



Universidade Estadual de Londrina

LETÍCIA BARCARO CELESTE

**A PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL EM QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO
PISA**

LONDRINA
2008

LETÍCIA BARCARO CELESTE

**A PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
EM QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PISA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado – em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

Orientadora: Prof. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco

LONDRINA
2008

**Catálogo na publicação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina.**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

C392p Celeste, Leticia Barcaro.
A produção escrita de alunos do ensino fundamental em
questões de
matemática do Pisa / Leticia Barcaro Celeste. – Londrina,
2008.
85 f. : il.

Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação
Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de
Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Educação Matemática, 2008.
Inclui bibliografia.

1. Educação matemática – Estudo e ensino – Teses. 2.

LETÍCIA BARCARO CELESTE

**A PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
EM QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PISA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado – em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

Orientadora: Prof. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^ª. Dr^ª. Regina Luzia Corio de Buriasco (Orient.)
Universidade Estadual de Londrina

Prof^ª. Dr^ª. Maria Tereza Carneiro Soares
Universidade Federal do Paraná

Prof^ª. Dr^ª. Elsa Maria Mendes Pessoa Pullin
Universidade Estadual de Londrina

Prof. Dr. Antonio Vicente M. Garnica
UNESP - Bauru

Londrina, ____ de _____ de 2008.

Ao Mateus, meu filho amado, aos meus pais e irmãos que me apoiaram e me incentivaram nesta caminhada.

Agradecimentos

A Deus, por mais esta conquista.

À Profª Drª Regina Luzia Corio de Buriasco pelas orientações não apenas relacionadas a este estudo, mas também para a vida toda.

Ao meu filho Mateus, por minha ausência em alguns momentos.

Aos professores Elsa Maria Mendes Pessoa Pullin, Maria Tereza Carneiro Soares e Vicente Garnica, pela leitura cuidadosa que fizeram deste trabalho.

Aos meus pais, Antonio e Maria das Graças, por todo o esforço dispensado para que eu pudesse realizar este estudo.

Aos meus irmãos, Fernando, Fabrício e Lucila, pelo apoio com o qual pude contar.

Ao meu namorado Rafael, pela compreensão e carinho.

A minha sempre amiga Edilaine Regina dos Santos, pelo apoio durante o mestrado, pelos conselhos trocados, por nossas conversas.

Aos integrantes do GEPEMA, pelas discussões e estudos oportunizados durante nossas reuniões.

À CAPES por me conceder a bolsa, que permitiu que me dedicasse integralmente ao mestrado.

A todos que, de alguma maneira, contribuíram para que mais esta conquista fosse obtida e que torceram por isso.

“O alvorecer do estudo não é o momento que prepara o dia, não é o instante de espera de um sol já iminente que finalmente quebrará as trevas. O alvorecer do estudo é uma espera à qual nada lhe está prometido. A vela do estudante é plenitude da espera, intensidade da espera do que talvez não venha nunca, mas que no entanto tampouco nunca deixará de não haver chegado.”

Jorge Larrosa

CELESTE, Letícia Barcaro. **A PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PISA**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

RESUMO

Este trabalho consiste em um estudo da produção escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de Matemática do PISA. Com base na interpretação da produção dos alunos, por meio da Análise de Conteúdo, esta investigação de cunho qualitativo, teve intenção de: conhecer como os estudantes lidam com as informações de um problema não rotineiro para construir uma solução no contexto ou na situação na qual esse problema foi apresentado; evidenciar a relevância da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação de modo a subsidiar tanto a prática do professor em sala de aula como a aprendizagem dos alunos; mostrar uma visão de erro, para o qual não é dado valor positivo ou negativo. A partir das resoluções apresentadas, formamos grupos de resolução, por meio dos quais foi possível identificar: interpretações que fizeram dos enunciados das questões; algumas das estratégias e procedimentos utilizados nas resoluções mesmo quando diferentes das consideradas corretas; que os alunos demonstram conhecer os algoritmos das operações básicas, uma vez que quase sempre se utilizam destes para resolverem as questões.

Palavras-chave: Educação Matemática, Produção Escrita em Matemática, Avaliação Escolar como Prática de Investigação, Erro.

CELESTE, Leticia Barcaro . ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS' WRITTEN PRODUCTION ON PISA MATH QUESTIONS. 2008. Dissertation (Masters in Sciences and Math Education) – Universidade Estadual de Londrina, 2008.

ABSTRACT

The objective of this study was to analyze the written production of Elementary School students on PISA Math questions. Based on the interpretation of their written production using Content Analysis, this qualitative study aimed at verifying: how students deal with information contained in an unusual problem to build a solution within the problem's context or situation, how relevant school learning assessment as an investigation practice is to provide support not only the teaching practice but also the student's learning process; and to introduce an approach to error that does not impose either positive or negative values. The solutions presented were grouped to help us identify the students' interpretation of the questions, some of the strategies and procedures they used to solve the problems, even when they differed from the correct ones, and their knowledge of the basic operations algorithms , since they always make use them to solve problems.

Key words: Math Education; Math Written Production; School Assessment Process as an Investigation Practice; Error.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E178C.....	34
Figura 2 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E128B.....	35
Figura 3 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E067C.....	36
Figura 4 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E118B.....	37
Figura 5 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E108A	37
Figura 6 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E097D	38
Figura 7 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E016B.....	38
Figura 8 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E026C.....	39
Figura 9 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E057C.....	43
Figura 10 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E158C.....	44
Figura 11 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E108A	45
Figura 12 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E067C.....	47
Figura 13 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E087D	47
Figura 14 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E077D	48
Figura 15 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E047A	49
Figura 16 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E016B.....	49
Figura 17 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E178C.....	49
Figura 18 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E097D	50
Figura 19 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E047A	51
Figura 20 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E178C.....	52
Figura 21 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E118B.....	53
Figura 22 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E168C.....	53
Figura 23 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E077D	53
Figura 24 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E016B.....	54
Figura 25 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E138B.....	54
Figura 26 – Produção escrita encontrada na prova do aluno E108A	55

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Grupos construídos a partir das estratégias dos alunos na questão Lixo	31
Quadro 2 – Grupos construídos a partir das estratégias dos alunos na questão Provas de Ciências	40
Quadro 3 – Grupos construídos a partir das estratégias dos alunos na questão Opções	42
Quadro 4 – Grupos construídos a partir das estratégias dos alunos na questão Assaltos	48
Quadro 5 – Grupos construídos a partir das estratégias dos alunos na questão Apoio ao Presidente	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão LIXO	30
Tabela 2 – Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão PROVAS DE CIÊNCIAS	33
Tabela 3 – Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão OPÇÕES	41
Tabela 4 – Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão ASSALTOS	47
Tabela 5 – Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão APOIO AO PRESIDENTE	51
Tabela 6 – Tabela explicativa da porcentagem de acerto dos alunos em cada série	61

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR COMO INVESTIGAÇÃO	14
3 ERRO: NEM POSITIVO, NEM NEGATIVO	19
4 CONTEXTUALIZAÇÃO DA FONTE DE INFORMAÇÃO	23
5 ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS	26
5.1 Os dados.....	27
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO	29
6.1 Questão: Lixo.....	29
6.2 Questão: Provas de Ciências.....	33
6.3 Questão: Opções.....	40
6.4 Questão: Assaltos.....	46
6.5 Questão: Apoio ao Presidente.....	50
7 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	56
REFERÊNCIAS	62
APÊNDICES	64
APÊNDICE A – Prova.....	65
APÊNDICE B – Questionário sobre oportunidade de aprendizagem.....	83

1 INTRODUÇÃO

Aos cinco anos de idade comecei a freqüentar a pré-escola. Algumas coisas ainda ficam em minha memória, como quando ganhei um troféu por ser considerada a “aluna nota 10” da escola. Disso uma pergunta fica: será que eu realmente sabia mais do que as outras crianças que estudavam comigo?

Depois fui para um colégio grande, começar o Ensino Fundamental. Lá tudo era diferente. Eu era só mais uma criança entre tantas outras. Lembro-me ainda da professora que puxava o cabelo dos alunos quando faziam bagunça ou quando erravam alguma pergunta. O ano em que isso aconteceu? Em 1990, quando a escola já passava por algumas mudanças.

Minha vida escolar foi bastante tranqüila. Estudava bastante, pois gostava de aprender e, além disso, era bom receber elogios por obter boas notas.

Em 2000, terminei o Ensino Médio. Era muito grande a dúvida de qual curso escolheria para fazer no Ensino Superior. Apesar de sempre ter gostado de Matemática, influenciada por professores e amigos, optei por Fisioterapia, mesmo não tendo muita certeza de que isso era o que eu realmente queria.

Não passei no vestibular. Fiz um ano de cursinho preparatório que, até certo ponto, foi bom para que eu decidisse o que queria ser. Nesse tempo, recebi um convite do diretor do colégio para que eu ajudasse outros alunos, sendo monitora da disciplina de Matemática para os alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Tinha uma sensação boa ao ensinar outros alunos e aprender também com aquelas aulas, resolvendo problemas e aprendendo por meio disso. Foi aí que decidi o que seria: Professora de Matemática!

Em 2002, iniciei minha Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Londrina. No ano seguinte, meu filho nasceu. Toda a minha família se esforçou e me ajudou a concluir meus estudos.

Assim, em 2004, tive minha primeira turma de 7ª série, no mesmo colégio no qual estudei toda a minha vida e no qual fui monitora de ensino.

As aulas na graduação me instigavam a saber mais sobre os processos envolvidos no ensino e aprendizagem. Algumas perguntas que me fazia eram: como era a avaliação? O que uma nota 8,0 queria dizer? Por isso, comecei a fazer parte de um projeto, o Pró-Matemática, no qual professores e alunos da graduação trocavam experiências, discutiam a respeito de suas aulas, ensinavam e aprendiam como os alunos. Iniciei meus estudos em

avaliação e erros, juntamente com o GEPEMA¹ - Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação. O interesse por esses assuntos foi aumentando até que decidi prestar a seleção do mestrado na UEL.

Em 2006, passei a ser aluna regular do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Durante esse tempo, como participante do GEPEMA, estive envolvida com estudos voltados para a Avaliação, o Erro, a Educação Algébrica, o Contexto, a Educação Matemática Realística. Nessa época, o grupo estava finalizando um estudo qualitativo envolvendo a produção escrita de alunos e professores que ensinam matemática na resolução da Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação Estadual do Rendimento Escolar do Paraná – AVA/2002, que envolvia questões rotineiras de sala de aula, e, iniciando um estudo envolvendo questões do PISA consideradas não-rotineiras. Com isso, meu trabalho foi aos poucos se definindo.

Neste trabalho pretende-se abordar a avaliação da aprendizagem escolar, entendida como um dos meios que pode e deve auxiliar na compreensão dos processos de ensino e aprendizagem e na tomada de decisões que orientam esses processos; tecer algumas considerações sobre erros, que aparecem em consequência da avaliação e que consideramos como algo nem positivo e nem negativo; mostrar, resumidamente, o PISA enquanto contexto do qual foram retiradas as questões que compõem o instrumento utilizado na investigação; apresentar uma análise da produção escrita dos alunos em uma prova constituída por questões de Matemática do PISA.

Este estudo² tem como objetivos evidenciar a relevância da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação de modo a auxiliar a ação do professor em sala de aula e a aprendizagem dos estudantes; conhecer como os estudantes do Ensino Fundamental lidam com informações apresentadas em problemas apresentados em contexto não-rotineiro.

Esta dissertação contém sete partes: Introdução, Avaliação escolar como investigação, Erro: nem positivo, nem negativo, Contextualização da Fonte de Informação, Estratégias metodológicas, Resultados e Discussão e Algumas considerações.

¹ - Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - que estuda a produção escrita em matemática, juntamente com a avaliação e o erro.

² Parte de um projeto coletivo de pesquisa do GEPEMA.

2 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR COMO INVESTIGAÇÃO

Notas baixas, reprovações são fatos frequentes nas escolas e, particularmente, na disciplina de matemática. Além disso, os baixos índices em avaliações do rendimento (principalmente de matemática), nacionais ou internacionais, apontam que os alunos sabem pouco e que a escola quase nada ensina. Mas isso é o que acontece de fato? Os alunos não sabem coisa alguma ou a avaliação não mostra o que eles sabem? A escola não tem ensinado ou não têm sido vistos os avanços de seus alunos? Talvez uma das respostas seja o fato de a avaliação escolar, de um modo geral, receber pouca atenção como atividade de investigação dos processos de ensino e aprendizagem.

A sociedade e a escola quase sempre privilegiam o resultado final, esquecendo-se de que os processos de ensino e aprendizagem são mais importantes, tanto para alunos como para professores.

Quase sempre, apenas a prova escrita é utilizada, e nem sempre de maneira adequada, como se ela fosse, em si, a avaliação, esquecendo-se de que ela é apenas um instrumento. Nela, na maioria das vezes, é destacado apenas o erro dos alunos e não o que eles demonstram saber. Já que a prova escrita é o instrumento de avaliação mais utilizado, por que não usá-lo para conhecer o que os alunos sabem? Por que não analisar, por exemplo, a produção escrita dos alunos para conhecer os pontos de partida e os caminhos percorridos por eles na resolução de uma tarefa proposta?

Constituindo parte importante da vida escolar, a avaliação da aprendizagem é tomada como um meio possível de certificar, regular e orientar o aluno, bem como o ensino quanto aos processos de ensino e aprendizagem. A avaliação³ deve e pode auxiliar a compreender esses processos e a multiplicidade de conhecimentos neles envolvida. Auxiliar, por exemplo, na tomada de decisões que orientem o ensino, pois, por meio dela, pode ser oportunizado ao aluno demonstrar o que aprendeu, e ao professor verificar não só se seus objetivos foram alcançados quanto se os procedimentos usados foram apropriados. Ou seja, em síntese, informações significativas para os envolvidos podem ser obtidas por meio da análise das provas utilizadas para avaliações.

A avaliação pode ajudar a organizar o discurso e a ação pedagógica, pois ela pode se traduzir, para professores, em um processo formativo pelo qual se articulam “dialeticamente reflexão e ação; teoria e prática; contexto escolar e contexto social e ação;

³ No decorrer deste trabalho, a avaliação será sempre referente à da aprendizagem escolar.

ensino e aprendizagem; processo e produto; singularidade e multiplicidade; saber e não-saber; dilemas e perspectivas” (ESTEBAN, 2002, p. 12).

Além disso, quando a análise está voltada para a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem, serve para identificar *como* e *o que* o professor está ensinando, *como* e *o que* o aluno está aprendendo. Nesse sentido e de acordo com Sacristán (1998, p. 296) “a avaliação serve para pensar e planejar a prática didática”.

Como prática de investigação, a avaliação não trabalha a partir de uma única resposta esperada ou um padrão estabelecido, isto é, escolares rotineiros, mas questiona as muitas respostas encontradas, os diferentes caminhos percorridos, as estratégias e os procedimentos escolhidos pelos alunos ao resolverem, por exemplo, um problema, uma tarefa. Assim, a avaliação “pode ser uma alternativa às propostas excludentes por buscar uma ação coerente com a concepção de conhecimento como processo dinâmico, dialógico, fronteiro, constituído nos marcos das múltiplas tensões sociais” (ESTEBAN, 2002, p. 185).

Com essa perspectiva é possível que se identifique que as pessoas são diferentes e que existe uma grande diversidade nos modos de mobilizar o conhecimento, o que, por sua vez, exige decisões diversificadas por parte do professor, como, por exemplo, poder proporcionar aos alunos que eles aprendam com as diferenças encontradas e não evitar que elas ocorram, pois é possível aprender pelas divergências, com os diferentes pontos de vista. Além disso, a seleção de instrumentos para a avaliação e sua análise também precisa ser diferenciada no lugar de padronizada, evitando-se partir de procedimentos e instrumentos únicos, uma vez que “a norma exerce uma ação coercitiva no processo ensino/aprendizagem, pois, a igualdade da norma torna justa a desigualdade dos resultados” (ESTEBAN, 2002, p. 104).

Na sala de aula, é preciso considerar o processo pelo qual o aluno está aprendendo e refletir a respeito das práticas do professor e das do estudante, propiciando, a partir dos dados apresentados e observados, que, de um aparente fracasso, ocorra a possibilidade de identificação de algum sucesso.

De acordo com Barlow (2006, p. 18), avaliar é “interpretar os dados, fazer emergir sentido, revelar o qualitativo no quantitativo: o que significa esta nota, esta prova?”. Assim, como sugere Perego (2006, p. 15), “o professor, ao avaliar, precisa estar comprometido com o desenvolvimento do aluno e com a evolução deste no processo de construção do conhecimento”.

Diante do até agora exposto, coloca-se a pergunta - *Pode haver educação sem avaliação?*

Em uma perspectiva, na qual a avaliação seja tomada apenas no sentido de instrumento para atribuir nota ao que, aparentemente, o aluno acertou, podemos afirmar que existe sim educação sem avaliação, pois a única preocupação envolvida consiste apenas num resultado específico considerado final, na classificação dos alunos, em uma seleção de estudantes, supostamente, aptos ou não para cursar um nível seguinte. Porém, a avaliação vista sob outra perspectiva, a adotada neste trabalho, na qual é dada importância maior ao processo, e não a um resultado específico final, é concebida como integrante essencial do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que, por meio dela, é possível obter informações a respeito do que os alunos estão aprendendo, do que ainda não foi aprendido, e também de como o professor está exercendo suas funções em sala de aula, além de como poderia fazê-lo.

Nesse sentido e, ainda, de acordo com os PCN de Matemática (BRASIL, 1998) pensar sobre a avaliação implica em pensar nos objetivos do ensino da Matemática, na maneira de se conceber aprendizagem, na abordagem selecionada para lidar com os conteúdos matemáticos e na respectiva metodologia utilizada, ou seja, a avaliação compreende muito mais do que provas e trabalhos, isto é, seus instrumentos. Entre outros, ela deve fornecer ao professor informações sobre as competências de cada aluno.

Por mais “contextualizada” e próxima da vida cotidiana que a Matemática possa vir a ser apresentada na escola, ainda persiste a visão de que ela por si se constitui em algo incompreensível, inacessível. Essa imagem da Matemática como saber “para poucos” é por sua vez reforçada pelos baixos índices de acerto obtidos pelos alunos tanto nas avaliações de sala de aula como nas de larga escala (BURIASCO, 2002).

Uma das estratégias utilizadas para proporcionar ao aluno o desenvolvimento de um pensamento matemático consiste na Resolução de Problemas, pois, ao resolver um problema, o aluno pode “conjuguar experiências anteriores, conhecimento e intuição de modo a ser possível a re-elaboração de fatos, conceitos, relações” (BURIASCO, 2002, p. 260).

A fim de que suas práticas em sala de aula sejam coerentes com seus objetivos previamente definidos, e estes coerentes com a avaliação, o professor pode fazer uso de problemas tanto nas aulas quanto nos instrumentos que utiliza no processo avaliativo, ou, ainda, pode dispor os fazeres educativos de modo a que não ocorra distinção crucial entre o momento em que se aprende e o momento em que se avalia (BURIASCO, 2006).

Aliado à problemática da avaliação está o fato de o ensino estar voltado para ela, ou seja, ensina-se algo porque estará presente em alguma avaliação. Essa prática na qual o objetivo principal é o de avaliar produtos da aprendizagem dos alunos deve, na perspectiva

aqui adotada, dar lugar à atitude de avaliar o que foi ensinado, como diz Perego (2006, p. 16), “a forma de avaliar está diretamente relacionada ao ato de ensinar. Estes dois processos parecem ser indissociáveis”.

As práticas avaliativas podem ser diferentes de acordo com as concepções do professor a respeito do que seja a Matemática, sua importância para o indivíduo acerca dos processos de ensino e aprendizagem e do que seja avaliar. Além disso, de acordo com Cury (1996, p. 67), “o que está em pauta não é, apenas, a correspondência entre uma forma de conceber a Matemática e uma forma de ensiná-la; é também, a idéia da avaliação que está ligada a cada concepção”.

Uma perspectiva da avaliação como investigação vai ao encontro dos objetivos da avaliação propostos pela Educação Matemática Realística, na qual, de acordo com Heuvel-Panhuizen (1996), a importância é dada à solução procedente dos alunos, mais do que aos resultados. Portanto, a avaliação, nessa perspectiva, pode fornecer compreensões mais claras na atividade de matematização dos estudantes, que traduz-se pelas ações realizadas pelos estudantes para alterar o problema do contexto em que foi proposto para um contexto matemático, ao executar operações matemáticas e construir uma solução adequada para a solução e a situação em que o problema foi apresentado.

Ainda segundo Heuvel-Panhuizen (1996), a idéia de que a avaliação constitui uma importante parte da educação foi expressa antecipadamente no desenvolvimento da Educação Matemática Realística, pois por meio dela o professor deve ser capaz de influenciar no processo de ensino e o aluno ter o direito de saber o que aprendeu. Por essa perspectiva da avaliação não se olha somente para trás, o que já foi feito, os resultados obtidos, pode-se também olhar para frente, ver o que ainda pode ser realizado, pois, na perspectiva da Educação Matemática Realística é dada alguma prioridade à observação, uma vez que a Matemática é vista como atividade individual do estudante, na qual ele utiliza certas compreensões e dispositivos matemáticos para abordar um dado problema. Ainda de acordo com essa autora, nesse processo existe a possibilidade de se fazer um retrato mais completo do aluno.

Na perspectiva adotada, o professor tem um papel importante na medida em que é ele quem conduz essa avaliação a cujos resultados são atribuídos valores de sucesso ou insucesso para o aluno. Há que se aponte, ainda, que a avaliação está fortemente ligada à interpretação que o professor faz das respostas apresentadas pelos alunos, principalmente, quando trabalha com populações distintas das do seu contexto cultural com interpretações, por vezes, diferentes daquelas que ele aceita como norma estabelecida (ESTEBAN, 2002).

Apesar de provas escritas serem consideradas inadequadas como único instrumento para a avaliação, por frequentemente demonstrarem apenas parte dos repertórios dos estudantes, o fato é que comumente nas escolas as avaliações são feitas apenas por meio delas. Talvez por existir uma crença de que essas provas mostram o que o aluno sabe ou não, o professor acredita que pode medir, quantificar as aprendizagens do aluno adquiridas durante um determinado período.

A prova escrita é um dos instrumentos de avaliação com o qual se pode investigar a aprendizagem dos alunos, o ensino do professor, o que acontece na sala de aula. Para isso, um dos procedimentos é o de se fazer a análise da produção escrita, pois, por meio dela, o professor pode conhecer quais estratégias os alunos utilizam, quais as dificuldades apresentadas, os erros cometidos. Segundo Cury (2007), analisar a produção escrita traz, para professor e alunos, a possibilidade de entender a apropriação do saber pelos estudantes. Isso está de acordo com Perego (2006, p. 18), quando afirma que

Sabe-se que o aluno acertou ou errou determinada questão, no entanto, muito pouco se sabe sobre o que pode ter causado determinado erro ou a adoção de determinada estratégia. É por isso que se reforça a idéia de adotar uma nova postura frente à produção escrita dos alunos. Uma postura de investigação.

E também de acordo com Dalto (2007)

[...] ao corrigir uma prova escrita, se o professor considera apenas a resposta da questão como totalmente certa ou errada, estará perdendo uma ótima oportunidade de verificar os conhecimentos que seu estudante já construiu e aqueles que estão em processo de construção; os erros cometidos pelos estudantes, o que pode fornecer importantes informações sobre o processo de ensino e de aprendizagem. (p. 20)

Conforme Nagy-Silva e Buriasco (2006), a avaliação escolar, especificamente a que exige produção escrita, deve ter como metas o sucesso escolar do aluno e o desenvolvimento de todos os envolvidos, além de constituir-se em um meio de orientação para as práticas do professor.

Negrão de Lima (2006) que realizou um estudo com a produção escrita de alunos da 4ª série em questões da AVA-2002, afirma que

[...] se estudando a produção escrita dos alunos numa avaliação externa já se consegue perceber alguns pontos que devem ser revistos tanto pelo professor como pelo aluno e mais, ainda, pode ser conseguido pelo professor quando estuda a produção escrita dos alunos em sala de aula, inclusive em atividades avaliativas. (p. 169)

3 ERRO: NEM POSITIVO, NEM NEGATIVO

Ao estudarmos sobre “erros” vemos que por muito tempo a palavra “erro” foi tida como algo negativo, que precisava ser eliminado. Talvez isso se deva ao fato de termos muitas das nossas concepções ligadas à religião e ao pecado, ao fato de “Deus castigar”, como na metáfora de Adão e Eva descrita no livro de Gênesis que ‘erraram’ em comer o fruto da árvore e foram castigados. Porém, a etimologia da palavra erro⁴ é a mesma da palavra falta, e a falta apenas existe, ela está ali, nela, em si, não há juízo de valor, qualquer que seja ele, bom ou ruim. O que se pode ser bom ou ruim decorre do jeito que se olha para essa falta.

Contudo, ainda hoje, apesar da visão construtivista que vê o erro como algo, de certa forma, positivo, a concepção que regula comportamentos para que “não se cometam erros” tem prevalecido em nossas vidas dentro e fora da escola, e por ela tem predominado a visão negativa do erro, em qualquer que seja a situação. No entanto, já existem trabalhos que tratam dos efeitos de certas coisas que não acontecem como gostaríamos, ou de algo que não saia da forma esperada, não como algo “errado”, mas sim, como outras maneiras de trabalhar a situação, diferentes das tidas como corretas. Há, também, os que acreditam que os erros podem ser relativos, ou seja, o que é considerado correto para alguns pode não o ser para outros. Como Fiorentini (2006, p. 02) assinala:

[...]somos sujeitos social e culturalmente constituídos e reproduzimos, em grande parte, os valores pelos quais fomos educados e formados. Assim, também o conceito de erro é histórico-cultural. O que hoje é considerado correto, outrora poderia não ter sido. Do mesmo modo, o que é considerado errado num contexto, pode não o ser em outro. (grifo nosso)

Uma retrospectiva histórica da análise de erros em Educação Matemática foi apresentada por Cury (1995). Segundo ela, numa primeira fase, que inclui pesquisas realizadas nas primeiras décadas do século XX sob a perspectiva do behaviorismo, “a análise de erros limitava-se ao cômputo do número de vezes em que uma operação tinha que ser apresentada para que o aluno desse a resposta, ou o tempo necessário para o aluno resolver a operação” (CURY, 1995, p. 03). Pesquisas a partir da década de 50, que se considera como a segunda fase, foram realizadas sob a perspectiva cognitivista e nesta, sob o enfoque do processamento da informação, “muitos pesquisadores utilizavam protocolos verbais em seus

⁴ De acordo com o Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa: contrv.; para alguns, lat. *error, óris* 'desvio, engano, falta', alt. de *error*, doc. no port. arc.; para outros, regr. de *errar*.

trabalhos de análise de erros” (CURY, 1995, p. 04). Com tais registros buscavam analisar as estratégias de resolução e os padrões de erros. De acordo com essa autora, nessas duas fases, a análise de erros tem apenas a função diagnóstica e reparadora. Apoiada na abordagem construtivista, a terceira fase passa a aceitar os erros cometidos, considerando que isso ocorre visto o sujeito ser construtor do próprio conhecimento e, por isso, pode aprender com seus próprios erros. A quarta fase propõe que, além de identificar e classificar os erros cometidos pelos alunos e propor estratégias para eliminá-los, eles sejam utilizados como instrumentos para os processos de ensino e aprendizagem.

Nessas quatro fases, a nosso ver, é realizada pelo avaliador uma leitura do desempenho do aluno pela falta, apontando o que ele não demonstra saber, ou seja, uma leitura feita

[...] pelo professor a partir de uma enunciação (escrita ou falada) de seu aluno. A partir dessa enunciação o professor detectará o que falta ao aluno: falta aprender conteúdos anteriores, falta a ele exercitar-se mais, faltam a ele certos conceitos, falta aprender a operacionalizar certos conceitos ou encaminhar melhor certas operacionalizações, falta a ele ler mais cuidadosamente o problema, falta um lar estruturado, etc. etc. etc. (GARNICA, 2006, p. 04).

Além dessas quatro fases, incluímos uma quinta fase da análise de erros, na qual o desempenho do aluno não é visto apenas pelo “erro”, mas sim pelas diferentes maneiras de o aluno interpretar a questão, essas, muitas vezes, diferentes da forma considerada correta pela escola. Nessa fase, situa-se, por exemplo, a dissertação de Viola dos Santos (2007), na qual o autor substitui a palavra “erro” pela terminologia “maneiras de lidar”, por considerá-la “mais adequada para os processos de resolução de uma questão, com a qual acreditamos estar caracterizando os alunos pelo que eles já têm” (VIOLA dos SANTOS, 2007, p. 22). Nessa perspectiva, por princípio, não existem erros e acertos: a preocupação está no que o aluno fez e, em propor a ele outros modos de agir ou lidar com a situação.

Apesar de concordar que a leitura da produção do aluno não pode ser feita somente pela falta, discorda-se de que ela deva ser feita apenas identificando o que o aluno fez. Consideramos que, ao falar do erro cometido por alunos, estamos frequentemente e, de alguma forma, analisando este aluno pela falta, pois o que ele errou é o que lhe falta aprender. Contudo, a falta nem sempre é ruim. Ela pode servir para que o aluno faça elaborações num plano qualitativamente mais completo, lide de outras maneiras com os problemas da escola e da vida real. Se fosse para ficarmos apenas no que o aluno já sabe, de que valeria ele estar na escola todos os dias? Acredita-se, portanto, que o professor pode mostrar ao aluno além

daquilo que ele sabe, o que ele também não sabe, mas que pode vir a saber. Essa posição converge com a de Torre (2007) quando afirma:

[...] nas pesquisas não só é preciso dar a conhecer o que saiu bem, como mostrar os erros cometidos, já que se pode aprender tanto com os equívocos como com os acertos (TORRE, 2007, p. 214, grifo nosso).

Não se defende, entretanto, a idéia de que é importante assinalar os erros e mostrar ao aluno que este errou e que não sabe o conteúdo, porque acredita-se que “o erro não poderia ser visto como um mal a ser erradicado, mas como parte do processo de aprender e desenvolver-se intelectualmente” (FIORENTINI, 2006, p. 04). O erro pode oferecer, então, uma oportunidade que instigue à observação do que acontece numa sala de aula, entre o professor, o aluno e o conhecimento (Pinto, 2000). Além disso, de acordo com Borasi (1987), os erros podem ser uma poderosa ferramenta para diagnosticar dificuldades de aprendizagem e, conseqüentemente, direcionar para uma solução.

Também de acordo com Borasi (apud CURY, 2007, p. 35)

[...] se os alunos são pressionados pelo sistema escolar, os erros por eles cometidos são frustrantes, porque os fazem perder tempo e despender esforços na tentativa de evitar a reprovação. No entanto, se a ênfase da avaliação dos estudantes se desloca do produto para o processo, há a possibilidade de que os erros cometidos venham a ser discutidos e possam ser fonte de novas aprendizagens.

Segundo Torre (2007, p. 214), “os erros levam a refletir, a perguntar o porquê dos fatos, dos processos, a examinar os fracassos das estratégias”. Por isso, há maneiras de lidar⁵ com os problemas diferentes da esperada, apesar de muitas vezes essas maneiras não resolverem o problema. Um aluno que escreve, na base 10, $2+2=5$ errou a soma, pois a adição $2+2$ não é 5, ou seja, se ele respondeu 5, algo está equivocado. É tarefa de o professor contribuir para que o erro seja identificado pelo aluno, possibilitando-lhe aprender com esse seu equívoco e em como solucioná-lo. Visto ser função do professor antes

[...] de desencadear uma ação de formação, é preciso estabelecer o perfil de partida dos formandos, não apenas em negativo, mas também em positivo, para estimar as competências existentes que poderão constituir pontos de apoio para a formação. (BARBIER apud BARLOW, 2006, p. 111)

Portanto, a análise do erro do aluno pode ser, em seu início, uma análise pela falta. Porém, a análise do desempenho do aluno pela falta deve prosseguir com uma

⁵ Entende-se, neste trabalho, por maneiras de lidar o modo como o aluno aborda um problema, as estratégias (construções que o aluno usa para responder a um problema) e procedimentos (como e quando utiliza essas construções).

outra, que não caracterize o aluno pelo que lhe falta, mas pelo que ele já apresenta. Assim, quando essas duas análises estão presentes na condução dos processos de ensino e aprendizagem se complementam. O professor, ao fazer apenas uma, pode deixar de oportunizar aos alunos realizarem elaborações num plano qualitativamente mais completo. Enfatizamos a importância dessa leitura do erro por parte do professor, pois quando ele se centra no que o aluno sabe, pode identificar também o que ele ainda não sabe e, desse modo, intervir de modo a favorecer a aprendizagem do aluno. Torre (2007), afirma que atribuir

aos erros uma consideração didática significa utilizá-los como fonte de informação para intervir de forma adaptativa. Um mesmo erro pode obedecer a motivos diferentes em diferentes sujeitos. Os erros proporcionam aos professores e aos alunos indicadores úteis do processo de ensinar e aprender. Adotar uma atitude positiva diante dos erros nas tarefas de aprendizagem comporta fixar-se mais no porquê do desajuste que no resultado obtido (TORRE, 2007, p. 215)

Desse modo, a valorização do erro pelo professor depende de sua concepção sobre a avaliação e do tipo de avaliação que ele realiza junto a seus alunos. Se for uma avaliação classificatória, sua atenção está na resposta correta e não em uma reflexão sobre o erro cometido. Em uma avaliação voltada para a formação, o erro não se esgota na resposta apresentada pelo aluno, ou seja, o olhar do professor e suas ações dirigem-se para o conhecimento a ser construído pelo aluno. Não podemos nos esquecer de que mesmo quando o aluno erra, ele participou dos processos de ensino e aprendizagem, nos quais devem ter ocorrido tentativa tanto dele quanto do professor para que acontecesse o aprendizado. Tal se justifica, porque concordamos com Fiorentini (2006, p. 06), quanto a que os

[...] erros que os alunos produzem em sala de aula, ou em um teste, representam um bom indício de que eles estão tentando se apropriar dos significados que estão sendo compartilhados na escola. E, nesse processo, estão aprendendo, evoluindo intelectualmente.

É, nesse sentido, que pretendemos, neste trabalho, analisar a produção escrita de alunos, identificando e analisando o que eles apresentam em situações de solução de problemas, como elaboram e expressam suas compreensões, bem como suas diferentes maneiras de lidar com as questões.

4 CONTEXTUALIZAÇÃO DA FONTE DE INFORMAÇÃO

Em 1997, foi lançado pela OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômicos) o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), com o objetivo de responder à necessidade de um banco de dados que fossem comparáveis internacionalmente acerca do desempenho de estudantes. A meta das várias edições do PISA, realizadas a cada três anos, é a de produzir uma nova base para o diálogo entre políticas educacionais e a de colaborar para a definição e a implementação de metas educacionais nos países participantes, por meios inovadores que reflitam julgamentos sobre habilidades relevantes para a vida adulta.

O PISA procura avaliar a capacidade dos jovens (com idade entre 15 anos e 3 meses e 16 anos e 2 meses) em utilizarem seus conhecimentos e habilidades para enfrentar desafios da vida, baseando-se no conceito de *letramento*, que está relacionado com a capacidade dos estudantes em aplicar conhecimentos e habilidades, como as de analisar, raciocinar e comunicar-se de maneira eficaz ao propor, resolver e interpretar problemas em situações diversas (OCDE, 2005).

A avaliação é realizada em três domínios de conhecimento: Ciências, Leitura e Matemática, sendo que em cada aferição é dado destaque a apenas um desses domínios.

O domínio Matemática inclui quatro áreas: *Espaço e Forma, Mudanças e Relações, Quantidade e Incerteza*.

De acordo com documento do PISA (OCDE, 2005), as questões de conteúdo referentes à *Quantidade* abrangem fenômenos numéricos, relações e padrões quantitativos, relacionam-se à compreensão de tamanho relativo, ao reconhecimento de padrões numéricos, e à utilização de números para representar quantidades e atributos quantificáveis de objetos da vida real (contas e medidas), podendo associá-la à Aritmética. Os conteúdos acerca de *Mudanças e Relações* caracterizam-se por “manifestações” matemáticas de mudança, relações funcionais e dependência entre variáveis. É possível, por proximidade, serem associados ao campo da Álgebra (equações, desigualdades e relações de natureza mais geral). A área de *Espaço e Forma* inclui itens que abordam fenômenos e relações espaciais e geométricos e requerem observação de semelhanças e diferenças na análise de formas, reconhecimento de formas em diferentes representações e dimensões, assim como a compreensão das propriedades de objetos e suas posições relativas. Os itens classificados

como *Incerteza*, incluem fenômenos e relações probabilísticas e estatísticas, comuns ao que se configura como o campo da Estatística.

Na resolução das questões as competências apontadas são as de *Reprodução*, *Conexões* e *Reflexão*. Usualmente, é esperado que os estudantes sigam a seqüência:

- alterar um problema da vida real para um problema matemático;
- executar operações matemáticas;
- voltar ao problema original (agora com uma solução matemática) e
- comunicar essa solução.

Itens que exigem a *Reprodução* como competência instigam o estudante utilizar apenas a “reprodução” seja de informações anteriores, de propriedades de objetos matemáticos memorizados; que aplique habilidades técnicas, e algoritmos padronizados; manipule expressões e fórmulas e realize cálculos diretos. A demanda de uma maior interpretação e a elaboração de ligações entre diferentes representações da situação ou entre diferentes aspectos do problema caracteriza os itens de *Conexões*, que servem por sua vez tanto como base para o desenvolvimento quanto para o desempenho das competências de *Reflexão*. Essas são necessárias para a realização de tarefas e para a resposta a itens que demandam reflexões, como as necessárias para o indivíduo generalizar e explicar ou justificar sua resposta.

Os tipos de itens são também classificados pela resposta exigida. Os itens que pedem que o estudante construa uma resposta longa, na qual relaciona informações ou idéias contidas no texto com sua própria experiência ou opinião, constituem os itens de *Resposta de Construção Aberta*. Se os estudantes devem construir suas respostas, mas havendo pouca variedade de resoluções, os itens são de *Resposta de Construção Fechada*. Os itens de *Resposta Curta* diferem-se do anterior por pedirem que o aluno dê uma resposta breve, mas havendo várias maneiras de resolução. Quando os estudantes precisam fazer uma escolha binária (como por exemplo, indicar sua resposta fazendo um círculo em uma palavra ou em uma frase curta para cada ponto), os itens são de *Múltipla Escolha Complexa*. Nos itens de *Múltipla Escolha* o estudante deve indicar uma opção entre quatro ou cinco alternativas.

Uma outra classificação pode ser feita a partir da abrangência da situação⁶ em que a tarefa proposta está inserida: *Pessoal* (relacionada diretamente com as atividades cotidianas dos estudantes), *Educacional ou Ocupacional* (surge na vida do aluno, na escola ou no ambiente de trabalho), *Pública* (aspectos de uma situação externa que pode ter algumas conseqüências relevantes para a vida em termos coletivos) e *Científica* (situações matemáticas relativamente abstratas).

⁶ De acordo com Rico Romero (2004), a situação é a parte do mundo do estudante na qual se situa a tarefa.

5 ESTRATÉGIA METODOLÓGICA

O presente trabalho tem como objetivo conhecer como estudantes do Ensino Fundamental (com idades entre 15 anos e 3 meses e 16 anos e 2 meses) de uma escola pública da cidade de Londrina – PR, resolvem algumas questões discursivas de Matemática (retiradas de uma prova do PISA); como lidam com as informações contidas no enunciado; quais estratégias e procedimentos escolhem para resolver as questões e o que demonstram saber.

Conforme Lüdke e André (1986), uma pesquisa é realizada a partir do confronto que o investigador estabelece entre dados, evidências, informações coletadas sobre o assunto, dentre estas o conhecimento teórico a respeito dele.

Este trabalho foi desenvolvido numa perspectiva qualitativa, de caráter interpretativo à luz das orientações presentes na Análise de Conteúdo, técnica que tem como função principal “descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma comunicação, de uma fala, de um texto, de uma prática etc” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p. 137).

De acordo com Bardin (1977), a Análise de Conteúdo viabiliza a identificação de indicadores qualitativos e quantitativos, na medida em que se constitui em um

[...] conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção / recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (p. 42)

Ainda segundo essa autora, as diferentes fases da análise de conteúdo se organizam em torno de três pólos cronológicos: pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

A pré-análise constitui parte da fase de organização, sendo um

[...] período de intuições, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as idéias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise (BARDIN, 1977, p. 95)

A segunda fase, a da exploração do material, traduz-se por uma fase longa e morosa. De acordo com Bardin (1977, p. 101), “[...] consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração, em função de regras previamente formuladas”.

Na terceira fase, quando do tratamento dos resultados, da inferência e da interpretação, com vista a obtenção de resultados significativos e fiéis, o pesquisador nela pode “[...] propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos, ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas” (BARDIN, 1977, p. 101).

É, então, essa perspectiva utilizada na análise dos registros escritos dos protocolos de respostas dos participantes do presente trabalho, com a qual, de acordo com Buriasco (2004), procura-se evidenciar além do modo como o estudante interpreta os enunciados e produz uma resolução para apresentar a resposta, identificar as escolhas feitas, os conhecimentos matemáticos por ele utilizados e a forma como se comunica matematicamente (se expressa suas idéias matemáticas e como faz isso).

5.1 Os dados

Para este estudo foi utilizado um instrumento – prova escrita - composto por 14 questões de Matemática, retiradas, dentre as que foram disponibilizadas, de aferições do PISA. Essas questões contêm um total de 25 itens dos quais 10 itens são de Resposta Curta, 9 de Resposta de Construção Aberta e 6 de Resposta de Construção Fechada que exigem a construção das respostas. Quanto ao conteúdo envolvido, 8 são de *Quantidade*, 7 de *Mudanças e Relações* e 10 de *Incerteza*. Quanto às situações e competências, todas as variações foram utilizadas (Apêndice A).

Dos itens que compuseram o instrumento utilizado foram selecionados para análise os cinco (5) itens que continham maior incidência de registros escritos, sendo um (1) de *resposta curta* e quatro (4) de *resposta de construção aberta*. Quanto às competências exigidas, um (1) item pressupõe *reprodução*, três (3) *conexão* e um (1) *reflexão*. Quanto às situações, um (1) corresponde a situação *educacional*, um (1) a *ocupacional*, um (1) a *científica* e dois (2) a *pública*. Ainda desses cinco (5) itens, quatro (4) são referentes ao conteúdo de *incerteza* e um (1) ao de *quantidade*.

Trinta e nove alunos da Educação Básica de uma escola pública da cidade de Londrina resolveram a prova, sendo 17 participantes do Ensino Fundamental⁷ cujas provas foram utilizadas nesta pesquisa. As 22 provas restantes (de alunos do Ensino Médio dessa escola) foram destinadas a uma dissertação de mestrado de outra participante do GEPEMA. As trinta e nove provas correspondem ao total de alunos da escola que contavam, no momento da aplicação, com idade entre 15 anos e 3 meses e 16 anos e 2 meses.

Os professores de Matemática (quatro) dos alunos participantes responderam, individualmente, a um questionário (Apêndice B), para que indicassem qual a porcentagem estimada de alunos que responderiam corretamente cada questão; se havia sido

⁷ Nessa escola, no Ensino Fundamental, não havia alunos com a idade entre 15 anos e 3 meses e 16 anos e 2 meses na 5ª série, apenas na 6ª, 7ª e 8ª.

ensinado o conteúdo necessário para que os alunos respondessem corretamente a cada questão, e, se consideravam o enunciado da questão suficientemente claro para que os alunos compreendessem o que estava sendo pedido. Pedimos, ainda, aos professores para que classificassem o desempenho nas aulas, de cada aluno participante em uma das categorias: *bom, fraco, médio*.

Também foram realizadas algumas entrevistas com os alunos, a fim de esclarecer algumas de nossas dúvidas relativas à produção escrita encontrada nas suas provas nas quais foi pedido que eles relatassem como haviam respondido algumas questões e nos explicassem o que haviam feito e o porquê de terem feito daquela maneira. Na entrevista era apresentada a prova resolvida por ele, sem quaisquer anotações.

Inicialmente, as questões foram corrigidas de acordo com o manual do PISA. Recebeu código 2 (crédito completo) o aluno que resolveu a questão corretamente, recebeu código 1 (crédito parcial) o aluno que a acertou parcialmente, o código 0 foi atribuído ao aluno que errou a questão e o código 9 a quem não apresentou produção escrita.

Após as correções, o primeiro passo consistiu em fazer as descrições das respostas dadas às questões, de modo que resoluções semelhantes pudessem ser identificadas e agrupadas. Outro passo consistiu em formar os grupos para a análise, de acordo com as semelhanças que apresentavam em suas estratégias.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 Questão: Lixo

Área de conteúdo: incerteza	Agrupamento de competências: reflexão														
Situação: científica	Exigência do item: construção aberta														
<p><i>Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:</i></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Tipo de lixo</th> <th>Tempo de decomposição</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Casca de banana</td> <td>1 a 3 anos</td> </tr> <tr> <td>Casca de laranja</td> <td>1 a 3 anos</td> </tr> <tr> <td>Caixas de papelão</td> <td>0,5 ano</td> </tr> <tr> <td>Goma de mascar</td> <td>20 a 25 anos</td> </tr> <tr> <td>Jornais</td> <td>Alguns dias</td> </tr> <tr> <td>Copos de plástico</td> <td>Mais de 100 anos</td> </tr> </tbody> </table> <p><i>Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras. Dê uma justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.</i></p>		Tipo de lixo	Tempo de decomposição	Casca de banana	1 a 3 anos	Casca de laranja	1 a 3 anos	Caixas de papelão	0,5 ano	Goma de mascar	20 a 25 anos	Jornais	Alguns dias	Copos de plástico	Mais de 100 anos
Tipo de lixo	Tempo de decomposição														
Casca de banana	1 a 3 anos														
Casca de laranja	1 a 3 anos														
Caixas de papelão	0,5 ano														
Goma de mascar	20 a 25 anos														
Jornais	Alguns dias														
Copos de plástico	Mais de 100 anos														

Segundo o Manual de correção do PISA, receberia crédito completo a justificativa que se baseasse na grande variação dos dados (a diferença entre os tamanhos das barras) e a variabilidade das informações para determinadas categorias (barras para tempo indeterminado ou com variação). Como exemplo de respostas esperadas, o Manual coloca: “As diferenças de comprimento das barras do gráfico de barras seriam muito grandes”, “Não se pode representar uma barra para 1 a 3 anos, ou uma barra para 20 a 25 anos”. Receberiam nenhum crédito as justificativas que apenas falassem de outros gráficos ou que não seria possível verificar as informações, como por exemplo, “Porque não funcionará”, “Um pictograma é melhor”. O crédito 9 seria atribuído ao aluno que não apresentasse produção escrita na questão.

Acrescentamos a essa correção o crédito parcial, atribuído às justificativas próximas em termos de sentido à resposta correta, como a resposta de um aluno da 7ª série (E047A⁸) “os tempos não estão apropriados”.

De acordo com essa correção, constatamos o apresentado na Tabela 1:

Tabela 1: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão LIXO

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		Código 9		N	%
	N	%	N	%	N	%	N	%		
6 ^a	1	5,882	0	0,000	0	0,00	2	11,765	3	17,647
7 ^a	0	0,000	1	5,882	4	23,529	1	5,882	6	35,294
8 ^a	2	11,765	1	5,882	5	29,412	0	0,00	8	47,059
Total da amostra	3	17,647	2	11,765	9	52,941	3	17,647	17	100,000

Nessa questão apenas três alunos (17,647%) receberam crédito completo; dois (11,765%) receberam crédito parcial, a nove (52,941%) foi atribuído nenhum crédito e três (17,647%) não apresentaram produção escrita.

Como a tabela mostra, apenas um aluno da 6ª série e dois da 8ª série do Ensino Fundamental acertaram a questão.

Um dos alunos que acertou a questão (E198A) respondeu “*não tem informações completas sobre o tempo de decomposição*”⁹ e cita o exemplo do jornal, dizendo que “*ele não diz exatamente o dia que vai decompor*”. Esse aluno parece ver que, para a construção de um gráfico de barras, é preciso saber o tempo exato para colocar como dado.

Foram consideradas incorretas as resoluções que não respondiam a questão, ou seja, que não justificavam o porquê de o gráfico de barras não ser apropriado para apresentar estes dados, como, por exemplo, a resolução do aluno E168C, “*na minha opinião uma escala, ou um gráfico de linha devia ter feito*”.

Com isso, foi possível registrar que parte dos alunos (5/17) conhece os gráficos, inclusive o gráfico de barras, porém eles não formularam justificativas satisfatórias para a questão. Um encaminhamento em sala de aula poderia ser o de trabalhar com vários tipos de gráficos, indicando, em cada um, qual representa melhor os diferentes tipos de dados.

Além de sabermos o que está certo ou errado, é preciso saber, ainda, como os alunos lidam com a questão, ou seja, quais estratégias apresentam na resolução do

⁸ Os estudantes receberam esses números de identificação conforme a série e a turma. Por exemplo, E047A é o quarto estudante da lista, da 7ª série e da turma A.

⁹ Neste trabalho, todas as respostas de alunos apresentadas serão transcritas exatamente da forma como aparecem registradas nas provas.

problema, isto é, o que levam em conta quando o resolvem. Desse modo, com base na produção escrita apresentada pelos alunos, foram feitos grupos a partir das estratégias utilizadas para responder à questão. Apresentamos a seguir um quadro contendo as descrições dos alunos nessa questão e os grupos aos quais pertencem as respectivas produções escritas.

Grupo	Estratégia	Alunos
1	Utiliza conhecimentos ligados às suas experiências pessoais, dentro e fora da escola	E148B
2	Justifica por meio de outras representações comuns na Matemática, como tabelas ou outros gráficos, citando ou não o gráfico do problema.	E158C, E178C, E077D, E097D, E168C
3	Argumenta sobre o gráfico pedido no problema, sem recorrer a outros gráficos ou conteúdos	E118B, E016B, E108A, E047A, E138B, E087D
4	Não foi possível inferir as estratégias adotadas por esses alunos	E067C, E128B, E057C, E026C, E036C

Quadro 1: Grupos construídos a partir das estratégias dos alunos na questão **Lixo**.

Consideramos que as estratégias identificadas foram desenvolvidas a partir do contexto do problema, a construção de quatro grupos de resoluções: experiência pessoal, outras representações matemáticas, representação matemática do problema e outras estratégias.

Grupo 1: Experiência Pessoal

Neste grupo está apenas a prova de um aluno da 8ª série, E148B, o qual respondeu que “*não está mais aproximado porque as cascas de banana e de laranja são lixos, mas eles são apropriados para adubo para plantações. Só os outros lixos prejudicariam o meio ambiente*”. Essa resposta nos mostra que o aluno utilizou conhecimentos ligados às suas experiências pessoais, dentro e fora da escola, para responder ao problema.

Em entrevista, perguntamos a esse aluno o porquê de ter respondido dessa maneira, e ele nos contou que uma vez estava com seu pai num terreno e havia dito que não poderia jogar as cascas das frutas no chão, pois eram lixo, mas seu pai corrigiu-o afirmando que elas eram adubo para a terra. Com isso, foi possível perceber que o enunciado do problema proporcionou que o aluno reconhecesse e valorizasse suas experiências pessoais e pudesse aplicá-las num contexto escolar o que, frequentemente, não é comum na escola.

Grupo 2: Outras representações matemáticas

As justificativas categorizadas neste grupo mostram que os alunos justificam por meio de outras representações comuns na Matemática, como tabelas ou outros gráficos, citando ou não o gráfico do problema.

Um aluno da 8ª série (E158C) respondeu que “*não é necessário o gráfico porque já tem a tabela*”. Com isso, é possível perceber que os alunos que relacionam gráficos a tabelas, parecem saber que tais registros podem apresentar as mesmas informações, porém de maneiras diferentes.

Quatro alunos (E178C, E077D, E097D, E168C) demonstraram saber que não é possível colocar tempos indefinidos ou muito diferentes num gráfico de barras, pois existem outros gráficos que podem representar esses dados com maior precisão. Por isso, os gráficos sugeridos por alguns deles foram o de setor (ou *pizza*, como foi chamado por um aluno) e o de linha.

Grupo 3: Representação Matemática do problema

Nas provas agrupadas por suas estratégias neste grupo (E118B, E016B, E108A, E047A, E138B, E087D), os alunos argumentam sobre o gráfico pedido no enunciado do problema, sem recorrer a outros gráficos ou conteúdos, como por exemplo, um aluno da 6ª série, E016B, ao responder “*porque no gráfico de barras não pode colocar igual aquele ali a banana 1 a 3 anos nos gráficos de barras é um ou três*”. Nesse caso, é possível afirmar que o aluno compreende quando não se pode usar o gráfico de barras, pois percebe que é um intervalo de tempo e no gráfico de barras deveria colocar um ano ou três anos, e não um intervalo (um a três anos), porque há outras informações apresentadas na tabela que não são intervalares.

Grupo 4: Outras estratégias

Neste grupo não foi possível inferir as estratégias adotadas pelos alunos (E067C, E128B, E057C, E026C, E036C), ou por não responderem à questão ou por não apresentarem estratégias de resolução, como no caso de E128B, da 8ª série, que respondeu “*porque seria mais difícil de entender*”.

Em entrevista com esse aluno da 8ª série, ele nos disse que “*o gráfico ficaria desproporcional* [desenhando uma barra muito pequena e uma barra muito grande,

mostrando a diferença entre os tamanhos], *não daria uma visão clara*” (E128B), e complementa que, por outro lado, a tabela apresenta os dados com mais clareza. É possível perceber que esse aluno compreende que as barras ficariam muito desproporcionais, por algumas representarem dias e outras, anos, sendo, portanto, inviável esse recurso para representar os dados expostos.

6.2 Questão: Provas de Ciências

Área de conteúdo: incerteza	Agrupamento de competências: reprodução
Situação: educacional	Exigência do item: construção curta
<p><i>Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos. Qual é a média de Marli em ciências após as cinco provas?</i></p>	

O Manual de correção do PISA traz como correta a resposta 64, independente dos cálculos apresentados. Portanto, receberia crédito completo a resolução que apresentasse a resposta “*A média de Marli é 64*”. Receberiam nenhum crédito todas as demais respostas, independente das estratégias elaboradas pelo aluno para a resolução da questão. A correção das provas dos alunos de nossa pesquisa foi realizada inicialmente segundo esse Manual.

De acordo com essa correção, apresentamos a Tabela 2:

Tabela 2: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão **PROVAS DE CIÊNCIAS**

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9		N	%
	N	%	N	%	N	%	N	%		
6 ^a	0	0,000	0	0	3	17,647	0	0,000	3	17,647
7 ^a	0	0,000	0	0	6	35,294	0	0,000	6	35,294
8 ^a	2	11,765	0	0	6	35,294	0	0,000	8	47,059
Total da amostra	2	11,765	0	0,000	15	88,235	0	0,000	17	100,000

Apenas dois (11,765%) alunos, da 8^a série, acertaram a questão e quinze (88,235%) não. Porém, todos os alunos apresentaram produção escrita, mesmo que apenas uma resposta, sem qualquer cálculo, como fez o aluno E047A, que escreveu somente “*320 pontos*”. Nenhum aluno recebeu crédito parcial nessa questão.

As estratégias para se resolver a questão corretamente são diversas, entre elas, as mais rotineiras: multiplicar a média obtida nas quatro primeiras provas por 4, adicionar a essa soma a nota da quinta prova e, em seguida, fazer a divisão desse resultado por 5 ($60 \times 4 = 240$, $240 + 80 = 320$ e $320 \div 5 = 64$); adicionar quatro vezes a média das quatro primeiras provas à nota da última prova e, em seguida, dividir esse resultado por 5 ($60 + 60 + 60 + 60 + 80 = 320$ e $320 \div 5 = 64$); adicionar outros valores diferentes de 60, cuja média seja 60, por exemplo, 20, 40, 80 e 100, adicionar a nota da quinta prova a essa soma e dividir esse resultado por 5 ($20 + 40 + 80 + 100 = 240$, $240 + 80 = 320$ e $320 \div 5 = 64$); escrever uma expressão da média aritmética das quatro primeiras notas que é 60 para determinar o total de pontos das quatro primeiras notas ($\frac{a+b+c+d}{4} = 60$, $a+b+c+d = 60 \times 4 = 240$), adicionar o total com a nota da última prova ($240 + 80 = 320$), e, em seguida, dividir esse resultado por 5 ($320 \div 5 = 64$).

A partir das estratégias escolhidas pelos alunos para resolverem essa questão, inferidas da produção escrita, formamos oito grupos de resoluções:

Grupo 1:

Neste grupo localiza-se apenas a prova de um aluno da 8ª série do Ensino Fundamental, que utilizou o conceito de média aritmética em sua resolução. Ele multiplicou corretamente a média obtida por Marli nas quatro primeiras provas pela quantidade de provas, 60×4 , adicionou esse produto, 240, à nota obtida na quinta prova, $240 + 80$, em seguida, dividiu corretamente essa soma por 5, que é a quantidade de provas que o professor de Marli aplicou, $320 \div 5$. Respondeu corretamente com o resultado obtido nessa divisão.

Esse aluno parece compreender a questão da maneira correta.

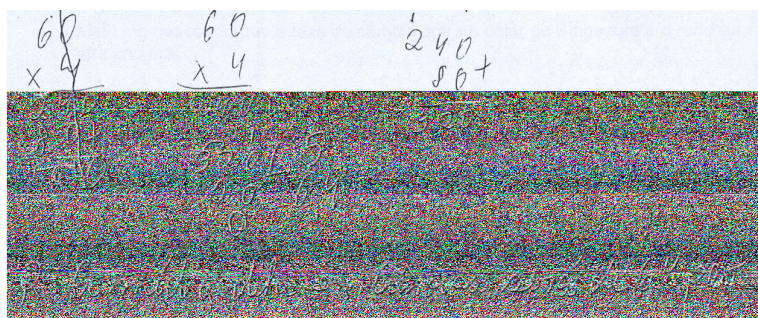


Figura 1: Produção escrita encontrada na prova do aluno E178C

Grupo 2:

Apenas uma prova de um aluno do Ensino Fundamental (E128B) encontra-se neste grupo. Esse aluno efetua corretamente a adição $60 + 60 + 60 + 60 + 80$, isto é, adiciona a média das quatro primeiras provas quatro vezes à nota da última prova, obtendo 320, efetua corretamente a divisão $320 \div 5$, ou seja, divide por 5 a soma das cinco notas, e responde corretamente à questão afirmando que a média de Marli é 64 pontos. Com base na produção escrita apresentada, podemos supor que esse aluno sabe o que é média aritmética, sabe como calculá-la e faz uso apenas de operações aritméticas.

The image shows a student's handwritten work on a light blue background. On the left, there is a vertical list of numbers: 60, 60, 60, 60, and 80. Below this list is a division problem: 320 divided by 5, with a horizontal line under the 320 and a horizontal line under the 5. The result of the division is written as 64. To the right of the numbers and the division problem, the student has written the sentence "Ela tem a media 64" in cursive handwriting.

Figura 2: Produção escrita encontrada na prova do aluno E128B

Essa resolução também foi corrigida como correta. Esse aluno nos disse em entrevista que ele não sabe fazer a divisão pelo algoritmo da maneira convencional, mas que pode escrever “*toda a tabuada do 5, a partir do $5 \times 11 = 55$, até chegar em $5 \times 64 = 320$* ” (E128B).

De fato, em sua resolução, não aparece como fez a conta, mas ele diz que fez na carteira essa “tabuada”. Isso nos mostra que o aluno entende a divisão, mas não sabe o algoritmo usual.

Dos dois alunos que acertaram a questão, as estratégias escolhidas (**Grupo 1 e Grupo 2**) são aparentemente diferentes, pois enquanto um deles (E178C) multiplica 60 por 4, o outro (E128B), adiciona 60 quatro vezes. Ou seja, há maneiras diferentes de solucionar a questão, pois enquanto E178C parece utilizar o conceito de média, E128B parece supor que Marli obteve 60 pontos em cada uma das quatro provas. Esses dois alunos parecem ter entendido o enunciado da questão proposta, que pede a média da Marli após as cinco provas.

Grupo 3:

Nesse grupo quatro alunos (E057C; E067C; E077D; E138B) adicionam quatro vezes a média das quatro primeiras provas à nota da última prova, isto é, efetuam corretamente a adição $60 + 60 + 60 + 60 + 80$, e apresentam essa soma como resposta.

Handwritten student work showing a vertical addition of four 60s and one 80, resulting in 320. To the right, a note in Portuguese says "Após as 5 provas marli tem a média de 320 pontos".

Figura 3: Produção escrita encontrada na prova do aluno E067C

Por meio da produção escrita desses alunos, vimos a possibilidade de eles tomarem como média o total de pontos obtidos nas cinco provas. Em entrevista, o aluno E057C nos disse que, para ele, *“média e soma de pontos significam a mesma coisa”*. Perguntamos, então, ao aluno como era feita a média de cada bimestre em sua escola e ele nos disse que havia duas provas que valiam 30 cada uma e um trabalho de valor 40. A “média” do desempenho como trabalhada na escola é obtida pela soma das notas nas duas provas e no trabalho. Pode-se inferir, com base nessa entrevista, que sua experiência no dia-a-dia da escola influenciou a resolução da questão proposta, uma vez que ele calculou a média de Marli da mesma maneira que calcularia a sua própria média na escola da ‘vida real’.

Outro aluno E077D, nos diz *“A média de um bimestre é a soma de todos os pontos obtidos naquele bimestre, mas a média final é a soma dos pontos dividida pelo número de bimestres”*, confirmando com isso, que, por influência do contexto escola, a ‘média’ é, para eles, a soma das notas obtidas, e que apenas a ‘média final’ envolve o conceito de média aritmética.

Grupo 4:

Dois alunos (E118B e E108A) fazem 60×4 e $240 + 80$. Eles multiplicam corretamente a média obtida por Marli nas quatro primeiras provas pela quantidade de provas e, adicionam a quinta nota a esse resultado, respondendo, de acordo com esse resultado, que a média é 320.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 4 \\ \hline 240 \\ + 80 \\ \hline 320 \end{array}$$

R: Após as cinco provas
marli teve 320 pontos na
média de ciências

Figura 4: Produção escrita encontrada na prova do aluno E118B

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 4 \\ \hline 240 \\ + 80 \\ \hline 320 \end{array}$$

100

320
- 100

120

Marli tem a sua média em 320.

Figura 5: Produção escrita encontrada na prova do aluno E108A

É possível inferir que esses alunos tiveram a mesma compreensão dos alunos do grupo anterior, entendendo por média o total de pontos obtidos. Em situações como essas, o professor poderia trabalhar o conceito de média, relacionando com contextos nos quais os alunos estão inseridos, mas também apresentando outros contextos, nos quais a média é feita de maneira diferente de como é feito na escola em que esses alunos estudam.

Grupo 5:

Apenas E097D, um aluno da 7ª série do Ensino Fundamental, faz 60×4 e $240 - 80$. Ele multiplica corretamente a média obtida por Marli nas quatro primeiras provas pela quantidade de provas e subtrai a quinta nota desse resultado, respondendo que a média de Marli é 160.

A média de Marli era de 160.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 4 \\ \hline 240 \\ - 80 \\ \hline 160 \\ \hline \end{array}$$

Figura 6: Produção escrita encontrada na prova do aluno E097D

Quando perguntado, em entrevista, ao aluno o que havia feito, ele nos disse que não sabia o porquê de ter resolvido dessa maneira.

Com base em sua produção escrita, infere-se que esse aluno pode ter pensado que Marli precisava obter média de 60 pontos em quatro provas, ou seja, 240 pontos. Já havia conseguido 80, faltando então, 160 pontos, que ela ainda precisava. Isso pode ser consequência de uma leitura equivocada do enunciado, uma má interpretação dos dados fornecidos pelo problema, pois o aluno demonstra saber resolver as operações envolvidas em sua resolução.

Grupo 6:

O aluno E016B efetua corretamente a multiplicação 60 por 4 resultando 240. Efetua uma outra operação, que não se sabe qual é (ver **Figura 7**), obtendo como resultado 140. A resposta desse aluno parece não ter sido obtida a partir desse cálculo, pois responde que a média de Marli é de 330 pontos após as cinco provas.

A média de Marli é de 330 pontos após as cinco provas

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 4 \\ \hline 240 \\ 80 \\ \hline 140 \end{array}$$

Figura 7: Produção escrita encontrada na prova do aluno E016B

A operação realizada pode ser $240+80$, porém ele a faz incorretamente, pois erra tanto ao posicionar o 80 como para somar $2+8$, esquecendo-se de colocar o zero. Esse aluno não foi entrevistado, pois não estudava mais na escola no ano de 2007.

Grupo 7:

Um único aluno (E026C – 6ª série) divide incorretamente a média das quatro primeiras provas por quatro ($60 \div 4 = 30$), adiciona incorretamente a nota da quinta prova a esse quociente ($30 + 80 = 110$), adiciona corretamente ainda, a nota da quinta prova à média das quatro provas ($60 + 80 = 140$) e apresenta como resposta o resultado encontrado nessa última operação, ou seja, responde que a média de Marli em ciências é 140. Esse aluno parece não saber fazer as operações básicas com números inteiros, ou preencheu o espaço para a resolução da prova com qualquer coisa, apenas para não deixar em branco.

A media e 140 pontos.

4 provas
60 valem

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 604} \\ \underline{60} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 80 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ + 80 \\ \hline 110 \end{array}$$

Figura 8: Produção escrita encontrada na prova do aluno E026C

Esse aluno não foi entrevistado, pois não compareceu a entrevista nos dias marcados. Porém, em entrevista feita com o aluno E128B¹⁰, quando se pediu para que ele resolvesse novamente a questão, ele fez $60 + 80 = 140$ e disse que apenas adicionou as duas notas que eram os dados do problema. Esse fato pode ter acontecido também com E026C, pois é a única operação correta feita por ele.

Grupo 8:

As seis provas pertencentes a esse grupo apresentam apenas a resposta ao problema. Por isso, não é possível saber quais estratégias utilizaram para a resolução. E158C e E148B respondem que a média de Marli em Ciências é 140. E168C escreve 80 pontos. E047A e E087D respondem 320 pontos. E036C responde que a média de Marli é 70.

Em seguida apresentamos um quadro-resumo das estratégias desenvolvidas pelos alunos nessa questão:

¹⁰ Perguntamos a esse aluno a respeito dessa resolução pois ele também respondeu 140.

Grupo	Estratégia	Alunos
1	Efetua a multiplicação 4×60 e a adição $240 + 80$. Responde de acordo com o resultado encontrado (320).	E178C
2	Faz $60 + 60 + 60 + 60 + 80 = 320$, mas não indica a operação de adição. Divide corretamente 320 por 5 e responde que a média é de 64.	E128B
3	Efetua a adição $60 + 60 + 60 + 60 + 80$ (60 é a média obtida nas quatro primeiras provas e 80 a nota na última prova) obtendo 320. Responde de acordo com o resultado encontrado (320).	E057C, E067C, E077D, E138B
4	Efetua a multiplicação 4×60 e a adição $240 + 80$. Responde de acordo com o resultado encontrado (320).	E118B e E108A
5	Faz $4 \times 60 = 240$ e $240 - 80 = 160$. Responde que a média de Marli é 160.	E097D
6	Multiplica 60 por 4 resultando 240. Coloca embaixo do 240, na casa das centenas 8 e na casa das dezenas 0. Passa um traço sem indicar a operação que está fazendo e escreve, embaixo do traço, 140. Responde que a média de Marli é de 330 pontos após as cinco provas.	E016B
7	Faz $60 : 4 = 30$, $30 + 80 = 10$ e $60 + 80 = 140$. Responde que a média de Marli em ciências é 140.	E026C
8	Apresentam apenas a resposta ao problema.	E158C, E148B, E168C, E047A, E087D e E036C

Quadro 2: Grupos construídos a partir das estratégias dos alunos na questão Provas de Ciências.

6.3 Questão: Opções

Área de conteúdo: quantidade	Agrupamento de competências: conexões
Situação: ocupacional	Exigência do item: construção aberta
<p><i>Em uma pizzaria, você pode pedir uma pizza básica com duas coberturas: queijo e tomate. Você pode igualmente compor sua própria pizza com as seguintes coberturas extras: azeitonas, presunto, cogumelos, salame.</i></p> <p><i>Rose quer pedir uma pizza com duas coberturas extras diferentes.</i></p> <p><i>A partir de quantas combinações diferentes Rose pode escolher?</i></p>	

Segundo o Manual de correção do PISA, nessa questão que envolve processos organizados de contagem, deveria receber crédito completo o aluno que respondesse “seis combinações” e nenhum crédito as demais respostas.

De acordo com essa correção, temos:

Tabela 3: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão Opções

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9		N	%
	N	%	N	%	N	%	N	%		
6 ^a	0	0,000	0	0,000	3	17,647	0	0,000	3	17,647
7 ^a	1	5,882	1	5,882	4	23,529	0	0,000	6	35,294
8 ^a	2	11,765	1	5,882	5	29,412	0	0,000	8	47,059
Total da amostra	3	17,647	2	11,765	12	70,588	0	0,000	17	100

Isso mostra que todos os alunos que realizaram a prova resolveram a questão. Desses, 17,647% apresentaram resposta correta, sendo 5,882% da 7^a série e 11,765% da 8^a.

Para se chegar à resposta correta, essa questão poderia ser resolvida de, pelo menos, duas maneiras:

$$C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \quad \text{ou}$$

azeitonas { presunto
 cogumelos
 salame
 presunto { cogumelos
 salame
 cogumelos { salame

Poucos alunos acertaram a questão e é possível que uma razão desse baixo índice de acertos tenha sido o contexto envolvido no enunciado do problema, o qual não se fez real para alunos daquela escola pública, pois em entrevista disseram que quando comem pizza “o sabor já vem pronto, não há coberturas extras ou básicas”, ou seja, no cardápio das pizzarias, as coberturas já estão definidas nos diferentes tipos oferecidos, não sendo usual a possibilidade de o consumidor compor uma pizza. Por conseguinte, a ‘realidade’ do problema pode ter sido um obstáculo à identificação com a Análise Combinatória, vista na escola. Com isso, não podemos dizer que eles não sabem Análise Combinatória, mas sim que eles não a reconheceram como estratégia apropriada para solucionar o problema.

Não foi possível conhecer todas as estratégias adotadas para resolver a questão, pois a maioria dos alunos escreveu apenas a resposta e, para conhecer as estratégias adotadas, é preciso que o aluno escreva a resposta e o desenvolvimento, quais cálculos

realizou, o que pensou para resolver a questão. Por isso, com base na produção escrita apresentada, formou-se seis grupos a partir das respostas dadas à questão, como mostra o quadro a seguir:

Grupo	Resposta	Alunos
1	Apenas responde “4 combinações”	E016B, E077D e E128B
2	Responde 5 combinações ou escreve cinco coberturas	E148B, E026C
3	Responde “a partir de 2 combinações”	E118B e E168C
4	Faz todas as combinações e não apenas nomeia as coberturas ou responde apenas com um número.	E178C, E158C, E057C, E138B e E097D
5	Apenas responde “9 combinações”.	E047A, E087D e E036C
6	Apenas responde “13 combinações”.	E108A
7	Apenas responde “12”.	E067C

Quadro 3: Grupos construídos a partir das respostas dos alunos na questão Opções.

Grupo 1:

Nesse grupo estão as produções de três alunos (E016B, E077D e E128B), que apenas responderam “4 combinações”. Em entrevista com o aluno E077D, ele disse não saber o porque de ter respondido “4”. Porém, essa resposta pode mostrar que os alunos tomaram apenas as quatro coberturas extras. Se há quatro coberturas, então Rose poderia escolher quatro sabores de pizza.

Grupo 2:

Nesse grupo estão as produções nas quais se encontram a resposta (ou indício dela) afirmando que Rose pode ter cinco combinações.

O aluno E148B, da 8ª série, responde “*Rose pode ter 5 combinações e o presunto um tipo de queijo então porque ela poderá fazer cinco combinações diferentes*”. Com essa resposta, pode-se dizer que o aluno confunde presunto com um tipo de queijo. E se isso acontece, são apenas 5 coberturas: queijo, tomate, azeitona, salame e cogumelos. Foi perguntado em entrevista se isso havia acontecido e o aluno confirmou.

Um outro aluno (E026C) coloca “queijo, presunto, salame, azeitona e tomate”, não escreve “cogumelos” e não responde quantas combinações podem ser feitas. Porém, pode-se dizer que ele escreveu cinco coberturas, podendo este ser o número de combinações.

Ambos os alunos parecem ter confundido as combinações com os tipos de coberturas existentes no problema.

Grupo 3:

Os alunos E118B e E168C respondem “a partir de 2 combinações”. A resposta “duas” tem sentido se o aluno entendeu que se Rose quer duas coberturas extras, ela pode escolher a partir de duas, ou seja, três, quatro, cinco, seis coberturas, mas não duas combinações.

Não foi possível esclarecer a dúvida com esses alunos, pois nenhum deles estudava na escola no ano de 2007.

Grupo 4:

Nesse grupo, encontra-se a produção de 5 alunos (E178C, E158C, E057C, E138B e E097D). O que caracteriza essas produções é o fato de os alunos terem feito todas as combinações e não apenas nomear as coberturas ou responder apenas com um número. No entanto, há respostas corretas e incorretas.

O aluno E057C responde “7 combinações”, mas em sua produção escrita é possível perceber que faz as combinações e sabe que não pode repetir as coberturas, mesmo não utilizando o registro usual.

azeitona	presunto	cogumelo	salame
presunto	cogumelo	salame	
cogumelo	salame		
salame			

Figura 9: Produção escrita encontrada na prova do aluno E057C

Em entrevista esse aluno disse que apenas errou ao contar, mas que a resposta correta seria seis combinações.

O aluno E158C escreve as combinações e responde corretamente que Rose pode fazer 6 combinações diferentes.

azeitonas e presunto
 cogumelos e salame
 presunto e cogumelos
 Salame e azeitonas
 Presunto
 azeitonas e cogumelos
 Presunto e Salame
 6 combinações diferentes que Rose poderia fazer.

Figura 10: Produção escrita encontrada na prova do aluno E158C

Grupo 5:

Nesse grupo estão as produções de três alunos (E047A, E087D e E036C). Eles escrevem apenas “9 combinações” e não explicam o porquê. Em entrevista com o aluno E047A, ele disse não lembrar do que fez, apresentando novas respostas, como “16 combinações ou 4 sabores”. É possível pensar que eles fizeram todas as combinações e não tiraram aqueles que repetiam as coberturas, por exemplo:

	<i>presunto</i>
<i>azeitonas</i>	– <i>cogumelos</i>
	<i>salame</i>
	<i>azeitonas</i>
<i>presunto</i>	– <i>cogumelos</i>
	<i>salame</i>
	<i>azeitona</i>
<i>cogumelos</i>	– <i>presunto</i>
	<i>salame</i>

Isso mostra que provavelmente os alunos sabem fazer as combinações, porém, por falta de atenção aos itens que podem compor a pizza, pode ter ocorrido o erro.

Grupo 6:

Apenas a produção de um aluno (E108A) está nesse grupo, pois somente esse aluno respondeu 13 combinações.

Esse aluno não foi entrevistado, pois não estudava na escola no ano letivo de 2007.

Ele parece ter feito as combinações das seis coberturas, duas a duas, esquecendo-se de combinar o presunto, como se pode ver em sua produção escrita abaixo.

Como no grupo anterior, é possível que o aluno saiba fazer as combinações, mas retirou informações equivocadas do enunciado do problema, causando o erro.

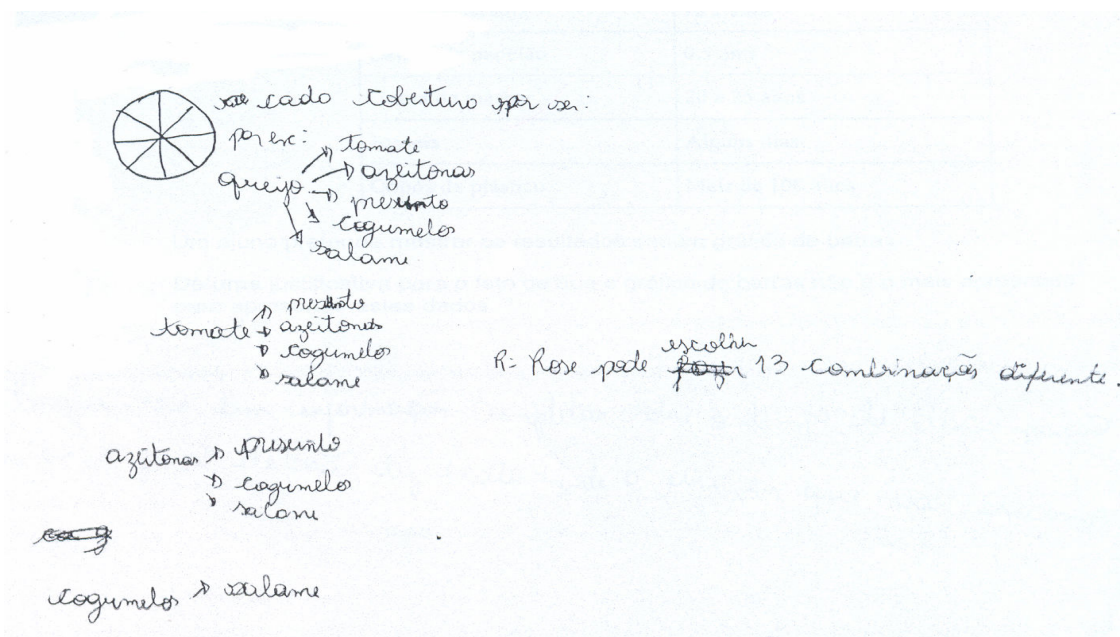


Figura 11: Produção escrita encontrada na prova do aluno E108A

Grupo 7:

Um aluno apenas (E067C) responde 12 e justifica “se ela pedir uma pizza com duas coberturas extras terá duas coberturas básicas da pizza e 10 coberturas extras”.

Esse aluno não foi entrevistado por não comparecer à escola nos dias marcados. Não foi possível inferir o que esse aluno fez nessa questão, como encontrou as 10 coberturas extras.

6.4 Questão: Assaltos

Área de conteúdo: incerteza	Agrupamento de competências: conexões						
Situação: pública	Exigência do item: construção aberta						
<p><i>Um repórter de TV apresentou o gráfico abaixo e disse:</i></p> <p><i>— O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um grande aumento no número de assaltos.</i></p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <caption>Dados do Gráfico</caption> <thead> <tr> <th>Ano</th> <th>Número de Assaltos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1998</td> <td>510</td> </tr> <tr> <td>1999</td> <td>515</td> </tr> </tbody> </table> </div> <p><i>Você considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.</i></p>		Ano	Número de Assaltos	1998	510	1999	515
Ano	Número de Assaltos						
1998	510						
1999	515						

Essa é uma questão que envolve um gráfico retirado de um jornal (OCDE, 2005), que pede a tomada de decisão frente a uma afirmação baseada na leitura de um gráfico de barras. A apresentação da informação é tendenciosa, o que exige sentido crítico dos alunos na sua resolução, pois o gráfico é “enganador”, mostrando uma grande diferença entre as barras e uma pequena diferença entre os números de assaltos.

Corrigiu-se a questão de acordo com o manual de correção do PISA que indicava como corretas as respostas que destacassem o fato de que somente uma pequena parte do gráfico é apresentada ou que contivessem argumentos corretos em termos de aumento relativo ou de aumento percentual, como por exemplo “*Não, porque foi mostrada apenas a parte superior do gráfico, e se o gráfico estivesse completo – de 0 a 520 – os assaltos não teriam aumentado tanto assim*” ou “*Não, pois 10 não representa um aumento muito grande comparado a um total de 500*”.

Respostas que apenas destacassem o aumento indicado pelo número de assaltos sem comparar o total – como “De 508 para 515 não é um grande aumento” – seriam consideradas parcialmente corretas.

Já as respostas sem explicação ou com explicação insuficiente ou incorreta, ou que afirmam que a interpretação é razoável, seriam consideradas incorretas.

De acordo com essa correção, está a tabela a seguir:

Tabela 4: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão Assaltos

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9		N	%
	N	%	N	%	N	%	N	%		
6 ^a	0	0,000	0	0,000	2	11,765	1	5,882	3	17,647
7 ^a	0	0,000	1	5,882	4	23,529	1	5,882	6	35,294
8 ^a	0	0,000	0	0,000	8	41,176	0	0,000	8	47,059
Total da amostra	0	0,000	1	5,882	14	82,353	2	11,765	17	100

Nenhum aluno acertou completamente a questão. Apenas um aluno (5,88%) acertou parcialmente, quatorze alunos (82,353%) erraram e dois (11,765%) não apresentaram produção escrita.

Dos quatorze (14) alunos que erraram a questão treze (13) escreveram uma explicação insatisfatória, demonstrando que levaram em conta apenas a diferença entre os tamanhos das barras e não os números de assaltos, como mostra a resposta de um aluno da 7^a série do Ensino Fundamental:

Sim. Porque está pra ver no grafico a diferença não é enorme, aumentou muito, assaltos de 1998 para 1999.

Figura 12: Produção escrita encontrada na prova do aluno E067C

O único aluno que acertou parcialmente a questão, E087D, parece ter visto que a diferença entre os números de assaltos era pequena, e respondeu:

Sim, porque durante os assaltos em 1998 e 1999, houve um pequeno aumento.

Figura 13: Produção escrita encontrada na prova do aluno E087D

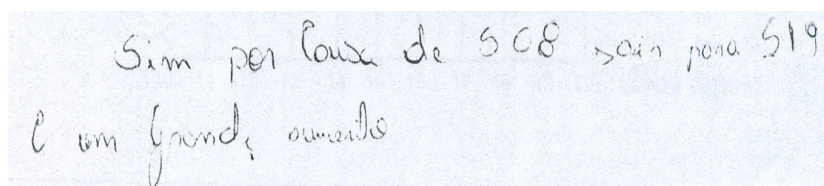
Com base na produção escrita apresentada pelos alunos, foram formado três grupos a partir das justificativas usadas para responder à questão, como mostra o quadro abaixo.

Grupo	Justificativa	Alunos
1	Aborda a diferença entre os números de assaltos nos dois anos	E067C, E138B, E158C, E047A, E077D, E087D, E118B e E108A
2	Apresenta justificativa que não cita a diferença entre os números de assaltos.	E168C, E026C, E178C, E016B, E128B e E148B
3	Não apresenta justificativa alguma ou não apresenta qualquer produção escrita	E097D, E057C e E036C

Quadro 4: Grupos construídos a partir das justificativas dos alunos na questão Assaltos.

Grupo 1:

As respostas colocadas nesse grupo abordam a diferença entre os números de assaltos nos dois anos. Fazem parte desse grupo as resoluções de oito alunos (E067C, E138B, E158C, E047A, E077D, E087D, E118B e E108A). Um exemplo de resposta encontrada nas produções deste grupo é a resposta de um aluno da 7ª série:

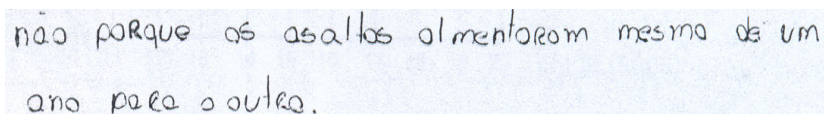


Sim por causa de 508 sair para 519
e um grande aumento

Figura 14: Produção escrita encontrada na prova do aluno E077D

Em entrevista, esse aluno disse, primeiramente, que foi um grande aumento. Perguntou-se se ele disse isso olhando para as barras ou para os números e ele nos diz que está se baseando no tamanho das barras. Perquiriu-se, caso ele olhasse para os números, a resposta seria diferente. Ele diz que sim, que mudaria a resposta, afirmando que o aumento não é tão grande.

O aluno E047A responde na prova que o número de assaltos aumentou, mas não diz se foi um grande ou um pequeno aumento.



não porque os assaltos aumentaram mesmo de um ano para o outro.

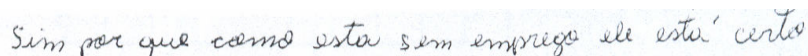
Figura 15: Produção escrita encontrada na prova do aluno E047A

Também esse aluno nos diz, em entrevista, que olhou apenas para as barras para responder e que queria dizer que o aumento havia sido grande, mas quando olha para os números de assaltos afirma que o aumento é pequeno.

Considerou-se que a maioria desses alunos olhou apenas para os tamanhos das barras, desconsiderando os números. O professor, ao ensinar gráficos, poderia dizer aos alunos que é preciso olhar os eixos, ver do que está sendo falado e não apenas nas barras, pois a mídia pode apresentar gráficos enganadores, distorcendo informações corretas.

Grupo 2:

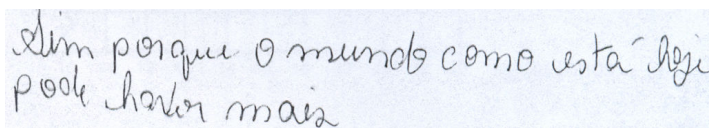
Os alunos (E168C, E026C, E178C, E016B, E128B e E148B) cujas produções foram colocadas neste grupo apresentaram justificativas que não citavam a diferença entre os números de assaltos. Como exemplo de resposta deste grupo temos:



Sim por que como esta sem emprego ele esta' certo'

Figura 16: Produção escrita encontrada na prova do aluno E016B

Não foi possível entrevistar esse aluno por não estudar mais na escola no período de realização das entrevistas. Inferimos que ele não compreende o enunciado da questão e fornece uma justificativa para o fato de o número de assaltos ter aumentado. O aluno, que também não foi entrevistado por não estudar mais na escola, E178C parece entender que o número de assaltos tende a aumentar, como uma consequência do mundo atual.



Sim porque o mundo como esta' hoje pode haver mais'

Figura 17: Produção escrita encontrada na prova do aluno E178C

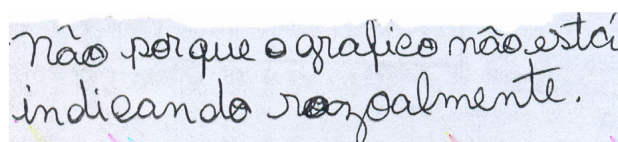
Esses alunos demonstram não entender o enunciado da questão, não justificando a diferença entre os números de assaltos.

O contexto nos quais esses alunos estão inseridos parece influenciar suas resoluções, pois suas justificativas apresentam causas e conseqüências para o número de assaltos ter aumentado.

Grupo 3:

Nesse grupo estão as resoluções que não apresentaram justificativa alguma ou não apresentaram qualquer produção escrita. Estão neste grupo as produções dos alunos E097D, E057C e E036C.

E097D parece entender que o enunciado pergunta se o gráfico indica razoavelmente e não se a interpretação do repórter é razoável.



Não porque o grafico não está indicando razoavelmente.

Figura 18: Produção escrita encontrada na prova do aluno E097D

O aluno E057C não apresenta produção escrita nesta questão. Diz, em entrevista, que não consegue entender a questão no dia da prova e também, mesmo depois de ter passado alguns meses, não sabe como resolvê-la no dia da entrevista.

6.5 Questão: Apoio ao Presidente

Área de conteúdo: incerteza	Agrupamento de competências: conexões
Situação: pública	Exigência do item: construção aberta
<p><i>Na Zedelândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:</i></p> <p><i>Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);</i></p> <p><i>Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);</i></p> <p><i>Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostra de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);</i></p> <p><i>Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que</i></p>	

telefonaram para a redação a fim de votar).

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

A correção foi realizada de acordo com o manual do PISA. Essa questão envolve a noção de conceitos estatísticos, amostra e população. Acertou a questão quem apontou o resultado do jornal 3 como o mais provável, apresentando pelo menos duas justificativas dentre as seguintes: “A pesquisa é mais recente”; “A amostra selecionada é maior”; “a seleção da amostra é aleatória”; foram entrevistados somente cidadãos com direito a voto”. Em nossa pesquisa, apenas um aluno, da 7ª série, apresentou esse tipo de resposta:

O jornal 3 porque eles acharam as pessoas na rua que podiam votar

Figura 19: Produção escrita encontrada na prova do aluno E047A

Acertou parcialmente a questão um aluno que respondeu o jornal 3, apenas. Errou a questão quem apontou outro jornal com o resultado mais provável.

De acordo com a correção, monta-se a seguinte tabela:

Tabela 5: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série do E. F. na questão **Apoio Ao Presidente**

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9		N	%
	N	%	N	%	N	%	N	%		
6ª	0	0,000	0	0,000	1	5,882	2	11,765	3	17,647
7ª	1	5,882	1	5,882	4	23,529	0	0,000	6	35,294
8ª	0	0,000	0	0,000	8	47,059	0	0,000	8	47,059
Total da amostra	1	5,882	1	5,882	13	76,471	2	11,765	17	100,000

Assim, pode-se dizer que apenas dois alunos da 7ª série não erraram completamente a questão, 11,765% não responderam coisa alguma a ela e todos os alunos da 8ª série a erraram.

O jornal mais apontado pelos alunos participantes de nossa pesquisa foi o jornal 4 (58,823% das respostas). Dessa porcentagem, 40% respondeu o Jornal 4 justificando que a porcentagem era maior nesse jornal, por isso ele daria o resultado mais provável, como podemos ver a seguir na produção escrita retirada da prova do aluno E178C.

jornal 4 porque ele teve mais porcentagem
que os outros

Figura 20: Produção escrita encontrada na prova do aluno E178C

A partir das respostas fornecidas pelos alunos a essa questão formou-se cinco grupos de resoluções:

Grupo	Resposta	Alunos
1	Responde Jornal 3.	E047A e E057C
2	Responde Jornal 4	E178C, E148B, E118B, E168C, E067C, E158C, E128B, E077D, E087D e E097D
3	Responde Jornal 1	E016B
4	Responde Jornal 2	E138B, E108A
5	Não apresenta produção escrita	E026C e E036C

Quadro 5: Grupos construídos a partir das respostas dos alunos na questão **Apoio ao Presidente**

Grupo 1: Respondem Jornal 3

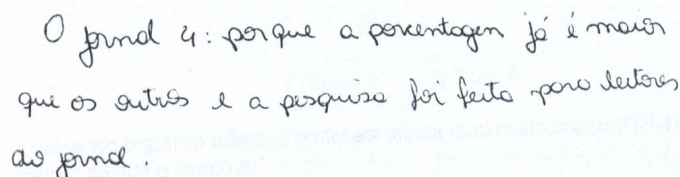
Nesse grupo localizam-se apenas as provas de dois alunos, ambos da 7ª série. Um deles (E047A) respondeu o “*jornal 3*” e justifica registrando que acharam “*100 pessoas na rua que podiam votar*”. Esse aluno apresentou três justificativas, uma referente ao número de pessoas, outra referente ao fato de a amostra ser aleatória e, ainda outra pelo fato da população consultada ser composta de eleitores e não apenas leitores do jornal. Em entrevista, esse aluno disse que nunca havia participado de qualquer pesquisa.

O outro aluno (E057C) apenas respondeu “*o jornal 3*” e, por apresentar somente a resposta, sem qualquer justificativa recebeu crédito parcial na questão.

Pode-se dizer que esses alunos entendem pelo menos um pouco dessa estatística e de pesquisas veiculadas na mídia.

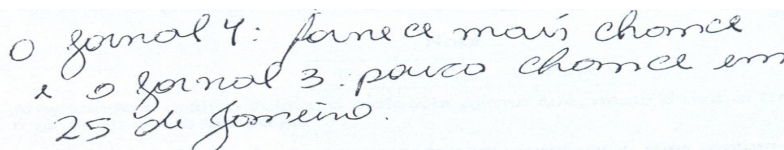
Grupo 2: Respondem Jornal 4

As produções escritas (nessa questão) de dez alunos que fizeram parte da pesquisa foram colocadas neste grupo. Quatro deles (E178C, E148B, E118B e E168C) apresentaram a justificativa ligada à porcentagem que aparece na frente do comentário da questão (40%).



O jornal 4: porque a porcentagem já é maior que os outros e a pesquisa foi feita por leitores do jornal.

Figura 21: Produção escrita encontrada na prova do aluno E118B



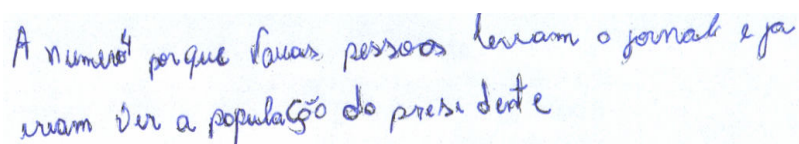
O jornal 4: fornece mais chance e o jornal 3: pouca chance em 25 de janeiro.

Figura 22: Produção escrita encontrada na prova do aluno E168C

Esses alunos parecem ter pensado que o jornal que apontasse a maior porcentagem era o que fornecia o resultado mais provável. Eles ainda podem ter interpretado de maneira incorreta a questão, respondendo qual o jornal que apresentou a maior porcentagem ou a que mais apóia o presidente.

Dois alunos (E067C e E158C) apresentaram como explicação o fato de os leitores terem telefonado para o jornal a fim de votar. Eles parecem ter pensado que quem ligou já tinha a certeza do seu voto, e por isso esse resultado seria o mais provável.

Outros dois alunos (E128B e E077D) usaram como justificativa o fato de ter uma grande quantidade de pessoas na pesquisa do jornal 4. Esses alunos parecem compreender que quanto maior a amostra, mais confiável é a pesquisa. Porém, talvez pela porcentagem dada pelo jornal 4 ser a maior, responderam o jornal 4.



A número porque muitas pessoas leram o jornal e já eram vir a população do presidente

Figura 23: Produção escrita encontrada na prova do aluno E077D

Em entrevista com esse aluno (E077D), ele disse que não sabe o que significa “ao acaso” e que já participou de uma pesquisa anteriormente. Isso pode demonstrar que os alunos não sabem interpretar o resultado de uma pesquisa, mesmo quando têm alguma

familiaridade com o contexto. Além disso, afirma que respondeu que o resultado do jornal 4 é o mais provável, pois viu apenas a porcentagem e, como era a maior, optou por ela.

Apenas responderam “o jornal 4” dois alunos da 7ª série (E087D e E097D), sem apresentar qualquer justificativa.

Grupo 3: Respondem Jornal 1

Apenas a produção de um aluno (E016B) está neste grupo.

Journal 1: por que se ele foi pesquisado em 6 de janeiro com 500 pessoas imagine até 20 de janeiro.
 Imagine os outros jornais se com 1000 eleitores deu quase a mesma tenta imagine o o jornal 1: com 500 eleitor e os outros foram dia 20 de janeiro.

Figura 24: Produção escrita encontrada na prova do aluno E016B.

Ele parece pensar que, como o jornal 1 realizou a pesquisa antes dos outros e com uma amostra menor que as do jornal 3 e 4, a porcentagem de pessoas que votariam no presidente aumentaria até o dia da eleição e mais pessoas poderiam votar nele. Por isso, entende-se que este aluno não interpretou corretamente o enunciado da questão, que pedia qual o jornal que traria o resultado mais provável. Ele pode ter interpretado que era pedido o jornal que daria o resultado mais favorável ao presidente.

Grupo 4: Respondem Jornal 2

As produções de dois alunos fazem parte deste grupo.

O aluno E138B apresenta uma justificativa correta, porém compara o jornal 2 com o jornal 4, e não o 3 e o 4, como mostra a figura a seguir.

Digamos que o for como os leitores do jornal foram que ligaram ~~para~~ eles leitores, muitas podem ter sido comprados por isso; o jornal ~~de~~ é o mais provável pois teve cidadãos selecionados ao acaso.

Figura 25: Produção escrita encontrada na prova do aluno E138B

Esse aluno parece compreender que por a pesquisa do enunciado do problema ter sido realizada aleatoriamente, a pesquisa do jornal 2 é mais confiável que a do jornal 4.

Um outro aluno (E108A) parece optar pela porcentagem, sem se referir aos outros dados.

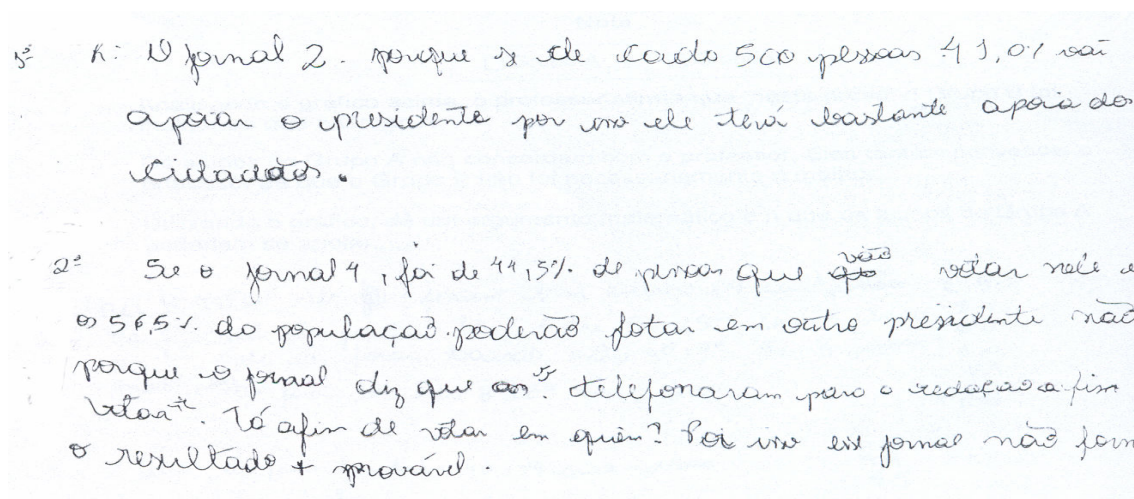


Figura 26: Produção escrita encontrada na prova do aluno E108A.

Esse aluno parece optar pelo jornal 2 porque é a segunda maior porcentagem (41,0%). Não optou pelo jornal 4 porque este diz que as pessoas ligaram a fim de votar e, para esse aluno, elas votariam em quem? Portanto, sua escolha foi o jornal 2.

Ambos os alunos não foram entrevistados. E138B não compareceu no dia da entrevista e E108A não estudava na escola.

Grupo 5: Não apresentam produção escrita

Os alunos da 6ª série E026C e E036C não apresentaram produção escrita para esta questão. Isso pode ter acontecido pelo fato de que na 6ª série há poucos conteúdos ligados à estatística.

7 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este trabalho consistiu em um estudo da produção escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de Matemática do PISA, consideradas não rotineiras se comparadas com as que usualmente fazem parte das aulas de matemática nas escolas. Com base na interpretação da produção dos alunos, por meio da Análise de Conteúdo, houve intenção de conhecer como os estudantes lidam com as informações de um problema não rotineiro para construir uma solução no contexto ou na situação na qual esse problema foi apresentado; evidenciar a relevância da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação de modo a subsidiar tanto a prática do professor em sala de aula como a aprendizagem dos alunos; mostrar uma visão de erro, para o qual não é dado valor positivo ou negativo.

No decorrer do trabalho, pretendeu-se que tenha ficado mais evidente que a avaliação, na perspectiva da prática de investigação, auxilia na compreensão dos processos de ensino e aprendizagem e na tomada de decisões que os orientam, identificando *como* e *o que* o professor está ensinando, *como* e *o que* o aluno está aprendendo. Na mesma direção, apontou-se que a análise do erro pode ser uma análise pela falta seguida de uma análise que não caracterize apenas o que falta ao aluno, mas também o que ele já apresenta. Com isso, ao estarem presentes na condução dos processos de ensino e aprendizagem, essas duas análises se complementam, uma vez que, se o professor fizer apenas uma delas, pode deixar de oportunizar aos alunos realizarem elaborações num plano qualitativamente mais completo.

Por meio da produção escrita dos alunos, procurou-se conhecer de que modo os estudantes identificam as informações contidas no enunciado de um problema não-rotineiro, como eles lidam com elas para construir uma solução no contexto ou na situação na qual esse problema foi apresentado, identificar as estratégias e os procedimentos escolhidos por eles para resolver as questões, e, a partir disso, fazer inferências sobre o que eles demonstram saber. Com isso, e com as interpretações realizadas baseadas na Análise de Conteúdo, foram construídos grupos de análise para cinco (5) das questões resolvidas.

Na primeira questão analisada, *Lixo*, que remete ao uso de gráficos, tendo como base a produção escrita apresentada pelos alunos, foram construídos grupos a partir das estratégias utilizadas por eles para responder à questão. Foi possível ver que parte dos alunos (29,412%) conhece os gráficos, inclusive o gráfico de barras, porém não formulam justificativas satisfatórias para a resposta que dão à questão. Um dos alunos (5,882%) comparou o contexto do problema com experiências vividas anteriormente. Mesmo para

apenas um aluno, o problema proporcionou que este reconhecesse e valorizasse suas experiências e pudesse aplicá-las num contexto escolar o que, freqüentemente, não é utilizado na escola.

Foi possível constatar que alguns alunos que relacionam gráficos a tabelas parecem saber que ambos podem apresentar as mesmas informações, porém de maneiras diferentes. Mostrando que, apesar de existirem restrições quanto ao uso de alguns gráficos, eles compreendem que o gráfico e a tabela podem apresentar os mesmos dados, o que está de acordo com a Matemática que aprendem na escola.

Essa questão, *Lixo*, foi a mais acertada pelos alunos do que o esperado pelos professores. Três professores responderam que entre 0 e 10% dos alunos acertaria a questão, no entanto a porcentagem de acerto foi de 17,647%. Provavelmente, os professores não esperavam que os alunos acertassem a questão por não terem trabalhado o conteúdo durante aquele ano letivo¹¹.

Na segunda questão, *Provas de Ciências*, que trata de média aritmética, com base na produção escrita apresentada, pôde-se inferir que 11,765% dos alunos sabem o que é média aritmética e, para calculá-la fazem uso apenas de operações aritméticas. Isso mostra que poucos alunos sabem utilizar o que é ensinado na escola, num contexto, algo diferente dos apresentados usualmente nas aulas. Também por meio da produção escrita encontrada na resolução dessa questão, viu-se a possibilidade de alguns deles tomarem a palavra “média” como o total de pontos obtidos nas cinco provas. Inferiu-se que a experiência desses alunos no dia-a-dia da escola influenciou a resolução da questão proposta, uma vez que eles calcularam a média de Marli da mesma maneira que calculariam a sua própria média na escola da vida real, sem utilizar o conceito de média aritmética apresentado nas aulas, que era o esperado.

A análise da produção escrita nessa questão, por exemplo, pode indicar uma (re)orientação na prática pedagógica do professor, pois ao identificar que alguns alunos interpretam “média” como “soma de pontos”, ele poderia explorar esses dois temas com a turma, a fim de que seus alunos pudessem superar suas dificuldades.

Das questões analisadas, a questão *Provas de Ciências* foi pouco acertada, se comparada com a expectativa dos professores. É possível que os professores esperassem um maior número de acerto por terem ensinado durante aquele ano o conteúdo ou pelos

¹¹ Realizamos um questionário sobre oportunidade de aprendizagem com os professores que lecionavam matemática a esses alunos no ano de 2006. Nesse questionário (ver Apêndice B) todos os professores disseram não ter ensinado o conteúdo abordado nessa questão, ou por eles terem aprendido em séries anteriores, ou porque não houve tempo.

alunos terem aprendido em anos anteriores¹². Um outro motivo também pode ser o fato de se tratar de um problema mais próximo dos problemas trabalhados em sala de aula. Mas ainda ficam as perguntas: Por que os alunos quase não acertaram essa questão? Apenas o contexto da sala de aula interferiu? Se os alunos não sabem resolver problemas não-rotineiros, é possível dizer que eles também não sabem resolver os problemas comumente apresentados em sala de aula?

A terceira questão, *Opções*, que trata de análise combinatória, foi resolvida por todos os alunos que realizaram a prova. Desses, apenas 17,647% apresentaram resposta correta. Portanto, poucos alunos acertaram a questão. Talvez, um dos motivos responsável pelo baixo índice de acertos consiste no contexto envolvido no problema, o qual não se faz real para esses alunos, pois em entrevista nos disseram que quando comem pizza o sabor já vem pronto, não há coberturas extras ou básicas.

Assim, o fato de se ter questões próximas à realidade pode ser um obstáculo quando essa realidade não envolve especificamente os alunos que responderam a questão. Parece que, em algumas delas, o contexto da vida cotidiana do aluno se sobressai ao contexto matemático do problema. Mesmo quando a intenção é apresentá-lo mais próximo do cotidiano do aluno, este parece ser preponderante em relação ao contexto matemático do problema, e apenas ele não oferece informação suficiente para que o aluno resolva corretamente o problema. Isso não quer dizer que os problemas devem ser desprovidos de contextos, mas sim que uma grande diversidade deles envolvendo um mesmo conteúdo matemático deve ser apresentada aos alunos para que possam aprender a reconhecer a matemática envolvida.

Era esperado pelos professores dos alunos participantes que de 41 a 60% deles acertassem essa questão. Porém, o que se verificou é que ela teve uma porcentagem de acertos de apenas 17,647%. Segundo as respostas dos professores no questionário sobre oportunidade de aprendizagem, apenas um respondeu que havia ensinado o conteúdo naquele ano, os demais disseram que já havia sido ensinado em séries anteriores.

Nenhum aluno acertou completamente a quarta questão, *Assaltos*, que trata de gráficos. Apenas um aluno (5,882%) acertou-a parcialmente, quatorze alunos (82,353%) erraram-na e dois (11,765%) não apresentaram produção escrita, o que mostra certa dificuldade na interpretação de gráficos não apresentados comumente na escola. Entretanto, não se pode dizer que os alunos não sabem interpretar todos os tipos de gráficos de barras.

¹² De acordo com o questionário sobre oportunidade de aprendizagem, dois professores responderam que haviam ensinado o conteúdo necessário para que os alunos respondessem corretamente a questão e os outros dois professores responderam que havia sido ensinado em anos anteriores.

Eles não souberam interpretar o gráfico apresentado, que é diferente do tipo de gráfico que normalmente aparecem em enunciados de problemas da matemática escolar. Isso está de acordo com o resultado de outras avaliações, como a AVA-2002, na qual os alunos também tiveram dificuldades na leitura de gráficos e tabelas, como constatado por Negrão de Lima (2006).

Três professores disseram que o índice de acerto nessa questão estaria entre 11 e 40% e um professor indicou de 41 e 60%, no entanto ela não foi acertada por aluno algum. Porém, todos os professores ou disseram que ensinaram naquele ano esse conteúdo, ou que havia sido trabalhado em séries anteriores. Portanto, esperava-se que os alunos acertassem uma questão relacionada a gráficos, observando os eixos e os demais dados apresentados.

Na quinta questão, *Apoio ao Presidente*, que trata de noções de estatística, a maior porcentagem de erros parece ser resultado de os alunos terem considerado somente a porcentagem como dado relevante para apresentar a resposta. Isso levou a inferir que supuseram, equivocadamente, que a maior porcentagem na intenção de votos acarretaria o resultado mais provável do número real de votos dos dados apresentados, no entanto, a porcentagem da intenção de votos não é critério que indica qual jornal traria o resultado mais provável. Com isso, essa questão foi pouco acertada (5,882) como já era esperado pelos professores, pois dois apontaram para um acerto entre 0 e 10% dos alunos e dois para 11 e 40%.

Ao final da prova, os alunos responderam a quatro perguntas (ver Anexo A, p. 16). Para 23,529% dos alunos a questão mais fácil foi a *Prova de Ciências*, 11,765% respondeu que a mais fácil foi a questão *Opções*, 5,882 considerou mais fácil a questão *Apoio ao Presidente* e os demais alunos apontaram outras questões, não analisadas neste trabalho, como a mais fácil da prova.

Do total dos alunos, 5,882 respondeu que a mais difícil foi a questão *Assaltos*, 5,88% respondeu que a mais difícil foi a questão *Lixo*, e os demais alunos responderam que outras questões, não analisadas neste trabalho, eram mais difíceis.

Foi possível perceber que, mesmo os alunos apontando as questões mais fáceis e as mais difíceis, eles não acertam as que consideram mais fáceis. Apenas um aluno, que afirmou que a questão *Prova de Ciências* era a mais fácil, acertou a questão. Quanto à facilidade ou dificuldade da prova; 47,059% dos alunos considerou a prova “difícil” contra esse mesmo percentual a considerou “mediana”. Apenas 5,882% a considerou “muito difícil”. Isso mostra que nem todos os alunos consideraram que foi difícil realizar a prova.

Com base nisso e nos dados obtidos nas análises, podemos dizer que os alunos pensam ter acertado as questões, e que consideram fácil aquilo que pensam ter acertado. Alguns apontaram como difícil, por se tratar de questões não-rotineiras da sala de aula ou por não saberem os conteúdos ou, ainda, por não reconhecerem a presença dos conteúdos aprendidos na questão.

Quanto ao tamanho da prova, 58,823% dos alunos a considerou “adequada”, 29,412% a considerou “longa” e 11,765% “muito longa”. 50% dos professores também disseram que o tamanho da prova foi adequado, enquanto que os outros 50% a consideraram longa. Como a maior parte dos alunos a considerou adequada, podemos dizer que eles não se cansaram de responder às questões e, portanto, não deixaram de fazer alguma questão por conta do cansaço.

Quanto ao tempo, 94,118% o considerou “suficiente” para fazer a prova, enquanto que 5,882 o considerou mais que o necessário. Portanto, isso nos leva a pensar que os alunos tiveram tempo suficiente para fazer a prova e, que os alunos que deixaram alguma questão em branco, provavelmente, não sabiam resolvê-la.

Muitas vezes os alunos formulam respostas sem voltar ao problema inicial e, por esse motivo, cometem erros que comprometem seus desempenhos. O fato de os alunos não terem acertado as questões não significa que eles não sabem matemática, uma vez que as estratégias utilizadas, muitas vezes, levariam o aluno a uma solução correta. Isso parece indicar que a matemática tem sido utilizada nas escolas apenas para calcular, mas não para interpretar resultados, para validar esses mesmos cálculos, para ajudar na tomada de decisões. Ao se depararem com questões que podem ser relacionadas ao cotidiano, com problemas que comumente não são apresentados na escola, os alunos parecem não relacionar as ‘ferramentas’ aprendidas no dia-a-dia com a matemática escolar.

A seguir, é apresentada uma tabela que mostra a incidência de acertos dos alunos (por série) em cada questão:

Tabela 6: Tabela explicativa da porcentagem de acerto dos alunos em cada série.

Questão	série	Porcentagem de acertos
Lixo	6 ^a	5,882
	7 ^a	0,000
	8 ^a	11,765
Provas de Ciências	6 ^a	0,000
	7 ^a	0,000
	8 ^a	11,765
Opções	6 ^a	0,000
	7 ^a	5,882
	8 ^a	11,765
Assaltos	6 ^a	0,000
	7 ^a	0,000
	8 ^a	0,000
Apoio ao Presidente	6 ^a	0,000
	7 ^a	5,882
	8 ^a	0,000

A partir dos resultados da análise, pôde-se mostrar que os alunos apresentaram diferentes estratégias, ligadas às suas possíveis interpretações dos enunciados das questões e também ao contexto nos quais estão inseridas. Na maioria dos casos, os alunos lidam aritmeticamente com as questões e desenvolvem corretamente os cálculos, demonstrando que, apesar de alguns algoritmos terem sido efetuados incorretamente ou diferentes da maneira convencional, apresentam certo domínio sobre a resolução das quatro operações básicas com números naturais.

O fato de o aluno efetuar corretamente os cálculos, mas não resolver corretamente a questão mostra que não é suficiente ensinar os algoritmos, o encontrar “palavras-chave”, o “fazer passo a passo”, na resolução de problemas, o que é usual nas aulas de matemática. As tarefas propostas nas aulas devem servir como meios, contextos, oportunidades de o aluno pensar matematicamente, e mais, é preciso que os meios, contextos, oportunidades envolvam o relato, a discussão do que foi feito, para juntos, alunos e professores buscarem sistematizar o que aprenderam.

REFERÊNCIAS

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARLOW, Michel. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BORASI, R. Exploring mathematics through the Analysis of Errors. **For the Learning of Mathematics**, v.7, n.3. p. 2-8. Montreal: FML Publishing Association, 1987.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BURIASCO, R.L.C. de. Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**. Belo Horizonte, n.36, Dezembro, p. 255-263, 2002.

_____. **Notas de aula da disciplina Tópicos de Educação Matemática**, do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. UEL, 2006.

CURY, H.N. Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em educação matemática. **Zetetiké**, v.3, n. 4, p. 39-50, nov. 1995.

_____. **Concepções sobre matemática e práticas avaliativas: as possíveis relações**. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 14, p. 65-82, 1996.

_____. **Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DALTO, J. O. **A Produção Escrita em Matemática**: análise interpretativa da questão discursiva de Matemática comum à 8ª série do Ensino Fundamental e à 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002. 2007. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina- PR.

ERRO. In: HOUAISS, Antonio. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**.

ESTEBAN, M. T. **O que sabe quem erra?** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FIORENTINI, D. Erros e acertos no ensino-aprendizagem da matemática: problematizando uma tradição cultural. In: I Jornada Nacional de Educação Matemática, 2006, Passo Fundo, RS. I Jornada Nacional de Educação Matemática. 2006, Passo Fundo, **Anais...**, Universidade de Passo Fundo, 2006.

FIORENTINI, D., LORENZATO, S.. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

GARNICA; A. V. M. Erros e Leitura Positiva: propostas, exercícios e possibilidades. In: I Jornada Nacional de Educação Matemática e XIV Jornada Regional de Educação Matemática, 2006, Passo Fundo, **Anais...**, Universidade de Passo Fundo, 2006

HEUVEL-Panhuizen, M. **Assessment and realistic mathematics education**. Freudenthal Institute, Utrecht, 1996.

LARROSA, J. **Estudar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. Tradução: Tomaz Tadeu e Sandra Corazza.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

NAGY-SILVA, M. C. ; BURIASCO, R. L. C. de . Produção escrita em matemática: algumas reflexões. In: III SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006, Águas de Lindóia - SP. **Anais ...**, 2006.

NEGRÃO DE LIMA, R. C.. **Avaliação em Matemática: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina- PR.

OCDE. **Aprendendo para o mundo de amanhã**: primeiros resultados do PISA 2003. Brasil, Editora Moderna, 2005.

PEREGO, F.. **O que a produção escrita pode revelar ?** Uma análise de questões de Matemática . 2006. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina- PR.

PINTO, N. B.. **O erro como estratégia didática**: Estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papyrus, 2000

RICO ROMERO, L. [Evaluación de competencias matemáticas](#): proyecto PISA/OCDE 2003. In: [Investigación en educación matemática : Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática \(S.E.I.E.M.\) : A Coruña, 9-11 septiembre 2004 Actas...](#) 2004

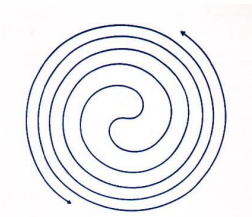
SACRISTÁN, J. G. A avaliação no ensino. In: SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Comprender e transformar o ensino**. Porto Alegre: Artemed, 4ª ed., cap.10, 1998, p.295-351.

TORRE, S. de la. **Aprender com os erros**: o erro como estratégia de mudanças. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que os alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em Matemática**. 2007. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina- PR.

APÊNDICES

APÊNDICE A



Universidade Estadual de Londrina
Departamento de Matemática - CCE
Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Área: Educação Matemática
Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e
Avaliação

Nome.....

Data de nascimento:...../...../..... Sexo: feminino

masculino

.....ª. Série do Ensino Fundamental Ensino Médio

Turno: matutino vespertino

Endereço Residencial:

.....

INSTRUÇÕES PARA O ALUNO

Leia cuidadosamente cada questão.

Use apenas caneta para resolver cada questão.

Resolva todas as questões da prova.

Você deve resolver todas as questões da forma mais completa possível, fazendo cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, com suas palavras o que fez para resolver cada questão.

Não apague os cálculos, os esquemas, os desenhos que utilizar na resolução da questão.

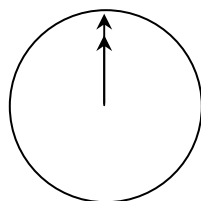
Se perceber que resolveu algo errado, passe um traço por cima e resolva corretamente.

Confira as resoluções antes de entregar a prova.

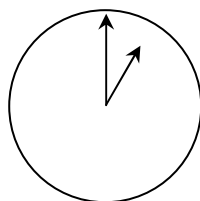
BATE-PAPO PELA INTERNET

Mark (de Sydney, na Austrália) e Hans (de Berlim, na Alemanha) comunicam-se com frequência por meio de uma “sala de bate-papo” da Internet. Eles precisam conectar-se à Internet, ao mesmo tempo, para poderem bater papo.

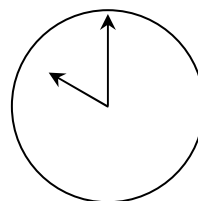
Para determinar um horário apropriado para bater papo, Mark consultou uma tabela de fusos horários do mundo e encontrou o seguinte:



Greenwich 24h



Berlim 1h



Sydney 10h

Questão 1: BATE-PAPO PELA INTERNET

Que horas são em Berlim quando são 19 horas em Sydney?

Questão 2: BATE-PAPO PELA INTERNET

Mark e Hans não podem bater papo das 9h às 16h30 de seus horários locais respectivos, porque eles devem ir para a escola. Além disso, não poderão bater papo entre 23h e 7h porque estarão dormindo.

Qual seria um bom horário para Mark e Hans baterem papo? Escreva os horários locais na tabela abaixo.

Local	Horário
Sydney	
Berlim	

TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling, de Singapura, estava preparando-se para uma viagem de 3 meses à África do Sul como aluna de intercâmbio. Ela precisava trocar alguns dólares de Singapura (SGD) por *rands* sul-africanos (ZAR).

Questão 1: TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling descobriu que a taxa de câmbio entre o dólar de Singapura e o *rand* sul-africano era:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling trocou 3000 dólares de Singapura por *rands* sul-africanos a esta taxa de câmbio.

Quantos *rands* sul-africanos Mei-Ling recebeu?

Questão 2: TAXA DE CÂMBIO

Ao retornar a Singapura após 3 meses, Mei-Ling ainda tinha 3 900 ZAR. Ela trocou novamente por dólares de Singapura, observando que a taxa de câmbio tinha mudado para:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

Quantos dólares de Singapura Mei-Ling recebeu?

Questão 3: TAXA DE CÂMBIO

Durante estes 3 meses, a taxa de câmbio mudou de 4,2 para 4,0 ZAR por SGD.

Foi vantajoso para Mei-Ling que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR, quando ela trocou seus *rands* sul-africanos por dólares de Singapura? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

PROVAS DE CIÊNCIAS

Questão 1: PROVAS DE CIÊNCIAS

Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos.

Qual é a média de Marli em ciências após as cinco provas?

ESTANTES

Questão 1: ESTANTES

Para construir uma estante completa, um marceneiro precisa do seguinte material:

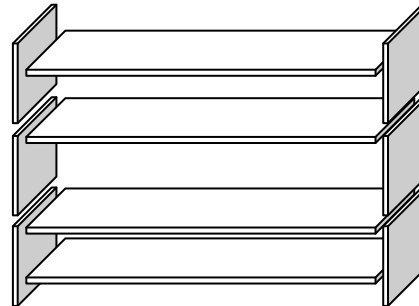
4 pranchas grandes de madeira,

6 pranchas pequenas de madeira,

12 braçadeiras pequenas,

2 braçadeiras grandes e

14 parafusos.



O marceneiro possui em estoque 26 pranchas grandes de madeiras, 33 pranchas pequenas de madeira, 200 braçadeiras pequenas, 20 braçadeiras grandes e 510 parafusos.

Quantas estantes completas o marceneiro poderá fazer?

LIXO

Questão 1: LIXO

Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

Tipo de lixo	Tempo de decomposição
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1a 3 anos
Caixas de papelão	0,5 ano
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornais	Alguns dias
Copos de plástico	Mais de 100 anos

Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras.

Dê **uma** justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.

OPÇÕES

Questão 1: OPÇÕES

Em uma pizzaria, você pode pedir uma pizza básica com duas coberturas: queijo e tomate. Você pode igualmente compor sua própria pizza com as seguintes coberturas **extras**: azeitonas, presunto, cogumelos e salame.

Rose quer pedir uma pizza com duas coberturas **extras** diferentes.

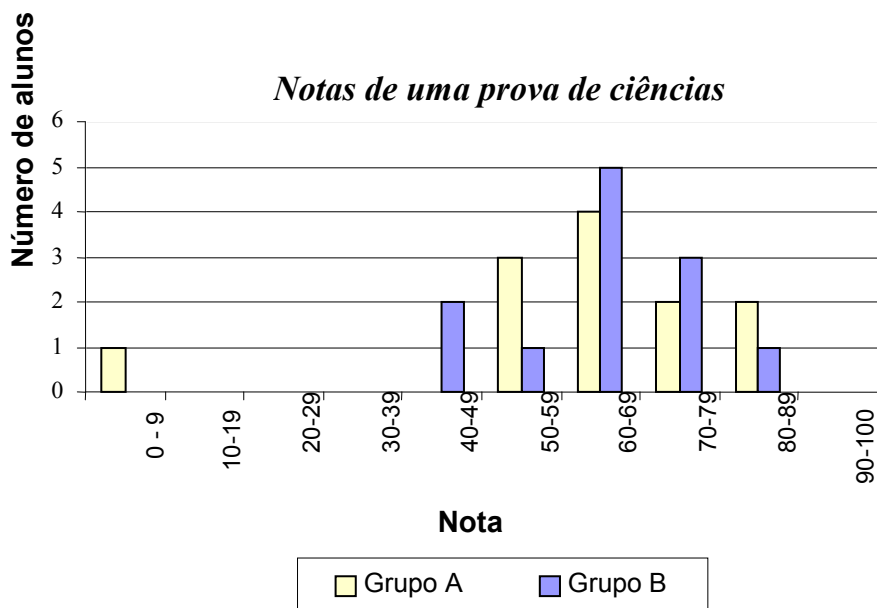
A partir de quantas combinações diferentes Rose pode escolher?

NOTAS DE PROVA

Questão 1: NOTAS DE PROVA

O gráfico abaixo mostra os resultados de uma prova de ciências de dois grupos denominados Grupo A e Grupo B.

A nota média para o Grupo A é de 62,0 e para o Grupo B é de 64,5. Os alunos são aprovados nesta prova quando tiram nota 50 ou acima.



Analisando o gráfico acima, o professor afirma que, nesta prova, o Grupo B foi melhor do que o Grupo A.

Os alunos do Grupo A não concordam com o professor. Eles tentam convencer o professor de que o Grupo B não foi necessariamente o melhor.

Utilizando o gráfico, dê um argumento matemático em que os alunos do Grupo A poderiam se apoiar.

APOIO AO PRESIDENTE

Questão 1: APOIO AO PRESIDENTE

Na Zedelândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

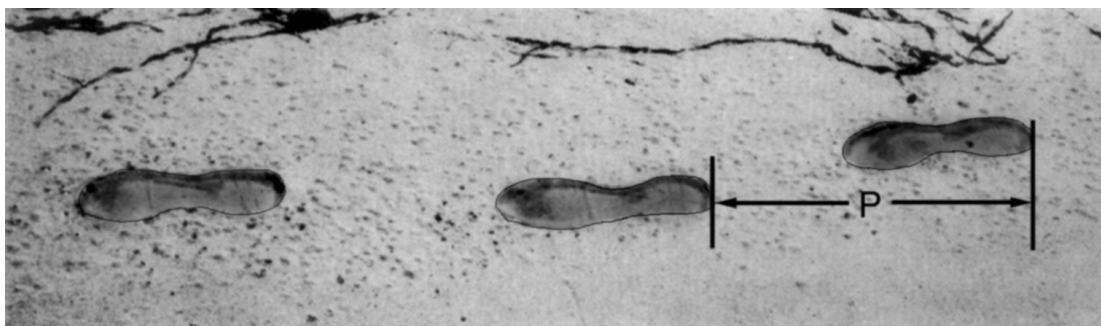
Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostra de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

CAMINHANDO



A
figura

mostra as pegadas de um homem caminhando. O comprimento do passo P é a distância entre a parte posterior de duas pegadas consecutivas.

Para homens, a fórmula $\frac{n}{P} = 140$ dá uma relação aproximada entre n e P , onde

n = número de passos por minuto, e

P = comprimento do passo em metros.

Questão 1 : CAMINHANDO

Se a fórmula se aplica ao caminhar de Heitor e ele anda 70 passos por minuto, qual é o comprimento do passo de Heitor? Mostre como você resolveu.

Questão 2 : CAMINHANDO

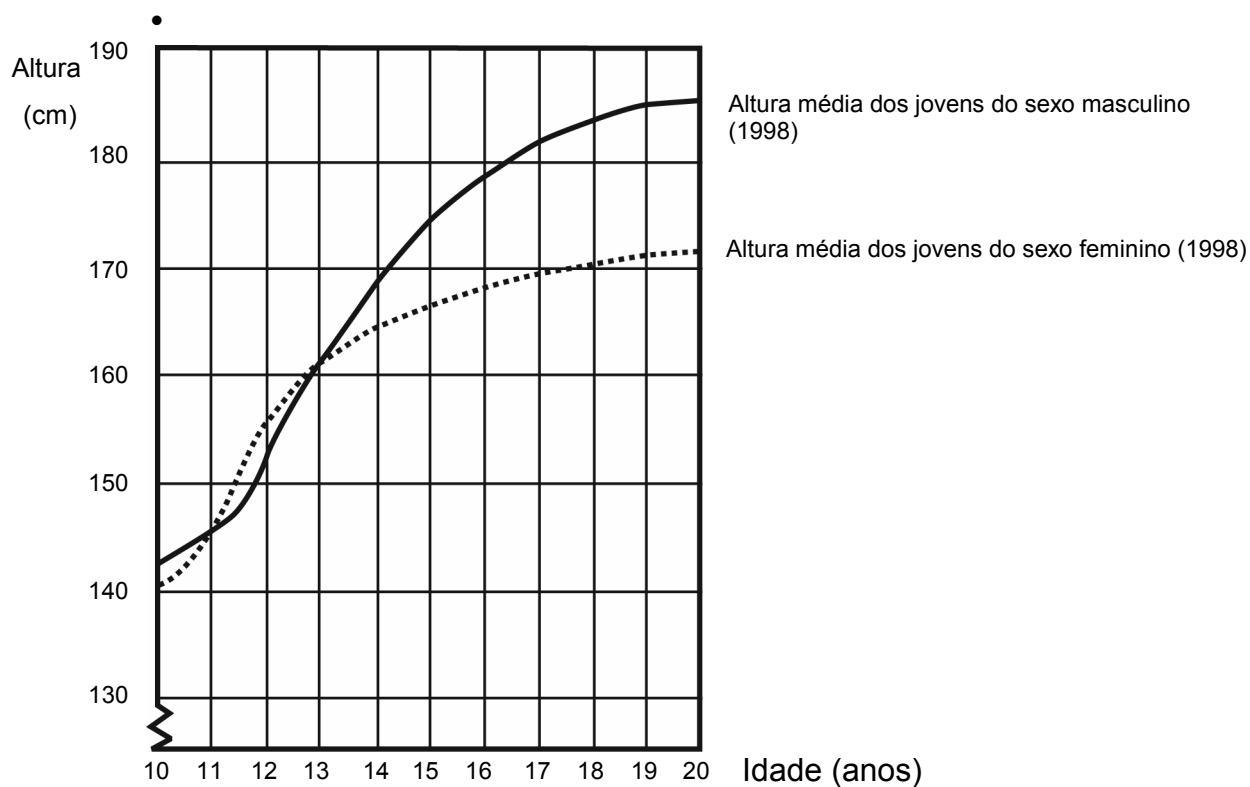
Bernardo sabe que o comprimento de seu passo é de 0,80 m. A fórmula se aplica ao caminhar de Bernardo.

Calcule a velocidade do caminhar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora. Mostre como você resolveu.

CRESCENDO

OS JOVENS ESTÃO FICANDO MAIS ALTOS

A altura média dos jovens dos sexos masculino e feminino na Holanda, em 1998, encontra-se representada no gráfico abaixo.



Questão 1: CRESCENDO

Desde 1980, a altura média das mulheres de 20 anos aumentou em 2,3 cm, chegando a aproximadamente 170,6 cm. Qual era a altura média das mulheres de 20 anos de idade em 1980?

Questão 2: CRESCENDO

De acordo com esse gráfico, durante qual período de sua vida, em média, as meninas são mais altas do que os meninos de sua idade?

Questão 3: CRESCENDO

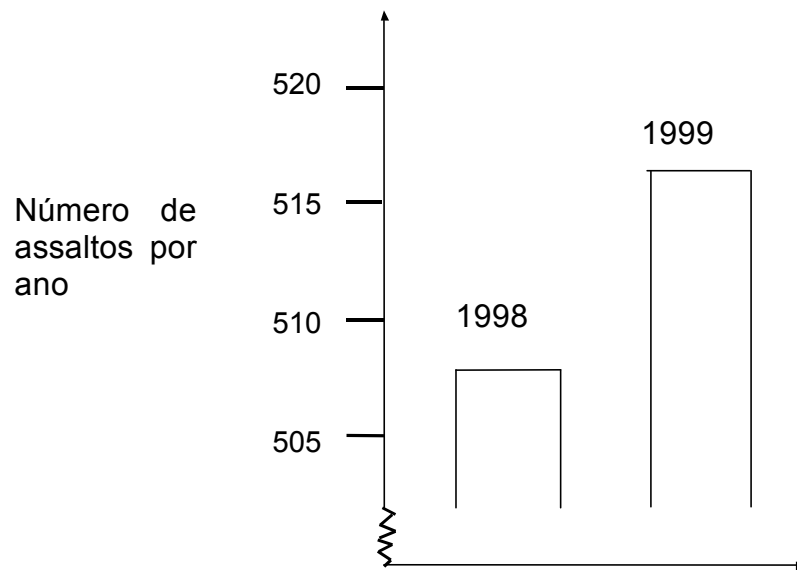
Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos 12 anos de idade.

ASSALTOS

Questão 1: ASSALTOS

Um repórter de TV apresentou o gráfico abaixo e disse:

— O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um grande aumento no número de assaltos.

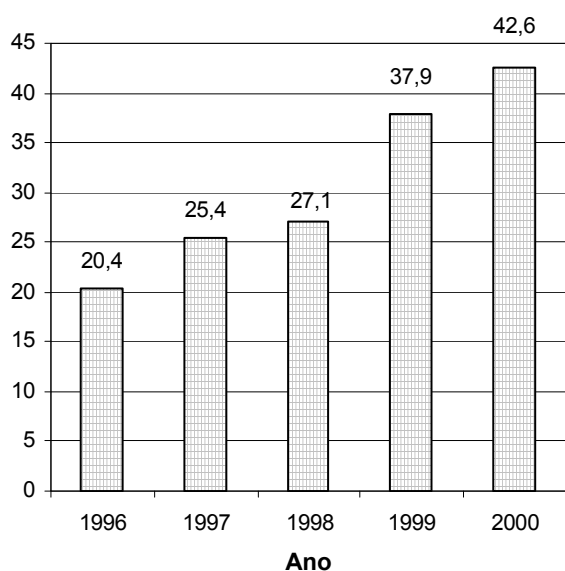


Você considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

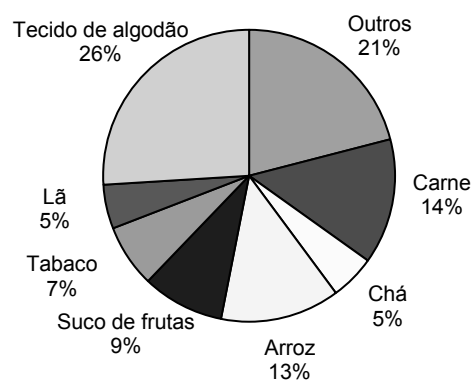
EXPORTAÇÕES

Os gráficos abaixo fornecem informações relacionadas às exportações da Zedelândia, um país que utiliza o zed como sua moeda corrente.

Total das exportações anuais da Zedelândia em milhões de zeds, 1996-2000



Distribuição das exportações da Zedelândia em 2000



Questão 1: EXPORTAÇÕES

Qual foi o valor total (em milhões de zeds) das exportações de Zedelândia em 1998?

Questão 2: EXPORTAÇÕES

Qual foi o valor total das exportações de suco de frutas de Zedelândia em 2000?

TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Questão 1: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Tiago, Rui, Beto e Dirceu formaram uma equipe de treinamento em um clube de tênis de mesa. Cada jogador joga uma vez contra cada um dos outros jogadores. Eles reservaram duas mesas de treino para estes jogos. para treinamento para estas partidas.

Complete a tabela dos jogos apresentada abaixo escrevendo os nomes dos jogadores que disputarão cada partida.

	Mesa de treinamento 1	Mesa de treinamento 2
1ª rodada	Tiago - Rui	Beto – Dirceu
2ª rodada - -
3ª rodada - -

Questão 2: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Hélio faz parte de uma equipe de treino de seis pessoas. Eles reservaram o número máximo de mesas que podem ser utilizadas simultaneamente pela sua equipe.

Se todos jogarem entre si uma vez, quantas mesas utilizarão? Quantas partidas serão disputadas ao todo? Quantas rodadas serão necessárias? Anote suas respostas na tabela abaixo.

Número de mesas:	
Número de partidas:	
Número de rodadas:	

Questão 3: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Dezesseis pessoas participam do torneio de tênis de um clube. O clube de tênis de mesa possui mesas suficientes disponíveis.

Determine o número mínimo de **rodadas** se todos os concorrentes jogarem uns contra os outros uma vez.

VÔO ESPACIAL

A estação espacial Mir permaneceu em órbita por 15 anos e deu cerca de 86.500 vezes em torno da Terra durante o tempo em que esteve no espaço.

A permanência mais longa de um astronauta na Mir foi de aproximadamente 680 dias.

Questão 1: VÔO ESPACIAL

Aproximadamente quantas vezes este astronauta voou ao redor da Terra?

Questão 2: VÔO ESPACIAL

O peso total da Mir era 143 000 kg. Quando a Mir retornou à Terra, cerca de 80% da estação queimou-se na atmosfera. O restante quebrou-se em aproximadamente 1500 pedaços e caiu no Oceano Pacífico.

Qual é o peso médio dos pedaços que caíram no Oceano Pacífico?

Questão 3: VÔO ESPACIAL

A Mir girou ao redor da Terra a uma altura de aproximadamente 400 quilômetros. O diâmetro da Terra mede cerca de 12 700 km e sua circunferência, cerca de 40 000 km ($\pi \times 12700$).

Dê uma estimativa da distância total que a Mir percorreu durante as 86 500 revoluções realizadas enquanto estava em órbita. Arredonde sua resposta para a dezena de milhão mais próxima.

1. O que você achou dessa prova?

- (A) Muito fácil.
- (B) Fácil.
- (C) Mediana.
- (D) Difícil.
- (E) Muito difícil.

O que você achou do tamanho da prova ?

- (A) Muito longa.
- (B) Longa.
- (C) Adequada.
- (D) Curta.
- (E) Muito curta.

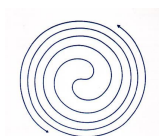
Para você, o tempo foi

- (A) mais que o necessário para fazer a prova,
- (B) suficiente para fazer a prova.
- (C) faltou tempo para fazer a prova.

Qual a questão que você achou mais fácil? Por que?

Qual a questão que você achou mais difícil? Por que?

APÊNDICE B



Universidade Estadual de Londrina
Departamento de Matemática - CCE
Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Área: Educação Matemática
Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação

QUESTIONÁRIO SOBRE OPORTUNIDADE DE APRENDIZAGEM

Prezado(a) Professor(a)

Estamos empenhadas em fazer um estudo para conhecer:

- como os alunos lidam com as informações contidas nos enunciados de questões apresentadas em um contexto não-rotineiro;
- quais conhecimentos matemáticos utilizam;
- quais os procedimentos/estratégias que utilizam para resolvê-las e como o fazem;
- quais os erros mais freqüentes e qual a natureza deles;
- que linguagem matemática utilizam nas resoluções que apresentam.

Na busca de maiores informações é de fundamental importância que você compartilhe conosco a sua experiência, analisando cada questão da prova que seus alunos responderam.

Desde já agradecemos sua valiosa colaboração e solicitamos que para cada questão da prova do aluno responda cada uma das três perguntas abaixo marcando com um **X** na folha de respostas a alternativa adequada.

1. Que porcentagem dos seus alunos você acha que responderá corretamente esta questão? (Escolha somente uma das alternativas seguintes)
 - A) Entre 0 e 10% dos alunos, ou seja, praticamente nenhum aluno.
 - B) Entre 10 e 40% dos alunos, ou seja, poucos alunos.
 - C) Entre 41 e 60% dos alunos, ou seja, mais ou menos a metade dos alunos.
 - D) Entre 61 e 90% dos alunos, ou seja, muitos alunos.
 - E) Entre 90 e 100%, ou seja, praticamente todos os alunos.

2. Durante este ano escolar você ensinou o conteúdo necessário para seus alunos responderem corretamente esta questão?
 - A) Sim.
 - B) Não, porque já havia sido ensinado em séries anteriores a esta.
 - C) Não, porque será ensinado em séries posteriores a esta.
 - D) Não, porque não considero este conteúdo importante.
 - E) Não, porque não houve tempo.
 - F) Não, porque.....

3. O enunciado da questão é suficientemente claro para que seus alunos compreendam o que está sendo pedido?
 - A) Sim.
 - B) Não.

