas conhecer fórmulas), verbalizando (em vez de apenas usar linguagem matemática). Assim, reforça-se a crítica ao ensino tradicional, no qual a matemática é apresentada como sistema acabado, isolado da experiência dos estudantes.

Como afirma Heuvel-Panhuizen (2001, p. 11, tradução nossa), ao interpretar Freudenthal:

Os estudantes, em vez de serem os receptores de uma

³⁹ Guiding means striking a delicate balance between the force of teaching and the freedom of learning.

matemática pronta, são tratados como participantes ativos no processo educacional, em que eles próprios desenvolvem todos os tipos de ferramentas matemáticas e insights. Freudenthal (1973) chamou isso de princípio da reinvenção⁴⁰.

No ensino tradicional, a matemática é apresentada como uma disciplina pronta, excluindo a oportunidade de que os estudantes explorem e criem conceitos matemáticos por si mesmos. O foco está em apresentar a matemática como um conjunto fixo de regras e fórmulas a serem memorizadas, didaticamente o inverso proposto por Freudenthal.

Assim, na RME, reinventar não é reproduzir: é experimentar, organizar, explorar, construindo significado por meio da atividade matemática.

A Educação Matemática Realística intenta oportunizar um aprendizado ativo, no qual os estudantes são encorajados a construir e a reinventar o conhecimento matemático. Essa abordagem destaca a importância da experiência e da exploração em contextos significativos permitindo que a matemática se torne uma ferramenta cognitiva e cultural de interpretação do mundo (Gravemeijer, 1999; Van Den Heuvel-Panhuizen, 1996).

Na Educação Matemática Realística, o papel desempenhado por estudantes e professores é concebido de forma complementar. A aprendizagem se realiza na interação entre as ações de quem aprende e as ações de quem ensina. Nesse processo educativo da RME, duas atividades se complementam: a matematização, característica das ações dos estudantes ao organizar fenômenos matematicamente, e a didatização, inerente ao trabalho do professor ao selecionar e estruturar fenômenos que se oportunizam à organização matemática pelos estudantes (Ferreira, 2013).

Enquanto a tarefa dos estudantes é matematizar, isto é, organizar assuntos de maneira matemática, cabe ao professor realizar a didatização, processo de organizar fenômenos de forma a torná-los acessíveis à matematização pelos estudantes.

É nesse âmbito que Freudenthal (1983) introduz o conceito de fenomenologia didática, dedicado à exploração de fenômenos, permitindo a extração de objetos matemáticos. Para o autor, a fenomenologia didática

⁴⁰ The students, instead of being the receivers of ready-made mathematics, are treated as active participants in the educational process, in which they themselves develop all sorts of mathematical tools and insights. Freudenthal (1973) called this the 'reinvention principle'.

consiste no estudo da relação entre os fenômenos que o conceito matemático representa e o próprio conceito.

“Fenomenologia de um conceito, estrutura ou ideia matemática significa descrevê-lo em sua relação com os fenômenos para os quais foi criado e aos quais foi estendido no processo de aprendizagem da humanidade [...], [...] uma forma de mostrar ao professor os lugares onde o estudante pode entrar no processo de aprendizagem da humanidade. Não na sua história, mas no seu processo de aprendizagem que ainda continua, o que significa que os bicos sem saída devem ser cortados e as raízes vivas poupadas e reforçadas”⁴¹ (Freudenthal, 1983, p. IX, tradução nossa).

Estruturas e ideias matemáticas são criadas historicamente como ferramentas para organizar fenômenos do mundo físico, social e mental. (Freudenthal, 1983, 1991). Assim, para que o estudante atribua significado ao conhecimento matemático, é necessário que ele encontre motivos para sua existência nos fenômenos que a matemática busca organizar. Como afirma o autor:

O que uma fenomenologia didática pode fazer é preparar a abordagem inversa: partir daqueles fenômenos que imploram para serem organizados e desse ponto de partida ensinar o estudante a manipular esses meios de organização. A fenomenologia didática deve ser chamada para desenvolver planos para concretizar tal abordagem.⁴² (Freudenthal, 1983, p. 57, tradução nossa)

Aplicada aos processos de ensino e de aprendizagem, a fenomenologia didática proporciona aos professores a oportunidade de criar "lugares" ou "situações" nas quais os estudantes possam "reinventar" suas próprias matemáticas, por meio da exploração de fenômenos (Freudenthal, 1983).

Nesse sentido, o foco está em como as interpretações matemáticas tornam os fenômenos acessíveis ao raciocínio e ao cálculo, possibilitando que os estudantes compreendam a matemática como uma ferramenta para resolver problemas do mundo ao seu redor.

A fenomenologia didática visa identificar os fenômenos que podem ser organizados matematicamente e a forma como esses fenômenos podem motivar

⁴¹ Phenomenology of a mathematical concept, structure, or idea means describing it in its relation to the phenomena for which it was created, and to which it has been extended in the learning process of mankind.[...]

⁴² What a didactical phenomenology can do is to prepare the converse approach: starting from those phenomena that beg to be organised and from that starting point teaching the learner to manipulate these means of organising. Didactical phenomenology is to be called in to develop plans to realise such an approach.

a aprendizagem da matemática (Freudenthal, 1983). Nesse sentido, o processo de usar a matemática para entender e lidar com fenômenos, sejam eles situações do mundo real ou problemas específicos, inclusive matemáticos, concentra-se em como as interpretações matemáticas tornam os fenômenos acessíveis para raciocínio e cálculo. Ou seja, ao interpretar fenômenos por meio de uma “lente” matemática, eles se tornam mais claros e acessíveis para análise e resolução de problemas. A matemática fornece ferramentas para raciocinar sobre esses fenômenos e realizar cálculos precisos. Isso é crucial no ensino de matemática, pois possibilita aos estudantes compreenderem a matemática como uma ferramenta poderosa para compreender e resolver problemas no mundo ao seu redor.

Freudenthal (1983) apresentou o conceito de fenomenologia didática como uma heurística que, a partir da exploração de fenômenos, permite a extração de objetos matemáticos. Nesse sentido, a heurística é utilizada para descrever a maneira como os professores podem criar contextos ricos⁴³ para que os estudantes possam explorá-los e, por meio desses contextos, extrair os objetos matemáticos e compreender seus significados e aplicações. Isto é, o ensino da matemática deve ser um processo de descoberta e construção de conhecimento.

Freudenthal (1983) diferencia a fenomenologia, a fenomenologia didática e a fenomenologia genética, indicando que cada uma delas se ancora em um tipo distinto de conhecimento: enquanto a fenomenologia se ocupa da estrutura matemática como produto cognitivo, a fenomenologia didática trata o conhecimento como um processo de ensino e aprendizagem.

“No primeiro caso, uma estrutura matemática será tratada como um produto cognitivo [...]; no segundo caso, será tratada como uma questão de aprendizagem e ensino, ou seja, como um processo

⁴³ Os contextos ricos na perspectiva da RME referem-se a domínios da realidade disponibilizados ao estudante para que possam ser matematicamente organizados. De acordo com Freudenthal (1991), esses contextos devem manter vínculos com a realidade e proporcionar uma variedade de situações inter-relacionadas que estimulem a imaginação, a investigação e a reinvenção dos conceitos matemáticos. O autor categoriza diferentes tipos de contextos ricos, tais como: localizações (cenários ficcionais ou reais que agrupam múltiplas situações), histórias (sequências com estrutura temporal), projetos (criações práticas ancoradas na realidade), temas (eixos conceituais ligados a fenômenos reais) e recortes de mídia (situações extraídas do mundo publicado, que exigem análise e matematização). Assim, o contexto não é um adorno ou “ruído” que encobre a matemática, mas o próprio meio pelo qual o conhecimento ganha sentido, sendo a matemática o instrumento que possibilita sua interpretação (Freudenthal, 1991, tradução nossa).

cognitivo”⁴⁴ (Freudenthal, 1983, p. 10, tradução nossa).

O autor ainda ressalta que a fenomenologia didática é condição necessária para investigações psicológicas sobre aquisição matemática, pois sem essa análise prévia as pesquisas tornam-se “instantâneos isolados” e carecem de relação com o desenvolvimento contínuo do pensamento matemático nas novas gerações (Freudenthal, 1983).

2.7 PRINCÍPIOS DA RME

A Educação Matemática Realística é caracterizada por seis princípios formulados a partir da combinação dos níveis de aprendizagem matemática propostos por Van Hiele (1957, 1986) da fenomenologia didática de Freudenthal (1983) e da matematização progressiva de Treffers (1987). Esses princípios refletem uma visão específica da matemática como disciplina, como os estudantes aprendem matemática e como ela pode ser ensinada (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

Princípio da Atividade: refere-se à interpretação da matemática como uma atividade humana (Freudenthal, 1971, 1973). Em vez de conceber a matemática apenas como um conjunto de regras e fórmulas a serem memorizadas, em que os estudantes são meros receptores de uma matemática pronta, esse princípio destaca a importância de compreender a matemática como um processo de construção participativa, no qual os estudantes “desenvolvem todos os tipos de ferramentas e percepções matemáticas por si mesmos”⁴⁵ (Van Den Heuvel- Panhuizen, 2000, p. 5, tradução nossa).

Princípio da Realidade: ressalta que os estudantes devem ser capazes de organizar situações e fenômenos por meio da matemática. Para isso, é fundamental que o professor proponha contextos ricos que podem ser matematizados (Freudenthal, 1968, 1979), ou seja, situações que possam ser exploradas matematicamente, e cada uma dessas situações ofereçam oportunidades para a descoberta e aplicação de conceitos matemáticos. Nesse sentido “contextos” na RME vão além da inter-relação de circunstâncias que acompanham um fato ou uma situação. Na RME, contextos referem-se aos domínios da realidade que são apresentados aos estudantes para serem explorados e matematizados. Esses contextos são usados para conectar a matemática ao mundo real e tornar

⁴⁴ In the first case a mathematical structure will be dealt with as a cognitive product [...]; in the second case, it will be dealt with as a learning and teaching matter, that is as a cognitive process.

⁴⁵ develop all sorts of mathematical tools and insights by themselves.

o aprendizado mais significativo. Portanto, enquanto a inter-relação de circunstâncias pode ser parte do contexto, na RME, o foco está na utilização desses contextos como ponto de partida para a construção do conhecimento matemático. Segundo Van den Heuvel-Panhuizen (2000, p. 5)

Na RME, entretanto, esse princípio da realidade não é reconhecido apenas ao final do processo de aprendizagem, na área de aplicação, mas a realidade também é concebida como uma fonte para a aprendizagem da matemática. Assim como a matemática surgiu da matematização da realidade, a aprendizagem matemática também deve se originar na matematização da realidade⁴⁶.

Princípio de Níveis: os estudantes, no processo de aprendizagem, passam por diferentes níveis de compreensão. Eles começam com soluções informais (entendimento mais básico) relacionadas ao contexto e, com a ajuda de modelos, avançam para níveis mais complexos, ou seja, para um conhecimento mais abstrato e formal. Esse processo acontece de forma gradual; aos poucos, os estudantes vão para níveis mais avançados, começam a usar atalhos e formas de organização mais sofisticadas. Ao final, espera-se que eles compreendam os conceitos matemáticos mais complexos e consigam ver como diferentes ideias matemáticas se conectam. Para isso, os estudantes precisam refletir sobre o que fizeram e sobre como resolveram os problemas. Esse processo de reflexão é essencial para o aprendizado e pode ser estimulado por meio da interação com colegas ou professores.

No início, os modelos estão associados a situações específicas (modelo de). Com o tempo, os estudantes percebem que esse mesmo modelo pode ser utilizado em outras situações. Assim, o modelo se torna mais geral e aplicável a várias situações (modelo para) podendo ser utilizado para resolver uma variedade de problemas semelhantes, não necessariamente ligados ao contexto original.

Nesse sentido, os modelos servem como uma ponte que leva os estudantes de um entendimento mais simples e específico para um conhecimento mais amplo e abstrato. Para que isso funcione, os modelos precisam ser baseados em situações que os estudantes compreendam e com as quais se envolvem, mas também precisam ser flexíveis o suficiente para serem utilizada em níveis mais avançados da Matemática.

- **Princípio do Entrelaçamento:** envolve a compreensão de que a matemática, como disciplina escolar, não deveria ser dividida em áreas distintas. Isso significa que, em vez de dividir a matemática em partes

⁴⁶ In RME, however, this reality principle is not only recognizable at the end of the learning process in the area of application, reality is also conceived as a source for learning mathematics. Just as mathematics arose from the mathematization of reality, so must learning mathematics also originate in mathematizing reality.

separadas e distintas, na RME todas as áreas da matemática estão interconectadas e devem ser trabalhadas juntas. Dessa forma, é possível que os estudantes desenvolvam uma visão integrada da matemática. Isso significa que unidades de ensino como números e álgebra, geometria, trigonometria e medidas devem ser abordadas de forma interconectada, em vez de serem tratadas separadamente. Esse lidar com a matemática mais coerente e conectado, como argumenta Van den Heuvel-Panhuizen (1996), tópicos como percepção numérica, cálculos mentais, estimativas e algoritmos sejam ensinados de forma que mostrem como estão todos relacionados entre si. Dessa forma, os estudantes podem usar diferentes ferramentas matemáticas e conhecimentos que se complementam. A ideia é que a matemática se torne mais compreensível.

- **Princípio da Interatividade:** destaca a importância de os estudantes terem a oportunidade de compartilhar suas estratégias e invenções uns com os outros e com o professor, reconhecendo que a aprendizagem é uma atividade social (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010). É necessário que o professor ofereça, no ambiente escolar, oportunidades para que os estudantes possam compartilhar e discutir suas estratégias e invenções com outros estudantes. Ao compartilhar suas ideias e ouvir as dos outros, os estudantes podem obter novas perspectivas e aprimorar suas estratégias. Além disso, essa troca de ideias estimula a reflexão, o que ajuda os estudantes a alcançarem um nível mais alto de compreensão.
- **Princípio da Orientação:** implica que os estudantes devem ter a oportunidade "guiada" de reinventar a matemática. O papel do professor é orientar o estudante quando em processo de aprendizagem, para isso é fundamental criar um ambiente onde esse processo possa emergir, possibilitando aos estudantes desenvolverem seus próprios conhecimentos e ferramentas matemáticas.

Em conclusão, a Educação Matemática Realística considera a matemática como uma atividade humana que organiza, interpreta e pode transformar situações da realidade. Fundamentada nos princípios da atividade, da realidade, dos níveis, do entrelaçamento, da interatividade e da orientação, a RME busca integrar a matemática ao mundo vivido e percebido pelos estudantes, atribuindo sentido ao que é aprendido. Inspirada nas contribuições de Van Hiele (1957), Freudenthal (1968, 1971, 1973, 1983, 1991) e Treffers (1978, 1987), essa abordagem propõe a construção do conhecimento por meio da exploração de contextos realísticos, ou seja, situações que, embora não necessariamente empíricas, podem ser imaginadas e organizadas matematicamente pelos estudantes, tornando-se significativas em seu processo de aprendizagem, segundo Freudenthal (1971, 1973).

3 TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA

A Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa (TSME), ou Socioepistemologia, é uma perspectiva teórica desenvolvida no contexto latino-americano da Educação Matemática, a partir das pesquisas conduzidas por Ricardo Cantoral e colaboradores no Centro de Pesquisa e Estudos Avançados do Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN)⁴⁷, no México. Seu surgimento está ligado à expansão e consolidação da área na América Latina, particularmente a partir da década de 1990, momento em que se intensificaram as discussões sobre os processos de produção, difusão e validação do conhecimento matemático em diferentes contextos sociais. Nesse cenário, Cantoral desempenhou papel central, tanto na formulação quanto na institucionalização dessa abordagem no meio acadêmico.

A TSME constitui um referencial teórico que busca compreender a construção do conhecimento matemático considerando sua natureza situada, ou seja, analisando as interações entre as dimensões epistemológica, cognitiva, didática e social que emergem nas práticas humanas. Trata-se de uma abordagem que privilegia o estudo do conhecimento em uso, em contextos reais de atividade, e não apenas sua estrutura formal ou sua apresentação escolar.

Este capítulo apresenta, inicialmente, aspectos da trajetória acadêmica do pesquisador Ricardo Cantoral, para posteriormente discutir os elementos estruturantes da Socioepistemologia e sua inserção na Educação Matemática contemporânea.

3.1 O PRECURSOR DA TSME – RICARDO CANTORAL

Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza foi um matemático e pesquisador mexicano, nascido em 25 de agosto de 1958, na Cidade do México. Iniciou sua formação acadêmica na Universidade Autónoma de Guadalajara, onde concluiu a graduação em Matemática em 1982. No ano seguinte, ingressou no Centro de Investigación y de Estudios Avanzados do Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN), onde obteve o título de mestre em Ciências, com

⁴⁷ Centro de Investigación y de Estudios Avanzados do Instituto Politécnico Nacional

especialização em Educação Matemática, sob orientação de Luis E. Moreno Armella. Em 1990, concluiu o doutorado em Ciências com ênfase em Educação Matemática, também no CINVESTAV-IPN, sob orientação de Eugenio Filloy e Carlos Ímaz Jahnke, consolidando sua vinculação com a área da Educação Matemática.

Ainda no final da década de 1980, desenvolveu estudos doutorais no Departamento de Matemática da Universidade de Chicago, nos Estados Unidos, sob a supervisão de Raghavan Narasimhan, ampliando sua formação científica e seu contato com diferentes perspectivas internacionais de pesquisa. Entre 1993 e 1994, realizou pós-doutorado com Michèle Artigue, na Universidade Paris VII, na França, experiência que fortaleceu sua inserção no cenário internacional da Didática da Matemática.

Ao retornar ao México, Cantoral consolidou sua carreira no Departamento de Matemática Educativa do CINVESTAV-IPN, onde exerceu forte liderança acadêmica, ocupando cargos de coordenação e direção, além de atuar na formação de pesquisadores em nível de pós-graduação. Foi também membro do Sistema Nacional de Pesquisadores (SNI) e contribuiu para a estruturação de redes e grupos científicos que impulsionaram o desenvolvimento da Educação Matemática na América Latina.

Sua produção acadêmica inclui livros, artigos e comunicações científicas voltadas ao estudo da matemática em contextos de prática social, o que o tornou internacionalmente reconhecido. Ao longo de sua trajetória, recebeu prêmios e homenagens por sua contribuição ao avanço da área, sendo considerado uma das figuras centrais na institucionalização da Educação Matemática como campo científico no México e na América Latina.

Cantoral faleceu em 30 de dezembro de 2021, deixando um legado acadêmico fortemente associado ao desenvolvimento de uma perspectiva teórico-metodológica para investigar os processos de produção, difusão e construção do conhecimento matemático na sociedade. Essas contribuições fundamentaram o que passou a ser denominado TSME.

3.2 HISTÓRIA E DESENVOLVIMENTO DA TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ao analisarmos a palavra Socioepistemologia a partir de suas origens etimológicas “do latim *socialis* e do grego επιστήμη, episteme "conhecimento" ou "saber" e λόγος, logos, "raciocínio" ou "discurso" (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 8), evidencia-se a base conceitual sobre a qual essa abordagem teórica se desenvolve. O termo "sócio", que remete ao aspecto social ao aspecto coletivo, às interações humanas e à sociedade; "episteme", do grego, significa conhecimento; e "logos", também do grego, refere-se ao discurso, à razão ou estudo racional. Juntas, essas três palavras indicam que a Socioepistemologia “também conhecida como epistemologia das práticas ou filosofia das experiências, é um ramo da epistemologia que estuda a construção social do conhecimento”⁴⁸. Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 8).

Considerar essa concepção à Matemática, conforme apontam Cantoral, Montiel, Reys-Gasperini (2015b, p. 8) requer “um grande desafio, uma vez que as relações entre uma ciência formal e a vida em sociedade devem ser analisadas”. Ou seja, exige superar a visão tradicional da Matemática como uma ciência puramente formal, neutra e descontextualizada. A Socioepistemologia propõe analisar as relações entre o saber matemático e a vida em sociedade, compreendendo como esse saber emerge de práticas sociais, é apropriado por diferentes grupos e transformado ao longo do tempo.

A Socioepistemologia surgiu no final dos anos 1980, na escola mexicana de Educação Matemática, emergindo do campo da Matemática Educativa⁴⁹ (Monteiro; Groenwald; Cantoral, 2018). Sua origem remonta à tese de doutorado de Ricardo Cantoral Uriza, defendida em 1990, que explorou a ideia de que o conhecimento matemático é construído socialmente. Essa tese estabeleceu as bases para a teoria, que foi posteriormente ampliada por pesquisadores como Farfán (1993) e Cordero (1994), deram continuidade a essa linha de

⁴⁸ Etimológicamente, la Socioepistemología (del latín *socialis* y el griego επιστήμη, episteme, “conocimiento” o “saber”, y λόγος, logos, “razonamiento” o “discurso”), también conocida como epistemología de las prácticas o filosofía de las experiencias, es una rama de la epistemología que estudia la construcción social del conocimiento.

⁴⁹ O termo Matemática Educativa provém da proposta, que nasceu no CINVESTAV (México), de ensinar a Matemática desenvolvida pelos matemáticos puros no contexto escolar. (Monteiro; Groenwald; Cantoral, 2018, p. 408).

investigação, consolidando um programa de pesquisa sólido voltado à compreensão de como o conhecimento matemático é construído e difundido em contextos sociais e culturais, com

[...] a pretensão de alcançar uma aprendizagem significativa pela maioria dos estudantes em uma sala de aula. A ideia era dar significado a um resultado matemático derivado do *uso do conhecimento*, combatendo assim a evasão escolar e, nessa medida, a desigualdade social (Skovsmose 2019). Com esse objetivo, foram exploradas diferentes formas de pensamento matemático, tanto dentro quanto fora da sala de aula.⁵⁰ (Cantoral, 2020, p. 791, tradução nossa)

Desde sua origem, a Socioepistemologia tem como propósito fundamental “explorar formas de pensamento matemático, dentro e fora da sala de aula, que pudessem ser difundidas socialmente e caracterizadas para seu uso efetivo entre a população”⁵¹ (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 9).

Atualmente, a TSME postula que,

para lidar com a complexidade da natureza do saber matemático e seu funcionamento nos níveis cognitivo, didático, epistemológico e social, é necessário problematizar o saber, situando-o no contexto da vida do aprendiz. Isso exige o redesenho do discurso Matemático Escolar com base em práticas sociais⁵² (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 10).

As investigações conduzidas por esses pesquisadores ao longo das últimas décadas propõem um estudo da construção social do conhecimento matemático, levando em consideração os contextos históricos, culturais e institucionais que possibilitam a sua disseminação institucional. Como ressaltam Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 94, tradução nossa), essa abordagem envolve o:

[...] estudo minucioso dos contextos sociais e culturais vigentes nesses momentos históricos em que se constituiu um saber matemático

⁵⁰ [...] under the claim to achieve significant learning by most students in a classroom. The idea was to give meaning to a mathematical result derived from the use of knowledge, thus counteracting school dropout and, to that extent, social inequality (Skovsmose 2019). With this objective, different forms of mathematical thinking, both inside and outside the classroom, were explored.

⁵¹ [...] con el objetivo de atender colectivamente un problema mayor: explorar formas de pensamiento matemático, fuera y dentro del aula, que pudiesen difundirse socialmente y ser caracterizadas para su uso efectivo entre la población.

⁵² para atender la complejidad de la naturaleza del saber matemático y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social, se debe problematizar al saber situándolo en el entorno de la vida del aprendiz, lo que exige del rediseño del discurso Matemático Escolar con base en prácticas sociales

(historicizar), também se exploram outras formas de aproximação aos fenômenos de construção do conhecimento (dialektizar), delineando assim uma gama de diversidades e possibilidades que a abordagem Socioepistemológica proporciona ao campo da Matemática Educativa.⁵³

Assim, a TSME assume o compromisso de compreender a matemática em sua dimensão histórica, social e cultural, reconhecendo que o saber matemático não pode ser dissociado das práticas humanas que o originam, transformam e ressignificam. Isso significa considerar tanto os contextos nos quais os saberes emergem quanto os processos pelos quais são apropriados e institucionalizados.

Sob essa perspectiva, Cantoral (2004, p. 1, tradução nossa) define a Socioepistemologia como:

[...] uma epistemologia das práticas sociais relativas ao saber é uma abordagem teórica de natureza sistêmica que permite tratar os fenômenos de produção e difusão do saber a partir de uma perspectiva múltipla, pois articula em uma mesma unidade de análise as interações entre a epistemologia do conhecimento, sua dimensão sociocultural, os processos cognitivos que lhe estão associados e os mecanismos de sua institucionalização via educação⁵⁴.

A Teoria Socioepistemológica consolida-se, assim, como um marco teórico relevante, à medida que oferece instrumentos analíticos para compreender a matemática como uma construção social, situada historicamente e mediada culturalmente. Como afirmam Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 95, tradução nossa), a teoria fornece “[...] categorias, métodos e ferramentas para problematizar e organizar aqueles elementos de ordem sociocultural nos quais, afirmamos, foi formada a “cultura matemática” de nossa época”⁵⁵. Essa perspectiva torna-se fundamental para reconhecer que o ensino

⁵³ [...] estudio minucioso de los contextos sociales y culturales vigentes en esos momentos históricos en que se constituyó un saber matemático (historicizar), también se exploran otras formas de acercamiento a los fenómenos de construcción del conocimiento (dialektizar), delineando así una gama de diversidades y posibilidades que la aproximación socioepistemológica provee al campo de la Matemática Educativa.

⁵⁴ [...] epistemología de las prácticas sociales relativas al saber, es una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar con los fenómenos de producción y difusión del saber desde una perspectiva múltiple, pues articula en una misma unidad de análisis a las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos que le son asociados y los mecanismos de su institucionalización vía la enseñanza.

⁵⁵ En este sentido se instituyeron en este programa, como un marco teórico enriquecedor, ya que provee categorías, métodos y herramientas para problematizar y organizar aquellos elementos de orden sociocultural en el que, afirmamos, fue conformada la «cultura matemática» de nuestra época.

e a aprendizagem da matemática não podem ser dissociados dos contextos históricos e socioculturais que moldaram seu desenvolvimento.

Nesse contexto, a TSME dedica-se a compreender como o conhecimento matemático é socialmente construído e difundido por meio das instituições educativas. Trata-se de uma abordagem teórica fundamentada na contextualização histórica e cultural do saber, adotando um posicionamento relativista, voltado à funcionalidade dos conhecimentos e orientado por uma lógica pragmática, caracterizando-se, portanto, como uma teoria contextualizada, relativista, pragmática e funcional (Cantoral, 2003; 2004; 2005; 2008; 2009; 2013).

Para Cantoral (2015, p.172, tradução nossa), “a palavra Socioepistemologia estabelece, em si mesma, uma relação com o saber, uma analogia de natureza social que coloca o saber enquanto construção social do conhecimento no centro das análises”⁵⁶. Nessa direção, Marino (2020) interpreta a teoria como empírica, na medida em que busca compreender e analisar a realidade, os fenômenos sociais e educativos relacionados à construção do conhecimento matemático. Assim, a Socioepistemologia se reconhece como uma teoria local, situada no tempo e no espaço, voltada à compreensão da realidade sociocultural dos estudantes.

O desenvolvimento dessa abordagem teórica decorre da necessidade de repensar a forma como o ensino de matemática vinha sendo concebido. Como ressaltam Monteiro, Groenwald e Cantoral (2018, pg. 408) “a base de constituição do programa Socioepistemológico tem se dado sobre o entendimento e a construção de significados matemáticos.” Cantoral (2013) argumenta que a matemática deve ser entendida como parte integrante da cultura humana, um saber vivo, criado nas práticas sociais e recriado no espaço escolar:

a matemática não foi inventada para ser ensinada, mas, ainda assim, é ensinada por uma necessidade funcional: conservar o saber humano e potencializar as capacidades de ação diante de uma grande variedade de tarefas (Cantoral, 2013, p.28, tradução nossa)⁵⁷.

⁵⁶ La palabra Socioepistemología plantea en sí misma, una relación al saber, una analogía de naturaleza social que ubica al saber —en tanto construcción social del conocimiento— en el centro de los análisis.

⁵⁷ las matemáticas no inventaron para ser enseñadas y que sin embargo se enseñan por una necesidad funcional, conservar el saber humano y para potenciar las capacidades de acción ante una gran cantidad de tareas”.

Essa ideia contrapõe-se à concepção de que a matemática é um conhecimento pré-existente e fixo, cabendo ao professor apenas a tarefa de "transmiti-lo" aos estudantes. Para Cantoral (2013), a matemática, enquanto construção humana, emerge da necessidade de resolver problemas efetivos no mundo, e não com o propósito de ser formalmente ensinada. Ele enfatiza o papel funcional e social da matemática, que, além de ser um saber teórico, é uma ferramenta para a ação no mundo. O ensino, portanto, deve garantir não apenas a preservação desse saber, mas também sua utilidade para que os indivíduos possam agir no mundo e enfrentar os desafios do cotidiano.

Nesse contexto, a crítica à pretensão de neutralidade da Matemática como ciência formal é um dos fundamentos da abordagem contextualizada do ensino. Autores comprometidos com uma visão sociocultural defendem que o saber matemático está inserido em contextos históricos, culturais e sociais e, portanto, aquilo que conta como "matemática" em uma comunidade pode diferir em outra (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b; Voltolini; Kaiber, 2019).

Assim, como propõem Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 95, tradução nossa)⁵⁸, para compreender a Matemática de forma Socioepistemológica, implica questionar:

"[...] quais ideias, estratégias ou procedimentos matemáticos surgiram na mente do estudante antes que essas fossem propriamente ensinados e por quê, quais dessas ideias foram desenvolvidas no contexto de diversas culturas e em diferentes momentos, ou quais outras devem sua existência ao avanço tecnológico de uma época em particular".

Esse questionamento reafirma que o conhecimento matemático não é universal, fixo ou previamente pronto, mas um conjunto de práticas sociais que variam conforme contextos históricos e culturais.

O estudo dos mecanismos sociais que transformaram o "conhecimento" em "saber"⁵⁹ foi crucial para a constituição da TSME. Como afirma Cantoral (2014, p. 166, tradução nossa):

O saber, enquanto construção social do conhecimento, constitui-se por

⁵⁸ cuáles ideas, estrategias o procedimientos matemáticos surgieron en la mente del estudiante antes de que estas fueran propiamente enseñadas y por qué, cuáles de esas ideas fueron desarrolladas en el marco de diversas culturas y en diferentes momentos, o cuáles otras deben su existencia al adelanto tecnológico de una época en particular.

⁵⁹ A Socioepistemologia distingue "conhecimento" (entendido como conteúdo estático, formalizado e descontextualizado, como fórmulas ou definições) de "saber" (que engloba os usos, significados e processos sociais que legitimam esse conhecimento em práticas específicas). Essa diferenciação é central em teóricos como Cantoral (2013), para quem o "saber" emerge da interação entre sujeitos, culturas e necessidades históricas.

meio de processos deliberados para o uso compartilhado do conhecimento. Trata-se de mecanismos construtivos, altamente sofisticados e de natureza social, que produzem interações explícitas ou implícitas entre mente, conhecimento e cultura. Para analisar o saber, é necessário problematizá-lo. Especificamente, o saber refere-se à polifonia entre processos avançados de pensamento, epistemologia da Matemática e práticas humanas especializadas. Assim, o saber matemático [saber sobre algo] não pode ser reduzido a uma definição formal, declarativa ou relacional, como um conhecimento matemático [conhecimento de algo], mas deve considerar sua historicização e dialectização como mecanismos fundamentais de sua constituição⁶⁰ (Cantoral, 2014, p. 166, tradução nossa).

A TSME, ao ser influenciada pelas ideias humanistas como as de Paulo Freire, especialmente sua defesa da educação como prática da liberdade e da conscientização crítica, propõe uma Educação Matemática comprometida com a transformação da realidade.

Além de Freire, a TSME foi influenciada por

Piaget, Varela, Ímaz e Artigue; e igualmente por Struik, Koyré, Lakatos, Toulmin e Bachelard, por sua abordagem da história e da filosofia da matemática ou, de forma mais ampla, da epistemologia da ciência, com foco em aspectos contextuais, conceituais e processuais, em vez de realizações e progresso no campo conceitual. Esses autores foram fundamentais para o desenvolvimento do programa socioepistemológico. Eles nos ajudaram a explorar como entender a aprendizagem matemática sem atribuir um senso de verdade absoluto e universal (*programa dedutivista*) ou uma única racionalidade válida (*racionalidade positivista*). A partir dessa posição, foi argumentado que a evolução de uma teoria científica não vem do acúmulo de fatos ordenados, mas da luta entre paradigmas, o que apontou para o potencial intelectual da noção de mudança⁶¹ (Cantoral, 2014, p. 161, tradução nossa).

Esses autores, ao priorizarem análises contextuais e processuais da

⁶⁰ El saber, como construcción social del conocimiento, se constituye mediante procesos deliberados para el uso compartido de conocimiento. Se trata de mecanismos constructivos, altamente sofisticados y de carácter social, que producen interacciones, explícitas o implícitas, entre mente, conocimiento y cultura. Para el análisis del saber, éste debe problematizarse. Específicamente, el saber trata de la polifonía entre procesos avanzados de pensamiento, epistemología de las Matemáticas y prácticas humanas especializadas. Así, el saber matemático [saber sobre algo], no puede reducirse a una definición formal, declarativa o relacional, a un conocimiento matemático [conocimiento de algo], sino que habrá de ocuparse de su *historización* y *dialectización* como mecanismos fundamentales de constitución.

⁶¹ Freire, Piaget, Varela, Ímaz y Artigue; y con la misma fuerza Struik, Koyré, Lakatos, Toulmin y Bachelard, por su enfoque de la historia y la filosofía de las matemáticas, o más ampliamente de la epistemología de las ciencias, centrado en aspectos contextuales, conceptuales y procedimentales, más que en logros y progresos en el terreno conceptual. Estos autores resultaron cruciales para el desarrollo del programa socioepistemológico. Nos ayudaron a explorar cómo entender el aprendizaje matemático sin atribuir un sentido de verdad absoluto y universal (*programa deductivista*) o una única racionalidad válida (*racionalidad positivista*). Desde esta posición, se argumentó que la evolución de una teoría científica no proviene de la acumulación de hechos ordenados, sino de la lucha entre paradigmas, lo cual señaló el potencial intelectual de la noción de cambio.

ciência em detrimento de visões dogmáticas (como o dedutivismo ou o positivismo), reforçaram a ideia de que o conhecimento matemático se desenvolve por conflitos paradigmáticos, não por progresso linear (Cantoral, 2014). Essa síntese teórica foi crucial para a TSME, que passou a enxergar a aprendizagem como uma construção dinâmica, situada em práticas sociais e históricas.

A ideia central de que “conhecer é viver” expressa essa perspectiva: compreender o mundo matematicamente é também uma forma de agir sobre ele. Assim, o ensino da matemática deve possibilitar que os sujeitos se reconheçam como produtores de saberes e agentes de transformação social (Cantoral et al., 2014).

Com isso, na perspectiva freiriana, sempre se buscou, sob este programa, que a ação educativa transforme a realidade para melhorá-la, constituindo assim uma educação para a liberdade: conhecer é viver (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014, p. 95. Tradução nossa)⁶².

Nessa direção, “surge aqui a primeira afirmação do programa Socioepistemológico: a Matemática, enquanto construção humana, também recria - à sua maneira - a própria vida.” (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014, p. 96. Tradução nossa)⁶³. Essa premissa reforça que a matemática é uma criação humana que reflete e auxilia na compreensão da vida e das necessidades das pessoas. Para que ocorra a passagem de “conhecimento” (o que se sabe de forma básica) para “saber” (compreensão profunda), a matemática deve atender a alguma necessidade fundamental do ser humano. A TSME considera fundamental compreender os processos sociais, culturais e históricos que atribuem significado ao conhecimento matemático. Nessa perspectiva, o “conhecimento” refere-se, de maneira geral, ao domínio de informações, procedimentos ou conceitos matemáticos, enquanto o “saber” envolve uma construção social mais ampla, vinculada aos usos, às práticas e às formas de significação produzidas coletivamente. Assim, um conhecimento matemático transforma-se em saber quando passa a ser compartilhado, legitimado e utilizado em diferentes práticas sociais.

⁶² Con ello, en la tesitura freiriana, se ha buscado siempre bajo este programa que la acción educativa transforme la realidad para mejorarla, constituyendo así una educación para la libertad: conocer es vivir.

⁶³ He aquí que emerge la primera afirmación del programa socioepistemológico: la Matemática, en tanto creación humana, recrea también -a su manera- la vida misma.

Essa distinção é central na Socioepistemologia, pois evidencia que o saber matemático não pode ser reduzido à sua definição formal ou escolarizada. Ele envolve práticas, contextos, intencionalidades e formas de uso socialmente constituídas. Como afirma Cantoral (2014), o saber resulta de processos históricos e culturais que articulam pensamento, linguagem, ação e práticas humanas especializadas. Nesse sentido, a descentralização do objeto matemático não significa abandonar o conceito matemático em si, mas compreendê-lo em articulação com as práticas sociais que lhe conferem funcionalidade e significado.

A TSME representa uma visão inovadora e crítica da Educação Matemática, propondo uma maneira contextualizada de entender e ensinar matemática. Assume que o conhecimento é formado e compartilhado em práticas sociais, enfatizando que o aprendizado matemático deve estar enraizado na cultura e nas experiências dos estudantes. Com isso, torna-se importante compreender como a Matemática Educativa é concebida na Socioepistemologia, diferenciando-se da Matemática e da matemática escolar.

3.3 MATEMÁTICA, MATEMÁTICA ESCOLAR E MATEMÁTICA EDUCATIVA

A distinção entre Matemática, matemática escolar e Matemática Educativa é central para compreender o enquadramento epistemológico da Socioepistemologia. Como afirmam Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 103, tradução nossa),

Com *Matemática*, como se pode perceber, faz-se referência a um ramo do saber científico estabelecido, com sólidos critérios de verdade e comunidades internacionalmente robustas; a *matemática escolar* é um subproduto derivado dos processos de transposição para o âmbito escolar e é, por assim dizer, uma encenação fictícia da primeira no ambiente de sala de aula; por fim, a *Matemática Educativa* é vista como uma disciplina científica que estuda fenômenos didáticos ligados ao saber matemático⁶⁴

Nesse sentido, Cantoral (1995) enfatiza que a Matemática Educativa não

⁶⁴ Con *Matemática*, como se puede advertir, se alude a una rama del saber científico establecido, con sólidos criterios de verdad y comunidades internacionalmente robustas; *matemática escolar* es un subproducto derivado de los procesos de transposición hacia el ámbito escolar y es, por así decirlo, una escenificación ficticia del primero en el ambiente áulico; *Matemática Educativa*, finalmente es vista como una disciplina científica que estudia fenómenos didácticos ligados al saber matemático.

se confunde com o ensino da matemática, tampouco a matemática escolar deve ser entendida como uma simples simplificação da matemática formal. Seu foco recai sobre os processos de transmissão, aquisição e uso dos conteúdos matemáticos em situações educativas. Isso implica deslocar o olhar da busca por métodos ideais de ensino de noções previamente estabelecidas para a investigação das condições que favorecem a constituição de práticas matemáticas significativas (Cantoral, 1995; 2013).

A Matemática Educativa não é o ensino da matemática, nem a matemática escolar uma simplificação da matemática." Seu objeto de estudo são "os processos de transmissão e aquisição dos diferentes conteúdos matemáticos em situação escolar." [...] "Não nos limitamos à busca de uma 'boa maneira de ensinar' uma certa noção previamente fixada, mas nos permitimos assumir como objeto de estudo, por exemplo, a organização de uma atividade cuja intenção declarada seja a aprendizagem de um determinado saber"⁶⁵ (Cantoral, 1995, p. 2, tradução nossa).

Desse modo, segundo Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 104, tradução nossa), "deve-se reconhecer que um docente tem como objeto de ensino a matemática escolar, não propriamente a matemática"⁶⁶. Nessa lógica, "o matemático educativo, então, não apenas discute como ensinar, mas o que ensinar, a quem ensinar e quando ensinar"⁶⁷.

Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014) afirmam que a Matemática Educativa se configura como uma disciplina acadêmica que busca a democratização da aprendizagem da Matemática. Conforme os autores, o problema central no âmbito educativo não reside na apreensão individual de objetos abstratos, mas sim na "democratização da aprendizagem, isto é, em que os estudantes, enquanto cidadãos, desfrutem e participem da cultura matemática enraizada em suas próprias vidas"⁶⁸ (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014, p. 93, tradução nossa). Nessa perspectiva, o foco desloca-se da

⁶⁵ La Matemática Educativa no es la enseñanza de la matemática, ni la matemática escolar una simplificación de la matemática". Su objeto de estudio son "los procesos de transmisión y adquisición de los diferentes contenidos matemáticos en situación escolar." [...] "No nos reducimos a la búsqueda de una "buena manera de enseñar" una cierta noción previamente fijada, sino que nos permitimos asumir como objeto de estudio, por ejemplo, la organización de una actividad cuya intención declarada sea el aprendizaje de un cierto saber".

⁶⁶ [...] reconocer que un docente tiene como objeto de enseñanza a la matemática escolar, no propiamente a las matemáticas.

⁶⁷ matemático educativo entonces no sólo discute cómo enseñar, sino qué enseñar, a quién enseñar y cuándo enseñar.

⁶⁸ la democratización del aprendizaje, es decir, que los estudiantes, en tanto ciudadanos, disfruten y participen de la cultura matemática enraizada en sus propias vidas.

tentativa de explicar por que os estudantes não aprendem para o esforço de criar condições para que todos compreendam e se envolvam com a Matemática, reconhecendo seu papel e relevância em suas vidas. Trata-se, portanto, de uma disciplina comprometida com a transformação da realidade educativa, ampliando o espaço da sala de aula para além dos limites físicos e disciplinares, e integrando as experiências dos estudantes ao processo de ensino-aprendizagem (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014).

Nesse contexto, Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 105, tradução nossa) reforçam que:

o importante não é ensinar os resultados de uma atividade, mas comunicar a própria atividade e, por isso, assumimos que os estudantes devem aprender matematizando, organizando e reorganizando sua realidade, realidade que não se restringe à Física, Biologia ou Sociedade, mas abrange toda realidade imaginável ou razoável para os próprios estudantes. Portanto, consideramos a própria vida do estudante como fonte de conhecimento e, de forma mais ampla, como principal origem para a busca de contextos e situações que gerem a necessidade de organizar matematicamente realidades relacionadas à história evolutiva, social e cultural da espécie humana. Isso posiciona o saber matemático no âmbito social e cultural e, nessa medida, interessa-se por desvendar os mistérios da construção social do conhecimento⁶⁹.

Essa perspectiva desloca o foco do ensino tradicional, centrado na mera “transmissão” de conteúdos prontos, para uma abordagem que valoriza os processos de construção do conhecimento a partir da realidade vivida pelos estudantes, ou seja, uma abordagem centrada na aprendizagem por meio da matematização dessa realidade. Assim, o conhecimento matemático deixa de ser tratado como neutro e universal, sendo compreendido como um saber historicamente situado e socialmente produzido.

A TSME busca possíveis inovações que permitam enfrentar os entraves que possam surgir no processo educativo. Trata-se de uma teoria voltada para a intervenção, que procura intervir para transformar, democratizando a

⁶⁹ En ese sentido lo importante no es enseñar los resultados de una actividad, sino comunicar a la actividad misma, y por ello, asumimos, los estudiantes deben aprender matematizando, organizando y reorganizando su realidad, realidad que no se restringe a la Física, Biología o Sociedad sino a toda aquella *realidad imaginable* o *razonable* para los propios estudiantes. Por tanto, consideramos a la propia vida del estudiante como fuente del conocimiento y más ampliamente como fuente principal para la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad realidades a ser organizadas matematicamente a la propia historia evolutiva, social y cultural de la especie humana. Sitúa al saber matemático en el ámbito social y cultural y en esa medida se interesa por develar los misterios de la construcción social del conocimiento.

aprendizagem e tornando-a acessível. Isso significa, entre outras coisas, ampliar o espaço da sala de aula para além dos limites físicos e disciplinares, integrando experiências da vida dos estudantes ao processo de ensino-aprendizagem.

O Sistema teórico da Socioepistemologia se ocupa do problema que levanta a constituição do ensino matemático entre a população; trata-se de uma teoria cujas construções são elaborações com forte base empírica e que assume a legitimidade de toda forma de ensino, seja este popular, técnico ou culto, porque todas essas formas juntas formam a sabedoria humana (Cantoral; 2015, p.171, tradução nossa).

Nesse sentido, conforme apontam Cantoral et al. (2006, p. 86, tradução nossa), a Socioepistemologia

[...] ocupa-se, especificamente, do problema relacionado à construção social do conhecimento matemático e de sua difusão institucional. Considerando que esse conhecimento só adquire o status de saber quando é constituído socialmente, em contextos não escolares, sua difusão para e a partir do sistema de ensino exige uma série de modificações que afetam diretamente sua estrutura e seu funcionamento, impactando também as relações estabelecidas entre os estudantes e o professor⁷⁰.

Ou seja, o saber é socialmente constituído fora do espaço escolar e, ao ser inserido no ensino formal, sofre alterações que afetam tanto sua estrutura quanto as relações pedagógicas. Para a Socioepistemologia, o conhecimento matemático não é de uso exclusivo da sala de aula. Ele ultrapassa o ambiente escolar, uma vez que os estudantes trazem para a escola conhecimentos oriundos de seu meio sociocultural e, ao mesmo tempo, aplicam saberes escolares em suas experiências de vida. Isso implica reconhecer que o ensino da matemática se constitui socialmente também fora dos muros escolares.

3. 4 O DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Ao tentar difundir o saber matemático, a Socioepistemologia propõe que se criam discursos (formas de falar e compreender sobre a Matemática) que ajudam a representar esse saber de maneira acessível e estabelecer consensos entre os atores sociais envolvidos. Esses discursos, ao serem compartilhados e

⁷⁰ [...] se ocupa entonces, específicamente, del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y de su difusión institucional. Dado que este conocimiento adquiere el estatus de saber sólo hasta que se haya constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y su profesor.

discutidos, permitem que se chegue a um consenso entre professores, estudantes, pesquisadores, entre outros, como afirmam Cantoral et al. (2006, p. 86, tradução nossa): “em sua tentativa de difundir esses saberes, a Socioepistemologia sustenta que se formam discursos que facilitam a representação em Matemática, alcançando consensos entre os atores sociais”⁷¹

O conhecimento matemático não é simplesmente imposto de forma unilateral (do professor para o estudante), mas é construído coletivamente por meio de um processo de interação e comunicação entre todos os envolvidos. Esse processo permite a formação de uma representação comum da Matemática, baseada no entendimento mútuo e no acordo entre os participantes.

Segundo Cantoral (1987,1990, 2006, 2013), a inserção do saber matemático ao sistema educativo, legitimada por um discurso de consenso e de hegemonia no âmbito didático, é denominado pela Socioepistemologia de discurso matemático escolar (dME). Trata-se de um conjunto de práticas discursivas que regula a forma como o conhecimento matemático é apresentado, sequenciado, justificado e significado na escola.

Cantoral et al. (2006, p. 86, tradução nossa) esclarecem que a estruturação desses discursos:

não se limita à organização dos conteúdos temáticos, nem à sua função declarativa na sala de aula (o discurso escolar), mas se estende um pouco além, ao chegar ao estabelecimento de bases de comunicação para a formação de consensos e a construção de significados compartilhados; nesse sentido, trata-se mais de uma unidade cultural no sentido de Minguet (2004)⁷².

Ou seja, a construção desses discursos não se limita à definição dos conteúdos a serem ensinados, nem à função declarativa do professor em sala de aula. Vai além disso, ao englobar a criação de um espaço comunicativo onde é possível estabelecer consensos entre os participantes (professores e estudantes) e construir significados compartilhados. Trata-se, portanto, de uma prática social e cultural que reflete a forma como o conhecimento matemático é

⁷¹ En su intento por difundir estos saberes, la socioepistemología sostiene que se forman discursos que facilitan la representación en matemáticas alcanzando consensos entre los actores sociales.

⁷² no se reduce a la organización de los contenidos temáticos, ni a su función declarativa en el aula (el discurso escolar), sino que se extiende un tanto más allá, al llegar al establecimiento de bases de comunicación para la formación de consensos y la construcción de significados compartidos; en este sentido se trata más bien de una unidad cultural en el sentido de Minguet(2004).

negociado e ao qual é atribuído de sentido no contexto escolar.

A matemática escolar é regida por um sistema de razão, ao qual denominamos discurso Matemático Escolar, fortemente centrado no valor dos próprios conceitos puros: conceitos como os de função, razão, fração, número, sucessão, espaço, etc., que, ao serem introduzidos na sala de aula como objetos formais acompanhados de processos algorítmicos, são reduzidos a meros tratamentos didáticos sequenciados e devidamente cronometrados. Ou seja, assume-se implicitamente que o objetivo da aula de Matemática é a organização hierárquica de conceitos e procedimentos, cujo sentido é extraído de e para a própria aula de Matemática. Trata-se, portanto, de organizar (sequenciar, articular, hierarquizar) uma coleção de objetos abstratos ao longo dos anos escolares dos estudantes. Chamamos esse fenômeno de: "a centralização no objeto" (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p.7, tradução nossa)⁷³.

Nesse modelo, o objetivo da aula passa a ser a organização hierárquica de conceitos e procedimentos, cujo sentido é produzido e consumido exclusivamente dentro do próprio contexto escolar. Os autores denominam esse fenômeno de centralização no objeto, caracterizando-o como uma prática que transforma objetos matemáticos em conteúdos abstratos, desvinculados das práticas que lhes dão origem.

Essa centralização no objeto tem consequências importantes. De acordo com Cantoral, Montiel e Reyes-Gasperini (2015), a centralização no objeto matemático, ou seja, o foco excessivo no objeto de conhecimento, desconsiderando o sujeito que aprende, constitui um fator associado ao abandono escolar de muitos estudantes, desde os anos finais do ensino fundamental até o ensino médio. A ausência de vínculos significativos entre o saber matemático e a experiência dos estudantes reforça a percepção da Matemática como disciplina abstrata, distante e descontextualizada.

Diante desse cenário, ao enfatizar a centralidade do sujeito que aprende, a Socioepistemologia propõe uma reformulação do *dME*⁷⁴ com base em práticas sociais. Isso implica reconhecer que a realidade do estudante vai além do espaço

⁷³ [...] la matemática escolar se rige por un sistema de razón, al cual denominamos *discurso Matemático Escolar*, fuertemente centrado en el valor mismo de los conceptos puros: conceptos como el de función, razón, fracción, número, sucesión, espacio, etc., que al ser introducidos al aula como objetos formales acompañados de procesos algorítmicos, se les reduce a meros tratamientos didáticos secuenciados y debidamente cronometrados. Es decir, se asume implícitamente que el objetivo de la clase de Matemáticas es la organización jerárquica de conceptos y procedimientos cuyo sentido es extraído desde y para la propia clase de Matemáticas. Se trata pues de organizar (secuenciar, articular, jerarquizar) una colección de objetos abstractos durante el curso de los años escolares de los estudiantes. Llamamos a este hecho: "la centración en el objeto".

⁷⁴ Sigla de *discurso Matemático Escolar*.

físico em que se encontra. Como afirmam os autores:

[...] o entorno do aprendiz não se reduz à medida de metros quadrados em que se move, mas que, em seu entorno, são concebidas questões profundas, como sua cultura, seus conhecimentos, seus saberes, sua história, seu presente e a própria história que permitiu a emergência dos saberes matemáticos. Essa história, embora não quantificável em metros quadrados, é sua própria história⁷⁵ (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 10, tradução nossa).

Para enfrentar os desafios da centralização no objeto, os autores propõem o redesenho do discurso matemático escolar, que consiste em repensar “o quê, para quem, como, quando e por que ensinar” os conteúdos matemáticos (Cantoral et al, 1990). Esse redesenho, denominado Redesenho do Discurso Matemático Escolar (*RdME*⁷⁶), propõe a reorganização do conhecimento escolar a partir da realidade do estudante, sem, contudo, desconsiderar os conteúdos matemáticos formais, mas articulando-os às práticas sociais que lhes dão sentido.

Nesse processo, reconhece-se também o papel da vida cotidiana e da profissionalização docente. Como afirmam Cantoral, Montiel e Reyes-Gasperini (2015, p. 7, tradução nossa):

Em nossa opinião, o redesenho do discurso matemático escolar é o maior desafio da mudança educacional. Como organizar o conhecimento escolar com base na realidade de quem aprende, sem abandonar o conteúdo da Matemática? Como essa organização pode fazer parte da profissionalização docente? E que papel desempenha a vida cotidiana nesses processos? Essas perguntas foram configurando o programa socioepistemológico de pesquisa em Educação Matemática.⁷⁷

As reflexões apresentadas pelos autores, especialmente os questionamentos acerca de *o que, para quem, quando e por que* ensinar os conteúdos matemáticos, desencadearam um movimento de revisão crítica do discurso matemático escolar. De acordo com Cantoral, Montiel e Reyes-

⁷⁵ Es preciso aclarar, que el entorno del aprendiz no se reduce a la medida de metros cuadrados en los que se mueve, sino que en su entorno se conciben cuestiones profundas como su cultura, sus conocimientos, sus saberes, su historia, su presente y la propia historia que permitió la emergencia de los saberes matemáticos. Dicha historia, aunque no cuantificable en metros cuadrados, es su propia historia.

⁷⁶ Sigla de *Rediseño del discurso Matemático Escolar*

⁷⁷ En nuestra opinión, el *Rediseño del discurso Matemático Escolar* es el reto mayor del cambio educativo, ¿cómo organizar el conocimiento escolar con base en la realidad de quien aprende sin abandonar al contenido de las Matemáticas?, ¿cómo esta organización puede ser parte de la profesionalización docente?, y ¿qué papel juega la vida cotidiana en estos procesos? Estas preguntas fueron configurando al programa Socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa.

Gasperini (2015, p.10, tradução nossa), foram precisamente esses questionamentos que “produziram naqueles anos uma mudança de foco no objeto, deixando de analisar exclusivamente os conceitos matemáticos para incluir em seu estudo as práticas que acompanham sua produção. Esta foi uma importante contribuição teórica do programa sócio-epistemológico: a chamada “descentralização do objeto”⁷⁸.

Ou seja, passou-se a considerar não apenas os conceitos matemáticos em si, tradicionalmente abordados no contexto da sala de aula, mas também os usos sociais desses conhecimentos, situados em contextos socioculturais. Essa mudança de perspectiva, que desloca o foco do objeto matemático para as práticas que o constituem, configura a chamada descentralização do objeto, uma das principais contribuições teóricas da Socioepistemologia (Cantoral et Al., 1990; Cantoral, 2015).

3.5 DESCENTRALIZAÇÃO DO OBJETO

A noção de descentralização do objeto emerge no desenvolvimento da Socioepistemologia como uma resposta crítica às tradições que tratam o conhecimento matemático como um conjunto de objetos estáveis, descontextualizados e universais (Cantoral, 2013). À medida que a abordagem teórica avançou, tornou-se necessário esclarecer que descentralizar o objeto matemático não significava abandoná-lo, mas compreender que o estudo da Matemática exige considerar dimensões que ultrapassam sua estrutura interna.

Nesse sentido, Cantoral (2015, p. 178, tradução nossa) explica que se trata de

uma escolha metodológica que enriquece a compreensão do conceito matemático e suas propriedades através da exploração de práticas sociais, práticas de referência, atividades, práticas e ações que acompanham o objeto”⁷⁹.

Assim, descentralizar o objeto implica deslocar o foco da análise

⁷⁸ produjo en esos años un cambio de foco sobre el objeto, dejar de analizar exclusivamente los conceptos matemáticos para incluir en su estudio las prácticas que acompañan su producción. Este fue un importante aporte teórico del programa socioepistemológico: la denominada “descentración del objeto”.

⁷⁹ [...] como elección metodológica que enriquece el entendimiento del concepto matemático y de sus propiedades mediante la exploración de prácticas sociales, prácticas de referencia, actividades, prácticas y acciones que acompañan al objeto.

tradicionalmente centrada apenas na natureza lógica e formal dos conceitos para incluir:

- as práticas sociais que lhes dão origem;
- os contextos culturais que lhes atribuem significado;
- os usos reais que orientam sua construção histórica;
- as ações, ferramentas e mediações mobilizadas pelos sujeitos.

Com isso, a TSME rompe com a visão de que o conhecimento matemático pode ser compreendido apenas pelo estudo formal dos objetos. Como sintetiza Cantoral (2015, p. 173, tradução nossa), “a Matemática, sob o olhar Socioepistemológico, é considerada parte essencial da cultura, um elemento ‘vivo’ que é criado ‘fora’ da sala de aula, mas é recriado ‘dentro’ dela”⁸⁰.

Esse deslocamento evidencia a necessidade de integrar, de maneira sistemática, a dimensão social e cultural às já estabelecidas dimensões epistemológica, didática e cognitiva, no programa Socioepistemológico (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a).

Daí surge, em última análise, a necessidade de incorporar a dimensão social e cultural para lidar com essa questão. O programa fica, desse modo, finalmente conformado por quatro dimensões, a saber: epistemológica, didática, cognitiva e social e cultural⁸¹ (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p.10, tradução nossa).

O programa fica, dessa forma, finalmente conformado por quatro dimensões, a saber: epistemológica, didática, cognitiva e social e cultural.

Exemplos do modelo ampliado podem ser encontrados em pesquisas recentes que incorporam ambientes inovadores, como virtualidade, empoderamento, afeto, gênero, socialização, complexidade, identidade, modelagem, entre outros, que analisam o caráter normativo das práticas sociais, abrindo caminho para uma caracterização da aprendizagem que vincula o indivíduo à sua comunidade”⁸² (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 10, tradução nossa).

⁸⁰ las Matemáticas desde la mirada socioepistemológica son consideradas parte esencial de la cultura, un elemento “vivo” que se crea “fuera” del aula, pero se recrea “dentro” de ella [...]

⁸¹ De ahí surge, en definitiva, la necesidad de incorporar la dimensión social y cultural para tratar este asunto. El programa queda, de este modo, finalmente conformado por cuatro dimensiones, a saber: epistemológica, didáctica, cognitiva y social y cultural.

⁸² Ejemplos del modelo ampliado se encuentran en investigaciones recientes que incorporan entornos novedosos como virtualidad, empoderamiento, afecto, género, socialización, complejidad, identidad, modelación, entre otras que analizan el carácter normativo de las prácticas sociales dando paso hacia una caracterización del aprendizaje que vincula al individuo con su comunidad.

Esses estudos evidenciam como a aprendizagem matemática se vincula às formas de participação dos sujeitos em seus contextos sociais, o que reforça a pertinência da descentralização do objeto no âmbito da TSME e prepara o terreno para a compreensão das componentes do programa Socioepistemológico, discutidas na seção seguinte.

3.6 COMPONENTES E NATUREZA SISTÊMICA DA TSME

A perspectiva Socioepistemológica parte da compreensão de que o conhecimento matemático é produzido, usado e institucionalizado em sistemas complexos de interação. Esse entendimento rompe com visões fragmentadas, centradas apenas em relações binárias (como estudante–conteúdo ou professor–conteúdo), propondo um quadro analítico em que diferentes elementos interagem de maneira dinâmica e historicamente situada.

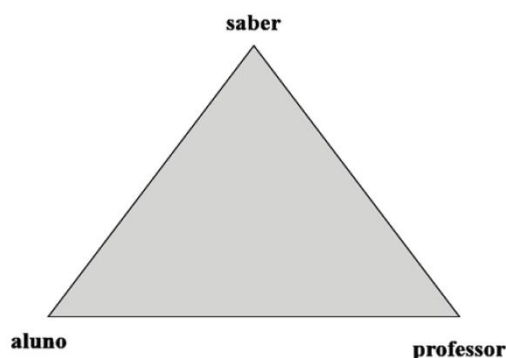
Segundo Marino (2020), a Teoria Socioepistemológica compreende que a incorporação de dimensões socioculturais às situações de aprendizagem contribui para atribuir significado ao conhecimento matemático em seu uso no cotidiano. Essa compreensão sobre quais aspectos da realidade devem ser integrados aos modelos teóricos tem fundamentado os estudos no âmbito da Socioepistemologia.

Nessa direção, Cantoral, Molina e Sánchez (2005, p. 463, tradução nossa) caracterizam a Socioepistemologia como:

uma abordagem teórica de natureza sistêmica que nos permite lidar com os fenômenos de produção e disseminação do conhecimento a partir de uma perspectiva múltipla, incorporando o estudo das interações entre a epistemologia do conhecimento, sua dimensão sociocultural, os processos cognitivos associados e os mecanismos de institucionalização por meio do ensino⁸³.

Essa concepção sistêmica propõe compreender os fenômenos de produção e difusão do conhecimento não de forma fragmentada, mas como processos interdependentes, nos quais todos os elementos envolvidos se articulam e se influenciam mutuamente.

⁸³ la sociopistemología es una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemológica del conocimiento, su dimensión socio cultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza.

Figura 01 – O Triângulo Didático Clássico

Fonte: Brousseau (1996)

A Socioepistemologia amplia o modelo tradicional do Triângulo Didático Clássico (Figura 01) ao integrar as dimensões sociais e culturais à análise do saber matemático, “ao descentralizar, como uma escolha metodológica, e enriquecer o processo mediante as práticas, dando um valor de uso aos conceitos matemáticos e suas propriedades.” (Monteiro; Groenwald; Cantoral, 2018, p.409). Para Cantoral (2014, p. 164, tradução nossa) essa descentralização “[...] enriquece a compreensão do conceito matemático e de suas propriedades por meio da exploração de práticas”⁸⁴.

Nessa perspectiva, o termo descentralizar refere-se a uma mudança no foco da análise: em vez de restringir-se à relação entre professor, estudante e saber como elementos isolados, propõe-se um deslocamento para incluir os contextos socioculturais e as práticas sociais que dão origem aos saberes matemáticos. Como afirmam Cantoral e Farfán (2009), não se trata apenas de abordar os conceitos matemáticos, mas de compreendê-los em articulação com as práticas que os constituem historicamente.

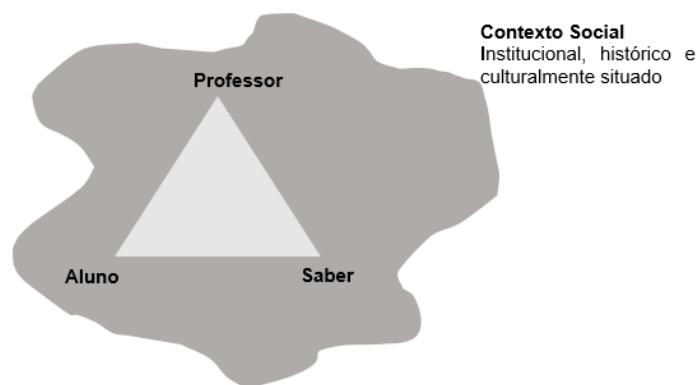
Desse modo, a descentralização proposta pela TSME configura-se como uma escolha metodológica que desloca o foco da análise da matemática escolar, centrada nos conteúdos formais sem conexão com os ambientes socioculturais reais nos quais a matemática adquire sentido (uma “didática sem cenários”⁸⁵),

⁸⁴ [...] enriquece el entendimiento del concepto matemático y de sus propiedades mediante la exploración de prácticas.

⁸⁵ Cantoral e Farfán (2003) propõem uma crítica contundente ao que denominam de didática sem cenários, isto é, uma abordagem que, mesmo ao considerar os elementos clássicos do triângulo didático, desconsidera os contextos socioculturais e históricos em que o conhecimento matemático é construído e ressignificado. Essa visão está relacionada à etapa evolutiva da Matemática Educativa que avançou da “didática sem estudantes”, depois da “didática sem escola”, e chegou à crítica da “didática sem cenários”, indicando a necessidade de superar essas

para um enfoque que considera os usos, significados e contextos de construção do saber matemático na vida social.

Figura 02 – O Triângulo Didático Ampliado



Fonte: Cantoral (1998, p. 21, tradução nossa)

Segundo Cantoral (2014, p. 156 – 157, tradução nossa),

Em nosso modelo, a ideia do aluno como sujeito individual ou coletivo é estendida ao professor como indivíduo ou como uma instituição escolar personificada, e ao conhecimento como conhecimento popular, técnico ou erudito, como sabedoria. No seguinte projeto, eu queria mostrar que cada um dos polos do triângulo didático clássico (conhecimento, aluno e professor), bem como as relações em pares (conhecimento - professor, conhecimento - aluno e aluno - professor) foram modificados quando vistos a partir da perspectiva social, cuja natureza, sendo institucional, histórica e culturalmente situada, por sua vez modificou as ideias de aprendizagem, ensino e animação, bem como o conhecimento, o professor e o aluno⁸⁶.

A Socioepistemologia incorpora ao triângulo didático clássico, os contextos sociais e culturais para significar o saber matemático. Assim:

[...]aparecem agora como atores principais nos processos didáticos, o

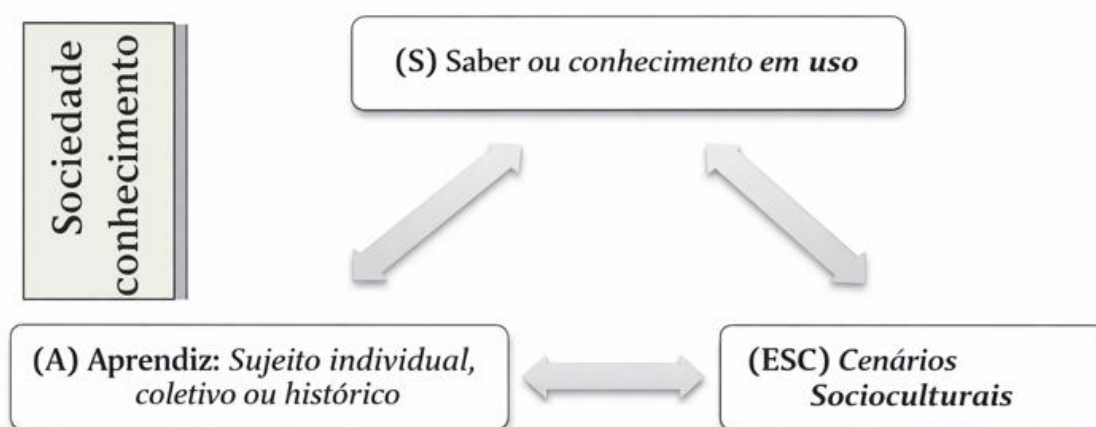
limitações. Essa crítica está no cerne da abordagem Socioepistemológica, que propõe uma reorientação metodológica ao considerar a gênese social dos saberes matemáticos e as práticas que lhes conferem significado. Ao descentralizar o foco exclusivamente nos conteúdos formais e incluir as condições institucionais, culturais e históricas que permeiam a construção do saber, a TSME amplia o propósito da análise didática. Trata-se de uma mudança paradigmática que reconhece o conhecimento matemático não como um produto acabado a ser transmitido, mas como resultado de práticas humanas, inseridas em cenários reais de produção e uso.

⁸⁶ En nuestro modelo se amplía la idea de alumno, como sujeto individual o sujeto colectivo, al profesor como individuo o como institución escolar personificada y al saber en tanto saber popular, técnico o culto, como sabiduría. En el siguiente diseño, quise poner en evidencia que cada uno de los polos del triángulo didático clásico (saber, alumno y profesor), así como las relaciones por parejas (saber – profesor, saber – alumno y alumno – profesor) se modificaban al mirarlos desde la tesitura social, cuya naturaleza, al ser institucional, histórica y culturalmente situada, modificaba a su vez las ideas de aprendizaje, enseñanza y animación, así como al saber, al profesor y al alumno.

*aluno, o saber - como conhecimento em uso ou como construção social do conhecimento - e os contextos socioculturais que são portadores do mundo real, cujas relações são orientadas por práticas de referência e reguladas por práticas sociais*⁸⁷ (Cantoral, 2014. p. 157, tradução nossa).

Para representar esse modelo ampliado, Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014) propõem um triângulo didático que mantém os polos clássicos aprendiz, saber e cenário, mas redefine seus significados ao enfatizar que o saber é entendido como conhecimento em uso, que o aprendiz pode ser individual, coletivo ou histórico, e que os cenários socioculturais constituem o lugar de emergência das práticas que dão sentido ao saber. Esse triângulo não introduz novos elementos além desses três polos; ao contrário, reorganiza as relações didáticas tradicionais à luz das práticas sociais e dos contextos culturais em que o conhecimento é mobilizado. A Figura 03 apresenta esse modelo.

Figura 03 – O Triângulo didático na Socioepistemologia



Fonte: Cantoral (2013, tradução nossa).

O triângulo didático na Socioepistemologia evidencia que a relação entre aprendiz, saber e cenários socioculturais é mediada por práticas de referência e normatizada por práticas sociais, que orientam a produção de significados e a institucionalização do conhecimento matemático. Nesse modelo, a

⁸⁷ [...] aparecen ahora como principales actores de los procesos didácticos, el *aprendiz*, el *saber* – en tanto *conocimiento en uso* o como *construcción social del conocimiento* – y los entornos socioculturales portadores del mundo real, cuyas relaciones son orientadas por *prácticas de referencia* y normadas por *prácticas sociales*

aprendizagem configura-se como prática situada, socialmente regulada e historicamente produzida, superando a compreensão restrita de processos internos do sujeito ou de transmissão unidirecional do professor. A incorporação dos cenários socioculturais como elemento estruturante permite analisar o saber em sua funcionalidade e em seu uso, articulando as dimensões epistemológica, cognitiva, didática e social que compõem o núcleo teórico da Socioepistemologia.

Desse modo, compreender os componentes e a natureza sistêmica da TSME implica reconhecer que o conhecimento matemático, longe de ser um objeto isolado, é permanentemente constituído por relações sociais, institucionais e históricas. O Triângulo Didático ampliado evidencia que aprender e ensinar matemática envolve não apenas sujeitos e saberes, mas também as práticas, os usos e os contextos que lhes conferem sentido. Essa reorganização analítica desloca a matemática escolar para um horizonte no qual as interações socioculturais se tornam fundamentais para explicar como determinados conhecimentos são produzidos, legitimados e mobilizados nas práticas educativas.

Assim, ao incorporar a complexidade dos sistemas que sustentam o saber matemático, a Socioepistemologia estabelece o fundamento teórico necessário para compreender, na seção seguinte, as dimensões que estruturam e orientam sua abordagem.

3.7 DIMENSÕES DA TSME

A TSME compreende o conhecimento matemático como parte de um sistema dinâmico no qual as dimensões epistemológica, cognitiva, sociocultural e didática se articulam de maneira indissociável, influenciando-se mutuamente e constituindo o próprio processo de construção do conhecimento. Essa concepção rompe com leituras fragmentadas do saber e enfatiza que a produção, circulação e institucionalização do conhecimento matemático dependem de múltiplos fatores historicamente situados. Como sintetiza Cantoral (2014, p. 164, tradução nossa), “o programa é composto por quatro dimensões:

epistemológica, didática, cognitiva e sociocultural”⁸⁸.

Quadro 02 – Dimensões da Socioepistemologia

Dimensões da Socioepistemologia	
Dimensão	Explicação da dimensão
Didática	As didáticas são aquelas que são específicas para a formação de diferentes sistemas de ensino” (Martínez, 2005, p.198, tradução nossa). A dimensão didática preocupa-se com o modo como o saber é vivenciado no sistema didático, ou seja, com a sua intencionalidade no momento de ensiná-lo, com o objetivo de compreender como esse saber evoluiu nos contextos escolares e não escolares. Para esse fim, são analisados livros didáticos, planos e programas de ensino ⁸⁹ (Farfán; Romero, 2017, p. 489, tradução nossa).
Cognitiva	“os processos cognitivos são característicos do funcionamento mental” (Martínez, 2005, p.198, tradução nossa). A dimensão cognitiva analisa as formas de apropriação e de significação progressiva do conhecimento vivenciadas pelos participantes em uma situação de aprendizagem, com o objetivo de construir o conhecimento matemático ⁹⁰ (Farfán; Romero, 2017, p. 489, tradução nossa).
Epistemológica	“as epistemológicas são próprias da natureza e significados do conhecimento matemático” (MARTÍNEZ, 2005, p.198, tradução nossa). A dimensão epistemológica estuda 'as circunstâncias que tornaram possível a construção do conhecimento matemático' ⁹¹ (Cantoral, 2013, p. 147).
Sociocultural	A dimensão social e cultural é incorporada à análise preliminar da Investigação Didática (ID) pela TSME, mas não é considerada separadamente das demais; ela está presente em cada análise, com o objetivo de identificar as práticas humanas que favorecem a apropriação do conhecimento matemático e o uso do saber ⁹² (Farfán; Romero, 2017, p. 489, tradução nossa).

Fonte: A autora

A TSME "tem se orientado por um tratamento sistêmico e articulado das quatro dimensões do saber" (Monteiro; Groenwald; Cantoral, 2018, p. 413). De acordo com Cantoral e Farfán (2003), trata-se de uma perspectiva sistêmica e

⁸⁸ El programa queda finalmente conformado por cuatro dimensiones: epistemológica, didáctica, cognitiva y socio-cultural.

⁸⁹ La dimensión didáctica se preocupa por el cómo vive el saber en el sistema didáctico, es decir su intencionalidad a la hora de enseñarlo, con el fin de ver cómo ha evolucionado ese saber en los entornos escolares y no escolares. Para este propósito se estudian libros de texto, planes y programas de estudio.

⁹⁰ La dimensión cognitiva analiza las formas de apropiación y significación progresiva del conocimiento que vivencian los partícipes en una situación de aprendizaje con fines de construir conocimiento matemático.

⁹¹ La dimensión epistemológica estudia “las circunstancias que hicieron posible la construcción del conocimiento matemático.

⁹² La dimensión social y cultural es agregada al análisis preliminar de la ID por la TSME, pero esta no se observa separada de las demás, está inmersa en cada análisis, con el fin de identificar aquellas prácticas humanas que propician la apropiación del conocimiento matemático, el uso del saber.

situada, na qual as dimensões epistemológica, sociocultural, cognitiva e didática constituem um conjunto indissociável. Assim, rejeita-se a ideia de que o conhecimento matemático possa ser analisado apenas por um recorte disciplinar (epistemologia, psicologia ou didática), uma vez que cada dimensão afeta e é afetada pelas demais.

Conforme sintetizam Cantoral e Farfán (2008, p. 244, tradução nossa), a TSME constitui uma

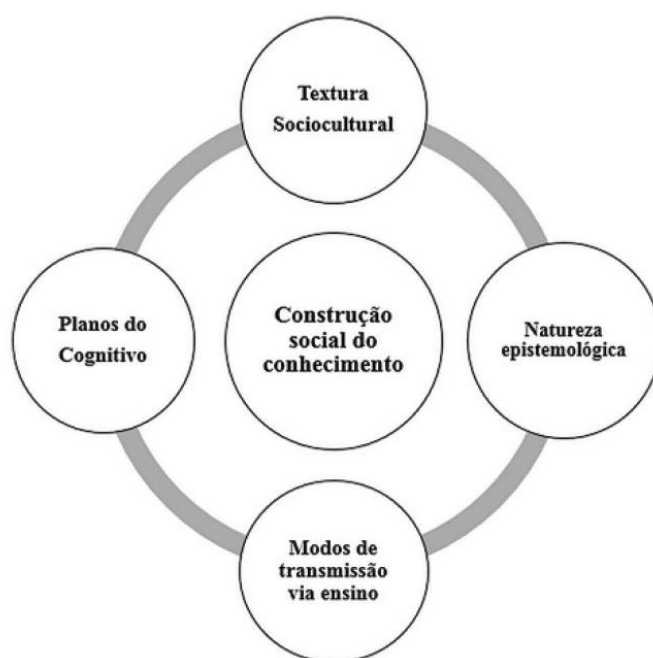
Aproximação teórica de natureza sistêmica que permite tratar os fenômenos de produção e difusão do conhecimento a partir de uma perspectiva múltipla, ao incorporar o estudo das interações entre a dimensão epistemológica do conhecimento, sua dimensão sociocultural e os processos cognitivos associados aos mecanismos de institucionalização por meio do ensino.⁹³

Como destaca Cantoral (2020), essa articulação possibilita investigar tanto os processos de construção do conhecimento em contextos de uso específicos quanto sua transposição para ambientes institucionais, revelando a relação dialética entre prática social e estrutura cognitiva. Essa característica multidimensional permite compreender como conceitos matemáticos abstratos ganham significado quando vinculados a práticas sociais específicas em diferentes contextos educacionais.

A Figura 04 ilustra essa abordagem, apresentando o enfoque sistêmico que permite compreender a matemática como um conhecimento vivo, situado e socialmente construído.

⁹³ Aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemológica del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados a los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza.

Figura 04 – Enfoque sistêmico⁹⁴ da Socioepistemologia



Fonte: Cantoral (2013, tradução nossa)

A Figura 04 ilustra a natureza sistêmica da Socioepistemologia, apresentando as quatro dimensões que, em constante interação, constituem esse enfoque teórico. Longe de serem compartimentos estanques, essas dimensões, a epistemológica, a cognitiva, a didática e a social e cultural, operam de maneira integrada e dialética para uma compreensão aprofundada e contextualizada da construção do conhecimento matemático.

A dimensão epistemológica centra-se na natureza do próprio conhecimento, em sua gênese, em seus fundamentos e em sua evolução histórica. Essa dimensão convida a ir além da simples identificação de conceitos, buscando compreender a lógica interna, os princípios e as justificativas que dão sustentação a um saber específico. Trata-se de investigar como um corpo de conhecimento se desenvolve de forma coerente e funcional dentro de um determinado contexto.

A dimensão cognitiva dirige o olhar para os processos de pensamento dos sujeitos envolvidos na construção e apropriação do conhecimento. Interessa, aqui, compreender como as estratégias mentais são desenvolvidas para resolver problemas práticos, e como noções fundamentais são internalizadas e

⁹⁴ Enfoque sistêmico é um modo de análise que permite compreender a matemática como um conhecimento vivo, situado e socialmente construído.

mobilizadas em atividades cotidianas. Não se trata de uma cognição desencarnada, mas de processos mentais que se formam e se manifestam na ação prática e contextualizada.

A dimensão didática refere-se aos mecanismos de institucionalização e transmissão do conhecimento. Essa dimensão leva a questionar como os saberes e fazeres, construídos socialmente, são comunicados, ensinados e aprendidos. É o processo pelo qual o conhecimento vivo na prática se torna um legado cultural passível de ser ensinado e aprendido, garantindo sua continuidade e evolução.

Por fim, a dimensão social e cultural reconhece que a produção de conhecimento não ocorre em um vácuo, mas em um cenário histórico e culturalmente situado. Essa dimensão incorpora a visão de mundo, as crenças, os valores, as tradições e as práticas identitárias de uma comunidade. A prática social, entendida como o que nos "hace hacer lo que hacemos", é o elemento normativo e regulador que emerge dessa dimensão, fornecendo o contexto e o significado para as atividades humanas.

A potência do enfoque socioepistemológico reside na relação intrínseca entre essas quatro dimensões. Não é possível, por exemplo, compreender plenamente a epistemologia de um saber (dimensão epistemológica) sem analisar as práticas sociais e culturais que o geram (dimensão social e cultural) ou os processos cognitivos que os indivíduos mobilizam ao aplicá-los (dimensão cognitiva). Da mesma forma, os mecanismos de transmissão desse saber (dimensão didática) estão profundamente marcados pela visão de mundo e pelas interações sociais da comunidade em questão. É essa natureza sistêmica que permite à Socioepistemologia explicar o todo a partir de cada uma de suas partes, oferecendo uma lente analítica para compreender a construção social do conhecimento matemático em contextos de diversidade cultural.

Conforme Rocché (2013), a TSME compreende o conhecimento matemático como um sistema dinâmico em que as dimensões epistemológica, cognitiva, didática e sociocultural interagem de forma indissociável, refletindo contextos históricos específicos. Essa abordagem, como destacam Cantoral e Farfán (2008), permite analisar a produção e difusão do conhecimento a partir de uma perspectiva múltipla que articula:

- A natureza epistemológica do saber matemático;

- Sua dimensão sociocultural (com ênfase no valor de uso);
- Os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem; e
- Os mecanismos de institucionalização via ensino.

Essa concepção problematiza a ideia de um saber estático e atemporal, evidenciando que sua significação depende das práticas sociais e dos mecanismos institucionais que o regulam, como enfatiza Cantoral (2020, p. 792, tradução nossa) ao tratar dos “ [...]mecanismos institucionalizados que a afetam por meio da organização social do ensino, da aprendizagem e da pesquisa”⁹⁵.

Como afirma Cantoral (2016, p. 97, tradução nossa), o conhecimento matemático é tratado em sua especificidade processual: “é construído, reconstruído, significado e ressignificado; é localizado no tempo e no espaço; é explorado do ponto de vista de quem aprende, de quem inventa, de quem o utiliza”⁹⁶.

Rocché (2013, p. 52, tradução nossa) reforça que a força dessa abordagem reside precisamente em sua natureza sistêmica: “cada componente funciona como parte do todo para explicar o todo, pois o todo se manifesta em cada um dos elementos”⁹⁷. Essa característica possibilita investigar como os conceitos matemáticos emergem de práticas social e historicamente situadas, transcendendo visões fragmentadas do conhecimento.

Assim, as quatro dimensões não apenas se articulam teoricamente, mas revelam-se operacionalmente nos processos educativos, nos quais a construção do conhecimento emerge da interação entre práticas sociais, estruturas cognitivas e marcos epistemológicos.

3.8 PRINCÍPIOS DA TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA

Antes de apresentar os princípios que sustentam a TSME, é importante destacar a concepção de que o pensamento matemático, conforme discutido por Forman (2020), se desenvolve por meio de práticas, linguagens e formas de

⁹⁵ [...] the institutionalized mechanisms that affect it by means of the social organization of teaching, learning, and research.

⁹⁶ Es construido, reconstruido, significado y resignificado; está situado en el tiempo y el espacio; es explorado desde el punto de vista de quienes aprenden, quienes inventan y quienes lo usan.

⁹⁷ Su naturaleza sistémica le permite utilizar un componente como parte del todo para explicar el todo, porque el todo se explica en cada uno de los componentes.

raciocínio que se estruturam em torno de contextos de significado. Essa perspectiva, dialoga com os pressupostos da Socioepistemologia⁹⁸, abordada por Farfán (2012) e retomada por Cantoral (2020), a qual reforça a ideia de que o conhecimento matemático não pode ser compreendido isoladamente da realidade social em que é produzido e utilizado. Tal entendimento contribui para uma visão ampliada da matemática como uma construção cultural e histórica, fundamentando seus princípios teóricos.

Na Socioepistemologia, identificam-se quatro princípios fundamentais (Cantoral, 2011), os quais, embora não sigam uma ordem fixa, estão todos interconectados, formando uma rede complexa e interdependente. De acordo com Cantoral (2020, p. 795, tradução nossa) “O estudo qualitativo-interpretativo das práticas isoladamente não é suficiente para explicar a construção do conhecimento e deve observar esses princípios.” São eles:

- Princípio Normativo da Prática Social
- Princípio da Racionalidade Contextualizada
- Princípio do Relativismo Epistemológico
- Princípio da Ressignificação Progressiva ou Apropriação Situada

Ao assumir esses princípios, a Socioepistemologia evidencia que o conhecimento matemático não existe de maneira isolada nem como entidade abstrata independente dos sujeitos. Pelo contrário, é construído a partir das práticas sociais e culturais das comunidades que o constroem e utilizam. Como afirma Cantoral (2020, p. 795, tradução nossa), “estuda-se os significados dos objetos matemáticos no centro da vida social e, conseqüentemente, um objeto formal passa a existir a partir de seu valor de uso”⁹⁹.

Portanto, para compreender como o conhecimento matemático é construído, disseminado e aplicado, torna-se indispensável analisar as práticas e os contextos em que ele adquire funcionalidade. Isso porque é no interior da atividade social que se definem as intenções, os modos de uso, as formas de argumentação e os critérios que conferem sentido ao saber. À luz desses princípios, entende-se que o conhecimento não emerge de maneira espontânea

⁹⁸ tem como foco central a compreensão da construção, uso e institucionalização do conhecimento matemático em contextos sociais e culturais.

⁹⁹ studies the meanings of mathematical objects at the heart of social life, and, consequently, a formal object comes to be from its value of use.

nem pode ser explicado como resultado exclusivo de processos mentais individuais. Ele é produzido em dinâmicas coletivas, historicamente situadas, nas quais os sujeitos participam, negociam significados e estabilizam provisoriamente formas de fazer e compreender a matemática.

A Socioepistemologia, oferece, portanto, uma visão da matemática como uma prática social, na qual o conhecimento é construído e reconstruído continuamente dentro de um contexto cultural e social específico (Cantoral, 2013). Esses princípios permitem que pesquisadores e educadores compreendam a atividade matemática não como o domínio exclusivo de uma ciência exata abstrata, mas como um saber vivo, intrinsecamente ligado às práticas e racionalidades que emergem da vida coletiva. Dessa forma, os saberes matemáticos construídos por indivíduos ou grupos estão, de muitas maneiras, diretamente vinculados às práticas sociais que lhes dão origem, função e significado, mesmo que muitas vezes esses sujeitos não tenham consciência disso. A TSME desloca o foco do conhecimento como produto acabado para os processos sociais de sua construção, disseminação e resignificação.

3.8.1 Princípio Normativo da Prática Social

Para Cantoral, Montiel e Reyes-Gasperini (2015), o princípio normativo da prática social é considerado o núcleo essencial para o funcionamento da teoria Socioepistemológica. Farfán e Romero (2017, p. 487, tradução nossa) o definem como “o elo fundamental para o funcionamento da teoria, pois a Socioepistemologia pressupõe que as práticas sociais são a base e a orientação dos processos de construção do conhecimento.”

Esse princípio estabelece que o conhecimento matemático é estruturado a partir das práticas sociais dos sujeitos, ou seja, ele não surge isoladamente, mas em resposta a demandas concretas da sociedade. Como afirmam Farfán e Romero (2017, p. 487, tradução nossa), “a Socioepistemologia assume que as práticas sociais são a base e orientação nos processos de construção do conhecimento”¹⁰⁰. Para Cantoral, Montiel e Reyes-Gasperini (2015b, p. 16,

¹⁰⁰ la Socioepistemología asume que las prácticas sociales son la base y orientación en los procesos de construcción de conocimiento.

tradução nossa) esse princípio “sustenta que as práticas sociais são os alicerces da construção do conhecimento”¹⁰¹. Isso significa que as ações e interações que ocorrem em uma sociedade são a base e o guia para a construção do conhecimento. O conhecimento matemático não é algo que existe isoladamente, mas sim construído pelas interações sociais dentro de um determinado contexto cultural e histórico (Cantoral; Farfán, 2003; Reyes-Gasperini; Cantoral, 2017).

Dessa forma, o ensino da matemática deve estar ancorado nas práticas sociais que dão significado ao conhecimento, permitindo que os estudantes compreendam sua relevância e aplicabilidade. Essa abordagem valoriza a interação dos sujeitos com o conhecimento e reconhece que a matemática só adquire sentido quando inserida em contextos reais de uso. Cantoral (2020, p. 796, tradução nossa) sintetiza essa ideia ao afirmar que “as práticas sociais são a base para a construção do conhecimento”¹⁰². Assim, o princípio normativo das práticas sociais sustenta que o ensino da matemática deve partir da realidade dos estudantes, promovendo a construção do conhecimento de forma significativa e situada.

Na Figura 05 ilustra como o modelo proposto articula a teoria e prática na construção social do conhecimento matemático. Caballero-Pérez e Cantoral (2014, p. 404) afirmam:

Este esquema nos permite explicar, de forma empírica e teórica, o processo de construção social do conhecimento matemático, ao mesmo tempo em que orienta a intervenção e transformação dos processos didáticos por meio da emergência do saber matemático¹⁰³.

Cantoral, Montiel e Reyes-Gasperini (2015, p. 13, tradução nossa) explicam que o modelo “poderia ser dividido em duas partes ou dois mecanismos que chamaremos coloquialmente de subida e descida”¹⁰⁴.

¹⁰¹ sostiene que las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento

¹⁰² Social practices are the foundation for the construction of knowledge

¹⁰³ Este esquema nos permite explicar empírica y teóricamente el proceso de construcción social de conocimiento matemático, a la vez de orientar la intervención y transformación de los procesos didáticos mediante la emergencia del saber matemático.

¹⁰⁴ [...] podría descomponerse en dos partes o dos mecanismos que llamaremos coloquialmente “de subida” y “de bajada”.

Figura 05 – Modelo de aninhamento¹⁰⁵ das práticas

Fonte: Cantoral (2013, p. 170, tradução nossa)

A Figura 05 apresenta o Modelo de Aninhamento das Práticas, um construto central da Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa para explicar a dinâmica de construção social do conhecimento matemático. Longe de ser uma representação estática, o modelo ilustra a complexa articulação entre diferentes níveis da atividade humana, desde a ação mais elementar do sujeito até as normas sociais que orientam e legitimam o saber. Conforme sintetizado por Cantoral (2013), este modelo articula os seguintes momentos: da ação direta do sujeito ante o meio, à sua organização como uma atividade humana situada socioculturalmente, para, então, delinear uma prática socialmente compartilhada. Esta prática, por sua vez, está sob a regulação de uma ou várias práticas de referência, a expressão material e ideológica de um paradigma que, por fim, são normatizadas pela prática social.

O princípio norteador para a compreensão deste modelo é o Princípio Normativo da Prática Social, considerado o "elo fundamental para o funcionamento da teoria"¹⁰⁶ (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014, p. 99, tradução nossa). Este princípio postula que as práticas sociais são a base e a orientação nos processos de construção do conhecimento, constituindo-se como as verdadeiras geradoras do saber. Para demonstrar como essa construção ocorre, o modelo detalha uma sequência hierárquica e interdependente:

1. **Ação Direta sobre o Meio:** O processo inicia-se com a ação do sujeito, que pode ser individual, coletivo ou histórico em interação com o meio, o

¹⁰⁵ Tomado aqui como ação e efeito de acomodar de forma adequada.

¹⁰⁶ es el eslabón fundamental para el funcionamiento de la teoría.

qual se apresenta em três dimensões: o entorno material (o ambiente físico), o contexto organizacional (as relações sociais e culturais) e o aspecto social normativo (as regras e convenções já estabelecidas) (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014).

2. **Atividade Humana Situada Socioculturalmente:** Essas interações iniciais, quando organizadas e intencionais, configuram-se como uma atividade humana. Esta atividade não é genérica, mas sim "situada socioculturalmente", ou seja, é moldada e adquire significado dentro do contexto específico em que o sujeito está inserido.
3. **Prática (Socialmente Compartilhada):** A iteração deliberada e repetida desta atividade, regulada pelo contexto, dá origem a uma prática. Esta prática é "socialmente compartilhada" porque não é mais um ato isolado, mas uma forma de agir reconhecida e reproduzida por um grupo (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014).
4. **Prática de Referência:** A prática consolidada, por sua vez, passa a ser regulada por uma ou várias práticas de referência. Estas representam a expressão material e ideológica de um paradigma, que pode ser de natureza ideológica, disciplinar ou cultural. Uma prática de referência é o modelo, o padrão ou o conjunto de procedimentos consagrados que servem de guia para a ação em um campo específico do saber ou da atividade humana (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014).
5. **Prática Social (Funções Normativa, Identitária, Pragmática e Discursiva):** No topo do modelo, a prática social exerce a função de normatizar todas as camadas anteriores, atuando sobre as práticas de referência por meio de quatro funções inter-relacionadas:
 - **Função Normativa:** Estabelece as regras, os códigos e os procedimentos aceitos, regulando o que é ou não legítimo dentro de um determinado coletivo e campo de saber.
 - **Função Identitária:** Molda a identidade dos sujeitos e do grupo, na medida em que a participação em práticas compartilhadas define quem eles são e como se reconhecem ("o artesão, diante da pergunta 'o que você é?', diz: 'sou artesão'¹⁰⁷") (Cantoral;

¹⁰⁷ o artesano ante la pregunta qué eres tú, dice, soy artesano.

Reyes-Gasperini; Montiel, 2014, p. 107).

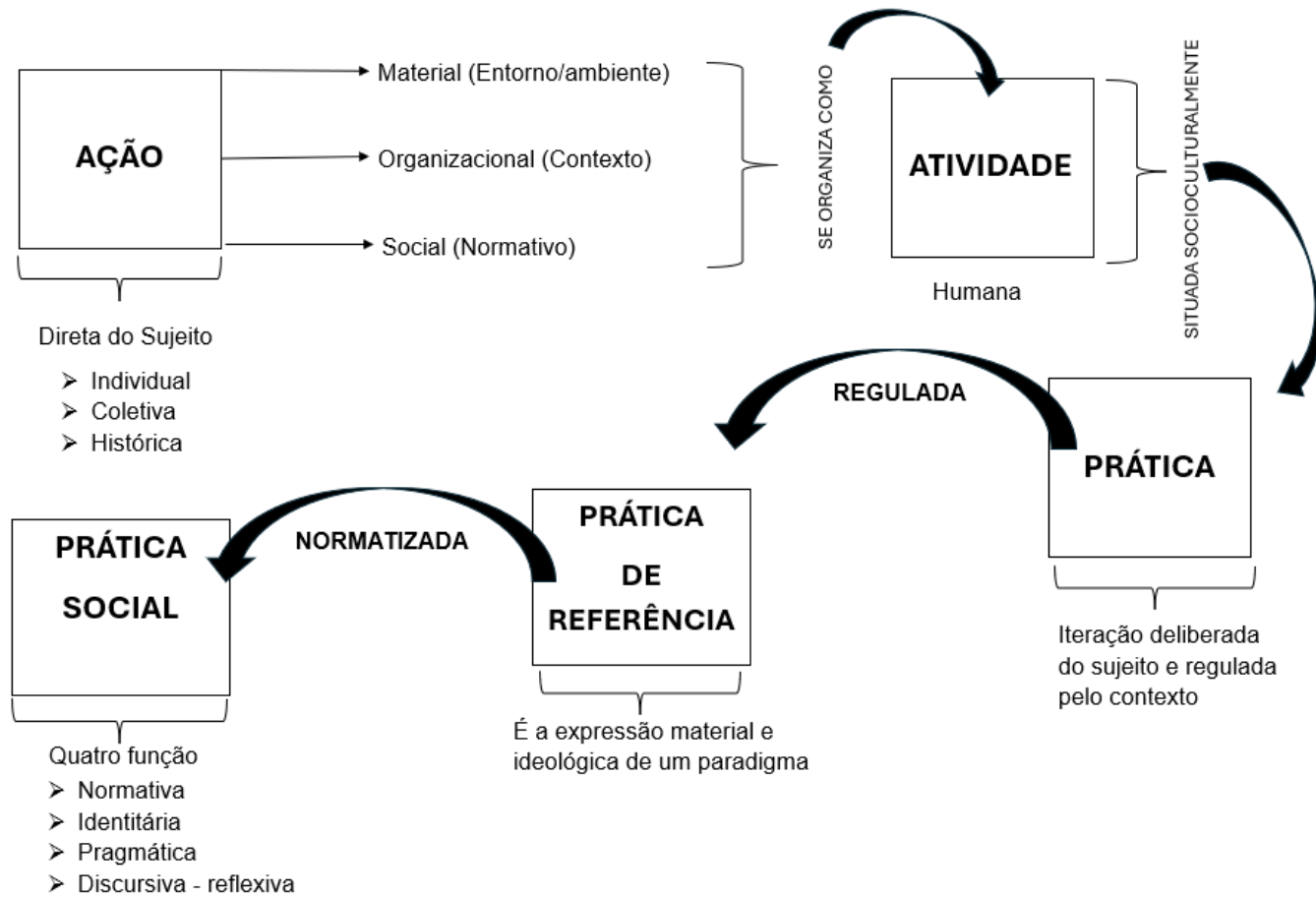
- **Função Pragmática:** Confere utilidade e funcionalidade ao conhecimento, orientando a ação para a resolução de problemas concretos no mundo real.
- **Função Discursiva-reflexiva:** Promove a reflexão e a construção de discursos sobre a própria prática, permitindo a comunicação, a crítica e a evolução do saber.

As práticas sociais, nesse enfoque, adquirem características fundamentais: são insubstanciais, porém inferíveis (não são tangíveis, mas podem ser deduzidas pela análise); permanentes, mas não estáticas (evoluem com o tempo); e normativas, mas não mandatárias ou determinísticas (orientam a ação sem, contudo, engessá-la) (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014). A grande inovação dessa perspectiva reside na concepção de que a prática social não é a ação em si mesma, mas sim "aquilo que lhes faz fazer o que fazem" (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014, p. 100, tradução nossa), ou seja, a norma subjacente que orienta e dá sentido à ação, um emergente social que regula o desenvolvimento coletivo e a construção do conhecimento.

Este modelo de aninhamento permite, portanto, "explicar empírica e teoricamente o processo de construção do sujeito individual, do sujeito coletivo e do sujeito histórico"¹⁰⁸ (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014, p. 99, tradução nossa), ao mesmo tempo em que fornece ferramentas para intervir e transformar os processos didáticos.

¹⁰⁸ explicar empíricamente y teóricamente el proceso de construcción del sujeto individual, el sujeto colectivo y el sujeto histórico.

Figura 06 – Adaptação do modelo de Aninhamento das Práticas



Fonte: A Autora

A Figura 06 apresenta uma adaptação do Modelo de Aninhamento das Práticas, proposto por Cantoral (2013), e busca representar a complexa dinâmica de construção social do conhecimento matemático. O modelo ilustra como o saber emerge a partir da ação do sujeito no mundo, sendo progressivamente estruturado por instâncias de regulação até alcançar o nível das práticas sociais, que atuam como normas orientadoras de toda a atividade. A seguir, detalha-se cada uma das etapas que compõem esse processo.

1. Ação Direta do Sujeito sobre o Meio

O ponto de partida é a ação direta do sujeito (que pode ser individual, coletivo ou histórico) em interação com o meio. Esta ação não ocorre no vazio, ela é influenciada por três dimensões simultâneas e interdependentes do entorno:

- **Material (Entorno/ambiente):** Refere-se à interação física e prática do sujeito com os objetos, ferramentas e o espaço natural ou construído. É a base concreta da experiência.
- **Organizacional (Contexto):** Diz respeito às interações moldadas pelas relações sociais, pelas práticas culturais e pela organização comunitária. O contexto sociocultural fornece os significados iniciais para a ação.
- **Social (Normativo):** Envolve a influência das normas, regras e convenções sociais já estabelecidas, que pré-configuram as possibilidades e os limites da ação do sujeito.

Esta ação multifacetada é o ponto de partida a partir do qual o conhecimento começa a ser construído na prática.

2. Atividade Humana Situada Socioculturalmente: Quando as ações diretas são organizadas e adquirem uma intencionalidade, elas se constituem como uma atividade humana situada socioculturalmente. Este estágio representa a passagem de um ato isolado para um fazer reconhecido e compartilhado dentro de um contexto específico. A atividade humana é, portanto, o resultado das interações do sujeito com o meio (material, organizacional e social), agora estruturadas com um propósito e inseridas em uma dinâmica coletiva.

3. Prática (Iteração Deliberada e Regulada pelo Contexto): A prática emerge da iteração deliberada e repetida da atividade humana ao longo do tempo. É a consolidação de um modo de fazer que se torna recorrente e reconhecível. Esta prática não é aleatória; ela é regulada pelo contexto sociocultural do qual emerge, sendo orientada por um conjunto de normas, valores e procedimentos que a

estabilizam e a tornam inteligível para o grupo. É neste nível que se começa a ver a formação de um "fazer matemático" típico de uma comunidade, como um modo específico de medir, contar ou resolver problemas.

4. Prática de Referência: A prática, por sua vez, passa regulação de uma prática de referência. Esse conceito é fundamental, pois representa a expressão material e ideológica de um paradigma. Uma prática de referência pode ser entendida como um modelo, um padrão ou um sistema de procedimentos e crenças que serve de guia para a ação em um campo específico. Trata-se da "caixa de ferramentas" teórica, técnica e ideológica que dá sustentação e legitimidade à prática. No contexto da matemática, exemplos de práticas de referência são os paradigmas científicos, os sistemas de pensamento de uma época, as tradições de uma comunidade de engenheiros ou as técnicas consagradas de um ofício.

5. Prática Social (Normatização e Funções): No topo do modelo, a prática social exerce a função normativa sobre todo o sistema. É crucial compreender a definição Socioepistemológica de prática social: ela não é a ação ou a prática executada, mas aquilo que faz com que os sujeitos ajam de determinada maneira. É a norma subjacente, um emergente social que regula o desenvolvimento coletivo. A prática social normatiza as práticas de referência e, por consequência, toda a cadeia, por meio de quatro funções inter-relacionadas:

- **Função Normativa:** Estabelece as regras, os critérios de validação e os procedimentos aceitos, definindo o que é legítimo dentro de um determinado campo de saber ou de uma comunidade.
- **Função Identitária:** Molda a identidade dos sujeitos e do grupo. Ao engajar-se em práticas reguladas por determinadas normas sociais, o sujeito constrói sua identidade profissional, cultural e social. A pergunta "quem és tu?" pode ser respondida pela prática social que o orienta: "sou artesão".
- **Função Pragmática:** Confere funcionalidade e valor de uso ao conhecimento, orientando a ação para a resolução de problemas concretos do mundo real. É a dimensão que garante que o saber seja útil e aplicável.
- **Função Discursiva-reflexiva:** Promove a capacidade de refletir sobre a própria prática e de construir discursos sobre ela. Essa função permite a comunicação, a crítica, a negociação de significados e a consequente evolução e transformação do saber.

Ao articular esses cinco níveis, o Modelo de Aninhamento das Práticas oferece

uma lente teórica para compreender como o conhecimento matemático é continuamente construído, desde a ação mais concreta do sujeito até sua legitimação pelas normas sociais mais amplas.

A teoria Socioepistemológica utiliza esse modelo para explicar, tanto teórica quanto empiricamente, como os indivíduos e as sociedades constroem conhecimento. O Modelo de Aninhamento das Práticas¹⁰⁹ mostra como diferentes camadas de práticas sociais e normas interagem para moldar o conhecimento e as ações humanas. Ele ilustra a complexidade e a interdependência das práticas sociais na construção e na regulação do conhecimento, destacando como as normas e contextos socioculturais influenciam as práticas individuais e coletivas. Ao compreender esse processo, é possível também intervir na prática educativa para possibilitar a construção do conhecimento matemático em contextos educacionais.

3.8.2 Princípio da Racionalidade Contextualizada

A racionalidade contextualizada estabelece que “a relação com o saber é uma função contextual”¹¹⁰. (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15, tradução nossa), nesse sentido, a construção do conhecimento matemático não ocorre de maneira isolada, mas sim como um “um produto sociocultural” (Farfán; Romero, 2017, p. 487, tradução nossa), intrinsecamente ligado ao contexto no qual os sujeitos estão inseridos. Esse princípio reflete a ideia de que a matemática, enquanto atividade humana, se desenvolve em interação com fatores históricos, sociais e culturais. Assim, compreender um conceito matemático implica reconhecer que sua formulação e aplicação variam de acordo com o ambiente em que é produzido e utilizado. Como afirmam Farfán e Romero (2017, p. 487, tradução nossa), “a racionalidade do sujeito depende do contexto em que este se encontra em um momento e lugar determinados; por isso, a construção do conhecimento é um produto sociocultural”¹¹¹.

A racionalidade é como um par de lentes que determinará uma maneira de olhar para a matemática. Isso influenciará o que é visto ou não como um problema em matemática, o que é visto ou não como

¹⁰⁹ Modelo de anidación de las prácticas.

¹¹⁰ La relación con el saber es una función contextual.

¹¹¹ a que la racionalidad del sujeto depende del contexto en el que este se encuentre en un momento y lugar determinado; por lo que la construcción del conocimiento es un producto sociocultural.

uma demonstração matemática, e o que é percebido como relevante ou não como conhecimento científico (Espinoza, 2009, p. 160, tradução nossa)¹¹².

Nesse sentido, a racionalidade não pode ser dissociada do uso do conhecimento matemático em práticas concretas. A maneira como um conceito é compreendido e validado por um grupo depende diretamente do contexto social no qual está inserido. Cantoral (2020, p. 796, tradução nossa) reforça essa perspectiva ao afirmar que "o uso no contexto determina o tipo de racionalidade com a qual o conhecimento é construído"¹¹³; e que "como membro de uma cultura – constrói conhecimento à medida que o signifique e o coloque em uso"¹¹⁴ (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16, tradução nossa).

Para explicar esse princípio, Cantoral retoma à ideia de cenário sociocultural, proposto por Crespo (2007), que afirma que esse cenário influi não só nas condutas, mas também na maneira de atuar e de pensar dos membros da sociedade que habita, modelando, de certa maneira, suas ações e pensamentos, condicionando-os fortemente (Monteiro; Groenwald; Cantoral, 2018, p. 416 - 417).

O princípio da racionalidade contextualizada propõe que a racionalidade, ou seja, a lógica e a sensatez das ações e pensamentos é algo que depende do contexto. Não existe uma racionalidade "pura" ou independente; ela sempre está condicionada pelo local e pelo momento em que o sujeito se encontra. Espinoza (2009, p. 161, tradução nossa) afirma que a "[...] racionalidade é relativa a determinado cenário sociocultural"¹¹⁵. Um exemplo claro é como diferentes culturas podem resolver um problema matemático de maneiras distintas, todas racionais dentro de seu próprio contexto cultural.

A essência desse princípio é compreender que o conhecimento não é um produto isolado ou meramente individual, mas sim um produto que emerge de interações sociais e culturais. O conhecimento matemático, por exemplo, é "representativo da sociedade em que se gesta" (Crespo, 2007), o que significa que ele reflete as práticas, os valores e as necessidades dessa sociedade. Isso implica que, ao ensinar matemática (ou qualquer outra disciplina), deve-se sempre levar em

¹¹² La racionalidad es como unos lentes que determinarán una manera de mirar a la matemática. Esto incidirá en lo se ve o no como un problema en matemáticas, en lo que se ve o no como una demostración matemática, en lo que se ve relevante o no como conocimiento científico.

¹¹³ The use in context determines the type of rationality with which knowledge is constructed.

¹¹⁴ como miembro de una cultura – construye conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso.

¹¹⁵ La racionalidad es relativa a cierto escenario sociocultural.

conta o contexto dos estudantes para que o ensino seja acessível. Dessa forma, a Socioepistemologia evidencia que a construção do conhecimento matemático é dinâmica e depende das necessidades e das significações atribuídas pelos sujeitos em diferentes contextos.

3.8.3 Princípio do Relativismo Epistemológico

O princípio do relativismo epistemológico reconhece que o conhecimento matemático não pode ser entendido como absoluto e homogêneo, mas sim como uma construção plural que emerge das interações sociais. Como afirmam Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 101, tradução nossa), “a teoria Socioepistemológica concebe que o saber é, de fato, uma multiplicidade de saberes com verdades relativas”¹¹⁶. Essa concepção valoriza os diferentes tipos de conhecimento popular, técnico e culto, reconhecendo que cada um possui validade relativa ao contexto em que é produzido e utilizado.

Farfán e Romero (2017, p. 487, tradução nossa) reforçam essa perspectiva ao afirmar que “o saber é uma multiplicidade de saberes (popular, técnico e culto), com valores de verdade relativos a quem e onde são experienciados”¹¹⁷, o que implica aceitar a diversidade de opiniões diante dos mesmos fatos. Isso ocorre porque, ao não se admitir uma verdade única e absoluta, torna-se necessário compreender as razões que fundamentam as diferentes posições assumidas pelos sujeitos. Trata-se, portanto, de compreender o chamado “salto do erro ao obstáculo”, isto é, de deslocar a análise do erro como falha individual para compreendê-lo como manifestação de uma racionalidade situada (Farfán; Romero, 2017).

Nesse sentido, o relativismo epistemológico não significa que “tudo é válido”, mas que toda produção de conhecimento deve ser analisada a partir das práticas sociais que a sustentam e das racionalidades que a legitimam. Assim, a diversidade de interpretações sobre um mesmo fenômeno matemático exige a análise das justificativas mobilizadas pelos sujeitos em seus respectivos contextos de referência.

A TSME reconhece que todos esses saberes têm verdades próprias, válidas dentro de seus contextos. Isso significa que, em vez de impor uma única verdade

¹¹⁶ la teoría Socioepistemológica concibe que el saber es, de hecho, una multitud de saberes con verdades relativas.

¹¹⁷ [...] el saber es una multitud de saberes (popular, técnico y culto), con valores de verdad relativos a quién y dónde lo experimente [...]

universal, a TSME busca entender e respeitar as diferentes racionalidades presentes em cada prática ou comunidade.

Portanto, entende-se que a validade do saber é relativa ao indivíduo e ao grupo social que o produz e o utiliza. Como afirmam Cantoral, Reyes-Gasperini e Montiel (2014, p. 102, tradução nossa)¹¹⁸

a Socioepistemologia aceita que, dentro daquelas argumentações que sejam “erradas”, existe um pensamento matemático que deve ser estudado e considerado, para, a partir dele, desenvolver o pensamento matemático e construir conhecimento.

Essa perspectiva desloca a noção tradicional de erro, permitindo que interpretações consideradas incorretas sejam compreendidas, em seus contextos, como formas de pensamento matemático em processo de construção. Desse modo, o erro deixa de ser entendido como simples ausência de acerto ou falha conceitual e passa a ser concebido como expressão de uma racionalidade específica, historicamente situada. Ou seja, a Socioepistemologia propõe que os erros evidenciam modos de pensar e devem ser analisados como parte essencial do processo de construção do conhecimento matemático. Esse entendimento dialoga com a ideia de obstáculo epistemológico, segunda a qual os erros não são desvios a serem eliminados, mas momentos produtivos do processo de construção do conhecimento.

Ao considerar que “a validade do saber é relativa ao indivíduo e ao grupo cultural” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15, tradução nossa), a Socioepistemologia reforça que a construção do conhecimento matemático não está desvinculada dos grupos sociais que o constroem (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b). O conhecimento só adquire legitimidade quando é posto em uso e validado dentro de um contexto específico (Cantoral, 2020). Como afirmam Cantoral, Montiel e Reyes-Gasperini (2015b, p. 16, tradução nossa),

uma vez que esse conhecimento é colocado em uso, ou seja, consolida-se como um saber, sua validade será relativa ao indivíduo ou ao grupo, já que deles emergiu sua construção e suas respectivas argumentações, o que confere a esse saber um relativismo epistemológico (princípio).

¹¹⁸ [...] la Socioepistemología, acepta que dentro de aquellas argumentaciones que sean “erradas” existe un pensamiento matemático que debe ser estudiado y considerado, para de allí, desarrollar el pensamiento matemático y construir conocimiento.

Nessa perspectiva, Monteiro, Groenwald e Cantoral (2018, p. 416 – 417) afirmam que:

ao defender que a validade do saber é relativa à epistemologia de partida, tanto do indivíduo como do grupo cultural e seu contexto, a Socioepistemologia, através do princípio do relativismo epistemológico, sustenta que os pontos de vista não têm verdade, nem validade universal, mas que todo caso só possui uma validade subjetiva e relativa aos diferentes referenciais teóricos.

É importante esclarecer que o princípio do relativismo epistemológico não nega a existência de elementos universais na matemática. O que se problematiza não é a existência de regularidades, estruturas ou formalizações que possam alcançar ampla difusão, mas a ideia de que tais elementos sejam neutros, naturais ou independentes das práticas sociais que os produziram e legitimaram. Reconhece-se que certas estruturas e procedimentos matemáticos podem ser compartilhados por diferentes culturas e épocas, como evidencia a história da matemática. No entanto, a TSME problematiza a universalidade da matemática ao questionar como e por quem esses elementos são construídos, validados e institucionalizados.

Assim, a universalidade não é concebida como um dado a priori, mas como resultado de processos históricos, sociais e políticos que hierarquizam saberes, conferindo maior legitimidade a determinadas formas de conhecimento em detrimento de outras. O que se contesta, portanto, não é a existência de padrões matemáticos, mas a concepção de uma matemática única, neutra e descontextualizada, cuja validade seria independente das práticas e dos sujeitos que a produzem.

Embora existam estruturas matemáticas que podem ser consideradas universais em termos de formalização, sua interpretação e aplicação dependem do contexto social e cultural no qual são empregadas. Assim, o princípio do relativismo epistemológico não nega a existência de padrões na matemática, mas enfatiza que sua construção e validação são sempre situadas.

Esse princípio problematiza a ideia de uma matemática universal e imutável, ressaltando que sua significação e aplicação são determinadas pelas práticas e necessidades dos grupos que a utilizam (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b). A Socioepistemologia reconhece que a legitimação do conhecimento depende do meio em que é produzido e aplicado. Isso implica que certos saberes podem ser mais valorizados em determinados contextos, enquanto outros são marginalizados. Esse processo não é neutro e reflete relações de poder na produção do conhecimento

matemático. Assim, ao enfatizar a validade relativa dos saberes, a TSME busca compreender como diferentes epistemologias se articulam e quais formas de conhecimento são historicamente privilegiadas."

Ao compreender que o conhecimento matemático é uma construção socialmente situada, a Socioepistemologia enfatiza a importância de considerar a diversidade de saberes e interpretações como parte essencial do processo de aprendizagem e da construção do conhecimento matemático escolar.

3.8.4 Princípio da Ressignificação Progressiva

Para a Socioepistemologia, o princípio da ressignificação progressiva evidencia que o conhecimento matemático não é estático, mas passa por transformações contínuas à medida que interage com diferentes contextos. Como apontam Cantoral, Montiel e Reyes-Gasperini (2015a, p. 14-15, tradução nossa), "a significação não é estática, é funcional, relativa e contextual"¹¹⁹.

Esse processo ocorre devido à evolução das práticas sociais e à necessidade constante de adaptar e reinterpretar os saberes. A matemática, enquanto linguagem e ferramenta de matematização da realidade, adquire novos significados à medida que é utilizada em diferentes situações. Isso significa que a construção do conhecimento matemático é um processo de contínua ressignificação, no qual os conceitos, ao serem colocados em uso, são revisitados, reinterpretados e ampliados em função das interações socioculturais.

A abordagem Socioepistemológica concebe a matemática como uma linguagem em constante evolução, que se expande para expressar ideias, resolver problemas e comunicar saberes dentro de grupos sociais. Historicamente, conceitos como o de "número" transformaram-se significativamente: de instrumento para contagem de objetos concretos em civilizações antigas, o conceito passou a englobar abstrações como números negativos e imaginários, demonstrando como a linguagem matemática se desenvolve para atender a novas necessidades. Além disso, a matemática atua como ferramenta de matematização da realidade, permitindo representar e interpretar fenômenos físicos, sociais e econômicos. Esses modelos não

¹¹⁹ La significación no es estática, es funcional, relativa y contextual.

constituem "verdades absolutas", mas construções que refletem as prioridades e visões de mundo de quem os cria, como exemplifica a transição da geometria euclidiana para as geometrias não euclidianas, exigida pela necessidade de descrever espaços curvos na teoria da relatividade (Cantoral, 2013).

Nesse contexto, a TSME destaca dois aspectos fundamentais: primeiro, que o conhecimento matemático não é neutro, pois emerge de problemas concretos e valores culturais específicos; segundo, que a aprendizagem depende das práticas sociais, uma vez que compreender por que determinados grupos utilizam certos modelos matemáticos revela como esse conhecimento ganha significado em contextos particulares.

Assim, em decorrência da própria evolução da vida do indivíduo ou grupo e de sua interação com os diversos contextos, esses saberes serão ressignificados, enriquecendo-os com novos significados até então construídos (princípio da ressignificação progressiva)¹²⁰ (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16, tradução nossa).

A ressignificação progressiva ocorre porque o conhecimento matemático é continuamente modificado pelos sujeitos em seus diferentes usos e contextos. Esse fenômeno implica que a matemática escolar não deve ser ensinada como um conjunto de verdades fixas, mas sim como uma construção em constante evolução. Cantoral (2020, p. 796, tradução nossa) reforça essa perspectiva ao afirmar que "devido à própria evolução e à interação contextual, o conhecimento é ressignificado"¹²¹.

Como destacam Cantoral e Montiel (2018), a matemática é uma construção social, e seus significados são constantemente reinterpretados conforme novas interações e usos emergem em diferentes contextos. A partir dessas ações, o indivíduo começa a construir significados para os objetos, mas esses significados não são fixos, eles mudam ao longo do tempo à medida que o indivíduo se depara com novas situações.

A ressignificação progressiva, portanto, é um processo contínuo de reinterpretação de significados em novos contextos. Quando o indivíduo utiliza um conceito ou um símbolo em uma nova situação, ele o ressignifica, ampliando e modificando sua compreensão. Como afirmam Farfán e Romero (2017, p. 487,

¹²⁰ Así, a causa de la propia evolución de la vida del individuo o grupo y su interacción con los diversos contextos, se resignificarán esos saberes enriqueciéndolos de nuevos significados hasta el momento construidos (*principio de resignificación progresiva*).

¹²¹ Because of one's own evolution and contextual interaction, knowledge is resignified.

tradução nossa), o

O princípio da ressignificação progressiva admite que, uma vez que o conhecimento é colocado em uso, sua validade será relativa a um ambiente (racionalidade contextualizada) e sua construção e seus respectivos argumentos emergem desse ambiente (relativismo epistemológico), quando esse saber evolui e, a partir da sua interação com diversos contextos, esses saberes serão ressignificados, enriquecendo-se com variações significativas.

122

Essa reinterpretação ocorre justamente porque o conhecimento matemático não se constitui de maneira isolada, mas emerge da interação com o meio e é constantemente enriquecido com novas experiências e desafios.

Um aspecto central da TSME é que o conhecimento não se constrói individualmente, mas sim socialmente. Segundo Cantoral et al. (2006), a matemática é uma prática sociocultural cuja significação está atrelada ao uso e à função que desempenha dentro de um determinado grupo. Nesse sentido, a ressignificação progressiva não acontece apenas na mente do indivíduo, mas também por meio das interações com outras pessoas, com ferramentas, com o discurso, e com o ambiente sociocultural. Isso reforça a ideia de que o conhecimento é, em essência, um produto social.

Diante da complexidade que envolve a articulação dos quatro princípios que fundamentam a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa, apresenta-se, no Quadro 03, uma síntese de suas principais características. A organização sistematizada desses princípios permite visualizar, de forma integrada, como a TSME concebe a construção do conhecimento matemático a partir das práticas sociais, considerando a racionalidade contextualizada dos sujeitos, o relativismo epistemológico dos saberes e o processo contínuo de ressignificação que caracteriza a aprendizagem.

¹²² El principio de *resignificación progresiva* admite que, una vez que el conocimiento es puesto en uso, su validez será relativa a un entorno (racionalidad contextualizada) y de éste emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones (relativismo epistemológico), en el momento en que ese saber evoluciona y de su interacción con diversos contextos, se resignificarán estos saberes enriqueciéndose con variantes significativas.

Quadro 03 – Síntese dos Princípios da TSME

Princípios	Características
Princípio da Racionalidade Contextualizada	“a racionalidade do sujeito depende do contexto em que ele se encontra em um momento e lugar determinados” (Farfán; Romero, 2017, p. 487)¹²³. “a construção do conhecimento é um produto sociocultural.” (Farfán; Romero, 2017, p. 487).¹²⁴ “A relação com o saber é uma função contextual.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15)¹²⁵. “e o contexto determinará o tipo de racionalidade com a qual um indivíduo ou grupo — como membro de uma cultura — constrói conhecimento ao significá-lo e colocá-lo em uso.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16).¹²⁶ “O uso no contexto determina o tipo de racionalidade com a qual o conhecimento é construído.” (Cantoral, 2020, p. 796).
Princípio do Relativismo Epistemológico	“o saber é uma multiplicidade de saberes (popular, técnico e culto), com valores de verdade relativos a quem e onde o experimenta, o que leva a aceitar a diversidade de opiniões diante dos mesmos fatos, pois, ao não haver uma verdade única, é preciso compreender o porquê das posições de cada sujeito — isto é, o salto do erro ao obstáculo.” (Farfán; Romero, 2017, p. 487)¹²⁷. “A validade do saber é relativa ao indivíduo e ao grupo cultural.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15)¹²⁸. “Uma vez que esse conhecimento é colocado em uso, isto é, consolida-se como saber, sua validade será relativa ao indivíduo ou ao grupo, já que deles emergiram sua construção e suas respectivas argumentações, o que dota esse saber de um relativismo epistemológico.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16).¹²⁹ “Quando esse conhecimento é colocado em uso, sua validade será relativa.” (Cantoral, 2020, p. 796).
Princípio da Ressignificação Progressiva	“A significação não é estática; é funcional, relativa e contextual.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15).¹³⁰

¹²³ “la racionalidad del sujeto depende del contexto en el que este se encuentre en un momento y lugar determinado” (Farfán, Romero, 2017, p. 487)

¹²⁴ “la construcción del conocimiento es un producto sociocultural.” (Farfán, Romero, 2017, p. 487)

¹²⁵ La relación con el saber es una función contextual.” (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15)

¹²⁶ “y que el contexto determinará el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo como miembro de una cultura— construye conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso.” (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16)

¹²⁷ “el saber es una multitud de saberes (popular, técnico y culto), con valores de verdad relativos a quién y dónde lo experimente, lo que provoca que se acepte la diversidad de opiniones ante los mismos hechos, ya que, al no haber una verdad única, se precisa comprender el porqué de las opiniones de cada sujeto, esto es, el salto del error al obstáculo.” (Farfán, Romero, 2017, p. 487)

¹²⁸ “La validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural.” (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15)

¹²⁹ “Una vez que este conocimiento es puesto en uso, es decir, se consolida como un saber, su validez será relativa al individuo o al grupo, ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un relativismo epistemológico”. (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16)

¹³⁰ “La significación no es estática, es funcional, relativa y contextual.” (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15)

	“Assim, em razão da própria evolução da vida do indivíduo ou do grupo e de sua interação com diferentes contextos, esses saberes serão ressignificados, enriquecendo-se com novos significados além daqueles anteriormente construídos.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16)¹³¹. “Devido à própria evolução e à interação contextual, o conhecimento é ressignificado.” (Cantoral, 2020, p. 796).
Princípio Normativo da Prática Social	“As práticas sociais são a base para a construção do conhecimento.” (Cantoral, 2020, p. 796). “é o elo fundamental para o funcionamento da teoria.” (Farfán; Romero, 2017, p. 487).¹³² “as práticas sociais são a base e a orientação nos processos de construção do conhecimento.” (Farfán; Romero, 2017, p. 487)¹³³. “A significação da matemática mediante o uso: aninhamento de práticas.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15)¹³⁴. “as práticas sociais são os alicerces da construção do conhecimento.” (Cantoral; Montiel; Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16)¹³⁵. -

Fonte: A autora.

Os quatro princípios aqui sintetizados atuam de forma articulada e interdependente, constituindo a base epistemológica que sustenta a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa. Em conjunto, eles evidenciam que o conhecimento matemático não é uma construção abstrata e descontextualizada, mas emerge das práticas sociais, é moldado pela racionalidade dos sujeitos em seus contextos específicos, possui validade relativa aos grupos que o produzem e está em permanente processo de ressignificação. Essa compreensão sistêmica permite à TSME oferecer uma lente teórica consistente para analisar e intervir nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, considerando a complexidade das interações entre saber, sujeitos e contextos socioculturais.

¹³¹ “Así, a causa de la propia evolución de la vida del individuo o grupo y su interacción con los diversos contextos, se resignificarán esos saberes enriqueciéndolos de nuevos significados hasta el momento construidos” (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16)

¹³² “es el eslabón fundamental para el funcionamiento de la teoría” (Farfán, Romero, 2017, p. 487).

¹³³ “las prácticas sociales son la base y orientación en los procesos de construcción de conocimiento” (Farfán, Romero, 2017, p. 487).

¹³⁴ “La significación de la matemática mediante el uso: anidación de prácticas.” (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015a, p. 14-15)

¹³⁵ “las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento” (Cantoral, Montiel, Reyes-Gasperini, 2015b, p. 16)

4 UM DIÁLOGO ENTRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA E A TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA DA MATEMÁTICA EDUCATIVA

Este capítulo tem como objetivo elaborar e analisar um diálogo entre a Educação Matemática Realística, e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa. O termo *diálogo* é aqui compreendido em um sentido fenomenológico, uma vez que essa perspectiva enfatiza a intersubjetividade e a produção de sentido entre sujeitos, dimensões coerentes com a natureza teórica e interpretativa desta investigação, entendido, como uma “troca recíproca de pensamentos através da qual se realiza a comunicação das consciências” (Japiassú; Marcondes, 2001, p. 54). Tal compreensão implica assumir o diálogo não como mera comparação descritiva, mas como um movimento reflexivo que envolve aproximações, diferenças, questionamentos e deslocamentos conceituais entre as abordagens.

Esta investigação assume como princípio a simetria analítica entre as abordagens. Isso significa que nenhuma delas é tomada como referência normativa para julgar a outra. A RME não é tratada como "apenas didática" nem a TSME como "mera teoria social". Cada eixo é analisado inicialmente nos termos próprios de cada teoria, antes de qualquer movimento comparativo. A interlocução, portanto, não parte de um centro hierárquico, mas de uma posição relacional: ambas são perspectivas teóricas legítimas que, colocadas em diálogo, podem iluminar mutuamente seus pressupostos, alcances e limites. Esse movimento não seguiu uma sequência linear, mas um percurso espiralado, em que interpretação, confronto e reescrita se entrelaçaram, e no qual cada aproximação construída exigiu novos retornos às fontes, reconfigurando compreensões anteriores.

Embora oriundas de contextos históricos, geográficos e culturais distintos, a RME e a TSME compartilham preocupações relacionadas ao ensino e à aprendizagem da matemática, posicionando-se como alternativas críticas à visão tradicional da matemática escolar, marcada por práticas mecanicistas, formalistas e descontextualizadas, que frequentemente dissociam o saber matemático de suas dimensões humana, histórica, social. Nesse sentido, rejeitam a compreensão da matemática como um saber neutro, universal e atemporal, defendendo-a como uma construção humana, situada e dinâmica.

A RME desenvolveu-se no contexto europeu do pós-Segunda Guerra Mundial, em meio a movimentos de reconstrução educacional que buscavam superar modelos

de ensino centrados na transmissão de conteúdos e na formalização precoce. Fundamentada nos trabalhos de Freudenthal (1991), a RME defende a matemática como uma atividade humana que pode ser reinventada pelos estudantes. A TSME, por sua vez, emerge no contexto latino-americano como uma proposta de reinterpretação do conhecimento matemático a partir das práticas sociais, valorizando saberes historicamente constituídos e culturalmente situados (Cantoral; Farfán, 2003; Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014).

Apesar das diferenças de origem e de ênfase teórica, a RME com foco nos processos didáticos de reinvenção guiada e a TSME com foco na constituição social do conhecimento matemático observa-se uma convergência importante entre essas abordagens no que se refere à crítica ao absolutismo epistemológico e à centralidade da atividade humana na produção do conhecimento matemático. Essa aproximação é evidenciada, por exemplo, nas contribuições de Freudenthal apresentadas na IV Conferência Internacional de Educação Matemática (ICME-4), na década de 1980, quando o autor problematizou questões como “Como as pessoas aprendem? e Como podemos aprender a observar os processos de aprendizagem?” (Cantoral; Farfán, 2003, p. 32), questionamentos que contribuíram para a consolidação de um novo paradigma de pesquisa em Educação Matemática para uma abordagem cognitiva da pesquisa em que se observa e descreve sistematicamente as conquistas dos estudantes e as várias experiências de aprendizagem em interação com a realidade (Cantoral; Farfán, 2003, p. 32).

Autores da TSME retomam essas contribuições ao enfatizar a matemática como atividade humana situada em práticas sociais, reconhecendo a legitimidade de diferentes formas de saber, entendido como conhecimento situado e produzido nas práticas sociais, e defendendo uma perspectiva de relativismo epistemológico. Nessa concepção, o conhecimento matemático não se reduz a uma verdade única, mas constitui-se como uma pluralidade de saberes historicamente e culturalmente produzidos. No âmbito educacional, essa perspectiva implica compreender os modos de pensar dos estudantes inclusive seus erros como expressões de racionalidades em construção, cabendo ao professor e ao pesquisador o esforço de compreendê-las para favorecer processos de aprendizagem significativos.

O diálogo organiza-se em torno de quatro eixos analíticos: a matemática como atividade humana, o papel da realidade, a matematização e os princípios estruturantes de cada abordagem, examinados a seguir.

4.1 A MATEMÁTICA COMO ATIVIDADE HUMANA: CONTEXTO, CERTEZA E CONSTRUÇÃO

A discussão sobre a natureza da matemática e sua relação com a certeza tem sido tema tanto na Educação Matemática Realística quanto na Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa. Embora oriundas de contextos distintos, ambas as abordagens, compartilham a crítica à concepção tradicional da matemática como um corpo de verdades absolutas e descontextualizadas. Em contraposição, compreendem a matemática como uma atividade humana, produzida em contextos históricos, sociais e culturais específicos.

Este eixo analítico examina as concepções da RME e da TSME acerca da matemática como atividade humana, evidenciando aproximações conceituais e diferenças de ênfase entre as duas perspectivas.

Um ponto de convergência entre as abordagens é a crítica à noção de certeza absoluta. Para Freudenthal, a certeza matemática não é uma propriedade intrínseca dos objetos, mas o resultado de um processo de investigação e de organização racional realizado pelos sujeitos em situações específicas. Ao analisar episódios históricos como o *problème des partis*, Freudenthal (1991), evidencia que a certeza emerge da construção racional realizada em uma situação específica, e não de uma verdade universal pré-existente. Nesse sentido, afirma que “a matemática como atividade é um ponto de vista bastante distinto da matemática impressa em livros e impressa nas mentes”¹³⁶ (Freudenthal, 1991, p. 14), reforçando a ideia de que aprender matemática envolve participar de processos ativos de investigação, e não apenas assimilar resultados prontos.

Essa compreensão sustenta sua crítica à “inversão antididática”, característica do ensino tradicional, que apresenta o conhecimento formalizado como ponto de partida. Em oposição, a RME defende que a matemática deve ser ensinada como atividade (Freudenthal, 1973, 1983), uma vez que, “aprender é uma coisa diferente de receber informações”¹³⁷ (Freudenthal, 1971, 415), de modo que a matemática deve ser vivida como prática intelectual, não simplesmente transmitida como corpo acabado de verdades. Aprender matemática, nessa perspectiva, é aprender fazendo matemática, mobilizando intuição, linguagem e argumentação em processos de

¹³⁶ “Mathematics as an activity is a point of view quite distinct from mathematics as printed in books and imprinted in minds.” (Freudenthal, 1991, p. 14)

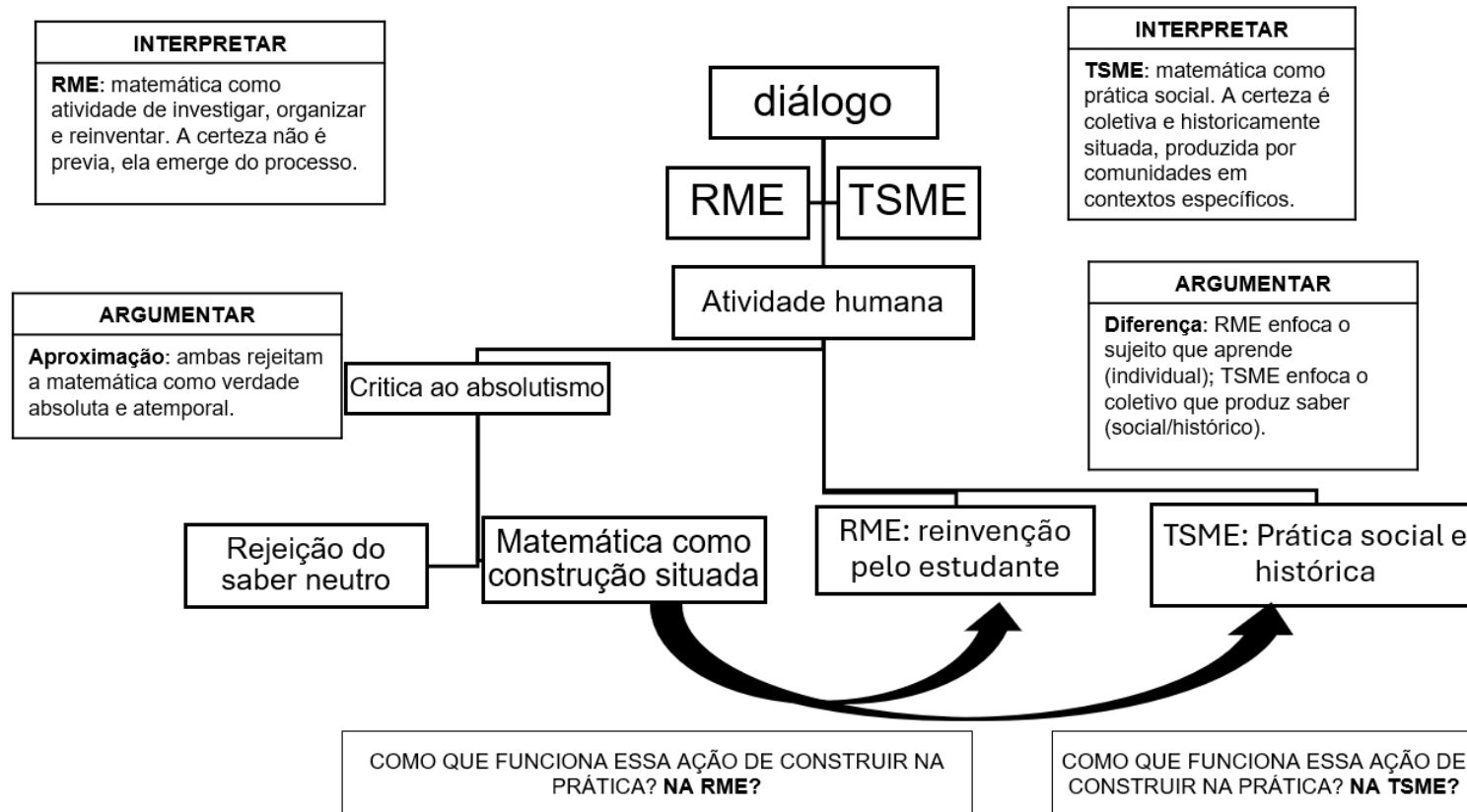
¹³⁷ [...] learning is a different thing but receiving information.

investigação guiada (Freudenthal, 1973, 1991; Gravemeijer, 1994).

De modo análogo, a TSME rejeita a ideia de um saber matemático imutável e neutro. Para Cantoral (2013), a matemática é uma construção humana, histórica e culturalmente situada, que se constitui nas práticas sociais dos grupos que a produzem e utilizam. Nessa perspectiva, a certeza matemática não é uma propriedade intrínseca dos objetos, mas emerge de processos coletivos de produção, uso e legitimação do conhecimento. Cantoral e Farfán (2003) ilustram essa concepção ao analisar como o conceito de variação, antes de se tornar cálculo formalizado, circulou por séculos em práticas de navegação, astronomia e engenharia, ganhando legitimidade progressivamente por meio de seu uso social. Assim, a atividade matemática não se reduz à experiência individual, constituindo-se como fenômeno social, atravessado por práticas culturais, institucionais e discursivas, dimensão que a TSME denomina construção social do conhecimento matemático (Cantoral; Reyes-Gasperini; Montiel, 2014)

Assim, tanto na RME quanto na TSME, observa-se um deslocamento do foco da “verdade matemática” enquanto produto para os processos de construção do conhecimento. Enquanto na RME a certeza é concebida como uma conquista progressiva do sujeito que aprende, na TSME ela resulta de processos coletivos historicamente situados. Essa convergência sustenta a crítica epistemológica compartilhada pelas duas abordagens: a recusa da matemática como corpo fechado de verdades absolutas.

Figura 07 – Síntese do diálogo entre a RME e a TSME acerca da matemática como atividade humana



Fonte: A Autora

A Figura 07 sintetiza os principais pontos de aproximação e diferenciação entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa no que se refere à compreensão da matemática como atividade humana. Em ambas as perspectivas, observa-se a rejeição da concepção da matemática como saber neutro, absoluto e descontextualizado, enfatizando-se sua natureza situada e construída em contextos específicos. Entretanto, enquanto a RME enfatiza a reinvenção da matemática pelo estudante em processos de matematização, a TSME destaca o caráter coletivo, histórico e sociocultural da produção do saber matemático.

Na perspectiva da RME, essa concepção se concretiza por meio da noção de matematização, entendida como a ação humana de organizar e estruturar a realidade ou a própria matemática por meio de ideias matemáticas. É nesse horizonte que se insere o princípio da reinvenção guiada, segundo o qual os estudantes, orientados pelo professor, reconstroem ideias matemáticas a partir de experiências de investigação e exploração (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994). A matemática é, assim, concebida como prática investigativa, criativa e progressivamente geradora de significados e certeza.

A TSME parte de um princípio semelhante, mas lhe atribui ênfase distinta: a matemática é compreendida como um saber socialmente produzido, inscrito em práticas culturais que atravessam a história e os contextos em que é mobilizado. Para Cantoral (2013) os conceitos matemáticos resultam de necessidades situadas e funções sociais específicas, como ilustram processos históricos, a exemplo do surgimento do cálculo em resposta a problemas relacionados ao movimento e às variações. A atividade matemática, nessa perspectiva, é essencialmente coletiva e indissociável das condições sociais de sua produção.

Outro ponto de aproximação entre as abordagens reside na centralidade do contexto, ainda que concebido de formas distintas. Na RME, o contexto assume frequentemente a forma de problemas realísticos¹³⁸ que funcionam como ponto de partida para a matematização, permitindo que os estudantes organizem e estruturem a realidade por meio de modelos matemáticos. Trata-se de contextos que fazem sentido para o estudante, mesmo quando não correspondem diretamente ao cotidiano imediato (Treffers, 1978; Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Na TSME, o contexto é entendido como o espaço que engloba as práticas

¹³⁸ Uma situação que faça sentido para o estudante, ainda que não seja necessariamente real.

socioculturais nas quais o conhecimento matemático é produzido e constitui significado. Cantoral (2005) defende que o ensino deve se ancorar em fenômenos socialmente relevantes, como a modelagem de epidemias para o estudo de funções matemáticas, articulando os saberes escolares aos desafios do mundo social. Nesse sentido, o contexto não se configura apenas como recurso didático, mas como espaço histórico e coletivo de produção de significações (Cantoral, 2005). Assim, enquanto a RME enfatiza o contexto como motor da experiência individual de aprendizagem, a TSME o compreende como campo de práticas sociais que constituem o próprio saber matemático.

Essas diferenças de ênfase se refletem também no papel atribuído ao professor. Na RME, o professor atua como arquiteto das situações de reinvenção guiada, criando condições didáticas que equilibram orientação pedagógica e espaço para a ação do estudante, respeitando seus percursos individuais. Na TSME, o professor assume o papel de mediador entre os saberes escolares e as práticas sociais, problematizando as origens, funções e significados do conhecimento matemático, situando-o em seus condicionantes históricos, culturais e institucionais, e explicitando sua dimensão histórica, social e cultural, evitando sua apresentação como conhecimento neutro ou universal.

Em ambas as perspectivas, critica-se à antecipação de técnicas e algoritmos desvinculados da compreensão. Na RME, os algoritmos adquirem sentido quando emergem como resposta a uma necessidade identificada em situações-problema. Na TSME, por sua vez, a antecipação de procedimentos formais sem vínculo com práticas sociais compromete a função cultural e epistêmica da matemática, uma vez que o conhecimento deixa de ser construído como resposta a problemas historicamente situados e passa a ser reduzido a um conjunto de técnicas descontextualizadas, esvaziando seu potencial de compreensão e explicação da realidade.

Diante das discussões apresentadas, a RME e a TSME convergem ao compreender a matemática como atividade humana, em contraposição à visão tradicional que a toma como um saber acabado e descontextualizado. As distinções entre as abordagens situam-se, sobretudo, nas ênfases atribuídas à experiência individual de aprendizagem, no caso da RME, entendida como o processo pelo qual o estudante, diante de situações significativas, mobiliza estratégias, produz esquemas, elabora representações e avança em níveis de matematização por meio de reinvenções guiadas, e aos processos sociais e históricos de produção do

conhecimento, no caso da TSME. Contudo, tais diferenciações não configuram antagonismos; ao contrário, ampliam horizontes de articulação teórica e pedagógica, ao possibilitar que a matemática seja concebida como prática que integra a ação do sujeito às dimensões coletivas e culturais implicadas na produção do saber. Nessa perspectiva, reconhecer a matemática como atividade humana implica necessariamente considerar os contextos nos quais ela emerge, circula e adquire significado, conduzindo à reflexão sobre o papel da realidade como elemento estruturante dos processos de produção e aprendizagem matemática.

Ao longo deste eixo, buscou-se explicitar como a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa convergem na compreensão da matemática como produção humana. Com o objetivo de sistematizar essas aproximações e evidenciar os pontos em que os enfoques se complementam ou se diferenciam, apresenta-se, a seguir, um quadro comparativo que sintetiza elementos centrais do diálogo estabelecido.

A Figura 07 sintetiza o percurso interpretativo construído neste eixo, explicitando os movimentos de interpretar e argumentar mobilizados no diálogo entre RME e TSME acerca da matemática como atividade humana.

Quadro 04 – A matemática como atividade humana na RME e na TSME

RME – Matemática como atividade humana	TSME – Matemática como prática social	Diálogo
“A matemática deve ser entendida como uma atividade humana. Ela é criada por pessoas e pode ser reinventada por aqueles que a aprendem.” (Freudenthal, 1991, p. 17)	“A matemática deve ser compreendida como uma prática social situada, vinculada a necessidades específicas de grupos sociais em determinados contextos históricos e culturais.” (Cantoral, 2013, p. 45)	Ambas as concepções rejeitam a visão da matemática como corpo pronto de verdades. A RME enfatiza a reinvenção individual do conhecimento em situações realistas; a TSME amplia esse olhar ao considerar a dimensão histórica e social na produção do saber matemático.
“O ensino deve partir de situações realistas que façam sentido para os estudantes, de modo que eles possam matematizar essas situações.” (Gravemeijer, 1994, p. 89)	“O conhecimento matemático emerge de práticas sociais e é legitimado por meio de processos institucionais que lhe conferem validade.” (Reyes-Gasperini, 2017, p. 63)	Enquanto a RME coloca o foco no sujeito escolar e no seu processo de matematização, a TSME mostra que essas práticas fazem parte de um movimento mais amplo de legitimação social. O diálogo permite pensar que a “situação realista” pode ser entendida também como uma prática culturalmente situada.
“Matematizar é organizar e estruturar a realidade de maneira progressiva, movendo-se de soluções informais para formas mais formais.” (Freudenthal, 1973, p. 42)	“O saber matemático é resultado de um movimento entre a prática social e sua institucionalização, em que diferentes formas de conhecimento são produzidas e reconhecidas.” (Montiel, 2011, p. 29)	A ideia de matematização (RME) encontra eco no processo de institucionalização (TSME). Ambas reconhecem que o conhecimento nasce das práticas e se transforma em saber matemático por meio de processos progressivos, ainda que em escalas distintas (individual na RME e coletiva na TSME).

A síntese apresentada permite observar que o encontro entre RME e TSME não se estabelece pela sobreposição de conceitos, mas pela possibilidade de articular níveis distintos de análise da atividade matemática. Enquanto a RME concentra sua análise no movimento de reinvenção no âmbito da experiência de aprendizagem, a TSME direciona sua atenção para as tramas históricas e sociais que produzem e legitimam o conhecimento. Essa complementaridade abre espaço para aprofundar o debate sobre como tais perspectivas podem, juntas, oferecer fundamentos para repensar as práticas de ensino, tema explorado no eixo seguinte.

4.2 O PAPEL DA REALIDADE

A noção de realidade integra as discussões tanto da Educação Matemática Realística quanto na Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa. Embora fundamentadas em referenciais distintos, ambas rejeitam a ideia de que o conhecimento matemático emerge de abstrações isoladas ou de um corpo de verdades independente da experiência humana. A realidade, em ambas as perspectivas, não é concebida como elemento externo ao conhecimento, mas como elemento constitutivo de possibilidade para a construção de sentidos e para o desenvolvimento da atividade matemática.

Na RME, Freudenthal (1971) defende explicitamente uma matemática vinculada à realidade vivida, afirmando que “ensinar matemática relacionada à realidade” é condição para que o conhecimento tenha significado duradouro (Freudenthal, 1971). Essa realidade, contudo, não deve ser compreendida de forma ontológica ou meramente empírica. Para o autor, o “real” corresponde àquilo que é experimentado como tal pelo senso comum em determinado estágio de compreensão, incluindo objetos mentais, atividades simbólicas e situações imagináveis (Freudenthal, 1991). Nesse sentido, a realidade constitui um campo de experiências que pode ser organizado matematicamente, e não um conjunto de dados previamente matematizados a serem apenas aplicados.

Essa concepção sustenta a crítica de Freudenthal à didática tradicional, que frequentemente apresenta produtos acabados da matemática: definições, algoritmos e fórmulas revestidos de uma aparência de concretude, como se sua simples inserção em enunciados contextualizados garantisse significado. Para o autor, tal procedimento

compromete o sentido da aprendizagem, pois elimina o processo de organização, modelação e estruturação progressiva que caracteriza a atividade matemática. A realidade, na RME, deve funcionar como fonte de aprendizagem, e não apenas como campo de aplicação, permitindo que os estudantes reinventem ideias matemáticas a partir de contextos que reconhecem como significativos (Treffers, 1987; Gravemeijer, Van den Heuvel-Panhuizen; Streefland, 1990).

Desse modo, o caráter “realístico” da RME não se restringe a situações do cotidiano imediato, mas abrange contextos que possam ser experienciados ou imaginados pelos estudantes, inclusive contextos intramatemáticos. Como esclarece Van den Heuvel-Panhuizen (2010), a realidade deve estar presente tanto no início quanto no desenvolvimento do processo de aprendizagem, desencadeando a necessidade de matematizar. A aprendizagem matemática, assim, inicia-se em contextos ricos, entendidos como situações abertas, desafiadoras e potencialmente férteis em estratégias, que favorecem diferentes formas de abordagem, comparação de procedimentos e evolução de modelos, promovendo a transição entre níveis de matematização. O processo desenvolve-se, portanto, por meio de um movimento contínuo entre experiência e formalização.

Na TSME, a noção de realidade desloca-se do âmbito predominantemente escolar para o campo das práticas sociais, entendidas como ações intencionais de grupos humanos para transformar sua realidade material e social (Martínez, 2005). Para Cantoral, a matemática deve ser compreendida como uma prática social historicamente construída, que emerge da necessidade de resolver problemas em contextos coletivos específicos. Nessa perspectiva, o conhecimento matemático não se legitima apenas por sua coerência interna, isto é, por sua consistência lógica, rigor dedutivo ou adequação a sistemas formais, mas por sua funcionalidade e significado nas práticas sociais em que se insere (Cantoral, 2000; Cantoral; Covián, 2006).

A realidade, portanto, não é apenas o cenário no qual a matemática é aplicada, mas o próprio espaço de sua produção e transformação. Como destaca Martínez (2005) as práticas sociais correspondem a ações intencionais de grupos humanos orientadas à transformação da realidade material e social, sendo nesse interior que o saber matemático se constitui como conhecimento culturalmente legitimado. Essa compreensão aproxima-se da concepção sociológica de realidade como construção

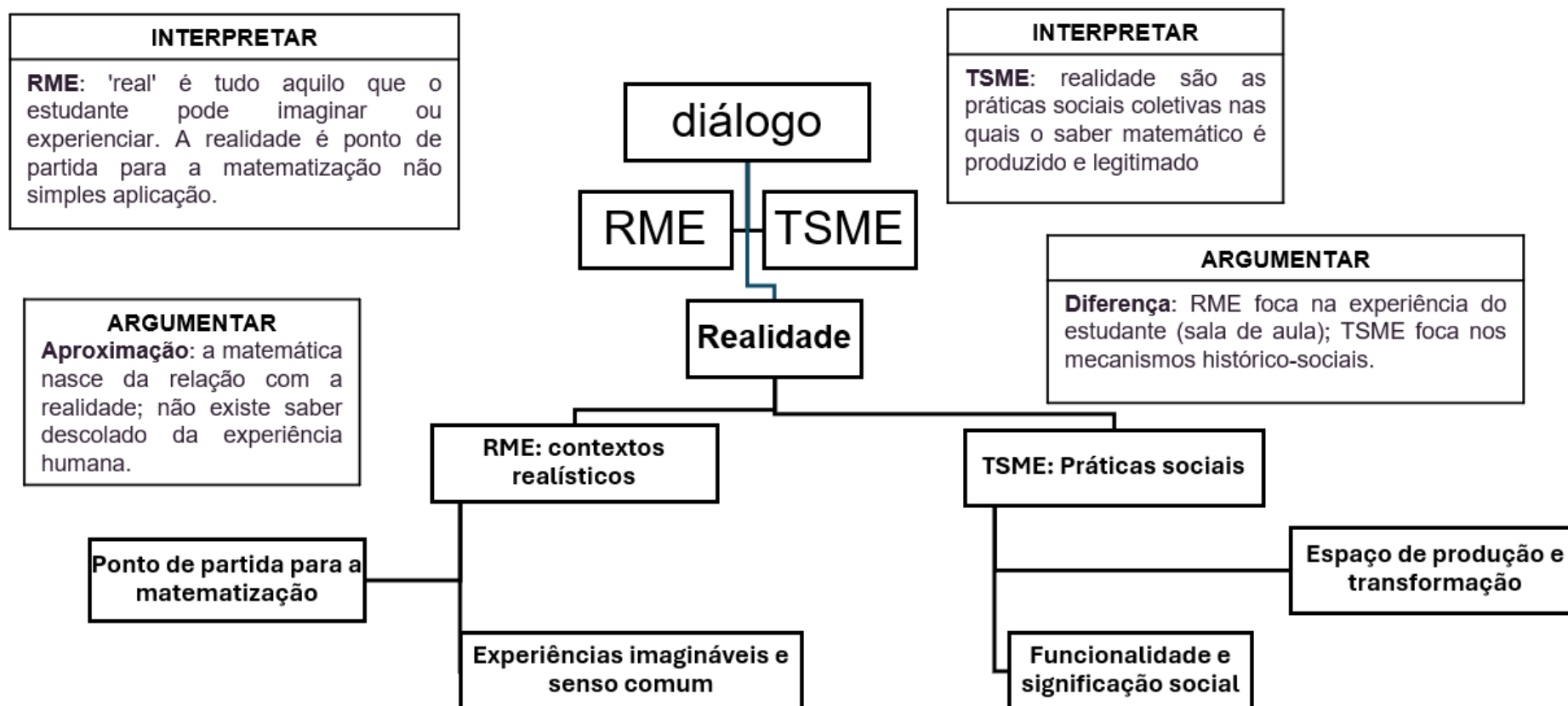
interpretativa e histórica, conforme discutido por Berger e Luckmann (2001).

O diálogo entre RME e TSME evidencia aproximações importantes. Ambas afirmam que a matemática nasce da relação com a realidade, é produzida em contextos de atividade e rejeitam a separação rígida entre conhecimento matemático e mundo vivido. Freudenthal (1991) é enfático ao afirmar que a matemática surge inicialmente na “realidade do senso comum” e se desenvolve a partir dela. Do mesmo modo, a TSME sustenta que não é possível compreender a matemática sem referência aos contextos sociais e históricos que a produzem e a tornam legítima.

As diferenças entre as abordagens residem principalmente na ênfase atribuída a essa realidade. A RME concentra-se no uso pedagógico da realidade como meio para tornar a matemática compreensível e acessível aos estudantes, valorizando o processo de reinvenção guiada em sala de aula. Já a TSME amplia o foco analítico ao investigar os mecanismos sociais, históricos, institucionais e culturais que conferem legitimidade às práticas matemáticas, situando o ensino em um campo social mais amplo, que ultrapassa a sala de aula e inclui comunidades de prática, tradições disciplinares, demandas profissionais, políticas educacionais e formas de validação do conhecimento.

Essa diferença não deve ser interpretada como oposição, mas como possibilidade de complementaridade. Enquanto a RME contribui para o desenho didático de situações que mobilizam a atividade matemática do estudante, a TSME permite compreender os condicionantes sociais e epistemológicos que atravessam a construção e a circulação do conhecimento matemático. Pode-se dizer que a RME se preocupa com a “microfísica” da aprendizagem (a sala de aula e a experiência do estudante), enquanto a TSME se dedica à “macrofísica” do conhecimento (o campo social, histórico e cultural de sua produção). Em ambas, a realidade assume papel estruturante: é ponto de partida, contexto de legitimação e horizonte de retorno da atividade matemática.

Figura 08 – O papel da realidade no diálogo entre a RME e a TSME



Fonte: A Autora

A Figura 08 sintetiza os principais elementos do diálogo estabelecido entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa acerca do papel da realidade na constituição do conhecimento matemático. Em ambas as perspectivas, a matemática é compreendida como produção humana vinculada à experiência e às práticas sociais. Entretanto, enquanto a RME enfatiza a realidade como ponto de partida para processos de matematização e reinvenção guiada, centrando-se nas experiências imagináveis e significativas para o estudante, a TSME compreende a realidade como espaço histórico e sociocultural de produção, legitimação e transformação do saber matemático.

À luz das discussões desenvolvidas, tanto na RME quanto na TSME, a realidade deixa de ocupar o lugar de pano de fundo ilustrativo para assumir a condição de elemento constitutivo da matemática enquanto prática humana situada. O diálogo entre essas perspectivas amplia a compreensão do papel da realidade no ensino, ao possibilitar a articulação entre a experiência do estudante em sala de aula e as dimensões sociais, históricas e culturais implicadas na produção do saber matemático. Compreendida desse modo, a realidade não apenas contextualiza a aprendizagem, mas instaura a necessidade de organizá-la, interpretá-la e transformá-la por meio de processos progressivos de matematização, nos quais os sujeitos elaboram modelos, produzem representações e transitam entre diferentes níveis de formalização. É nesse movimento que a atividade humana, situada na realidade, converte-se em conhecimento matemático, conduzindo à problematização do próprio processo de matematizar.

4.3 A MATEMATIZAÇÃO COMO PROCESSO COGNITIVO, EPISTEMOLÓGICO E SOCIAL

No desenvolvimento deste estudo, a matematização apresenta-se como categoria articuladora entre diferentes modos de compreender a produção do conhecimento matemático. Ainda que apoiadas em referenciais distintos, a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa afastam-se da concepção da matemática como um corpo de verdades acabadas, enfatizando-a como atividade humana em permanente construção. Nessa perspectiva, o conhecimento matemático emerge da ação dos sujeitos sobre a realidade, em interação com problemas, linguagens e práticas socialmente situadas,

entendidas como formas compartilhadas de agir, argumentar, representar e validar saberes em determinados grupos e contextos históricos.

Na RME, a matematização é compreendida como um conjunto de processos por meio dos quais os estudantes organizam, estruturam e reorganizam fenômenos da realidade e suas próprias produções matemáticas, em um movimento contínuo que acompanha tanto a transformação da realidade quanto da própria matemática (Freudenthal, 1991). Esse processo não se restringe à formalização simbólica ou à axiomatização, mas envolve ações, esquematizações, generalizações e mudanças de perspectiva que permitem ao estudante atribuir sentido às situações vividas. Freudenthal (1991) distingue, nesse percurso, dois movimentos complementares: a matematização horizontal, que conduz das situações do mundo da vida às primeiras formas de organização matemática, e a matematização vertical, correspondente ao refinamento progressivo dessas construções por meio de generalizações, formalizações, encadeamentos e reorganizações conceituais.

Aprender matemática, nessa perspectiva, não significa receber conceitos prontos, mas participar ativamente de um percurso de reinvenção guiada, no qual definições, algoritmos e simbolizações aparecem como resultados da atividade matemática, e não como seu ponto de partida (Freudenthal, 1991). O processo cognitivo de matematizar apoia-se na esquematização progressiva, entendida como um hábito humano fundamental de tornar experiências paradigmáticas, organizá-las e generalizá-las em estruturas cada vez mais eficientes. A formalização e a axiomatização são concebidas como “retoques finais” de uma atividade cujo núcleo reside na organização do conteúdo e na construção de significados (Freudenthal, 1991).

Esse entendimento confere centralidade ao papel didático da matematização na RME. A matemática não é apresentada como um sistema fechado a ser transmitido, mas como resultado de um movimento contínuo de organização, generalização e formalização da experiência. Cabe ao professor elaborar condições didáticas que favoreçam esse percurso, equilibrando orientação e autonomia, de modo a evitar a inversão antididática, isto é, a imposição de estruturas finais como ponto de partida, e possibilitar que os estudantes construam sentidos a partir das construções matemáticas que desenvolvem (Freudenthal, 1991).

Nessa perspectiva, a matematização corresponde a um processo de produção, circulação e institucionalização de saberes, envolvendo práticas, linguagem, valores e normas socialmente compartilhadas.

Na TSME, embora a expressão matematização não seja utilizada explicitamente, seu análogo pode manifestar-se na construção social do conhecimento matemático, compreendida em uma perspectiva que ultrapassa o plano da atividade individual do aprendiz e focaliza os processos pelos quais os saberes ganham existência, reconhecimento e permanência em coletivos humanos. A matemática é compreendida como prática social historicamente construída, isto é, como um conjunto de atividades nas quais comunidades produzem modos legítimos de raciocinar, utilizar representações, estabelecer argumentos e resolver problemas. Esse processo envolve a produção, circulação, negociação de significados e institucionalização de saberes, articulando linguagem, valores e normas compartilhadas. Trata-se, portanto, de um fenômeno simultaneamente epistemológico e social, no qual o conhecimento se constitui, se transforma e se estabiliza historicamente.

A aproximação entre a RME e a TSME torna-se visível quando se reconhece que, para Freudenthal (1991), aquilo que pertence ao “mundo da vida” ou ao “mundo dos símbolos” não é fixo, mas depende do contexto, da experiência e do ambiente sociocultural dos sujeitos. A matematização assume, assim, caráter situado e relacional, ocorrendo em espaços coletivos nos quais significados são construídos, negociados e transformados. Essa leitura permite evidenciar a dimensão social presente na RME, ainda que Freudenthal (1991) enfatize prioritariamente suas implicações didáticas, especialmente no que se refere à organização de trajetórias de aprendizagem, à escolha de problemas que mobilizem estratégias dos estudantes e ao uso de modelos como pontes entre procedimentos informais e formas mais estruturadas de matemática.

O diálogo entre essas abordagens permite reconhecer que, em ambas, o conhecimento matemático emerge da ação dos sujeitos em interação com a realidade e que tal processo é dinâmico, histórico e situado. A matemática não aparece como objeto neutro ou exterior à experiência humana; ao contrário, constitui-se na própria atividade de matematizar.

As distinções residem, sobretudo, nas ênfases atribuídas a esse processo. A RME dedica-se à dimensão didático-cognitiva, isto é, à organização progressiva da experiência no contexto escolar, e à construção de percursos em que os estudantes partem de estratégias informais, elaboram modelos intermediários e avançam gradativamente em direção a formas formais e estruturadas de conhecimento. A TSME, por sua vez, volta-se para os processos culturais de produção do saber matemático, evidenciando que a aprendizagem e a legitimação do conhecimento se vinculam a sistemas de prática que envolvem comunidades profissionais, tradições disciplinares, formas de validação e usos socialmente reconhecidos da matemática.

Essas diferentes ênfases não configuram antagonismo, mas possibilitam ampliar o campo analítico, favorecendo a articulação entre a experiência individual de aprendizagem e as dinâmicas coletivas que sustentam a produção e a permanência do conhecimento matemático, permitindo compreender a matematização como fenômeno simultaneamente individual, social e historicamente situado."

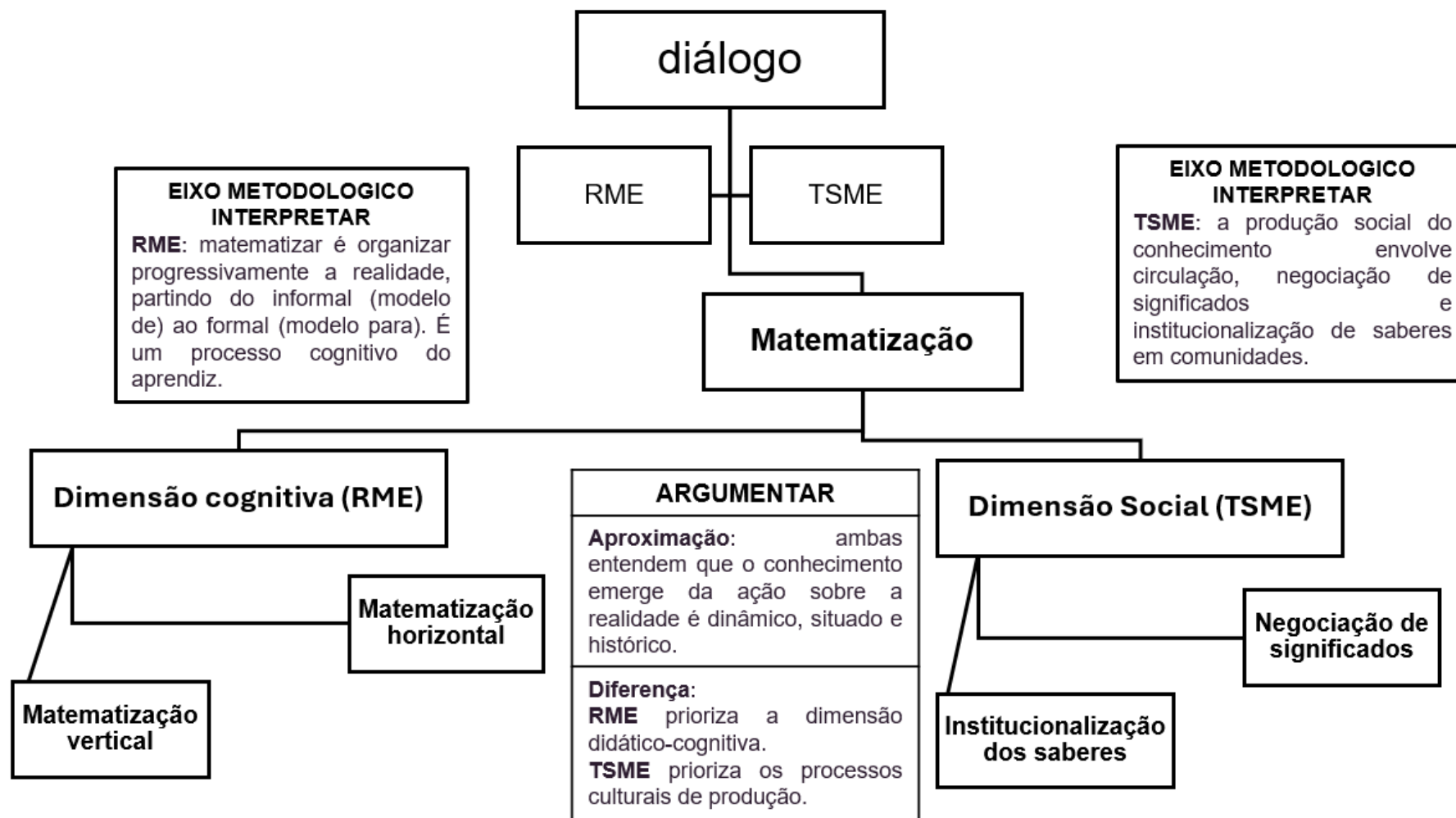
À luz do que foi discutido, compreender a matematização como processo cognitivo, epistemológico e social implica reconhecer que aprender matemática envolve participar de práticas de organização da experiência, nas quais ação, linguagem, reflexão e formalização se articulam de modo progressivo. O diálogo entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica permite, desse modo, ampliar o entendimento da natureza do conhecimento matemático e de seu ensino, evidenciando a inseparabilidade entre a atividade do sujeito e as práticas sociais e culturais que sustentam e legitimam esse saber. Tal compreensão, entretanto, apoia-se em fundamentos teóricos específicos que orientam a maneira como cada abordagem interpreta o papel do aprendiz, da realidade, do conhecimento e da própria matemática, o que conduz à necessidade de explicitar os princípios que estruturam cada uma dessas perspectivas.

Essas diferentes ênfases não configuram antagonismo, mas possibilitam ampliar o campo analítico, favorecendo a articulação entre a experiência individual de aprendizagem e as dinâmicas coletivas que sustentam a produção e a permanência do conhecimento matemático, permitindo compreender a matematização como fenômeno simultaneamente individual, social e historicamente situado.

Com o objetivo de sintetizar as aproximações e diferenças entre a Educação

Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa acerca da matematização, apresenta-se a Figura 09.

Figura 09 – A matematização no diálogo entre a RME e a TSME: dimensões cognitivas, epistemológicas e sociais



Fonte: A Autora

À luz do que foi discutido, compreender a matematização como processo cognitivo, epistemológico e social implica reconhecer que aprender matemática envolve participar de práticas de organização da experiência, nas quais ação, linguagem, reflexão e formalização se articulam de modo progressivo. O diálogo entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica permite, desse modo, ampliar o entendimento da natureza do conhecimento matemático e de seu ensino, evidenciando a inseparabilidade entre a atividade do sujeito e as práticas sociais e culturais que sustentam e legitimam esse saber. Tal compreensão, entretanto, apoia-se em fundamentos teóricos específicos que orientam a maneira como cada abordagem interpreta o papel do aprendiz, da realidade, do conhecimento e da própria matemática, o que conduz à necessidade de explicitar os princípios que estruturam cada uma dessas perspectivas.

4.4 OS PRINCÍPIOS ESTRUTURANTES DE CADA ABORDAGEM

A explicitação dos princípios estruturantes da Educação Matemática Realística e da Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa permite compreender como cada perspectiva organiza a atividade matemática, situa o sujeito e descreve a produção de significados. No entanto, um diálogo no sentido fenomenológico exige ir além da simples justaposição ou comparação de conceitos. Seguindo o método da pesquisa teórico-especulativa (Martineau; Simard; Gauthier, 2001), propõe-se aqui uma “análise em rede”¹³⁹, em que os princípios de uma teoria interpelam e são ressignificados por múltiplos princípios da outra. Essa abordagem revela que as relações são menos de correspondência linear e mais de focos complementares que se questionam mutuamente, produzindo uma ampliação recíproca de focos analíticos. Enquanto a RME oferece uma “engenharia didática”¹⁴⁰ orientada à matematização, a TSME fornece uma “sociologia do conhecimento”¹⁴¹ que questiona a origem, a função e os mecanismos sociais de legitimação desse mesmo saber. Colocá-las em diálogo é, portanto, iluminar a prática pedagógica com a consciência de seus fundamentos

¹³⁹ Significa que não vamos conectar um princípio da RME a um princípio da TSME (como uma linha reta, uma correspondência 1x1). Em vez disso, vamos mostrar como cada princípio da RME se conecta a vários princípios da TSME, e vice-versa, formando uma malha de conexões.

¹⁴⁰ Um conjunto de princípios e mecanismos orientados à prática pedagógica.

¹⁴¹ quadro analítico para compreender a produção social do conhecimento.

socioculturais, e compreender a construção social do conhecimento à luz de trajetórias possíveis de aprendizagem.

O princípio da atividade (RME), ao compreender a matemática como atividade humana e a aprendizagem como construção participativa, é colocado em interlocução com a TSME, que interroga as condições sob as quais essa atividade se constitui. A questão Socioepistemológica desloca o olhar do simples agir do estudante para os sistemas de normas históricas e culturais que permitem reconhecer determinadas produções como conhecimento válido. É aqui que o princípio normativo da prática social (TSME) entra em cena, revelando que o "fazer matemático" na sala de aula é uma prática regulada por sistemas históricos e culturais que definem o que pode ser reconhecido como conhecimento válido. A "reinvenção" não é um ato livre, é uma prática social escolar normada, que ocorre em um campo de regulação simbólica que preexiste à ação individual, uma vez que as normas históricas e culturais que regulam o fazer matemático estão postas antes de qualquer sujeito singular entrar em cena e, ao mesmo tempo, é transformado pela própria ação dos sujeitos. Assim, o diálogo nos permite recontar a gênese do conhecimento na sala de aula não como pura invenção individual, mas como uma atividade normativamente contextualizada: o estudante é ativo, mas sua atividade é moldada e ganha legitimidade dentro de um campo de normas que a própria atividade ajuda a reproduzir e transformar.

Por outro lado, a ênfase da RME na reinvenção guiada oferece à TSME uma materialidade didática para compreender como tais normas podem ser apropriadas, negociadas e eventualmente modificadas na dinâmica da sala de aula. A atividade do estudante não apenas se inscreve em práticas, ela também participa de sua atualização. O diálogo permite, portanto, compreender o fazer matemático simultaneamente como produção situada e como possibilidade de transformação das regras que o sustentam.

O princípio da realidade (RME) situa a matematização em domínios experienciáveis ou imagináveis como reais, usando contextos como ponto de partida para a produção de significados. Em interlocução com a TSME, esses contextos deixam de ser entendidos apenas como cenários de aplicação e passam a ser vistos como matrizes de racionalidades, isto é, espaços nos quais modos de argumentar, validar e usar o conhecimento são historicamente constituídos. A matematização

envolve, assim, um trânsito entre diferentes formas de legitimidade, por meio do princípio da racionalidade contextualizada. O "contexto rico" da RME, assim denominado por oferecer múltiplas possibilidades de abordagem e por mobilizar diferentes estratégias nos estudantes, não é um pano de fundo neutro; é um cenário sociocultural que constitui formas específicas de pensar e argumentar. A atividade de matematizar implica, portanto, em transitar entre essas racionalidades situadas. Esse trânsito, por sua vez, é iluminado pelo princípio do relativismo epistemológico (TSME), que valoriza a coerência interna dessas racionalidades, mesmo quando divergem da formalidade matemática escolar. Um cálculo aproximado no mercado é "verdadeiro" em seu contexto.

Ao mesmo tempo, a RME fornece meios pedagógicos concretos para tornar visível esse trânsito. Ao propor situações que demandam organização progressiva, a perspectiva realística cria oportunidades para que racionalidades diversas entrem em contato, sejam comparadas e reorganizadas. A realidade, desse modo, não apenas produz pluralidade; ela se converte em terreno de coordenação e reconstrução de significados. O diálogo, aqui, é crucial: ensinar a partir da realidade é, na verdade, ensinar a negociar significados e validades entre diferentes sistemas racionais. A realidade não é só fonte de problemas; é o espaço de encontro de racionalidades plurais que a atividade matemática busca organizar.

A progressão descrita pelo princípio de níveis (RME), caracterizada pela passagem de procedimentos informais aos formais, do "modelo de" ao "modelo para" encontra seu motor epistemológico¹⁴² no princípio da ressignificação progressiva (TSME), ideia Socioepistemológica de que os significados se transformam à medida que circulam entre práticas e contextos. Cada novo uso de um modelo altera sua função, amplia seu alcance e reorganiza o que passa a ser reconhecido como saber. Enquanto a RME descreve os degraus (níveis) de uma trajetória de aprendizagem organizada, a TSME descreve o processo dinâmico e social por meio do qual um conceito ou modelo ganha novos significados ao ser usado em diferentes situações. Cada nova aplicação, cada generalização, é um ato de ressignificação. Por sua vez,

¹⁴² A expressão "motor epistemológico" é aqui utilizada no sentido de princípio ou mecanismo gerador do conhecimento. Indica que a ressignificação progressiva não é um fenômeno que apenas acompanha a mudança de níveis, mas é o processo dinâmico que a produz e explica, fornecendo a base para a construção e transformação dos significados matemáticos.

a RME oferece à TSME uma descrição detalhada de como essas transformações podem ser acompanhadas e favorecidas em trajetórias de ensino. Os níveis funcionam como estabilizações provisórias em um movimento contínuo de mudança, permitindo observar a ressignificação em operação. O diálogo evidencia, assim, tanto a fluidez do significado quanto as formas pelas quais ele pode ganhar consistência na experiência escolar.

Colocados face a face, esses dois olhares suscitam uma questão fundamental: os "níveis" são estágios fixos ou momentos de relativa estabilização em um fluxo contínuo de ressignificação? Em outros termos, a pergunta é se a aprendizagem segue uma sequência predeterminada de patamares ou se se constitui como um processo contínuo de transformação de significados, no qual os chamados "níveis" representam apenas configurações momentâneas e mais estáveis. Recontar, assim, a aprendizagem como uma narrativa de ressignificações sucessivas, em que os conceitos e saberes matemáticos, inicialmente ancoradas em contextos específicos, vão sendo progressivamente deslocadas e ampliadas em seu significado e alcance.

Quando a RME propõe o princípio da interatividade como condição para a aprendizagem, enfatizando o compartilhamento de estratégias, a TSME oferece uma lente analítica para entender o que realmente acontece nesse espaço. A interação na sala de aula é, antes de tudo, o encontro (por vezes conflituoso) de racionalidades contextualizadas e relativas. O princípio do relativismo epistemológico (TSME) indica que a validade de uma estratégia depende inicialmente do sistema de referência de cada estudante. No entanto, esse encontro não é anárquico. Ele é regulado pelo princípio normativo da prática social (TSME), que institui a argumentação matemática como a prática por meio da qual o grupo negocia e constrói consensos sobre o que será aceito como saber válido.

No entanto, a própria organização didática defendida pela RME institui dispositivos pelos quais essas racionalidades podem ser confrontadas, discutidas e reorganizadas coletivamente. A argumentação passa a operar como prática de validação social, permitindo que o grupo produza acordos provisórios sobre o que será reconhecido como conhecimento matemático. A interação aparece, assim, simultaneamente como diversidade e como construção do comum. A interatividade, portanto, não é só um meio para "avançar conceitualmente", é o processo social por

meio do qual o relativismo das racionalidades individuais é tensionado e, pela norma da prática argumentativa, evolui para a construção de um saber coletivamente validado.

Os princípios do entrelaçamento e da orientação (RME) dialogam de forma profunda com a visão sistêmica da TSME. O entrelaçamento defende uma matemática não fragmentada, em que domínios se conectam. A TSME pergunta: o que sustenta essa visão integrada? A resposta está nas práticas sociais (princípio normativo) que geram e utilizam o conhecimento. Nas atividades sociais, os limites disciplinares tornam-se porosos, e é precisamente nessa circulação que os significados se transformam. Por exemplo, um engenheiro não separa álgebra de geometria em sua prática; a integração é uma exigência da funcionalidade do saber. Além disso, a ressignificação progressiva frequentemente ocorre precisamente nas fronteiras entre domínios, quando um conceito é visto sob nova luz.

Por sua vez, a RME converte essa dinâmica em princípio curricular, oferecendo formas de organizar experiências escolares que favorecem conexões sistemáticas entre ideias. O diálogo mostra como a integração pode ser compreendida tanto como exigência funcional das práticas quanto como decisão pedagógica deliberada.

A orientação, na RME, refere-se à criação de percursos que permitam ao estudante participar da reinvenção do conhecimento. A TSME oferece um tripé para entender essa delicada ação pedagógica: 1) O professor é um agente da normatividade de uma prática social (a matemática escolar); 2) Para orientar, ele precisa compreender a racionalidade contextualizada do estudante; 3) E deve fazer isso respeitando o valor relativo dessa racionalidade inicial. O professor atua em um espaço em que significados são negociados e em que determinadas formas de argumentação ganham reconhecimento coletivo. Sua função não é impor uma verdade, mas criar condições para que a racionalidade do estudante se expanda e se ressignifique, aproximando-se das normas da prática social almejada. Ao mesmo tempo, a RME detalha como essa mediação pode ser realizada no cotidiano escolar, por meio da escolha de tarefas, intervenções e sequências que sustentam a transformação progressiva dos significados. A orientação torna-se, assim, o ponto em que normatividade e experiência se encontram na prática pedagógica; é, portanto, a arte de negociar a distância entre a normatividade do saber a ser ensinado e o

relativismo das racionalidades em construção.

Colocar os princípios em relação por meio dessa análise em rede revela um campo fértil de diálogo que vai além da complementaridade; revela uma interdependência analítica: a "engenharia didática" da RME ganha profundidade e consciência crítica quando interrogada pela "sociologia do conhecimento" da TSME. Por outro lado, as reflexões socioculturais da TSME encontram, na RME, um conjunto de princípios operacionais que mostram *como* a construção social do conhecimento pode ser intencionalmente fomentada em contextos educativos. Esse diálogo não apaga as divergências de interpretação como a diferente leitura do "erro" como estágio informal (RME) ou como indício de uma racionalidade alternativa (TSME), mas as torna produtivas. O diálogo, assim realizado, amplia o horizonte de reflexão para além da sala de aula, inserindo a prática de ensino-aprendizagem no espectro mais amplo da construção social do conhecimento, sem jamais perder de vista a possibilidade e a responsabilidade de guiá-la intencionalmente.

A síntese visual deste diálogo em rede, que explicita os núcleos conceituais e os deslocamentos de foco analítico produzidos, é apresentada no Quadro 05 a seguir.

Quadro 05: Síntese do Diálogo entre os Princípios da RME e da TSME

Princípios na RME	Princípios na TSME	Núcleo do diálogo: o que emerge do encontro	Movimento analítico produzido pelo diálogo
Atividade: a matemática é produzida na ação do estudante; aprender matemática implica agir, produzir, reinventar. O conhecimento não é transmitido pronto; ele emerge da ação.	Normativo da Prática social: o fazer é orientado por sistemas de normas históricas e culturais que regulam o que conta como conhecimento. Racionalidade contextualizada: modos de pensar dependem dos cenários socioculturais de uso.	A ação do estudante ocorre em sistemas de regras que tornam certas produções reconhecíveis como conhecimento. Ao mesmo tempo, é na atividade que essas regras se atualizam e podem ser transformadas. O estudante é ativo, mas sua ação é moldada e ganha sentido dentro de sistemas de práticas e racionalidades socialmente constituídos.	A atividade é compreendida como participação em práticas e, simultaneamente, como possibilidade de reconfigurá-las.
Realidade: Contextos experienciáveis ou imagináveis funcionam como ponto de partida para a matematização.	Racionalidade contextualizada: modos de pensar dependem dos cenários socioculturais de uso. Relativismo epistemológico: a validade do saber depende dos coletivos que o reconhecem.	Trabalhar com a realidade não significa apenas contextualizar tarefas, mas promover o confronto produtivo entre diferentes maneiras de pensar, argumentar, permitindo que os critérios de validade matemática sejam construídos, discutidos e refinados coletivamente.	A realidade aparece como produtora de pluralidade e como terreno de coordenação de significados.
Níveis: passagem do informal ("modelo de") ao formal ("modelo para")	Ressignificação progressiva: os saberes se transformam à medida que circulam entre contextos.	A passagem de nível é impulsionada pelo mecanismo social da resignificação. Cada novo uso do modelo em uma situação diferente amplia e transforma seu significado. A progressão é uma narrativa de resignificações sucessivas.	O aprendizado deixa de ser entendido como sequência linear de etapas e passa a ser concebido como um movimento recorrente de retomadas e resignificações, no qual a transformação dos sentidos ocorre paralelamente à institucionalização de referências compartilhadas que permitem a continuidade do trabalho matemático.
Interatividade: Compartilhamento de estratégias como motor da aprendizagem.	Relativismo epistemológico: a validade do saber depende dos coletivos que o reconhecem. Normativo da Prática social: o fazer é orientado por sistemas de normas históricas e culturais que regulam o que conta como conhecimento.	A interação é o espaço de encontro (e conflito) entre racionalidades distintas. Por meio da prática social normativa da argumentação, o grupo negocia e constrói consensos sobre o que será aceito como saber válido.	A comunicação é entendida como diversidade em negociação que gera validação social.
Entrelaçamento: Conexão	Normativo da Prática social: o fazer é	As práticas demandam articulações entre	A integração é vista como

e integração dos diferentes domínios matemáticos.	orientado por sistemas de normas históricas e culturais que regulam o que conta como conhecimento. Ressignificação progressiva: os saberes se transformam à medida que circulam entre contextos.	ferramentas variadas; ao circular entre domínios, os significados se transformam. O currículo pode favorecer essa circulação.	exigência funcional das práticas e como organização pedagógica deliberada.
Orientação: o professor estrutura trajetórias para guiar a reinvenção.	Normativo da Prática social: o fazer é orientado por sistemas de normas históricas e culturais que regulam o que conta como conhecimento. Relativismo epistemológico: a validade do saber depende dos coletivos que o reconhecem. Racionalidade contextualizada: modos de pensar dependem dos cenários socioculturais de uso.	Orientar é negociar a distância entre a normatividade do saber a ser ensinado e o relativismo das racionalidades iniciais dos estudantes. O professor cria condições para que as racionalidades contextuais se expandam e se resignifiquem, aproximando-se das normas da prática social almejada.	A condução didática aparece como mediação entre experiências locais e processos coletivos de legitimação.

As conexões mapeadas não apagam as especificidades de cada abordagem; ao contrário, tornam visíveis os deslocamentos de foco analítico que emergem quando seus fundamentos são colocados em relação. Desse modo, essa sistematização não apenas resume a análise, mas também consolida o campo conceitual comum gerado pelo diálogo, oferecendo um mapa a partir do qual se podem examinar as implicações didáticas e investigativas dessa interlocução teórica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação teve como objetivo central elaborar e analisar a configuração do diálogo entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa, quando analisadas a partir dos eixos da atividade humana, da realidade, da matematização e de seus princípios estruturantes. Mais do que uma simples comparação, buscou-se elaborar um espaço de interlocução crítica, um movimento reflexivo de aproximações, deslocamentos e questionamentos mútuos, na acepção fenomenológica do termo. O percurso teórico-especulativo adotado, ancorado nos eixos metodológicos de interpretar, argumentar e recontar (Martineau; Simard; Gauthier, 2001), permitiu que esse diálogo fosse construído progressivamente ao longo do texto. O estudo aprofundado dos fundamentos da RME e da TSME revelou que, embora oriundas de contextos geográficos e históricos distintos, a RME emergindo das reformas educacionais europeias do pós-guerra e a TSME consolidando-se como uma voz crítica latino-americana, ambas as abordagens compartilham um inimigo comum: a visão da matemática como um corpo de verdades acabadas, neutras e descontextualizadas, que alimenta o que Freudenthal (1991) denominou de "inversão antididática" e a TSME denominou de "centralização no objeto".

Um dos resultados centrais desta tese é que o diálogo entre RME e TSME não se configura como uma fusão ou uma síntese integradora. Conforme evidenciado ao longo da análise, o objetivo nunca foi apagar as diferenças ou propor um modelo híbrido. Pelo contrário, a riqueza da interlocução reside exatamente no reconhecimento de que se trata de uma complementaridade de focos analíticos. A RME oferece uma poderosa "engenharia didática"¹⁴³, uma teoria de como organizar trajetórias de aprendizagem para que os estudantes possam reinventar a matemática a partir de situações realísticas. A TSME, por sua vez, funciona como uma "sociologia do conhecimento" que interroga as origens, as funções e os mecanismos sociais de legitimação desse mesmo saber, evitando que a engenharia didática se torne uma técnica desprovida de consciência crítica.

¹⁴³ Forma de organizar o ensino.

A articulação dos quatro eixos analíticos permitiu que essa complementaridade se tornasse visível em diferentes dimensões da atividade matemática. No que se refere à matemática como atividade humana, o diálogo revelou que a atividade do estudante (RME) está sempre imersa em sistemas de normas históricas e culturais (TSME). A "reinvenção guiada" não é um ato de criação a partir do nada ou do zero, mas uma participação normativamente contextualizada. O estudante é ativo, mas sua ação é moldada e ganha legitimidade dentro de um campo de práticas sociais que a própria atividade ajuda a reproduzir e, potencialmente, a transformar. Quanto ao papel da realidade, a "realidade" da RME, como ponto de partida para a matematização, deixa de ser um pano de fundo neutro quando interrogada pela TSME, revelando-se como um cenário sociocultural produtor de racionalidades contextualizadas. O "contexto rico" é o espaço de encontro (e, por vezes, de conflito) entre diferentes modos de argumentar e validar o conhecimento. Aprender matemática, nesse sentido, é também aprender a negociar significados entre esses diferentes regimes de verdade, um processo iluminado pelo princípio do relativismo epistemológico.

No eixo da matematização, o processo de matematização progressiva (RME), com sua passagem do "modelo de" para o "modelo para", encontrou na ressignificação progressiva (TSME) o seu "motor epistemológico e social"¹⁴⁴. A passagem de nível não é automática; ela é impulsionada pela necessidade de usar o conhecimento em novas situações, o que força o sujeito e o coletivo a reinterpretar, ampliar e transformar os significados dos conceitos e modelos. A progressão é, portanto, uma narrativa de ressignificações sucessivas. Por fim, a análise em rede dos princípios estruturantes foi o momento de maior densidade do diálogo. Ela mostrou, por exemplo, que a interatividade (RME) é o espaço em que o relativismo epistemológico (TSME) se manifesta e é regulado pela normatividade da prática social (TSME) por meio da argumentação. Mostrou também que a orientação (RME) é a arte de negociar a distância entre a normatividade do saber a ser ensinado e as racionalidades contextualizadas dos estudantes, um movimento que exige do professor a compreensão do valor relativo dessas racionalidades iniciais.

Sustenta-se, portanto, que a interlocução entre a Educação Matemática Realística e a Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa não visa produzir

¹⁴⁴ Força que impulsiona.

síntese teórica, mas instaurar um campo ampliado de reflexão sobre o ensino e a produção do conhecimento matemático. É importante reconhecer que as duas abordagens partem de concepções distintas sobre a gênese do conhecimento: enquanto a RME o compreende como emergindo da atividade do sujeito sobre a realidade, em um movimento predominantemente cognitivo-didático, a TSME o concebe como constituído nas e pelas práticas sociais que precedem e transcendem o indivíduo, em um movimento epistemológico-social. Assumir essa diferença como produtiva e não como um problema a ser resolvido, é condição para que o diálogo seja fértil. Nesse sentido, **se** a RME organiza a trajetória didática da reinvenção, a TSME explicita as normatividades históricas que tornam essa reinvenção possível e legítima. A contribuição desta tese reside justamente em evidenciar que essas perspectivas não se anulam nem se sobrepõem, mas dialogam produtivamente, ampliando o horizonte epistemológico da Educação Matemática.

As principais potencialidades deste diálogo para o campo da Educação Matemática podem ser assim sintetizadas. Para a RME, a incorporação da dimensão social e crítica da TSME permite que a abordagem realística se blinde contra o risco de um fazer pedagógico acrítico. Os contextos ricos deixam de ser vistos apenas como trampolins para a formalização e passam a ser compreendidos como espaços de disputa de sentido, nos quais diferentes racionalidades coexistem e precisam ser negociadas. A reinvenção guiada ganha uma nova camada de complexidade: não se trata apenas de reinventar conceitos, mas de reinventar as próprias práticas de validação do conhecimento na sala de aula. Para a TSME, a clareza didática e a engenharia de trajetórias de aprendizagem oferecidas pela RME fornecem um instrumental concreto para operacionalizar seus princípios. A teoria que denuncia a "centralização no objeto" e propõe um "redesenho do discurso matemático escolar" encontra na RME um repertório de princípios (atividade, níveis, orientação) que mostram como essa construção social do conhecimento pode ser intencionalmente fomentada em contextos educativos, sem perder de vista a necessidade de organizar a progressão conceitual. O principal ponto de divergência entre as abordagens reside nas diferentes leituras sobre a gênese do significado. Enquanto a RME tende a vê-lo emergindo da atividade do sujeito sobre a realidade (num movimento cognitivo-didático), a TSME o vê como constituído nas e pelas práticas sociais que precedem e

transcendem o indivíduo (num movimento epistemológico-social). Assumir essa diferença como produtiva, e não como um problema a ser resolvido, é a maior contribuição epistemológica deste trabalho.

Dessa interlocução, emergem implicações concretas para a prática, o currículo e a pesquisa. Para a prática docente, o professor é reconfigurado como um profissional que atua na articulação entre diferentes dimensões do saber. Ele precisa dominar a engenharia didática para criar percursos de reinvenção (RME), mas também precisa ser um leitor crítico das racionalidades que seus estudantes trazem, um mediador que ajuda o grupo a negociar novas normas para a produção do conhecimento matemático em sala de aula (TSME). A formação docente, portanto, deveria articular esses dois saberes: o saber-fazer didático e o saber-interpretar sociocultural. Para o desenvolvimento curricular, um currículo informado por esse diálogo não seria uma lista de conteúdos, mas uma narrativa de ressignificações. Ele organizaria trajetórias de aprendizagem (RME) ancoradas em práticas sociais significativas e culturalmente relevantes (TSME). A progressão não seria medida apenas pela complexidade dos conceitos, mas pela profundidade da interpretação crítica que eles permitem sobre a realidade. Para a pesquisa em Educação Matemática, este trabalho abre caminho para investigações que, em vez de tentar integrar ou sobrepor abordagens, busquem explorar os pontos de os pontos de contraste produtivo entre elas como objetos de estudo. Que novas perguntas emergem quando analisamos uma sala de aula de matemática com as lentes simultâneas da RME e da TSME? Como os processos de "ressignificação" podem ser observados e descritos em termos de "níveis" de matematização? Como a "orientação" do professor pode ser compreendida como um ato de intervenção em uma "prática social normativa"?

Em suma, esta tese não se encerra com um ponto final, mas com reticências. O diálogo construído entre a RME e a TSME não é um produto acabado; é um campo conceitual aberto, uma ferramenta para continuar pensando. Ao recontar a história desse encontro teórico, a pesquisadora não apenas respondeu ao seu problema de pesquisa, mas também se reposicionou diante de seu objeto, transformada pela interlocução. A principal lição que fica é a de que a matemática, longe de ser uma ilha de certezas, é um oceano de significações humanas. Navegar por ele exige,

simultaneamente, a bússola da didática, que nos orienta na travessia (RME), e o olhar atento para as correntezas sociais e históricas que nos movem e que, em última instância, dão sentido à própria viagem (TSME). Que as futuras pesquisas e práticas pedagógicas possam se beneficiar deste mapa ainda em construção, e que se sintam convidadas a desenhar novas rotas, sempre em busca de uma educação matemática mais justa, mais crítica e, acima de tudo, mais humana.

REFERÊNCIAS

AHLFORS, Lars V. et al. On the mathematics curriculum of the high school. **American Mathematical Monthly**, v. 69, n. 3, p. 189-193, 1962.

ALVAREZ, Balda; ALEJANDRA, Paola. Estructura para el diseño de situaciones de aprendizaje desde un enfoque socioepistemológico. **Investigación e Innovación en Matemática Educativa (IIME)**, v. 7, p. 7, 2022.

BERGER, Peter L.; LUCKMANN, Thomas. **La construcción social de la realidad**. Buenos Aires: Talleres Gráficos Color Efe, 2001.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In: BRUN, J. **Didática das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35–113.

CABALLERO-PÉREZ, Mario; CANTORAL, Ricardo. Una caracterización de la noción sistema de referencia para el tratamiento del cambio y la variación. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 30, p. 1057-1065, 2017.

CABALLERO-PÉREZ, Mario Adrián; CANTORAL, Ricardo Uriza. Anidación de prácticas para el desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional. **Red**, v. 2, p. 402, 2017a.

CANTORAL, Ricardo. Historia del cálculo y su enseñanza: el concepto de límite a través de los textos y de su historia. In: MEMORIAS DE LA PRIMERA REUNIÓN CENTROAMERICANA Y DEL CARIBE SOBRE FORMACIÓN DE PROFESORES E INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, 1., 1987. **Anais [...]**. [S.l.: s.n.], 1987. p. 231-235.

CANTORAL, Ricardo. **Desequilibrio y equilibración. Categorías relativas a la apropiación de una base de significados propias del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las funciones analíticas**. 1990. Tese (Doutorado) – Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, 1990.

CANTORAL, Ricardo; FARFÁN, Rosa María. Elementos Metodológicos para la reconstrucción de una Didáctica del Análisis en el nivel superior. In: PRIMER SIMPOSIO INTERNACIONAL SOBRE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. **Cuadernos de Investigación**. [S.l.: s.n.], 1990. p. 19-26.

CANTORAL, Ricardo Arnoldo Uriza. Matemática, matemática escolar y matemática educativa. In: REUNIÓN CENTROAMERICANA Y DEL CARIBE SOBRE FORMACIÓN DE PROFESORES E INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, 1995, Havana. **Anais [...]**. Havana: Ministerio de Educación, 1995. p. 1-10.

CANTORAL, Ricardo. Approccio socioepistemologico alla ricerca in matematica educativa: un programma emergente. In: D'AMORE, B. (org.). **Diversi aspetti e diversi àmbiti della didattica della matematica**. Bologna: Pitagora Editrice, 1998a.

p. 15–24.

CANTORAL, Ricardo; FARFÁN, Rosa. Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. **Epsilon**, v. 42, n. 14, p. 353–369, 1998b.

CANTORAL, Ricardo. Enseñanza de la matemática en la educación superior. **Sinéctica**, n. 19, 2001.

CANTORAL, Ricardo. La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: una mirada emergente. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2003. **Anais [...]**. [S.l.: s.n.], 2003. p. 1-15.

CANTORAL, Ricardo; FARFÁN, Rosa María. Matemática Educativa: Una visión de su evolución. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)**, v. 6, n. 1, p. 27-40, 2003.

CANTORAL, Ricardo. Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional: una mirada socioepistemológica. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 17, n. 1, p. 1–9, 2004.

CANTORAL, Ricardo; FERRARI, M. Uno studio socioepistemologico della previsione. **La Matematica e la sua Didattica**, v. 2, p. 33-70, 2004.

CANTORAL, Ricardo Arnoldo Uriza. Socioepistemologia: nota sobre a construção social do conhecimento matemático avançado. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 3., 2005, Canoas. **Anais [...]**. Canoas: ULBRA, 2005.

CANTORAL, Ricardo; MOLINA, Juan; SÁNCHEZ, Mario. Socioepistemología de la predicción. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 18, n. 1, p. 463-468, 2005.

CANTORAL, Ricardo Uriza et al. Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. **RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 9, n. 1, p. 83-102, 2006.

CANTORAL, Ricardo Uriza, et al. **Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**. México DF: Diaz de Santos, 2008. p. 285-310.

CANTORAL, Ricardo; FARFÁN, Rosa María. Socioepistemología de la contradicción. Un estudio sobre la noción de logaritmo de números negativos y el origen de la variable compleja. In: **Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un reporte iberoamericano**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 243-284.

CANTORAL, Ricardo Arnoldo Uriza; FARFÁN, Rosa María Márquez. Socioepistemología y Matemáticas. **Acta Latinomerica de Matemática Educativa**, v. 21, p. 740-753, Coacalco, México, 2008a.

CANTORAL, Ricardo Arnoldo Uriza; FARFÁN, Rosa Maria. Matemática Educativa: una visión de su evolución. **Acta Scientiae**, v. 11, n. 1, p. 7-20, jan./jun. 2009.

CANTORAL, R. Tendencias de la investigación en matemática educativa: del estudio centrado en el objeto a las prácticas. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 23, p. 1043-1052, 2010.

CANTORAL, R. Fundamentos y Métodos de la Socioepistemología. In: SIMPOSIO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, 2011. **Anais [...]**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 22-26.

CANTORAL, Ricardo. **Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento**. Barcelona: Gedisa, 2013.

CANTORAL, Ricardo. ¿Qué es la Matemática Educativa? **REMATEC**, v. 9, n. 15, p. 149-172, 2014.

CANTORAL, Ricardo; REYES-GASPERINI, Daniela; MONTIEL, Gisela. Socioepistemología, matemáticas y realidad. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática**, v. 7, n. 3, p. 91-116, 2014.

CANTORAL, Ricardo. Orígenes y evolución del programa Socioepistemológico en matemática educativa. 2015. (No prelo ou documento avulso).

CANTORAL, R.; MONTIEL, G.; REYES-GASPERINI, D. Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. **Avances de Investigación en Educación Matemática (AIEM)**, n. 8, p. 9-28, 2015a.

CANTORAL, Ricardo; MONTIEL, Gisela; REYES-GASPERINI, Daniela. El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 18, n. 1, p. 5-17, 2015b.

CANTORAL, Ricardo. Educación alternativa: matemáticas y práctica social. **Perfiles educativos**, v. 38, n. SPE, p. 7-18, 2016.

CANTORAL, Ricardo. Educación comparada en América Latina. El caso de la educación alternativa en Oaxaca: matemáticas y práctica social. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 21, n. 1, p. 5-10, 2018.

CANTORAL, Ricardo. Socioepistemology in mathematics education. In: **Encyclopedia of Mathematics Education**. Cham: Springer, 2020. p. 790–797.

CORDERO, Francisco. **Cognición de la integral y la construcción de sus significados: un estudio del Discurso Matemático Escolar**. 1994. Tese (Doutorado) – Cinvestav-IPN, Mexico, 1994.

CORDERO, Francisco. La distinción entre construcciones del cálculo: una epistemología a través de la actividad humana. **RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 4, n. 2, p. 103-128, 2001.

CORDERO, Francisco Osorio. El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una mirada socioepistemológica de la integral. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 8, n. 3, p. 265-285, 2005.

CORDERO, Francisco. El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. In: **Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 285.

COVIÁN, Oida Nadinne Chávez. **El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya**. 2005. Tese (Doutorado) – Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, 2005.

CRESPO, Cecilia Rita Crespo. **Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología**. 2007. 312 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – CICATA del IPN, Cidade do México, 2007.

DE LANGE, Jan. **Mathematics, insight and meaning**. [S.l.]: University, 1987.

FARFÁN, Rosa María. **Construcción de la noción de convergencia en ámbitos fenomenológicos vinculados a la ingeniería. Estudio de caso**. 1993. Tese (Doutorado) – Cinvestav, Ciudad de México, 1993.

FARFÁN, Rosa María Márquez. **Ingeniería Didáctica: un estudio de la variación y el cambio**. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamericano, 1997.

FARFÁN, Rosa María. **Socioepistemología y ciencia: El caso del estado estacionario y su matematización**. [S.l.]: Gedisa, 2012.

FARFÁN, Rosa María; ROMERO, Fabián Wilfrido. Construcción Social del Conocimiento Matemático: la serie trigonométrica de Fourier desde la Socioepistemología. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 23, p. 484-503, 2017.

FERRARI, Marcela; FARFÁN, Rosa María. Un estudio socioepistemológico de lo logarítmico: la construcción de una red de modelos. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 11, n. 3, p. 309-354, 2008.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2013. 121 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

FORMAN, Ellice A. Communities of practice in mathematics education. In: **Encyclopedia of mathematics education**. [S.l.: s.n.], 2020. p. 104-107.

FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. **Educational Studies in Mathematics**, v. 1, n. 1-2, p. 3-8, 1968.

FREUDENTHAL, H. Geometry between the devil and the deep sea. **Educational**

Studies in Mathematics, v. 3, n. 3-4, p. 413-435, 1971.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an educational task**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.

FREUDENTHAL, Hans. Major problems of mathematics education. **Educational studies in mathematics**, p. 133-150, 1981.

FREUDENTHAL, Hans. Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics? **For the learning of mathematics**, v. 2, n. 1, p. 30-33, 1981a.

FREUDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1983.

FREUDENTHAL, Hans. **Schrijf dat op, Hans. Knipsels uit een leven**. Amsterdam: Meulenhoff, 1987.

FREUDENTHAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GOFFREE, Fred. HF: Working on Mathematics Education. In: STREEFLAND, Leen (ed.). **The Legacy of Hans Freudenthal**. Utrecht: Springer Dordrecht, 1994. p. 21-50.

GÓMEZ, Karla Margarita Osalde. **Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano: un estudio socioepistemológico**. 2009. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, Cidade do México, 2009.

GÓMEZ OSALDE, Karla; SILVA-CROCCI, Héctor; CORDERO OSORIO, Francisco; SOTO SOTO, Daniela. **Exclusión, opacidad y adherencia: tres fenómenos del discurso matemático escolar**. In: ACTA LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, 27., 2014. México. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2014. p. 1457-1464

GRAVEMEIJER, Koen. E. **Developing realistic mathematics education**. Utrecht: Utrecht University, 1994.

GRAVEMEIJER, Koen. **Emergent modeling as the basis for an instructional sequence on data analysis**. Utrecht: Freudenthal Institute, Utrecht University, 2002.

GRAVEMEIJER, Koen. 12. RME Theory And Mathematics Teacher Education. In: **The Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2: Tools and Processes in Mathematics Teacher Education**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 283.

GRAVEMEIJER, Koen. Real, Meaningful Mathematics: A Review of All Positive Action Starts with Criticism, Hans Freudenthal and the Didactics of Mathematics. Sacha La Bastide-van Gemert (2015). Dordrecht, Netherlands: Springer Science+ Business Media. **For the Learning of Mathematics**, v. 36, n. 2, p. 44-47, 2016.

GRAVEMEIJER, K. P. E.; DOORMAN, M. Context problems in realistic mathematics

education: a calculus course as an example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, n. 1, p. 111-129, jan. 1999.

GRAVEMEIJER, K. P. E.; TERWEL J. Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. **Journal of Curriculum Studies**, v. 32, n. 6, p. 777-796, nov.-dez. 2000.

GRAVEMEIJER, Koeno; COBB, Paul. Design research from a learning design perspective. In: VAN DEN AKKER, Jan. **Educational design research**. Londres: Routledge, 2006. p. 45-85.

JAPIASSÚ, Hilton; MARCONDES, Danilo. **Dicionário básico de Filosofia**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda, 2001.

KWON, OhNam. Conceptualizing the realistic mathematics education approach in the teaching and learning of ordinary differential equations. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICS AT THE UNDERGRADUATE LEVEL, 2., 2002, Grécia. **Proceedings [...]**. Grécia: University of Crete, 2002. p. 2-11.

MARINO, Darlini Ribeiro. **Elementos de uma prática avaliativa enquanto prática social**. 2020. Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2020.

MARTINEAU, Stéphane; SIMARD, Denis; GAUTHIER, Clermont. Recherches théoriques et spéculatives: considérations méthodologiques et épistémologiques. **Recherches qualitatives**, v. 22, p. 3-32, 2001.

MARTÍNEZ, Gustavo. Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)**, v. 8, n. 2, p. 195-218, 2005.

MONTEIRO, Alexandre Branco; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; CANTORAL, Ricardo Arnold Uriza. O Discurso Matemático vigente em um Grupo de Escolas do Brasil e do México relativo ao tema Números Racionais. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 3, 2018.

MONTIEL, Gisela; BUENDÍA, Gabriela. Desarrollo del pensamiento funcional-trigonométrico. In: BUENDÍA, G.; FERRARI, M.; MARTÍNEZ, G. (Coords.). **Resignificación de funciones para profesores de matemáticas**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 169-205.

NES, F. T. Van. **Young children's spatial structuring ability and emerging number sense**. 2009. 360 f. Dissertação (Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education) – Instituto Freudenthal, Utrecht, 2009.

PLOT, Bernadette. **Ecrire une thèse ou un mémoire en sciences humaines**. [S.l.: s.n.], 1986.

RAMÍREZ ESPINOZA, Lianggi Luis. **Una evolución de la analiticidad de las**

funciones en el siglo xix. Un estudio socioepistemológico. 2009. Tese (Doutorado) – Instituto Politécnico Nacional, 2009.

REYES, Óscar Alejandro Cervantes; REYES-GASPERINI, Daniela. La construcción social de un lenguaje simbólico desde las prácticas. **Perfiles educativos**, v. 38, n. SPE, p. 67-86, 2016.

REYES-GASPERINI, Daniela; CANTORAL, Ricardo Arnoldo Uriza. Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 28, n. 48, p. 360-382, 2014.

REYES-GASPERINI, Daniela; CANTORAL, Ricardo. Empoderamiento docente: la práctica docente más allá de la didáctica: ¿qué papel juega el saber en una transformación educativa? **Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación**, v. 2, n. 11, p. 155-176, 2016.

REYES-GASPERINI, Daniela; CANTORAL, Ricardo. ¿Cómo evaluar la construcción social del conocimiento matemático? **Revista Electrónica de Investigación Educativa**, v. 2, n. 2, p. 217-238, 2017.

ROCCHÉ, Domingo Yojcom. **La epistemología de la matemática maya: una construcción de conocimientos y saberes a través de prácticas.** 2013. Tese (Doutorado) – Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, 2013.

SÁNCHEZ, María Guadalupe Cabañas. **El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico.** 2011. Tese (Doutorado) – Instituto Politécnico Nacional, 2011.

SCHLANGER, Judith. **L'invention intellectuelle.** Paris: Fayard, 1983.

SKOVSMOSE, Ole. **Critical mathematics education.** [S.l.]: Springer International Publishing, 2019.

SMID, Harm Jan. Realistic mathematics education. In: **Theory and practice: A history of two centuries of Dutch mathematics education.** Cham: Springer International Publishing, 2023. p. 247-261.

STREEFLAND, L. **Fractions in Realistic Mathematics Education.** Dordrecht: Kluwer, 1991.

STREEFLAND, Leen (Ed.). **The Legacy of Hans Freudenthal.** [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1994.

STREEFLAND, Leen. Learning from history for teaching in the future. **Educational Studies in Mathematics**, v. 54, n. 1, p. 37-62, 2003.

TER HEEGE, J. Wat is realistisch reken-wiskundeonderwijs? **Panama-Post**, v. 27, n. 3-4, p. 1-7, 2008.

TREFFERS, Adrian. **Three Dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction – The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

TREFFERS, Adrian. Meeting innumeracy at primary school. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 4, p. 333-352, 1991.

TREFFERS, Adrian. Wiskobas and Freudenthal realistic mathematics education. **Educational Studies in Mathematics**, v. 25, n. 1, p. 89-108, 1993.

TREFFERS, Adrian. De (on) navolgbare Freudenthal. In: TER HEEGE, H. et al. (red.). **Freudenthal**, v. 100, 2005.

TREFFERS, A.; GOFFREE, F. Rational analysis of realistic mathematics education. In: STREEFLAND, L. (ed.). **PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION**, 9., 1985, Utrecht. **Proceedings** [...]. Utrecht: OW&OC, 1985. v. 2, p. 97-123.

VAN DEN BRINK, J. Bijna noemen Almost mention it. **Wiskobas Bull**, v. 3, p. 129-131, 1973.

VAN DEN BRINK, Frederik Jan. **Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen**. [S.l.: s.n.], 1989.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Improvement of (didactical) assessment by improvement of the problems: An attempt with respect to percentage. **Educational Studies in Mathematics**, v. 27, n. 4, p. 341-372, 1994.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University, 1996.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. **Freudenthal Institute Cdrom for ICME9**, p. 1-32, 2000.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. A learning-teaching trajectory description as a hold for mathematics teaching in primary schools in the Netherlands. In: TZEKAKI, M. (Ed.). **Didactics of Mathematics and Informatics in Education**. 5th Panhellenic Conference with International Participation. Thessaloniki: Aristotle University of Thessaloniki / University of Macedonia / Pedagogical, 2001. p. 21-39.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Realistic Mathematics Education as work in progress. In: LIN, F. L. (Ed.). **Common Sense in Mathematics Education**. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics. Taipei, Taiwan, p. 1-43, November 2001a.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. **Educational Studies in Mathematics**, v. 54, n. 1, p. 9-35, nov. 2003.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. The role of contexts in assessment problems in mathematics. **For the Learning Mathematics**, Alberta-Canadá, v. 25, n. 2, p. 2-9, 2005.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Reform under attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In: SPARROW, L.; KISSANE, B.; HURST, C. (Eds.). ANNUAL CONFERENCE OF THE MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH GROUP OF AUSTRALASIA, 33., 2010, Fremantle. **Proceedings** [...]. Fremantle: MERGA, 2010.

VAN DER MAREN, Jean-Marie. **Méthodes de recherche pour l'éducation**. [S.l.]: Presses de l'Université de Montréal et de Boeck, 1996.

VAN HIELE-GELDOF, Dina. **De didaktiek van de meetkunde in de eerste klas van het vhm**: The didactics of geometry in the lowest class of the secondary school. 1957. Tese (Doutorado) – Meulenhoff, 1957.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight: a theory of mathematics education**. New York: Academic Press, 1986.

VOLTOLINI, Luzia; KAIBER, Carmen Teresa. La matemática en un enfoque sociocultural: un desafío frente a la diversidad cultural en la educación escolar indígena. **Paradigma**, p. 182–203, 2019.

WARNKE, G. **Herméneutique, tradition et raison**. Traduction de J. Colson. Bruxelles: De Boeck-Wesmael, 1991.

WIDJAJA, Y. B.; HECK, A. How a Realistic Mathematics Education approach and microcomputer-based laboratory worked in lessons on graphing at an Indonesian Junior High School. **Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia**, Amsterdam, v. 26, n. 2, p. 1-51, 2003.

WIJDEVELD, E. Zich realiseren. In: IOWO. **De Achterkant van de Möbiusband**. Utrecht: IOWO, 1980. p. 23-26.

WITTMANN, Erich Ch. Realistic Mathematics Education, past and present. **Nieuw Archief Voor Wiskunde**, v. 6, n. 4, p. 294, 2005.

YOJCOM, Domingo. **Análisis del uso actual del sistema de numeración vigesimal en cinco comunidades Q'eqchi' de Guatemala**. 2006. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.