Universidade Estadual de Londrina

SIDNEY LOPES SANCHEZ JÚNIOR

CRIATIVIDADE LÓGICA E PROBABILIDADE:

UMA INTERVENÇÃO COM JOGOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO APORTE DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA

Londrina
2023

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA

CENTRO DE EDUCAÇÃO, COMUNICAÇÃO E ARTES
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Londrina
2023

SIDNEY LOPES SANCHEZ JÚNIOR

CRIATIVIDADE LÓGICA E PROBABILIDADE:
UMA INTERVENÇÃO COM JOGOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO APORTE DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Londrina - UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor.

Orientador: Prof. Dra. Francismara Neves de Oliveira.

Londrina
2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Sanchez Júnior , Sidney Lopes Sanchez Júnior.
CRIATIVIDADE LÓGICA E PROBABILIDADE : UMA INTERVENÇÃO COM JOGOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO APORTE DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA / Sidney Lopes Sanchez Júnior Sanchez Júnior . - Londrina, 2023.
153 f.

Orientador: Francismara Neves de Oliveira .
Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Educação Comunicação e Artes, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2023.
Inclui bibliografia.

1. Aprendizagem de Matemática - Tese. 2. Práticas Pedagógicas - Tese. 3. Jogo Senha e Sudoku - Tese. 4. Método Clínico Crítico. - Tese. I. Oliveira , Francismara Neves de . II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Educação Comunicação e Artes. Programa de Pós-Graduação em Educação. III. Título.

CDU 37

SIDNEY LOPES SANCHEZ JÚNIOR

CRIATIVIDADE LÓGICA E PROBABILIDADE:
UMA INTERVENÇÃO COM JOGOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO APORTE DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Londrina - UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor.

Orientador: Prof. Dra. Francismara Neves de Oliveira
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Profa. Dra. Louise Lima
Universidade Lusófona de Lisboa

Prof. Dr. Leandro Augusto dos Reis
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof. Dra Paula Mariza Zedu Alliprandini
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Profa. Dra. Amanda de Matos Pereira Mano
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS

Londrina, 13 de dezembro de 2023.

Dedico este trabalho a Deus, à minha esposa Ester e aos meus amores, Pérola e Calebe.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e dedico a Ele todas as minhas conquistas e os meus títulos. Que nenhum deles possa roubar a minha gratidão e a humildade do meu coração em compreender que todas as coisas vêm de Ti e são para Ti.

À minha querida família que sempre me apoiou. Minha esposa, Ester, pela parceria, pela compreensão, dedicação para comigo e nossos filhos, pela sua lealdade, simplicidade e perspicácia em perceber coisas que para mim pareciam despercebidas. Agradeço não só pelas palavras de ânimo, incentivo, motivação, mas, sobretudo, por ser parte deste trabalho e de toda a minha vida.

À minha filha, Pérola, pela sua autenticidade, ingenuidade e pureza em tornar as coisas difíceis e complexas em momentos leves e divertidos. Seus porquês me guiam, me instigam, me desafiam, me ensinam a ser mais pesquisador e menos professor neste momento, ou seja, aquele que sempre busca as respostas e não se mune delas prontas e acabadas.

Ao meu filho, Calebe, minha inspiração e promessa, meu tesouro precioso que corria ao redor da mesa me olhando com os seus olhinhos tão desejosos de colo, de carinho, atenção e beijinhos. Curiosidade simples, sem pretensões, sem maldade, um amor que deseja sem pedir nada em troca, sem interesse.

À minha orientadora, Francismara Neves de Oliveira, que mostrou sua humanidade, os desafios de ser mãe, mulher, esposa, compartilhando saberes e a vida de forma tão amável, cuidadosa, carinhosa e zelosa. Conduziu-me não apenas na pesquisa, mas na estrada da vida, na caminhada, mostrando ser possível ser quem somos, mas com muita seriedade, profissionalismo e competência. É uma inspiração, minha eterna gratidão e admiração!

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPEdu), que nos recebem, acolhem, ensinam, conduzem de maneira tão gentil, revelando a nobreza do saber, do conhecimento, da pesquisa e dos desafios de sermos pessoas, antes de sermos professores e pesquisadores.

Aos colegas de mestrado, doutorado, de vida, de caminhada. São inúmeros, são únicos e são essenciais, permitindo que esta caminhada seja mais leve, menos solitária e mais agradável. Aos colegas de profissão, pela compreensão, incentivo e apoio.

À equipe da Pedagogia da Universidade Federal do Paraná (UFPR), que atua na Pró-reitoria de Assuntos Estudantis. A melhor equipe para trabalhar e compartilhar a vida. Vocês são incríveis!

As crianças e colegas de trabalho da escola municipal Gino Azzolini, as crianças foram minha inspiração, minha injeção de verdade, pureza, sinceridade, que me deu forças e esperanças para continuar todos os dias.

A equipe de trabalho da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), que me acolheram com tanta humanidade, parceria e gentileza. Aprendi e aprendo muito com vocês. Muito obrigado.

SANCHEZ JÚNIOR, Sidney Lopes. **Criatividade lógica e probabilidade:** uma intervenção com jogos e resolução de problemas no aporte da Epistemologia Genética. 2023. 199 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

RESUMO

Com base no aporte teórico da Epistemologia Genética de Jean Piaget, que compreende o sujeito como ativo em todo o processo de construção do seu conhecimento, objetivou-se analisar as implicações de uma intervenção com o uso de jogos de regras e resolução de problemas matemáticos para a construção de possíveis e da noção da probabilidade em estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental. O possível na teoria piagetiana é apresentado como uma maneira de compreender a produção da novidade, sendo produto das ações do sujeito. Para atingir o objetivo proposto, foi realizada uma pesquisa de abordagem qualitativa fenomenológica, na modalidade de estudo descritivo exploratório, apoiada nos princípios do método clínico-crítico. Participaram da pesquisa 28 estudantes matriculados no 5º ano de uma escola pública municipal de uma cidade do Norte do Paraná. Os estudantes foram convidados a participarem da pesquisa, sabendo que passariam por duas situações operatórias em momento individual, seguido da intervenção pedagógica com a participação de toda turma. O método clínico-crítico piagetiano embasou a coleta de dados, que contou com os seguintes recursos: duas provas operatórias “O Recorte de um Quadrado” (Piaget, 1986) e “Tirar a sorte por pares” (Piaget, 1951), que permitiram identificar os níveis do desenvolvimento do possível (criatividade lógica) e níveis do desenvolvimento das noções do pensamento da probabilidade. As duas situações operatórias revelaram que a maioria dos participantes se encontram em níveis elementares e intermediários de possíveis e noções da probabilidade. A intervenção pedagógica se deu em aulas de Matemática, utilizando-se da resolução de problemas e dos jogos Senha e Sudoku. Os jogos de regras foram utilizados com o propósito de provocar desafios cognitivos, especialmente na análise da formação de níveis de possíveis e sua íntima relação com o pensamento da probabilidade requerido nas situações de jogos e resolução de problemas propostos durante as intervenções. Foram realizados cinco encontros de intervenção pedagógica com duração de duas horas, durante dois meses. A utilização dos jogos de regras e resolução de problemas na sala de aula promoveu um ambiente rico em interações, o que permitiu a construção e a evolução dos possíveis nos sujeitos participantes da pesquisa, assim como o pensamento da probabilidade. Destaca-se, ainda, o ambiente democrático como essencial na construção do conhecimento e do desenvolvimento cognitivo, afetivo e social.

Palavras-chave: Aprendizagem de Matemática; Educação Básica; Jogo Senha; Jogo Sudoku; Método Clínico Crítico.

SANCHEZ JÚNIOR, Sidney Lopes. **Logical creativity and probability**: an intervention with games and problem-solving in the contribution of Genetic Epistemology. 2023. 199 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

ABSTRACT

Based on the theoretical framework of Jean Piaget's Genetic Epistemology, which sees the subject as active in the entire process of constructing their knowledge, the aim was to analyze the effects of an intervention using rule-based games and mathematical problem-solving on the construction of possibilities and the notion of probability in 5th-grade elementary school students. In Piagetian theory, the possible is presented as a way of understanding the production of novelty, being the product of the subject's actions.To achieve the intended objective, a qualitative phenomenological research with a descriptive exploratory approach was conducted, supported by the principles of the clinical-critical method. The study involved 28 students enrolled in the 5th grade of a public municipal school in a city in Northern Paraná. The students were invited to participate in the research, knowing that they would go through two operational situations individually, followed by pedagogical intervention involving the entire class. Piaget's clinical-critical method underpinned the data collection, which used the following resources: two operational tests, "Cutting a Square" (Piaget, 1986) and "Drawing Lots in Pairs" (Piaget, 1951), which allowed for the identification of levels of development of the possible, the mechanism involved in logical creativity, and levels of development of notions of probabilistic thinking. The two operational situations revealed that the majority of participants were at elementary and intermediate levels of possibilities and notions of probability.The pedagogical intervention took place during math classes, using problem-solving and the games "Senha" and "Sudoku." The rule-based games were used with the aim of eliciting cognitive challenges, particularly in the analysis of the formation of levels of possibilities and their close relationship with the probability thinking required in the game situations and problem-solving proposed during the interventions. Five pedagogical intervention sessions lasting 2 hours each were conducted over two months. The use of rule-based games and problem-solving in the classroom created a rich environment for interactions, which allowed for the construction and development of possibilities in the research participants, as well as probabilistic thinking. It's worth noting that a democratic environment is essential in the construction of knowledge and cognitive, emotional, and social development.

Key-words: Mathematics Learning; Basic Education; Code Game; Sudoku Game; Critical Clinical Method.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UEL	Universidade Estadual de Londrina
ANPEd	Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Enquanto professor da Educação Básica, a Matemática sempre foi uma área do conhecimento que me trouxe inquietações, especialmente ao pensar estratégias de ensino que pudessem tornar a aprendizagem mais significativa, lúdica, prazerosa e não apenas resolução de exercícios e técnicas para se chegar a um resultado. Tais inquietações me levaram a produzir materiais e recursos pedagógicos na tentativa de encontrar caminhos que levassem a uma prática pedagógica mais eficiente.

Nesse percurso, o ingresso no Mestrado abriu possibilidades para olhar a Matemática como objeto de pesquisa, compreender que para melhorar as práticas de ensino e condições de aprendizagem é necessário promover espaços de formação e capacitação de professores que ensinam Matemática na Educação Básica, sobretudo na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, visto que esses fundamentos são essenciais para construções de conceitos matemáticos mais complexos.

Com a chegada ao Doutorado iniciei um novo exercício de compreensão do sujeito como aquele que aprende, ou melhor, constrói os seus conhecimentos por meio das interações; notadamente pelo aprofundamento na teoria de Jean Piaget, que permite um olhar para o sujeito epistêmico, ativo em todo o processo de construção do seu saber. Esse mergulho na teoria epistemológica de Piaget se deu especialmente pela participação nos encontros do grupo de pesquisa “Processos de escolarização no Ensino Fundamental: reflexões a partir da teoria de Jean Piaget”, da Universidade Estadual de Londrina (UEL), que em muitos momentos conectou-se com o “Grupo de Estudos e Pesquisas em Aprendizagem e Desenvolvimento na Perspectiva Construtivista”, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp – Câmpus Marília), coordenado pela professora Eliane Saravali.

Tais conhecimentos modificam a prática do professor e as experiências pedagógicas, especialmente ao compreender acerca dos mecanismos cognitivos que envolvem os processos de desenvolvimento e aprendizagem humana. As reflexões sobre como o sujeito constrói o seu conhecimento permitiram ressignificar o ensinar e o aprender Matemática, na tentativa de romper com ensino mecânico, com foco na resolução de exercícios prontos, com desafio de pensar experiências matemáticas que sejam enriquecedoras ao sujeito, uma vez que os desafiam a pensar sobre o processo de construção do seu conhecimento.

A Matemática é uma das cinco áreas do conhecimento propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017) e expressa a intenção de oferecer formação integral aos estudantes. Os conhecimentos matemáticos são importantes para o desenvolvimento do pensamento lógico e devem se converter em objetos de conhecimento nas práticas educativas (Brasil, 2017a; Paraná, 2018).

O documento basilar da Educação ressalta que o conhecimento da Matemática é necessário a todos os estudantes da Educação Básica, sobretudo pela sua aplicação na sociedade, bem como pelas suas potencialidades para formar cidadãos críticos, capazes de se organizar, de interpretar e de analisar dados de relevância social. Desta maneira, a Matemática assume também uma função social.

A BNCC organiza o trabalho pedagógico da área da Matemática em cinco unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Da mesma maneira, o documento curricular que orienta a prática pedagógica no estado do Paraná, *Referencial Curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações*, homologado em 2019, atendendo as orientações da BNCC, organiza as unidades temáticas em Números e Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, que aborda os conteúdos de probabilidade e estatística.

Os documentos supracitados apresentam os conteúdos matemáticos de forma progressiva, procurando minimizar a fragmentação dos conhecimentos e a ruptura na transição do ensino fundamental nos anos iniciais, finais e ensino médio. A unidade denominada “Probabilidade e Estatística” propõe abordar os conceitos, fatos e procedimentos que estão presentes em muitas situações problemas da vida cotidiana e que requerem a capacidade de lidar com incertezas, tratamento de dados, raciocinar, utilizar conceitos e predizer fenômenos que contribuem para tomadas de decisões adequadas, bem como julgamentos bem fundamentados (Brasil, 2017).

Nos anos iniciais e finais do ensino fundamental, os conteúdos de probabilidade têm como finalidade promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos, o que cumpre destacar que o foco do trabalho está em desenvolver a noção de aleatoriedade, construção do espaço amostral que é ampliado nos anos finais, por meio de experimentos aleatórios e simulações. Esse conhecimento é aprimorado pela “capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também aos problemas de contagem” (Brasil, 2017, p. 274).

O ensino do conteúdo de probabilidade nos currículos escolares evidencia a utilização destes conhecimentos em uma variedade de contextos, a fim de resolver problemas utilizando fatos, procedimentos e ferramentas matemáticas.

A BNCC não assume, de forma explícita, uma perspectiva teórica e epistemológica, apontando para um ideal de homem, escola e sociedade, mas define objetos de conhecimento a partir das unidades temáticas que vão se tornando cada vez mais complexas e profundas no decorrer dos anos escolares. O documento ainda ressalta que o processo de aprender requer abstração e aplicação em outros contextos, além de desenvolver nos sujeitos as capacidades de formular, de empregar, de interpretar, de avaliar e de criar, o que vai além de resolver meros exercícios (Brasil, 2017).

Assim, aprender Matemática, de acordo com a BNCC, não se relaciona apenas à resolução de meros exercícios, ou seja, tarefas previamente estruturadas, que muitas vezes apenas simulam alguma aprendizagem (Brasil, 2017). Busca-se, sobretudo, que os aprendizes apliquem, formulem interpretem, avaliem e criem seus conhecimentos aos diversos contextos em que estiver inserido.

Os documentos apresentados norteiam a prática pedagógica na Educação Básica nas diferentes áreas do conhecimento, de modo que indicam a resolução de problemas como tendência metodológica de ensino dos conteúdos matemáticos, de maneira que o professor utilize o problema como ponto de partida para o ensino e aprendizagem dos conteúdos (Brasil, 1997, 1998, 2002). Na obra *Perspectivas para Resolução de Problemas* (Onuchic; Leal Junior; Pironel, 2017) os autores apontam para um caminho possível para pensar o ensino, aprendizagem e avaliação no campo da Educação Matemática, que perpassa contribuições da Filosofia, Epistemologia, Construtivismo, das teorias da Aprendizagem e das mais diversas áreas, permitindo a produção de conteúdos e a construção de conceitos novos.

Onochic (1999); Onochic; Allevato (2002; 2011), Onuchic; Junior; Pironel (2017) destacam em suas pesquisas que a resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar, fundamentado em uma teoria construtivista, centrada nos processos de pensamento matemático e na aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas.

Em suas pesquisas, Proença (2017, 2018) tem evidenciado que os professores conhecem a tendência metodológica de ensino via resolução de problemas, contudo continuam exercendo práticas baseadas no ensino tradicional, com ênfase em memorização de regras e cálculos, o que não desafia o indivíduo cognitivamente.

Estudos na área da Psicologia Cognitiva e da Psicologia da Educação Matemática têm avançado ao buscarem compreender como os estudantes resolvem problemas e os processos mentais envolvidos em situações problemas escolares e cotidianas, como os estudos de Klausmeier e Goodwin (1977); Mayer (1985); Chi e Glaser, (1992); Echeverría (1998); Sternberg (2000). Tais autores apresentam modelos que tentam explicar o caminho trilhado pelo pensamento quando o sujeito busca uma solução para os problemas apresentados. Nesta perspectiva, o trabalho se apoia na concepção de que a razão mais importante para este modelo de ensino e de aprendizagem é auxiliar o estudante a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias nos contextos das atividades feitas (Onuchic, 1999).

As críticas produzidas aos documentos normativos são variadas, destaca-se em especial no que concerne à padronização do processo de ensino e aprendizagem a realidades tão diversas, dificuldades de acompanhamento de sua implementação nas escolas, ausência de formação continuada aos professores etc. (Santos, 2018; Ferraz, 2019; Hypolito, 2021). Ponderamos, todavia, não ser central, neste trabalho, discorrer acerca das bases políticas que norteiam a BNCC e os demais documentos normativos.

No contexto da Educação brasileira, a introdução aos conceitos de Probabilidade é sugerida desde os primeiros anos de escolarização, na unidade temática denominada “Tratamento da Informação”, iniciando no 1° ano com a introdução da noção de acaso, e permeia todos os anos posteriores até o 3° ano do Ensino Médio (Brasil, 1998, 2017a; Paraná, 2018).

Piaget e Inhelder (1951, p.9) já indicavam em suas pesquisas a preocupação com o desenvolvimento do pensamento probabilístico na criança, visto que quase todas as atividades diárias exigem do sujeito uma noção de imprevisto ou avaliação espontânea “do caráter mais ou menos provável dos acontecimentos já esperados ou temidos”.

Como parte do currículo, o conteúdo da probabilidade perpassa todos os anos de escolarização; o que permite ao estudante relacionar os conhecimentos probabilísticos com diversas situações que permeiam a vida cotidiana, especialmente a temática da pandemia da Covid-19[1], sendo recorrente nos noticiários, redes sociais, nas orientações dos órgãos de saúde, o que torna esse assunto profícuo para explorar conteúdos escolares. Ao utilizar os jogos de regras e metodologia de resolução de problemas matemáticos, as intervenções pedagógicas tornam-se mais significativas e desafiadoras, permitindo inúmeras interações, bem como construção de novos conhecimentos.

Destaca-se, entretanto, para o fato de que a preocupação com processos de construção apresentados no texto dos documentos é considerado no âmbito da Epistemologia Genética, que busca compreender o curso do pensamento dos sujeitos na construção de respostas a dado problema. Para tal, considera como um de seus princípios que o conhecimento se diferencia em três tipos: o físico, o lógico-matemático e o social, de modo que são distintos e interdependentes, pois as coordenações de relações lógicas possibilitam ao sujeito pensar o objeto.

A construção de diferentes capacidades cognitivas é resultado de uma construção efetiva e contínua, produto das relações entre o sujeito e o objeto de conhecimento de seu interesse. Assim, os estudos de Jean Piaget foram dedicados a definir um modelo para a estrutura cognitiva que viabilizasse a compreensão da construção e do desenvolvimento do conhecimento (Piaget, 1970).

O conhecimento físico, nessa perspectiva, consiste no conhecimento das propriedades de objetos e eventos, como: o tamanho, a forma, a textura e o peso. O sujeito adquire este conhecimento, agindo sobre ele, por meio dos seus sentidos. Já o conhecimento lógico-matemático se constrói a partir do pensar sobre as experiências com os objetos e eventos e se desenvolve à medida que o sujeito age sobre os objetos de forma física e mental (Wadsworth, 1998).

[1] A pandemia da Covid-19 ocorreu no final do ano de 2019, em que uma pneumonia de causas desconhecidas foi detectada na cidade de Wuhan na China, ocasionando reflexos na saúde pública em escala global. A Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou em 11 de março de 2020, que a disseminação comunitária da COVID-19 em todos os continentes, caracterizou-se situação de pandemia. Para contê-la, medidas de proteção para defesa da vida foram tomadas mundialmente. A OMS orientou três ações básicas: isolamento e tratamento dos casos identificados, testes massivos e distanciamento social (Sanchez Júnior; Souza, Lordani, Schabarum, 2021).

Acerca do conhecimento social, a teoria piagetiana compreende que os processos envolvidos na construção do conhecimento envolvem mecanismos comuns a grupos sociais que organizam as formas de representação, simbolismos, normas, regras, leis de convivência, valores e produzem socialmente as formas de interprestar a realidade vivida. Conforme a reflexão de Montoya (2013), a construção do conhecimento social só avançaria para formas mais profundas de construção, na medida em que realizasse abstrações dissociativas e encontrasse solidariedade entre processos de acomodação e assimilação, o que, em síntese, requer dialética entre os aspectos social, cognitivo e afetivo envolvidos no conhecimento.

Assim, o conhecimento, em uma perspectiva piagetiana, é entendido como um processo e não um estado, sendo “a passagem de uma validade menor para a uma validade superior” (Piaget, 1974, 1978a). Piaget dirige sua atenção para o sujeito, e, mais especificamente, para a ação do sujeito, a interação entre o sujeito e o meio, seja ele físico ou social. As coordenações tanto físicas quanto lógico-matemáticas possibilitam construir algo novo, novas capacidades de resolução de problemas, novos conhecimentos.

Ao entender que todo conhecimento consiste em uma construção humana e que pode ser acessível a outros por meio de um processo que começa com as ações que são progressivamente interiorizadas em forma de operações, compreende-se que os conhecimentos matemáticos são construções humanas, e que, portanto, a Matemática não está no mundo, na natureza e no universo e sim, na mente do sujeito (Becker, 2019).

Todo conhecimento matemático pode ser construído a partir das coordenações de ações internas, que são originariamente efetuadas sobre as coisas. Em uma visão construtivista, o sujeito só compreende quando constrói os próprios procedimentos, o que pode ser favorecido em situações que envolvem o jogo.

O jogo de regras pode ser um elemento desencadeador de situações que permitam a construção do conhecimento, uma vez que, ao jogar, o sujeito materializa as relações abstratas que já foram realizadas mentalmente; logo, é possível promover um diálogo entre o jogo e a aprendizagem, já que o sujeito age de forma ativa, o que possibilita maximizar o seu processo de aprendizagem (Brenelli, 1996; Machado, 2018; Oliveira, 2005; Ortega, 1993; Piantavini, 1999; Silva, 2018).

Jogar e aprender tem sido objeto de estudo de vários pesquisadores, tais como Brenelli (1996); Caiado e Rossetti (2009); Camargo e Bronzato (2015); Carvalho (2013); Fiorot e Ortega (2007); Gonçalves et al., (2020); Macedo (1995); Maurício (2022), Moraes (2022); Palhares (2003); Queiroz (2014); Santos e Ortega (2009); Zaia (2008). A contribuição epistemológica da teoria de Piaget pressupõe a ação como precursora da ação mental, capaz de ocasionar transformações intensas e inconscientes ao sujeito, à medida que avançam os graus de conceituação aos quais uma ação está submetida.

Nesta pesquisa, a preocupação básica é relacionar a criatividade lógica, mecanismo necessário à construção e criação de novos procedimentos ou estratégias, à construção dos conhecimentos da probabilidade, utilizando como instrumento desencadeador desta construção a abordagem metodológica de resolução de problemas matemáticos e jogos de regras.

Na teoria piagetiana, os mecanismos do Possível e do Necessário são estudados a fim de justificar a epistemologia construtivista, uma vez que tratam essencialmente da invenção e da criação, não sendo observável, ou seja, não se dá por meio da percepção do objeto, mas das relações lógicas, de modo que cada possível pode determinar outros possíveis e, estes últimos, outros, e assim, ao infinito. Cada possível que se constrói, abre, ao mesmo tempo, uma nova possibilidade.

Dessa maneira, é possível estabelecer relação entre o conhecimento lógico-matemático (relações matemáticas e os possíveis) e o conhecimento físico (jogos de regras), integrando os processos envolvidos na construção do conhecimento, de modo interdependente como compreendido no campo teórico piagetiano.

A proposta deste trabalho tem relevância para a área de pesquisa em Educação, em especial da Psicologia da Educação e Educação Matemática, visto que todo o ato de pensar se dá pela coordenação entre os elementos que compõem a estrutura cognitiva e os aspectos afetivos e sociais que com ela estabelecem relações interdependentes. Assim, a inteligência depende da atividade construtiva do estudante.

A hipótese trabalhada nesta tese demonstra as implicações de uma intervenção pedagógica utilizando jogos de regras e a metodologia de resolução de problemas matemáticos na construção de possíveis, mecanismo cognitivo que favorece a compreensão da nação de probabilidade. Em um processo de intervenção por meio de jogos de regras e a metodologia da resolução de problemas, o sujeito terá oportunidade de constatar erros ou lacunas que favorecerão o processo de tomada de consciência, necessário para a construção de novos conhecimentos e estratégias.

Cabe destacar que uma pesquisa de revisão sistemática realizada por Sanchez Júnior e Oliveira (2023) revelou escassez de trabalhos produzidos no campo da Educação Matemática com o aporte teórico da Epistemologia Genética, especialmente sobre a temática da Resolução de Problemas; o conteúdo da Probabilidade e o uso dos jogos de regras no contexto de aulas de Matemática. O número de estudos encontrados por meio dos critérios estabelecidos revelou um campo fecundo para novas pesquisas.

Desse modo, as questões que norteiam as discussões e que compõem o problema dessa pesquisa são:

- Quais relações são possíveis estabelecer entre o mecanismo cognitivo dos Possíveis (criatividade lógica) e a construção da noção de probabilidade em estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental?

- Quais as implicações de uma intervenção pedagógica com jogos de regras e a metodologia da resolução de problemas apoiada nos princípios da Epistemologia Genética para a construção do conhecimento matemático da probabilidade e da criatividade lógica em estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental?

Elenca-se, como objetivo geral, analisar as implicações de uma intervenção por meio de jogos de regras e metodologia de resolução de problemas matemáticos com estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental quanto à noção da probabilidade e a construção de possíveis (criatividade lógica), apoiado no método clínico crítico de Jean Piaget. Como objetivos específicos: 1) estabelecer possíveis relações entre a criatividade lógica e a compreensão de probabilidade à luz da Epistemologia Genética; 2) identificar, nas produções dos estudantes, nos encontros da intervenção, prováveis relações entre jogos de regras e a metodologia de resolução de problemas com o desenvolvimento da criatividade lógica.

Posto isto, cabe apresentar a organização do texto que o leitor encontrará nas próximas páginas. No capítulo 2 são apresentadas discussões sobre o campo da Educação Matemática e as relações com a teoria piagetiana. O capítulo

3 intitulado “Mecanismos Cognitivos e o pensamento probabilístico” objetiva retratar aspectos da teoria de Jean Piaget com foco nos mecanismos que envolvem a construção do conhecimento e o desenvolvimento dos sujeitos, destacando a equilibração, abstração reflexionante, a tomada de consciência, o real, o possível, o necessário e a dialética, além de apresentar uma discussão da evolução do pensamento da probabilidade. No capítulo 4, “Método”, apresentou-se a tipologia da pesquisa e o percurso metodológico deste trabalho. No capítulo 5, “Instrumentos, Procedimentos, Resultados e Discussão”, foram analisados os dados coletados a luz da teoria da Epistemologia Genética, destacando as provas operatórias e intervenção com jogos e resolução de problema matemático no desenvolvimento da criatividade lógica.

2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O CONSTRUTIVISMO PIAGETIANO

A Educação Matemática tem se constituído como campo de pesquisa ao longo dos anos, porém, desde a antiguidade são identificadas preocupações com o ensino da Matemática, especialmente na República de Platão. Na Idade Média, no Renascimento e Idade Moderna essas preocupações foram intensificadas (Miguel *et al.*, 2004).

Como área de conhecimento, a Educação Matemática ganha espaço na transição entre os séculos XIX e XX com a publicação do livro *Psicologia do Número*, de John Dewey (1859-1952). A obra propõe uma integração entre aluno, professor e demais disciplinas.

As contribuições do matemático alemão Felix Klein (1849-1925) apontam para uma abordagem escolar com bases mais psicológicas do que sistemáticas, levando em conta os processos psíquicos do aluno para que o ensino se torne mais intuitivo e compreensível (Miguel *et al*., 2004).

Como subárea da Matemática, a Educação Matemática se consolida a partir da fundação da Comissão Internacional de Instrução Matemática, durante o Congresso Internacional de Matemáticos, que aconteceu em Roma, em 1908, sob a liderança de Felix Klein (1849-1925).

No Brasil, o ensino da Matemática teve início com os estudos de Luis Antonio Verney[2]; contudo, foi somente a partir das três grandes revoluções da modernidade que a Educação Matemática começa a tomar corpo: a Revolução Industrial (1767); a Revolução Americana (1776) e a Revolução Francesa (1789) (Miguel *et al.*, 2004).

O período pós-guerra foi marcado por uma efervescência da Educação Matemática, trazendo propostas para a renovação dos currículos escolares, ganhando visibilidade em vários países da Europa e Estados Unidos, especialmente pela evolução das pesquisas na área da Psicologia, dando base teórica para a aprendizagem em Jean Piaget, Robert Gagné, Jerome Bruner,

[2] Verney ficou conhecido pela publicação do “Verdadeiro Método de Estudar”, que propõe uma mudança ideológica e filosófica, baseada no empirismo, responsabilizando principalmente os jesuítas e, consequentemente, o método escolástico aristotélico pelo atraso educacional e filosófico. Sua obra foi escrita em forma de 16 cartas endereçadas à coroa, criticando o atraso da educação no reino português, em especial responsabilizando os jesuítas que controlavam a maior parte da educação epropondo reformas de acordo com as novas ideologias da modernidade (Buonadio Neto, 2013, p. 50)

Burrhus Frederic Skinner, que se expandiram por todo o mundo (Miguel *et al.*, 2004).

Assim, o campo da Educação Matemática tem pouco mais de um século. Somente quando a formação de professores (secundários) se tornou alvo dos estudos é que a Educação Matemática começou a ser reconhecida como disciplina universitária, em meados do século XVIII. Para Schubring (1983), o campo da Educação Matemática consiste tanto em um campo profissional quanto científico, tendo em vista a preocupação que se tem em bem ensinar a Matemática.

Enquanto a Psicologia estava se formando como ciência e beneficiava a Educação, dava suporte ao campo da Educação Matemática, que se tornara embrionária nos cursos de formação de professores, trazendo a preocupação em pesquisar e construir diferentes métodos para ensinar e aprender Matemática. Se estabelece uma interconexão entre os aspectos científicos e práticos da Educação Matemática, de modo que um não pode se desenvolver sem que seja aplicado à prática profissional (Kilpatrick, 1996).

Aos poucos, a Educação Matemática foi ganhando espaço em algumas universidades e foi emergindo como um campo científico independente. Somente após os anos 1960, devido à crescente profissionalização de professores, este campo ganhou *status* profissional em muitos países. Os departamentos da disciplina foram se formando e se constituindo em pesquisas que iam além de conteúdos e métodos para ensinar Matemática, mas com aprofundamento teórico, científico e prático. "À medida que a Educação Matemática se tornou mais profissional, ela também se tornou mais científica, embora obviamente ela seja inevitavelmente uma ciência humana aplicada" (Kilpatrick, 1996, p 113).

Desse modo, a Educação Matemática é composta por pesquisas acadêmicas no campo da Matemática que se tornam relevantes à medida que nos fazem pensar e refletir sobre a prática pedagógica, equipando o professor e o pesquisador de ferramentas para aprimorar o trabalho, ao mesmo tempo que aprofundam conhecimentos epistemológicos necessários. Destarte, as pesquisas em Educação Matemática ganham importância pela sua qualidade em fornecer técnicas e conceitos, ao invés de receitas (Kilpatrick, 1996).

Para Carvalho (1991) a Educação Matemática é uma área do conhecimento que estuda fatores que influenciam direta ou indiretamente todos os processos que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática. Bicudo (1993) aponta que a Educação Matemática tem preocupações em compreender a

Matemática além da maneira de fazer e de interpretar as questões sociais, culturais e históricas que envolvem um vasto domínio da Psicologia, História, Filosofia e Matemática.

Fiorentini e Lorenzato (2006) definem a Educação Matemática como área de conhecimento que compreende as ciências sociais ou humanas, que pesquisa o ensino e a aprendizagem de Matemática, caracterizada por "[...] uma *práxis* que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio das ideias e processos pedagógicos relativos a transmissão/assimilação e ou a apropriação/construção do saber matemático" (Fiorentini; Lorenzato, 2006, p. 5).

Pesquisar no campo da Educação Matemática implica a utilização dos resultados para transformar o conhecimento e avaliar os possíveis efeitos no trabalho com a Matemática, sobretudo quando possibilita ver o ensino e a aprendizagem sob novo prisma. Kilpatrick (1996) destaca que a Educação Matemática é um campo multidisciplinar para interpretar diferentes áreas do conhecimento, contudo, se torna relevante e ganha destaque de acordo com o seu potencial em contribuir para o entendimento dos processos de ensino e da aprendizagem da Matemática.

Um passo importante para estabelecer a Educação Matemática enquanto campo do conhecimento foi a emitente contribuição do matemático alemão Felix Klein (1849-1925) que publicou, em 1908, sua obra intitulada "Matemática elementar de um ponto de vista avançado", em que defendeu um ensino da Matemática fundamentado mais nas bases psicológicas do que de forma sistemática (Miguel *et al.*, 2004). No Brasil, o grupo de trabalho e de pesquisadores em Educação Matemática se consolidou no final dos anos 1990, quando, por meio de muitas discussões e embates, ganhou lugar na Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd), juntamente com a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) (Kilpatrick, 1996).

A interdependência com diversas áreas de investigação desempenhou um papel decisivo para a construção desse campo de pesquisa, especialmente ao assumir um caráter interdisciplinar, para a formação de sujeitos democráticos. As implicações da psicologia são importantes para compreensão do desenvolvimento do indivíduo, assim como dos modelos teóricos de ensino e de aprendizagem, o que impacta na qualidade e na maneira de ensinar os conhecimentos (Miguel *et al.*, 2004).

Os avanços no campo da Educação Matemática possibilitaram, sobretudo, envolver professores em pesquisas e investigações, fato que permitiu um olhar mais crítico e reflexivo sobre suas práticas, requerendo uma profunda relação com os estudos da área da Educação e da Psicologia. No campo da Epistemologia Genética, base teórica desse trabalho, os estudos e as investigações realizadas por Jean Piaget e seus colaboradores orientaram e orientam, de maneira implícita ou explicita, investigações no campo da Educação Matemática (Nogueira; Nogueira, 2017).

É notório que as pesquisas piagetianas não tinham como objeto a construção do conhecimento escolar, nem a aprendizagem, mas buscaram abordar a inteligência em seus aspectos lógicos. O foco de Piaget consistiu em compreender os mecanismos de produção de conhecimento e o modo que o sujeito passa de um nível menor para maior de conhecimento, os quais podem ser comparados ao objetivo da educação escolar.

Ao respeitar o nível de desenvolvimento cognitivo da criança, é importante privilegiar estratégias que possibilitem ações ativas do sujeito sobre os objetos do conhecimento, especialmente os conhecimentos matemáticos. Em seu livro *Para onde vai a Educação*, Piaget (1963) considerou os problemas do ensino de forma geral, discutindo a valorização do professor, e destacou o ensino da Matemática ao atribuir as dificuldades encontradas pelos estudantes à qualidade do ensino ofertado.

Esta discussão apresentada por Piaget se fez presente no campo da Matemática, uma vez que o ensino da ciência se mostrava fracassada no final das décadas de 1940 e 1950, ou seja, não atendia às expectativas de quem ensinava e menos ainda as de quem aprendia (Nogueira; Nogueira, 2017). Este contexto fomentou mudanças nas pesquisas no campo da Educação Matemática, especialmente influenciadas pelo Movimento da Matemática Moderna[3], que ocorreu em diversos países a partir da década de 1950.

Em várias ocasiões, Piaget demonstrou interesse pelas transformações no ensino da Matemática, embora, para ele, uma mudança curricular

[3] O Movimento da Matemática Moderna surgiu em função do fracasso no ensino e aprendizagem da Matemática, ao criticar um currículo tradicional baseado em uma Matemática antiquada, criada antes de anos 1700. A proposta trouxe uma mudança curricular ao substituir os conteúdos tradicionais por novos campos, como por exemplo: Álgebra Abstrata, Topologia, Lógica Simbólica e Lógica de Boole (Kline, 1976; Nogueira; Nogueira, 2017).

não ocasionaria mudanças substanciais. Piaget (1943) apontou que o movimento da Matemática Moderna consistia em um extraordinário progresso em relação aos métodos tradicionais, mas que a experiência frequentemente era prejudicada, pois, embora moderno o conteúdo, a maneira de ensinar continuava arcaica, do ponto de vista psicológico, privilegiando a transmissão do conhecimento, mesmo adotando uma forma axiomática de ensino.

A preocupação que Piaget demonstrou estava relacionada com a presença ou não de uma metodologia para o ensino de Matemática que o Movimento da Matemática Moderna apresentou. O epistemólogo destacou que:

> Muito se pode esperar, portanto, da colaboração entre psicólogos e matemáticos para a elaboração de um ensino “moderno” e não tradicional da matemática do mesmo nome e que consistiria em falar à criança na sua linguagem antes de lhe impor outra já pronta e por demais abstrata, e sobretudo levar a criança a reinventar aquilo de que é capaz, ao invés de se limitar a ouvir e repetir (Piaget, 1973, p. 19-20).

O construtivismo piagetiano mostra que o sujeito adquire os conhecimentos por meio de uma construção interna e não por uma interiorização tal qual provém do meio ambiente externo. Ao construir e desenvolver seus próprios meios de raciocínio, a aprendizagem tem mais sentido do que a memorização, o que desenvolve no sujeito os fundamentos cognitivos e maior confiança para aprender (Kamii, 1993).

Piaget (1963) afirma que somente a Psicologia possui condições para proporcionar aos professores uma segurança de que não se está ignorando o desenvolvimento mental dos sujeitos e afirma que

> [...] se o edifício das matemáticas repousa sobre estruturas, que correspondem, por outro lado, às estruturas da inteligência é necessário basear a didática matemática na organização progressiva dessas estruturas operatórias (Piaget *et al*, 1963, p. 27).

As ideias piagetianas influenciaram fortemente o Movimento da Matemática Moderna ao pensar nos currículos para o ensino da Matemática, de modo que chegou ao Brasil nas décadas de 1960, em um período que houve uma reformulação dos programas de Matemática para as séries iniciais, caracterizando um momento oportuno para difundir as ideias de Piaget entre os professores de Matemática (Nogueira; Nogueira, 2017).

Neste período, houve uma mudança significativa no ambiente escolar, especialmente nas salas de aula, as quais foram invadidas por materiais didáticos pedagógicos manipuláveis, considerados “concretos”, devido ao pressuposto piagetiano de que para conhecer é preciso agir sobre os objetos. Ao difundir a ideia de que o conhecimento se constrói mediante a ação, motivou uma intensa busca para ensinar os alunos de forma mais ativa, participativa, tornando-os sujeitos de sua aprendizagem (Nogueira; Nogueira, 2017).

Cabe destacar que os estudos de Piaget e Szemiska ganharam destaque ao pesquisar a gênese do número na criança, sendo uma das temáticas mais analisadas à luz da teoria piagetiana. Os resultados de tais pesquisas alcançaram os professores da Educação Básica por meio de pesquisadores que desenvolveram seus estudos fundamentados no aporte da Epistemologia Genética, como a pesquisadora Constance Kamii, uma vez que suas obras tiveram grande repercussão entre os professores da educação infantil e ensino fundamental (Nogueira; Nogueira, 2017).

As produções de Kamii fundamentadas na Epistemologia Genética contribuíram, sobretudo, para a compreensão de que o pensamento matemático é produto de atividade do sujeito, ao considerar o erro como um caminho para o sucesso na aprendizagem e ao compreender o percurso percorrido pela criança no desenvolvimento de uma determinada atividade (Thomas, 2020).

No dossiê *Constance Kamii:* contribuições de suas pesquisas para a educação brasileira[4], publicado em 2022, pesquisadores apontam para o legado que Kamii deixou para a educação com base na Epistemologia Genética, especialmente para a educação brasileira. Kamii aponta para uma aprendizagem por meio da experiência ativa da criança, pela manipulação de objetos e interação com seus pares. Suas obras inspiram um fazer com autonomia, qualidade, priorizando a atividade construtiva, permeada por relações emancipatórias (Kamii; Drevries, 1991).

Atualmente, o campo da Educação Matemática continua sendo influenciado pela teoria piagetiana mediante estudos de Gérard Vergnaud (2000) que propõe a teoria dos Campos Conceituais, considerado um avanço significativo nas implicações pedagógicas para ensinar Matemática na perspectiva de Piaget. Essa teoria do desenvolvimento cognitivo se fundamenta na Epistemologia Genética de Jean Piaget, compreendendo que o conhecimento se desenvolve à medida que o

---

[4] Disponível em: https://ojs.uel.br/revistas/uel/index.php/educanalise/issue/view/1863.

sujeito enfrenta novas situações durante os anos escolares.

Vergnaud (2000) destaca que as investigações realizadas por Piaget compõem um arcabouço importante para fundamentar as discussões no campo da Didática da Matemática, especialmente ao trazer a ideia de que a construção do conhecimento se dá por meio da interação do sujeito com o objeto de conhecimento. Destaca-se, ainda, não apenas as questões teóricas apresentadas por Piaget, mas seu método clínico-crítico de investigação como essencial para fundamentar o ensino de Matemática (Nogueira; Nogueira, 2017).

É importante destacar que as reflexões acerca do Ensino e da Aprendizagem da Matemática se fazem pertinentes, especialmente porque a maneira como o professor compreende o processo de aprendizagem de seus alunos determina sua forma de ensinar (Becker, 2013). Posto isso, a próxima seção traz reflexões acerca das questões epistemológicas que fundamentam o trabalho do professor em sala de aula, no que tange o ensino e a aprendizagem da Matemática em uma perspectiva construtivista piagetiana.

2.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA PIAGETIANA

Contrário às teorias empiristas que apontam para o papel da percepção no desenvolvimento, a teoria epistemológica proposta por Jean Piaget destaca o papel da ação e das operações na construção do conhecimento. Quando se compreende que os sujeitos aprendem de maneira ativa, agindo sobre os conteúdos matemáticos, as aulas tornam-se diferentes de uma aula baseada na perspectiva empirista ou inatista.

Na visão empirista, o conhecimento é concebido como capacidade ou competência cognitiva, de modo que o sujeito aprende apenas por estimulação, e que as transformações do organismo não são conservadas em estruturas, ou seja, são informações que se tornam parte do hábito da pessoa, como um somatório de suas aprendizagens. Na prática pedagógica, essa concepção de sujeito se manifesta em uma pedagogia centrada no professor como transmissor do conhecimento. Para Piaget (1979), o empirismo tende a considerar a experiência como algo que se impõe por si mesma, desconsiderando a atividade do sujeito.

Baseado em uma concepção empirista de aprendizagem, pode-se entender que todo conhecimento vem do mundo do objeto, sendo este físico ou social, e o objeto é determinante do sujeito. Para Piaget (1970), em seu livro *O Nascimento da Inteligência na Criança*, a “[...] experiência se revela como uma das condições necessárias ao desenvolvimento da inteligência” (p. 342), e não única.

Neste sentido, uma prática pedagógica que se ancora na concepção empirista entende que os conhecimentos são adquiridos pelos sentidos e decalcados na mente, concebendo o sujeito como tábula rasa (Becker, 1993). As relações sujeito-objeto são entendidas de maneira unilateral, admitidas como determinantes, tendo as inferências do objeto sobre o sujeito e sendo o sujeito passivo neste processo. Aprender, nesta perspectiva, está alicerçado na transmissão do conhecimento, ao contrário da concepção piagetiana que entende a construção do conhecimento como um processo que perpassa por atividades intrínsecas ao sujeito.

Para a concepção inatista, as experiências do sujeito pouco importam ou interferem em seu desenvolvimento cognitivo, uma vez que as estruturas mentais são dadas por herança genética e não são construídas. Na sala de aula, essa teoria aparece por meio da valorização do talento, dos dons; e, as estruturas, capacidades e competências cognitivas, portanto, estariam disponíveis ao sujeito desde o nascimento e seriam permanentes (Becker, 2013). Para Macedo (2002), a aprendizagem em uma visão inatista entende o conhecimento como expressão das capacidades, que independem dos esforços ou ensinamentos escolares. Essa polarização de concepções epistemológicas pode ser percebida na sala de aula, e aparecem espontaneamente nas relações que se fazem nos processos de ensinar e aprender (Becker, 2012).

Piaget (1978a) critica radicalmente essas concepções ao propor uma teoria que aponta para um construtivismo interacionista, superando ambas as concepções que foram mencionadas. A aprendizagem e o desenvolvimento, compreendidos na perspectiva piagetiana, apoiam-se na interação do sujeito com o meio. O autor vê a aquisição do conhecimento como um processo construtivo. Do ponto de vista educacional, as propostas que colocam desafios e obstáculos a serem superados são excelentes produtoras de conhecimento (Macedo, 2002).

A teoria elaborada por Jean Piaget rompe com um olhar preocupado com as estruturas inatas e estímulos ambientais, de modo que dirige a atenção para o sujeito, ou melhor, para as ações do sujeito, para as interações que acontecem entre o sujeito e o meio, sendo esse meio físico ou social. Para Piaget, o sujeito possui estruturas assimiladoras que são capazes de assimilar todas as coisas (Becker, 2013).

No construtivismo piagetiano, o processo de construção do conhecimento se confunde com o próprio processo de constituição e desenvolvimento do sujeito, uma vez que sua relação com o mundo se dá de forma física e ao mesmo tempo simbólica (Sanchis; Mahfoud, 2007). Assim, abordar a construção do conhecimento requer falar da construção do sujeito que conhece, sendo ambos resultados de um processo permanente de construção (Coll, 1987).

A teoria piagetiana se propõe a desvendar as raízes nas variedades de conhecimento (Vasconcellos, 2007), uma vez que “desde as suas formas mais elementares e sua evolução até os níveis seguintes, inclusive, até o pensamento científico” (Piaget, 1971, p. 8). A teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget busca compreender como se dá a “[...] passagem dos estados de menor conhecimento aos estados de conhecimento mais avançados” (Piaget, 1967, p. 7), assim como estuda os “mecanismos de crescimento dos conhecimentos” (Piaget, 1957, p. 14).

Ao ensinar Matemática com base nesse aporte epistemológico, pode-se pensar em um ensino de conhecimentos matemáticos a partir das situações da vida cotidiana, por meio dos jogos, no desenvolvimento da autonomia e como espaço para discutir temas sociais (Rabioglio, 2022).

A teoria construtivista piagetiana permite pensar o processo e o conteúdo como inseparáveis, uma vez que o aprender e o construir novos conhecimentos devem privilegiar o processo. Assim, o professor é aquele que propõe experiências que promovem o desenvolvimento.

Trindade e Cosme (2016) refletem sobre as crenças e concepções de caráter ontológico e epistemológico que fundamentam os diferentes tipos de ações subjacentes ao modo de conceber a escola e o ato de ensinar, e apontam para três paradigmas pedagógicos: a instrução; a aprendizagem e a comunicação.

Sob a égide do paradigma da instrução, entende-se o ver fazer e o ouvir como condições suficientes para a aprendizagem, uma vez que o conjunto de informações sobre essa prática sobrepõe a necessidade de aprender na prática (Trindade; Cosme, 2016). Nessa perspectiva, o professor é aquele que regula todo o processo de ensino e de aprendizagem e o estudante reproduz o saber de maneira fiel, sem espaço para construções, trocas e interações.

O paradigma pedagógico da aprendizagem, surge como oposição ao paradigma da instrução, apontando para Psicologia para explicar a importância das dinâmicas e dos processos internos de mediação cognitiva como fatores determinantes da atividade humana, não considerando as questões culturais e sociais (Trindade; Cosme, 2016). O paradigma pedagógico da comunicação interessa-se, sobretudo, em valorizar a qualidade das interações que acontecem em uma sala de aula, como fator potenciador das aprendizagens, o que aproxima das concepções teóricas deste trabalho.

No próximo capítulo serão apresentados aspectos da teoria do desenvolvimento cognitivo no aporte teórico da Epistemologia Genética, bem como as características desse sujeito do conhecimento e os mecanismos que engendram esses processos, em especial o mecanismo do Possível. Ainda busca dialogar acerca das contribuições para construção dos conhecimentos matemáticos, especialmente ao utilizar os jogos de regras, resolução de problemas matemáticos e o pensamento da probabilidade.

3 OS MECANISMOS COGNITIVOS E O PENSAMENTO PROBABILÍSTICO

O desenvolvimento psíquico, segundo a teoria piagetiana, inicia quando o sujeito nasce e termina na idade adulta, de modo que pode se comparar ao desenvolvimento orgânico (Piaget, 1972). Assim, é evidente que fatores hereditários são importantes para o desenvolvimento intelectual, especialmente os de ordem estrutural vinculados à constituição do sistema nervoso e dos órgãos sensoriais que influem na construção das noções mais fundamentais (Piaget, 1966).

Piaget entende a importância dos fatores hereditários para o desenvolvimento do sujeito e para o próprio funcionamento do sistema cognitivo; não como herança desta ou daquela estrutura. Mesmo que tais funções biológicas existam, Piaget destaca que não podem diminuir o valor da razão, pois a razão amplia a noção de adaptação vital. Com efeito, há um núcleo funcional que organiza intelectualmente os sujeitos, o qual emana de uma herança biológica; contudo, essa invariante é responsável para orientar o conjunto de “sucessivas estruturas que a razão vai elaborar em seu contato com o real” (Piaget, 1966, p. 14).

Para Piaget (1996), “a inteligência é adaptação” (p. 15). É um processo de criação contínua de formas cada vez mais complexas que buscam estabelecer um equilíbrio progressivo entre essas formas e o meio. Adaptar é construir mentalmente estruturas suscetíveis de aplicá-las ao meio. Em sua obra, *Biologia e Conhecimento* (Piaget, 1967), o autor pressupõe que a noção de sujeito comporta estruturas de funcionamento e organização, deixando claro uma perspectiva estrutural e funcional do sujeito epistêmico.

Piaget considera importante diferenciar, neste sentido, o conceito de estruturas variáveis e funções invariantes. Macedo (1994) destaca que as funções invariantes conduzem à organização, sendo uma propriedade organizacional da inteligência e consideram um conjunto de elementos que se relacionam entre si e compreendem características de totalidade, transformação e autorregulação.

Já as estruturas variáveis são adaptáveis pelas relações entre as partes e o todo, sabendo que cada operação intelectual é sempre relativa a todas as outras, e seus elementos próprios são regidos por essa mesma lei invariável (Piaget, 1976). As estruturas variáveis são formas de organização da atividade mental que marcam diferenças ou oposições de um nível de conduta para outro, correspondendo a características momentâneas que são modificadas pelo desenvolvimento e a necessidade de uma melhor organização, marcando um progresso sobre as precedentes (Piaget, 1972).

Dito isto, é importante destacar que as ações constituem o ponto de partida das futuras operações da inteligência, uma vez que as operações se tornam as ações interiorizadas. As operações mentais não deixam de ser ações, mas se realizam no plano mental, ao ponto que o conhecimento se constrói sempre na relação entre o sujeito e o objeto, resultado desse processo dialético de interações (Piaget, 1975).

As estruturas pré-lógicas derivam das ações, as estruturas lógico-matemáticas procedem das ações, mas não somente interiorizadas. É preciso, especialmente, que estas ações se tornem reversíveis e se coordenem em estruturas de conjunto. Por isso, Piaget (1972) parte do princípio de que nenhuma estrutura é inata, mas se constrói pouco a pouco. Toda estrutura pressupõe construção, de modo que um sistema operatório se constitui de operações essencialmente móveis, estáveis, no sentido de que uma estrutura, uma vez constituída, se conserva.

Para tanto, o sujeito do conhecimento, nesse aporte teórico, é essencialmente ativo para se opor a todas as perturbações e compensações exteriores, e o conhecimento não é concebido como pré-determinado desde o nascimento (inato), nem como resultado do simples registro de percepções e informações (empírico). Todo conhecimento resulta das ações e das interações do sujeito com o ambiente em que vive, visto que este elabora a sua construção desde a infância por meio dos diálogos com o mundo físico ou social (Piaget, 1975). Cada reorganização feita pelo sujeito integra-se a uma estrutura anterior, constituindo um estado de menor equilíbrio que alcança um equilíbrio superior (Piaget, 1978a).

É importante ter claro que essa construção é dinâmica e possibilita ao sujeito progredir e alcançar patamares mais elevados e esquemas mais complexos. O sujeito epistêmico é ativo e participa do processo de construção nas relações entre sujeito/objeto, construindo formas de pensar, ao mesmo tempo que constrói seus conhecimentos (Piaget, 1983).

Para explicar esse processo, em sua obra, *Equilibração das estruturas cognitivas* (1975), Piaget aponta para o conceito de equilibração como problema central do desenvolvimento, sendo este processo constituído de um movimento dinâmico que “não procede nem da experiência única dos objetivos, nem de uma programação inata pré-formada no sujeito, mas de sucessivas construções com elaborações constantes de estruturas novas” (Piaget, 1975, p. 7).

Diante de uma perturbação, o sujeito epistêmico se desequilibra intelectualmente, “acarretando de modo intrínseco uma necessidade de construção” (p. 34); ou seja, na medida em que se resolve um problema, se levantam novos, não constituindo um ponto de parada ou uma estrutura acabada, mas sempre dando lugar à exigência de diferenciações em “novas subestruturas ou as integrações em estruturas mais amplas” (p. 34). Piaget (1975) afirma que o processo de equilibração cognitiva não consiste apenas em atração de objetos opostos, sendo mais que isso, ou seja, sujeito e objeto se engendram mutuamente em um ciclo fechado suscetível de se alargar e de se enriquecer conservando sua forma de ciclo, “[...] buscando sempre um melhorando contínuo das estruturas” (Macedo, 1994, p. 159).

O processo de equilibração demonstra a base dialética da teoria piagetiana, de modo que as transformações e conservações são geneticamente indissociáveis (Garcia, 2010). Para Piaget (1976), há uma busca pela estabilidade, ao mesmo tempo que pela ampliação das estruturas, devido às inevitáveis perturbações e desequilíbrios, que geram compensações e regulações.

Pelo fato de os processos que levam à construção do novo se diferirem dos que conservam a estrutura em estado estacionário, impôs-se a necessidade de conceituar os mecanismos separadamente. Assim, Piaget (1981), em sua obra *O Possível e o Necessário* (1981), destaca que a criação da novidade, em sua teoria, deve ser compreendida a partir do real, do possível e do necessário; sendo que o real é composto por objetos e acontecimentos conhecidos ou desconhecidos, que existem independentemente do sujeito. O possível são as livres combinações de ações relativas às inferências do sujeito; enquanto o necessário consiste nas deduções que o sujeito realiza, produto das atividades.

Também chama a atenção ao fato de que o sujeito possui dois grandes sistemas cognitivos que se complementam: a) o sistema presentativo fechado, com esquemas e estruturas estáveis, que tornam possível a compreensão do real e b) o sistema de procedimento, que se apresenta em constante mobilidade, “responsável para satisfazer as necessidades, por meio das invenções ou transferências de processos” (p. 9).

O autor explica que a formação dos mecanismos do possível e do necessário é um excelente argumento contra as concepções inatistas e empiristas, uma vez que são produtos das construções do sujeito, em interação com as propriedades do objeto. Justifica sua afirmação ao destacar o fato de que se os possíveis fossem pré-formados no indivíduo, como acreditam os inatistas, as diferenças qualitativas apresentadas nos seus experimentos não seriam observáveis. Então, uma questão pode ser levantada: como é possível explicar os variados caminhos seguidos pelos sujeitos na resolução de um problema sem admitir uma variedade de possíveis, mesmo que o sujeito não tenha atingido um grau de co-possíveis quaisquer?

O Possível é apresentado por Piaget (1981) como uma outra maneira de compreender a produção das novidades, entendendo que uma ação ou ideia pressupõe, antes de tudo, que tenha se tornado possível. O Possível não é algo observável, e sim, produto das construções do sujeito "[...] em interação com as propriedades do objeto" (p. 7) que podem dar abertura a possíveis cada vez mais numerosos.

A capacidade de o sujeito realizar livres escolhas entre vários possíveis são variações extrínsecas, enquanto copossíveis. Na medida em que o processo caminha para a interiorização, um copossível passa para outro, realizando inferências até chegar à dedução. Tais aspectos intrínsecos acontecem pela lógica estrutural do sujeito que organiza as operações (Piantavini, 1999). Cada escolha consiste em propriedade de negação e afirmação, de modo que a complementariedade entre as duas propriedades proporciona o surgimento de um novo possível, até que se torne ilimitado.

Vale destacar que a formação de possíveis permanece subordinada às leis de equilibração, supondo que suas reequilibrações exigem a equilibração das novas diferenciações que provocam a integração em totalidades de formas renovadas (Piaget, 1981). O possível consiste na capacidade cognitiva do sujeito criar possibilidades, por exemplo, a ordenação de objetos de várias maneiras possíveis.

Mediante o processo de equilibração, no movimento de assimilar, modificar e acomodar, engendrados às sucessivas tomadas de consciência dos meios empregados em cada nova construção, o possível cognitivo é definido como invenção e/ou criação da novidade.

O Necessário é referido como a criação de uma necessidade lógica, sendo um confronto de vários possíveis com o real, ou seja, nas possibilidades de ordenar os objetos pensadas pelo sujeito, ele encontra uma maneira mais viável para um determinado momento (Piaget, 1981). Uma “necessidade é sempre a manifestação de um desequilíbrio” (Piaget, 1977, p.183).

Como já mencionado acima, os desequilíbrios cognitivos causados pelas perturbações criam possibilidades para a resolução de problemas, forjando a construção do possível. Este processo não é estático. É dinâmico, pois enriquece, alarga e melhora as estruturas cognitivas em um processo de reorganização do pensamento, abrindo possibilidades para a criação de outros possíveis (Nascimento, 2019; Oliveira, 1999; Piaget, 1981).

Os processos de assimilação e de acomodação permitem desequilíbrios cognitivos que apresentam um papel desafiador na possiblidade de ultrapassar seu estado atual de desenvolvimento em um processo de “levantar novos problemas à medida em que resolve os precedentes” (Piaget, 1975, p. 34). Este movimento que permite a construção, melhoramentos, alargamentos, ultrapassagens e enriquecimentos das estruturas cognitivas exige um processo de reflexão em cada novo nível das regulações de classe superior (Nascimento, 2019).

As relações equilibradas entre sujeito e objeto, assimilação e acomodação preservam a totalidade em um movimento de produção da novidade, mantendo os elementos componentes da estrutura anterior (Piantavini, 1999).

É no processo de abstração reflexionante que se encontra o princípio comum da formação das novidades cognitivas, ou seja, na construção de possíveis, pois esse processo não procede dos observáveis, mas sim das “[...] ações ou operações do sujeito que levam necessariamente ao patamar de chegada a composições novas e generalizadoras” (Piaget, 1995, p. 5).

Para tratar das abstrações, Piaget (1955) organiza esse processo em dois tipos de abstrações reflexionantes: empírica e reflexionante. Becker (2012) explica que a abstração empírica se apoia em elementos observáveis dos objetos e das ações nas suas características materiais: ações de ver, ouvir, brincar, na retirada das características dos objetos sem que antes o sujeito tenha agido sobre ele.

A abstração reflexionante difere da empírica, pois, neste processo, o sujeito retira qualidade não dos objetos ou das ações observáveis, mas das coordenações das ações que, por se realizarem internamente ao sujeito, não são observáveis (Becker, 2012). Assim, esse processo se dá internamente, não de forma observável, mas inferida por meio da observação do comportamento.

Ainda vale destacar que a abstração reflexionante se desdobra em pseudoempírica e refletida, sendo que a primeira ocorre quando o sujeito retira de seus observáveis não suas características como acontece na abstração empírica, mas aquelas que o sujeito colocou neles. A refletida, consiste em uma “abstração reflexionante que se transformou por tomada de consciência” (Becker, 2012, p. 36), sendo a condição cognitiva que permite os sujeitos a penar.

Esse movimento que reorganiza as qualidades das coordenações das ações, gerando algo novo, que não existia anteriormente, eleva o conhecimento a um patamar superior, por meio dos movimentos de reflexionamento e reflexão. Para Piaget (1995), a abstração reflexionante consiste na projeção num patamar superior do que foi tirado de um inferior, sendo um “ato metal de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi assim transferido do inferior” (p. 274).

Este processo é complementado pela tomada de consciência, ao ponto que criar possiblidades pode derivar de sucessivas tomadas de consciência dos meios empregados, ou seja, o sujeito se torna capaz de refazer suas ações, sendo elas físicas ou mentais, podendo corrigir o que já foi feito e criar possiblidades de pensar e agir (Becker, 1997, Gonçalves, 2022). Piaget (1986, p. 7) destaca que “[...] a atualização de um possível significa que ela já era real em sua fonte e seu determinismo, e isso embora não ainda observável.”

Fazer e compreender uma determinada ação ou situação é fruto da qualidade das interações entre o sujeito e o objeto, uma vez que o objeto não conduz à compreensão, tampouco à ação; contudo, ao agir sobre o objeto, o sujeito é desafiado a resolver problemas, orientado por esquemas procedimentais, dando lugar aos esquemas operatórios que levam à compreensão mais abstrata das tarefas (Reis, 2020).

Deste modo, as tomadas de consciência e compreensão das regulações e compensações engendram equilibrações e reequilibrações, generalização e abstrações reflexivas no processo de construção de possíveis, na busca pelo aprimoramento e melhoramento qualitativo das estruturas mentais (Gonçalves, 2022; Piantavini, 1999). Nas relações entre sujeito objetivo, mediadas pelas estruturas cognitivas, “[...] pressupõem um espaço interativo de expressões de novidades, necessidades e possibilidades” (Vasconcellos, 2007, p. 39).

Piaget (1981) entende que toda a ação ou ideia, primeiramente, se torna possível ao sujeito e demonstra em seus experimentos que uma ideia ou ação concebida por ele desencadeia outras possibilidades, ou seja, a construção de novas possibilidades ou criatividade. A criatividade pode ser explicada pela formação de possíveis em níveis graduados de lógica operatória, explicando a evolução deste mecanismo em duas categorias: Lógica e Estrutural.

Do ponto de vista lógico, Piaget (1981) descreve possíveis como:

1. Possível hipotético: combinação de ensaios válidos e erros;
2. Possível atualizável: selecionado em função de resultados obtidos ou dos esquemas presentativos;
3. Possível dedutível: em função de variações intrínsecas e;
4. Possível exigível: permite que o sujeito acredite realizáveis novas construções.

Do ponto de vista estrutural, Piaget (1981) aponta para:

1. Possível Analógico: pequenas mudanças. Estágio elementar. Não difere muito, cria por proximidades pequenas. Mudanças sequenciadas;
2. Copossível Concreto: diversos possíveis são antecipados e depois atualizados;
3. Copossível Abstrato: as atualizações são exemplos de outro concebíveis e;
4. Copossível Qualquer: ilimitado. Extingue totalmente as pseudonecessidades.

A construção de possíveis está diretamente relacionada à evolução dos níveis operatórios em um processo gradual e evolutivo até se tornar ilimitado, no sentido de que quanto mais conhecemos, mais ainda temos a conhecer (Reis, 2020). Este processo adaptativo consiste no surgimento de novas lacunas. Ao tempo que são preenchidas, tal abertura se dá para que o processo se reinicie (Gonçalves, 2022; Reis, 2020).

A compensação das lacunas evidencia a construção da novidade, ou seja, a criatividade decorre das operações integradas logicamente às estruturas do sujeito, sendo que ao se integrarem e acomodarem, novas lacunas se abrem para novas perturbações e conflitos, até que a criatividade se torne ilimitada. É importante destacar que a teoria piagetiana possui um caráter dinâmico cuja evolução pressupõe necessariamente a manutenção de uma estrutura anterior e acréscimo de algo novo (Gonçalves, 2022).

Na obra *O possível e o Necessário* (1885, 1986), citada anteriormente), Piaget se debruça em compreender como ocorre a passagem dos procedimentos em que os níveis são mais elementares para operações lógico-matemáticas, em que as estratégias são propriedades de fechamento. Seus experimentos possibilitaram estabelecer níveis para definir, mediante aos observáveis variados, o modo de proceder dos sujeitos que revelam processos de construção das noções em diferentes graus (Piantavini, 1999, Reis, 2020).

Em todos os níveis do pensamento há processos dialéticos; contudo, nem todo funcionamento cognitivo pressupõe processos dialéticos. Por exemplo, as inferências discursivas não causam modificações nas estruturas, ao tempo que não geram transformações (Piaget ,1996).

Piaget (1996, p.13) destaca que a dialética consiste em “construir novas interdependências entre significações, as mais simples sendo solidárias e indissociáveis desde o início e o mais geral dos círculos dialéticos, sendo o que liga as implicações e as significações”. Para o autor, a dialética revela que a construção do conhecimento é dinâmico e não estático. Portanto, em suas pesquisas, Piaget apresenta formas de inferências comuns que podem ser encontradas em todas as situações dialéticas que atuam solidariamente.

A primeira característica consiste na construção da interdependência entre dois sistemas distintos e independentes (A e B), que se relacionam e foram uma nova totalidade. Na relação de interdependência, um e outro passam a formar subsistemas de uma nova totalidade (T). As características dessa nova totalidade (T) não estavam contidas em ambos os sistemas (A e B) (Oliveira, 2005; Piaget, 1996).

A segunda característica refere-se às interdependências estabelecidas entre as partes de um mesmo objeto, em um processo de reorganização do novo, retrocedendo parcialmente a um nível ou fase anterior, em uma estrutura anteriormente construída (Piaget, 1996).

O terceiro fator consiste em que toda nova interdependência gere superações quando acrescida de precedentes, construindo novas totalidades, de modo que a anterior se torne um subsistema. É o momento em que a totalidade T1 conduz a uma nova totalidade T2, convertendo T1 em um subsistema (Oliveira, 2005).

Outro aspecto presente em todo processo dialético consiste na intervenção das circularidades ou esperais na construção das interdependências, provocando reorganizações que enriquecem os sistemas, engendrando abertura para novos possíveis (Piaget, 1996). O autor assegura que

> [...] toda dialética comporta processos circulares entre os passos proativos e retroativos, e são estes que dão conta da formação das aparências de necessidades pré-formadas, enquanto a necessidade autêntica só se constitui ao longo e no final de todo o desenvolvimento dialético (Piaget, 1996, p. 12).

O último aspecto destacado por Piaget (1996) é que toda dialetização leva a relativizações, visto que as propriedades isoladas tidas como absolutas, quando colocadas em relação de interdependência com outras, se tornam relativas. Assim, é no processo de interdependências constantes que se relacionam as outras totalidades, todas igualmente inacabadas.

Com base na teoria piagetiana, pode-se entender que toda vez que o sujeito conhece, processos dialéticos são evocados; uma vez que “a dialética é o aspecto inferencial de toda a equilibração, não intervindo em todas as etapas do desenvolvimento cognitivo, mas apenas durante o curso do processo de equilibração” (Piaget, 1996, p. 219).

Ao saber que o conhecimento se constrói e não é inato, nem adquirido somente de maneira empírica, toda interiorização desencadeia construções lógicas, elaboração de formas entre ações e operações. Ao buscar significações, ocorre a síntese dialética de auto-organização, de modo que o conhecimento possa ser integrado e exteriorizado nas relações causais, físicas e na reconstituição das propriedades descobertas do objeto.

Por entender o processo de construção do conhecimento de forma dinâmica, dialética, interdependente, circular, espiral, contínuo, entende-se que tais mecanismos engendram a construção de toda forma de conhecimento e da ciência, de maneira que subsidiou a compreensão do pensamento probabilístico, que será abordado na próxima subseção.

3.1 O Pensamento Probabilístico na Teoria Piagetiana e o Mecanismo dos Possíveis

A teoria piagetiana traz contribuições significativas para compreendermos a evolução da inteligência da criança, assim como os processos de adaptações aos dados da experiência. Piaget (1951) se debruçou em compreender os processos cognitivos que envolvem a construção da noção do acaso ou a mistura, como denomina.

Muitas atividades da vida cotidiana exigem uma noção de imprevisto e uma espécie de avaliação espontânea da probabilidade dos acontecimentos esperados ou temidos. Por exemplo: é muito mais fácil encontrar algo perdido em um ambiente pequeno do que grande. Também, é perceptível quando o tempo está com previsão de chuva. Estas e tantas outras situações requerem o pensamento indutivo, assim, “limitamo-nos a adivinhar ou fundamentar nossas previsões sobre frequências empíricas e funções aleatórias” (Piaget 1951, p. 10).

No mesmo texto, Piaget questiona se essa intuição de probabilidade presente no homem é inata ou calcada em um certo nível mental, de modo que envolve algum mecanismo cognitivo responsável pela sua aquisição.

A ausência da noção do acaso é uma das características essenciais da mentalidade primitiva, dado que a intuição das probabilidades não se manifesta em mentes primitivas como no homem. Contudo, a mente da criança é sempre relativa ao meio social em que vive e das construções das operações racionais na evolução mental, o que possibilita observar as condições da gênese das ideias de acaso e probabilidade elementar (Piaget, 1951).

A mistura indissociável de fatos e sequências causais impõe-nos, incessantemente, uma atitude probabilística. A formação das operações racionais na evolução mental da criança proporciona uma certa luz acerca da “natureza e as condições da gênese das ideias de acaso e probabilidade elementar” (Piaget, 1951, p. 12). É bastante normal que uma criança não possua, de imediato, a noção do acaso, uma vez que necessita construir o sistema dessa sequência antes de perceber a possibilidade das inferências.

Estudar o pensamento infantil sob a ótica da epistemologia genética leva-nos a compreender o caráter não inato e nem primitivo da concepção do acaso e da probabilidade. O desenvolvimento intelectual da criança consiste em uma passagem progressiva entre a ação irreversível e as operações racionais. Piaget (1951) destaca que ao compreender a origem e natureza das operações lógicas e matemáticas, percebe-se que as operações reversíveis derivam da ação e são estruturadas por um processo de composição reversível.

Assim, a noção de probabilidade considera o acaso como parte complementar da lógica, que não pode ser compreendido sem que antes o sujeito tenha construído as operações reversíveis. Desta maneira, a probabilidade consiste em uma assimilação do acaso às operações combinatórias: "é a própria mistura e seu conjunto, por não mais poder deduzir sem cada interferência, que o mecanismo operatório reconstruiria desde a dedução depois de casos reais, à totalidade das combinações possíveis" (Piaget 1951, p.14).

Ainda assim, no seio das experiências físicas do cotidiano, as noções de mistura e de distribuições centralizadas ou uniformes não bastam para compreender a construção da noção de acaso, uma vez que se torna necessário procurar entender como o raciocínio do sujeito chegará a dissociar o que é devido ao acaso, e o que ocorre por uma situação não causal (Piaget, 1951). A noção do acaso deriva da intuição de mistura, o que consistirá no "[...] julgamento de probabilidades em antecipar as possibilidades de reencontrar os elementos misturados" (p. 179).

Quando a noção de mistura de uma criança ainda está em estado irreversível, ela não conseguirá estruturar avaliações probabilísticas baseadas em quantificações sistemáticas. O julgamento de probabilidade está intimamente relacionado à elaboração de operações quantitativas de combinações, em reencontrar "elementos misturados, baseando-nos em suas relações quantitativas de parte a partes e de fração" (Piaget, 1951, p. 180).

Em suas experiências, Piaget (1951) observa que há uma crescente intervenção de esquemas combinatórios conforme os sujeitos apresentam respostas mais coerentes, fato irrefutável de que as noções de acaso e de probabilidade são de natureza essencialmente combinatória. É por isso que as crianças mais novas não conseguem dar respostas satisfatórias, uma vez ainda são desprovidas de construções operatórias, consequentemente, fracassando ao construir a noção do acaso. Assim, é preciso uma estruturação ativa, pois a experiência “não basta para levar, só ela, à ideia do acaso, nem a *fortiori* à de probabilidade” (Piaget 1951, p. 186).

Ainda assim, Piaget destaca que a dificuldade em apresentar respostas satisfatórias se dá pela ausência de operações lógico-aritméticas, de maneira que os sujeitos não possuem noções de conservação, inclusão da parte num todo e dificuldades para manejar a disjunção, devido à ausência de encaixe das partes em totalidades estáveis. A ausência de disjunção revela que os sujeitos não se ocupam dos diversos casos possíveis, manifestando a existência de um traço essencialmente do pensamento da criança, ou seja, a incapacidade de raciocinar sobre o possível (Piaget, 1951).

A incompreensão da própria noção de possibilidades em função da ausência do raciocínio disjuntivo caracteriza-se na impossibilidade de pensar o possível, o real e o necessário. Por falta do pensamento reversível, que possibilita um encaixe entre as partes e o todo, não se consegue operar de forma disjuntiva, não concebendo a noção do acaso, bem como a noção da probabilidade (Piaget, 1951). Segundo o autor:

> [...] a formação das ideias de acasos e de probabilidade depende, em estreita medida, da evolução das próprias operações combinatórias. É ao conceber a brassagem e as interferências segundo um esquema operatório de permutações e de combinações que a criança chega à noção de mistura propriamente dita, quer dizer, do acaso. Por outro lado, ao subordinar a todas as combinações possíveis (segundo um modo multiplicativo e não apenas aditivo) as disjunções efetuadas no seio das coleções misturadas, é que ela constrói as noções de probabilidade (Piaget, 1951, p. 227).

O que se confirma é que as noções de probabilidade se dão por um estabelecimento de relações multiplicativas, a partir do encaixe das partes nas totalidades, fonte de disjunções que se constroem no nível formal, visto que as operações formais são de segunda potência, ou seja, mais abstratas que as operações precedentes, atingindo um poder hipotético dedutivo, necessária para determinar a modalidade dos possíveis, das diversas ligações, indispensáveis para construção do pensamento probabilístico (Piaget, 1951).

Dito isso, retoma-se ao problema central do desenvolvimento, uma vez que o processo de equilibração cognitiva consiste na aquisição sucessiva de estruturas operatórias que visam atingir uma forma final, formal, capaz de realizar operações mentais sobre operações à enésima potência (Piaget, 1975). Pensando nisso, na vasta obra de Piaget, o autor utilizou-se dos jogos em diferentes momentos para verificar níveis do desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, assim como a consciência de regras. As situações de jogos de regras sempre possibilitam construções de procedimentos, os quais, coordenados pelas ações, devem ser completados, desencadeando nos sujeitos processos de construção estrutural.

Por essa razão, o jogo com análise dos procedimentos e situações problematizadoras engendram mecanismos cognitivos que permitem atingir os objetivos do jogo, além de tomar consciência de suas ações e procedimentos, o que permite novas construções estruturais.

Os jogos de regas, nessa perspectiva, são vistos como instrumentos que provocam desafios, novas construções e formas de pensar, que podem proporcionar, sobretudo, progressos cognitivos e a evolução dos mecanismos do pensamento (Brenelli, 1996). Assim, os jogos de regras serão utilizados nesta tese com o objetivo de provocar desafios cognitivos, especialmente na análise da formação de níveis de possíveis e sua íntima relação com o pensamento da probabilidade requerido nas situações de jogos e resolução de problemas propostos durante as intervenções.

É neste contexto que as condutas dos participantes em situações de jogos serão analisadas, não tendo foco nos erros e acertos, mas nas condutas que evidenciarão os processos cognitivos construtivos envolvidos.

3.2 O Jogos de Regras em uma Perspectiva Construtivista e a Formação de Possíveis

A inserção dos jogos na educação escolar é antiga. Friedich Froebel (1782-1852) dedicou-se a estudar a importância de as crianças aprenderem por meio de jogos, de maneira divertida. Contudo, a discussão sobre a criança aprender brincando é muito antiga na história, surgindo com os gregos (Kishimoto, 1992).

Brenelli (1986) aponta para John Dewey, Jean-Ovide Decroly, Édouard Claparède e Maria Monteressori como educadores que consideraram o jogo como importante instrumento para a promoção do desenvolvimento físico, intelectual e social da criança.

Nas obras de Piaget, o jogo tem lugar de destaque ao ser utilizado como instrumento para investigar diferentes mecanismos cognitivos, como a “Torre de Ranoi”. Piaget (1977) explica os processos de tomada de consciência por meio do jogo “Master Mind” ou “Senha”. Piaget (1985, 1986) explica os processos de construção dos possíveis e o necessário em sua obra *Formas Elementares da Dialética*. Piaget (1996) utiliza os jogos “Cara a Cara”, “Xadrez Simplificado”, “Reversi”, “Batalha Naval”, dentre outros, para explicar a formação do pensamento dialético.

O autor considera que os jogos de regras são instrumentos provocadores de conflitos internos, que desencadeiam a necessidade de buscar uma saída para esses embates, uma vez que, neste processo, o pensamento sai enriquecido, reestruturado e apto para lidar com as novas transformações. Assim, no jogo de regras, as atividades em grupo são estimuladas, de maneira que os valores sociais e culturais sejam constantemente construídos.

Para Piaget, o “[...] sujeito só se dá uma regra porque conhece a regra por outras vias e interioriza assim uma conduta social” (1978, p. 183). Por isso, ao jogar, os sujeitos precisam conhecer as regras, compreendê-las e praticá-las em um exercício de operação e cooperação. Assim, o jogo de regras é necessário para que as convenções sociais e os valores morais de uma cultura sejam transmitidos, as estratégias de ação, a tomada de decisão, a análise dos erros, lidar com perdas e ganhos e para replanejar jogadas em função das necessidades em resolver os conflitos.

Busca-se, por meio da intervenção pedagógica, utilizar os jogos de regras, possibilitar a construção e o aprimoramento das estruturas cognitivas dos sujeitos, a partir da capacidade de compensar ativamente as situações de desequilíbrio provocadas pelo jogo de regras.

Ao jogar, a criança tem possibilidade de inventar e criar procedimentos para alcançar resultados e vencer desafios, bem como construir mecanismos que realizem a integração dos meios aos fins. Ao inventar novas estratégias ou procedimentos visando o fim, o sujeito pode atualizar os meios empregados, sendo essa característica a construção de possíveis (Piantavini, 1994).

Para Piaget (1985), a “atualização de uma ação supõe que, antes de tudo, ela tenha sido tornada possível” (p. 7). Neste sentido, os esquemas de procedimentos que visam alcançar determinados objetivos estão relacionados ao possível (Brenelli, 1993). Assim, nas situações desafiadoras impostas pelo jogo, faz com que novos procedimentos sejam criados, indicando possibilidades de atualização.

Os possíveis geram os “esquemas de procedimentos”, e se constituem em cadeias de ações ou meios para se alcançar um determinado fim, pode desencadear atualização e antecipação, entendidos como níveis de evolução de possíveis (Piantanivi, 1994). A formação de possíveis resulta “[...] de uma atividade acomodatícia em busca de sua forma de atualização, dependendo esta ao mesmo da flexibilidade e solidez dos esquemas e das resistências do real” (Piaget, 1981, p. 10).

Neste processo, os possíveis e o necessário são resultados das escolhas lógicas compatíveis com a estrutura de pensamento que vem sendo construída, que podem ser observados nos comportamentos do sujeito em situação de jogo, ou seja, a formação do possível consiste na capacidade de o sujeito construir os próprios procedimentos e compreender seus erros e acertos (Piaget, 1981).

O jogo, nesta perspectiva, favorece a construção de novos procedimentos, que dependem da mobilidade das estruturas cognitivas, construção das estruturas elementares que favorecem ao sujeito vencer os desafios impostos pelo jogo, assim como na construção do pensamento probabilístico.

Ao antecipar jogadas suas e dos demais participantes, ocorre a formação de possíveis, que resultam em novas possibilidades de interpretação para o mesmo dado, por meio da abstração reflexionante. Brenelli (1996) destaca que a intervenção utilizando jogo de regras permite:

> [...] a criança inventar novos procedimentos, constituem contextos excelentes para a construção do possível e do necessário. Os possíveis dizem respeito aos diferentes meios de se alcançar o resultado, e a necessidade, à coerência e a integração dos meios em função dos resultados (Brenelli, 1996, p. 179).

Cada novo procedimento empregado pelo sujeito em situação de jogo consiste em criação, ou seja, em possibilidades que se atualizaram. A interação do sujeito com o objeto, ou seja, com o real, o sujeito abstrai as propriedades do objeto, por meio das aberturas do sistema, enquanto um novo possível permite que as interpretações do sujeito aumentem e se tornem mais ricas (Piaget, 1985).

O possível hipotético envolve ensaios válidos e de erros. O possível atualizável se dá a partir dos resultados obtidos ou esquemas presentativos. O possível dedutível consiste no produto das variações intrínsecas. Por fim, no possível exigível o sujeito acredita que pode realizar novas construções; contudo, não encontra procedimentos adequados (Peres, 2017).

Na construção estrutural, o possível analógico se evidencia quando o sujeito realiza pequenas mudanças no objeto. No copossível concreto, ocorre a antecipação dos possíveis a serem atualizados; enquanto que no copossível abstrato todos as atualizações são exemplos de outros concebíveis. Finalmente, a formação do copossível qualquer ocorre quando se tornam ilimitadas e se extinguem definitivamente as pseudonecessidades (Peres, 2017).

As pseudonecessidades consistem em limitações para a formação de possíveis, ao ponto que se “[...] prendem a uma indiferenciação inicial entre o real, o possível e o necessário” (Piaget, 1981, p. 9). Elas aparecem como deveriam ser, e não como o que são. Desse modo, a ocorrência de pseudonecessidades evidencia o fato de que a formação de possíveis não é consequência de associações livres e simples, mas em aberturas reais que exigem liberação de limitações em diferentes graus. Para atingir novos possíveis não basta imaginar processos que visam a um objetivo qualquer, e sim compensar a resistência do real, concebido como pseudonecessário (Piaget, 1981).

Em outras palavras, ao surgir uma perturbação causada pela resistência do real (objeto), o sujeito cria falsas necessidades, impondo a si mesmo limitações à abertura de novos possíveis. O surgimento de novos possíveis acontece quando tais perturbações são compensadas (Piantavini, 1999).

Em sua obra sobre a formação do Possível e o Necessário (Piaget, 1981,1982), o autor traça uma linha entre as etapas da construção dos possíveis e do necessário e sua relação com a evolução das estruturas operatórias, assim como procede com a obra *A origem da ideia do acaso na criança* (1951). Contudo, coloca sobre os possíveis a responsabilidade de progressos na construção operatória, evidenciando a importância dos procedimentos para que essas construções ocorram (Carvalho, 2013; Mauricio, 2021; Piantavini, 1999).

Dessa maneira, os jogos desencadeiam desequilíbrios cognitivos, ou seja, conflitos e situações problemas que a busca pela resolução e o êxito engendram processos de novas construções, transformações, aperfeiçoamento e ampliação do sistema cognitivo. Assim, o próximo tópico trará a Resolução de Problemas como estratégia metodológica de ensino da Matemática, uma vez que consiste em uma abordagem que desencadeia tais conflitos quando entendida sob uma perspectiva construtivista.

3.3 Resolução de Problemas como Abordagem Metodológica de Ensino de Matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (Brasil, 1997, 1998, 2002) já indicavam a resolução de problemas como tendência metodológica de ensino dos conteúdos matemáticos, de maneira que o professor utilize o problema como ponto de partida para o ensino e aprendizagem dos conteúdos. A autora Onuchic (1999) destaca, em suas pesquisas, que a resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar, fundamentado em uma teoria construtivista, centrada nos processos de pensamento matemático e na aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas (Onuchic; Allevato, 2011).

Em suas pesquisas, Proença (2018) tem evidenciado que os professores conhecem sobre a tendência metodológica de ensino via resolução de problemas, contudo, continuam exercendo práticas baseadas no ensino tradicional, com ênfase em memorização de regras e nos cálculos, o que não desafia o indivíduo cognitivamente.

Estudos na área da Psicologia Cognitiva e Psicologia da Educação Matemática têm avançado ao buscar compreender como os estudantes resolvem problemas e os processos mentais envolvidos em situações problemas escolares e cotidianas. Destacam-se os estudos de Chi; Glaser (1992); Echeverría (1998); Klausmeier; Goodwin (1977); Mayer (1985) e Sternberg (2000). Tais autores apresentam modelos que tentam explicar o caminho trilhado pelo pensamento quando o sujeito busca uma solução para os problemas apresentados. Nesta perspectiva, o trabalho se apoia na concepção de que a razão mais importante para esse modelo de ensino e de aprendizagem é auxiliar o estudante a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias nos contextos das atividades feitas (Onuchic, 1999).

Schoeder e Lester Jr (1989) apontam para três abordagens de ensino da resolução de problemas: ensinar sobre, para e via resolução de problemas. Ensinar via resolução de problemas é adotar o problema como ponto de partida para o ensino de Matemática. Pesquisadores como Fi e Degner (2012), Vale (2013), Matsuda (2017), Sousa e Proença (2019) apontam que sua implementação em aulas de Matemática revela sucesso na aprendizagem dos estudantes.

Ensinar sobre e para resolução de problemas o foco está no problema como aplicação de conteúdo que já foi ensinado, de modo que o objetivo está em resolver problemas aplicando o que se aprendeu (Proença, 2020). Contudo, para Proença (2020) o uso do problema após o conteúdo, revela lacunas na aprendizagem de conceitos matemáticos.

A metodologia de Resolução de Problemas ganha força com os trabalhos de Polya (1944), e foi considerado uma das formas para se ensinar Matemática. Onuchic (2012) destaca que o surgimento dessa abordagem vem ao encontro dos ideais para a reforma da Educação Matemática.

No ano de 1990, Onuchic (2012) retorna ao Brasil e estabelece o "Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas" (GTERP), que se dedicava especificamente em como ensinar e aprender Matemática. A autora ainda destaca que tais mudanças impactaram os currículos escolares, pois começaram a adotar a "[...] resolução de problemas como um meio de desenvolver conteúdos matemáticos e fazer conexões com outras áreas" (Onuchic, 2012, p. 10).

Os PCNs (Brasil, 1997, p. 41) destacam que "um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la". Uma situação se configura como problema quando uma pessoa se depara com um obstáculo, uma dificuldade que precisa resolver (Proença, 2018).

Além disso, Proença (2018, p. 16) afirma que:

> [...] uma determinada situação corresponde a um problema quando a dificuldade encontrada por uma pessoa para resolvê-lo é justamente, não possuir, no momento um método imediato. É necessário pensar um caminho que favoreça a obtenção de uma solução.

Documentos oficiais apontam a Resolução de Problemas de forma direta e explicita, como por exemplo, os PCNs e a BNCC como uma Matemática para ensinar, ou seja, um saber da docência que deve, sobretudo, constar nas etapas iniciais de formação de docentes (Morais; Onuchic; Junior, 2017). Assim, entende-se que a Resolução de problemas é uma forma de construir ou produzir o conhecimento matemático pelos alunos, um saber acontece pelo ensino da Matemática.

Onochic e Allevato (2011) propuseram um roteiro com nove passos para orientar as práticas de ensino baseada em Resolução de Problemas, de modo que não seguem uma rigidez, mas auxiliam tanto professores e estudantes na compreensão e resolução dos desafios matemáticos. O Quadro 10 apresenta de forma sintetizada tais passos.

Quadro 1 – Nove passos propostos por Onochic e Allevato (2011) para ensinar Matemática por Resolução de Problemas

Passos	Ações
Passo 1	Proposição do problema (seja pelo professor ou ainda sugerido pelo estudante);
Passo 2	Leitura individual, interpretação da situação problema, identificar palavras que não conhecem o significado;
Passo 3	Leitura conjunta, para compreensão de todos os estudantes;
Passo 4	Divisão em grupos para levantamento de hipóteses;
Passo 5	Observação e incentivo por parte do professor para que todos participem e interajam na tentativa de encontrar soluções;
Passo 6	Um representante de cada grupo vai ao quadro e registra as possíveis respostas que o grupo encontrou;
Passo 7	Plenária;
Passo 8	Consenso entre os estudantes e;
Passo 9	Explanação do conteúdo matemático.

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2011).

Onuchic e Allevato (2011) deixam claro que o problema deve ser o ponto de partida e o estudante não precisa ter tido contato com o conteúdo anteriormente. Posto isso, o professor deve se certificar se houve compreensão das proposições, termos, palavras, a fim de que não sejam empecilho para resolução do problema. Em consonância a isso, no momento de levantamento de hipóteses, o professor não valoriza as repostas certas em detrimento das erradas, de modo que o processo de construção do pensamento e as tentativas sejam mais importantes.

No momento em que um representante do grupo expõe o pensamento para todos, é importante que essa resposta seja valorizada, independente se a apresentação seja de forma numérica, um esboço, desenho ou argumentação escrita. No momento da plenária, todos devem participar, de modo que não haja preocupação com a respostas certas ou erradas; seguindo da tentativa de consenso, e o momento em que o professor formaliza o conteúdo a ser abordado.

Charnay (1996), ao apontar para a Resolução de Problemas como abordagem metodológica para se ensinar Matemática, destaca que os problemas oferecem resistência e as soluções podem provocar avanços espetaculares, uma vez que ensinar Matemática não é possibilitar ao aluno a capacidade de repetir ou refazer, mas também “[...] ressignificar em situações novas” (p. 38).

A Resolução de Problemas é uma ferramenta que permitem aos estudantes construir sentido e significado para as ações, ao ponto que se aproximada dos pressupostos da teoria da Epistemologia Genética, que compreende que os conhecimentos não devem ser acumulados ou empilhados, mas sim, um estado de equilíbrio, em que no transcurso dos quais os conhecimentos anteriores são questionados. Piaget (1975) aponta que o estado de conhecimento é uma fase de reorganização, em que novos saberes são integrados ao antigo e, às vezes, modificados.

Outro ponto a considerar é que Piaget destaca o papel da ação e das interações na construção dos conceitos, sendo essa ação não apenas aquela exercida pela manipulação de objetos materiais e concretos, mas de uma ação mental, problematizada, que supõe uma ideia dialética, ou seja, “pensamento-ação”. Nessa questão, é importante sublinhar o papel da “antecipação”, sendo a tarefa matemática de elaboração de estratégia, procedimento que permite ao sujeito antecipar o resultado de uma ação ainda não realizada ou não atual.

Piaget (1951) destaca que nenhuma ação pode ser realizada sem que antes tenha se tornado possível na mente do sujeito. Ou seja, no processo de tentativa para encontrar respostas, os sujeitos podem ampliar as estruturas cognitivas, transformando-as, tomando consciência e ampliando os níveis de possíveis.

Desse modo, o que dá sentido para o problema são os desafios que se lançam a resolver e a construção do conhecimento acontece como resultado das interações que os sujeitos e objetos realizam, não apenas pela presença das estruturas inatas e experiências do meio (Charnay, 1996). Quando um objeto apresenta resistência ao sujeito, demanda uma adaptação, que modifica, transforma e elabora novas ferramentas, que são resultados de conflitos cognitivos.

Assim, ao resolver problemas, compreendidos como obstáculo cognitivos a serem superados, e não apenas enunciado-pergunta que requer uma resposta, é possível observar nas manifestações e comportamentos apresentados por estudantes os mecanismos cognitivos engendrados na construção do pensamento e na resolução dos conflitos, que são informações importantíssimas ao professor, dando a ele condições de perceber condições do pensamento dos sujeitos e propostas de intervenção mais objetiva e qualificada.

No capítulo seguinte “Método”, serão apresentados a tipologia da pesquisa do trabalho, bem como os fundamentos e o percurso metodológico.

4 MÉTODO

Este capítulo apresenta os aspectos metodológicos percorridos na pesquisa, desde o seu planejamento até a coleta e análise dos dados.

4.1 Fundamentos Teórico-Metodológicos Da Pesquisa

A escolha do objeto e do método está intimamente ligada à maneira como se compreende o mundo, ou seja, qual a concepção se tem de ser humano; o que é e o que não é a realidade; como se concebe a sociedade. Ao responder tais questões, são estabelecidos posicionamentos políticos, teóricos e filosóficos (Freitas, 2019). O compromisso epistemológico contido em cada teoria do conhecimento reflete maneiras de entender o ser humano e desenvolver práticas que promovam ou não mudanças.

Na busca em outorgar significados às coisas exteriores, bem como as relações sujeito-mundo, especialmente no campo da psicologia, a Fenomenologia surge como método e caminho a ser percorrido abarcando questões sobre os problemas que envolvem o homem e sua existência (Freitas, 2019). A pesquisa fenomenológica surge, então, como movimento do homem na tentativa de explicar o mundo, a si próprio e a sua existência.

Husserl (1980) entende que não há fatos, e sim, fenômenos, uma vez que o mundo percebido pelo indivíduo é o mundo fenomenológico, ou seja, o mundo para ele. Nesse sentido, não há “fatos puros”, mas significações que o indivíduo imprime do mundo, de modo que o mundo real é o mundo que se aprende (Losada, 1997).

A Fenomenologia surge para superar a dicotomia que se apresenta ao conceber a realidade, separando o sujeito da realidade, ao buscar uma estreita relação entre ambos, mediado pela consciência (Freitas, 2019). Ao romper com esse paradigma que separa sujeito e o ambiente, que também marcou uma crise na ciência e na Psicologia, a Fenomenologia se contrapõe ao empirismo, que reduz a consciência como mero reflexo do mundo, ao mesmo tempo que se contrapõe ao idealismo, que reduz o mundo a uma construção do sujeito, ignorando as estruturas do organismo (Losada, 1997).

Ao propor um novo olhar para o ser humano enquanto sujeito da pesquisa e não uma relação distanciada entre pesquisador e pesquisado, a Fenomenologia busca compreender a relação desses sujeitos no mundo de maneira intersubjetiva com o contexto social, contribuindo, de forma ética e significativa em pesquisas que envolvem seres humanos (Freitas, 2019).

As pesquisas qualitativas vêm se estabelecendo no campo das ciências humanas, especialmente na psicologia, buscando compreender os objetos de pesquisa e as relações entre os conhecimentos e a prática, já que estes se interligam por meio de estratégias indutivas na tentativa de testar teorias em contextos sociais que são estudados (Flick, 2004). Assim, a pesquisa qualitativa se desenvolve no estudo dos significados subjetivos da experiência e da prática cotidiana.

No campo educacional, as pesquisas qualitativas se configuraram a partir da década de 1970, uma vez que as concepções epistemológicas de interpretar a realidade se tornaram distorcidas pelos métodos quantitativos e suas metodologias para interpretar a realidade (Zanette, 2017). A concepção positivista tradicional de interpretar dados tem o foco na objetividade, quantificação, eliminando a subjetividade do pesquisador, o que não responde as demandas complexas em explicitar o fenômeno escola.

Tais modificações se tornaram necessárias não apenas pelas críticas filosóficas, políticas e técnicas, mas pelas exigências de outros campos das esferas governamentais e técnicas que instigaram as práticas de pesquisa e investigação para a promoção de ações para a intervenção na realidade (Silva, 2009). O movimento histórico da pesquisa qualitativa no Brasil, especialmente no campo educacional, vem buscar credibilidade e rigor no exercício de refletir sobre a produção de conhecimentos considerando as “múltiplas variáveis e influências externas e internas da própria realidade” (Zanette, 2017, p. 159).

Por esta razão, a pesquisa qualitativa trouxe inúmeras contribuições e avanços para o saber na dinâmica educacional, reconfigurando a compreensão de aprendizagem, a compreensão histórica e cultural que tornara a educação mais acessível, digna para todos, além de sobrelevar a importância da instituição escolar (Zanette, 2017). Assim, as pesquisas de cunho qualitativo são ricas em pormenores descritos, o que torna complexo o tratamento estatístico.

Bodgan e Biklen (1994) destacam que investigar qualitativamente um fenômeno, a ênfase se encontra na compreensão dos comportamentos como base da investigação, conferindo à subjetividade um papel fundamental no processo analítico.

Flick (2004) aponta que o objeto em estudo é o fator determinante para a escolha de um método, e não o contrário, de modo que os objetos de estudos se dão em práticas e interações dos sujeitos com a vida cotidiana. Para o autor, a pesquisa qualitativa considera que pontos de vista e práticas são diferentes e diversas, pois são relacionadas aos ambientes sociais e às perspectivas subjetivas. A pesquisa acadêmica em Educação se depara com a necessidade de conhecer e discutir caminhos para percorrer, a fim de transformar fenômenos em objeto de investigação e pesquisa (Zanette, 2017).

4.2 Tipologia da Pesquisa

Pesquisa de abordagem qualitativa fenomenológica na modalidade de estudo descritivo exploratório, com base no método clínico-crítico piagetiano, pois tem como objetivo observar as características que são atribuídas à realidade física e mental nas representações do mundo dos sujeitos (Delval, 2002). O método clínico-crítico se estabelece no campo da Psicologia Experimental, com destaque às situações problematizadoras nas quais o pensamento do sujeito é colocado em ação.

Os estudos utilizam a linguagem para capturar o pensamento do participante, mas apoiam-se essencialmente na atividade que o sujeito realiza. A linguagem é utilizada para instruir o sujeito sobre o que deve fazer, solicitar que explique o que faz e o porquê faz, questionar o que o participante está realizando, o que permitirá ao pesquisador obter dados e formular hipóteses para além do que ele observa como pesquisador acerca da ação do participante, sobre a organização, funcionamento e curso do pensamento do sujeito (Delval, 2002).

Para o autor supracitado, o método clínico consiste em:

> [...] um procedimento para investigar como as crianças pensam, percebem, agem e sentem, que procura descobrir o que não é evidente no que os sujeitos fazem ou dizem, o que está por trás da aparência de sua conduta, seja em ações ou palavras (p. 67).

A utilização do método clínico baseia-se no pressuposto de que os sujeitos apresentam uma estrutura de pensamento coerente que possibilita construir representações da realidade e revelá-las durante a entrevista ou no curso de suas ações (Delval, 2002). Cabe destacar que, ao estudar o sujeito, é preciso compreendê-lo como único, ou seja, um sujeito epistêmico que constrói e produz conhecimento, e, por isso, é imprescindível suscitar a ação do sujeito e ouvi-lo explicar como pensou, justificando suas escolhas e procedimentos.

O sujeito tem uma concepção de mundo que muitas vezes se encontra implícita, inconsciente, da qual se vale para gerar explicações e para encarar um problema concreto. Assim, à medida que o sujeito vai dando explicações, o experimentador procura conhecer ao máximo as razões do sujeito, sobretudo provando por meio de outras situações que podem esclarecer, completar ou contradizer as explicações que o sujeito lhe dá (Delval, 2002).

O método clínico-crítico piagetiano é caracterizado por dilemas ou histórias hipotéticas e questões abertas listadas em protocolo flexível, de modo que possibilitem ao entrevistador intervir sistematicamente com perguntas adicionais, devido ao objetivo de compreender e acompanhar o entrevistado em seu modo de pensar, perceber, agir e sentir (Peralta, 2017, Delval, 2002).

4.2.1 Percurso Metodológico

O campo de desenvolvimento da pesquisa foi uma escola municipal situada no Norte do Paraná, que oferta ensino fundamental, caracterizada como instituição básica do sistema escolar, como uma organização educativa que desempenha tarefas sociais e éticas com objetivos políticos e educacionais (Libâneo, 2013). A escolha foi motivada pelo critério de conveniência para o pesquisador. Após a assinatura do termo de instituição coparticipante pela direção da instituição de ensino, autorizando e concordando com a presença do pesquisador na escola, a pesquisa teve o seu início e desenvolvimento.

Os estudantes dos 5° anos do ensino fundamental foram convidados para participarem da pesquisa. Nesta altura do processo de escolarização, os alunos já haviam tido contato com o conteúdo matemático de Probabilidade, desde anos anteriores. Para aqueles que demonstraram interesse em colaborar, foi entregue o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para ser assinado pelos pais ou responsáveis, uma vez que são menores de idade. A escola possuía duas turmas de 5° ano, uma funcionando de manhã, composta por 21 alunos matriculados, e a outra, à tarde, composta por 18 alunos matriculados. Somente dez estudantes do período da manhã se interessaram em participar da pesquisa e trouxeram o TCLE com a devida autorização do responsável. Todos os alunos do período vespertino aderiram a participação na pesquisa e trouxeram o TCLE assinado por seus pais ou responsáveis. Por essa razão, a direção da escola solicitou que a coleta de dados (intervenção pedagógica) fosse realizada com esta turma, especialmente porque facilitaria a organização da escola e da professora para as atividades. Em respeito aos dez estudantes do período matutino que se interessaram pelo estudo, o pesquisador acordou com a escola que a aplicação da primeira etapa do estudo ocorresse com os 28 estudantes.

O critério de inclusão foi o aceite do estudante e de seus responsáveis para participarem de todas as atividades que envolviam a pesquisa, mediante a entrega do TCLE e do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), ambos dando autorização para a utilização dos dados coletados durante a pesquisa e sua divulgação de modo acadêmico-científico.

Como critérios de exclusão foram adotados a retirada do consentimento por parte dos pais, orientação e disponibilidade da escola para que a pesquisa fosse centrada na turma da tarde e iniciativa própria do estudante.

Quanto à organização textual, com o intuito de possibilitar ao leitor uma visão integrada das etapas percorridas nesta pesquisa, os resultados serão apresentados por instrumentos. Deste modo, serão apresentados subitens que agrupam as descrições, os procedimentos e os resultados encontrados em cada um dos instrumentos da coleta dos dados.

4.2.2 Procedimento de Coleta

Os dados foram gerados durante o ano de 2022. Uma sala de aula que era utilizada para “reforço escolar”, em contraturno, foi disponibilizada, pois não era utilizada todos os dias. Os alunos participantes eram sempre liberados da aula durante o período de aplicação da prova operatória e seguiam o pesquisador para esse espaço destinado. Esse processo levou aproximadamente 5 meses, com início em maio de 2022 e término em setembro do mesmo ano. Todas aplicações das provas operatórias foram gravadas e transcritas pelo pesquisador, a fim de compor a amostra para análise dos dados. Essa atividade de geração dos dados na primeira etapa resultou em 8 horas e 50 minutos de gravação.

Na segunda etapa da pesquisa, ocorreu a intervenção pedagógica que foi organizada em cinco seções de aproximadamente 2 horas cada encontro. Os cinco encontros da intervenção também foram filmados e transcritos, totalizando aproximadamente 9 horas de vídeo.

Foram utilizadas como instrumentos para a coleta de dados, as provas operatórias: "O Recorte de um Quadrado" (Piaget, 1986) e "Tirar a sorte por pares" (Piaget, 1951), que tiveram como objetivo perceber as estruturas do pensamento quanto a noção do conceito de probabilidade e níveis do desenvolvimento do mecanismo do Possível nos sujeitos participantes.

Assim, participaram da prova "O recorte de um quadrado" 28 sujeitos (10 alunos matriculados no período matutino e 18 do período vespertino). Dezoito sujeitos participaram da prova "Tirar a Sorte por pares" e da intervenção pedagógica, ou seja, os estudantes matriculados no período vespertino.

A aplicação das provas operatórias foi realizada com todos os alunos que se dispuseram a participar da pesquisa de maneira individual, mediante a gravação e filmagem do participante durante a realização das atividades.

O Quadro 2 apresenta as sessões de intervenção que foram realizadas durante o processo de geração de dados.

Quadro 2 – Intervenções

INTERVENÇÃO	
SESSÃO I	Abordagem da metodologia de resolução de problemas; apresentação do jogo Senha.
SESSÃO II	Resolução de problemas matemáticos. Jogar Senha.
SESSÃO III	Jogo Senha e Apresentação das regras do Sudoku.
SESSÃO IV	Jogar Sudoku.
SESSÃO V	Jogo Sudoku.

Fonte: Elaborado para a pesquisa (2023).

4.2.3 Considerações Éticas

A presente pesquisa teve aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Londrina (CEP/UEL), por meio do Parecer n. 4.434.979, do dia 02 de dezembro de 2020. Buscou respaldo nas recomendações éticas presentes na Resolução n. 466, de 12 de dezembro de 2012, e normas complementares (Universidade, 2012).

A Declaração de Concordância de Instituição Coparticipante foi solicitada à direção da instituição de ensino selecionada para a pesquisa, conforme modelo fornecido pelo CEP/UEL. As autorizações dos participantes menores idade ou responsáveis pelos menores de idade, por meio de Termos de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) atende e respeita os direitos previstos no Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), Lei Federal n. 8069, de 13 de julho de 1990 (Brasil, 2005).

5 INSTRUMENTOS, PROCEDIMENTOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 ANÁLISE DAS PROVAS OPERATÓRIAS

A apresentação dos resultados segue a ordem de aplicação e foi organizada de modo a favorecer que o leitor acompanhe a trajetória da pesquisa. Vale ressaltar que o item, a seguir, descreve os dados selecionados para responder ao primeiro objetivo específico que foi: 1) reconhecer relações entre a criatividade lógica e a compreensão de probabilidade à luz da Epistemologia Genética. Para tal, a primeira etapa da pesquisa contou com duas provas operatórias elaboradas por Piaget (1985), segundo a qual o participante é questionado sobre sua ação, é convidado a expressar como pensou em cada etapa da resolução da atividade proposta e é confrontado com possibilidades de resolução diferentes daquela que adotou, solicitando que pense sobre proposta diferente da sua.

5.2 CRIATIVIDADE LÓGICA DOS ESTUDANTES DO 5° ANO: PROVA DO QUADRADO

5.2.1 Instrumento e Procedimento de Análise

A utilização da prova “O recorte de um quadrado” (Piaget, 1986) tem como objetivo compreender os níveis do pensamento dos sujeitos, relacionados à construção do mecanismo dos Possíveis. O protocolo da prova operatória elaborada encontra-se no Apêndice A.

Participaram desta prova 28 sujeitos com idades entre nove anos e oito meses a doze anos e três meses. A prova “Recorte de um quadrado” foi organizada em três momentos: recortes livres; recorte em dois pedaços e divisão em três. Cada etapa será analisada, seguindo a ordem proposta por Piaget (1985).

Os níveis de classificação de respostas dos participantes estão relacionados à construção de possíveis e noções do pensamento probabilístico, de acordo com o protocolo próprio (Piaget, 1951; 1985). Em toda análise dos dados, foram suprimidos do texto o nome dos participantes da pesquisa, a fim de preservar o sigilo. Desse modo, foram identificados como letras iniciais do respectivo nome, seguido da idade, por exemplo: ANL (9:8) (nove anos e oito meses). A nomenclatura utilizada corresponde as letras iniciais do nome dos sujeitos participantes.

Na prova “O Recorte de um Quadrado”, cada participante recebe dois quadrados: um branco e outro laranja, com o propósito de utilizá-los para realizar as proposições dadas pelo pesquisador. Inicialmente, os alunos devem comparar os dois quadrados e identificar as semelhanças e as diferenças, de modo que percebam atributos como tamanho, cor, forma. Na sequência, é pedido que recortem o quadrado branco de maneira livre, ou seja, sem que tenham tido nenhuma especificação por parte do pesquisador.

Nesta etapa, o pesquisador considerou as respostas em nível IA aquelas em que os sujeitos assimilaram uma parte de um conjunto restrito, de modo que não compreenderam o quadrado em sua totalidade, após recortá-lo. A característica do pensamento encontrada neste nível revelou que a ação de recortar um quadrado com a tesoura não significou reparti-lo, visto que a reunião das partes sobre o quadrado laranja não equivaleu ao todo inicial. Para Piaget (1985), esses comportamentos demonstram que o ato de recortar o quadrado consiste na produção de pedaços com significados em si mesmo, sem indícios de uma conservação do todo inicial.

Já no grupo IB, as reações se apresentaram de maneira intermediária e combinada, não anulando as precedentes; porém, abrindo para um novo possível, considerando o recorte como parte, embora contado apenas como um pedaço do todo, sem fazer relações parte-todo. Ainda neste nível, os sujeitos, ainda que tivessem recortado em diferentes configurações, negligenciaram o resto. Há uma tendência nascente para reconhecer os restos como pedaços, o que anuncia o surgimento de um novo possível, identificando a sobra como uma parte.

Em ambos os níveis (I A e B) foram possíveis notar que a abertura para um novo possível acontece de maneira tardia, ao se fazer divisão das partes e fazer relações entre as partes e o todo. Tais níveis são marcados pela construção de formas empíricas, representações de objetos quaisquer.

Ao chegarem ao nível II, os comportamentos foram caracterizados pelos procedimentos da divisão, sendo que os sujeitos partiram da totalidade para chegar às partes. Assim, acumularam variações inicialmente simétricas e, aos poucos, foram se tornando assimétricas. O nível III apresentou multiplicidade de divisões de maneiras distintas e prolongáveis.

No segundo momento da prova “Recorte de um Quadrado”, o pesquisador pede aos sujeitos que dividam o quadrado branco em duas partes, inicialmente de maneira livre, seguido de duas partes iguais, tendo por objetivo analisar o procedimento da divisão, e não apenas os cortes (Piaget, 1985). Outrossim, no terceiro e último momento, os sujeitos recebem um quadrado branco e o pesquisador solicita que o recorte em três partes, primeiramente de forma livre, seguido de três partes iguais (Piaget, 1985).

O Quadro 12 exibe a organização dos níveis propostos por Piaget (1985) nos diferentes momentos da prova, ou seja, recortes livres, recorte em dois e recorte em três partes.

Quadro 3 – Níveis de evolução de Possíveis na prova “O Recorte de um Quadrado”

Recortes Livre	
Nível	**Características**
IA	O sujeito apresenta dificuldade de inclusão lógica. O recorte do quadrado não tem relação com o todo. Considera uma parte do quadrado apenas a que foi cortada e o restante é considerado resto, “não sendo nada”.
IB	Reações intermediárias e combinadas. Algumas são iguais ao nível anterior, porém, “começam a abrir-se para um novo possível: o recorte como parte” (Piaget, 1985, p. 39).
II	Começa a utilizar procedimentos de divisão e não mais de fragmentos. As primeiras divisões são simétricas, e, aos poucos, tornam-se assimétricas.
III	Descoberta de variações prolongadas indefinidamente.
Divisão em Dois	
Nível	**Características**
IA	Caracteriza-se pelo destaque de fragmentos inutilizáveis (restos não quantificáveis).
IB	Conta o resto como pedaço válido para a divisão em duas partes.
IIA	Faz divisão por meio de cortes retilíneos, passando somente pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal).
IIB	Inicia pelos cortes retilíneos, passando pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal), mas logo passam para outras formas. Todas as vezes conta duas partes, considerando o resto.
III	Faz uso de vários tipos de recortes, sem passar necessariamente pelo eixo de simetria.
Divisão em Três	
Nível	**Características**
IA	Caracteriza-se pelo destaque de fragmentos inutilizáveis (restos não quantificáveis).
IB	Conta o resto como pedaço válido para a divisão em três partes.
IIA	Faz divisão por meio de cortes retilíneos, passando somente pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal).
IIB	Inicia pelos cortes retilíneos, passando pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal), mas logo passa para outras formas. Todas as vezes conta duas partes considerando o resto.
III	Faz uso de vários tipos de recortes, sem passar necessariamente pelo eixo de simetria.

Fonte: Elaborado para a pesquisa (2023).

Estes níveis foram organizados em forma de quadro, a fim de facilitar a compreensão do leitor ao acompanhar a análise dos dados.

A análise desta prova foi submetida à avaliação de um júri, composto por cinco pesquisadoras, estudiosas da teoria piagetiana. Elas assistiram às gravações e analisaram o protocolo de resposta dos participantes, a fim de garantirem maior segurança na classificação dos níveis. Assim, os dados foram observados cuidadosamente, foram repensados e foram discutidos para chegarmos nesta proposição.

5.2.2 Resultado e Discussão

5.2.2.1 Primeiro momento: recortes livres

O Quadro 4 apresenta uma síntese dos níveis de avaliação das respostas que os participantes apresentaram. O referido quadro também revela o panorama da amostra quanto aos níveis.

Quadro 4 – Recortes Livres

Nível	Característica	Quantidade de sujeitos	Participantes
IA	O sujeito apresenta dificuldade de inclusão lógica. O recorte do quadrado não tem relação com o todo. Considera uma parte do quadrado apenas a que foi cortada e o restante é considerado resto, “não sendo nada”.	12	LIB(10:1); VIN(10:5); CRI(12:0); LIV(10:5); RAI(10:3); LOR(10:2); LUC(10:9); ANJ(10:6), EMA(10:5); STE (10:3); MAV(10:6); ANL (9:8).
IB	Reações intermediárias e combinadas. Algumas são iguais ao nível anterior, porém, “começam a abrir-se para um novo possível: o recorte como parte” (Piaget, 1985, p. 39).	7	ANC (10:3); NAT (10:2); RAF (10:1); JOA (11:6); RAFF (10:7); JOR (10:7); NTH (10:3).
IIA	Começam a utilizar procedimentos de divisão e não mais de fragmentos. As primeiras divisões são simétricas e, aos poucos, tornam-se assimétricas.	9	SOF (10:9); DAN (10:6); ELO (10:3); PAL (10:8); FEL (10:9); RAP (10:6); MIG (10:7); MAN (10:9); MAR (10:5).
III	Descoberta de variações prolongadas indefinidamente.	0	-

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Em nível IA, 12 sujeitos apresentaram dificuldades em fazer relações entre as partes e o todo. Destacamos um dos protocolos para exemplificar esse nível. A participante ANL (9:8), após recortar o quadrado branco de forma livre, não conseguia cobrir com ele o quadrado laranja, conforme solicitado pelo pesquisador (P). Mesmo diante de questionamentos do pesquisador, demonstrou ausência do pensamento reversível e conservação de área, que são construções que permitem estabelecer as relações existentes entre as partes e o todo. O fragmento da conversa retrata a situação:

> P: Por que você acha que não dá? Quando você junta essas partes para cobrir aqui, não dá?
> ANL (9:8): Cobre bem pouco, mas ainda fica sobrando alguns espaços.
> P: E se colocar tudo bem certinho, bem juntinho, consegue ou não?
> ANL (9:8): Não consigo, ele foi cortado.
> P: Não existem outras maneiras para conseguirmos cobrir o quadrado laranja? Pensa bem.
> ANL (9:8): Depois que corta, não tem jeito, fica sempre faltando.
> P: Quer tentar novamente, para você ter certeza?
> ANL (9:8): Eu já tentei, não dá pra fazer isso, estragou o papel.

Em uma situação semelhante, quando questionada pelo pesquisador, ANJ (10:6) responde:

> P: Pegue a tesoura e recorte o papel branco do jeito que você quiser. Você pode fazer isso, por favor?
> ANJ (10:6): Sim. (A participante, nesse momento, recorta em várias tirinhas).
> P: O que você fez? Você pode me explicar?
> ANJ (10:6): Eu fiz vários palitinhos.
> P: Você consegue cobrir o quadrado laranja?
> ANJ (10:6): Não dá. Acho que não.
> P: Por quê?
> ANJ (10:6): Porque agora eu recortei tudo, estragou.
> P: Você pode tentar? (A aluna tenta juntar os pedaços, mas não os coloca de modo que cubra o quadrado branco).
> ANJ (10:6): Não dá, está tudo cortado.
> P: Outra criança que participou comigo desta atividade conseguiu cobrir o quadrado laranja após recortar, o que você acha?
> ANJ (10:6): Eu acho que ela recortou diferente de mim.
> P: Então você acha que tem outras maneiras de recortar? Você pode recortar de outro jeito? (Entrega outro quadrado branco para a participante).
> ANJ (10:6): Sim. Eu posso tentar. (Recortou utilizando linhas retas).
> P: E agora, o que você fez?
> ANJ (10:6): Eu fiz uma portinha. (Mostrando um recorte retangular no quadrado branco).
> P: E o que você pensou para recortar essa “portinha”?
> ANJ (10:6): Eu pensei que ela fosse de madeira.
> P: É possível cobrir o quadrado laranja agora?
> ANJ (10:6): Não tem mais jeito. Depois que a gente corta, ele fica assim, não é mais o mesmo.

> P: O que acontece?
> ANJ (10:6): Estraga o papel e não dá pra fazer nada.
> P: Você consegue recortar outro quadrado branco de outras formas? O que você acha?
> ANJ (10:6): Dá pra fazer triângulos, retângulos, círculos... Esse aqui é tipo um cubo (mostrando a "portinha"). Eu acho que é isso, não consigo pensar mais.
> P: Outras crianças fizeram outras formas, o que você acha?
> ANJ (10:6): Acho que eles são inteligentes.
> P: Você gostaria de tentar outras maneiras?
> ANJ (10:6): Acho que não. Não consigo pensar outro jeito.
> (O pesquisar entrega outros quadrados brancos para a participante, que recorta um triangulo, um círculo, uma "pipa" e depois diz que não quer mais recortar, porque não consegue pensar outras formas).

Quando o pensamento de uma criança apresenta reversibilidade, consegue estabelecer uma lógica de pensamento que torna possível raciocinar por meio da operação inversa, ou retornar ao ponto de partida. Não tendo a reversibilidade construída, como nos casos demonstrados, suas construções se baseiam apenas na percepção visual que impede a lógica de atuar (Piaget, 1963).

Outra característica presente em sujeitos em nível IA é considerar apenas o que foi cortado, desconsiderando os restos. LIB (10:1) disse sobre os restos que 'Isso é lixo, não podemos usar para nada'.

No nível IB, marcado por pequenas mudanças em relação ao nível anterior, percebe-se uma abertura para um novo possível, ao considerar o recorte como parte. A participante ANC (10:3) recorta o quadrado branco em duas partes, seguindo uma linha mais ou menos simétrica, e continua recortando a parte menor em inúmeros quadrados pequenos: P perguntou: 'O que você recortou?' ANC (10:3) respondeu: 'muitos quadradinhos, parte do quadradão'. Porém, quando questionada sobre a quantidade de partes que repartiu o quadrado, ela respondeu: 'recortei em duas partes só', além de não ver a possibilidade de juntar as partes para cobrir o quadrado laranja.

Quando questionada sobre as sobras do quadrado branco recortado, a participantes RAI (10:3) identifica como partes do todo: 'é parte desse quadrado, parece um negócio de árvore, um tronco e um triângulo'; não ignorando os restos como os participantes que apresentam comportamentos do tipo IA.

Cabe destacar nesses dois níveis, ou seja, IA e IB, que as representações das formas se baseiam em figuras com significados em si mesmos, formas empíricas, como pode ser observado no caso dos sujeitos que recortaram 'coração' (RAF 10:4); 'carrinho' (CRI 12:0); 'círculo, coração, quadrado, triângulo'

(ANJ 10:6); ‘um cubo’ (JOA 10:6); ‘um negócio de árvore, um tronco, um coração [...]’ (RAI10:3); ‘eu recortei um shorts’ (NAT 10:2); ‘um ovo laranja e um ovo branco’ (VIN 10:5); ‘estrelas, quadrados, retângulos’ (ANC 10:3); ‘recortei palitinhos e uma portinha’ (ANJ 10:6); ‘aqui é uma cabeça’ (DAN 10:6); ‘é um campo de futebol’ (FEL10:9); ‘eu vejo a paz, o silêncio’ (LUC 10:9).

Piaget (1926,1982) destaca que conhecer a criança requer ouvi-la, saber como pensa, sendo essa uma maneira de considerá-la a partir da sua perspectiva; contudo, suas reações indicam como constrói representações da realidade à sua volta. Piaget (1926) chama a atenção para a maneira como as crianças respondem quando colocadas diante de um dilema ou situação problema.

As respostas apresentadas, nesse momento de prova, revelam características de fabulação, ou seja, respostas marcadas por invenções, faz de conta, somente para satisfazer o pesquisador, ainda que os alunos dispensem alguma atenção para o que foi proposto (Piaget, 1926).

Este nível I demonstra uma lacuna ou ausência na capacidade de realizar relações entre as partes e o todo, especialmente por uma pseudonecessidade que confere aos “pedaços” um significado autônomo; assim como não considerar os “restos” como pertencentes ao todo, ou seja, sem significado (Piaget, 1985).

No nível IIA, nove participantes apresentaram comportamentos semelhantes. Utilizaram procedimentos de divisão e não mais fragmentos, iniciando os recortes de forma simétrica, que aos poucos foi se tornando assimétrica. ELO (10:3) iniciou o recorte do quadrado branco em várias tiras, mais ou menos simétricas, considerando todas as partes recortadas. Em uma segunda tentativa, observa-se que, além de divisões simétricas, aos poucos os novos recortes se tornaram assimétricos, na tentativa de construir diferentes e inúmeros quadrados.

SOF (10:9), ao ser questionada sobre a possibilidade de cobrir o quadrado laranja, respondeu: “É possível sim”. P, continua: “Porque você acha que foi possível cobrir o laranja?” SOF (10:9) respondeu: “Porque mesmo estando recortado, ele faz parte de toda folha”. O diálogo que demonstrou uma evolução do pensamento lógico.

Após o sujeito recortar o quadrado branco, ocorreu o seguinte diálogo:

> P: Agora você consegue cobrir todo o laranja?
> ELO (10:3): Eu acho que sim, mas é um pouco difícil.
> P: Me explica como pode ser feito?
> ELO (10:3): Antes de recortar, era do mesmo tamanho; daí eu cortei, mas se juntar tudo, eu acho que dá.
> P: Por que você pensa assim?
> ELO (10:3): Porque se juntar tudo, colar certinho, volta a ser como antes, então é possível.
> P: Você gostaria de tentar?
> ELO (10:3): Não, mas eu sei que dá, porque é o mesmo papel de antes, só que agora recortado.

A presença do pensamento reversível marca a evolução da lógica cognitiva, o que foi possível observar em tais participantes de nível IIA; contudo, a limitação de pensamento que faz com que permaneçam ainda no nível IIA, é o fato de que limitam as possibilidades a apenas formas simétricas, não abrindo para outras possibilidades de recorte.

O próximo diálogo mostra que FEL (10:9) dobrou o quadrado branco em sua diagonal e o recortou de maneira simétrica, formando dois triângulos.

> FEL (10:9): Pode dobrar?
> P: Fique à vontade, do jeito que você quiser.
> FEL (10:9): Aí, pronto.
> P: O que você pensou quando você recortou?
> FEL (10:9): Dois triângulos.
> P: E agora, você consegue cobrir o laranja?
> FEL (10:9): Se juntar os dois dá, porque forma o mesmo quadrado que estava antes.
> P: Como você tem certeza disso?
> FEL (10:9): Olha aqui (mostra juntando as partes novamente). É só juntar que vira o mesmo de antes. Então dá.

Após recortar o quadrado branco em distintas e indefinidas partes, PAL (10:8) afirma a possibilidade de compor o quadrado novamente: ‘Porque eu recortei de forma igual. Se eu juntar todas as partes, dá para formar de novo e voltar a ser um quadrado’.

A participante MAN (10:9) recorta as laterais do quadrado branco e estabelece a relação parte-todo, quando solicitada pelo pesquisador, afirmando que pode recortar de diferentes formas.

> P: Quantas maneiras você acha que é possível recortar?
> MAN (10:9): Milhões.
> P: Milhões? Por que você pensou em milhões?
> MAN (10:9): Ah! Porque se você tiver muita criatividade, você faz uma estrela, coração, quadrado, retângulo, muitas maneiras, nem sei quantas.
> P: E quantas você consegue recortar?
> MAN (10:9): Ah! Eu consigo muitas, mas eu vou cansar.
> P: Cansar por quê?

> MAN (10:9): Porque eu vou ficar aqui o dia inteiro. Tem muitas maneiras de recortar, eu não consigo falar quantas.

A participante evidencia que há muitas maneiras para recortar o quadrado branco, mas quando o pesquisador pede para ela demonstrar, suas condutas revelam a necessidade de responder a uma figura pré-estabelecida, como, um quadrado ou um retângulo, não indistintas formas como menciona, fator que caracteriza um nível III desta prova.

> P: É possível cobrir novamente o quadrado laranja?
> NAT (10:2): Dá, porque se eu juntar tudo dá o mesmo quadrado, a mesma peça de antes.
> P: O que você pensou quando recortou em 10 partes?
> NAT (10:2): Eu pensei que poderia recortar em quantas partes eu quisesse.
> P: E o que você fez?
> NAT (10:2): Eu recortei assim, não tinha uma regra, era só recortar.
> P: Você acha que existem outras maneiras?
> NAT (10:2): Com certeza, eu só fiz essa porque foi o que consegui na hora. Mas dá pra recortar de muitas maneiras.
> P: Quantas maneiras você acha que dá pra recortar?
> NAT (10:2): Assim? De qualquer jeito?
> P: Isso, recortar de forma livre?
> NAT (10:2): Olha, eu não sei, acho que não dá nem pra contar, cada um recorta de um jeito; então, muitas maneiras, muitas mesmo.

MAR (10:5) inicia recortando de forma retilínea, estabelecendo relações simétricas como: recorta o quadrado ao meio; na diagonal; nas pontas, em quatro partes e depois em distintas maneiras. Quando é questionada sobre quantas outras maneiras podem ser feitas, destaca que:

> MAR (10:5): É só você recortar de várias formas, vários jeitos. Depende de quanto você quer, vai cortando até cansar, tem vários jeitos de recortar.
> P: Vários jeitos? Você acha que existem outras maneiras, além dessa que você recortou?
> MAR (10:5): Com certeza, existem muitas, muitas mesmo. Não sei quantas, mas daria pra ficar aqui o dia todo cortando.
> P: E o que você acha disso?
> MAR (10:5): Eu acho meio sem sentido. Por que vou ficar recortando o quadrado?
> P: Eu só quero entender o que você está pensando, quantas maneiras existem de se recortar esse quadrado.
> MAR (10:5): São muitas mesmo, é isso que eu penso.
> P: Você pode demonstrar mais uma vez?
> MAR (10:5): Posso. (A participante recorta novamente, em diferentes partes menores, mas perpassa a linha da diagonal, vertical).

Mesmo que aberto ao novo possível, a participante, ao recortar o quadrado branco, se apoia na necessidade de passar pelas diagonais, estabelecendo simetrias e cortes retilíneos. A ausência de nível III encontra-se pela limitação em realizar recortes prolongados e indistintos, limitado pela necessidade de iniciar os recortes obedecendo os eixos simétricos.

5.2.2.2 Divisão em dois

Nesta etapa, foi solicitado que o sujeito recortasse o quadrado branco como quisesse; contudo, no final, deveria ter em mãos “dois pedaços”, sugerindo uma divisão e não um corte de maneira aleatória. Posteriormente, foi pedido que recortasse o quadrado em duas partes iguais. Os procedimentos adotados tinham finalidade determinada e não eram livres, diferente da primeira situação (Piaget, 1985).

Do mesmo modo, é importante apresentar o Quadro 5 com os níveis de evolução de possíveis nesta etapa da prova operatória.

Quadro 5 – Evolução dos níveis de possíveis – Divisão em dois

Nível	Características	Quantidade de sujeitos	Participantes
IA	Caracteriza-se pelo destaque de fragmentos inutilizáveis (restos não quantificáveis).	8	VIN (10:5); LIV (10:5); ANJ (10:6); RAI (10:3); EMA (10:5), STE (10:3); MAV (10:6); LIB (10:1).
IB	Contam o resto como pedaço válido para a divisão em duas partes.	4	JOR (10:7); NTH (10:3); JOA (11:6); ELO (10:3).
IIA	Fazem divisões por meio de cortes retilíneos, passando somente pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal).	16	PAU (10:8); NAT (10:2); SOF (10:9); RAF (10:1); CRI (12:0); ANC (10:3); LOR (10:2); RAFF (10:7); LUC (10:9); RAP (10:6); MIG (10:7); MAN (10:9); MAR (10:5); ANL (9:8); DAN (10:6); FEL (10:9).
IIB	Iniciam pelos cortes retilíneos, passando pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal), mas logo	0	-

	passam para outras formas. Todas as vezes contam duas partes, considerando o resto.		
III	Fazem uso de vários tipos de recortes, sem passar necessariamente pelo eixo de simetria.	0	-

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Após a análise minuciosa dos vídeos com os alunos participantes da pesquisa, oito demonstraram características próximas ao nível IA nesta etapa da prova. Quando o pesquisar solicitou que recortassem o quadrado em duas partes e, depois, em duas partes iguais, RAI (10:3) recortou fragmentos inutilizáveis, ora chamando de coelho, ora de maçã, não qualificando e não considerando como resto os pedaços que sobraram do papel, após o recorte.

Quando questionada sobre outras maneiras para recortar, seu pensamento fica preso às figuras, repetindo a necessidade de representar algum animal ou objeto, como pode ser observado no fragmento:

> P: Explica pra mim o que você pensou ao recortar em duas partes esse quadrado.
> RAI (10:3): Eu tentei fazer duas figuras de formas diferentes, mas ficou pequeno.
> P: O que é isso aqui? (apontando para o resto, a parte que sobrou do papel).
> RAI (10:3): Esse aqui é um quadrado, um retângulo. Esse é um retângulo, esse outro é um retângulo também.
> P: Se eu te der mais um quadrado branco e falar para você repartir em duas partes iguais, você acha que é possível?
> RAI (10:3): Sim. (A participante recorta, mas não considera a instrução).
> P: O que você fez e pensou?
> RAI (10:3): Pensei numa árvore.
> P: Uma árvore. Ficaram duas partes iguais?
> RAI (10:3): Não, ficou diferente.
> P: Mas e o que era para fazer?
> RAI (10:3): Fazer igual. Posso tentar outra vez?
> P: Sim, claro.
> RAI (10:3): Eu recortei isso. (Mostrou dois quadrados pequenos).
> P: O que é isso? (As sobras dos papeis).
> RAI (10:3): Pode jogar fora.
> P: É possível cobrir o quadrado laranja?
> RAI (10:3): Agora?
> P: Isso.
> P: Não. Está tudo recortado. Não dá pra fazer mais nada.

Em nível IIA, 16 participantes realizaram divisões utilizando cortes retilíneos considerando, necessariamente, os eixos de simetria, como, horizontal, vertical e diagonal. ANL (10:6) iniciou a atividade fazendo cortes retilíneos, demarcando a diagonal e a horizontal. Quando o pesquisador contra-argumentou, solicitando que pensasse em outras formas para recortar o quadrado branco em duas partes, obteve como resposta: ‘Eu acho que é impossível’.

Semelhantemente, RAF (10:1) destacou a impossibilidade de recortar de outras maneiras o quadrado branco, sem que considerasse os eixos simétricos, como a diagonal e a horizontal.

> P: Você consegue pensar em outras maneiras de recortar esse quadrado branco em duas partes?
> RAF (10:1): Eu não consigo pensar, eu acho que é impossível.
> P: Outra criança conseguiu recortar de outras formas. O que você acha que ela fez?
> RAF (10:1): Nossa, é muito difícil.
> P: Pensa um pouquinho... Como você acha que ela recortou diferente dessa maneira que você me apresentou agora?
> RAF (10:1): Eu acho que eu não consigo.
> P: Você gostaria de tentar? (A participante pega o quadrado, olha, vira, dobra, observa).
> RAF (10:1): Não tem como. Se tiver, eu não sei mesmo.

Em nível IB, representado pelo nível de possível analógico menos elementar, os sujeitos começaram a considerar os restos como parte dos recortes, quantificando, quando solicitados, para recortar em duas partes. JOR (10:7), NTH (10:3), JOA (11:6) e ELO (10:3) apresentaram tal conduta.

CRI (12:0) recortou o quadrado branco de diferentes maneiras, porém, sempre limitado aos eixos de simetria, o que não permitiu que avançasse pensar outras possibilidades além das que perpassavam as diagonais.

> P: De quantas maneiras você pode recortar esse quadrado em duas partes?
> CRI (12:0): Eu posso fazer um zigue zague, um raio, posso rasgar ao meio, dois retângulos, dois triângulos... Existem infinitas maneiras de dividir em dois.
> P: Infinitas maneiras? O que significa isso?
> CRI (12:0): Que depende da minha criatividade. Se eu quiser, posso fazer muitas formas diferentes, muitas mesmo.
> P: Você pode me mostrar?
> CRI (12:0): Posso, mas vai demorar, porque posso ficar o dia inteiro aqui recortando diferentes maneiras, e acho que não vai acabar.
> P: O que você fez? (O participante dobrou o papel ao meio, demarcando a linha vertical).
> CRI (10:2): Eu tentei pensar em outra coisa, mas acho que não consegui.
> P: Tenta outra vez.
> CRI (12:0): (Dobra o papel em diagonal para pensar em outras maneiras de cortar).
> P: Por que você dobrou o papel?
> CRI (12:0): Pra fazer a outra parte igual.

Apesar de dizer que conseguiria recortar em infinitas partes, CRI (12:0) não conseguiu recortar de outras maneiras, sem que dobrasse o papel ao meio para demarcar as dimensões simétricas. Essa conduta é retratada pelo nível

IIA, em que os sujeitos não conseguem ver outras possibilidades além daquelas que perpassam os eixos de simetria, assim como os outros sujeitos.

Mesmo que os alunos verbalizassem que poderiam recortar o quadrado de diferentes formas, não conseguiram demostrar como fazê-lo; portanto, não foram identificadas condutas que evidenciaram características do nível IIB e III.

5.2.2.3 Divisão em três

No terceiro momento, o pesquisador desafiou os sujeitos a dividirem o quadrado branco em três partes, com objetivo de analisar os procedimentos de divisão. O líder da atividade empregou a classificação de Piaget (1985), em cinco diferentes níveis, descritos no Quadro 6.

Quadro 6 – Evolução dos níveis de possíveis – Divisão em Três

Nível	Características	Quantidade de sujeitos	Sujeitos
IA	Caracteriza-se pelo destaque de fragmentos inutilizáveis (restos não quantificáveis).	8	ANJ (10:6); RAI (10:3); EMA (10:5); STE (10:3); MAV (10:6). LIB (10:1) LIV (10:5); VIN (10:5).
IB	Contam o resto como pedaço válido para a divisão em três partes.	4	JOR (10:7); NTH (10:3); JOA (11:6); ELO (10:3).
IIA	Fazem divisões por meio de cortes retilíneos, passando somente pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal).	16	JOA (11:6); ELO (10:3); PAL (10:8); JOR (10:7); NAT (10:2); SOF (10:9); RAF (10:1); ANL (9:8); ANC (10:3); LOR (10:2); RAP (10:6); LUC (10:9); MIG (10:7); MAN (10:9); NTH (10:3); MAR (10:5). DAN (10:6); FEL (10:9); CRI (12:0); RAFF (10:7).
IIB	Iniciam pelos cortes retilíneos, passando pelos eixos de simetria (horizontal, vertical ou diagonal), mas logo passam para outras	0	-

	formas. Todas as vezes contam duas partes, considerando o resto.		
III	Fazem uso de vários tipos de recortes, sem passar necessariamente pelo eixo de simetria.	0	-

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nesta última etapa da prova "O Recorte de um Quadrado", não foram observadas variações nas condutas dos participantes, quando comparadas à etapa anterior. Os participantes, sempre quando solicitados, ficavam dependentes dos eixos simétricos, dado que não revelou abertura para um novo possível. Apesar de apresentarem diferentes arranjos na maneira de recortar, todos ficaram alicerçados a partir dos eixos de simetria (vertical, horizontal, diagonal), ou ainda ficaram preocupados em produzirem objetos, animais, figuras concretas, como, coração, triangulo, retângulos, estrela.

5.3 Tirar a Sorte por Pares

5.3.1 Instrumento e Procedimento de Análise

A formação das operações racionais nas crianças permite uma certa luz sobre a natureza e as condições das gênesis da ideia do acaso e da probabilidade, que não surgem de imediato, uma vez que requerem a percepção da possibilidade de interferência de sequências causais ou mistura de objetos. Piaget (1951) destaca que, antes de tudo, é preciso construir o sistema de sequências e representações das posições e dos deslocamentos.

O estudo do pensamento infantil permite estabelecer o caráter não inato da concepção de acaso e da probabilidade, uma vez que essa formação acontece de forma progressiva do pensamento irreversível para as ações racionais, derivando das ações e estruturadas por um processo de composição reversível (Piaget, 1951).

É importante considerar que a noção do acaso é parte complementar da composição lógica, que não pode ser compreendido antes da constituição das operações reversíveis. A probabilidade, então, consiste na própria mistura e no conjunto das totalidades das combinações possíveis. Para tanto, Piaget (1951) propõe não apenas uma análise teórica deste conceito, mas que os sujeitos presenciem situações que revelem a evolução correlativa das operações de assimilação probabilística do acaso, aos mecanismos combinatórios.

Em seus experimentos, Piaget (1951) identificou etapas importantes deste desenvolvimento: a ideia de mistura combinatória e a quantificação da probabilidade, que revelaram a crescente intervenção de esquemas combinatórios nas reações espontâneas dos sujeitos.

O pesquisador colocou sobre uma mesa “tentos” (bolinhas), nas respectivas quantidades e cores: 15 amarelos, 7 verdes, 3 azuis e 10 vermelhos. Deixou sobre a mesa, igualmente, outras bolinhas, para que o sujeito se lembrasse sem esforço das desigualdades.

Então, colocou a coleção em um saco e sacudiu, para formar uma mistura completa. Solicitou que as crianças mergulhassem a mão no saco e retirassem de lá pares sucessivos. Contudo, antes de retirarem, pediu para que previssem o par mais provável. Os elementos que iam sendo retirados do saco eram colocados sobre a mesa, de forma visível, para que o sujeito observasse o que restava no saco, sem que lhe fosse dada qualquer outra explicação.

Os resultados indicaram a evolução em três estágios:

I - A ausência de probabilidade sistêmica;

II – Início de probabilidades quantificadas e

III – Quantificação de novas possibilidades.

No decurso do estágio I, não houve previsão em função do número das combinações possíveis. No estágio II, os sujeitos apresentaram relações quantitativas, porém, sem calcularem e sem readaptarem as proporções após a extração do número de elementos com o que restava no saco. Já no nível III, a probabilidade foi quantificada em função dos “tentos” restantes.

5.3.2 Resultados e Discussão

Este experimento foi realizado com 18 sujeitos, matriculados na turma de 5° ano, no período vespertino, que se dispuseram e aceitaram o convite do pesquisador. As características deste experimento constam no Quadro 7.

Quadro 7 – Níveis de evolução na prova "Tirar a sorte por pares"

Níveis	Características das condutas	Quantidade de sujeitos	Sujeitos
Nível I	A ausência de probabilidade sistêmica.	6	JOA (10:2); JOR (10:7); ELO (10:3); LUC (10:9); EMA (10:5); MAV (10:6).
Nível II	Início de probabilidades quantificadas.	12	LOR (10:2); FEL (10:9); DAN (10:6); ANJ (10:6); MIG (10:7); MAR (10:5); MAN (10:9); PAL (10:8); RAP (10:6); RAI (10:3); STE (10:3); NTH (10:3).
Nível III	Quantificação de novas possibilidades.		

Fonte: O próprio autor (2023).

O estágio I, "Ausência de Probabilidade Sistêmica", é caracterizado pela não compreensão da natureza da mistura como interferências fortuitas, ou seja, não consideram as quantidades, desprezando as quantificações. Nessa etapa o sujeito "não julga, absolutamente, que a cor existente em maior quantidade tem mais probabilidade de sair na extração" (Piaget, 1951, p. 176).

O pesquisador explicou a JOA (11:6) que o experimento continha 15 bolinhas amarelas, 10 vermelhas, 7 verdes e 3 azuis. Segue o fragmento da conversa:

> P: Se eu pedir para você tirar um par de bolinhas, duas bolinas, quais cores vão sair? Neste momento, o participante já responde:
> JOA (11:6): – Vermelho.
> P: Por quê?
> JOA (11:6):Porque eu gosto do vermelho! (ao tirar) - Peguei duas verdes.
> P: Por que você acha que saíram duas verdes?
> JOA (11:6): Ah, porque já era para pegar mesmo. Não sei por quê.

Continuando a situação, o pesquisador pediu para JOA (11:6) observar e pensar sobre o que estava vendo e o que já haviam feito. Assim, solicitou que retirasse, mais uma vez, duas bolinhas.

> JOA (11:6): Acho que vai sair a azul e a amarela, porque tem mais.
> P: Retire mais duas. O que você acha? (Sem retornar nenhuma para o saco, é pedido que retire duas bolinhas).

> JOA (11:6): Eu acho que vai ser amarelo e vermelho. (Ao retirar). – Saiu amarelo e verde!
> P – Explique por que saiu essa combinação.
> JOA (11:6): Só porque eu não queria! Eu não gosto destas cores.

Com a mesma proposta, JOR (10:7) apresentou características semelhantes.

> P: Se você tirar duas bolinhas, sem olhar, o que tem mais possibilidade de sair?
> JOR (10:7): Eu acho que vai sair verde e azul.
> P: Por quê?
> JOR (10:7): Porque o azul tem menos e o verde tem sete dentro do saco.
> P: Por isso você acha que vai sair essa combinação de cores? Então, tira!
> JOR (10:7): Saiu verde e vermelho.
> P: Explica o que você acha que aconteceu.
> JOR (10:7): Eu não sei, acho que eles estavam mais para cima ou mais profundo, e quando o senhor misturou, elas subiram.

ELO (10:3) revelou a mesma conduta:

> ELO (10:3): Eu acho que vai sair azul.
> P: Por quê?
> ELO (10:3): Porque eu acho que elas vão ficar mais pro alto no saquinho.
> P: Mas estamos mexendo e misturando tudo, o que você acha?
> ELO (10:3): Depende de quem tiver mais pro alto. Umas ficam mais pra baixo e outras mais pra cima.
> P: Então retira sem olhar.
> ELO (10:3): Saiu azul.
> P: Por que você acha que saiu a azul?
> ELO (10:3): Porque ela tem menos e daí fica mais espalhada.

LUC (10:9) apresentou respostas semelhantes e também não considerou as quantidades.

> P: Agora eu vou mexer bem e pedir para você colocar a mão aqui dentro. Que cor você acha que vai pegar?
> LUC (10:9): Azul.
> P: Por quê?
> LUC (10:9): Porque é uma cor legal. (Tirou a cor vermelha).
> P: Por que saiu a cor vermelha?
> LUC (10:9): Porque também é uma cor muito legal, e eu não consegui pegar azul.
> P: Vamos novamente. Observe o que você já tirou. E agora? Qual bolinha você acha que sairá, se você colocar a mão e pegar novamente?
> LUC (10:9): Eu acho que amarelo e vermelho. (Tirou amarelo e vermelho).
> P: Olha! Saiu amarelo e vermelho. Por que você acha que saíram essas cores?
> LUC (10:9): Porque eu falei que ia sair. Tive sorte!
> P: Se você colocar a mão mais uma vez, qual cor de bolinha você acha que tem mais chances de sair?
> LUC (10:9): Verde, porque é cor das árvores.

> P: Então retira um par de bolinhas (duas bolinhas). Vamos ver o que você vai pegar.
> LUC (10:9): Peguei duas amarelas.
> P: Por que saíram duas amarelas?
> LUC (10:9): Porque já tinha saído antes.

Nesta etapa, os sujeitos não perceberam a interferência da mistura e não consideraram as quantidades, mesmo que sobre a mesa estivesse disposta a mesma proporção de bolinhas para lembrá-los do montante que havia no saco. As justificativas apresentadas por ELO (10:3) e JOR (10:7) foram que as bolinhas estavam mais para cima no saco, mesmo quando misturadas.

LUC (10:9) e JOA (11:6) evidenciaram um outro critério intrínseco aos elementos, ou seja, afirmaram que as "cores são legais", o "verde é a cor da árvore", "eu gosto dessa cor", desprezando as quantidades em jogo, respondendo a partir de uma preferência subjetiva (Piaget, 1951). Embora JOA (11:6) mencione que vai tirar amarelo porque tem mais, anuncia uma intuição nascente de probabilidade que vai se desenvolver no decorrer do estágio II. Piaget (1951) aponta que esse é um nível IB e pode ser considerado intermediário entre um nível IA elementar e a passagem para o nível II.

Tais participantes também apresentaram respostas incipientes quando avaliadas em relação ao mecanismo dos possíveis, o que confirma a relação dialética de formas interdependentes na construção das estruturas operatórias (Carvalho, 2013; Macedo, 1991; Mauricio, 2022; Piaget, 1996). Para Piaget (1986), o possível é o produto da interação do sujeito com as propriedades do objeto, ou seja, o que é admissível ao sistema cognitivo, e sua evolução se dá do limitado (pelas simetrias ou pela quantidade de elementos, até o ilimitado e infinito).

A hipótese formulada por Piaget (1986) é que no decorrer do desenvolvimento cognitivo, há uma formação progressiva dos possíveis, e o novo conhecimento, por sua vez, vai se integrando ao universo das possibilidades de ação do sujeito. Quando avaliados em diferentes momentos na prova "O Recorte de um Quadrado", os participantes também apresentaram respostas que retrataram características semelhantes. Assim, podemos concordar que a criação e a evolução dos possíveis é que possibilita a evolução da lógica organizadora (Carvalho, 2013; Gonçalves, 2022; Piaget, 1986; Reis, 2020).

Posto isso, Piaget (1951) aponta que a noção de mistura não é simples e tão primitiva para se aprender, sendo o ponto inicial para o desenvolvimento da noção de acaso, retratando incapacidade de operar de maneira reversível. Assim, a noção de acaso, presente no próximo estágio analisado (nível II), deriva da intuição de mistura, que consistirá na noção de probabilidade, antecipando as possibilidades de reencontrar os elementos misturados.

Tal antecipação que revela a capacidade de realizar escolhas possíveis só acontece baseada nas relações quantitativas, de modo que sem estruturas de quantificação sistemática, não há pensamento probabilístico. À medida que o processo caminha para a interiorização, o sujeito realiza inferências para chegar à dedução. Esse processo é intrínseco e organizado pela lógica estrutural do sujeito, dando origem às operações (Carvalho, 2013; Gonçalves, 2022; Piantavini, 1999).

Assim, no estágio II, "Início de probabilidade quantificada", há anúncio da ideia de mistura propriamente dita; contudo, os sujeitos desse nível não dão atenção após cada extração, esquecendo de arrolar as bolinhas que já saíram do saco. Doze participantes do estudo demonstraram ter raciocinado de forma correspondente ao nível II.

> P: Se você colocar a mão dentro do saco, sem ver, pegar uma bolinha, qual cor você acha que sairá?
> ANJ (10:6): Eu acho que vai sair duas amarelas, porque tem mais (Tirou amarela).
> P:Se você pegar mais uma, qual cor você acha que tem mais chance de sair?
> ANJ (10:6): Agora vai sair vermelha, porque depois da amarela, tem mais vermelha (Tirou uma bolinha azul).
> P:Por que você acha que saiu azul?
> ANJ (10:6): Não sei, tem menos azul, mas tinha chance de sair também.
> P: Agora você retira duas bolinhas. Quais cores você acha mais provável sair?
> ANJ (10:6): Verde e azul.
> P:Por quê?
> ANJ (10:6):Porque já saiu amarela, já saiu azul. Falta sair a verde.
> P: Por que está pensando assim? Me explica?
> ANJ (10:6): Já saiu outras cores e falta sair a verde. Aí dentro só tem duas azuis agora, porque eu já tirei uma (Tirou dois verdes).
> P:O que você achou disso que aconteceu?
> ANJ (10:6):Eu acho que foi sorte.

Apesar da participante da pesquisa considerar que a bolinha azul já havia sido retirada, não conseguiu responder quais cores tinham mais chance de sair, com base na proporção das quantidades. Houve um avanço em relação ao nível I, pois claramente estava raciocinando baseada na quantificação, entretanto, ainda respondeu pelo caminho da aleatoriedade (sorte) e não pela via probabilística.

Outro exemplo dessa conduta foi observado com MIG (10:7):

> P: Vou pedir pra você colocar a mão, sem olhar, e retirar duas bolinhas. Quais cores você acha que sairão?
> MIG (10:7): Azul e vermelho.
> P: Por que você disse essas cores? O que você pensou?
> MIG (10:7): Vai da sorte, né?
> P: Mas será que alguma delas tem mais chance de sair?
> MIG (10:7): Amarela.
> P: Por quê?
> MIG (10:7): Porque tem muitas.
> P: Quais você acha que vão sair quando você pegar?
> MIG (10:7): Amarela e vermelha.
> P: Por que você me disse essas cores?
> MIG (10:7): Eu não sei, eu acho que porque tem muitas (Saiu a verde).
> P: E a verde?
> MIG (10:7): Tem poucas, então foi a sorte.
> P: Se você pegar novamente, qual cor sairá?
> MIG (10:7): Eu acho que vermelho.
> P: Por quê?
> MIG (10:7): Não sei.
> P: Então, pegue duas bolinhas. Qual combinação de cores você acha mais provável sair?
> MIG (10:7): Vermelho e verde.
> P: Por que você acha isso?
> MIG (10:7): Porque uma tem pouco e outra tem muito (Tirou amarelo e vermelho).
> P: O que aconteceu?
> MIG (10:7): Eu errei.
> P: Mas não tinha como acertar, você não estava vendo.
> MIG (10:7): Sim, foi sorte e eu não consigo ver, então não dá pra saber.
> P: Não dá pra saber qual cor tem mais chance de sair?
> MIG (10:7): Acho que não, só na sorte mesmo. Umas tem mais e outras tem menos, mas é só na sorte.

Apesar de identificar que algumas cores tinham mais bolinhas que outras e deixar explícito que estava fazendo a contagem delas, o participante não considerou isso quando as retirou do saco, atribuindo apenas ao quesito sorte tirar ou não a bolinha pretendida, sem conseguir justificar a partir do raciocínio da probabilidade.

Da mesma forma, os participantes ANJ (10:6), MIG (10:7), PAL, RAP (10:6) e RAI (10:3) apresentaram respostas em níveis intermediários em relação aos possíveis, sempre em níveis IA e IIA. Tais características revelaram uma pequena evolução na lógica do pensamento em ambas as situações de avaliação.

Ainda em nível II, percebeu-se uma evolução, uma vez que o sujeito percebeu as quantificações, as retiradas do saco. FEL (10:9) apresentou tais condutas. Este protocolo exemplificou que o participante considerou as bolinhas que já tinha retirado. Este trecho retrata uma situação em que o participante já tinha retirado dois “tentos” amarelos seguidos.

> P: Qual cor de bolinha você acha que vai sair quando você pegar uma só?
> FEL (10:9): Amarela, porque é a cor que mais tem. E depois a vermelha, que é a que mais tem também (Tirou amarela e verde).
> P: Por que você acha que saiu amarela e verde?
> FEL (10:9): Eu não sei, eu achava que ia sair amarela e vermelha, porque tem mais.
> P: Todas têm as mesmas possibilidades de sair?
> FEL (10:9): Não. A azul tem menos, porque só tem três.
> P: Quantas amarelas você já tirou?
> FEL (10:9): Três.
> P: Quantas tinham no começo?
> FEL (10:9): Quinze. E agora tem doze. (Colocou a mão e retirou mais uma dupla de amarelas). – Agora tem 10, pois já tirei 5!

Nesta situação, o participante considerou as quantidades de bolinhas que foram retiradas e as que ainda ficaram no saquinho, pensou e calculou qual cor tinha maior possibilidade de ser retirada. Semelhantemente, LOR (10:2), quando submetida à mesma situação, respondeu:

> P: Ao misturar todas elas aqui dentro do saquinho, quero que você pegue uma bolinha. Qual cor você acha que vai sair?
> LOR (10:2): Amarela. Porque tem mais, e assim tem mais chances de eu pegar por ter maior quantidade.
> P: Vamos fazer um teste. Pegue uma bolinha.
> LOR (10:2): Saiu vermelha.
> P: O que você acha?
> LOR (10:2): Minha intuição foi errada, porque eu disse que sairia a amarela, mas não quer dizer cem por cento de chances, porque existem outras cores.
> P: Agora você pode retirar duas bolinhas. Quais cores você acha que você pegará?
> LOR (10:2): Azul e vermelha. (Mesmo percebendo quais cores havia em maior quantidade, a participante aposta na azul, sendo a cor com menor quantidade).
> P: Por que você disse essas duas cores?
> LOR (10:2): Não sei, só chutei. Antes eu disse amarela, mas não saiu, então acho que vai ser azul e vermelha (não considerou as quantidades nesse momento, responde de forma aleatória, apostando na sorte). Ao colocar a mão, tirou duas amarelas.
> P: E agora? Por que saiu duas amarelas?
> LOR (10:2): Porque tem mais.
> P: Continue, pegue mais duas, o que você acha?
> LOR (10:2): Eu acho que sairá a azul. (Novamente, insiste na azul, sabendo que possui menor quantidade).
> P: Por que azul?
> LOR (10:2): Tem poucas azuis, mas não é zero por cento a chance de tirá-las.
> P: Todas têm a mesma chance?
> LOR (10:2): Não. Umas tem mais que as outras, depende da quantidade.

Quando testados pela prova do “Recorte de um Quadrado”, os participantes LOR (10:2); FEL (10:9); DAN (10:6) e MAN (10:9) apresentaram níveis de desenvolvimento ligados ao possível dedutível e exigível, que são produto de variações intrínsecas; porém, acreditaram que podia existir novas construções, mas não conseguiam encontrar procedimentos adequados. Mesmo percebendo as quantidades, os sujeitos não conseguiram coordenar as totalidades das combinações possíveis.

Em suma, sujeitos em nível I apresentaram respostas aleatórias, não considerando as totalidades, bem como recortaram um quadrado de maneira livre e com fins determinados. Os sujeitos apresentaram condutas ligadas ao possível analógico, sendo um estágio ainda elementar. Já em nível II, as mudanças aconteceram de forma lógica e estrutural, uma vez que as ações ocorreram em função dos resultados obtidos, contudo, ainda limitados pela intuição, sorte, o que não permite aos sujeitos representarem a construção da noção de mistura com as totalidades das combinações possíveis.

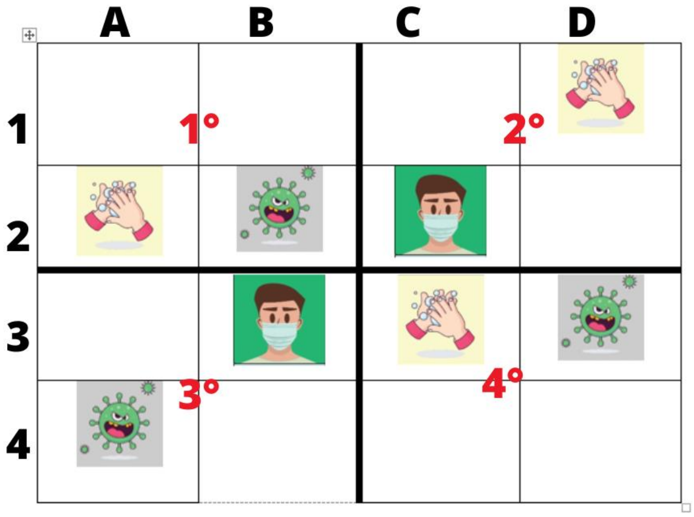
5.4 Intervenção Pedagógica com Jogo Sudoku

5.4.1 Instrumentos

O pesquisador entregou aos sujeitos participantes um tabuleiro preenchido. Assim, foram realizadas algumas perguntas para direcionar a partida, tais como:

- Quantos desafios (células) temos para preencher?
- Quantas opções de figuras teremos?
- Por onde começar? Por quê?

Figura 1 – Tabuleiro de Sudoku covid-19



Fonte: O próprio autor (2023).

O tabuleiro 4X4 é composto por quatro linhas e quatro colunas, divididas em quatro quadrantes de duas por duas células. O objetivo consiste em preencher todas as células com símbolos relacionados à pandemia da covid-19, de forma que cada símbolo apareça uma única vez em cada linha, coluna e quadrante.

Foram apresentados quatro símbolos para fazerem parte do jogo, como retratado na Figura 2: pessoa com máscara, lavar bem as mãos, o planeta Terra de máscara e a imagem do coronavírus. As figuras foram escolhidas pelo autor deste trabalho, sendo de domínio público, retratando imagens que remetem ao cenário da pandemia da covid-19 vivenciada globalmente.

Figura 2 – Imagens utilizadas nas jogadas Sudoku 4x4

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O enigma apresentado nesta proposta continha oito questões, duas por quadrante. Os questionamentos foram realizados a fim de solicitar que os jogadores pensassem sobre as possibilidades de preencher as células e os quadrantes do Sudoku, como:

- Onde está o símbolo da covid no 2° quadrante?
- Onde está o planeta Terra no 2° quadrante? Por quê? Existe outra

opção para colocarmos? Por quê? O que você pensou para escolher esta resposta?

- Quais as possibilidades para preencher a 3° linha? Por quê?

- Por onde você começou? O que você pensou para começar por essa opção? Explique-me.

Posteriormente, foi utilizado o tabuleiro 6x6. Nesta proposta, o tabuleiro é composto por seis linhas e seis colunas divididas em seis quadrantes de duas por três células. Do mesmo modo, o desafio consiste em preencher todas as células dos seis quadrantes, de tal forma que cada figura apareça uma única vez em cada linha, coluna e quadrante.

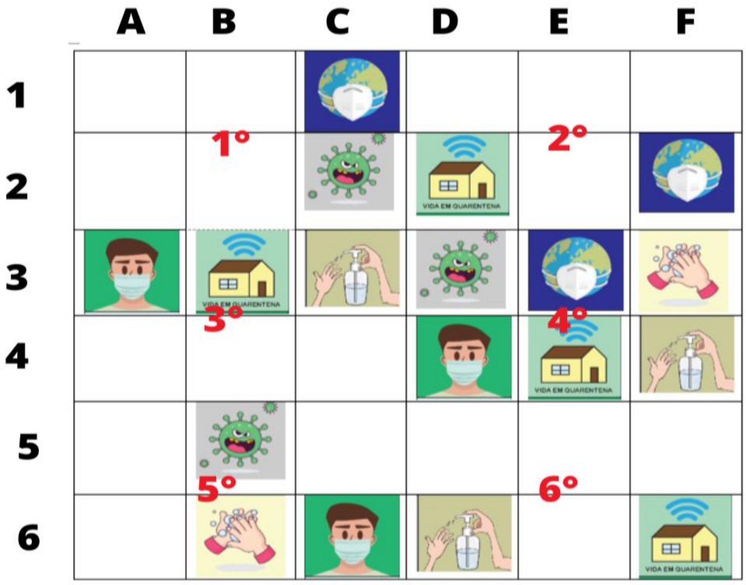
Nessa situação, foram utilizados seis símbolos que remetiam à pandemia da covid-19, observados na Figura 3: pessoa com máscara, lavar bem as mãos, o planeta Terra com máscara, a imagem do coronavírus, a vida em quarentena e o álcool em gel.

Figura 3 – Imagens utilizadas na partida Sudoku 6x6

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O tabuleiro utilizado pode ser observado na Figura 4.

Figura 4 – Sudoku 6x6



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

5.4.2 Procedimentos de Análise

Tais níveis estruturaram a análise das condutas apresentadas pelos alunos durante as partidas de Sudoku.

Em **Nível IA**, os sujeitos não desenvolveram estratégias de resolução, ou seja, colocavam as peças em espaços sem muito critério, apenas para não deixar sem resposta. Em **Nível IB**, os sujeitos começaram a perceber as regras, porém, não conseguiram aplicá-las de forma articulada em todas as jogadas, mas já apresentaram intencionalidade nas ações. Já em **Nível IIA,** utilizaram estratégia de tentativa e erro, mas com pensamento ainda incompleto, não antecipando nem coordenando suas jogadas com toda estrutura possível no jogo.

Os sujeitos em **Nível III** utilizaram estratégias lógicas e justificaram suas respostas com argumentos sólidos, utilizando condutas mais reflexivas e planejadas, utilizando a lógica para justificar as peças já utilizadas.

Os níveis foram elaborados e sintetizados pelo autor, conforme Quadro 8, considerando as provas "O Recorte de um Quadrado" e "Tirar a Sorte por Pares".

Quadro 8 – Níveis e condutas dos jogadores do Sudoku

Nível IA	Os sujeitos não desenvolveram estratégias de resolução, ou seja, colocavam as peças em espaços sem muito critério, apenas para não deixar sem

	resposta.
Nível IB	Os sujeitos começaram a perceber as regras, porém, não conseguiam aplicá-las de forma articulada em todas as jogadas, mas já apresentavam intencionalidade nas ações.
Nível IIA	Utilizaram estratégia de tentativa e erro, porém, retomavam as regras no momento das decisões, mas não justificavam de maneira lógica suas proposições. Neste nível, os sujeitos não anteciparam as jogadas, não conseguiram observar o jogo em sua totalidade, utilizando de todas as regras e relações entre linhas, colunas e quadrantes.
Nível III	Utilizaram estratégias lógicas e justificaram suas respostas com argumentos sólidos, utilizando condutas mais reflexivas e planejadas, utilizando a lógica das peças já utilizadas. Nesse nível, os sujeitos conseguiram antecipar jogadas, criando estratégias para resolver os enigmas.

Fonte: O próprio autor (2023).

5.4.3 Resultados e Discussão

A turma participante da pesquisa demonstrou entusiasmo para com a realização das atividades, especialmente quando viram os tabuleiros, tanto do jogo Senha, quanto do Sudoku. O uso de estratégias instigadoras da curiosidade dos alunos é muito importante para a prática pedagógica, pois sentem-se desafiados e desejosos para as tarefas.

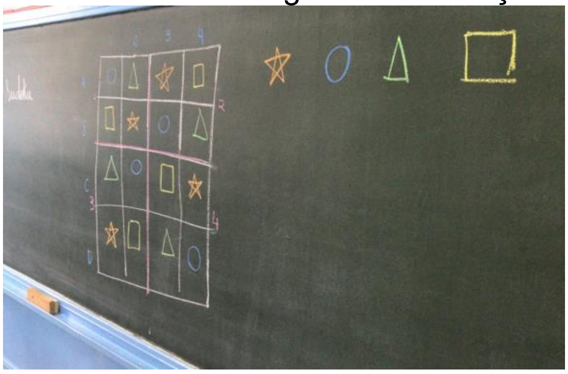
O primeiro jogo apresentado foi o Sudoku, e nenhum participante conhecia o jogo, nem em situação escolar ou fora da escola. O pesquisador apresentou o tabuleiro e as regras, de modo que puderam manusear, perguntar, questionar sobre o jogo, constituindo um momento de muitas interações e trocas entre colegas da sala e o pesquisador.

Quando foram convidados a jogar, foi possível perceber que grande parte das crianças ainda não tinha compreendido as regras. O pesquisador retomou as regras em conjunto, simulando uma partida de Sudoku no quadro, conforme ilustrado nas Figuras 5 e 6.

Esta estratégia foi adotada, pois o líder da pesquisa percebeu comportamentos de ansiedade nos alunos em completar os quadradinhos sem refletir muito sobre o que estavam fazendo nas sessões de aprendizagem do jogo. Em alguns momentos, verbalizavam que era difícil encontrar uma solução para o jogo.

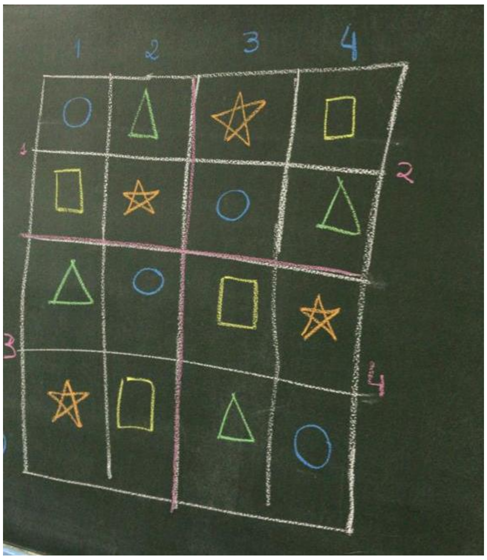
Assim, o pesquisador realizou uma partida em grupo, envolvendo todas as crianças da turma, propondo uma situação no quadro para que as regras fossem retomadas e, em conjunto, tomassem decisões assertivas e com justificativa lógica.

Figura 5 – Retomada das regras e intervenção em grupo



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 6 – Partida de Sudoku envolvendo toda a turma



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Tal estratégia não estava prevista na estrutura do plano de intervenção; porém, a percepção dos comportamentos dos alunos pelo pesquisador, no contexto da sala de aula, foi importante, pois permitiu identificar dificuldades, ansiedade, lacunas na compreensão, até mesmo falhas no momento de mediar as instruções e as regras.

Diversas vezes apresentaram insegurança e buscaram a aprovação do pesquisador ou seu aval para concretizarem as jogadas pretendidas. Algumas frases ditas pelos estudantes comprovam as percepções:

> FEL (10:9): Professor, vem olhar se fiz certo?
> MAR (10:5): Professor, eu não sei se é assim que é pra fazer.
> STE (10:3): Eu nunca joguei esse jogo, então eu não sei. Eu estou jogando

> certo?
> LUC (10:9): Professor, eu acho que não sei jogar isso, tô nervoso. Pode me ajudar, eu não sei se estou jogando certo!

O pesquisador, apoiado no método clínico de Piaget, é aquele que percebe o estudante, além de compreender o seu papel de mediador, orientador, auxiliando para que ultrapassem os próprios limites de conhecimento sobre um determinado conteúdo. Para isso, precisa propor situações desafiadoras, orientá-las, entendendo que o aluno deve ser ativo nas atividades de sala de aula e que a passividade leva à reprodução sem significado (Keback, 2007).

No momento em que foram desafiados a realizar a partida em conjunto, parte dos alunos passaram a corrigir um ao outro quando questionados sobre as possibilidades de escolha das peças. Esse cenário pode ser caracterizado por conflitos sociocognitivos, possibilitando o exercício da democracia, uma vez que buscaram valorizar cada opinião exposta, procurando encontrar a justificativa do pensamento de cada um.

A prática do Método Clínico supõe um ambiente democrático, na medida em que o professor/pesquisador procura diminuir as assimetrias entre o adulto e a criança, sobretudo pela valorização dos pontos de vistas, reflexões em conjunto e cooperação. Parrat-Dayan (2005) aponta que a prática da cidadania pressupõe diálogo argumentado, coerência ética, espírito crítico e construtivo que podem ser desenvolvidos no contexto escolar, uma vez que o professor conduz as crianças a elaborarem seus pontos de vista.

A capacidade de pensar sobre os conceitos e tomar decisões não é produto de um trabalho isolado da criança, mas de um ambiente rico em interações e trocas que permitem diferentes pontos de vistas, exercitando a liberdade de pensar (Montoya, 2019). Esse ambiente democrático se encora nos pressupostos teóricos de Jean Piaget, que criticam um modelo de escola tradicional, que ignora as condições internas da criança, valorizando excessivamente à transmissão de conhecimentos, negligenciando a experimentação e ação prática do sujeito (Montoya, 2019).

Piaget (1994), aposta em uma escola ativa e democrática que valoriza a criatividade e inventividade, em que a criança é vista como sujeito ativo e a democracia como instrumento pedagógico, sendo condição necessária para se alcançar a autonomia intelectual e moral.

Ao observar as opções que o jogo oferecia, as proposições foram baseadas na exclusão das alterativas, ou seja, as que não correspondiam à lógica do jogo. Esse processo de tomada de consciência mediada e provocada pelas intervenções do pesquisador em conjunto com as crianças, foi essencial para as partidas individuais que ocorreram nos encontros posteriores.

O processo de tomada de consciência das regras do jogo observado nos estudantes evidenciou avanços na compreensão das regras, assim como nas etapas da resolução de problemas matemáticos. O processo de tomada de consciência aconteceu de forma progressiva e o conhecimento se dirigiu da periferia ao centro das ações do sujeito e dos objetos estruturados por elas, confirmando o que discutiu Gonçalves (2022) em sua pesquisa, também apoiada no método clínico. Exemplo desse momento pode ser destacado pela fala dos participantes ao jogarem em conjunto, mediados pelo pesquisador:

> MAN (10:9): Ah! Agora eu entendi professor. Parece que agora está fazendo sentido.
> STE (10:3): Agora estou entendendo! Não podemos repetir em nenhum quadrante, nenhuma linha e nem coluna.
> MAR (10:5): Professor, é só ir lembrando da regra que a gente consegue.

Para Piaget (1977), o desenvolvimento cognitivo evolui de um “saber fazer”, que se situa na periferia do objeto e da própria ação, análise dos meios utilizados e direcionado para os mecanismos centrais operatórios que integram afirmações e negações, na medida em que as construções se tornam conscientes.

Essa relação se aproxima da proposta de Polya (1981, p. 104) acerca do processo de compreensão e resolução de problemas ao destacar que “para uma eficiente aprendizagem, uma fase exploratória será seguida de uma fase de verbalização e formação conceitual, e, finalmente, o material aprendido será assimilado, contribuindo para uma atitude mental integral do estudante”.

As regras impostas pelo jogo permitiram que os alunos refletissem sobre as possibilidades, corrigindo suas respostas. Mesmo em situações que as respostas eram precipitadas, com a motivação de resolver logo, ao jogarem, aos poucos, os impulsos foram substituídos pela razão, ou seja, retomada das regras e análise das jogadas. Gradativamente, os estudantes começaram a planejar suas ações, antecipando as jogadas como estratégias para avançar no jogo. Tais mecanismos cognitivos são os mesmos exigidos em atividades que envolvem resolução de problemas matemáticos, ou seja, o aluno precisa pensar, compreender, planejar, executar, retroceder, decidir.

O olhar do pesquisador centrou-se em observar como os sujeitos expressariam seu raciocínio para solucionar os desafios lógicos do Sudoku nas partidas individuais, ao entender que o raciocínio consiste no processo de fazer inferências por meio do pensamento lógico, justificando as decisões e ações realizadas em cada jogada.

Vale destacar que o Sudoku também assume um papel psicopedagógico ao privilegiar os movimentos do pensamento, ou seja, a construção do conhecimento. Para Piaget (1980,1996) o jogo permite a construção do raciocínio, a organização espaço-temporal das ações, o planejamento, as construções de regularidades, o que supõe a coordenação de diferentes pontos de vista.

Para jogar o Sudoku, é preciso atenção para com as regras, excluindo as possibilidades negativas para se chegar ao resultado satisfatório. Para tanto, elencou-se níveis de condutas dos jogadores caracterizadas nas ações realizadas durante as jogadas. Os níveis foram elaborados pelo próprio autor com base nos protocolos de Macedo (2009) e na observação dos resultados da prova do recorte de um quadrado.

Os aspectos relacionados ao domínio das regras e ao conhecimento das propriedades do tabuleiro (linhas e colunas) também foram levados em conta, pois a compreensão total ou limitada desses aspectos podia refletir nos procedimentos empregados pelos jogadores.

Nas seções de intervenção com o jogo Sudoku (4x4), alguns participantes ainda estavam inseguros com as regras e faziam jogadas aleatórias, apenas para preencher os espaços em aberto no tabuleiro.

Em **nível I,** os sujeitos apresentam condutas pautadas pela ausência de implicações simples, o que é percebido somente em nível II. Os participantes classificados em nível I não consideram as correspondências linhas, coluna e quadrante, não conseguem observar as relações entre as totalidades, articular as variáveis e as possibilidades de jogadas.

O participante JOA (11:6) revelou não compreender as regras durante as suas jogadas, nem como colocar as peças corretamente no tabuleiro. O participante já havia passado por sessões de aprendizagem do jogo, além da sessão de aprendizagem em conjunto. Seus procedimentos revelaram que esse conhecimento não estava articulado com os meios que orientaram suas jogadas. A justificativa apresentada pelo participante não revelou critério para escolha das peças para realização das jogadas. O pesquisador aproximou-se da mesa do participante.

> P: Como você está pensando em suas jogadas? (O participante aponta para o tabuleiro, mostrando que não há nenhum espaço vazio, e que conseguiu preencher todos).
> JOA (11:6): Eu não quero deixar nenhuma casinha vazia.
> P: Conte-me como foram as suas jogadas. Por onde você começou? (O pesquisador procura entender o percurso escolhido pelo participante).
> JOA (11:6): "Olha, eu fui colocando as pecinhas e vendo se dá certo, e eu consegui preencher todas as casinhas. (Não conseguiu justificar as suas jogadas, pois seu objetivo era completar as charadas, de maneira aleatória).
> P: Como você pensou para realizar todas essas jogadas?
> JOA (11:6): Eu só fui colocando, até completar.
> P: Você acha que teria outras maneiras para você completar o tabuleiro e fazer boas jogadas?
> JOA (11:6), nesse momento, olha para o tabuleiro: Eu acho que existem muitas maneiras, mas eu consegui fazer essa. (Não demonstra intencionalidade nas jogadas, mas aleatoriedade, sem elaboração de estratégias, uma vez que sua preocupação era preencher os espaços vazios, sem considerar ao menos as regras).

ELO (10:3) também fez jogadas inexecutáveis para as peças, porque desrespeitou as regras e não justificou suas jogadas. Por exemplo: colocou a peça "pessoa de máscara" repetida no 2º quadrante. Quando questionada pelo pesquisador, respondeu, conforme o excerto da entrevista:

> P: Explique pra mim a sua jogada?
> ELO (10:3): aponta para o espaço D2: Eu coloquei essa peça aqui. Eu fui vendo onde não tem. Por exemplo, aqui nessa coluna (D2), não tem o homem que usa máscara. (Apesar de apresentar uma intencionalidade em observar a coluna, não consegue olhar para o jogo como um todo, centrando apenas em não repetir a peça na coluna).
> P: Será que existe outras maneiras, outra peça pode ocupar esse lugar? Outras possiblidades de jogadas?
> ELO (10:3): Olha, eu não sei! Eu pensei em não repetir aqui (D2).
> P: Você pode me dizer o que está pensando para sua próxima jogada?
> ELO (10:3) passa o dedo sobre o tabuleiro: Eu acho que vou colocar aqui. Nessa coluna (C), está faltando dois, então eu vou conseguir.
> P: E quais possibilidades para ocupar esses espaços? (Nessa hora, a jogadora preenche aleatoriamente os dois espaços).
> ELO (10:3): São essas duas que eu coloquei, o mundo e covid.
> P: Como você tem certeza de que essas peças ocupam esse espaço?
> ELO (10:3): Ah! Aí é sorte né! No jogo, a gente precisa ter sorte. (Não considerou as regras e as outras jogadas).

Percebe-se que a participante não articulou as regras com as jogadas, e considerou somente uma regra apresentada: “Não repetir as peças nas colunas”, dado que limitou a percepção da análise dos quadrantes, do jogo em sua totalidade, das variáveis possíveis. Sujeitos em nível de possível analógico, ou seja, em nível I, não conseguem articular todas as possibilidades de jogadas, uma vez que não coordenam as informações das jogadas anteriores, centrando-se apenas em um aspecto da regra do jogo.

O jogar certo, ou seja, possuir domínio das regras não está bem consolidado nesses sujeitos, o que reflete na elaboração de procedimentos que permitem uma melhor articulação no jogo.

A diferença qualitativa que pode ser observada nas condutas de nível **IA e IB** e podem ser exemplificadas pelo protocolo de JOR (10:7). O estudante apresentou melhor compreensão das regras, porém, ainda não articulou com todo o tabuleiro. Apesar de apresentar uma maior intencionalidade nas jogadas, ainda não conseguiu estabelecer relações de ensaio e erro e justificar suas respostas. O protocolo do participante JOR (10:7) revelou esse avanço qualitativo, porém, ainda limitado ao estabelecer relações entre parte e todo, tendo em vista que observou apenas um quadrante, excluindo as possibilidades de olhar para as linhas e colunas, com foco apenas no resultado. Quando o pesquisador se aproximou, estava prestes a finalizar a partida.

> P – Explique-me como você pensou suas jogadas.
> JOR (10:7): Olha, eu fui olhando os quadrantes e colocando, e daí eu fui vendo se dava certo. (Mesmo observando os quadrantes, o que revela uma evolução, agora não considera a sorte para suas jogadas. O participante flutua em relação às justificativas, pois não as sustenta para as próximas jogadas).
> P: Qual foi o quadrante que você começou, então?
> JOR (10:7) aponta para o 1° quadrante.
> P: Poderia começar por outro quadrante? Qual é o melhor quadrante para começar o jogo? Por que você começou por este?
> JOR (10:7) passa os dedos sobre os quadrantes: Eu comecei por este, porque eu gostei mais deste. (Sua resposta não evidencia uma escolha sistemática, ainda que inicialmente justifique sua escolha pelo quadrante).

Apesar de considerar os quadrantes, o participante não estabeleceu relações com o todo, e sim, com as partes (quadrante). É como se estivesse movendo as peças somente por conhecer as regras, mas ignora as articulações e coordenações possíveis entre elas. JOR (10:7) centra sua atenção em uma peça ou outra, não coordenando os elementos envolvidos no tabuleiro.

Os participantes que apresentaram condutas de nível **IIA** já compreenderam as regras do jogo, porém, ainda com ausência de antecipação, não prevendo suas próximas jogadas, senão aquelas que são resultados das tentativas, como revela LOR (10:2).

> P: Explique-me como você fez para resolver a charada? Como você pensou?
> LOR (10:2) aponta para a primeira linha e mostra suas jogadas: Aqui estava faltando três peças e eu fui testando e trocando qual poderia ser. Quando não dava certo, eu invertia. (Percebe-se o início da ideia de exclusão, com jogadas mais sistemáticas, considerando as necessidades próprias da estrutura do jogo).
> P: O que fez você escolher a melhor opção para as peças?
> LOR (10:2) mostra a linha e a coluna: É que não pode repetir nem aqui e nem ali. (A participante coordenava as informações de que não poderia repetir as mesmas peças em linhas e colunas, na tentativa de acertar).
> P: Você acha que tem outras possibilidades de descobrir qual é a pecinha correta? (Mesmo revelando uma evolução nas ações, sua resposta não se mantém).
> LOR (10:2): Olha, eu vou tentando, e vai mais na sorte pra conseguir mesmo. (Sua conclusão ainda é subjetiva).

Mesmo indicando que no momento da jogada estava observando as linhas e colunas, não conseguiu prever ou planejar qual ou quais eram as melhores estratégias para alcançar seu objetivo. Após completar as charadas, descobriu se a peça poderia ou não ocupar aquela "casa".

É possível perceber uma representação mais elaborada na participante LOR (10:2). Embora não antecipasse suas jogadas mentalmente, utilizava de propriedades comparáveis, ou seja, fazia negações e afirmações de acordo com as tentativas, ensaios e erros. O que a difere qualitativamente é a apresentação de uma justificativa mais elaborada e jogadas com mais intencionalidade nas ações, sem que sejam aleatórias. A Figura 7 registra o tabuleiro de LOR (10:2), no momento da execução das jogadas.

Figura 7 – Tabuleiro Sudoku LOR (10:2)

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nessa situação, a participante não destacou que não poderia repetir as opções nos quadrantes, mas conseguiu completar o tabuleiro fazendo a relação entre linhas e colunas que mencionou, pelas tentativas. Na prova "O Recorte de um Quadrado", a participante apresentou condutas a nível IIA, pois conseguiu articular possibilidades de recortar o quadrado, mas limitando a necessidade de passar pelas linhas simétricas horizontais e verticais.

Na tentativa de acertar, os sujeitos conseguem constatar erros ou lacunas, o que favorece a tomada de consciência para construir novas estratégias. Conforme tentam alcançar o objetivo, ou seja, completar todas as linhas e colunas do jogo, as regulações ativas tentam encontrar novos meios e novas estratégias, assim, em cada jogada, espera-se que os sujeitos tomem decisões mais deliberadas para substituir aquelas que se mostraram insuficientes ou ineficazes para a solução (Piantavini, 1999).

Cada interação que o sujeito faz, sendo ela social ou não, constitui-se em totalidades que são responsáveis pela construção do novo e pela transformação da estrutura cognitiva do sujeito. A construção da lógica estrutural se dá pela ação e reflexão da ação por parte do sujeito, caminhando do sentido irreversível para o reversível, tornando lógico e operatório (Piaget, 1973).

Semelhantemente à situação anterior, o pesquisador questionou a participante MAN (10:9):

> P: Explique o que você pensou para colocar as peças no tabuleiro e resolver?

> MAN (10:9): Eu fui testando as peças e vendo o que dava certo e não dava certo. (Mais uma vez, percebe-se uma intencionalidade nas jogadas, considerando exclusões sistemáticas, menos aleatoriedade, considerando as jogadas anteriores).
> P: Quando você faz essas tentativas, o que você consegue observar?
> MAN (10:9): Que não pode repetir, e quando repete, eu vou trocando. Olha! Se aqui já tem (aponta para D2), eu coloco essa outra. Como já tinha no (A1), eu vou testando em outro lugar. E fui assim, até que deu. (A limitação presente consiste em não considerar, de maneira sistemática, a exclusão, uma vez que realiza inúmeras tentativas, testando qual está correto. Porém, demonstra melhor compreensão sobre os possíveis acertos).
> P: "Você acha que existe outra maneira de pensar as suas jogadas?
> MAN (10:9): É ir testando mesmo. Quando dá certo é bom, quando não dá, é só tirar e tentar de novo.

Nesse processo de construção da resposta pelas tentativas de reconhecer as semelhanças e diferenças, os jogadores iam comparando a peça que tinham nas mãos com aquelas já dispostas nas linhas e colunas, estabelecendo as contradições. A cada nova contradição seguida das tentativas de superá-las, o sujeito reconstruía as relações até alcançar a tomada de consciência de suas próprias ações e construir novas relações possíveis. Gonçalves (2022, p. 93) destaca que contradições originadas por negações são interiorizadas e se tornam conscientes, gerando perturbações, "culminando em compensações regulatórias que visam equilibração ou reequilibração".

Outra situação de sujeitos que apresentam nível IIA pode ser observada no protocolo de LUC (10:9):

> P: Olá! Você pode explicar como você conseguiu chegar nesse resultado?
> LUC (10:9): Eu fui tentando, trocando as peças e vendo se tinha ou não repetido.
> P: Me explique como você jogou.
> LUC (10:9): Eu fui colocando e dando certo.
> P – Todas as vezes deram certo?
> LUC (10:9): Não. Quando não dava certo eu voltava, pensava e colocava outra peça que dava.
> P: Em que você pensava? Você pode me contar?
> LUC (10:9): Eu analisava as minhas jogadas. Às vezes, eu olhava as linhas, as colunas, os quadrantes.
> P: Como você tem certeza de que essa pecinha é aqui? (Aponta para A?).
> LUC (10:9): Eu sei, porque eu fui olhando nessa linha e não tinha o mundinho aqui.
> P: E poderia ser outra?
> LUC (10:9): Aqui não. Pois já tem outras peças aqui e só falta essa.

Os participantes LUC (10:9) e MAN (10:9) serviram-se da estratégia de tentativa e erro. Ambos realizaram ações resultantes de tentativas ocasionais, para, em um outro momento, pensar, refletir, revisar, planejar e ajustar sua ação.

Piaget (1977, 1978a) aponta para o mecanismo do fazer e do compreender, em que no plano do fazer, o sujeito está comprometido com o resultado; no entanto, quando esse objetivo é frustrado, é preciso buscar novas soluções, o que possibilita a compreensão do erro e a reflexão sobre as próprias ações, tomando, assim, consciência delas (Carvalho, 2013; Mauricio, 2022).

O erro, no contexto da aprendizagem, especialmente em situações de jogo de regras, pode ser construtivo, posto que o sujeito analisa o percurso e toma consciência de suas ações, avaliando suas escolhas, antecipando as possibilidades para continuar jogando. Macedo (1991, p. 135) destaca que:

> [...] o erro só pode ser analisado quando se torna um observável para aquele que o produziu, sendo que o observável consiste em uma leitura, produto de uma interpretação do sujeito de sua própria ação, bem como o do objeto sobre o qual se dá.

Ao tomar consciência, o sujeito consegue realizar tais ações em pensamento, que converge na evolução do pensamento do possível, como Piaget (1986) postula em seus estudos. Em outras palavras, o possível cognitivo surge pelo processo de sucessivas tomadas de consciência dos meios empregados a cada nova construção. Piaget (1986) aponta que, para agir, o sujeito necessita primeiro tornar possível para si a ação ou ideia.

Superar os erros em situações de jogos pode ampliar o sistema, de modo que o todo vire parte, e novas construções sejam possíveis. Enquanto estrutura lógica, o possível hipotético envolve ensaios válidos e de erros e pode se transformar em um possível atualizável, a partir dos resultados obtidos ou de esquemas presentativos [5](Peres, 2017; Piaget, 1986).

Na teoria de Piaget (1996), o conhecimento é um processo e não um estado (resultado ou produto), fato que requer olhar para esse movimento como constante reconstrução, que acontece ao mesmo tempo, de forma individual e coletiva, envolvendo movimentos de relacionar sistemas entre si, retrocessos, antecipação, movimento de circularidade e interdependência. Este processo é dialético, complementar, transformacional, de produção de novidades e implica superações e interdependências.

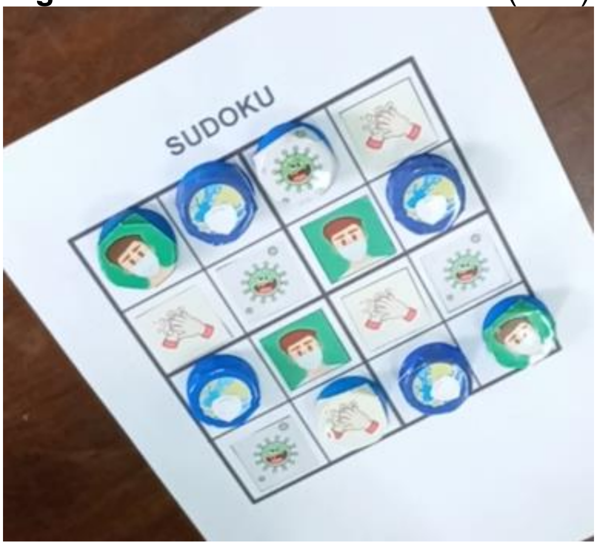
---

[5] Piaget (1985) define esquemas presentativos e não apenas representativos, pois podem ser também sensório-motores, quando se refere a simultâneos caracteres dos objetos que se conservam, de modo que são determinados pelas aquisições anteriores.

O diálogo entre o pesquisador e a participante MAR (10:5) corrobora o que foi apresentado e é confirmado pela Figura 8, que ilustra as jogadas da criança.

> P: Qual estratégia você utilizou para começar a jogar?
> MAR (10:5): Eu observei a linha e coluna que faltava menos para completar. Onde faltava menos, eu comecei. (Mesmo coordenando essas informações, a participante não demonstra considerar todas as outras possibilidades de análise do tabuleiro, ou seja, olhando para os quadrantes, antecipando as jogadas).
> P: Então, por onde você começou, e por quê?"
> MAR (10:5) aponta para a 2ª linha: Olha, eu comecei por aqui. Como estava faltando só uma peça, fui excluindo todas essas que já tem. Então, só poderia ser o mundinho.
> P: E depois, o que você fez?
> MAR (10:5): Eu olhei a linha de baixo, que também só faltava um, e só faltava o "mundinho" também. Então, eu completei com essa e daí já ficou mais fácil. (A participante aproveita as informações contidas no tabuleiro para construir novas jogadas, ainda que tentando fazer suposições de quais peças poderiam ocupar tal casa).
> P: Você acha que existem outras opções para encontrar a melhor jogada?
> MAR (10:5): Eu acho que precisa ficar tentando até conseguir.

Figura 8 – Tabuleiro Sudoku MAR (10:5)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nesta situação, o sujeito usa de justificativa lógica e coerente, apresentando pensamento, descrevendo suas ações. Para Brenelli (1996), o trabalho com jogos permite espaços para pensar, visto que o sujeito, em posse da compreensão das regras, encontra-se ativo no processo. No caso desta tese, o jogo está sendo utilizado como recurso pedagógico, e a ação do professor precisa levar o aluno à reflexão sobre as suas jogadas, além de pensar sobre possibilidades de jogadas e as modificações possíveis de jogadas com a finalidade de atingir o objetivo (Carvalho, 2013; Mauricio, 2022).

Ao justificar e argumentar cada jogada, é notório que tais situações são ricas em construções de estratégias cognitivas, pois favorecem a formação de possíveis. Os possíveis e o necessário são escolhas lógicas compatíveis com a estrutura do pensamento do sujeito que está sendo construída. A formação do necessário consiste em uma decisão lógica, baseada em representações que o sujeito tem sobre o real, com o qual se confronta em um dado momento (Peres, 2017). Nas situações que envolvem o jogo, em especial o Sudoku, é possível observar antecipações, decisões, a formação do necessário, oriundos da estrutura cognitiva e da lógica do pensamento.

Tais sessões foram ricas em interações, especialmente pela interferência do pesquisador, buscando estimular o raciocínio dos sujeitos em relação às escolhas de suas jogadas no jogo Sudoku. Nesse primeiro momento, durante a primeira sessão com o jogo Sudoku, foi possível observar sujeitos em nível IA e IB, como demonstrado. Já em nível II, a maior parte dos participantes apresentaram condutas semelhantes, justificando suas jogadas pelas tentativas e erros. Tais condutas revelam que os participantes estavam centrados em um único aspecto, esquecendo-se das possibilidades que poderiam ser analisadas em função das linhas, colunas, quadrante e relações de totalidades. Mesmo que elaborassem melhores estratégias para jogar, o pensamento ainda estava incompleto, fato que não assegurou mudanças para um nível superior.

Nenhum participante foi categorizado em nível III, ou seja, nenhum sujeito conseguiu prever suas jogadas, apresentar uma lógica abstrata em seu discurso ou elaborar jogadas mentalmente para executar no tabuleiro.

5.4.4 Sudoku 6x6

Os participantes também jogaram Sudoku com estrutura 6x6. O pesquisador continuou instigando o raciocínio e procurou saber quais seriam as estratégias das jogadas escolhidas. As repostas mais significativas foram retratadas de acordo com os níveis dos sujeitos.

O pesquisador continuou observando a intencionalidade das jogadas, a consideração das informações contidas no tabuleiro, a exclusão sistemática das alternativas impossíveis. Perguntas como: ‘Existem outras maneiras de começar? Por que você escolheu começar dessa forma? Por que você jogou dessa forma? Explique-me as suas jogadas?’, continuaram fazendo parte da abordagem do direcionador dos jogos. As repostas foram analisadas e estão relatadas nos protocolos.

As condutas dos participantes estão em conformidade com os níveis já elencados anteriormente. Em **nível IA**, os sujeitos não desenvolveram estratégias de resolução, ou seja, colocaram as peças em espaços sem muito critério, apenas para não deixar sem resposta. Em **nível IB**, os sujeitos começaram a perceber as regras, mas não conseguiram aplicá-las de forma articulada em todas as jogadas. Já apresentaram intencionalidade nas ações.

Em **nível IIA**, utilizaram estratégia de tentativa e erro; porém, retomaram as regras no momento das decisões, conseguiram articular suas jogadas fazendo relações entre linhas e colunas, mas concentraram-se em apenas um aspecto do tabuleiro, não conservando o pensamento e não coordenando-o com as possibilidades do tabuleiro. Neste nível, os sujeitos não anteciparam as jogadas e não conseguiram observar o jogo em sua totalidade, pois não consideraram todas as relações entre linhas, colunas e quadrantes. Já em **nível III**, utilizaram estratégias lógicas e justificaram suas respostas com argumentos sólidos, utilizando condutas mais reflexivas e planejadas, ao empregarem a lógica das peças já utilizadas. Neste nível, os sujeitos conseguiram antecipar jogadas, criando estratégias para resolver os enigmas.

Os protocolos foram descritos e analisados para ilustrar tais comportamentos apresentados pelos jogadores. Os participantes tinham 18 desafios para resolver, o que tornou o nível de dificuldade mais complexo. Os alunos foram agrupados em suas carteiras e receberam um tabuleiro individual. Se sentissem necessidade, podiam buscar ajuda dos colegas para pensarem suas jogadas e resolverem as charadas do seu próprio tabuleiro.

Ao colocá-los lado a lado, foi possível promover a habilidade de coordenarem pontos de vista e não apenas aprenderem a jogar. Kamii e DeVries (2009) apontam que há uma capacidade crescente nas crianças de jogarem com regras, produto da capacidade de descentralizar e coordenar outros pontos de vista.

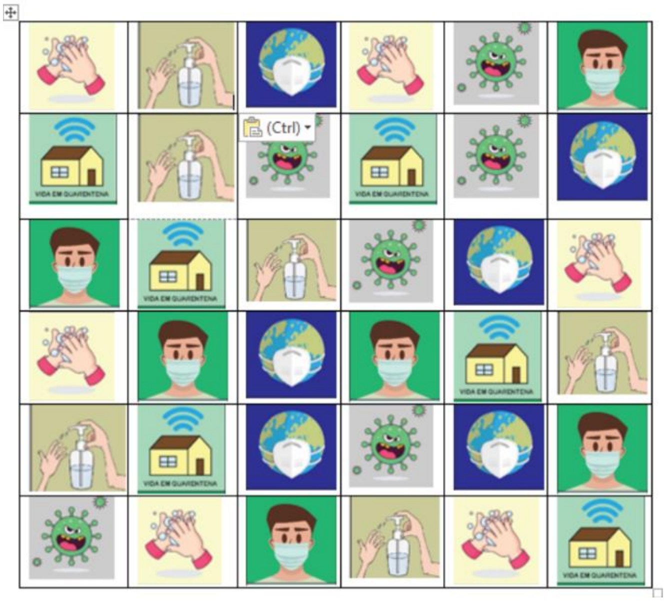
Os participantes, nesse momento, receberam cada um o seu tabuleiro. Portanto, ao jogar, podiam consultar os colegas e compartilhar as dificuldades e as estratégias utilizadas. A Figura 9 atesta o que foi explanado.

Figura 9 – Jogando Sudoku 6x6

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os sujeitos em **nível IA** não desenvolveram estratégias de resolução de problemas, pois colocavam as peças em espaços sem critério para não deixá-los sem resposta. A Figura 10 e o fragmento da entrevista demonstram algumas situações em que os participantes apresentaram esta conduta.

Figura 10 – Tabuleiro da jogada de STE (10:3)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

P: Você já terminou? Me explica como você pensou, por favor?
STE (10:3): Eu fui encaixando todas as peças.
P: Qual estratégia você usou?
STE (10:3) pensa um pouco e diz: Eu acho que nenhuma.
P: Olhe para 2° linha. O que podemos observar?
STE (10:3) passa o dedo na segunda linha. Tem repetida né? E não pode. E agora?
P: Quais outras possibilidades você tem para completar essa linha? (Após a

intervenção do pesquisador, a participante percebe jogadas impossíveis sem coordenar as informações do tabuleiro).
STE (10:3): Eu não sei como mudar, porque toda vez que eu troco uma, repete outra, eu não estou sabendo.

As jogadas de STE (10:3) foram aleatórias e sem intencionalidade, porque mesmo após a intervenção do pesquisador, não conseguiu avançar em suas jogadas e perceber outras jogadas impossíveis que realizou. Em nível IA, os participantes não articulam as informações presentes no tabuleiro e, ainda que compreendam que não podem repetir as peças na mesma linha, não conseguem generalizar para as demais jogadas, coordenando todas as variáveis possíveis do jogo. O pesquisador segue monitorando os movimentos dos alunos, conforme Figuras 11 e 12.

Figura 11 – Jogando Sudoku 6x6

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 12 – Intervenção com Jogo Sudoku

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Durante a jogada fotografada na Figura 16, o pesquisador abordou a participante:

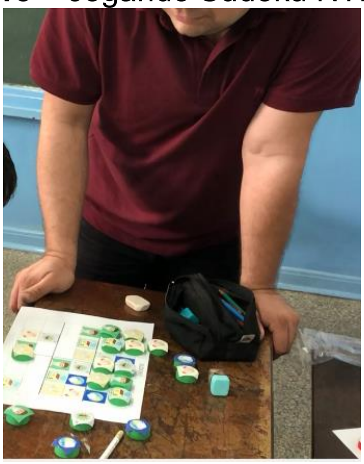
P: Vamos lá? Como está o jogo? Explica para mim o que você pensou até agora nessas jogadas.
ANJ (10:2): Eu fui tentando colocar as peças para ver o que vai dar. (Revela jogadas sem intencionalidade, sem pensar nas estratégias de forma sistemática).
P: O que você pensou? Você pode me mostrar?
ANJ (10:2): Eu só pensei em colocar todas. Comecei pela linha 4 e fui colocando até completar todas. Depois vim pra essa. (Aponta para 2E e depois essa 5B e continua revelando jogadas assistemáticas, não demonstrando domínio das regras do jogo).

Mesmo com a intervenção do pesquisador solicitando que pensasse as possibilidades de jogadas, a participante não conseguiu avançar e resolver as charadas, o que revelou condutas de participantes em nível IA.

A observação das condutas consiste em uma excelente oportunidade para que o pesquisador avalie a sua intervenção, além de perceber a forma como os sujeitos reagem às perturbações durante a construção do conhecimento, uma vez que considera os meios que favorecem tais conquistas. É seu papel, neste ínterim, auxiliar os estudantes a construírem seus conhecimentos ao enfrentarem as situações desafiadoras. Para Nóvoa (2001), o professor/pesquisador reflete sobre sua prática pedagógica, assumindo a realidade escolar como objeto da sua análise e reflexão.

A mudança qualitativa dos sujeitos de nível IA para IB acontece porque começam a perceber as regras, mesmo que não apliquem a todas as situações e não fazem generalizações. Neste estágio, é possível testemunhar intencionalidade em suas ações. Pode-se observar no protocolo de NTH (10:3) a seguir:

Figura 13 – Jogando Sudoku NTH (10:3)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

P: Você consegue me explicar como está o seu jogo? Como está pensando as suas jogadas?

NTH (10:3): Eu estou tentando colocar as peças e pensar nas regras.
P: O que você faz primeiro? Pensa nas regras e coloca a peça ou coloca a peça e depois pensa nas regras?
NTH (10:3): Hum... Primeiro eu coloco a pecinha e depois eu penso se está certo ou não. Fico vendo se está repetido, se está faltando.
P: Existem outras possibilidades de você encontrar a melhor resposta? O que você acha?
NTH (10:3): Olha, eu fico tentando, até que uma hora dá. (Fica evidente a estratégia de tentativa e erro nesse participante, o que permite retroações e proações, análise, síntese).
P: Existem outras maneiras de você pensar as jogadas?
NTH (10:3): Olha, eu coloquei o álcool aqui (B2), porque não tinha nem nessa linha e nem na coluna (mostrando A2 e E2).
P: Você acha que poderia ser outra pecinha para ocupar este lugar? O que você acha?
NTH (10:3): Ah! Eu teria que ficar tentando. Falar assim com certeza eu não sei.

Mesmo com suas tentativas, NTH (10:3) não conseguiu resolver as charadas do jogo, mas percebeu uma intencionalidade em suas jogadas, mesmo que não pudesse antecipar e prever as próximas jogadas de forma consciente. Os sujeitos incluídos no nível IB demonstram conhecimento das regras do jogo. Há momentos em que se perdem nas jogadas, pois não coordenam todas as possibilidades do jogo, realizando jogadas impossíveis, como repetir peças nas mesmas linhas e colunas.

O avanço para o nível IB em relação aos sujeitos do nível IA consiste em perceber as regras e apresentar uma intencionalidade em suas jogadas, porém, não se observa passagens do fazer para o compreender.

Em diversos momentos, o pesquisador atentou para as jogadas dos alunos. Muitos deles primeiro jogavam e só depois analisavam o movimento escolhido, ou seja, faziam escolhas intuitivas, sem considerar as regras ou sem refletir as ações. O sujeito torna-se inconsciente para prever quais jogadas podem ser mais assertivas, o que não caracteriza uma mudança para o nível II.

Antecipar jogadas é importante para o processo de tomada de consciência, pois favorece a formação de possíveis e possibilita pensar novas técnicas de interpretação para resolver o problema. Construir estratégias para resolver os desafios do jogo de regras está intimamente ligado aos níveis de evolução de possíveis (Piantavini, 1999).

Em nível II, os sujeitos já utilizam de estratégia de tentativa/erro, mas ainda não conseguem observar todas as variáveis do jogo, de modo que ficam presos em um dos aspectos da regra, tornando essa uma pseudonecessidade para estruturar suas jogadas. A Figura 18 e o protocolo de FEL (10:9) apresentam tais condutas.

> P: Mostre-me o que você está fazendo.
> FEL (10:9): Eu estou tentando completar os quadrantes.
> P: O que você está pensando ao escolher as peças?
> FEL (10:9) aponta para o tabuleiro, mostrando suas ações, considerando não repetir peças nos quadrantes.
> P: Você pode me mostrar por onde começou e como chegou até aqui?
> FEL (10:9): Eu fui preenchendo aqui (mostrando o 1° quadrante), vendo qual estava faltando.
> P: E por que você escolheu o 1° quadrante?
> FEL (10:9): "Eu não sei, para começar só". (Não há clareza de sua escolha).
> P: Esse quadrante é a melhor opção para começar o jogo? (Levo-o a refletir).
> FEL (10:9): Não sei, acho que não. Por que está faltando bastante, né?
> P: O que você acha? Qual quadrante seria uma boa escolha para iniciar a jogada, então?
> FEL (10:9): Hum... Deixa eu pensar! O 4°.
> P: Mas o 4° está completo!
> FEL (10:9): "É verdade! (risos). É bom começar pelo 3° ou 5°, porque são os que tem mais pecinhas preenchidas.
> P: E você acha que essa é a melhor estratégia para começar a jogar?
> FEL (10:9): Eu acho.
> P: Quais outras informações e possibilidades você pode considerar em suas jogadas?
> FEL (10:9): Já sei! Vou olhar as linhas e colunas, o que tem aqui não pode ter ali, e assim vou indo.
> P: Me explica melhor isso que você falou?
> FEL (10:9): Olha, se tem um mundinho aqui, eu não posso mais colocar ele nessa linha. Eu já excluo ele e vou tentando.

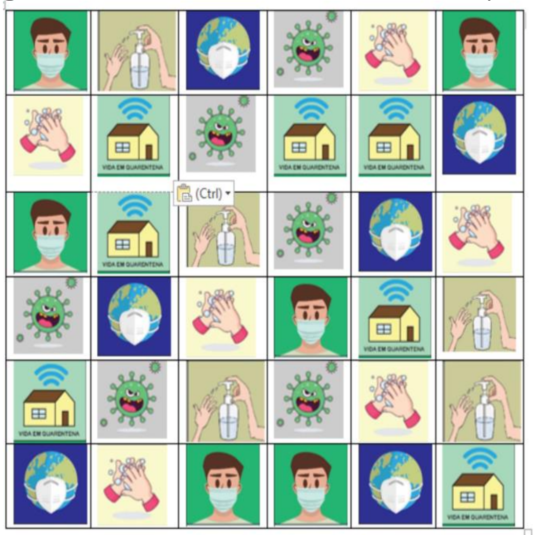
Mesmo retomando as informações sobre as linhas e as colunas, o participante não conseguiu finalizar o jogo com sucesso. Ao instigar o sujeito a pensar sobre suas ações, o pesquisador é aquele que lança questões, incentiva a buscar soluções. Esta interação é importante no processo de construção do conhecimento e aprendizagem, sendo mais importante do que o resultado em si, pois o foco está no processo construtivo e não apenas nos resultados.

Em outra sessão, houve avanço no jogo da participante STE (10:3). Estava em nível IA e agora suas condutas já apresentam maior intencionalidade e reflexão, ainda que limitadas, não conseguindo antecipar jogadas, mas avança na percepção das jogadas antecedentes, percebe as informações do tabuleiro e suas ações são mais sistematizadas, avançando para nível IIA. As Figuras 14 e 15 registraram o que foi feito e o trecho a entrevista discorre a explicação:

Figura 14 – Tabuleiro STE (10:3)

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 15 – Tabuleiro Sudoku STE (10:3)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

P: Explique-me como você pensou as suas jogadas.
STE (10:3): Eu fiquei pensando nas regras e fazendo minhas tentativas.
P: Qual regra você pensou primeiro?
STE (10:3): Eu pensei nas linhas e colunas.
P aponta para linha 6 e pede para STE (10:3) observar e justificar suas jogadas: O que você pensou para colocar cada pecinha nesta linha?
STE (10:3): Olha, eu fui colocando para não ficar os espaços em branco, e foi preenchendo tudo. Agora eu volto para pensar no que eu errei.
P: E como você analisou isso?
STE (10:3): Eu vou olhando se tem repetido na linha. Eu tiro. Às vezes, eu acerto.
P: É melhor quando erra ou quando acerta?
STE (10:3): Ah! Eu não gosto de errar, né! Desanima! Daí tem que ficar pensando mais, tentando aqui, tentando ali.
P: O que você consegue observar na linha 6?
STE (10:3) exclama: “Nossa! Eu repeti aqui! Preciso trocar, né? (Após a intervenção do pesquisador, pedindo para observar e tomar consciência de

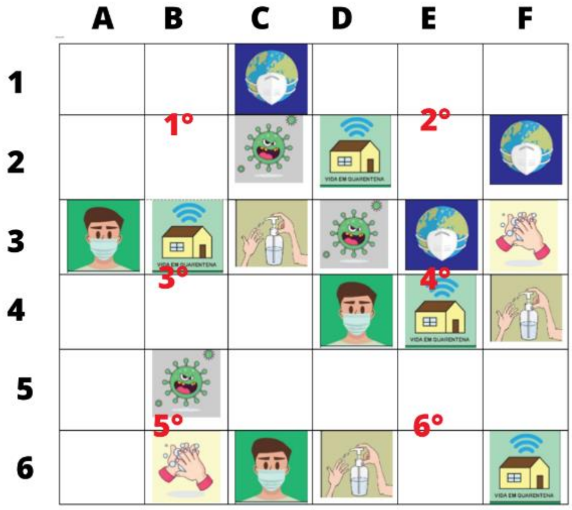
> suas jogadas, STE (10:3) percebe que repete peças na 6ª linha.
> P: Você acha que tem outras possibilidades para preencher essa linha, além dessas pecinhas que você usou?
> STE (10:3): Ixi! Eu não sei! Tenho que ver se eu já coloquei aqui. Não posso repetir. Eu vou mudar ela de lugar. (A participante não consegue finalizar o jogo, não coordena as jogadas com as informações presentes no tabuleiro, não planeja, não antecipa. Até percebe que usou peças repetidas, mas não consegue avançar e organizar novas jogadas de sucesso. A percepção e retomada das regras não garante êxito total, uma vez que o sujeito não consegue coordenar as informações presentes no tabuleiro, compreendê-las em sua totalidade, ao invés de centrar em uma única característica do jogo.

Os desequilíbrios cognitivos são importantes no processo de construção do conhecimento e podem ser desencadeados pela mediação do professor, como quando questionou as ações de STE (10:3) em sua jogada. As situações impostas pelo jogo promovem espaços para afirmações e negações, que podem produzir diferenciações e/ou integrações que são possíveis mediante as ações ativas do sujeito em cada jogada. O avanço percebido em relação às primeiras sessões consiste que STE (10:3) preocupava-se apenas em preencher aleatoriamente os espaços em branco, sem considerar as possiblidades e/ou estrutura do jogo. Nesta nova jogada, apresentou avanço, mesmo que não tenha concluído a partida.

As regulações ativas permitem novas tomadas de consciência devido as escolhas que o sujeito precisa fazer para solucionar um problema. Tais regulações ocorrem pelo desequilíbrio nas estruturas mentais que se mostram insuficientes para resolver as novas situações. Em seus estudos sobre a equilibração, Piaget (1975) elucida que, ao atuar diretamente sobre o sistema cognitivo, este processo promove uma relação harmônica entre o todo e as partes na manutenção da totalidade das estruturas que sofrem constantes desequilíbrios.

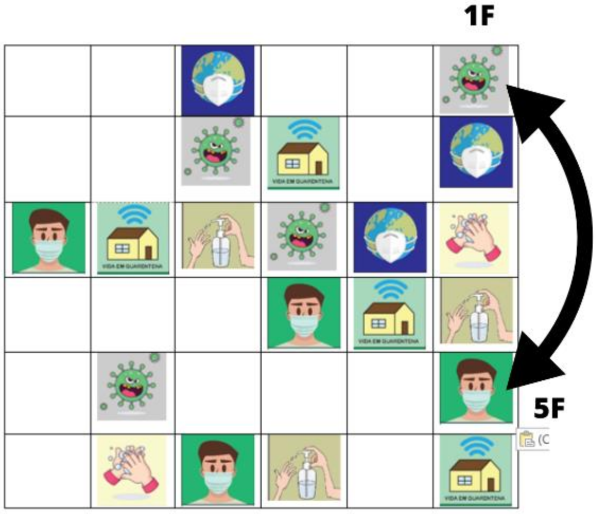
Outro participante que apresentou avanços em suas jogadas foi JOR (10:7), saindo do nível IB para o nível IIA. As Figuras 16 e 17 e a passagem da entrevista sustentam a progressiva melhora do (a) aluno (a).

Figura 16 – Tabuleiro jogada JOR (10:7)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 17 – Jogada Sudoku JOR (10:7)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

P: Vamos observar essa jogada. Por que você colocou o homem de máscara na célula (1F)?
JOR (10:7): Eu fui tentando colocar em outros lugares e vi que não ia dar. Eu não posso colocar na linha 3, 4 e 6. Por isso, escolhi esta (1F).
P: E por qual motivo você começou pela linha F?
JOR (10:7): Porque tem mais peças e faltam menos, daí eu acho que fica mais fácil acertar. Veja! Só faltam duas: ou é a covid ou é o homem de máscara. (O pesquisador percebe que JOR (10:7) pensa em suas jogadas, exclui as peças que já estão presentes no tabuleiro e analisa as possibilidades de preenchimento).
P: Existem outras possibilidades, além dessas que você me disse?
JOR (10:7): Eu acho que não existem, pois só tem essas duas opções, ou é uma ou é a outra. (Suas jogadas tornam-se mais sistemáticas, o que não acontecia nas primeiras sessões).
P: Como você vai saber qual a melhor opção para preencher?
JOR (10:7): Agora eu fico tentando. Se dá certo aqui, tomara que dê, eu vou pra próxima e continuo.

> P – Mas e se não der certo? O que você vai fazer?
> JOR (10:7): Ah! Aí eu não tive sorte! Eu preciso tentar outra peça e ir tentando. (Mesmo analisando e coordenando informações presentes no tabuleiro, as suas jogadas ainda ficam limitadas à tentativa e ao erro, porém, não estão mais subjetivas quanto das primeiras vezes que jogou).

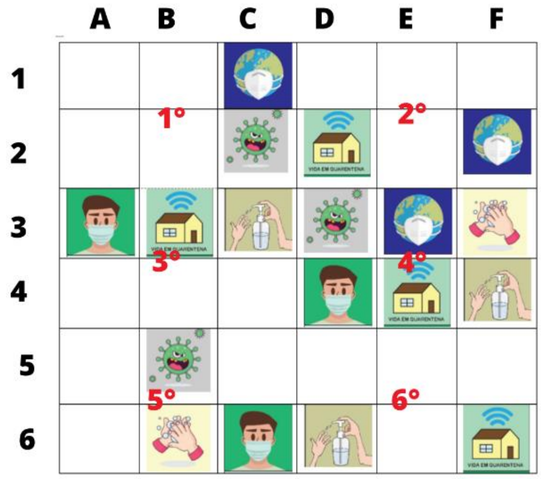
Ao questionar sobre as possibilidades de preenchimento, evoca-se o mecanismo do possível, uma vez que pensar possibilidades demanda organizar o pensamento sobre as prováveis soluções para o desafio imposto. Ainda que ligadas e limitadas pela necessidade da sorte ou da subjetividade, as jogadas começam a responder a uma lógica de exclusão e de afirmação das possibilidades pelo sujeito. Piaget (1972) aponta que os fatores educacionais e culturais são essenciais para a aquisição das operações formais, os quais evocam o pensamento da probabilidade.

A reversibilidade operatória, que consiste em uma estrutura lógico-matemática, é requerida do sujeito nas escolhas de suas ações e, gradativamente, substituem o automatismo presente nas ações.

Em seguida, o pesquisador dirigiu-se para PAU (10:8), que também apresentava condutas de nível IIA. O trecho da entrevista e as Figura 18 e 19 confirmam os argumentos apresentados.

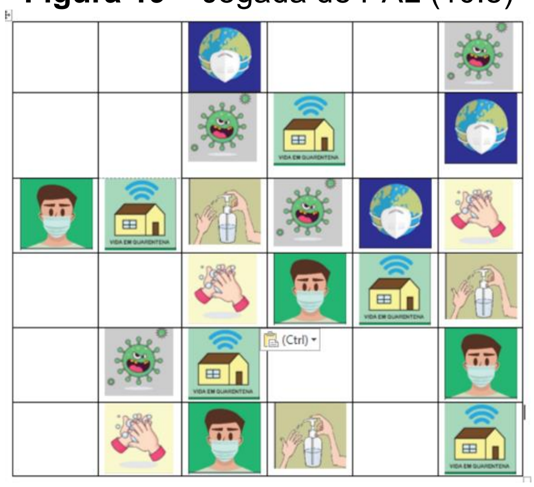
> O jogador já tinha elaborado algumas jogadas e estava animado, envolvido com a situação do jogo.
> P: Qual é o próximo passo? Como você vai continuar?
> PAL (10:8): Agora vou olhar para a linha C, pois é onde tem mais peças e tenho mais chances de acertar. Tenho apenas duas possibilidades de preenchimento.
> P: Quais são?
> PAL (10:8): A casinha e as mãozinhas. Não tem ainda nesta linha. (Aqui o sujeito analisa suas jogadas, exclui as peças que já estão presentes, considerando as informações presentes no tabuleiro).
> P: E agora, como você vai descobrir?
> PAL (10:8): Eu vou tentar. Se eu colocar a mãozinha aqui (5C), não pode, porque já tem ela nesse quadrante. Então, só pode ser a casinha.
> P – E agora?
> PAL (10:8): Agora, eu coloco a casinha aqui (5C) e coloco as mãozinhas aqui (4C).
> P – Existem outras maneiras para você preencher o tabuleiro?
> PAL (10:8): É só ficar tentando muito, muito, muito mesmo, daí você vai descobrindo.

Figura 18 – Tabuleiro Sudoku



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 19 – Jogada de PAL (10:8)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O sujeito demonstrou entusiasmo, pois percebeu que estava compreendendo as jogadas, que estava conseguindo justificar e dar sentido para o que estava fazendo. A motivação não pode ser um fator irrelevante na sala de aula, e o professor precisa incitar os alunos a encontrarem soluções por si mesmos, a contra-argumentar e questionar. O professor conduz o aluno ao enfrentamento das contradições, mesmo que suas explicações sejam incompletas ou incorretas.

Ao tomar consciência desses aspectos, o professor pode conduzir os alunos a eventuais melhoras e ao avanço de suas aprendizagens, propondo situações problemas intrigantes, desafiadores e possíveis de serem selecionados. O contato direto com o participante das atividades é fundamental, como ilustrado pela Figura 20.

Figura 20 – Intervenção e interação entre professor/aluno

Fonte: Dados de pesquisa (2023).

Para que uma situação problema torne-se desafiadora cognitivamente, o sujeito precisa construir sua resposta, privilegiando a aprendizagem do aluno, os obstáculos devem ser possíveis de serem transpostos, especialmente considerando operações mentais que os sujeitos já dominam e os problemas devem possuir diferentes meios de serem selecionados, conforme argumenta Meirieu (1991, 1998).

Ao tomar consciência de suas jogadas, acontece a integração entre os níveis, desde as simples ações até as operações mais complexas. A cada situação desafiadora que o jogo impõe, novos procedimentos são criados pelo sujeito, de modo que os possíveis gerem os esquemas de procedimentos para se alcançar um fim.

Ao compreender que o conhecimento é construído pelo sujeito e pelas inúmeras interações que realiza com o objeto de conhecimento, especialmente pela qualidade dessas interações, o jogo exige do sujeito a construção e a tomada de consciência dos seus próprios procedimentos, guiados por uma necessidade heurística. O sujeito ativo é aquele que pensa, pois é dotado de uma estrutura coerente que permite construir representações da realidade e pode ser revelado por meio do que diz e faz (Delval, 2002).

Diante do exposto, a visão construtivista fundamenta a ideia de que o sujeito só compreende quando constrói seus próprios procedimentos, independentemente do êxito ou do fracasso em seus resultados. Por isso, o jogo é um elemento importante na prática pedagógica, que tem por objetivo desafiar os sujeitos cognitivamente (Piaget, 1973). Tais descobertas, no ato de jogar, mesmo que pequenos avanços, permitem que o sujeito tome decisões cada vez mais sistematizadas, intencionais, mais lógicas e menos subjetivas.

Após as sessões com o Jogo Sudoku, o pesquisador procedeu com a intervenção pedagógica utilizando o jogo Senha, que será discutido e apresentado na próxima sessão.

5.5 Intervenção Pedagógica com o Jogo Senha

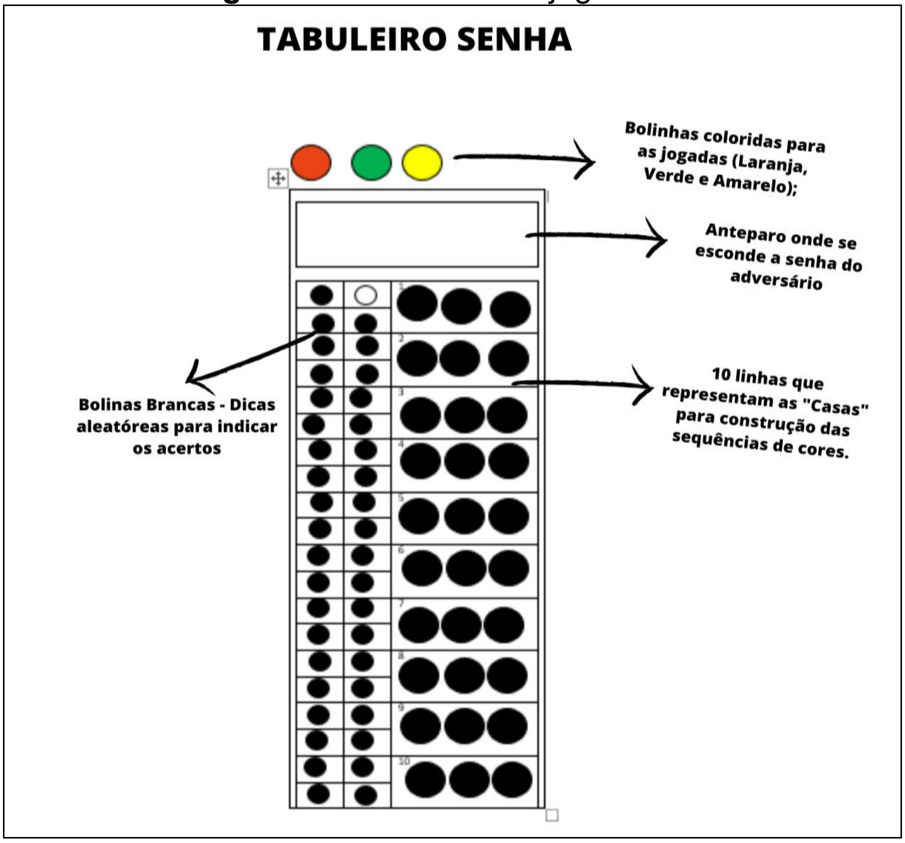
5.5.1 Instrumentos

O jogo Senha Simplificado foi utilizado pelo próprio Piaget (1986), em situação experimental, para compreender a evolução dos possíveis no pensamento dos sujeitos.

O jogador é desafiado a descobrir, em dez oportunidades, a senha secreta, conforme o desafiante "responde" ao desafiado sobre o caminho certo, colocando pinos brancos, em ordem aleatória. O jogo se desenvolve à medida que o desafiante seleciona os pinos de várias cores, ou seja, escolhe uma ordem dentre as três cores: verde (V), laranja (L) e amarelo (A).

A proposta de Piaget foi elaborada utilizando três conjuntos de animais em miniatura. Esta pesquisa optou por usar conjuntos de pinos com apenas três cores previamente determinadas, e o pino branco para indicar os acertos. O tabuleiro utilizado está representado na Figura 21.

Figura 21 –Tabuleiro do jogo Senha



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

5.5.2 Procedimento de Análise

As condutas foram observadas e analisadas, considerando as características destacadas no Quadro 9. Tais critérios foram elencados, com base na pesquisa de Piantavini (1999).

Quadro 9 – Critérios de observação nas partidas do jogo Senha

Critério de observação	Objetivo
Consideração das informações da série anterior.	Verificar em que medida os sujeitos consideraram as informações dadas pelos pinos marcadores brancos, ou a ausência deles na construção de novas sequências.
Repetição das séries anteriores.	Observar a incapacidade do sujeito de variar ou perceber as diferentes possibilidades em uma nova jogada.
Sistematização ou Assistematização das jogadas.	Verificar as estratégias utilizadas pelo sujeito, assim como o desencadeamento do processo lógico, com jogadas cada vez menos aleatórias.
Erro relativo às mudanças de todas as posições, quando se acertou uma.	Observar se o sujeito deu conta de todas as relações possíveis existentes no jogo.
Exclusões sistemáticas.	Considerar as que não são possíveis para acertar a senha. Compreender as relações

	entre afirmações e negações.

Fonte: Adaptado de Piantavini (1999).

Os dados serão descritos e analisados de acordo com as intervenções pedagógicas por meio do jogo Senha, adaptado como "Senha Simplificado", utilizado pelo próprio Piaget (1986) em situação experimental para compreender a evolução dos possíveis no pensamento dos sujeitos.

O jogador é provocado a descobrir em dez oportunidades a senha secreta, de modo que o desafiante "responda" ao desafiado sobre o caminho certo, colocando pinos brancos, em ordem aleatória. O jogo se desenvolve à medida que o desafiante seleciona os pinos de várias cores, ou seja, escolhendo uma ordem dentre as três cores: verde (V), laranja (L) e amarelo (A).

A proposta de Piaget foi elaborada utilizando três conjuntos de animais em miniatura. Nesta tese, optou-se por apresentar aos alunos três conjuntos de pinos, com apenas três cores previamente determinadas, e o pino branco para indicar os acertos.

Como na proposta do Sudoku, participaram das sessões 18 participantes matriculados em uma turma de 5° ano, com idades entre 10 e 11 anos. Após receberem as instruções sobre as regras do jogo, uma sessão da aula foi dedicada para conhecerem, aprenderem, jogarem e manipularem o material. As sessões ocorreram no contexto de uma aula de Matemática, caracterizando uma intervenção pedagógica com base em jogo de regras.

O pesquisador notou que alguns alunos tiveram dificuldade para jogar e operar com as regras do jogo. Semelhantemente como fez no jogo Sudoku, realizou uma partida no quadro com os participantes, com objetivo de ajudar o grupo a construir o conhecimento para operacionalizá-lo.

Ao jogar em grupo, as regras são construídas em conjunto, de modo que podem debater, questionar, problematizar, esperar a vez do outro falar e justificar sua opinião de maneira lógica. Quando uma situação é pensada coletivamente, os sujeitos podem ser desequilibrados com contra-argumentos, que demandarão novas investidas de organização sobre os objetos, caracterizando momento de real pesquisa na sala de aula (Keback, 2007).

Após este momento de construção, ou seja, após a simulação da partida com toda a sala, o pesquisador dividiu os alunos em duplas e entregou os tabuleiros para que pudessem iniciar as partidas. O líder da atividade também acompanhou as intervenções ao aproximar-se das duplas jogadoras.

5.5.3 Resultado e Discussão

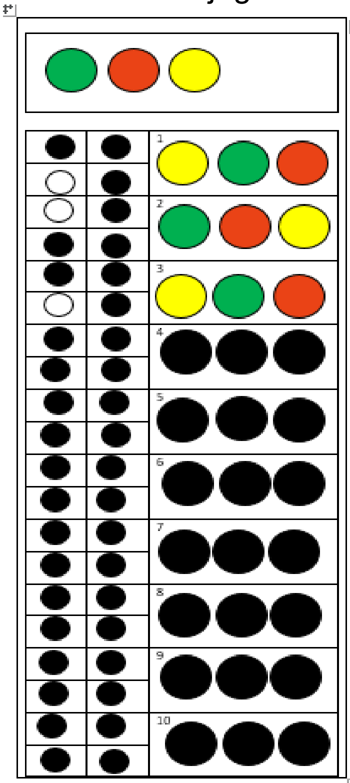
Algumas situações foram elencadas para exemplificarem as condutas dos jogadores e para permitirem a análise das características do pensamento destes sujeitos. Os fragmentos das entrevistas revelam algumas jogadas, baseadas em critérios pré-estabelecidos.

A representação a seguir indica as jogadas de DAN (10:6) e PAL (10:9). O desafiador não realizou a devida marcação com o pino branco. O pesquisador aproximou-se para realizar questionamentos sobre as jogadas. A senha escolhida do PAU é V – L – A.

> DAN (10:6): Ainda não consegui encontrar a resposta.
> P – Me explica o que você fez e pensou até agora.
> DAN (10:6): Primeiro, eu tentei acertar na sorte (L – V – A), mas só acertei um. Como não dá pra ter certeza qual é, eu tentei inverter o laranja e o verde. (V – L – A).
> P – E qual foi o resultado?
> DAN (10:6) – Acertei um de novo, mas fiquei mais confuso.
> P – Por que você deu essas dicas para ele? (Pergunta ao desafiador).
> PAU (10:9) – Eu fui olhando a ordem escondida e coloquei a bolinha branca.
> P – E qual foi a jogada dele a partir da sua dica?
> PAU (10:9) – Nossa! Ele já acertou e eu que errei.
> DAN (10:6): Nossa, cara! Vê se presta atenção nisso.

A despeito de não possuírem domínio de todos os elementos que envolviam as jogadas, como se observa na representação da figura 22:

Figura 22 – Tabuleiro da jogada de DAN (10:6)



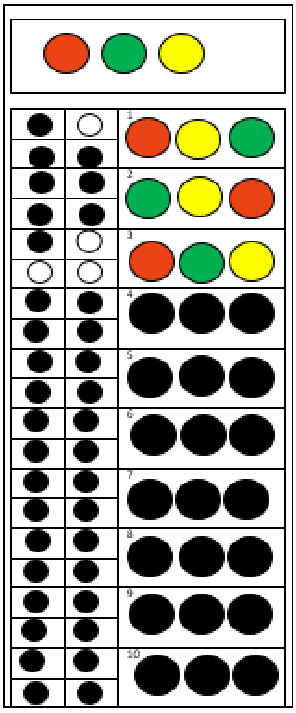
Fonte: O próprio autor, baseado nas jogadas do aluno DAN (10:6).

Em outra sessão, DAN (10:6) mostrou menos aleatoriedade em suas jogadas, uma vez que considerou as jogadas anteriores, revelando alguns progressos. A senha do desafiante foi L – V – A.

> DAN (10:6) constrói sua primeira sequência (L – A –V) e recebe um pino marcador branco.
> DAN (10:6): Agora eu acho que sei qual é a senha, só vou inverter. (Sua nova sequência é V – A – L, e não recebe nenhum pino).
> DAN (10:6): Vixe! Agora piorou.
> P: O que você acha melhor: acertar uma cor ou errar todas? DAN (10:6) Ah! Pelo menos quando eu acerto um, eu fico mais animado. Agora, errando tudo, daí é muito ruim, não gosto.
> P: E agora? O que você vai fazer na próxima jogada?
> DAN (10:6): Eu vou olhar aqui (passa o dedo sobre a primeira linha). Acho que vou inverter tudo, e como eu errei tudo agora, eu acho que o certo é a cor laranja, por isso vou trocar a amarela e a verde, vai que dá.
> P: Você acha que existem outras possibilidades de jogadas? DAN (10:6): Olha, tô pensando nessa. Eu vou pensar uma de cada vez. Vamos ver o que dá agora. (Faz a sequência L – V – A e recebe três pinos brancos).

A Figura 23 ilustra o fragmento da entrevista. Percebe-se que DAN (10:6) vislumbra um início de sistematização de suas jogadas ao considerar o que já tinha sido feito em jogadas anteriores.

Figura 23 – Jogadas de DAN (10:6)



Fonte: O próprio autor, baseado nas jogadas do aluno DAN (10:6).

A evolução deste participante acontece de forma gradativa, pois passa a considerar as informações que continha no tabuleiro.

A participante STE (10:9) inicialmente relatou que não utilizou de nenhuma estratégia para realizar sua jogada: ‘a primeira não tem como saber; então, eu fui na sorte’. Observa-se, entretanto, a ausência de pinos brancos, ou seja, zero acertos, o que a fez pensar em trocar a sequência de cores na jogada posterior. ‘Como não tinha nenhuma bolinha branca, eu resolvi mudar tudo’. O outro protocolo de STE (10:9) revela que a senha escolhida pelo desafiador era A – V – L.

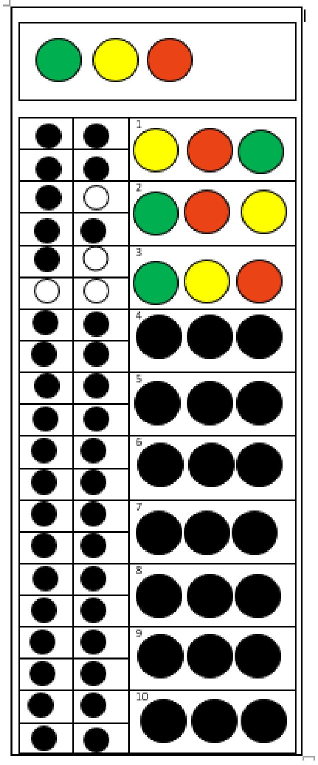
> Em sua primeira jogada, STE (10:9) apresenta L – A – V. Não recebeu nenhuma bolinha branca indicando acerto.
> P: O que você acha quando não recebe nenhuma bolinha branca? STE (10:9): Eu acho muito ruim, mas daí é só trocar tudo, né! Vai na sorte. (Mesmo centrada no acerto, compreende a necessidade de trocar todas as cores da sequência. Assim, construiu a segunda sequência, A – L – V, e recebeu uma bolinha branca. Porém, em outra jogada, repetiu a mesma sequência apresentada na primeira jogada, L – A – V, e não recebeu nenhuma dica). STE (10:9): Poxa! Não percebi! Fiz igual a primeira. Agora eu acerto. (Construiu a sequência V – A – L e recebeu apenas uma bolinha branca). STE (10:9): Nossa, mas eu fiz diferente da outra jogada. Por que só uma bolinha branca? Não estou entendendo mais nada.

Mesmo que a participante tenha apresentado um início de sistematização, ainda repetiu a série anterior, demonstrando incapacidade para variar e perceber novas possiblidades de jogada, conforme Figura 24. STE (10:9) encontra-se em nível IA na prova “O Recorte de um Quadrado” e “Tirar a Sorte por Pares”, demonstrando limitações para coordenar possibilidades e noções de probabilidade.

Na terceira sessão, STE (10:9) apresentou avanços progressivos que podem ser percebidos no excerto da entrevista reproduzida. STE (10:9) foi desafiada por RAI (10:3). RAI (10:3) escolheu como senha L – A – V. O pesquisador iniciou os questionamentos:

> P: Explique para mim como você está pensando suas jogadas.
> STE (10:9): Primeiro, eu coloquei estes aqui (passa o dedo na primeira linha), e ela não colocou nenhuma branca, então eu errei tudo. (A criança colocou A – L – V).
> P: Como você pensou para fazer essa primeira jogada?
> STE (10:9): Eu só tentei, fiz na sorte. A primeira não tem como eu saber. E não acertei nada.
> P: E a segunda jogada? Você utilizou alguma estratégia?
> STE (10:9): Eu só prestei atenção pra não fazer igual a primeira. Então eu fiz V – L – A.
> P: E o que aconteceu? Você teve sucesso?
> STE (10:9): Estava tudo errado na primeira. Então, alguma coisa eu achei que ia acertar, né? Eu acho. Daí eu acertei uma só, porque ela colocou uma bolinha branca pra mim.
> P: O que mais você pensou?
> STE (10:9): Nada! Eu só tentei isso mesmo. E deu um pouco certo, porque ela colocou uma bolinha branca, e daí eu já entendi.
> P: O que você entendeu?
> STE (10:9): Que eu fiz certo.
> P: Teria outras possibilidades? Você poderia ter escolhido outra combinação? O que você acha?
> STE (10:9): Eu acho que não. Eu sou esperta. Eu já fiz a próxima e acertei tudo: L – A – V. (Recebeu três bolinhas branca).
> P: O que você achou?
> STE (10:9): Eu achei legal, mas difícil. Tem que usar a cabeça.
> P: Em que parte você usou a cabeça?
> STE (10:9): Nas jogadas. Eu fui tentando e deu.

Figura 24 – Jogada de STE (10:9)



Fonte: O próprio autor, baseado nas jogadas dos alunos STE(10:9) e RAY (10:3).

Em síntese:

1° jogada: A – V – L (sem nenhuma marcação do pino branco);

2° jogada: V – L – A (recebeu uma dica: um pino branco);

3° jogada: V – A – L (Acerto).

STE (10:9) considerou a informação do pino branco, tendo em vista que na primeira tentativa não obteve nenhum acerto, como mencionou, de modo que não repetiu a sequência de cores na jogada seguinte. Em seu relato, não há evidências de uma estratégia bem elaborada, especialmente porque considerou que jogou corretamente porque era esperta. A participante não realizou exclusões sistemáticas, não antecipou as jogadas mentalmente. Nessa partida, STE (10:9) conseguiu observar a primeira sequência realizada e não a repetiu conforme procedeu na sessão anterior. Porém, não avançou de nível, uma vez que apresentou justificativas subjetivas em relação às suas jogadas.

Podemos ilustrar outra situação de avanço com as jogadas do sujeito FEL (10:9), de acordo com a Figura 25 e a síntese descrita.

Figura 25 – Intervenção com jogo Senha

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A senha escolhida foi: A – V – L.

1° Jogada: V – L – A (não recebeu nenhuma bolinha);
2° Jogada: V – A – L (uma bolinha branca);
3° Jogada: L – V – A (uma bolinha branca);
4° Jogada: A – L – V (uma bolinha branca);
5° Jogada: A – V – L (descobriu a senha).

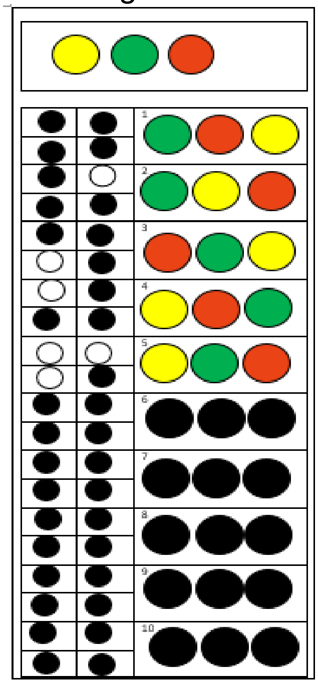
> P: Posso ver vocês jogarem?
> JOR (10:7): Sim, professor, mas eu não tô muito bom ainda!
> P: Vamos lá que quero observar.

O adversário escolheu a senha (A – V – L) e JOR (10:7) fez a primeira jogada.

> JOR (10:7): Nossa, errei tudo. Vou tentar de novo. Agora eu acertei uma bolinha! (Tenta a senha V – A – L).
> P: Qual bolinha você acha que acertou? O que você está pensando?
> JOR (10:7): Eu não sei, preciso continuar tentando.
> P: Você acertou uma dessa vez, e na outra jogada acertou nenhuma. O que você acha disso? É melhor acertar uma ou nenhuma?
> JOR (10:7): É melhor acertar uma, né. Parece que já está no caminho.
> P: O que você vai fazer agora? Continue.
> JOR (10:7) fez L – V – A: Acertei uma de novo.
> P: Observa o jogo. O que você está pensando pra fazer as jogadas?
> JOR (10:7): Ah! Eu só estou tentando não repetir o que já fiz. Vou tentar de novo. (Fez novamente L – V – A).
> P: E agora?

JOR (10:7): Acertei uma de novo.
P: Observe suas jogadas. Quais dicas você tem?
JOR (10:7): Não sei. Preciso tentar de novo. Está difícil! (Dessa vez, tentou a senha A – L – V e recebeu uma bolinha branca.
P: E aí? Quero que você me explique o que está pensando em cada jogada.
JOR (10:7): Eu não sei! Eu estou olhando pra não repetir, mas eu não acerto. Vou tentar outro jeito. (Dessa vez, acertou a senha – A – V – L).
P: Como você acha que acertou a senha?
JOR (10:7): Eu tentei não repetir nenhuma vez a sequência.
P: Existem outras maneiras para você descobrir a senha?
JOR (10:7): Eu acho que nenhuma, porque se eu não repetir, uma hora eu acerto.
P: Você acha que tem outras estratégias pra você pensar pra chegar na resposta certa?
JOR (10:7): Deve ter, mas eu uso essa.

Figura 26 – Jogadas de FEL (10:9)



Fonte: O próprio autor, baseado nas jogadas dos alunos FEL (10:9) e JOR (10:7).

Apesar de as jogadas serem menos aleatórias, os sujeitos não conseguiram articular outras possibilidades e regras do jogo, fixando-se somente na estratégia de não repetir as jogadas. Ao empregarem o critério de exclusão para as demais jogadas, não conseguiram considerar outras possibilidades para pensar e raciocinar sobre estratégias de jogo, mesmo quando questionados pelo pesquisador.

Ainda que considere as jogadas anteriores e justifique que procurou não repetir, o sujeito centra-se apenas nessa única condição, não coordenando outras dicas que foram dadas no decorrer das jogadas, o que revela um pensamento ainda incompleto, não caracterizando uma mudança para o nível superior.

Na prova “O Recorte de um Quadrado”, JOR (10:7) apresentou nível

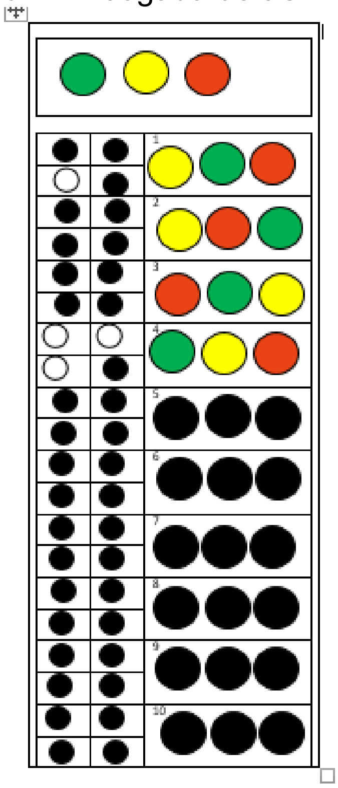
IB, ou seja, característica do possível analógico menos elementar, em transição para um nível mais elaborado, conseguindo observar outras possibilidades. O protocolo de JOR (10:7) mostrou que o participante não conseguiu explicar de maneira lógica e completa todas as perguntas do experimentador, e continuou fazendo suas tentativas considerando a informação de não repetir, sem muita sistematização.

Em outra sessão, foi possível observar avanços nas jogadas de JOR (10:7) que apontou para a ideia de considerar as informações das jogadas anteriores, sem repetição das sequências que já haviam sido construídas, apresentando jogadas mais sistemáticas e justificativas menos subjetivas. A senha da próxima partida de JOR (10:7) era V – A – L.

> P - Me explica como você pensou as suas jogadas.
> JOR (10:7): A primeira jogada eu acertei uma bolinha, porque eu recebi uma branca. Eu coloquei A – V – L. Daí eu pensei pra próxima: Deve ser a amarela que eu acertei. Daí eu mantive ela aqui (passou o dedo na segunda linha do tabuleiro). Porém, eu não acertei nada. (Colocou A – L – V).
> P: O que você achou de não acertar nada?
> JOR (10:7): – Eu achei ruim e bom. Ruim, porque não fiz nada, né, e bom, porque daí eu já sei que não acertei a amarela naquela primeira vez.
> (Em sua terceira jogada, JOR (10:7) constrói a sequência L – A – V sem nenhum acerto).
> JOR (10:7): Nossa! Eu estou ruim mesmo hein! Achei que ia acertar.
> P: O que você achou dessa jogada?
> JOR (10:7): Olha, eu não gosto de errar, mas eu tô pensando lá na minha primeira jogada (A – V – L). Eu pensei que tinha acertado a cor amarela, mas não foi. Então, agora, eu pensei que era a cor verde, por isso coloquei ela aqui (L – V – A). Mas acertei nem o amarelo, e nem o verde, então agora eu já sei. Eu vou manter o laranja e trocar as duas cores.
> (Em sua quarta jogada (V – A – L) conseguiu descobrir a senha).

O ponto positivo que marcou a evolução do pensamento foi o fato de JOR (10:7) assegurar que acertou uma posição em sua primeira jogada e testou outras possibilidades. Quando questionado sobre tirar zero, ou seja, nenhuma bolinha branca, ele considerou ruim e bom. A exclusão se efetivou nesta sessão, pois coordenou suas jogadas excluindo as que foram testadas anteriormente. A Figura 27 ilustra a representação deste protocolo:

Figura 27 – Jogada de JOR (10:7)



Fonte: O próprio autor, baseado nas jogadas do aluno JOR (10:7).

Ao ser avaliado nas provas do possível e da probabilidade, JOR (10:7) estava em nível IB de transição entre um possível analógico para um copossível concreto. Na prova, "Tirar a Sorte por Pares", JOR (10:7) apresentou condutas em nível II, ou seja, mesmo que tivesse percebido as quantidades, ainda não conseguiu coordenar todas as possibilidades que envolviam as combinações possíveis.

Outro participante, MIG (10:7), classificado em nível IIA na prova dos possíveis e probabilidade, apresentou condutas mais evoluídas, com sistematização dos argumentos mais sólidos, lógico e menos subjetivo.

A senha escolhida foi L- V- A. Quando MIG (10:7) acertou a senha, ficou claro que utilizou as estratégias lógicas, a justificativa de suas jogadas e o pensamento presente em suas respostas, com argumentos sólidos. Sua conduta foi mais reflexiva e planejada, utilizando as informações das jogadas anteriores de maneira lógica e coerente. Assim, para a senha L – V – A:

1° jogada: A – V – L (recebeu uma bolinha branca);

2° jogada: V – A – L (não recebeu nenhuma bolinha – errou todas);

3° jogada: L – V – A (acertou a senha)

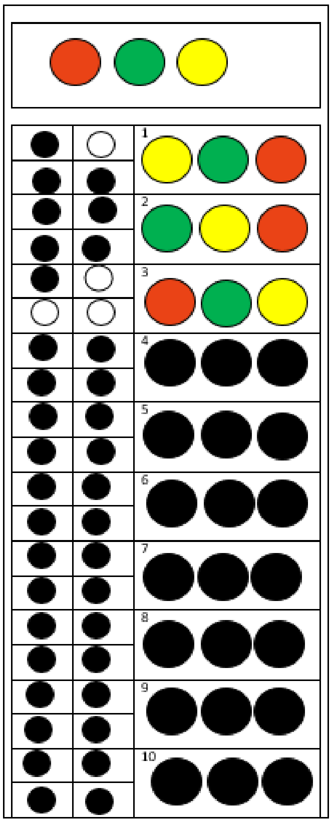
O experimentador questionou o participante MIG (10:7).

> P: Como está o jogo? estão conseguindo pensar as estratégias?
> MIG (10:7): Sim, eu estou. Não é tão difícil, só precisa pensar.
> P: Como está esta partida? Você pode me explicar o que pensou?
> MIG (10:7): Eu coloque essa sequência: V- A- L. Ele colocou uma bolinha branca, então alguma posição eu acertei.
> P: Você acha que poderia ter começado de outra maneira? Quantas maneiras você pode fazer na primeira jogada?
> MIG (10:7): Olha, eu não sei, eu sempre chuto, porque não tenho nenhuma dica, então eu não faço ideia.
> P: Mas poderia ser diferente dessa que você fez?
> MIG (10:7): Ah, sim! Poderia trocar as cores, mas isso é aleatório.
> P: E agora? Qual será sua próxima jogada?
> MIG (10:7): Deixa eu pensar! Eu acho que vou inverter duas cores. (Trocou o verde pelo amarelo, mantendo o laranja e ficou com a senha V – A – L).
> P: E agora?
> MIG (10:7): Vamos ver. (Não obteve nenhum acerto, não recebeu nenhuma bolinha).
> MIG (10:7): Nossa! Acertei nenhuma.
> P: O que você vai fazer?
> MIG (10:7): Eu vou pensar um pouco... se ali eu acertei um, e aqui nenhum. E com certeza essa laranja não é aqui. Vou voltar e mudar o laranja.
> P: Por que está pensando assim?
> MIG (10:7): É só olhar o que eu acertei antes. Não foi o laranja, porque aqui eu errei tudo. Se eu voltar a primeira jogada, o laranja não é aqui, então o laranja deve ser aqui. Eu acho né...
> P: E porque você acha?
> MIG (10:7): Porque eu pensei. Não tem lógica, se não for assim.
> P: O que você acha?
> MIG (10:7): Eu acho que eu acertei. (O desafiador colocou 3 bolinhas brancas indicando que tinha acertado).
> P: Você acha que tinha outras maneiras de acertar?
> MIG (10:7): Eu acho que não, porque a senha é só uma, não tem outro jeito.
> P: O que você acha da estratégia que você usou?
> MIG (10:7): Precisa pensar, né, raciocionar, usar a cachola. Mas eu gostei.

MIG (10:7) considerou importante olhar para as jogadas anterirores e excluir aquelas que não obteve sucesso, assim como fez na 3ª jogada. Assim, ficou nítido que o participante conseguiu coordenar as séreis anteriores e o que deveria ser excluído como possibilidade. Quando questionado sobre quantas possiblidade teria de iniciar o jogo, não conseguiu prever as seis possibilidades, mas a sistematização de suas jogadas tornou-se evidente na escolha da sequência posterior.

A integração das retroações e antecipações foram reveladas em seu procedimento, o que contribuiu para deduzir a senha com maior facilidade. Quando foi questionado pelo experimentador a pensar sobre suas jogadas, suscitou tomadas de consciência para justificar suas ações. Este protocolo pode ser observado na Figura 28.

Figura 28 – Tabuleiro da jogada de MIG (10:7)



Fonte: O próprio autor, baseado nas jogadas do aluno MIG (10:7).

As respostas de MIG (10:7) evidenciaram aproveitamento de forma consciente das jogadas anteriores, como: ‘Eu vou pensar um pouco... se ali eu acertei um, e aqui nenhum. E com certeza essa laranja não é aqui. Vou voltar e mudar o laranja’. Ao coordenar a série anterior, identificou maior mobilidade de pensamento, ao emitir resposta mais complexa para a questão.

Sujeitos dese nível mostraram comportamentos mais consciênte e jogadas menos aleatóreas, à medida que foram solicitados a explicar seu próprio procedimento. O argumento de MIG (10:7) tornou-se mais consistente, revelando o raciocínio envolvido. Para compreensão de tal necessidade, o sujeito precisa realizar retroações e proações, ou seja, antecipa as jogadas, pensando e raciocinando sobre qual senha está escondida.

O uso de jogos de regras na prática pedagógica escolar deve ser incentivada por parte de pesquisadores e professores. Durante as partidas, os sujeitos são desafiados a pensar, raciocinar, envolver-se ativamente nas atividades, o que pode desencadear desequilíbrios e perturbações cognitivas por meio de tais interações com o jogo e com os pares. A prática de jogos no contexto escolar permite que sujeitos progridam em seu desenvolvimento cognitivo, a ponto de superarem os desequilíbrios, resolvendo a perturbação, reencontrando o equilíbrio.

Além disso, ao jogarem e pensarem nas estratégias, anteciparem jogadas, permitem a tomada de consciência das ações materais, desde as mais simples até as operações mais complexas. Piaget (1977) destaca que as ações materiais são precursoras das operações mentais, resultando de um processo de transformações intensas e inconscientes aos sujeito.

A utilização dos jogos de regras na sala de aula pode beneficiar os sujeitos na melhoria do rendimento pedagógico, pos são instigados a pensar concientemente para justificarem suas jogadas. A intervenção, com base em problematizações explícitas, permitem situações férteis para engendrar evolução de mecanismos cognitivos dos sujeitos a patamares mais elevados, o que permite melhora na aprendizagem dos conteúdos escolares.

5.6 Intervenção Com Resolução De Problemas Matemáticos

O problema foi selecionado e elaborado de acordo com os documentos oficiais que organizam o currículo em nível nacional e estadual, buscando aproximação entre a teoria piagetiana e a metodologia de resolução de problemas matemáticos proposta por Onochic e Alevatto (2002, 2011, 2017).

Partindo de tais pressupostos, apoiado no Método Clínico piagetiano, a argumentação e contra-argumentação individual e grupal foram utilizadas, a fim de que o pesquisador pudesse perceber os mecanismos cognitivos subjacentes dos sujeitos em situações de resolução de problemas matemáticos envolvendo o pensamento da probabilidade.

Desta forma, o pesquisador interveio com uma situação problema para ser resolvida em grupo, por toda a turma.

Quadro 10 – Problema 1

Na turma de Bento e Carolina há 16 meninos e 14 meninas. Todos os dias, a professora faz um sorteio para escolher o ajudante do dia. Quem tem mais chances de ser sorteado: meninas ou meninos?

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O problema foi escrito no quadro e os sujeitos foram organizados em grupos de quatro a cinco alunos, de modo que o processo de resolução foi guiado pelo professor, de acordo com as etapas propostas por Onochic e Alevatto (2011).

Quadro 11 – Abordagem Metodológica de Resolução de Problemas

Passos	Ações
Passo 1	Proposição do problema (seja pelo professor ou ainda sugerido pelo estudante);
Passo 2	leitura individual, interpretação da situação problema, identificar palavras que não conhecem o significado;
Passo 3	leitura conjunta, para compreensão de todos os estudantes;
Passo 4	divisão em grupos para levantamento de hipóteses;
Passo 5	observação e incentivo por parte do professor para que todos participem e interajam na tentativa de encontrar soluções;
Passo 6	um representante de cada grupo vai ao quadro e registra as possíveis respostas que o grupo encontrou;
Passo 7	plenária;
Passo 8	consenso entre os estudantes e
Passo 9	explanação do conteúdo matemático.

Fonte: Adaptado de Onochic; Alevatto (2011).

A proposta baseada em problemas a partir dessa concepção se aproxima da ideia construtivista piagetiana, especialmente ao oportunizar análise, reflexão, planejamento, raciocínio, envolvimento ativo do estudante, assim como tomadas de consciência do processo de construção do conhecimento.

Ao apresentar o problema para turma e colocá-los em grupo, o pesquisador conseguiu perceber o comportamento dos alunos para o trabalho em equipe, conversou com a turma sobre o trabalho em grupo e como eles poderiam se organizar para pensarem juntos a solução para o problema. Apesar de encontrarem dificuldades para trabalharem em conjunto, alguns estudantes destacaram os pontos positivos:

> PAU (10:8): ‘Trabalhar em grupo é: “Uma mão lava a outra”’.
> STE (10:3): ‘Quando estamos em grupo, nós aprendemos, nos divertimos, um ajuda o outro, a gente aprende e ensina também o outro’.
> FEL (10:9): ‘Quando o trabalho é em equipe, os outros também tem oportunidade de falar’.
> MIG (10:7): ‘Quando está em grupo, não é só um que aprende, é o grupo. Todos aprendem, compartilhamos o que pensamos, todos juntos’.

Para Piaget (1973), a interação social é um fator importante para o desenvolvimento cognitivo, uma vez que as ações e operações assumem a dimensão coletiva, de modo que as condutas vão se modificando umas às outras em forma de cooperação e em correspondência recíproca. Essa interação social constitui um sistema de interações, que se inicia com as relações dos indivíduos dois a dois e se estende com as interações entre cada um deles, formando totalidades humanas. Piaget (1978, p. 6) deixa claro que o conhecimento não é uma simples cópia da realidade ou um simples desdobramento das estruturas pré-formadas, ao contrário, aponta que:

> [...] o conhecimento não procede, em suas origens, nem de um sujeito consciente de si mesmo nem de objetos já constituídos (do ponto de vista do sujeito) que a ele se imporiam. O conhecimento resultaria de interações que se produzem a meio caminho entre os dois, dependendo, portanto, dos dois ao mesmo tempo, mas em decorrência de uma indiferenciação completa e não de intercâmbio entre formas distintas.

Quando apresentado o problema aos estudantes, solicitou-se que realizassem a leitura, conforme estruturado pela abordagem já explicitada, assim, quando terminaram a leitura individual, foi aberto o momento de plenária para que discutissem o que estavam pensando.

> MIG (10:7): Eu acho que tem mais chance de ser meninos, pois tem maior quantidade.
> P: Me explique como vocês pensaram isso.
> MIG (10:7): Eu não sei explicar. Só sabemos que tem maior quantidade de meninos do que meninas, então elas têm mais chance. (Quantifica as relações possíveis, o que demarca uma noção importante para o desenvolvimento do pensamento probabilístico).
> P: Vocês concordam turma? Alguém pensa diferente?
> Turma: (Todos concordaram e ninguém quis explicar o pensamento).
> P: E se no sorteio sair uma menina? O que vocês acham?
> MIG (10:7) – Eu acho que pode ser, porque também tem meninas.
> P: Qual a possibilidade de sair meninas?
> MIG (10:7) – Eu não sei. A gente não conseguiu pensar nisso.
> (Pergunta direcionada para turma toda).
> Apesar de quantificar inicialmente os meninos, não aplica o mesmo pensamento para as meninas, revelando que esta construção ainda está incompleta, porém, não apresenta uma resposta aleatória, sem considerar nenhuma informação.
> P: Qual a possibilidade de sair meninas?
> (Conversam, discutem, não conseguem chegar em uma resposta comum).
> P: Quantos alunos possui a turma de Carolina e Bento?
> T: 30.
> P: Quantas meninas?
> T: 14 meninas.
> P: Em 30 estudantes, quantas chances têm de sair meninas?
> MIG (10:7): 14, né, professor?
> P: O que vocês acham?
> T: Eu acho que o MIG está certo.
> P: Pensem um pouco. Por que vocês acham que o MIG está certo?
> FEL (10:9): Acho que em uma turma de 30 pessoas, 14 são as chances de sair as meninas.

> A intervenção do professor, fez com que analisassem as informações do problema por outra perspectiva, ao invés de considerar a quantidade de meninos, agora consideraram a quantidade de meninas.
> P: E por que você pensou dessa forma?
> FEL (10:9): Porque tem 14 meninas, em um total de 30 alunos.
> P: E em relação aos meninos? Qual a chance?
> FEL (10:9): Ah! Agora você me pegou.
> O pensamento ainda está incompleto, pois não conseguem retornar ao pensamento e a resposta dada anteriormente.
> P: É preciso pensar, igual vocês fizeram para pensar sobre as meninas.
> FEL (10:9): Nossa! Agora eu acho que entendi. Já sei, professor! Os meninos têm 16 possibilidades em 30. Eu acho que é isso.
> P: E vocês, turma, concordam ou discordam de FEL?
> T: Concordamos.
> P: Alguém discorda? Quero ouvir vocês.
> DAN (10:6): Eu concordo, porque ele pensou pros meninos a mesma coisa que pensou para as meninas, então tá certo.
> Nesse momento, conseguiram aplicar as estratégias de pensamento para ambas situações que demandaram respostas diferentes.
> P: Vocês concordam que o pensamento do FEL e do DAN estão corretos pessoal?
> T: SIM! (A turma concorda).

A prática do método clínico pressupõe um ambiente democrático, especialmente quando o experimentador respeita a criança, pede para refletir sobre aquilo que desconhece e, por isso, algo que deve ser destacado é a postura do experimentador, uma vez que a criança procura agradar o adulto, buscando uma expressão que confirme sua resposta. Contudo, durante o processo de intervenção, o líder da atividade ressaltou que o mais importante, para ele, não era o acerto, mas que os alunos mostrassem como estavam pensando, como conseguiram chegar no resultado.

O fato de ocorrer um fracasso ou êxito nem sempre implica uma tomada de consciência, visto que o sujeito pode, de forma inconsciente, rejeitar ou deformar o dado de observação incômodo, e “recalcar” (Piaget, 1977, p. 202). A tomada de consciência pode acontecer pelo próprio processo de assimilação, visto que o esquema dá sentido ao objeto e o esquema pode se tornar conceito e assimilação suscetível de evocações em extensão.

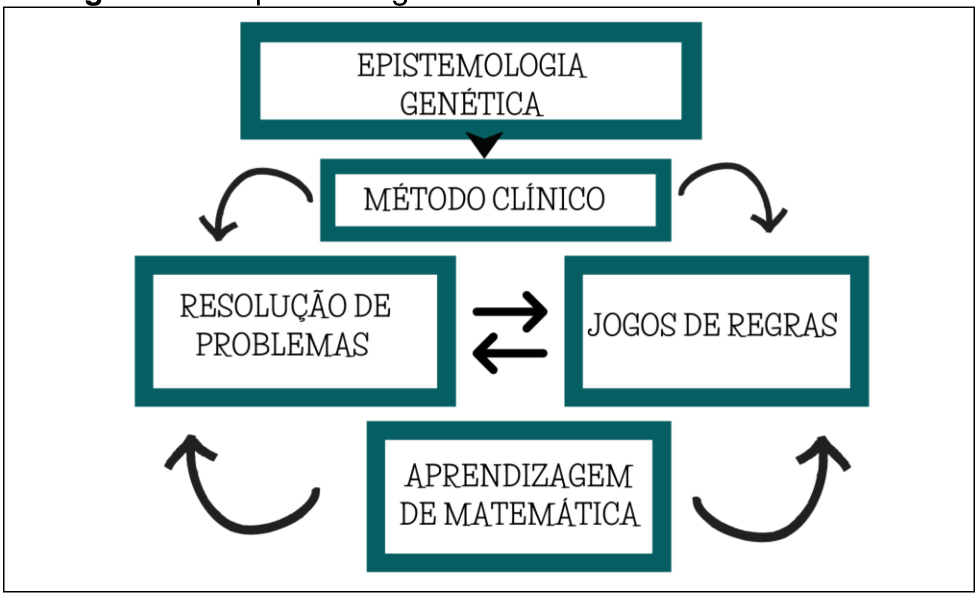
Ao cogitar o possível e o necessário, pensa-se nos produtos inferenciais do sujeito. Apesar de responderem as argumentações do experimentador, não conseguiram expor, de forma clara e lógica, suas ideias. Porém, apoiado no Método Clínico, a argumentação é importante para desencadear desequilíbrios cognitivos nos sujeitos, especialmente em aulas de Matemática, utilizando Resolução de Problemas.

Ao argumentar e contra-argumentar com o estudante, o pesquisador promove um processo reflexivo, que pode desencadear tomadas de consciência, assim como pode ser notado no relato acima, uma vez que, ao serem questionados, todo o grupo parou para pensar sobre as mesmas questões, permitindo que toda turma pensasse sobre as questões envolvidas no problema.

Mesmo quando as respostas não eram as corretas ou as esperadas pelo experimentador, o erro consistia em uma lacuna entre aquilo que a criança dizia e fazia. Este é um recurso importante para guiar a intervenção e a argumentação do professor. O fazer e o compreender estão intimamente ligados ao possível e ao necessário, e aparecem constantemente nas práticas de resolução de problemas (Stock, 2015).

Neste sentido, para uma prática de ensino de Matemática que garanta uma aprendizagem ativa ou que considere o sujeito em seu próprio processo de construção de conhecimento, destacam-se, sobremaneira, as contribuições da Epistemologia Genética, que alicerçam uma prática pedagógica clínica, permeando as intervenções na utilização de jogos de regras e metodologia de resolução de problemas. Tais ideias podem ser sintetizadas no organograma a seguir (Figura 29).

Figura 29 – Epistemologia Genética e Ensino de Matemática



Fonte: O próprio autor (2023).

Partindo desse pressuposto, o uso dos jogos de regras e a metodologia de resolução de problemas, apoiados no método clínico piagetiano, podem favorecer o processo de ensino e de aprendizagem escolar, uma vez que envolvem processos e mecanismos cognitivos na construção de novos conhecimentos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreender o processo de desenvolvimento humano é essencial ao professor, especialmente pelo fato de que o ser humano não está pronto, nem por força da hereditariedade nem do meio social. O sujeito é constituído por um processo ativo, que permite agir sobre o meio, de forma assimiladora e acomodadora. Esses processos permitem ao sujeito compreender o mundo e situar-se nele.

Assumir uma perspectiva epistemológica que fundamenta a prática pedagógica requer reflexão sobre a ação e, sobretudo, aprofundamento teórico que permite problematizar questões subjacentes à prática pedagógica. O professor planeja, elabora atividades, interpreta dados, avalia processos, observa comportamentos, ensina conteúdos, aplica estratégias metodológicas e outras atividades burocráticas que envolvem o ser professor.

O professor pesquisador não pode ser reduzido às suas ações nas práticas de ensinar ou apenas ser o cumpridor de conteúdos curriculares. Ele é quem assume o papel de construir e reconstruir conhecimentos. Pesquisar faz parte do ser professor (Becker, 2007). Piaget (1946) alertava sobre o professor que apenas reproduzia conhecimentos prontos, comparando-o a máquinas de ensinar, de modo que “esse ensino só tem por ideal fazer que se repita corretamente o que corretamente foi exposto” (p. 83).

Compreender o sujeito como epistêmico é fundamental para a mudança da prática pedagógica, especialmente por entender a capacidade de construir estruturas cognitivas a partir da ação sobre o meio, sendo ele físico, cultural, simbólico, científico, artístico ou ético, possibilitando ampliar e reestruturar as estruturas cognitivas, conhecendo e aprendendo.

Assim como o aluno, o professor também é um sujeito epistêmico, que precisa ter consciência da sua capacidade de aprender e ampliar os conhecimentos. Essa concepção se ancora no construtivismo interacionista de Jean Piaget, que não deve ser compreendido apenas como construir conteúdos, como muitas vezes se entende na escola; porém, construir-se em “formas, estruturas ou capacidades” (Becker, 2007, p. 10).

A perspectiva construtivista não deve ser confundida com metodologia, uma vez que diferentes métodos podem ser utilizados, desde que o foco esteja nas coordenações das ações dos sujeitos envolvidos na operação. Oliveira (2007) destaca que o professor pesquisador busca razões daquilo que sabe fazer, partindo do conhecido para chegar ao desconhecido.

A Metodologia de Resolução de problemas pode favorecer as tomadas de consciência pois as perturbações provocadas no coletivo são positivas. Mesmo que cada sujeito vivencie processos distintos, as situações individuais permitem a problematização mais pertinente ao processo de cada um. Para resolver problemas, em especial problemas matemáticos, o sujeito precisa observar os dados e pensar em meios para solucioná-los.

Assim, antecipa, corrige ou substitui estratégias, se necessário. Essa proposta metodológica possibilita ao sujeito um constante vaivém entre o objeto e a ação, de modo que é a partir dele que a tomada de consciência se aproxima, ou seja, estende-se da periferia P para o centro C. Quando o professor propõe um jogo para a criança, ela se depara com uma situação problema que precisa de solução, o que requer processos cognitivos internos para chegar ao objetivo. Do mesmo modo, na resolução de problemas matemáticos, os sujeitos devem criar procedimentos, organizá-los cognitivamente e avaliá-los em função dos resultados obtidos.

O processo de tomada de consciência permite ao sujeito retomar as suas ações e reconstruí-las em um novo patamar. Pensar em interações entre sujeito e objeto implica pensar em abertura para os possíveis. As situações vivenciadas em jogos de regras podem ser aplicadas em situações que envolvem a resolução de problemas matemáticos e vice e versa, assim como na vida cotidiana.

Pensar em resolução de problemas, de certo modo, é pensar no possível e no necessário, visto que é preciso refletir, analisar as possibilidades de ação e as limitações impostas pelo contexto. Pensar no possível é pensar no universo de opções, de acordo com as condições da situação, uma possível solução, ou seja, o possível é invenção e criação.

Para Piaget (1986), o possível e o necessário não são observáveis, ou seja, são produtos das composições inferenciais do sujeito e determinam a abertura de possíveis cada vez mais numerosos com interpretações cada vez mais ricas. Quando se depara com um problema matemático, cabe ao sujeito analisar, pensar, observar o contexto, as informações que cumprem uma limitação, ou seja, essa limitação cumpre um número finito de possibilidades.

Pensar em tais possibilidades e limitações é pensar no necessário, e não necessariamente em limitações, mas na capacidade de coordenar as informações da situação imposta pela questão e caracterizar o que é necessário para resolver.

Os dados encontrados revelaram que as intervenções utilizando os jogos Sudoku e Senha, assim como a resolução de problemas matemáticos, permitiram situações férteis que engendraram evolução de possíveis. Porém, vale destacar que as situações problematizadoras desencadeadas durante as intervenções pedagógicas mostrou-se eficaz, uma vez que os procedimentos utilizados durante as jogadas possibilitaram atualizações necessárias para novas construções.

A construção da novidade, ou seja, do possível, é um elemento importante na evolução do sujeito, pois a medida em que se preenche as lacunas anteriores, abrem-se para novas possibilidades de construção. No momento que os procedimentos se aperfeiçoaram, os participantes da pesquisa ultrapassaram o nível analógico, alcançando níveis mais elevados. Assim, a intervenção possibilitou abertura de novos possíveis a partir dos conflitos cognitivos desencadeados pelas situações problematizadoras.

Intervenções pedagógicas utilizando o jogo e a resolução de problemas matemáticos favorece a abertura de novas construções, assim como foi evidenciado nos dados, quando os sujeitos mudaram as estratégias e procedimentos durante as jogadas, ou seja, passaram da não operatoriedade para a operatoriedade.

Do ponto de vista da aprendizagem e do desenvolvimento, pode-se afirmar que as construções provocadas por meio das situações engendradas no jogo e na resolução de problemas matemáticos permitiram novas aprendizagens e desenvolvimento. Ao realizarem compensações para resolução dos conflitos, os sujeitos atingiram níveis de construções superiores, o que indica desenvolvimento.

O professor construtivista piagetiano é, senão, aquele que conhece o Método Clínico, visto que é por meio de uma postura clínica e de constante observação das condutas que consegue intervir de forma a levar os alunos a ultrapassarem o nível de mera repetição, ao tempo que tomem consciência dos conteúdos propostos, gerando posturas criativas e mais reflexivas em sala de aula.

O construtivismo é uma teoria que permite pensar a edificação do conhecimento, elaborada a partir de um olhar clínico de Jean Piaget sobre as condutas psicossoais (Keback, 2007). Assim, pedagogicamente, o método clínico tem seu valor ao compreender uma determinada conduta do sujeito, ao olhar as estruturas subjacentes do pensamento que possibilitou tais comportamentos.

Quando desafiamos as crianças coletivamente ou individualmente no contexto da sala de aula, estamos desequilibrando-as com contra-argumentos, o que demanda novas organizações sobre os objetos, e tais momentos podem ser caracterizados de real pesquisa em sala de aula.

No contexto escolar, Piaget (1963) já apontava que o ensino convencional não dá conta de atender à necessidade dos educandos, uma vez que o ensino é centrado no professor, prioriza a transmissão dos conteúdos e que os alunos realizam as atividades solicitadas pelo professor. Assim, pensar em métodos ativos é a melhor forma de romper com uma visão tecnicista no contexto escolar.

Para Ferreira; Lima e Cosme (2021) é preciso pensar a escola como um espaço de promoção de desenvolvimento das crianças, especialmente como um espaço privilegiado de democracia.

Ao considerar o uso dos jogos de regras e metodologia de resolução de problemas, tais estratégias podem potencializar as interações dos sujeitos com o objeto de conhecimento, uma vez que buscam organizar a lógica do pensamento para alcançar um objetivo.

Não é possível dissociar a pesquisa da prática do professor, visto ser viável engendrar teorias e torná-las conhecidas por meio do diálogo com os pares, não desprezando a função formativa de todo processo (Oliveira, 2007). Pensar na construção de possíveis e na organização da prática pedagógica requer uma “constante transformação, configurando, no desenrolar da ação, perspectivas infinitas” (p. 23). Piaget et al. (1985, p.25) aponta que [...] entre essa constituição dos possíveis infinitos e as constituições das operações formais ou hipotético-dedutivas cujas características são, entre outras, saber raciocinar sobre possíveis, imergir neles o real e ligá-los através de laços necessários.

Tomar consciência de que o universo é ilimitado de possibilidades conjuga fazer escolhas também conscientes de possibilidades limitadas e não aleatórias, ou seja, com critérios, colocando “[...] o real num sistema de variações co-possíveis, unidas entre si através de variações necessárias” (Piaget et al., 1985, p. 28).

O professor que assume a função investigativa na sua prática pedagógica alimenta-se da dúvida pois a certeza é sempre provisória. O ensino de certezas é sempre prejudicial e é marcado pela ausência de reflexão e crítica. Dessa maneira, o Método Clínico deve ser a base da conduta do professor, a fim de que assuma uma postura de constante observação para orientar os processos de tomada de consciência e para gerar posturas criativas e reflexivas no contexto da sala de aula.

O Método Clínico permite ao professor um novo olhar sobre as condutas psicossociais, além de refletir sobre as questões de maneira dialética e didática, podendo ser visto como uma “ferramenta experimental”, com base nos pressupostos da Epistemologia Genética (Kebach, 2007). Para Delval (2002), a essência do método clínico se encontra “no tipo de atividade do experimentador e de interação com o sujeito” (p. 61). Essa conduta fornece dados de como se pode agir pedagogicamente.

Essa maneira de entender a prática pedagógica confronta e derruba conceitos ancorados no empirismo e apriorismo, como já mencionados nesta tese, especialmente porque o professor pesquisador procura entender a lógica do pensamento da criança, refletindo, a partir das proposições desta problemática, respeitando o processo de construção do conhecimento, alicerçado em uma teoria epistemológica.

O valor pedagógico da teoria da Epistemologia Genética consiste em compreender as estruturas do pensamento dos sujeitos; as tomadas de consciência sobre os temas abordados, de como progridem em seus conhecimentos. Em sala de aula, ao desencadear desequilíbrios cognitivos, esse ambiente pode se tornar um espaço real de novas descobertas.

Desse modo, considera-se a partir dos resultados discutidos para a problemática que originou esse trabalho, que é possível identificar implicações de uma intervenção pedagógica utilizando jogos de regras e metodologia de resolução de problemas, uma vez que se observou mudanças cognitivas nos sujeitos participantes da pesquisa, ou seja, há relações entre uma proposta pedagógica que se utiliza dos jogos de regras e da resolução de problemas com o desenvolvimento da criatividade lógica e o pensamento probabilístico, o que nos leva a responder ao objetivo geral deste trabalho.

As interrelações construídas neste trabalho entre os aspectos cognitivos, sociais e afetivos com base na teoria de Jean Piaget possibilitaram pensar em diferentes propostas de intervenção pedagógica utilizando jogos de regras e resolução de problemas não apenas para o campo da Educação Matemática, mas também para as demais áreas do conhecimento.

Uma prática alicerçada na proposição de desafios cognitivos, permite o preenchimento de lacunas do pensamento e orienta novas intervenções pedagógicas. Olhar para a teoria de Jean Piaget, durante todo esse percurso, permitiu ao pesquisador compreender que todo conhecimento é social e cognitivamente integrado, e conhecer o desenvolvimento humano favorece ao professor pensar em propostas pedagógicas que solicitam de seus alunos significações e construções cada vez mais elaboradas.

Além disso, esse trabalho representa para este pesquisador a conclusão de uma etapa importante marcada por enriquecimento pessoal, profissional, e início de novas possibilidades. Espera-se que a leitura desta tese possibilite, em especial aos professores, pensar no sujeito como aquele que participa do processo de aprendizagem.

Caminhar até aqui só foi possível pelas pessoas que juntamente seguraram minha mão, proporcionando vivências riquíssimas e construções que me modificaram em todo este processo, nas disciplinas cursadas, nas reuniões de grupo de pesquisa oportunizados pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da UEL, nas trocas entre os pares, nas reuniões, orientações e nos eventos que me constituíram enquanto pessoa, professor e pesquisador.

REFERÊNCIAS

ASEERI, M. M. Y. Abstract Thinking of Practicum Students at Najran University in Light of Piaget's Theory and Its Relation to Their Academic Level. **Journal of Curriculum and Teachin**, v. 9, n. 1, p. 63-72, 2020.

BECKER, F. **Da ação à operação**: o caminho da aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire. Rio de Janeiro: DP&A, 1997a.

BECKER, F. Construtivismo e Pedagogia. **Passando a Limpo**, Porto Alegre, v. 4, n.9, 1997b.

BECKER, F. Epistemologia do professor. **Lastro Educacional**, p. 28 - 29, 15 ago. 2007c.

BECKER, F. **A epistemologia do professor de matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.

BECKER, F. Sujeito do conhecimento e ensino de matemática. **Schème - Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, Marília v. 5, p. 65-86, set. 2013.

BECKER, F. Construção do conhecimento matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019.

BECKER, F. Gênese de Noções Matemáticas Elementares: concepções epistemológicas subjacentes às respostas de docentes de Matemática de três países sulamericanos. **Boletim de Educação Matemática. BOLEMA** , v. 35, p. 588-613, 2021.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. **Pro-posições**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 18-23.,1993.

BOZKURT, G. Social Constructivism: Does it Succeed in Reconciling Individual Cognition with Social Teaching and Learning Practices in Mathematics? **Journal of Education and Practice**, v. 8, n. 3, p. 210-218, 2017.

BUONADIO NETO, V. **A filosofia da educação de Luís Antônio Verney**: entre o iluminismo e uma nova escolástica. 2013. 107f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2682/DissVBN.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em 25 ago. 2023.

BRASIL, Ministério da Educação: Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. MEC/SEF. Brasília, 1997. 1° e 2° ciclo.

BRASIL. Ministério da Educação: Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Vol. Linguagens, códigos e suas tecnologias. Brasília: MEC/ Semtec, 2002.

BRASIL. Lei nº 8.069, de 13 de julho de 1990. **Estatuto da criança e do adolescente**: disposições constitucionais pertinentes: 6. ed. Brasília: Senado Federal, Subsecretaria de Edições Técnicas, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **PCN+ ensino médio:** orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2017a.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é Base. Ministério da Educação – Secretaria da Educação Básica, 2017b.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é Base. Ensino Médio. Ministério da Educação – Secretaria da Educação Básica, 2018.

BRASIL. **Biblioteca Comunitária UFCAR**. Disponível em: https://www.bco.ufscar.br/servicos-informacoes/educational-resources-information-center-eric. Acesso em: 07 abr. 2020a.

BRASIL. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior – CAPES. **Ministério da Educação**. Disponível em: https://www-periodicos-capes-gov-br.ezl.periodicos.capes.gov.br/index.php?. Acesso em: 07 abr. 2020b.

BRENELLI, R. P. **Observáveis e coordenação em um jogo de regras: influência do nível operatório e interação social**. 1986. 236 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação – Universidade Estadual de Campinas, 1986.

BRENELLI, R. P. **Intervenção pedagógica, via jogos Quilles e Cilada, para favorecer a construção de estruturas operatórias e noções aritméticas em crianças com dificuldades de aprendizagem**. Tese de Doutorado. UNICAMP, Faculdade de Educação, Campinas SP, 1993.

BRENELLI, R. P. **O jogo como espaço para pensar**: a construção de noções lógicas e aritmética. Campinas: Papirus, 1996.

CAIADO, A. P. S.; ROSSETI, C. B. Jogos de regras e relações cooperativas na escola: uma análise psicogenética. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional (ABRAPEE)**, v. 13, n. 1, p. 87-95, jan./jun. 2009.

CAMARGO, R. L.; BRONZATTO, M. Os jogos de regras e sua contribuição para o desenvolvimento lógico-aritmético em crianças. **Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologias Genéticas**, v. 7, n. 2, ago./dez. 2015.

CARVALHO J. B. P. de. O que é Educação Matemática? **Temas e Debates**, São Paulo, ano IV, n. 3, p. 17-26, 1991. Disponível em:

http://www.sbemrevista.com.br/revista/index.php/td/article/view/2603/1802. Acesso em: 07 jun. 2023.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática**: reflexões Psicopedagógicas. Tradução: Juan Acña Lorens. Porto Alegre: ArtMed - Artes Médicas, 1996.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. A. A capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**: uma abordagem em processamento de informações. Tradução de Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992. p. 249-275.

CHUECHOTE, S.; NOKKAEW, A.; PHONGSASITHORN, A.; LAOSINCHAI, P. A Neo-Piagetian Analysis of Algorithmic Thinking Development through the “Sorted” Digital Game. **Conteporary Educational Technology**, v. 1, n. 12, p. 1-15, 2020.

DELVAL, J. **Introdução à prática do método clínico**: descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002.

DORKO, O. Generalization, Assimilation, and Accommodation. **The Mathematics Educator**, v. 28, n. 2, p. 33–51, 2019.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A. A solução de problemas em matemática. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 13-42.

FERRAZ, A. A. **Como é possível o conhecimento matemático**: uma análise a partir da Epistemologia Genética. 2014. 122 f. Mestrado (Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Filosofia) - Universidade Estadual Paulista, Marília, 2014.

FERREIRA; D.; LIMA, L.; COSME, A. Um olhar sobre as mudanças curriculares e pedagógicas: a perspectiva dos líderes das escolas. **Debates em Educação**, v. 13, n. especial, 2021.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FIOROT, A. M.; ORTEGA, A. C. Competências de ensino: um estudo com professoras no contexto do jogo Traverse. **Estudos de Psicologia**, v. 12, n. 3, p. 221-231, 2007.

FLICK, U. **Uma introdução à Pesquisa Qualitativa**. 2. ed. Tradução: Sandra Netz. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FREITAS, S. M. P. A pesquisa fenomenológica em Psicologia. *In*: BAPTISTA, M. N.; CAMPOS, D. C. **Metodologias de Pesquisa em Ciências**: Análise Quantitativa e Qualitativa. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019. Obra ampliada e atualizada.

GONÇALVES, C. E. S**. Preconceito de classe social nas significações de estudantes de Ensino Técnico:** um estudo embasado no aporte teórico da epistemologia genética. 2022. 418 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls00023 6162. Acesso em: 06 jun. 2023.

HUSSERL, E. **Investigações lógicas**: sexta investigação: elementos de uma elucidação fenomenológica do conhecimento. São Paulo: Abril Cultural, 1980. Coleção: Os pensadores, p. VI-XIV.

IBICT. Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia. **Biblioteca Digital de Teses e Dissertações**. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/. Acesso em: 07 abr. 2020.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional científico. **Zetetike. Revista do círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática**, v. 4, n. 5, p. 99-120, jan./ jun. 1996.

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Manual de psicologia educacional**: aprendizagem e capacidades humanas. Tradução: M. C. T. A. Abreu. São Paulo: Harper & Row, 1977.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

LEAL JÚNIOR; ONUCHIC, 2019 Cartografando Resolução de Problemas – O que há de/em/com práticas de Ensino de Matemática. **Revista de Educação em Ciências e Matemática**. v. 15, n. 34, 2019.

LIBÂNEO, J. C. **Organização e Gestão da Escola**: Teoria e Prática. 5. ed. Goiânia: Alternativa, 2013.

LIMA, L., COSME, A. Desafios da formação de professores num contexto de mudança paradigmática na Educação. **Revista Intersaberes**. v.13 n. 28. 2018.

MACEDO, L. Jogos de palavras e cognição. **Revista Trino**, v. 2, 1991, p. 43-47.

MACEDO, L. **Ensaios Construtivistas**. São Paulo, Editora Casa do Psicólogo, 1994.

MACEDO, L. Os jogos e sua importância na escola. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 93, p. 5-10, 1995.

MACEDO, L. **Situação-problema: forma e recurso de avaliação, desenvolvimento de competência e aprendizagem escolar**. As competências para ensinar no século XXI: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Tradução. Porto Alegre: Artmed, 2002.

MACEDO, L. Avaliação e aprendizagem, hoje. **Educação em Revista**. Porto Alegre, v. 11, p. 26-29, 2009.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N.C. . **Aprender com jogos e situações-problema**. 1. ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000. v. 1.

MACHADO, R. S. **“É mais fácil quando todo mundo joga junto” Cognição e Cooperação entre jovens e adultos em um jogo de tabuleiro cooperativo”**. 2018. 145 f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Psicologia) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

MAYER, R. E. Implications of cognite psycology for instructuion in mathematical problem solving. *In*: SILVER, E. A. (ed.). **Teaching and learning mathematical problem solving**: multiple research perspectives. Hillsdale: LEA, 1985. p. 123-138.

MENEGAIS, D. A. F. N. **A formação continuada de professores de matemática**: uma inserção tecnológica da plataforma Khan Academy na prática docente. 2015. 201 f. Tese (Programa de Pós Graduação em Informática na Educação) - Centro interdisciplinar de novas tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

MIGUEL, A. *et al*. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, 2004.

MONTOYA, A. O. D. Realidade, Conhecimento Físico e Conhecimento Social: Processos e Mecanismos Comuns de Construção. **Schème**: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas, v. 5, p. 40-64, 2013.

MONTOYA, A. O. D. Escolas democráticas e a epistemologia genética. **Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genética**. v. 11, n. Especial, 2019 - https://doi.org/10.36311/1984-1655.2019.v11esp2.02.p4

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L. Resolução de problemas, uma matemática para ensinar?. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. **Perspectivas para Resolução de problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

NOGUEIRA, C. M. I.; NOGUEIRA, V. I. O ensino da Matemática no Brasil na perspectiva piagetiana: uma primeira aproximação ao estado da arte. **Schème**: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas, v. 9, n. especial, 2017. Disponível em: https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme/article/view/7143. Acesso em 15 ago. 2023.

NORTON, A. An Erlangen program for empowering students’ mathematics. For the Learning of Mathematics, n. 39, v. 3, 22-27.

NORTON, A.; ULRICH, C.; BELL, M. A.; CATE, A. Mathematics at Hand. **The Mathematics Educator**, v. 27, n. 1, p. 33–59, 2018.

OLIVEIRA, F. N. **Um estudo das interdependências cognitivas e sociais em escolares de diferentes idades por meio do jogo Xadrez simplificado**. 2005. 337 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

OLIVEIRA, R. C. Descobre-se o que existe, inventa-se o que não existe. In: BECKER, F; MARQUES, Tania B. I. (org.). **Ser professor é ser pesquisador**. Porto Alegre: Editora Mediação, 2007, 135 p.
OLIVEIRA, A. N. **Projetos de conhecimento acoplados as tecnologias digitais para promover a criatividade em matemática**. 2016. 184f. Doutorado (Informática na Educação) – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2016.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através de resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, L. de la R. A Resolução de Problemas na Educação Matemática: Onde Estamos e para Onde Iremos? *In:* JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. XVII JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2012, Passo Fundo. **Anais [...]**. Passo Fundo: UPF, 2012, p.12.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. **Perspectivas para Resolução de problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ORTEGA, A. C. O Jogo de regras e construtivismo. *In*: **24° CONGRESSO INTERNACIONAL DE PSICOLOGIA**: Resumen de presentaciones, 1., [1993.], Santiago. **Tomo** [...]. Santiago: Sociedade Interamericana de Psicologia, [1993]. p. 368.

PALHARES, O. **Análise de processos Cognitivos em crianças no jogo Traverse**. 2003. 224 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

PARANÁ. Secretaria do Estado de Educação. **Referencial Curricular do Paraná**: Princípios, Direitos e Orientações. Educação Infantil e Componentes Curriculares do Ensino Fundamental. Curitiba, 2018.

PERALTA, T. P. **A relação entre Escola e Trabalho**: Noções sociais e processos de generalização na perspectiva de crianças e adolescentes. 2017. 98 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança**. Zahar Editores, Rio de Janeiro. 1951.

PIAGET. J. **Psicologia e Pedagogia**. Tradução: Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. Rio de Janeira; São Paulo: Forense Universitária, 1970. Edição Original.

PIAGET, J. **Seis estudos de Psicologia**. Rio de Janeira; São Paulo: Forense

Universitária, 1972 [1983].

PIAGET, J. **O julgamento moral na criança**. São Paulo: Mestre Jou, 1974 [1977].

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência da criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978a.

PIAGET, J. **Fazer e Compreender**. Tradução: Christina Larroudé de Paula Leite. São Paulo: Melhoramentos-USP, 1978b.

PIAGET, J. **O Possível e o Necessário**: evolução dos possíveis na criança. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985. v. 1.

PIAGET, J. **Abstração reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artmed, 1995.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A origem da ideia do acaso na criança**. Tradução: Ana Maria Coelho. Rio de Janeiro: Record Cultural, 1951.

PIAGET, J. *et al*. **La enseñanza de las matemáticas**. 3. ed. Madrid: Aguillar, 1968.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A psicologia da criança**. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 1975

PIANTAVINI, F. N. O. **Jogo de regras e construção de possíveis**: análise de duas situações de intervenção psicopedagógica. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

PROENÇA, M. C. A visão de professores sobre dificuldades dos alunos na resolução de problemas. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 3, p. 440-456, set./dez. 2017.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C. O processo de abstração do conceito de polígono: uma proposta de ensino para o 5.º ano do ensino fundamental. In: PROENÇA, M. C. (Org.). **Formação de conceitos matemáticos**: propostas de ensino aos anos iniciais e finais do ensino fundamental. Campo Mourão-PR.: Editora Fecilcam, 2020, 173p., p. 63-77

QUEIROZ, D. S. **Moralidade e Cognição**: Um estudo com crianças com 7 e 10 anos em situação de risco social. 2014. 235 f. Tese (Doutorado do Programa de Pós-graduação em Psicologia) - Universidade do Espírito Santo, Vitória, 2014.

RABIOGLIO, M. B. O legado de Constance Kamii à educação brasileira. **Educ. Anál.**, Londrina, v.7, n.2, p.300-321, Ago./ Dez. 2022.

RAFAEL, G. L. **Processos pedagógicos e a construção do conhecimento matemático no Ensino Fundamental**. 2016. 177 f. Dissertação (Mestrado do

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Amazonas, 2016.

RAFAEL G. L.; BRITO, L. C. A aprendizagem matemática na concepção do estudante e suas perspectivas para a construção do conhecimento matemático. Schème. Revista Eletronica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. v. 12, n. 1, 2020.
REIS, L. A. **Músico na sala de aula ou professor no palco? Significações de licenciandos em Música – encontros possíveis.** 2020. 169f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

SANCHEZ JUNIOR, S. L.; OLIVEIRA, F. N. Educação Matemática e o Construtivismo Piagetiano: uma Revisão Sistemática de Literatura. **Jornal Internacional De Estudos Em Educação Matemática**, v. 16, n. 1, p. 77–88, 2023. https://doi.org/10.17921/2176-5634.2023v16n1p77-88

SANCHEZ JUNIOR, S. L.; SOUZA, P. F. C.; LORDANI, S. F. S.; MIKUSKA, M. I. S.; BLANCO, M. B. Educação Infantil em tempos de pandemia da covid-19: um olhar sobre relatos de familiares. **Revista Educação Pública**, Rio de Janeiro, v. 22, n. 9, 15 de março de 2022. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/22/9/educacao-infantil-em-tempos-de-pandemia-da-covid-19-um-olhar-sobre-relatos-de-familiares. Acesso em 15 set. 2022.

SANCHIS, I. P.; MAHFOUD, M. Interação e construção: o sujeito e o conhecimento no construtivismo de Piaget. **Ciências & Cognição**, v. 12, p. 165-177, 2007. Disponível em: https://www.cienciasecognicao.org/pdf/v12/m347195.pdf. Acesso em: 15 set. 2022.

SANTOS, C. C.; ORTEGA, A. C. O jogo de regras como recurso para avaliação e intervenção: um estudo piagetiano com adolescentes. **Ciências & Cognição**, v. 14, n. 1, p. 26-49, 2009.

SANTOS, A.; MIOTTE, D. ; GONÇALVES, C. B. ; WEBER, E. . Atividades lúdicas e jogos como facilitadores na construção de conhecimentos matemático: Uma vivência do PIBID: In: **VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA**, 2017, Canoas. Anais do VII CIEM, 2017.

SANTOS, E. S.; BATAGLIA, Patrícia U. R. BNCC e a Construção do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**. Unesp/Marilia, 2021.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). New directions for elementary school mathematics. **Reston: NCTM**, 1989, p. 31-42.

SCHUBRING, G.; **Die Entstehung des Mathematikleher-Berufs in Preuben**. Weinheim: Basel, 1983.

SILVA, M. A. Os contrapontos da produção acadêmica na emergência da pesquisa qualitativa. **Educativa**, v. 12, p. 163-170, 2009.

SILVA, S. C. **O uso de jogos no ensino de química e suas relações com os estágios de desenvolvimento cognitivo**. 2018. 206 p. Tese (Doutorado do programa de Pós-Graduação em Ciências) - Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

SILVA, G. M.; CAVALCANTI,L.B. ; MACEDO, Y. M.; SOUSA, S. D. Experimentos educacionais na construção de jogos matemáticos. 2019. (**Apresentação de Trabalho/Congresso**).

SILVA, A. R. W. M.; GÓES, A. R. T. Conhecimento Matemático na Educação Infantil: a construção de jogos de tabuleiro, um caminho possível? In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2019, Londrina. **Anais [...].** Londrina: UEL, 2019. p. 1-13.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Tradução: Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

STOCK, B. S. **A argumentação na resolução de problemas de Matemática**: uma análise a partir da Epistemologia Genética. 2015. 182 p. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

STOCK, B. S. Contribuições de Piaget para a prática docente em Matemática. **V Conferência Internacional de Filosofia da Educação e Pedagogia Crítica**, 2019.

THOMAS, S. **Significações de vergonha e erro em estudantes do ensino médio: um estudo à luz da epistemologia genética**. (Dissertação de Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Londrina – UEL. 2020, 136 f.

TRINDADE, R. COSME, A. Instruir, aprender ou comunicar: Reflexão sobre os fundamentos das opções pedagógicas perspectivadas a partir do ato de ensinar. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 16, n. 50, p. 1031-1051, out. / dez. 2016.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA. Resolução Nº 466, de 12 de dezembro de 2012. Normas complementares. **Universidade Estadual de Londrina**: Londrina, PR, 2012.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, n. 1, 1986, pp. 75-90.

VERGNAUD, G., A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEMPA**, Porto Alegre, n. 4, p. 9-19. 1996.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. *In*: BRUN, J. (org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 2000.

WADSWORTH, B. J. **Inteligência e afetividade da criança na teoria de Piaget**. 5.

ed. São Paulo: Pioneira, 1998.

ZAIA, L. L. A Construção do Real na Criança: a função dos jogos e das brincadeiras. **Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, v. 1, n. 1, jan./jun. 2008.

ZANETTE, M. S. Pesquisa qualitativa no contexto da Educação no Brasil. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 65, p. 149-166, jul./set. 2017.

ZWANCH, K. A Preliminary Genetic Decomposition of Probabilistic Independence. **The Mathematics Educator,** v. 28, n. 1, p. 3–26, 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Protocolo de Aplicação da Prova – O Recorte de um Quadrado

PROTOCOLO – O RECORTE DE UM QUADRADO (PIAGET, 1986)
OBJETIVO: Investigar a relação parte (pedaços do papel "quadrado" "recortado" com o todo.
MATERIAIS: Quadrados de papel branco com 7cm² e outro com as mesmas medidas na cor laranja. Uma tesoura "sem ponta".
PROCEDIMENTOS: O pesquisador apresenta ao entrevistado os quadrados brancos e solicita para que coloque o quadrado branco sobre o quadrado laranja, a fim de que verifiquem a igualdade de tamanho entre eles. Após essa indagação inicial, o procedimento divide-se em três situações. Em todas as situações, será entregue quantos quadrados forem necessários, a fim de que o entrevistado evidencie as possibilidades que encontra de recorte
SITUAÇÃO I - RECORTES LIVRES: *Comparação dos quadrados.* *Aplicador* – O que você pode observar nestas figuras? Tem algo em comum? Você pode observar algo de diferente? *Aplicador* – Peço que você utilize a tesoura para recortar este quadrado branco (entregue o quadrado branco ao sujeito) em quantas partes você quiser, e da maneira que você quiser. Você pode fazer isso? O aplicador espera o sujeito indicar que finalizou a ação e, em seguida, pergunta: - O que você pensou ao recortar este quadrado? - Mostre-me quantas partes você recortou. Você pode me indicar e dizer o que pensou nesse momento? - Poderia colocar os pedaços recortados sobre o quadrado laranja? É possível cobrir todo o laranja com os pedaços do branco? Sim? Não? Por quê? Teve algum pedaço que você não utilizou? Sobrou algum pedaço? O que você pensou ao colocar todas as partes sobre o laranja? ***(Estas perguntas são importantes para que identifiquemos se o sujeito consegue fazer a relação parte e todo, utilizando todas as partes recortadas, se o indivíduo quantifica os restos, considerando-os na relação com o todo).*** *-Existe uma outra forma para recortar o quadrado? Quais? Você poderia fazer para mim? (Fazer quantas vezes achar necessário, de acordo com o andamento da entrevista).*
SITUAÇÃO II - RECORTE EM DUAS PARTES LIVRES - RECORTE EM DUAS PARTES IGUAIS Aplicador solicita que o sujeito recorte (outro quadrado branco) em duas partes, da maneira que desejar. Contra-argumentação: - O que você pensou ao recortar desta maneira? Existem outras maneiras de recortar este quadrado? Quantas existem? Você consegue recortar de outra maneira? É possível colocar sobre o laranja? (*Observar a relação parte-todo/observar a presença das pseudonecessidades/ observar os cortes, se acontecem em medidas paralelas, diagonais, eixos simétricos)*. De acordo com a ação, podemos classificar em diferentes níveis evolutivos do mecanismo. *É importante contra-argumentar para que o indivíduo revele seu pensamento no momento da ação.* **RECORTE EM DUAS PARTES IGUAIS** O Aplicador solicita que o sujeito recorte um novo quadrado branco, em duas partes iguais. Contra-argumentação: É possível recortar de outra ou outras maneiras? Quantas? Por quê? O que você pensou quando recortou desta forma? Observar nas respostas a relação parte/todo; pseudonecessidades (que impedem o

indivíduo de avançar nos níveis evolutivos dos Possíveis); recorte em eixos simétricos.
MOMENTO III – RECORTE EM TRÊS PARTES LIVRES - E COM TRÊS PARTES IGUAIS **Realizar a mesma argumentação do item anterior.** A partir da análise das respostas do sujeito, é possível observar os níveis evolutivos dos Possíveis, bem como observar se conseguem chegar ao nível de formação de possíveis infinitos;

Fonte: O próprio autor.

APÊNDICE B

Protocolo de Aplicação da Prova – Tirar a Sorte por Pares

PROTOCOLO – TIRAR A SORTE POR PARES (PIAGET, 1951)
OBJETIVO: Observar a evolução progressiva do pensamento da probabilidade, assim como o problema das quantidades, noção do acaso, pensamento combinatório e de mistura.
MATERIAIS: bolinhas (tentos) em diferentes quantidades. (15 amarelas; 10 vermelhas; 7 verdes; e 3 azuis). Um saco preto para colocar as bolinhas/tentos.
PROCEDIMENTOS: O pesquisador apresenta ao entrevistado em uma mesa a coleção de elementos (bolinhas/tentos), de maneira que observe as desigualdades entre as quantidades. O pesquisador coloca todos os tentos/bolinhas no saco e sacode, ao ponto que vire uma mistura completa.
SITUAÇÃO I - MERGULHAR A MÃO E RETIRAR PARES SUCESSIVOS: **Aplicador –** Mergulhe a mão no saco e retire um par de bolinhas. Você consegue prever quais cores sairão? Qual é o par mais provável para sair? Por que você pensa dessa maneira?
CRITÉRIOS PARA OBSERVAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO ESTÁGIO I – Ausência de probabilidade sistemática ESTÀGIO II – Início de probabilidade quantificada ESTÁGIO III – Quantificar a cada possibilidade e a cada nova extração.

Fonte: O próprio autor.