



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

NELSON SEIJI TAKAHASHI

**METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DE UM
DETERMINADOR DE ATITUDE PORTÁTIL DE BAIXO
CUSTO PARA INTERFACES HOMEM-MÁQUINA**

NELSON SEIJI TAKAHASHI

**METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DE UM
DETERMINADOR DE ATITUDE PORTÁTIL DE BAIXO
CUSTO PARA INTERFACES HOMEM-MÁQUINA**

Dissertação submetida ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para preenchimento de requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carvalho Tosin.

Londrina
2011

Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

T136m Takahashi, Nelson Seiji.
Metodologia de desenvolvimento de um determinador de atitude portátil de
baixo custo para interfaces homem-máquina / Nelson Seiji Takahashi. –
Londrina, 2011. 154 f.: il.

Orientador: Marcelo Carvalho Tosin.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de
Londrina, Centro de Tecnologia e Urbanismo, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, 2011.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Sistemas inerciais – Engenharia elétrica –
Teses. 3. Sistemas eletrônicos – Teses. I. Tosin, Marcelo Carvalho. II. Universidade
Estadual de Londrina. Centro de Tecnologia e Urbanismo. Programa de Pós-
graduação em Engenharia Elétrica. III. Título

CDU 621.391

NELSON SEIJI TAKAHASHI

**METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DE UM
DETERMINADOR DE ATITUDE PORTÁTIL DE BAIXO CUSTO PARA
INTERFACES HOMEM-MÁQUINA**

Dissertação submetida ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para preenchimento de requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carvalho Tosin
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Prof. Dr. Leonimer Flávio de Melo
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 6 de maio de 2011.

Este trabalho é dedicado à minha família, em especial, à minha avó, Akie Hiramatu Iwai, minha mãe, Cristina Midoly Takahashi, que recomendou o Mestrado, e a minha tia, Nina Satomi Iwai, minha segunda mãe em Londrina, por todo apoio, suporte e amor incondicional.

Agradecimentos

A Deus, que atende por vários nomes para que todo homem possa chegar a Ele e cumprir com seus propósitos,

À minha família, que esteve presente, me apoiou e me amou incondicionalmente em todos os momentos da minha vida,

Especialmente à minha avó Akie, minha mãe Cristina e minha tia Nina, sem as quais eu não teria começado nem terminado o Mestrado,

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcelo Tosin, pelo apoio decisivo mesmo diante das mais complexas dificuldades,

Ao Prof. Francisco Granziera Jr, que buscou transmitir seus conhecimentos com toda paciência em todos os momentos disponíveis,

Ao Prof. Décio Luiz Gazzoni, que auxiliou com seu extraordinário conhecimento em momentos cruciais no desenvolvimento deste trabalho,

Aos companheiros e amigos de Mestrado, André Luis Siqueira Marques de Souza, Luís Guilherme Gimenez de Souza e Osmar Tormena Junior, pela troca de ideias e desabafos, pela disposição em ajudar e pela amizade verdadeira que acompanharam todo este trabalho,

A todos os amigos e companheiros do laboratório de Instrumentação e Biomédica – T5 da UEL, Tiago Augusto Silva Santana, Dilso Liukiti Ito, João Nonis Jr, Renan Gustavo Godoi, Francisco Carvalho Neto e Filipe Jacinto Caetano, que direta ou indiretamente forneceram contribuições fundamentais para este trabalho,

A todas as instituições que fomentam a pesquisa, o desenvolvimento e a inovação no Brasil, em especial CNPq, CAPES, Fundação Araucária, AEB e AINTEC/UEL.

“Se eu vi mais longe, foi por estar de pé sobre ombros de gigantes”

– Isaac Newton

TAKAHASHI, N. S. **Metodologia de desenvolvimento de um determinador de atitude portátil de baixo custo para interfaces homem-máquina**. 2011, 154f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido um determinador de atitude portátil de baixo custo voltado a aplicações em interfaces homem-máquina. O sistema utilizou tríades de acelerômetros, magnetômetros e girômetros de baixo desempenho voltados ao mercado de Eletrônicos de Consumo. O sistema foi projetado com uma interface de comunicação sem fio e alimentação por bateria permitindo liberdade total de movimento. Diferentes métodos para determinação de atitude foram analisados e testados, sendo implementados os algoritmos QUEST e TRIAD. O Filtro de Kalman Estendido foi implementado para combinação dos dados dos girômetros e dos demais sensores utilizando um modelo cinemático. Simulações realizadas mostraram a eficácia do método e a sua ineficácia quando considerados erros de calibração dos sensores. Um algoritmo de calibração e alinhamento desenvolvido pela equipe foi integrado ao método e os resultados simulados apresentaram resultados satisfatórios, tendo como fator crítico o ruído de medida.

Palavras-chave: Sistemas de navegação inercial. Sistemas eletrônicas.

TAKAHASHI, N. S. **Development methodology of a low cost portable attitude determination system for application in man-machine interfaces.** 2011, 154f. Thesis (Master' in Electrical Engineering) – State University of Londrina, Londrina, 2010.

ABSTRACT

In this work a portable low cost attitude determination system suited to applications in human-machine interfaces was developed. The systems uses triads of low grade accelerometers, magnetometers and gyroscopes focused on the Consumer Electronics market. The system was designed with a wireless communication interface and battery operation, allowing full movement freedom. Distinct methods of attitude determination were analyzed and tested, being QUEST and TRIAD implemented. An Extended Kalman Filter was implemented to combine data from gyros and from the other sensors using a kinematic model. Simulations showed the effectiveness of the method and also its inefficiency when sensors calibration errors are considered. A self-calibration and alignment algorithm developed by the team was integrated to the method and the simulated results showed satisfactory results, being a critical factor the measurement noise.

Keywords: Electric engineering. Eletronic systems.

Lista de Figuras

Figura 1:	Diagrama de blocos do sistema desenvolvido	23
Figura 2:	Orientação dos eixos do corpo U,V e W no sistema de coordenadas de referência 1, 2 e 3. (FONTE– WERTZ, 1978).....	32
Figura 3:	Quatérnion e ângulos de Euler	34
Figura 4:	Funcionamento básico do Filtro de Kalman	50
Figura 5:	Operação do Filtro de Kalman discreto. (FONTE– WELCH, 2006).....	52
Figura 6:	Histograma do ruído do acelerômetro MMA7455 utilizado no projeto	56
Figura 7:	Projeção devido ao desalinhamento. (FONTE– Foster, 2008)	61
Figura 8:	Fluxograma do q-Método implementado em Matlab.....	66
Figura 9:	Fluxograma do algoritmo SVD.....	67
Figura 10:	Fluxograma do algoritmo QUEST	68
Figura 11:	Erro em grau de todos os ângulos de Euler para cada algoritmo simulado	69
Figura 12:	Atitude em Ângulos de Euler calculada pelo QUEST e pelo TRIAD e atitude verdadeira. A diferença é quase mínima e as curvas praticamente e sobrepõem na figura	71
Figura 13:	Erro no cálculo de cada ângulo de Euler para os algoritmos QUEST e TRIAD.....	72
Figura 14:	Atitude estimada pelo EKF e atitude real	81
Figura 15:	Erro nos biases estimados	82
Figura 16:	Erro de atitude do EKF	83
Figura 17:	Função principal do Filtro de Kalman implementado em C	84
Figura 18:	Diagrama de blocos do Determinador de Atitude de Baixo Custo	85
Figura 19:	Algoritmo de calibração Santana baseado no estimador de variância mínima de Lötters	88
Figura 20:	Atitude estimada em ângulos de Euler com erros de calibração.....	91
Figura 21:	Erro nas estimativas devido à falta de calibração	91
Figura 22:	Biases estimados com erros de calibração	92
Figura 23:	Vetores reais (azul) e distorcidos (vermelho) para calibração do acelerômetro	94

Figura 24: Vetores reais (azul), distorcidos (vermelho) e recuperados (verde) após calibração. Os vetores recuperados estão praticamente sobrepostos aos vetores reais.....	94
Figura 25: Atitude estimada em ângulos de Euler.....	96
Figura 26: Erros em ângulos de Euler. A linha em preto representa o desvio padrão do EKF.....	96
Figura 27: Erro nos biases estimados.....	97
Figura 28: Movimento de 180° do acelerômetro.....	98
Figura 29: Saídas do filtro de movimentos quase-estáticos. (a) medidas realizadas pelo sensor, (b) após FPA, (c) após função módulo, (d) após FPB.....	99
Figura 30: Medidas corrigidas.....	100
Figura 31: Movimento de 180°. Dados medidos em azul, dados normalizados em vermelho e dados calibrados e normalizados em verde.....	101
Figura 32: Diagrama do algoritmo de fila de calibração.....	103
Figura 33: Desvio padrão do conjunto de amostras a cada nova amostra coletada.....	104
Figura 34: Comparação entre erro total nos parâmetros estimados e no vetor 1 e desvio padrão do conjunto de amostras.....	105
Figura 35: Fluxograma da predição do EKF.....	135
Figura 36: Fluxograma da atualização do EKF.....	136
Figura 37: Diagrama esquemático do Determinador de Atitude de Baixo Custo.....	137
Figura 38: Face superior da placa de processador, comunicação serial e girômetros (microcontrolador U9, girômetros U12 e U13, amplificadores operacionais U17).....	138
Figura 39: Face inferior da placa de processador, comunicação serial e girômetros. (Regulador linear U14).....	138
Figura 40: Face superior da placa de sensores, bateria, botões, alimentação e interface sem fio. (Soquete de pilhas J1, regulador chaveado U1, acelerômetro U3, magnetômetro U4, módulo ZigBee U11, indutor L5 e botões SW1, SW2 e SW3).....	139
Figura 41: Face inferior da placa de sensores, bateria, botões, alimentação e interface sem fio. (Driver RS-232 U10, memória flash U6).....	139
Figura 42: Circuito do acelerômetro.....	142
Figura 43: Circuito do magnetômetro.....	142
Figura 44: Circuito do girômetro de dois eixos LPR530AL.....	143

Figura 45: Circuito dos FPBs com carga.	144
Figura 46: Circuito do filtro ativo de saída do girômetro	145
Figura 47: Resposta em frequência dos FPBs simulados. (a) Filtro ativo Sallen-Key em verde, (b) filtro ativo MFB em amarelo, (c) filtro passivo com <i>buffer</i> em vermelho e (d) filtro passivo sem <i>buffer</i> em azul	146
Figura 48: Resposta no tempo. (a) Tensão de entrada em preto, (b) saída do filtro Sallen-Key em verde, (c) filtro MFB em amarelo, (d) filtro passivo com <i>buffer</i> em vermelho e (e) filtro passivo sem <i>buffer</i> em azul	146
Figura 49: Circuito de Set/Reset <i>H-Bridge</i> simulado	147
Figura 50: Circuito do regulador chaveado TPS61025	148
Figura 51: Circuito do regulador linear MCP1801.	149
Figura 52: Circuito do módulo <i>ZigBee</i>	153
Figura 53: Antena em placa F invertido sugerida pela Freescale. Dimensões em milímetros. (FONTE– FREESCALE, 2006)	154

Lista de Tabelas

Tabela 1: Tecnologias mais comuns para leitura de movimentos. (Adaptado de– NORIS, 2005)	27
Tabela 2: Vantagens, desvantagens e aplicações típicas das principais representações de atitude. (FONTE– WERTZ, 1978)	35
Tabela 3: Erros na atitude calculada para quaternions aleatórios	70
Tabela 4: Erros na atitude calculada para rotação contínua	72
Tabela 5: Frequência medida e tempos de execução para ambas as arquiteturas a diferentes taxas de clock	73
Tabela 6: Erros de atitude estimados pelo EKF e pelo QUEST e erros de biases estimados pelo EKF	81
Tabela 7: Parâmetros de calibração utilizados na distorção da medida	90
Tabela 8: Parâmetros de calibração estimados para movimento uniforme	95
Tabela 9: Desvio padrão dos erros na atitude calculada	95
Tabela 10: Medidas com o acelerômetro imóvel	99
Tabela 11: Parâmetros de calibração obtidos a partir das medidas reais	102
Tabela 12: Parâmetros dos acelerômetros	123
Tabela 13: Parâmetros dos Girômetros analógicos	123
Tabela 14: Parâmetros dos magnetômetros	124
Tabela 15: Principais características dos acelerômetros avaliados	124
Tabela 16: Comparação entre os Girômetros pesquisados	125
Tabela 17: Comparação entre os magnetômetros	126
Tabela 18: Comparação entre os amplificadores operacionais pesquisados	127
Tabela 19: Reguladores lineares pesquisados para alimentação analógica de 3V	128
Tabela 20: Características dos módulos ZigBee pesquisados	129
Tabela 21: Resultados de simulação de métodos para estimativa de autovalores e autovetores	130
Tabela 22: Comparação entre características chaves dos padrões Bluetooth e ZigBee. (Adaptado de– PORCINO, 2003; BAKER, 2005)	130
Tabela 23: Comparação entre os reguladores chaveados pesquisados	131
Tabela 24: Comparação entre tipos de antena para sistemas embarcados. (FONTE– ANDERSEN, 2007)	153

Lista de Siglas e Abreviaturas

ADC	Conversor Analógico-Digital (<i>Analog to Digital Converter</i>)
AMR	Magnetorresistivo Anisotrópico (<i>Anisotropic Magneto-Resistive</i>)
CI	Circuito Integrado
CPU	Unidade de Processamento Central (<i>Central Processor Unit</i>)
DLE	Erro de Linearidade Diferencial (<i>Differential Linearity Error</i>)
DMA	Acesso Direto à Memória (<i>Direct Memory Access</i>)
DNL	Não-Linearidade Diferencial (<i>Differential Non-Linearity</i>)
DP	Desvio Padrão
EKF	Filtro de Kalman Estendido (<i>Extended Kalman Filter</i>)
EMI/RFI	Interferência Eletromagnética e Rádio Frequência (<i>Eletro-Magnetic Interference / Radio-Frequency Interference</i>)
ENOB	Número de Bits Efetivos (<i>Effective Number of Bits</i>)
EOC	Fim de Conversão (<i>End of Conversion</i>)
ESL	Indutância Série Equivalente (<i>Equivalent Series Inductance</i>)
ESOQ	Estimator of the Optimal Quaternion
ESR	Resistência Série Equivalente (<i>Equivalent Series Resistance</i>)
EXTI	<i>External Interrupt</i>
FFT	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
FK	Filtro de Kalman
FOAM	<i>Fast Optimal Attitude Matrix</i>
FP	Filtro de Partículas
FPA	Filtro Passa Alta
FPB	Filtro Passa Baixa
FPF	Filtro Passa Faixa
GB	Produto Ganho-Banda
GPIO	Entradas e Saídas de Propósito Geral (<i>General Purpose Inputs Outputs</i>)
GPS	Sistema de Posicionamento Global (<i>Global Positioning System</i>)
GSL GNU	<i>Scientific Library</i>

I2C	<i>InterIntegrated Circuit</i>
IERP	Potência Irradiada Isotrópica Efetiva (<i>Effective Isotropic Radiated Power</i>)
IMU	Unidade de Medida Inercial (<i>Inertial Measurement Unit</i>)
IRQ	Requisição de Interrupção (<i>Interrupt Request</i>)
LGA	<i>Land Grid Array</i>
LS	Mínimos Quadrados (<i>Least Squares</i>)
LSB	Bit Menos Significativo (<i>Least Significant Bit</i>)
MAP	Estimador Máximo a Posteriori (<i>Maximum a Posteriori</i>)
MC	Monte Carlo
MEMS	Sensores Micro Eletromecânicos (<i>Micro Electro-Mechanical Sensors</i>)
MFB	Feedback Múltiplo (<i>Multiple Feedback</i>)
ML	Máxima Verossimilhança (<i>Maximum Likelihood</i>)
MMSE	Erros Quadráticos Médios Mínimos (<i>Minimum Mean Square Error</i>)
MSB	Bit Mais Significativo (<i>Most Significant Bit</i>)
MSE	Erro Mínimo Quadrado (<i>Minimum Square Error</i>)
NVIC	<i>Nested Vectored Interrupt Controller</i>
PCI	Placa de Circuito Impresso
Pdf	Função Densidade de Probabilidade
QFN	<i>Quad Flat No-Lead</i>
QUEST	Quaternion Estimator
RC	Resistivo Capacitivo
REQUEST	<i>Recursive QUEST</i>
RMS	Quadrática Média (<i>Root Mean Square Raiz</i>)
RSS	Raiz Soma Quadrática (<i>Root Square Sum</i>)
RTI	Referenciado à Entrada (<i>Referred-to-Input</i>)
SFDR	Faixa Dinâmica Livre de Espúrios (<i>Spurious Free Dynamic Range</i>)
SHA	Amplificador de Amostragem e Estabilização (<i>Sample and Hold Amplifier</i>)
SINAD	Razão Sinal Ruído e Distorção (<i>Signal to Noise And Distortion</i>)
SMD	Dispositivo Montado em Superfície (<i>Surface Mount Device</i>)
SNR	Razão Sinal Ruído (<i>Signal Noise Ratio</i>)
SOC	Sistema em Integrado (<i>System On Chip</i>)

SON	<i>Small Outline No-Lead</i>
SPI	<i>Serial Peripheral Interface</i>
SPS	<i>Amostras por Segundo (Samples per Second)</i>
SRF	<i>Auto Frequência de Ressonância (Self Resonant Frequency)</i>
SVD	<i>Decomposição de Valor Singular (Singular Value Decomposition)</i>
TRIAD	<i>Three-Axis Attitude Determination</i>
TUE	<i>Erro Não-ajustado Total (Total Unadjusted Error)</i>
USB	<i>Universal Serial Bus</i>

Lista de Principais Símbolos

Em geral, letras em minúsculo representam escalares, letras minúsculas em negrito representam vetores e letras maiúsculas em negrito representam matrizes.

A	Matriz de atitude
I _{<i>nxn</i>}	Matriz de identidade de ordem n x n
$\tilde{\mathbf{q}}$	Quatérnion
$\hat{\mathbf{q}}$	Quatérnion unitário
$\hat{\mathbf{r}}$	Vetor unitário de referencia utilizado pelo algoritmo
$\hat{\mathbf{s}}$	Vetor unitário de observação utilizado pelo algoritmo
$\hat{\mathbf{v}}$	Vetor unitário de referencia medido
$\hat{\mathbf{b}}$	Vetor unitário de observação medido
<i>a</i> _{<i>i</i>}	Peso
B	Matriz perfil de atitude
X _{<i>k</i>}	Vetor de estados no instante k
v	Vetor de ruído de processo
Z _{<i>k</i>}	Vetor de medida no instante k
W	Vetor de ruído de medida
Q	Matriz covariância de ruído de processo
R	Matriz covariância do erro de medida
<i>E</i> [·]	Operador esperança
<i>p</i> (·)	Função densidade de probabilidade
$\hat{\mathbf{x}}_k$	Estimativa de x no instante k
F	Matriz de transição de estado, que relaciona estado anterior e o atual
H	Matriz que relaciona o vetor de estado e o vetor de medida
$\hat{\mathbf{x}}_k$	Vetor de estados estimado no instante k
$\hat{\mathbf{x}}_k^-$	Vetor de estados obtido na propagação no instante k
K	Matriz ganho de Kalman
P _{<i>k</i>} ⁻	Matriz de covariância de propagação no instante k
P _{<i>k</i>}	Matriz de covariância de atualização no instante k
$\bar{\mathbf{x}}$	Media de x

P_{xx}	Covariância de x
W	Peso da amostra
$Mse(\hat{x})$	Erro Mínimos Quadrados da estimativa
β	Bias de estimação de parâmetro
$\Lambda_k(x)$	Função de verossimilhança (likelihood) do parâmetro x
$M(\Delta\Theta)$	Matriz de transição do EKF para estimativa de atitude
$\hat{\mathbf{B}}^b$	Medida corrigida do sensor
C_m	Matriz de desalinhamento entre eixos
C_{sf}	Matriz fator de escala
C_{si}	Matriz <i>soft iron</i>
$\vec{\mathbf{B}}^b$	Campo magnético a ser medido
$\delta\vec{\mathbf{B}}^b$	Matriz de <i>hard iron</i>
C_{zb}	Matriz de bias
$\mathbf{h}(\mathbf{v}, \mathbf{p})$	Equação de elipsóide de calibração em função de medidas e parâmetros
\mathbf{v}^T	Vetor de medidas realizadas pelos sensores
\mathbf{p}^T	Vetor de parâmetros de calibração do método Lötters
s_x, s_y e s_z	Fatores de escala
o_x, o_y e o_z	Biases ou offsets do método Lötters
B_H	Módulo de medida do sensor
$\mathbf{B}_x^b, \mathbf{B}_y^b$ e \mathbf{B}_z^b	Medidas realizadas pelo sensor nos eixos x, y e z
a, b e c	Fatores de escala no modelo de Foster
x_o, y_o e z_o	Biases no modelo de Foster
ρ	Angulo de desalinhamento entre os eixos x e y
ϕ	Angulo de desalinhamento entre os eixos y e z
λ	Angulo de desalinhamento entre os eixos x e z

Sumário

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	HISTÓRICO DO PROJETO	21
1.2	OBJETIVO GERAL	24
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	24
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
2.1	INTERAÇÃO HOMEM-MÁQUINA	26
2.2	DETERMINAÇÃO DE ATITUDE	27
2.2.1	Sistemas de Determinação de Atitude	29
2.3	MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE	32
2.3.1	Representação	32
2.3.1.1	Método TRIAD	36
2.3.1.2	Problema de Wahba	37
2.3.1.3	q-Método	39
2.3.1.4	SVD	40
2.3.1.5	QUEST	40
2.4	ESTIMAÇÃO	40
2.4.1	Regra de Bayes	42
2.4.2	Estimadores de Parâmetros	43
2.4.3	Estimadores Bayesianos	45
2.4.4	Comparação	46
2.4.5	Recursividade	47
2.4.5.1	Predição	47
2.4.5.2	Atualização	49
2.4.6	Filtro de Kalman	49
2.4.7	Filtro de Kalman Estendido	52
2.4.8	Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	54
2.4.9	Filtro de Partículas	54
2.4.10	Comparação	55
2.5	FONTES DE ERRO NAS MEDIDAS	56
2.6	MAGNETÔMETRO	57

2.7	MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO	58
2.7.1	Método de Lötters	58
2.7.2	Método de FOSTER.....	61
2.7.3	Método SANTANA	63
3	DETERMINAÇÃO DE ATITUDE	65
3.1	ALGORITMOS SIMULADOS.....	65
3.2	COMPARAÇÃO POR QUATÉRNIONS ALEATÓRIOS.....	65
3.3	COMPARAÇÃO EM ROTAÇÃO CONSTANTE.....	70
3.4	IMPLEMENTAÇÃO DO QUEST EM LINGUAGEM C.....	72
4	FILTRO DE KALMAN.....	74
4.1	FILTRO DE KALMAN PARA ESTIMATIVA DE ATITUDE	74
4.1.1	Predição.....	74
4.1.2	Atualização.....	78
4.1.3	Simulação em <i>MATLAB</i>	80
4.1.4	Implementação em C.....	83
5	ANTEPROJETO DO CIRCUITO	85
6	CALIBRAÇÃO E ALINHAMENTO.....	87
6.1	MÉTODO SANTANA	87
6.2	FILTRO DE KALMAN COM ERROS DE CALIBRAÇÃO.....	89
6.3	EKF COM ALGORITMO DE CALIBRAÇÃO	92
6.4	CALIBRAÇÃO DE ACELERÔMETRO COM MEDIDAS REAIS.....	98
6.5	AVALIAÇÃO DE DIFERENTES EXECUÇÕES DE CALIBRAÇÃO	102
7	CONCLUSÕES	106
8	REFERÊNCIAS	108
	APÊNDICE	122
	APÊNDICE A1 – Tabelas Comparativas.....	123
	APÊNDICE A2 – Desenvolvimento da Equação de Atualização.....	132

APÊNDICE A3 – Fluxogramas	135
APÊNDICE A4 – Diagrama Esquemático	137
APÊNDICE A5 – Placas de Circuito Impresso.....	138
APÊNDICE A6 – Anteprojeto do Sistema	140
8.1 SELEÇÃO DE SENSORES	140
8.1.1 Acelerômetro	140
8.1.2 Girômetro	141
8.1.3 Magnetômetro	141
8.1.4 Filtro de Saída dos Girômetros	141
8.1.5 Circuito de Set/Reset do Magnetômetro	147
8.1.6 Alimentação	148
8.2 ANÁLISE DE RUÍDO	149
8.3 MICROCONTROLADOR.....	151
8.4 INTERFACE SEM FIO	152

1 INTRODUÇÃO

A atitude de um objeto pode ser definida como sua orientação no espaço, ou seja, a rotação ou a posição angular em que o mesmo se encontra em relação a uma posição angular de referência. Conhecer a atitude de um corpo é fundamental em diversas áreas como navegação, operação de satélites, estabilização de plataformas e biomédica. Neste campo, a atitude de membros ou partes do corpo humano também pode ser utilizada para determinar a postura ou detectar movimentos, atuando como interface homem-máquina para inserção de pessoas em ambientes virtuais ou monitoramento de movimentos e lesões. Apesar das diversas aplicações, os avanços mais significativos na área de determinação de atitude foram realizados pelo setor aeroespacial. Dada a alta necessidade de automação e o alto custo associado a erros ou imprecisões em caso de falhas, é fundamental o conhecimento desta informação para a correta operação de aeronaves, mísseis, foguetes e satélites. Para aplicação em eletrônicos de consumo, como interfaces, jogos e aplicações de menor valor agregado, é necessário também adequar algoritmos avançados com requisitos como baixo custo, baixo poder de processamento e portabilidade.

De forma simplificada, o cálculo direto da atitude pode ser realizado de duas maneiras. A primeira é medir a velocidade angular de um corpo, por meio de girômetros, e integrá-la no tempo, resultando em um deslocamento angular. No entanto, girômetros possuem erros que, integrados junto à medida, acabam levando a um acúmulo de erros inaceitável [ROB09]. A segunda maneira é obter a atitude a partir de dois ou mais vetores não paralelos, obtidos por diversos tipos de sensores como acelerômetros, magnetômetros ou sensores estelares. Os vetores são fixados em um instante de tempo e as medidas vetoriais subsequentes são analisadas em relação aos vetores fixos, permitindo avaliar diversas inclinações. Na prática, esses vetores são processados por um algoritmo determinístico que calcula a atitude a partir de combinações matemáticas destes vetores. O problema desta técnica é o baixo desempenho dinâmico, ou seja, suas medidas não são fornecidas rapidamente. Além disso, o sistema se torna susceptível a vibrações, interferências ou acelerações bruscas, que acabam gerando muitos erros. Caso a aplicação não possua estas restrições, o segundo método de determinação de atitude pode ser usado isoladamente. Caso contrário, é necessário realizar uma combinação dos dois métodos [GRA06].

A atitude também pode ser estimada, obtida de forma indireta a partir de medidas e de um modelo cinemático, baseado no conhecimento prévio do comportamento do sistema ao longo do tempo. Nesse caso, a atitude é modelada como uma variável aleatória e o

sistema é descrito por meio de equações de estado. No modelo cinemático são utilizadas as informações dos girômetros, utilizados para avaliar a variação da atitude no tempo. Já as medidas podem ser obtidas a partir do método determinístico aplicado aos vetores de referência. Dessa forma, obtém-se um estimador no qual os dois métodos diretos de cálculos de atitude são combinados, considerando na estimação suas informações estatísticas e os modelos de ruído.

Mesmo utilizando estimadores para obter a atitude, erros nas medidas devido a sensores não calibrados não serão corrigidos, já que estimadores de atitude modelam apenas o impacto do ruído. Incluir na estimação parâmetros de calibração levaria a um estimador complexo demais para ser implementado em sistemas embarcados de baixo custo. Os principais parâmetros de calibração são o fator de escala, os biases e os ângulos de desalinhamento entre os sensores, já que estes não são dispostos de forma perfeitamente ortogonais. Na maioria das vezes, os valores destes parâmetros se encontram dentro de uma faixa de tolerância especificada pelos fabricantes. Em sensores de baixo custo, esta faixa é bastante ampla. Portanto, um método de calibração eficaz deve ser executado em conjunto com o estimador e o algoritmo determinístico. O método, ainda, deve ser executado de forma automática, pois os parâmetros de calibração variam ao longo do tempo ou com a temperatura e o sistema não pode ser submetido sempre que necessário a processos de calibração em ambiente controlado. Dessa forma, o método ideal armazenaria medidas relevantes e, em um instante adequado, se recalibraria sem a necessidade de intervenção do usuário.

Nesse sentido, a proposta deste trabalho foi integrar todas as tecnologias desenvolvidas pela equipe nessa área e propor a melhor forma de combiná-las para o desenvolvimento de um sistema de baixo custo completo e funcional para determinação de atitude em aplicações portáteis.

1.1 HISTÓRICO DO PROJETO

O projeto Determinador de Atitude foi iniciado em [GRA03] e sua implementação em [GRA06]. Neste trabalho, o determinador de atitude se encontrava em fase de prototipagem, contendo o algoritmo TRIAD (Tri-Axis Attitude Determination) para determinação de atitude a partir das medidas dos acelerômetros e dos magnetômetros. Em [SIL08] foi desenvolvido um simulador do determinador de atitude que permitiu a geração dos sinais que seriam lidos pelos sensores baseado em dados hipotéticos de atitude, o que permitiu a realização de testes de algoritmos e protótipos. Em [TOR10] foram desenvolvidos

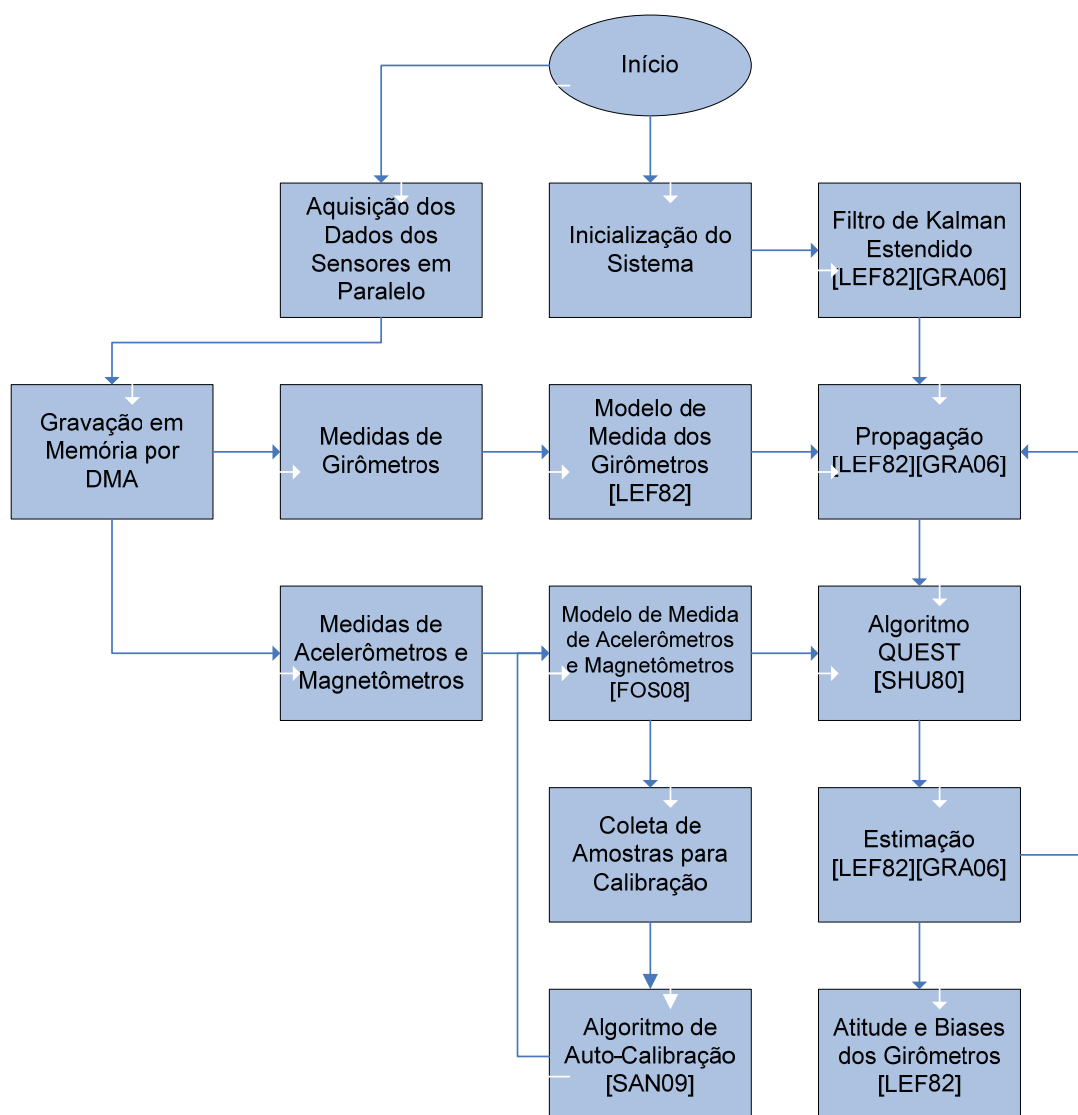
algoritmos de auto-calibração dos sensores, baseados principalmente em dois algoritmos desenvolvidos pela comunidade científica. Após as simulações iniciais, [SAN09] propôs uma combinação dos dois métodos estudados resultando em um novo algoritmo de auto-calibração e alinhamento. Atualmente, a equipe inicia o desenvolvimento de um determinador de atitude para sistemas acelerados, com aplicação em navegação de aeronaves.

Cada etapa do projeto resultou em avanços significativos em temas específicos dentro da área de estimação de atitude baseada em sensores inerciais e magnetômetros. Apesar disso, as soluções desenvolvidas pela equipe até então ainda não haviam sido integradas em uma solução completa e funcional, tendo como resultados apenas trabalhos de simulação isolados ou protótipos utilizando sensores populares porém com tecnologia desatualizada.

Este trabalho consiste na integração dos trabalhos dos diversos integrantes da equipe do Laboratório de Instrumentação Biomédica do Departamento de Engenharia Elétrica (DEEL) da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Em [GRA06] foi realizada a revisão e a simulação dos algoritmos TRIAD e QUEST (Quaternion Estimator) e do Filtro de Kalman Estendido (EKF), desenvolvendo também um protótipo inicial. Esse sistema, no entanto, possuía um microcontrolador de baixa capacidade de processamento, incapaz de executar os algoritmos desenvolvidos, e sensores de maior custo, comparados aos dispositivos disponíveis atualmente. Além disso, não foram realizadas comparações entre os dois algoritmos em relação a erros devido a ruído. O protótipo desenvolvido utilizou apenas o algoritmo TRIAD e foi testado em mesa de rotação, quando foi constatada a grande necessidade de um algoritmo de calibração.

Para realizar a calibração, foram desenvolvidos os trabalhos apresentados em [SAN09] e [TOR10]. Em [SAN09] foi desenvolvido um algoritmo eficaz de auto-calibração combinando dois métodos pesquisados. O algoritmo foi simulado de forma independente, ou seja, por geração de valores arbitrários e a comparação destes com os valores calculados. A integração deste algoritmo com o sistema de determinação de atitude bem com a avaliação de seu impacto na informação de atitude final não havia sido realizada.

Figura1 – Diagrama de blocos do sistema desenvolvido.



Este trabalho propõe uma metodologia de desenvolvimento para um sistema de determinação de atitude portátil de baixo custo voltado a aplicações em interface homem-máquina. Este trabalho apresenta a revisão dos principais métodos para determinação de atitude a partir de vetores de referência. O desempenho destes algoritmos para os mesmos conjuntos de dados de entrada foi comparado em relação ao erro. O algoritmo foi implementado em sistema embarcado e seu desempenho avaliado também com relação a tempo de execução.

A Figura apresenta um diagrama de blocos do projeto descrevendo a operação em alto nível do sistema bem como os principais algoritmos utilizados. Este trabalho propõe-se a desenvolver um protótipo de um sistema utilizando sensores mais atuais voltados

ao mercado de Eletrônicos de Consumo, caracterizados por menor desempenho, menor custo e maior disponibilidade para aquisição ou substituição. O protótipo foi projetado de forma a incluir funcionalidades como operação por bateria, comunicação sem fio e botões de comando não presentes em outros sistemas. O Filtro de Kalman Estendido desenvolvido em [GRA06] a partir de [LEF82] foi simulado e implementado em linguagem C para posterior implementação em sistema embarcado. O algoritmo de auto-calibração desenvolvido em [SAN09] foi simulado e seu desempenho avaliado em conjunto com o Filtro de Kalman Estendido, utilizando como modelo dos sensores o trabalho de [FOS08]. A integração das soluções resultou em um sistema completo de determinação de atitude combinando todas as ferramentas desenvolvidas pela equipe do projeto até a presente data para determinação de atitude em sistemas não acelerados. A contribuição deste trabalho é descrever e propor uma forma de integração dos subsistemas apresentados resultando num protótipo funcional de uma solução completa de determinação de atitude em sistema embarcado.

1.2 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem por objetivo desenvolver uma metodologia de baixo custo para implementar o método completo de estimação de atitude, ou seja, o método determinístico para determinação de atitude a partir dos dados dos acelerômetros e magnetômetros, a estimação de atitude baseada nos resultados do método determinístico e nos dados dos girômetros utilizando o Filtro de Kalman Estendido e o método de auto-calibração e alinhamento para correção dos erros de calibração nos sensores. Este sistema pode ser facilmente adaptado a aplicações diversas e comprova a validade dos métodos desenvolvidos utilizando sensores de baixo custo.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A Seção 0 deste trabalho apresenta a revisão bibliográfica sobre o estado das técnicas utilizadas para sistemas de estimação de atitude. Esta revisão aborda os três principais temas, a determinação de atitude utilizando algoritmos aplicados sobre vetores de observação, a estimação de atitude combinando o método determinístico com um modelo cinemático do sistema e os métodos de calibração. A Seção **Erro! Fonte de referência não encontrada.** deste trabalho apresenta os resultados dos testes e avaliações de desempenho comparativas realizadas. A Seção 0 apresenta o método de estimação de atitude utilizado

neste trabalho bem como simulações avaliando seu desempenho. A Seção 0 apresenta o projeto do circuito para aquisição dos dados dos sensores bem como a implementação das funcionalidades do sistema. A Seção 0 apresenta o método de calibração integrado ao sistema bem como avaliações de desempenho referentes à redução dos erros de calibração, comparação de diferentes calibrações e testes do algoritmo com dados reais do acelerômetro. A Seção 0 apresenta as principais conclusões do trabalho bem como sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A atitude de um objeto corresponde à sua orientação em relação a um sistema de coordenadas de referência [WER78]. A determinação de atitude de um objeto possui diversas aplicações científicas, industriais e comerciais, como em robôs [BAC99], [VAG93], satélites artificiais [JIA03], [SHO95], submarinos [HAY02] e sondas subterrâneas [TAO05]. Mais recentemente, sistemas de determinação de atitude têm sido desenvolvidos também para aplicações na área biomédica [BAC01], [SAB05], [LUI04], como leitura e análise de movimentos, bem como no mercado de eletrônicos de consumo [ROB09].

2.1 INTERAÇÃO HOMEM-MÁQUINA

A detecção de movimentos tem sido amplamente aplicada no mercado de eletrônicos, como comprovado pela popularidade do jogo Nintendo Wii e diversos aplicativos para telefones celulares e periféricos para auxílio a projetistas, como *mice (mouses)* sem fio. O *mouse*, dispositivo mais utilizado para apontamento nos computadores, tem se tornado um dispositivo inadequado para diversas aplicações [NOR05], como navegação em ambientes virtuais tridimensionais, execução de várias operações simultâneas e controle de equipamentos a distância. Realizar tal operação ou mesmo controlar uma máquina utilizando movimentos é bastante interessante, já que movimentos são muito mais naturais e intuitivos do que comandos por botão.

Existem diversas tecnologias e classificações [PRE94], [FOL82], [BUX83] para interfaces homem-máquina. Um comparativo das mesmas é apresentado na Tabela. Embora luvas sensíveis também sejam bastante populares na manipulação de ambientes virtuais, seu alto custo, a necessidade de recalibração para cada usuário e a impossibilidade de utilizar outros membros ou objetos podem limitar sua aplicação [DIP08]. A detecção de movimentos por processamento de imagem é também uma grande tendência no mercado de eletrônicos de consumo e entretenimento. Embora apresente bom desempenho e ofereça maior comodidade no uso, já que não é necessário utilizar sensores presos aos objetos a serem rastreados, tal técnica ainda sofre muita interferência do meio e possui desempenho dinâmico inferior aos sensores inerciais, que permitem medir movimentos rápidos com maior exatidão [BON99].

Tabela 1 –Tecnologias mais comuns para leitura de movimentos

Tecnologia	Descrição	Vantagens	Desvantagens
Acústica	Realiza a triangulação a partir do tempo de recebimento de ondas utilizando emissores e receptores acústicos.	-Tamanho pequeno	-Influenciado por ruídos na faixa ultrassônica -Baixa taxa de atualização -Velocidade da onda é afetada por temperatura, pressão e humidade do ambiente
Mecânica	Sensores de força ou flexão presos ao corpo são usados para medir ângulos e amplitudes. Um <i>feedback</i> de movimento pode ser facilmente incluído.	-Exatidão -Alta taxa de saída -Não susceptível a interferências do ambiente	-Volume de trabalho limitado por fiação -Incômodo devido à conexão com o corpo
Magnética	Semelhante à acústica, porém utilizando campos magnéticos que induzem corrente no sensor. A direção do campo gerado permite saber a orientação exata do pulso registrado.	-Tamanho reduzido -Não sofre de limitações de velocidade de ondas acústicas	-Dimensões do volume de trabalho, limitado pela força do campo magnético -Interferência de objetos metálicos próximos -Sensível a ruído eletromagnético
Imagem	Duas câmeras ou mais triangulam a posição e orientação do objeto ou padrão projetado na imagem.	-Alta taxa -Baixo custo -Número pequeno de equipamentos	-Exatidão diminui com a distância, condições de iluminação e ruído -Complexidade no reconhecimento dos objetos em relação ao plano de fundo
Infravermelho	Semelhante ao processamento de imagem, resolve o problema de iluminação e ruído.	-Alta taxa	-Alto custo de equipamentos -Interferência de corpos quentes no campo de visão

Fonte: Adaptado de (NORIS, 2005)

As tecnologias de sensores utilizadas neste projeto, acelerômetros e girômetros, que se encaixam na categoria de sensores mecânicos e medem respectivamente a reação à aceleração e a velocidade angular, e magnetômetros, ou sensores magnéticos, são bastante adequadas pois permitem bom desempenho e portabilidade.

2.2 DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

A atitude ou orientação no espaço pode ser expressa matematicamente por uma matriz de rotação que permite realizar a transformação de um sistema de coordenadas de referência para um sistema de coordenadas do corpo. Para determinar a atitude são utilizados

os mais diversos tipos de sensores que se baseiam em referências como a gravidade, o campo geomagnético, uma fonte de radiação acústica ou eletromagnética ou a direção na qual se encontra uma determinada estrela. Há também sensores que se baseiam nos princípios de momento de inércia, sendo denominados sensores inerciais [LAW92], como acelerômetros pendulares, girômetros mecânicos, girômetros piezoelétricos, dentre outros.

Pelos menos dois vetores de referência em direções distintas não colineares são necessários para resolver matematicamente a atitude em três dimensões [GRA06], já que rotações alinhadas com o eixo de sensibilidade não são percebidas pelos sensores. Os vetores medidos pelos sensores referentes às coordenadas do corpo são denominados vetores de observação e podem ser obtidos de diversas formas. Em [CHI00] são utilizados sensores estelares (star tracker), receptor GPS e girômetros combinados para determinar a atitude. Um sensor estelar é um tipo de telescópio, ou câmera, com um detector ótico no seu foco que rastreia uma estrela pré-selecionada de posição conhecida e usa tal informação para corrigir o desalinhamento no navegador. Estes sensores são caros, requerem uma janela no veículo e só funcionam na ausência de neblina, fumaça ou outras interferências, e por isso são utilizados apenas em satélites, mísseis intercontinentais e grandes bombardeiros de longo alcance [LAW92].

Em [FAL01] são empregados girômetros e sensores solares para determinação de orientação em nano-satélites. Em [WIL04] foram utilizados magnetômetros e um acelerômetro como medidor de inclinação. Em [GEB04] são apresentados projetos de sistemas de determinação de atitude baseado em múltiplos sensores de baixo custo, inclusive a combinação da informação redundante fornecida por vários sensores MEMS (Micro-Electro Mechanical Systems). Em [MAR01] foram utilizadas tríades de sensores magnéticos, acelerômetros e girômetros, composição denominada MARG – Magnetometer, Accelerometer, Rate Gyros. O método propunha encontrar a atitude a partir das referências obtidas pelo campo geomagnético e a gravidade, mostrando a viabilidade desta configuração.

Tríades de sensores magnéticos e de aceleração gravitacional possuem boa estabilidade no tempo porém baixo desempenho dinâmico. Já os girômetros possuem bom desempenho dinâmico e podem ser utilizados em sistemas híbridos que combinam dados de girômetros e de outras fontes [ZHU09]. As velocidades angulares medidas pelos girômetros são integradas no tempo resultando no deslocamento angular relativo ao sistema de coordenadas do corpo. No entanto, os sinais na saída dos girômetros MEMS de baixo custo possuem erros dentre os quais o principal é o bias [YUC09].

Além da integração dos girômetros, existem também métodos determinísticos de determinação de atitude que se baseiam, em sua maioria, na resolução do problema de Wahba [WAH66]. Os métodos determinísticos utilizam dois ou mais vetores de referência e de observação, usualmente aceleração gravitacional e campo geomagnético, avaliando também o seus ruídos.

Pode-se melhorar o desempenho geral do sistema combinando as duas técnicas de medida de atitude obtendo a atitude de forma determinística a partir dos acelerômetros e dos magnetômetros e combinando o resultado com a integração das medidas dos girômetros. Esta abordagem é utilizada em diversos trabalhos [LEF82], [VAR86], [SAB06], [YUN07], [JUR07], e envolve a estimação de atitude utilizando um estimador Bayesiano que utiliza um modelo cinemático e informações estatísticas dos dados para obter um resultado ótimo ou sub-ótimo. O algoritmo mais utilizado é o Filtro de Kalman Estendido (EKF).

2.2.1 Sistemas de Determinação de Atitude

Diversos sistemas foram projetados para a determinação de atitude em sistemas não acelerados. Em [KUM04] um sistema para estimativa da atitude foi implementado utilizando sensores MEMS de baixo custo. O sistema possui um EKF que considera em suas matrizes de estado erros de desalinhamento, variação térmica e biases conforme tabelas de calibração. A complexidade do algoritmo permitiu sua implementação em MATLAB porém não em um microcontrolador, obtendo exatidão de 3°. Em [SAB06] foi desenvolvido um EKF utilizando como estados o quatérnion e os biases dos acelerômetros e dos girômetros. O sistema utilizou uma unidade de medida inercial (IMU) comercial, um subsistema único contendo tanto acelerômetros quanto girômetros, e procedimentos de calibração em instantes em que as medidas eram consideradas nulas, comuns no repouso entre movimentos humanos. Para eliminar erros em ambientes magneticamente perturbados, o algoritmo considera que o ângulo entre o campo magnético e a horizontal se mantém constante, fornecendo um modelo que não é variante com o tempo. No entanto o algoritmo foi implementado apenas em MATLAB.

Em [YUN06] foi desenvolvido um sistema para estimativas de orientação de alta exatidão em tempo real. O filtro EKF implementado utiliza um modelo de sistema linear de primeira ordem e, ao contrário deste trabalho, o algoritmo QUEST realiza apenas o pré-processamento dos dados de aceleração e campo magnético, simplificando o estimador. A

exatidão estática foi melhor que 2° e a dinâmica melhor que 9°. Como o sistema só utiliza os dados de aceleração e campo magnético no pré-processamento, a atitude obtida é dependente quase que exclusivamente dos girômetros. Embora possuam uma melhor resposta dinâmica, os girômetros possuem o *bias* mais elevado entre os sensores [YUC09], o que se traduz em maior acúmulo de erros caso suas medidas não sejam tratadas adequadamente.

Em [ZHU07], um protótipo rústico de baixo custo utilizando sensores MEMS e um microcontrolador de baixo custo foi implementado. Ao invés de utilizar quatérnions ou ângulos de Euler para a determinação de atitude, o protótipo utilizou um algoritmo no qual os componentes dos vetores de campo gravitacional e campo magnético foram inseridos diretamente no Filtro de Kalman em um vetor de estados 6×1 . O atraso com relação ao valor real foi da ordem de 2 décimos de segundo e o erro dinâmico obtido para guinada foi de 1°. Buscando simplicidade, o sistema não considera erros de *bias*, que possuem impacto significativo principalmente nos girômetros, nem processos de auto-calibração para correção dos dados. Em [YUN08] um sistema semelhante é desenvolvido. No entanto, embora o algoritmo seja mais simples, o processamento é realizado fora do sistema e não utiliza os dados dos girômetros.

Há também diversos protótipos portáteis, que se caracterizam pelo tamanho reduzido utilizando sensores comerciais distribuídos em várias placas. Um sistema modular utilizando tríades de sensores inerciais e magnetômetros analógicos foi desenvolvido em [JUR07]. O erro resultante em ângulos de Euler foi de aproximadamente 1,2° rms e 3,8° no máximo durante movimentos intensos. Diferente do proposto neste trabalho, o Filtro de Kalman utilizado possui apenas três estados, ângulos de Euler, simplificando o algoritmo. O método de calibração implementado é mais complexo e requer dois movimentos sequenciais definidos isolando um eixo de cada vez. Os parâmetros de calibração são obtidos por algoritmos de alto custo computacional que requerem muito tempo de processamento sendo inviáveis para um sistema embarcado em tempo real.

Em [TOR07] é apresentado o projeto CELERITAS, que utiliza diversos sistemas inerciais para determinação de atitude e posição permitindo a leitura de movimentos em apresentações artísticas. São utilizados cinco módulos mestre/escravo por pessoa, um na cintura e outros quatro nos membros, formando uma esfera virtual dentro da qual os movimentos são limitados. O sistema utiliza sensores comerciais de baixo custo, uma interface sem fio e um microprocessador ATMEL. A atitude é representada na forma matricial sendo obtida por um método semelhante ao TRIAD, com as duas primeiras colunas da matriz de atitude obtidas pelos acelerômetros e magnetômetros. O sistema também utiliza

um Filtro de Kalman embora não sejam apresentados seus detalhes. Ainda, um algoritmo simples para leitura de movimentos de translação também foi implementado, embora os resultados apenas com sensores inerciais e magnetômetros não satisfaçam os requisitos de erro. Foram implementados métodos de correção da gravidade e de força centrípeta, bem como filtros digitais Butterworth. Algoritmos mais sofisticados para auto-calibração dos sensores não foram implementados.

Em [BAM08] um sistema para análise do andar utilizando um sistema sem fio integrado ao calçado foi desenvolvido. Em [ZHA05] foi desenvolvido um protótipo para realizar a leitura de movimentos de uma caneta obtendo, assim, um instrumento digital para escrita bastante portátil e simples de utilizar, compatível com qualquer superfície e em qualquer orientação. O protótipo possui uma tríade de acelerômetros e girômetros, um sensor para detecção de contato e um módulo Bluetooth. Com tamanho bastante reduzido, o custo de seus componentes, no entanto, é proibitivo. Em [LAN07] um sistema de baixo custo foi desenvolvido para demonstrar a aplicação do conceito de navegação inercial utilizando sensores inerciais de baixo custo. O processamento é realizado fora do sistema. [ROE06b] desenvolveu um detector de posição e orientação baseado somente em bobinas. Esta configuração, no entanto, apresentou baixa resposta dinâmica e erros de 5° na orientação e 8mm na posição. [DON08] utiliza o mesmo princípio do proposto neste trabalho porém com sensores de maior desempenho e maior custo. O processamento dos dados e o método de calibração são mais simples, resultando em um protótipo preliminar com exatidão de 1° dado o bom desempenho dos sensores.

Pode-se observar, assim, que diversos trabalhos semelhantes já foram desenvolvidos embora se diferenciem pela implementação dos algoritmos, pelos tipos e características de desempenho dos sensores, pela calibração ou não destes sensores e pelo processamento ser feito por um microcontrolador ou por um computador externo.

Um sistema completo, que combine os dados de girômetros, acelerômetros e magnetômetros de baixo custo voltados ao mercado de eletrônicos de consumo, que corrija de forma autônoma erros de calibração e possua processamento totalmente embarcado ainda não foi implementado, sendo esta proposta única e inovadora. Utilizar métodos de calibração melhor elaborados e estimadores de sistemas aeroespaciais para tratamento de dados de sensores de baixo custo, o sistema proposto neste trabalho se caracteriza como uma solução bastante diferenciada, seguindo diretrizes de baixo custo, portabilidade e melhor processamento dos dados.

2.3 MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

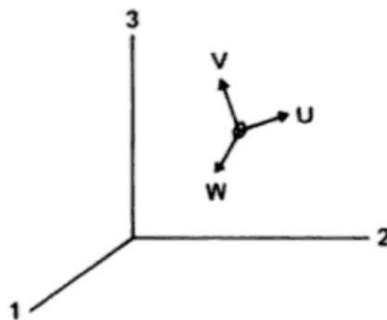
Nesta seção serão apresentados as formas de representação de atitude e os métodos de determinação de atitude considerados no projeto.

2.3.1 Representação

O problema básico da determinação de atitude é especificar a orientação de uma tríade de medidas nas coordenadas do corpo, os vetores de observação, em relação a uma tríade nas coordenadas de referência, os vetores de referência. Esta orientação pode ser representada matematicamente por uma matriz que multiplicada pelos vetores de referência resulta nos vetores de observação. Cada um dos elementos desta matriz, chamada matriz de atitude, corresponde à projeção do vetor unitário do corpo sobre o eixo de referência. Por exemplo, na Figura 1, u_1 é a projeção do ângulo entre o vetor \hat{u} e o eixo de referência 1. Por esta razão, a matriz de atitude A é também conhecida como a matriz DCM – Matriz de Cossenos de Direção (Direction Cosine Matrix) [WER78].

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Figura 1 – Orientação dos eixos do corpo U, V e W no sistema de coordenadas de referência 1, 2 e 3.



Fonte: (WERTZ, 1978)

Os elementos da matriz não são independentes, ou seja, a matriz apresenta informações redundantes. Ainda, como os vetores são unitários e ortogonais, pode-se estabelecer as relações:

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1 \quad (0.1)$$

$$u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0 \quad (0.2)$$

A atitude também pode ser representada pelos parâmetros simétricos de Euler, mais conhecidos como quatérnions. Os parâmetros simétricos de Euler são definidos por [WER78]:

$$\begin{aligned} q_1 &\equiv e_1 \operatorname{sen} \frac{\Phi}{2} \\ q_2 &\equiv e_2 \operatorname{sen} \frac{\Phi}{2} \\ q_3 &\equiv e_3 \operatorname{sen} \frac{\Phi}{2} \\ q_4 &\equiv \cos \frac{\Phi}{2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\tilde{\mathbf{q}} \equiv \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Os três componentes vetoriais do quatérnion representam um vetor eixo de rotação e o quarto componente escalar representa o ângulo de rotação ao redor deste eixo. A partir destes quatro parâmetros pode-se definir adequadamente uma orientação.

Os componentes do quatérnion não são independentes porém satisfazem a equação:

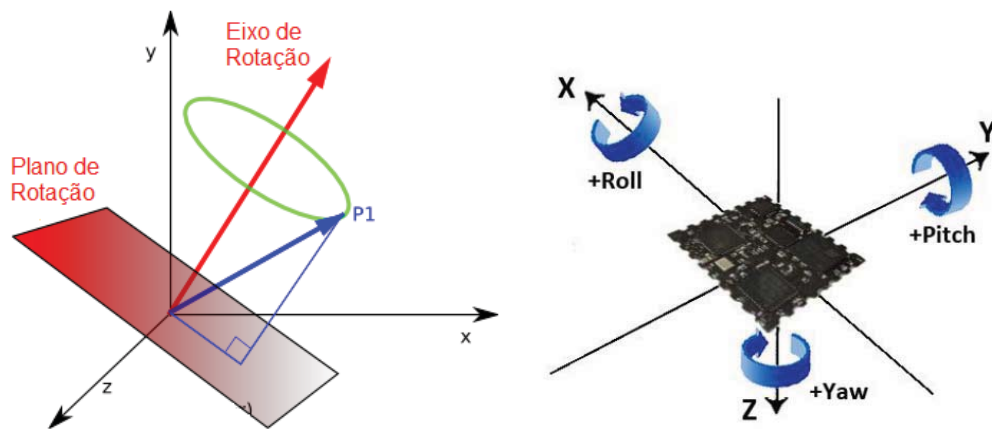
$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (0.3)$$

O quatérnion unitário pode ser definido como:

$$\hat{\mathbf{q}} = \cos \Phi + \hat{\mathbf{u}} \operatorname{sen} \Phi \quad (0.4)$$

Uma terceira representação bastante comum e intuitiva consiste dos Ângulos de Euler. Os três ângulos de Euler representam ângulos de rotação em cada um dos eixos permitindo descrever uma atitude. Estes eixos são usualmente denominados guinada (yaw), rolagem (roll) e arfagem (pitch). Ângulos de Euler não são tão convenientes para cálculos numéricos quanto quatérnions, por exigirem o uso de funções trigonométricas, mas seu significado geométrico é mais aparente e intuitivo. São úteis para análise, especialmente para encontrar soluções fechadas para equações de movimentos em casos simples. A representação gráfica do quatérnion e dos ângulos de Euler é apresentada na Figura 2.

Figura 2 – Quatérnion e ângulos de Euler.



É possível também utilizar equações que relacionam as diferentes representações. A matriz DCM pode ser expressa em termos dos parâmetros simétricos de Euler por:

$$A(\mathbf{q}) = (\mathbf{q}_4^2 - \mathbf{q}^2)\mathbf{I} + 2\mathbf{q}\mathbf{q}^T - 2\mathbf{q}_4\mathbf{Q} \quad (0.5)$$

onde \mathbf{Q} é a matriz anti-simétrica:

$$\mathbf{Q} \equiv \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (0.6)$$

ou pelo algoritmo eficiente apresentado em [FAR99]. Os ângulos de Euler podem ser obtidos pelos elementos da DCM por:

$$\theta = \arcsen A_{23} \quad (0.7)$$

$$\phi = -\arctan(A_{21}/A_{22}) \quad (0.8)$$

$$\psi = -\arctan(A_{13}/A_{33}) \quad (0.9)$$

A Equação (0.7) possui uma ambiguidade em θ , correspondente à função $\sen\theta$ ser positiva ou negativa. A solução usual para esta ambiguidade é seleccionar $-90^\circ \leq \theta < 90^\circ$ que resulta em.

Além destas três mais populares, existem diversas outras representações de atitude e equações que permitem a conversão de uma representação para outra. Um comparativo entre as representações é mostrado na Tabela .

Tabela 2 – Vantagens, desvantagens e aplicações típicas das principais representações de atitude.

Representação	Vantagens	Desvantagens	Aplicações
Ângulos de Euler	Sem parâmetros redundantes, interpretação física clara	Funções trigonométricas, singularidades para algum ângulo, dificuldade em descrever seqüências de rotações	Estudos analíticos, entrada e saída, controle embarcado de atitude em espaçonaves estabilizadas em 3 eixos
Matriz de Atitude (DCM)	Sem singularidades, sem funções trigonométricas e regra de produto conveniente para rotações sucessivas	Seis parâmetros redundantes	Em análise, para transformar vetores de um sistema de referências para outro
Parâmetros de Rodrigues (Vetor de Gibbs)	Sem parâmetros redundantes, sem funções trigonométricas, regra de produto conveniente para rotações sucessivas	Infinito para rotação de 180°	Estudos analíticos
Quatérnions	Sem singularidades, sem funções trigonométricas, regra de produto conveniente para rotações sucessivas	Um parâmetro redundante, interpretação física não óbvia	Navegação inercial embarcada
Parâmetros Modificados de Rodrigues	Sem parâmetros redundantes, sem funções trigonométricas, sem singularidades	Interpretação física não óbvia, parametrização do argumento pode causar saltos de continuidade na representação para algum incremento de rotação	Navegação inercial embarcada

Fonte: (WERTZ, 1978)

Neste trabalho, foi adotada a representação na forma de quatérnions para cálculo, de modo a evitar singularidades, e ângulos de Euler na apresentação dos dados, já que estes são mais intuitivos.

2.3.1.1 Método TRIAD

Em [WER78] e [SHU80], são apresentados os dois primeiros métodos de determinação de atitude, sendo o mais viável o método algébrico, mais conhecido como TRIAD (Tri-Axis Attitude Determination). O algoritmo consiste na multiplicação da matriz contendo os vetores de observação pela matriz contendo os vetores de referência. A simplicidade de algoritmo o torna interessante para processamento embarcado. Não são necessárias funções trigonométricas inversas, não há ambiguidade e os requisitos computacionais são mínimos. No algoritmo, o primeiro vetor medido forma a primeira referência. A segunda referência é o produto vetorial entre o primeiro vetor medido e o segundo. E a terceira referência é o produto vetorial do primeiro vetor medido e a segunda referência. Dessa forma, o primeiro vetor é utilizado duas vezes no algoritmo, e deve possuir menor ruído. As equações dos vetores de referência são:

$$\hat{\mathbf{r}}_1 = \hat{\mathbf{v}}_1 \quad (0.10)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_2 = \frac{(\hat{\mathbf{v}}_1 \times \hat{\mathbf{v}}_2)}{|\hat{\mathbf{v}}_1 \times \hat{\mathbf{v}}_2|} \quad (0.11)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_3 = \frac{(\hat{\mathbf{v}}_1 \times (\hat{\mathbf{v}}_1 \times \hat{\mathbf{v}}_2))}{|\hat{\mathbf{v}}_1 \times \hat{\mathbf{v}}_2|} \quad (0.12)$$

O mesmo procedimento é realizado para os vetores de observação, conforme as equações:

$$\hat{\mathbf{s}}_1 = \hat{\mathbf{b}}_1 \quad (0.13)$$

$$\hat{\mathbf{s}}_2 = \frac{(\hat{\mathbf{b}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}_2)}{|\hat{\mathbf{b}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}_2|} \quad (0.14)$$

$$\hat{\mathbf{s}}_3 = \frac{(\hat{\mathbf{b}}_1 \times (\hat{\mathbf{b}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}_2))}{|\hat{\mathbf{b}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}_2|} \quad (0.15)$$

Onde $\hat{\mathbf{r}}_i$ é o vetor de referência unitário utilizado no TRIAD, $\hat{\mathbf{v}}_i$ o vetor de referência unitário medido, $\hat{\mathbf{s}}_i$ o vetor de observação unitário utilizado no TRIAD e $\hat{\mathbf{b}}_i$ o vetor de observação medido. A matriz de atitude \mathbf{A} , assim, é calculada pela Equação (0.16):

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_{obs} \mathbf{M}_{ref}^T \quad (0.16)$$

$$\mathbf{M}_{ref} = [\hat{\mathbf{r}}_1 : \hat{\mathbf{r}}_2 : \hat{\mathbf{r}}_3] \quad (0.17)$$

$$\mathbf{M}_{obs} = [\hat{\mathbf{s}}_1 : \hat{\mathbf{s}}_2 : \hat{\mathbf{s}}_3] \quad (0.18)$$

Quase todo erro de medida é devido ao segundo vetor, de menor qualidade [WER78]. O algoritmo TRIAD, bem como suas variações, é amplamente tratado na literatura [BLA64], [WER78], [SHU80], [TAN07], [GRA07].

2.3.1.2 Problema de Wahba

Obter a atitude ótima baseada em mais de duas referências vetoriais corrompidas por ruído pode melhorar o desempenho do sistema. No entanto, o TRIAD utiliza apenas dois vetores de referência e não considera mais de dois vetores. Para isso, surgiram diversos métodos baseados na minimização da função custo proposta por Wahba [WAH66]:

$$L(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i |\mathbf{b}_i - \mathbf{A} \mathbf{v}_i|^2 \quad (0.19)$$

Onde a_i são os pesos de cada vetor, \mathbf{b}_i os vetores de observação, \mathbf{A} a matriz de atitude a ser calculada e \mathbf{v}_i os vetores de referência. Alguns dos algoritmos mais comuns para resolver o problema de Wahba são o q-Método [DAV71], [KEA77], o QUEST [SHU80], o REQUEST [BAR96], o FOAM [MAR93] o ESOQ [MOR97], [MOR00] dentre outros [MAR00]. Um dos primeiros métodos foi o q-Método de Davenport [DAV71], [KEA77], no qual a atitude era obtida calculando-se o autovetor correspondente ao maior autovalor de uma

matriz denominada K, montada a partir de parâmetros obtidos de uma matriz denominada matriz perfil de atitude, B, proveniente da reorganização da função perda de Wahba e que consiste no produto da matriz de atitude e os vetores de referência e observação. Ainda assim, este método não apresentava eficiência computacional suficiente para ser executado rapidamente em um sistema embarcado. Uma evolução do q-Método foi proposta por Shuster [SHU80], que propôs o algoritmo QUEST (Quaternion Estimator), um método mais eficiente que veio a ser o mais utilizado para determinação de atitude [SHU06].

Markley e Mortari [MAR00] publicaram um trabalho chave que apresenta uma revisão dos principais algoritmos baseados em quatérnion desenvolvidos até a época do trabalho e o algoritmo SVD (Decomposição de Valor Singular – Singular Value Decomposition). O mesmo trabalho apresenta uma comparação entre os mesmos com relação a robustez, ou seja, a estimativa correta sem singularidades em qualquer situação, e velocidade.

Com base nesse estudo, os algoritmos podem ser divididos em duas classes [CHE07b], neste trabalho denominados algoritmos pesados e algoritmos rápidos. Os algoritmos pesados, como o q-Método e o SVD, obtêm a atitude por meio de algoritmos algébricos padrão. O algoritmo SVD [MAR88], por exemplo, utiliza a decomposição SVD da matriz B, a matriz perfil de atitude, e uma matriz diagonal modificada para obter a matriz DCM. Estes algoritmos são extremamente estáveis porém são computacionalmente pesados e muito mais lentos por realizarem operações que podem não ser totalmente necessárias para solucionar o problema de Wahba [CHE07b].

Os algoritmos rápidos realizam manipulações matemáticas para reduzir a quantidade de cálculos envolvidos no processo de determinação de atitude. Entre os principais estão o QUEST (*Quaternion Estimator*) [SHU80], os ESOQ-1 (*Estimator of the Optimal Quaternion*) [MOR97] e ESOQ-2 [MOR00] e o FOAM (*Fast Optimal Attitude Matrix*) [MAR93], todos bem descritos em [MAR00]. [CHE07b] mostra que a diferença entre o algoritmo QUEST e o algoritmo ESOQ, os algoritmos mais rápidos, foi muito pequena e significativa apenas para os processadores antigos.

Neste trabalho foram selecionados os algoritmos QUEST, q-Método e SVD para comparação. O QUEST foi selecionado pois possui desempenho muito próximo dos algoritmos quaterniônicos mais rápidos, ESOQ-1 e ESOQ-2, em termos de velocidade e robustez e apresenta a vantagem de ter sido muito mais amplamente utilizado e testado. A redução da diferença entre a velocidade de algoritmos pesados e algoritmos rápidos com o aumento da capacidade de processamento dos computadores justifica a simulação dos

métodos pesados, q-Método e SVD. Além disso, os resultados de cada algoritmo foram comparados em relação aos resultados verdadeiros.

2.3.1.3 q-Método

Uma revisão detalhada do algoritmo q-Método pode ser encontrada na literatura [DAV71], [KEA77], [MAR00], [TOR08]. Resumidamente, o algoritmo é baseado na reorganização da função custo utilizando a definição de quatérnions. Assim, é definida a matriz \mathbf{B} , denominada perfil de atitude (attitude profile):

$$L(A) = 1 - \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{b}_i^T \mathbf{A} \mathbf{v}_i = 1 - \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{B}^T) \quad (0.20)$$

$$\mathbf{B} \equiv \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{b}_i \mathbf{v}_i^T \quad (0.21)$$

A matriz perfil de atitude pode ser considerada como uma composição dos vetores de observação e referência considerando o ruído de cada vetor como sendo seu peso. Qualquer que seja o número de vetores, a matriz perfil de atitude possuirá sempre ordem três.

Derivando a função perda e manipulações algébricas, é possível obter os máximos e mínimos da função perda em função de uma matriz denominada \mathbf{K} , formada a partir de manipulações sobre os vetores \mathbf{b}_i e \mathbf{v}_i , respectivamente os vetores de observação e os vetores de referência medidos, multiplicados pelos seus pesos. O quatérnion que corresponde à matriz de atitude ótima é o autovetor correspondente ao maior autovalor da matriz \mathbf{K} , ou seja:

$$\mathbf{K} \tilde{\mathbf{q}} = \lambda_{\max} \tilde{\mathbf{q}} \quad (0.22)$$

A maior dificuldade neste método é obter o autovetor correspondente ao maior autovalor da matriz \mathbf{K} .

2.3.1.4 SVD

O algoritmo SVD, desenvolvido por Markley [MAR88], é bastante robusto por se basear no método algébrico de decomposição de valor singular. Este método decompõe a matriz perfil de atitude, B , em um produto de três matrizes, U , S e V^T , sendo U e V matrizes ortogonais e S uma matriz diagonal. Realizando o mesmo produto, é possível obter a matriz de atitude ótima modificando o termo da última linha e última coluna da matriz diagonal S em função dos determinantes das matrizes decompostas U e V . Embora simples e direto, a grande complexidade do algoritmo está em realizar a decomposição da matriz B .

2.3.1.5 QUEST

O algoritmo QUEST [SHU80] reduz consideravelmente a complexidade do processo de determinação de atitude, usando a definição do vetor de *gibbs* para apresentar uma forma alternativa de calcular o maior autovalor da matriz K do q-Método e que não requer a solução do problema do autovalor completo. Com essa modificação, foi obtida uma nova equação para o autovalor máximo, que permite uma aproximação do maior autovalor para 1. O autovetor correspondente é obtido de forma direta, assim como a matriz de covariância. Para o caso de duas medidas, o autovalor pode ser encontrado por uma equação direta. A derivação do método pode ser vista em [SHU80], [MAR00], [GRA06], [TOR08].

Neste trabalho, são apresentados os fluxogramas dos algoritmos. Estes foram avaliados com relação a tempo de execução e erros devido a ruído nos vetores medidos para diferentes combinações de vetores. Dessa forma, foi possível definir qual o melhor algoritmo para a aplicação baseado na complexidade computacional e nas avaliações de erro em vários cenários.

2.4 ESTIMAÇÃO

Define-se como estimação o processo de inferir o valor de uma quantidade de interesse a partir de observações indiretas, inexatas e incertas [BAR01]. Um estimador ótimo é um algoritmo computacional que processa observações, ou medidas, resultando em uma estimativa de uma variável de interesse baseado na otimização de um certo critério. Um estimador é denominado ótimo quando satisfaz tal critério de optimalidade e sub-ótimo quando satisfaz um critério válido apenas para um conjunto determinado de restrições. Em

geral, é possível classificar a variável a ser estimada como parâmetro ou estado de um sistema dinâmico. A primeira refere-se a uma quantidade invariante no tempo, uma constante, e a segunda a uma quantidade que evolui ao longo do tempo de acordo com uma equação estocástica. Conseqüentemente, há duas classes de estimadores, os estimadores de parâmetros e os estimadores de estado. Neste trabalho, para estimativa de atitude, foram usados estimadores de estado já que a atitude do sistema evolui ao longo do tempo. Já para estimação de parâmetros de calibração, foram utilizados estimadores de parâmetros, já que tais valores em condições típicas variam muito lentamente ao longo do tempo.

O objetivo da estimação de estados é recursivamente estimar o estado \mathbf{x}_k a partir de medidas \mathbf{z}_k [RIS04] no instante de amostragem k de acordo com as relações:

$$\mathbf{x}_k = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}) \quad (0.23)$$

$$\mathbf{z}_k = h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \quad (0.24)$$

\mathbf{x} denota o vetor de estados, f denota genericamente uma função que relaciona o estado anterior ao estado atual considerando o ruído de processo, \mathbf{v} , também chamada de função de transição, e h denota genericamente uma função que relaciona o estado à medida considerando \mathbf{w} , o ruído de medida. Na notação matricial [BAR01]:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1} \quad (0.25)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (0.26)$$

\mathbf{F}_k é a matriz de transição do sistema que relaciona o estado no passo anterior, $k-1$, com o estado no passo no atual, k , \mathbf{v}_k é uma sequência aleatória branca de média zero com matriz de covariância \mathbf{Q}_k , \mathbf{H}_k é a matriz de medida e \mathbf{w}_k o ruído de medida com matriz de covariância \mathbf{R}_k . Os ruídos \mathbf{v} e \mathbf{w} são descritos pelas equações:

$$E[\mathbf{v}(k)] = 0 \quad (0.27)$$

$$E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}(i)^T] = \mathbf{Q}_k \delta(k-i) \quad (0.28)$$

$$E[\mathbf{w}(k)] = 0 \quad (0.29)$$

$$E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}(i)^T] = \mathbf{R}_k \delta(k-i) \quad (0.30)$$

O algoritmo de estimação também é chamado filtro pois reduz o efeito de vários ruídos na quantidade de interesse, ou seja, a estimativa do estado [BAR01]. Na estimação, entende-se como filtragem a operação que envolve a extração de informação sobre uma quantidade de interesse no instante k utilizando dados medidos até e incluindo k [CHE03]. O problema geral de filtragem pode ser definido como encontrar a melhor estimativa de \mathbf{x}_k dados $\mathbf{F}_k, \mathbf{H}_k$, as características dos ruídos, as condições iniciais e o conjunto de medidas $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_k$ [RIB04].

2.4.1 Regra de Bayes

Definindo a probabilidade condicional $P(A|B)$ como a probabilidade de A dado que B tenha ocorrido [SOO04]:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A, B)}{P(B)} \quad (0.31)$$

e, similarmente, a função distribuição de probabilidade (pdf – *probability density function*) condicional de uma variável aleatória dada outra variável aleatória como:

$$p(x|y) = \frac{p(x, y)}{p(y)} \quad (0.32)$$

onde x e y são variáveis aleatórias e $p(\cdot)$ denota a pdf, a abordagem Bayesiana utiliza a pdf *a priori* de um estado utilizando a fórmula de Bayes, que consiste em um condicionamento reverso de probabilidades condicionais. A regra de Bayes é dada por [BAR01]:

$$p(x|z) = \frac{p(z|x)p(x)}{p(z)} \quad (0.33)$$

A pdf $p(x|z)$ é chamada pdf posterior, a pdf $p(x)$ é chamada de pdf *a priori* e $p(z)$ é chamada de evidência, sendo x e z variáveis aleatórias. A pdf posterior reflete a crença

na hipótese baseada na informação *a priori* e nas observações atuais e fornece meios diretos e facilmente aplicáveis para combinar ambos os dados [PUN99].

O Teorema da Probabilidade Total afirma que a pdf de qualquer evento pode ser decomposta em termos de pdfs condicionais:

$$p(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} p(x|y) p(y) dy \quad (0.34)$$

Utilizando o Teorema da Probabilidade Total no denominador da regra de Bayes tem-se:

$$p(x|z) = \frac{p(z|x)p(x)}{p(z)} = \frac{p(z|x)p(x)}{\int p(z|x)p(x)dx} = \frac{1}{c} p(z|x)p(x) \quad (0.35)$$

onde x é o estado, z a medida e c uma constante de normalização. Na filtragem, a regra de Bayes atesta que a pdf posterior de um estado x dada a medida z pode ser inferida a partir da pdf da medida z dado o estado x , a pdf *a priori* do estado x e a evidência ou a pdf de z . Como a pdf incorpora toda informação estatística disponível, pode ser considerada como uma solução completa do problema de estimação [RIS04].

Integrar a pdf conjunta de duas variáveis aleatórias em função de uma das variáveis leva à pdf individual da outra variável aleatória, também chamada de pdf marginal, ou seja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dy = p(x) \quad (0.36)$$

2.4.2 Estimadores de Parâmetros

Para a realização de uma estimativa ótima é necessário adotar algum critério de optimalidade. O mais natural deles é o Erro Mínimo Quadrados, ou MSE (Minimum Square

Error). Definindo o operador esperança ou valor esperado como:

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx \quad (0.37)$$

onde x é a variável aleatória e $p(x)$ sua pdf, o erro MSE pode ser definido como:

$$mse(\hat{x}) = E\left[(\hat{x} - x)^2\right] \quad (0.38)$$

Este critério mede o desvio quadrático médio da estimativa e o valor real. No entanto, tal critério leva a um estimador não realizável, pois não pode ser escrito apenas em função dos dados [KAY93]. O erro MSE pode ser reescrito como:

$$mse(\hat{x}) = \text{var}(\hat{x}) + \beta^2(\hat{x}) \quad (0.39)$$

Esta equação mostra que o erro MSE é composto por erros devido a variância, $\text{var}(\cdot)$, e *bias*, β . É muito raro, no entanto, desenvolver um estimador com um critério que dependa do *bias* [KAY93]. Dessa forma, uma abordagem prática alternativa é considerar apenas a variância, resultando no estimador de variância mínima não-enviesado, ou estimador MVU (*Minimum Variance Unbiased*). Um estimador é considerado não-enviesado, ou *unbiased*, se a estimativa em média leva ao valor verdadeiro, ou seja, para um intervalo de possíveis valores de x (a, b):

$$E[\hat{x}] = x \quad a < x < b \quad (0.40)$$

No entanto, frequentemente o estimador MVU, se existe, não pode ser encontrado. Nestes casos, a alternativa mais utilizada é a Máxima Verossimilhança, ou ML (*Maximum Likelihood*). Este estimador pode ser implementado para problemas complexos e, para a maior partes dos casos práticos de interesse, possui desempenho ótimo para grandes quantidades de dados. No estimador ML não há uma pdf *a priori* associada ao parâmetro, apenas a pdf das medidas condicionadas apenas ao parâmetro, chamada função de verossimilhança (*likelihood*) do parâmetro [BAR01]:

$$\Lambda_k(x) = p(z_{1:k} | x) \quad (2.4.3)$$

Esta função mede quão verdadeiro é um parâmetro dadas as observações obtidas. O estimador ML maximiza a função de verossimilhança [BAR01], ou seja:

$$\hat{x}^{ML}(z_{1:k}) = \arg \max_x \Lambda_k(x) = \arg \max_x p(z_{1:k} | x) \quad (0.41)$$

Onde x é o parâmetro desconhecido e $\hat{x}^{ML}(z_{1:k})$ a estimativa em função do conjunto de medidas z . Outro estimador que utiliza a mesma filosofia é o estimador Mínimos Quadrados, ou LS (*Least Squares*). Este estimador não apresenta propriedades de optimalidade e não utiliza hipóteses probabilísticas em relação aos dados, somente em relação ao modelo do sinal. A vantagem é a maior abrangência de aplicações possíveis [KAY93]. Enquanto nos estimadores MVU o objetivo é minimizar o desvio médio entre a estimativa e o parâmetro verdadeiro, no estimador LS o objetivo é minimizar a diferença quadrática entre o dado e um sinal gerado a partir de um modelo que depende do parâmetro verdadeiro. Estimadores LS são usualmente aplicados quando uma caracterização estatística precisa não pode ser obtida ou quando um estimador ótimo é complicado demais [KAY93]. O estimador LS é definido como, dadas as medidas:

$$z_j = h_j(x) + w_j \quad j = 1, \dots, k \quad (0.42)$$

$$\hat{x}^{LS} = \arg \min_x \left\{ \sum_{j=1}^k [z_j - h_j(x)]^2 \right\} \quad j = 1, \dots, k \quad (0.43)$$

2.4.3 Estimadores Bayesianos

Na estimação Bayesiana, todas as incertezas, incluindo estados ou parâmetros desconhecidos, são tratados como variáveis aleatórias [CHE03]. Existem duas vantagens em modelar o parâmetro de interesse como uma variável aleatória [KAY93]: a primeira é a possibilidade de incorporar um conhecimento a priori do parâmetro melhorando a exatidão da estimação, restringindo que o parâmetro esteja dentro de um intervalo delimitado, por exemplo. A segunda é a possibilidade de encontrar um estimador quando o estimador MVU não pode ser encontrado, utilizando estratégias baseadas na pdf do valor a ser estimado. Na abordagem Bayesiana, como o parâmetro de interesse é aleatório, o erro MSE é definido com base na pdf condicional:

$$\hat{x}^{MMSE}(z_{1:k}) = \arg \min_x E \left[(\hat{x} - x)^2 \mid z_{1:k} \right] \quad (0.44)$$

A estimativa que minimiza a MSE Bayesiana é chamada estimativa Erros Quadráticos Médios Mínimos, ou MMSE (*Minimum Mean Square Error*). A solução da Equação (0.44) é a média da pdf posterior $p(z|x)$ também chamada média condicional de x [BAR01]:

$$\hat{x}^{MMSE} = E[x \mid z] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x \mid z) dx \quad (0.45)$$

Como na abordagem não-Bayesiana, caso a estimativa desejada tenha como objetivo maximizar uma pdf conhecida do parâmetro de interesse, neste caso a pdf posterior da regra de Bayes, o estimador é denominado estimador Máximo a Posteriori, ou MAP (*Maximum a Posteriori*) [BAR01]:

$$\hat{x}^{MAP}(z_{1:k}) = \arg \max_x p(x \mid z_{1:k}) = \arg \max_x [p(z_{1:k} \mid x)p(x)] \quad (0.46)$$

2.4.4 Comparação

O objetivo do filtro ou do estimador é obter a melhor estimativa \hat{x}_k baseada nas informações estatísticas disponíveis na pdf posterior de acordo com um critério escolhido. Assim, o conhecimento da pdf posterior permite calcular a estimativa de estado em relação a diferentes critérios como [RIS04]:

- A média condicional, ou o centro de massa de probabilidade, que corresponde ao critério MMSE;
- A moda, ou o valor de x que possui a probabilidade mais alta, que corresponde ao critério MAP; ou
- A mediana, na qual a estimativa do valor de x é tal que metade da área de probabilidade na pdf se encontre à sua esquerda e metade à sua direita.

A vantagem do estimador MAP é que ao buscar o valor máximo o mesmo não requer o cálculo de algumas integrais [KAY93]. A desvantagem é que ao buscar o ponto máximo da pdf, ou seja, a moda, o estimador MAP busca o pico de densidade de

probabilidade, o que não implica uma alta massa de probabilidade. Um pico íngreme com largura pequena pode ter uma alta densidade de probabilidade porém a probabilidade real do estado estimado pertencer a esta região pode ser pequena [CHE03]. Portanto, o estimador MMSE é o ideal para a aplicação em vista, um sistema de estimação de atitude utilizando sensores inerciais e magnetômetros de baixo desempenho e alto ruído, já que utiliza a média condicional da pdf posterior ou o centro de massa de probabilidade fornecendo uma estimativa mais realista.

2.4.5 Recursividade

A estimação ou filtragem pode ser realizada na forma *batch*, em que os dados são armazenados e posteriormente processados, ou na forma recursiva, na qual o resultado é calculado a cada vez em que uma nova medida é realizada. Este é o método ideal para o sistema de estimação de atitude, já que a resposta do sistema deve ser rápida e o processamento realizado de forma mais simples e distribuída no tempo. Para que o filtro seja operado de forma recursiva, é necessário armazenar ou propagar uma quantidade mínima de informação que represente o estado atual do sistema e incorporar a nova medida à quantidade propagada. Assim, o filtro recursivo utiliza dois estágios: predição e atualização. Na predição o filtro utiliza a pdf do estado um passo adiante da medida. Como o estado é geralmente sujeito a perturbações, modeladas como ruído, a predição geralmente translada, deforma e alarga a pdf do estado. Na atualização, utiliza-se a última medida para modificar a pdf de predição, o que é realizado pela regra da Bayes [RIS04].

2.4.5.1 Predição

Na estimação Bayesiana recursiva, o problema é quantificar algum grau de confiança em um estado x_k no tempo k dadas as medidas até o tempo k :

$$z_{1:k} \equiv z_1, z_2, \dots, z_k \quad (0.47)$$

Uma hipótese utilizada pelo filtro Bayesiano recursivo é que o processo a ser estimado seja um processo de Markov, ou seja, um processo para o qual é válida a propriedade de Markov, na representação discreta [BAR01]:

$$p(x_k | x_{1:j}) = p(x_k | x_j) \quad \forall k > j \quad (0.48)$$

A propriedade de Markov indica que o passado do sistema até k é totalmente caracterizado pelo valor do processo em j , ou seja, o valor futuro é independente do valor passado se o valor presente é conhecido [BAR01]. Nesse caso, estados anteriores ao estado anterior não fornecem informação adicional [FOX03].

Assim, supondo que a pdf necessária $p(x_{k-l} | z_{1:k-l})$ seja conhecida, o estágio de predição envolve utilizar o modelo cinemático do sistema para obter a pdf do estado no tempo k [RIS04]. Como o modelo cinemático é um processo de Markov, o estado futuro, no caso x_k , é independente do estado passado, $x_{1:k-2}$, dado o estado presente, x_{k-1} , ou seja [SAR06]:

$$p(x_k | x_{1:k-1}, z_{1:k-1}) = p(x_k | x_{k-1}) \quad (0.49)$$

Assumindo que o estado no passo anterior $p(x_{k-l} | z_{1:k-l})$ é conhecido, deseja-se obter a pdf conjunta de x_k em relação a x_{k-1} dado $z_{1:k-1}$. Assim, utilizando a propriedade de Markov, tem-se [SAR06]:

$$\begin{aligned} p(x_k, x_{k-1} | z_{1:k-1}) &= p(x_k | x_{k-1}, z_{1:k-1}) p(x_{k-1} | z_{1:k-1}) \\ &= p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | z_{1:k-1}) \end{aligned} \quad (0.50)$$

Utilizando o Teorema da Probabilidade Total, pode-se integrar a equação anterior em relação a x_{k-1} , resultando na equação de Chapman-Kolmogorov:

$$p(x_k | z_{1:k-1}) = \int p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | z_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (0.51)$$

A equação de Chapman-Kolmogorov é a utilizada na pdf de predição do estado. A propagação recursiva da pdf posterior é uma solução conceitual já que em geral não pode ser determinada analiticamente. Em alguns casos, como a solução analítica é intratável, utiliza-se aproximações resultando em algoritmos Bayesianos sub-ótimos [RIS04].

2.4.5.2 Atualização

Na atualização, é realizada a incorporação da medida z_k na pdf de predição do estado x por meio da pdf posterior do estado x . Esta pode ser escrita utilizando a regra de Bayes como:

$$p(x_k | z_{1:k}) = \frac{p(z_{1:k} | x_k) p(x_k)}{p(z_{1:k})} \quad (0.52)$$

Por meio de manipulações mostradas no Apêndice 0, a equação de atualização pode ser reescrita como:

$$p(x_k | z_{1:k}) = \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{p(z_k | z_{1:k-1})} \quad (0.53)$$

Onde a constante de normalização pode ser calculada pelo Teorema da Probabilidade Total resultando em [RIS04]:

$$p(x_k | z_{1:k}) = \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{\int p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1}) dx_k} \quad (0.54)$$

2.4.6 Filtro de Kalman

O Filtro de Kalman (FK) [KAL60] é um estimador que incorpora diversas informações independentemente de sua precisão de forma a estimar o valor atual das variáveis de interesse utilizando o conhecimento da cinemática do sistema e do dispositivo de medida, a descrição estatística dos ruídos do sistema, dos erros de medida e da incerteza dos modelos cinemáticos e informações disponíveis sobre as condições iniciais das variáveis de interesse. O FK combina todos os dados de medida disponíveis mais um conhecimento a priori sobre o sistema e os dispositivos de medida para produzir uma estimativa de forma que o erro seja estatisticamente minimizado [MAY79].

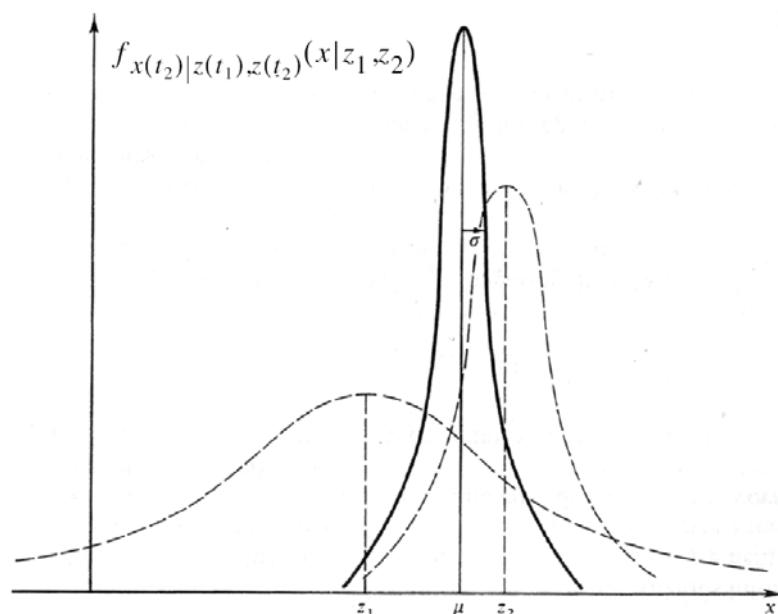
Se as variáveis do problema, o estado inicial, o ruído de medida e o ruído de processo, forem gaussianas e mutualmente independentes, a equação de Chapman-Kolmogorov também resulta em uma distribuição gaussiana. Nesse caso, a estimativa MMSE

do estado do sistema coincide com a estimativa MAP, ambas dadas pelo FK [BAR01], pois a média, a moda e a mediana coincidem quando a pdf é gaussiana. O FK recursivamente calcula a média e a covariância da pdf posterior gaussiana, $p(x_k|z_k)$, que é completamente caracterizada apenas por estes dois parâmetros. Esta é a solução ótima do problema de filtragem se tais hipóteses altamente restritivas forem válidas. A implicação é que nenhum algoritmo possui melhor desempenho do que o FK neste ambiente gaussiano linear [RIS04].

Embora a condição de linearidade não seja comum para a maioria das aplicações, a condição do ruído ser gaussiano pode ser adequada. Segundo o Teorema do Limite Central, quando a aleatoriedade de um fenômeno físico é o acúmulo de muitos pequenos efeitos aleatórios aditivos, a distribuição tende a ser gaussiana independentemente das distribuições dos efeitos individuais [SOO04].

A Figura 3 apresenta o conceito básico utilizado pelo Filtro de Kalman. O Filtro de Kalman combina duas medidas, de médias respectivamente z_1 e z_2 , considerando não apenas seus valores mas também sua descrição estatística fornecida pela pdf. Dessa forma, se apenas a média de z_1 e z_2 fosse considerada, a estimativa do Filtro de Kalman, μ , seria o valor da média de z_1 e z_2 . No entanto, como z_1 possui uma pdf mais distribuída, o valor estimado é mais próximo do valor z_2 , que possui pdf mais estreita.

Figura 3 – Funcionamento básico do Filtro de Kalman.



Definindo $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ a estimativa de estado a priori no passo k dado o modelo cinemático, $\hat{\mathbf{x}}_k$ a estimativa de estado posterior no passo k dada a medida z_k e utilizando as equações de estimação, pode-se encontrar a equação que relaciona a estimativa de estado posterior, a estimativa a priori e a medida real, z_k :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}(z_k - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (0.55)$$

A diferença $(z_k - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k^-)$ é chamada de inovação de medida ou resíduo e reflete a discrepância entre a medida predita e a medida real. A matriz \mathbf{K} é a chamada ganho de Kalman e é calculada por meio das equações matriciais de *Riccati*:

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (0.56)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (0.57)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H})^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (0.58)$$

A Equação (0.58) é também chamada de Forma de Joseph e, caso a matriz \mathbf{K}_k seja o ganho ótimo de Kalman, pode ser simplificada para a forma:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \mathbf{P}_k^- \quad (0.59)$$

sendo:

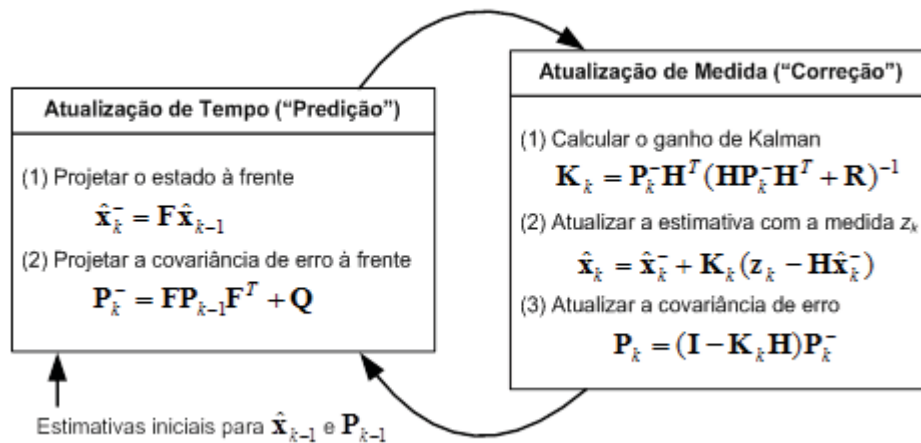
$$\mathbf{P}_k^- = E \left[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T \right] \quad (0.60)$$

$$\mathbf{P}_k = E \left[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T \right] \quad (0.61)$$

As matrizes de covariância *a priori* e posterior. Por meio das equações de Riccati, o FK recursivamente calcula a média e a covariância permitindo a caracterização completa da pdf posterior $p(x_k|z_k)$ se as restrições de linearidade e distribuição gaussiana forem válidas.

Se a covariância do erro de medida, \mathbf{R}_k , se aproxima de 0 o ganho tende a \mathbf{H}^{-1} , atribuindo maior peso ao resíduo. Assim, uma menor covariância de erro de medida pode indicar que a medida real pode ser mais confiável do que o estado predito. Já quando a covariância de erro de estimativa *a priori* \mathbf{P}_k^- tende a zero, o ganho pesa menos o resíduo tendendo também a 0, pois uma menor covariância de atualização indica que a estimativa predita a partir do modelo é mais confiável do que última medida realizada [GRE06]. Um grande ganho indica uma resposta “rápida” da atualização de estado em relação à medida, o que corresponde a uma alta banda do filtro [BAR01]. A operação recursiva do FK em alto nível é mostrada na Figura 4.

Figura 4 – Operação do Filtro de Kalman discreto.



Fonte: (WELCH, 2006)

2.4.7 Filtro de Kalman Estendido

A maioria dos problemas reais possui elementos de não-linearidade. Para estas classes de problemas, não é possível obter soluções fechadas exatas para os estimadores e as covariâncias de erro. Nessas condições, ainda, o FK não é a solução ótima. Para estimação não-linear prática, soluções aproximadas podem ser consideradas resultando em estimadores sub-ótimos. Estas aproximações podem ser separadas em dois grupos. O primeiro consiste em simplificar o modelo para obter uma solução analítica fechada e o segundo em obter uma descrição aproximada da própria pdf posterior. Esta última é a mais utilizada e

consiste em expandir na forma de séries de Taylor as equações do modelo não linear em torno de uma estimativa dos estados [BER99].

O Filtro de Kalman Estendido (EKF – *Extended Kalman Filter*) tem como característica principal aproximar ou linearizar as funções não lineares de cinemática de estado e de modelo de medida. O EKF é derivado para sistemas não lineares com ruído aditivo, ou seja, dados:

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}) + v_{k-1} \quad (0.62)$$

$$z_k = h_k(x_k) + w_k \quad (0.63)$$

As funções lineares f e h são aproximadas pelo primeiro termo da expansão em séries de Taylor, ou seja, o EKF se baseia na hipótese de que a linearização local das funções é uma descrição suficiente da não-linearidade. No entanto, a pdf posterior $p(x_k|z_k)$ ainda é aproximada para uma densidade gaussiana [RIS04]. A média e a covariância ainda são calculadas pelas equações de Riccati. As funções não-lineares f e h são linearizadas localmente por \mathbf{F} e \mathbf{H} definidas no EKF como Jacobianas calculadas respectivamente em \hat{x}_k^- e \hat{x}_k , ou seja:

$$\mathbf{F} = \left[\nabla_{x_{k-1}} f_{x_{k-1}}^T(x_{k-1}) \right]^T \Big|_{x_{k-1} = \hat{x}_k^-} \quad (0.64)$$

$$\mathbf{H}_k = \left[\nabla_{x_k} h_{x_k}^T(x_k) \right]^T \Big|_{x_k = \hat{x}_k} \quad (0.65)$$

sendo:

$$\nabla_{x_k} = \left[\frac{\partial}{\partial x_k[1]} \dots \frac{\partial}{\partial x_k[n_x]} \right]^T \quad (0.66)$$

com $x_k[i]$, para $i = 1, \dots, n_x$, sendo o i -ésimo componente do vetor x_k . O EKF e suas variações são denominadas aproximações analíticas pois as matrizes Jacobianas devem ser obtidas analiticamente. Em aplicações típicas de determinação de atitude utilizando sensores inerciais e magnetômetros, os estados x podem ser os componentes do quatérnio e *biases* dos

girômetros. As medidas de acelerômetros e magnetômetros são utilizados para calcular a medida e as medidas dos girômetros como parâmetros para calcular o modelo cinemático.

Se a não-linearidade for muito severa, a pdf posterior verdadeira possuirá uma distribuição menos semelhante a uma gaussiana. Nestes casos, o desempenho do EKF será significativamente reduzido. Para compensar tais efeitos, pode-se utilizar EKFs de maior ordem, que utilizam termos adicionais na expansão de Taylor, o que leva, no entanto, a uma complexidade adicional proibitiva. Outra variação é o EKF iterativo, que lineariza o modelo de medida não-linear em torno do estado atualizado em vez do predito. No entanto, este tipo de EKF possui melhor desempenho somente em situações muito raras [RIS04].

2.4.8 Filtro de Kalman Unscented

O Filtro de Kalman *Unscented* (UKF – *Unscented Kalman Filter*), desenvolvido originalmente em [JUL97], utiliza a transformada *unscented* (UT – *Unscented Transform*) para linearizar não as funções não-lineares f e h mas sim a pdf posterior $p(x_k|z_k)$. A UT consiste em um método para calcular a estatística de uma variável aleatória que passa por uma transformação não-linear e é baseada na intuição de que é mais fácil aproximar uma distribuição gaussiana do que aproximar uma função não-linear [JUL97]. Um conjunto de pontos caracterizado por uma média \bar{x} e uma covariância P_{xx} é escolhido e inserido na função não linear gerando um conjunto de pontos transformados com média \bar{y} e covariância P_{yy} . A diferença com os métodos de Monte Calo é que os pontos aleatórios são gerados por um algoritmo determinístico. O procedimento de transformação é instanciar cada ponto por meio de uma função não linear para criar os pontos transformados.

Os conjuntos são gerados para as funções de transição e de medida e, assim, geram pequenas modificações nas equações do FK sem, no entanto, alterar sua estrutura básica. Os erros do UKF são significativamente menores do que o EKF [CRA03] ao custo de maior tempo de processamento [CHA10].

2.4.9 Filtro de Partículas

Filtros de partículas (FP), ou métodos de Monte Carlo Sequencial (SMC – *Sequential Monte Carlo*), referem-se a um conjunto de algoritmos que implementam um modelo Bayesiano recursivo por métodos baseados em simulação, envolvendo a

representação da pdf posterior por um conjunto de amostras aleatórias com pesos associados e a derivação das estimativas baseado nestas amostras [OSH06]. A principal diferença entre FPs e outros filtros é que o ruído de processo e o ruído de medida não são assumidos como gaussianos [CRA07]. A aproximação empírica discreta da pdf posterior $p(x_k|z_{1:k})$ com n

partículas ponderadas $\{x_k^{(i)}, W_k^{(i)}\}_{i=1}^n$ é dada por:

$$p_n(x_k | z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^n W_k^{(i)} \delta_{x_k^{(i)}}(x_k) \quad (0.67)$$

Onde $x_k^{(i)}$ são as partículas retiradas de uma função de importância, $W_k^{(i)}$ os

pesos de importância normalizados, satisfazendo $\sum_{i=1}^n W_k^{(i)} = 1$, e $\delta_{x_k^{(i)}}(x_k)$ denota a massa delta-Dirac localizada em $x_k^{(i)}$. A função de importância pode ser selecionada de uma ampla classe de distribuições, como a minimização da variância da estimativa [OSH06].

FPs atualizam a representação de partículas $\{x_k^{(i)}, W_k^{(i)}\}_{i=1}^n$ de forma recursiva e são superiores aos demais filtros não-lineares apresentados para problemas de filtragem fortemente não-lineares e não-gaussianos. A principal desvantagem dos FPs é a alta complexidade computacional [CRA07]. FPs são algoritmos inteiramente diferentes das diferentes variações dos FKs e as soluções obtidas por eles são aproximações da solução ótima, que podem ser mais próximas da solução exata quanto maior forem o número de partículas [CAR09].

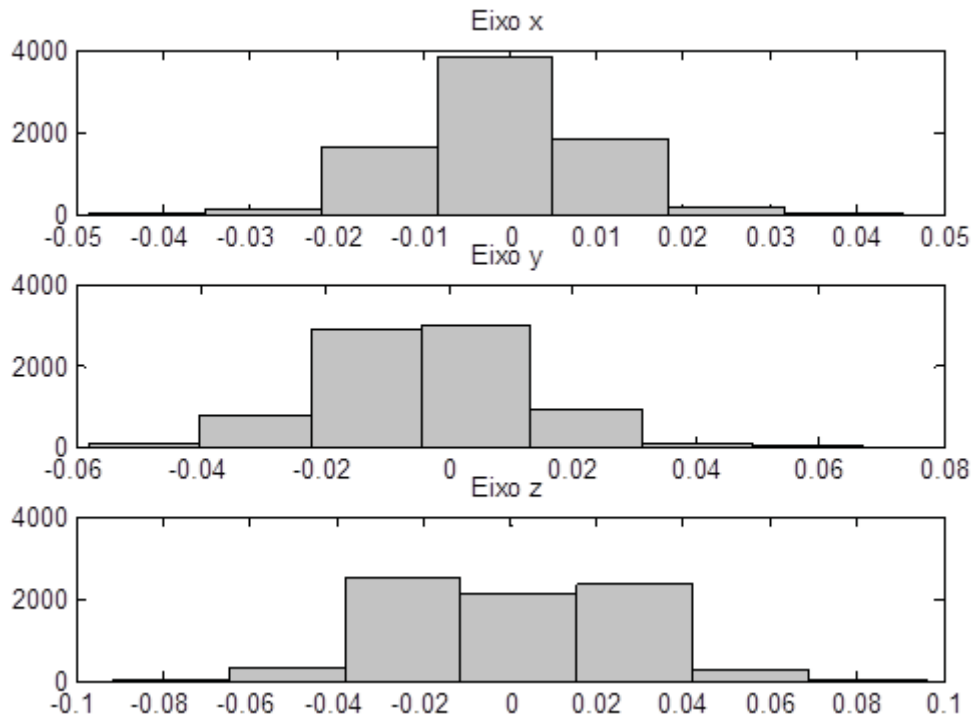
Do ponto de vista prático, o FP consiste simplesmente em passar um conjunto finito de amostras, retirados da pdf a priori, por meio da equação de processo, e atualizar os pesos baseado nas medidas. Aplicando as equações de predição e atualização na sequência resulta em um novo conjunto de partículas representando a distribuição de filtragem no tempo k [OSH06].

2.4.10 Comparação

O FK é indicado para estimativa de atitude em ambientes gaussianos e lineares. No entanto, como o sistema de determinação de atitude não é linear, o FK seria

bastante limitado. Nesse caso, o EKF seria um estimador mais adequado, já que o ruído dos sensores tende a ser gaussiano, conforme o histograma da Figura 5 levantado com 7585 medidas reais do acelerômetro selecionado para o projeto. O UKF, por utilizar diretamente a função não-linear sem aproximações, seria a opção ideal para o sistema. No entanto, o UKF exige a geração de diversos pontos pela transformação UT, o que exigiria um processador de maior custo, podendo ser o incremento na exatidão baixo comparado ao aumento na complexidade e no custo. O FP exige processadores de desempenho ainda maior e não poderia ser utilizado em um sistema totalmente embarcado. Assim, o EKF, aplicado para estimação de atitude em [LEF82] com adaptações propostas em [GRA06], foi considerado satisfatório para este projeto.

Figura 5 – Histograma do ruído do acelerômetro MMA7455 utilizado no projeto.



2.5 FONTES DE ERRO NAS MEDIDAS

Diversos tipos de erros influenciam a medida dos sensores. Entre os principais, estão [LAW92]:

- Bias, ou offset de zero, o valor de saída não nulo na ausência de entrada causado por imperfeições na fabricação.

- Fator de escala, o número único definido como a rampa da melhor linha reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados aos dados obtidos por variação da entrada em uma faixa especificada [LAW92].
- Drift aleatório, os desvios presentes no sensor mesmo em condições estáticas, devido a perturbações internas. Pode ser caracterizado pelo desvio padrão de um conjunto de medidas de saída periódicas por um tempo determinado.
- Temperatura, que altera as características de desempenho dos instrumentos devido, em muitos sensores, à sensibilidade a temperatura do material magnético utilizado [TIT04].
- Desalinhamento, já que as tríades de sensores não são dispostas em ângulos perfeitamente ortogonais afetando significativamente o desempenho geral do sistema [GRA07]. Quando a tríade está desalinhada, vários sensores captam um vetor alinhado com um eixo quando somente um sensor deveria fazê-lo [FOS08].

Existem diversas outras fontes de erro, como incerteza com o tempo, erro de turn-on e anisotropia [LAW92], porém seus efeitos serão menos prioritários em relação às fontes de erro apresentadas.

2.6 MAGNETÔMETRO

Diversos modelos de medida de sensores têm sido utilizados nos algoritmos de calibração [ALO02], [GEB06]. No entanto, o mais importante é identificar como cada parâmetro de calibração afeta matematicamente a medida final. Os modelos variam conforme o número de parâmetros considerados. Para os parâmetros considerados neste trabalho, foi utilizado o modelo do algoritmo de calibração proposto por [FOS08]. Para o acelerômetro, o modelo considerou bias como um elemento somado à medida, fator de escala e ângulos de desalinhamento como elementos multiplicativos. Para o magnetômetro, foram considerados no modelo os mesmos parâmetros do acelerômetro e também erros devido a interferência de campos magnéticos próximos, denominados *soft iron* e *hard iron*. Os erros de *hard iron* são erros causados por campos magnéticos indesejados constantes, correspondentes a interferência do ambiente de medida. Já os erros de *soft iron* são causados por campos magnéticos indesejados gerados por materiais que emitem seu próprio campo quando sob

influência de um campo externo [FOS08]. Estes correspondem a materiais ferromagnéticos próximos ao sensor. Os erros de *soft iron*, *hard iron* e ruído podem ser vistos como relacionados ao processo de medição, fator de escala e bias como inerentes ao sensor e o desalinhamento como resultante do processo de fabricação ou montagem. O modelo desenvolvido em [FOS08] pode ser equacionado para o magnetômetro como:

$$\hat{\mathbf{B}}^b = \mathbf{C}_m \mathbf{C}_{sf} \mathbf{C}_{si} (\bar{\mathbf{B}}^b + \delta\bar{\mathbf{B}}^b) + \mathbf{C}_{zb} \quad (0.68)$$

Onde $\hat{\mathbf{B}}^b$ é a medida corrigida do sensor, \mathbf{C}_m é a matriz desalinhamento entre eixos, 3 x 3, para 3 dimensões, \mathbf{C}_{sf} é a matriz fator de escala, 3 x 1, \mathbf{C}_{si} é a matriz *soft iron*, ou massa metálica, 3 x 3, $\bar{\mathbf{B}}^b$ é o campo magnético a ser medido, no caso o campo magnético terrestre, $\delta\bar{\mathbf{B}}^b$ é a matriz de *hard iron*, ou de campos magnéticos adicionais, 3 x 1, e \mathbf{C}_{zb} é a matriz de bias, 3 x 1. Para o acelerômetro, o modelo é semelhante, excluindo-se as matrizes de *hard iron* e *soft iron*.

2.7 MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO

2.7.1 Método de Lötters

Para um acelerômetro de um eixo, pode-se obter o ângulo entre o eixo sensível e o vetor gravidade a partir da medida fornecida em condição estática, ou não acelerada. Se forem considerados somente os erros de bias e fator de escala, logo são necessárias duas medidas para resolver um sistema de duas incógnitas. Da mesma forma, pode-se realizar seis medidas para obter os seis parâmetros em um acelerômetro triaxial, dois para cada eixo. Este método, de utilizar posições estáticas definidas junto ao conhecimento do módulo do vetor gravidade, é conhecido como *swinging* [BOW95].

A necessidade de posições bem definidas, no entanto, faz com que este método perca flexibilidade e facilidade de uso. Especialmente para aplicações biomédicas, nem todo movimento pode ser adequadamente realizado a qualquer momento. Assim, ao invés de realizar movimentos definidos, [LOT98] desenvolveu um método para detectar entre os diversos movimentos realizados aqueles que se encontram em condição próxima à estática, ou quase-estática, avaliada pela variância do módulo do vetor de aceleração medido. Nesses

instantes, as medidas dos acelerômetros é restrita à norma de 1g. Em seguida, são utilizados os movimentos quase-estáticos para estimar os parâmetros de calibração, fatores de escala e biases. O detector de movimentos quase-estáticos consiste em um Filtro Passa Alta (FPA) a 0,5Hz, um retificador e um Filtro Passa Baixa (FPB) a 0,5Hz. O FPA elimina o bias do sinal, o retificador elimina os valores negativos após a filtragem e o FPB suaviza o sinal de saída. O nível do sinal na saída do detector representa a quantidade de movimento medida, sendo considerados como quase-estáticos os instantes quando o nível do sinal se encontra abaixo de um limiar [LOT98].

Um conjunto de medidas quase-estáticas ideais correspondentes ao maior número de diferentes posições angulares possíveis formaria medidas distribuídas sobre uma esfera centrada em zero. No entanto, devido aos erros, tal conjunto forma na realidade um elipsoide representado por:

$$\mathbf{h}(\mathbf{v}, \mathbf{p}) = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{v}_x - o_x}{s_x}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{v}_y - o_y}{s_y}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{v}_z - o_z}{s_z}\right)^2} \quad (0.69)$$

Sendo \mathbf{v} as medidas $\mathbf{v}^T = (v_x \ v_y \ v_z)$, \mathbf{p} os parâmetros de calibração $\mathbf{p}^T = (s_x \ s_y \ s_z \ o_x \ o_y \ o_z)$, s os fatores de escala e o os offsets. Na equação, v_x , v_y e v_z são vetores contendo os componentes x, y e z de cada vetor do conjunto de amostras de calibração. Como a equação não é linear em relação aos parâmetros, uma linearização é realizada por meio da expansão em séries de Taylor em torno da última estimativa [LOT98]. Descartando os termos de maior ordem, tem-se:

$$\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{p}}(-)) = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{v}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \Big|_{\mathbf{p}=\hat{\mathbf{p}}(-)} (\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}(-)) + \boldsymbol{\mu} \quad (0.70)$$

Onde \mathbf{y} é o sinal medido, \mathbf{h} o elipsoide que modela o sistema e $\boldsymbol{\mu}$ o ruído de medida. O vetor de parâmetros \mathbf{p} pode ser estimado resolvendo a Equação (0.70) com o estimador de variância mínima não-enviesado (MVU) linear:

$$\hat{\mathbf{q}} = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_\mu^{-1} \cdot \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_\mu^{-1} \cdot \boldsymbol{\xi} \quad (0.71)$$

$$\mathbf{C}_e = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_\mu^{-1} \cdot \mathbf{B})^{-1} \quad (0.72)$$

Sendo:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}} \quad (0.73)$$

$$\hat{\xi} = 1 - \mathbf{h} \quad (0.74)$$

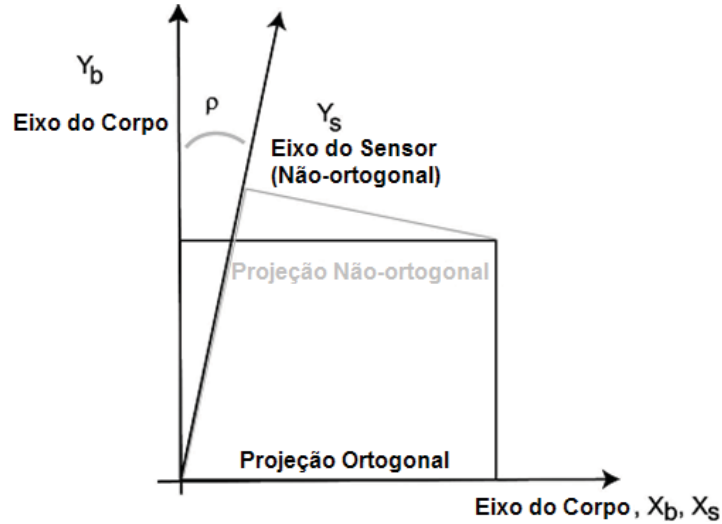
$$\mathbf{b} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{v}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \Big|_{\mathbf{p}=\hat{\mathbf{p}}(-)} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{v}_x - \hat{o}_x(-))^2}{\mathbf{r} \cdot \hat{s}_x^3(-)} - \frac{(\mathbf{v}_y - \hat{o}_y(-))^2}{\mathbf{r} \cdot \hat{s}_y^3(-)} - \frac{(\mathbf{v}_z - \hat{o}_z(-))^2}{\mathbf{r} \cdot \hat{s}_z^3(-)} - \dots \\ \dots - \frac{\mathbf{v}_x - \hat{o}_x(-)}{\mathbf{r} \cdot \hat{s}_x^2(-)} - \frac{\mathbf{v}_y - \hat{o}_y(-)}{\mathbf{r} \cdot \hat{s}_y^2(-)} - \frac{\mathbf{v}_z - \hat{o}_z(-)}{\mathbf{r} \cdot \hat{s}_z^2(-)} \end{bmatrix} \quad (0.75)$$

$$\mathbf{r} = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{v}_x - \hat{o}_x(-)}{\hat{s}_x(-)} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{v}_y - \hat{o}_y(-)}{\hat{s}_y(-)} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{v}_z - \hat{o}_z(-)}{\hat{s}_z(-)} \right)^2} \quad (0.76)$$

Cada termo do vetor linha \mathbf{b} é formado pela derivada parcial de $\mathbf{h}(\mathbf{v}, \mathbf{p})$ em relação a cada parâmetro de \mathbf{p} . Considerando seis parâmetros de calibração, pode-se obter uma matriz \mathbf{B} cujas colunas são os vetores \mathbf{b} transpostos correspondentes a cada parâmetro de calibração e cujas linhas correspondem a cada medida do conjunto de amostras utilizadas para calibração. O elipsoide, \mathbf{h} , é subtraído de 1 pois este seria o raio da esfera de medidas ideal e ξ compara a saída do valor medido com o estimado. C_μ é a variância do ruído de medida, já que consiste na soma quadrática dos componentes de ξ , e C_e a matriz de erro gerada pela diferença entre o valor real e o estimado do vetor de parâmetros, o vetor \mathbf{q} .

Embora o algoritmo tenha um desempenho adequado [SAN09], a convergência para o valor real depende muito da estimativa ou do dado inicial, que pode ser obtido a partir dos datasheets. A maior desvantagem, no entanto, é que o algoritmo não considera erros de alinhamento, que possuem grande influência nas medidas de todos os sensores na tríade. A partir de simulações, foi possível concluir que a influência do ruído também é bastante significativa, já que simulações sem ruído resultaram exatamente nos parâmetros reais [SAN09]. O método é relativamente simples e também pode ser utilizado para compensar variações térmicas, pois pode ser executado pelo próprio microcontrolador ao longo do tempo.

2.7.2 Método de FOSTER

Figura 6 – Projeção devido ao desalinhamento.

Fonte: (FOSTER, 2008)

O método de FOSTER também utiliza o módulo conhecido do campo magnético ou da gravidade porém considera também os ângulos de desalinhamento. A equação do módulo de medida é:

$$B_H^2 = B_x^{b^2} + B_y^{b^2} + B_z^{b^2} \quad (0.77)$$

Conforme visto na Figura 7 para dois eixos, um dos eixos de medida é considerado uma das arestas para os ângulos de desalinhamento e a medida no outro eixo é a soma dos componentes do valor a ser medido e a projeção causada pelo ângulo de desalinhamento, além do fator de escala e do *bias*. Considerando esses parâmetros, as medidas em três eixos são modeladas como:

$$\hat{B}_x^b = aB_x^b + x_o \quad (0.78)$$

$$\hat{B}_y^b = b \left[B_y^b \cos(\rho) + B_x^b \sin(\rho) \right] + y_o \quad (0.79)$$

$$\hat{B}_z^b = c \left[B_z^b \cos(\phi) \cos(\lambda) + B_x^b \sin(\phi) \cos(\lambda) + B_y^b \sin(\lambda) \right] + z_o \quad (0.80)$$

Onde B_x^b , B_y^b e B_z^b são as medidas, a, b e c os fatores de escala e x_0 , y_0 e z_0 os biases respectivamente nos eixos x, y e z. ρ é o ângulo de desalinhamento entre os eixos x e y, ϕ o ângulo de desalinhamento entre os eixos y e z e λ o ângulo de desalinhamento entre os eixos x e z. Escrevendo as equações na forma de uma elipse deslocada e distorcida, tem-se:

$$A\hat{B}_x^b + B\hat{B}_x^b\hat{B}_y^b + C\hat{B}_x^b\hat{B}_z^b + D\hat{B}_y^b + E\hat{B}_y^b\hat{B}_z^b + F\hat{B}_z^b + G\hat{B}_x^b + H\hat{B}_y^b + I\hat{B}_z^b + J = 0 \quad (0.81)$$

Onde A, B, C, D, E, F, G, H, I e J são funções dos parâmetros de calibração. As estimativas desses parâmetros podem ser obtidas reorganizando as equações, colocando-as na forma matricial com várias medidas e realizando uma estimativa de mínimos quadrados. Para o modelo de apenas duas dimensões, FOSTER fornece a estrutura:

$$\begin{bmatrix} \frac{(\hat{B}_x^b)^2}{(\hat{B}_y^b)^2} & \frac{\hat{B}_x^b\hat{B}_y^b}{(\hat{B}_y^b)^2} & \frac{\hat{B}_x^b}{(\hat{B}_y^b)^2} & \frac{\hat{B}_y^b}{(\hat{B}_y^b)^2} & \frac{1}{(\hat{B}_y^b)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{A}{C} \\ \frac{B}{C} \\ -\frac{D}{C} \\ -\frac{E}{C} \\ \frac{F}{C} \end{bmatrix} = 1 \quad (0.82)$$

onde \hat{B}_x^b representa a medida do sensor no eixo x. Como os parâmetros de A a F são constantes durante as medidas, pode-se montar a matriz de medidas:

$$\mathbf{XP} = \mathbf{W} \quad (0.83)$$

onde:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \frac{(\hat{B}_{x_1}^b)^2}{(\hat{B}_{y_1}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{x_1}^b \hat{B}_{y_1}^b}{(\hat{B}_{y_1}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{x_1}^b}{(\hat{B}_{y_1}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{y_1}^b}{(\hat{B}_{y_1}^b)^2} & \frac{1}{(\hat{B}_{y_1}^b)^2} \\ \frac{(\hat{B}_{x_2}^b)^2}{(\hat{B}_{y_2}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{x_2}^b \hat{B}_{y_2}^b}{(\hat{B}_{y_2}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{x_2}^b}{(\hat{B}_{y_2}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{y_2}^b}{(\hat{B}_{y_2}^b)^2} & \frac{1}{(\hat{B}_{y_2}^b)^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{(\hat{B}_{x_k}^b)^2}{(\hat{B}_{y_k}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{x_k}^b \hat{B}_{y_k}^b}{(\hat{B}_{y_k}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{x_k}^b}{(\hat{B}_{y_k}^b)^2} & \frac{\hat{B}_{y_k}^b}{(\hat{B}_{y_k}^b)^2} & \frac{1}{(\hat{B}_{y_k}^b)^2} \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\frac{A}{C} \\ B \\ -\frac{C}{C} \\ -\frac{D}{C} \\ E \\ -\frac{C}{C} \\ F \\ -\frac{C}{C} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (0.84)$$

Cada linha da matriz X corresponde a uma amostra, ou seja, uma leitura dos sensores. A matriz dos parâmetros, P, pode ser obtida pelo método dos mínimos quadrados, resolvendo a equação:

$$\hat{\mathbf{P}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \quad (0.85)$$

A partir dos elementos de P, os *biases*, fatores de escala e ângulos de desalinhamento podem ser obtidos por meio de funções inversas. O método não utiliza uma matriz para considerar o ruído. Sua derivação pode ser vista em [FOS08] e [SAN09].

De acordo com simulações em [SAN09], este método não estima o valor correto na presença de ruído relativamente alto. A quantidade de amostras também deve ser considerada. Um número muito grande de amostras aumenta a probabilidade de haver duas linhas linearmente dependentes na matriz de medidas impossibilitando o cálculo da inversa. Pontos muito próximos de zero também levam a erros, devido à imprecisão da representação em ponto flutuante.

2.7.3 Método Santana

Tendo em vista os problemas do método de LOTTERS, não consideração de desalinhamento e dependência de boa exatidão na estimativa inicial, e do método de FOSTER, necessidade de ausência de ruído e instabilidade com relação ao número de amostras, ambos os métodos isoladamente não se configuram como uma solução para este projeto. No entanto, as características positivas dos algoritmos, como simplicidade,

independência e bom estimador no método de LOTTERS e abrangência e maior realismo no modelo no método de FOSTER, podem ser combinadas para desenvolver uma solução melhor. Esta foi a proposta de [SAN09], que combinou o estimador de variância mínima linear de [LOT98] com o modelo de erro mais realista de [FOS08] e foi o método de calibração implementado neste projeto.

No trabalho, são apresentadas as equações principais do modelo e avaliações de desempenho do algoritmo estimando isoladamente os parâmetros de calibração, a melhoria nos dados devido à integração do algoritmo de calibração com o EKF e estudos iniciais para avaliação de diferentes calibrações.

3 DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

Neste capítulo serão apresentados os algoritmos simulados para a determinação de atitude a partir dos vetores de observação montados a partir das medidas dos acelerômetros e magnetômetros. Os desempenhos dos algoritmos foram comparados em diferentes cenários permitindo a seleção do mais adequado para esta aplicação, considerando parâmetros como tempo de execução e sensibilidade a ruído.

3.1 ALGORITMOS SIMULADOS

Foram simulados para os mesmos dados de entrada os algoritmos q-Método, SVD e QUEST. O fluxograma do algoritmo q-Método é mostrado na Figura 7. V , W e σ são respectivamente a matriz contendo os vetores de referência, a matriz contendo os vetores de observação e o ruído ou peso de cada vetor. Estes valores foram obtidos a partir de uma atitude real utilizada em [GRA06]. Como a matriz de covariância depende apenas dos vetores de referência e de medida, foram utilizadas as mesmas equações do algoritmo QUEST.

Os autovalores e autovetores foram obtidos pela função `eig` no *MATLAB*. Para implementação em sistema embarcado, foram pesquisadas diversas técnicas como o método *Newton-Raphson* com aproximação pelo raio espectral [BUR03] e os métodos de Power. No entanto, embora o maior autovalor tenha sido obtido, não foi encontrado um algoritmo simples o suficiente para ser implementado em sistema embarcado que fosse capaz de obter o autovetor correspondente. A Figura 8 apresenta o fluxograma do algoritmo SVD implementado em *MATLAB*. A Figura 9 apresenta o fluxograma do algoritmo QUEST implementado em simulação para duas medidas. Para mais de duas medidas, as únicas diferenças são as formas de calcular o maior autovalor da matriz K e a matriz de covariância.

3.2 COMPARAÇÃO POR QUATÉRNIONS ALEATÓRIOS

Na primeira simulação para comparação dos algoritmos, foram gerados 30.000 quatérnions de referência aleatórios. O procedimento realizado foi definir um conjunto de vetores de referência, gerar o quatérnion aleatório de referência, gerar os vetores de observação correspondentes, adicionar ruído e calcular a atitude pelos três métodos utilizando os vetores de observação gerados.

Figura 7 – Fluxograma do q-Método implementado em Matlab

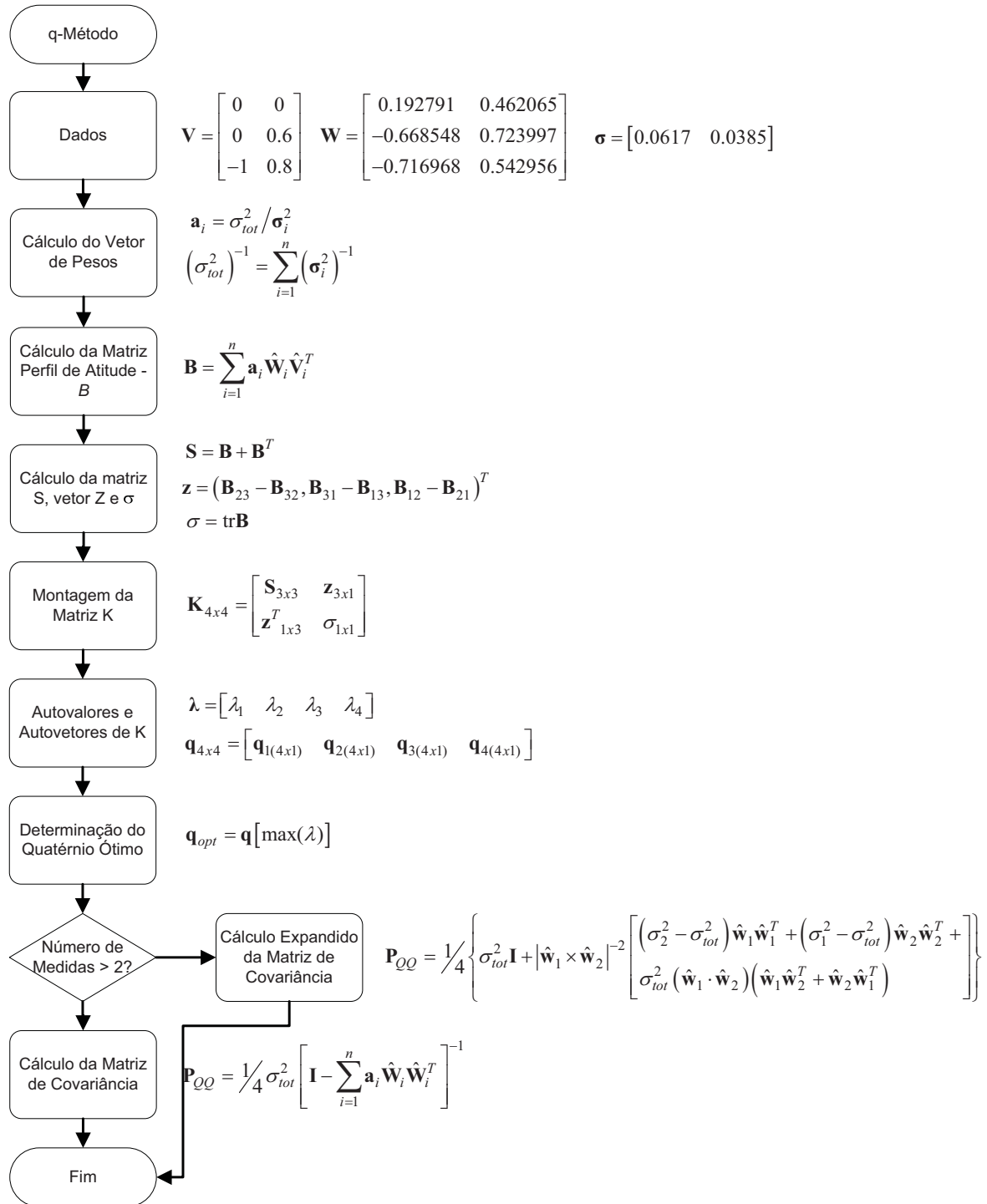
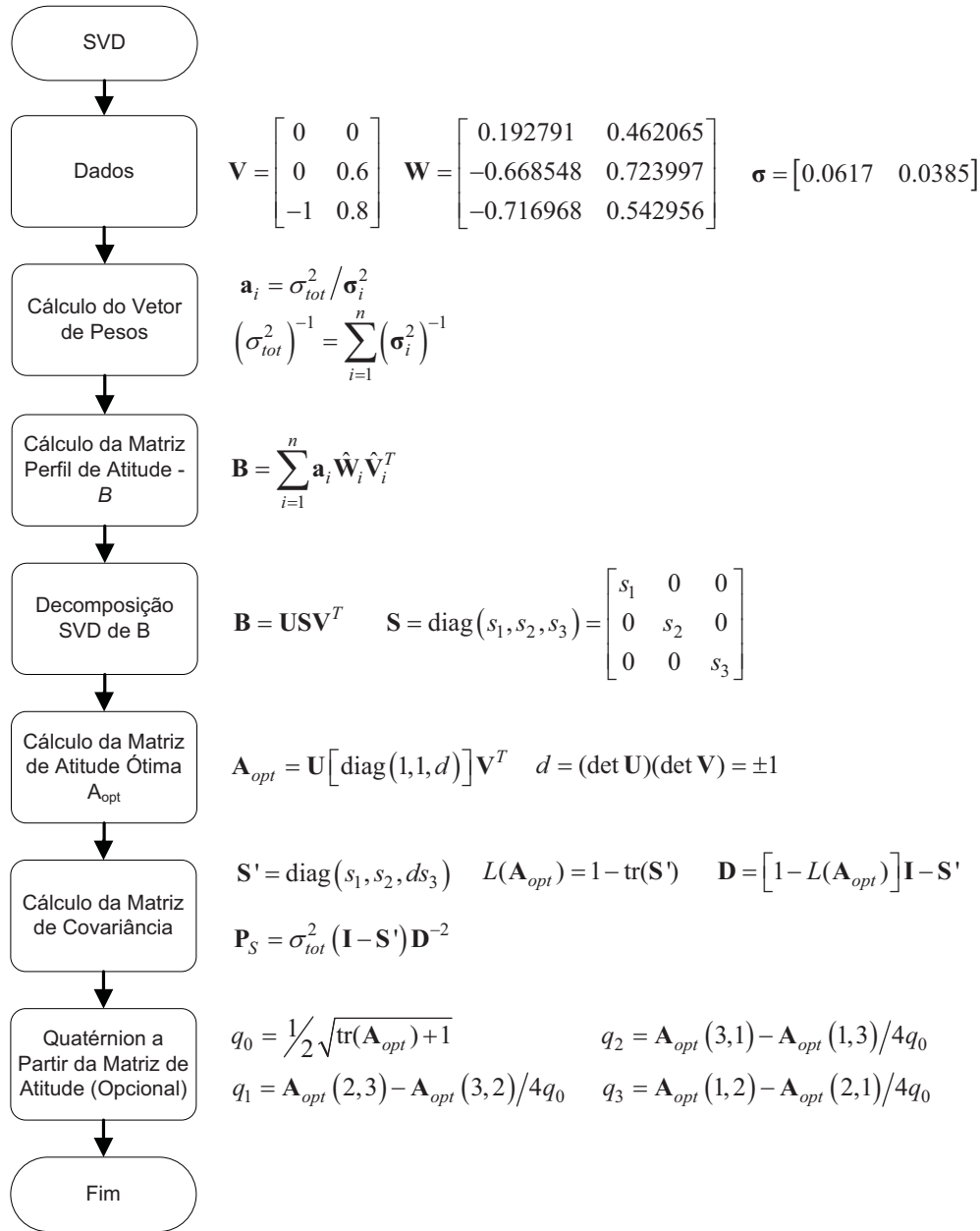
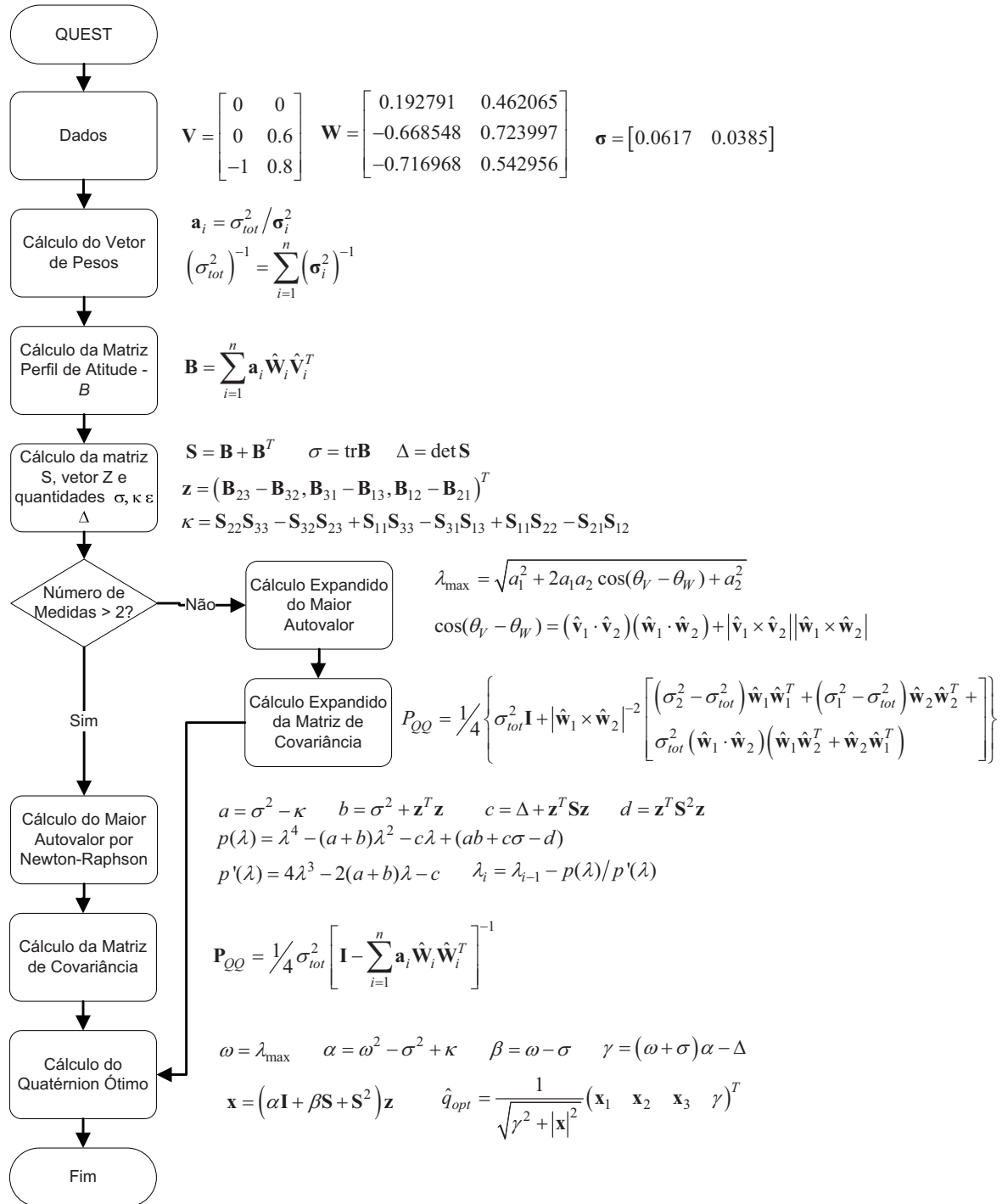


Figura 8 – Fluxograma do algoritmo SVD.



Como quatérnions possuem ambiguidade de sinal, ou seja, um quatérnion com componente escalar negativo representa uma mesma orientação de um quatérnion com componente escalar positivo e componentes vetoriais negativos, faz-se necessário unificar a notação para apenas quatérnions na metade superior da esfera. Foi utilizado um ruído gaussiano de desvio padrão 0,05. Este ruído pode ser considerado como alto, já que a variação de 5% em um sinal de tensão de 2,5V, tensão de referência de alguns sensores, levaria a uma diferença de amplitude de 250mV.

Figura 9 – Fluxograma do algoritmo QUEST.



O erros são mostrados na Figura 10. Pode-se observar que os erros se concentram em 0. A Tabela 1 apresenta os resultados numéricos da simulação na representação de ângulos de Euler. Pode-se observar que o desempenho dos algoritmos é muito próximo. Como os algoritmos QUEST, q-Método e SVD são apenas formas matematicamente diferentes para resolver o mesmo problema, o problema de Wahba, seus

resultados são idênticos. O TRIAD possui desempenho inferior, como esperado, já que não leva em consideração o ruído dos sensores no cálculo da atitude. Dessa forma, pode-se concluir que o algoritmo TRIAD é o mais vulnerável a ruído e que a precisão dos demais algoritmos é muito próxima na presença de ruído, sendo o QUEST, portanto, o melhor algoritmo já que é significativamente menos complexo e mais rápido do que os demais algoritmos baseados na solução do problema de Wahba.

Figura 10 – Erro em grau de todos os ângulos de Euler para cada algoritmo simulado.

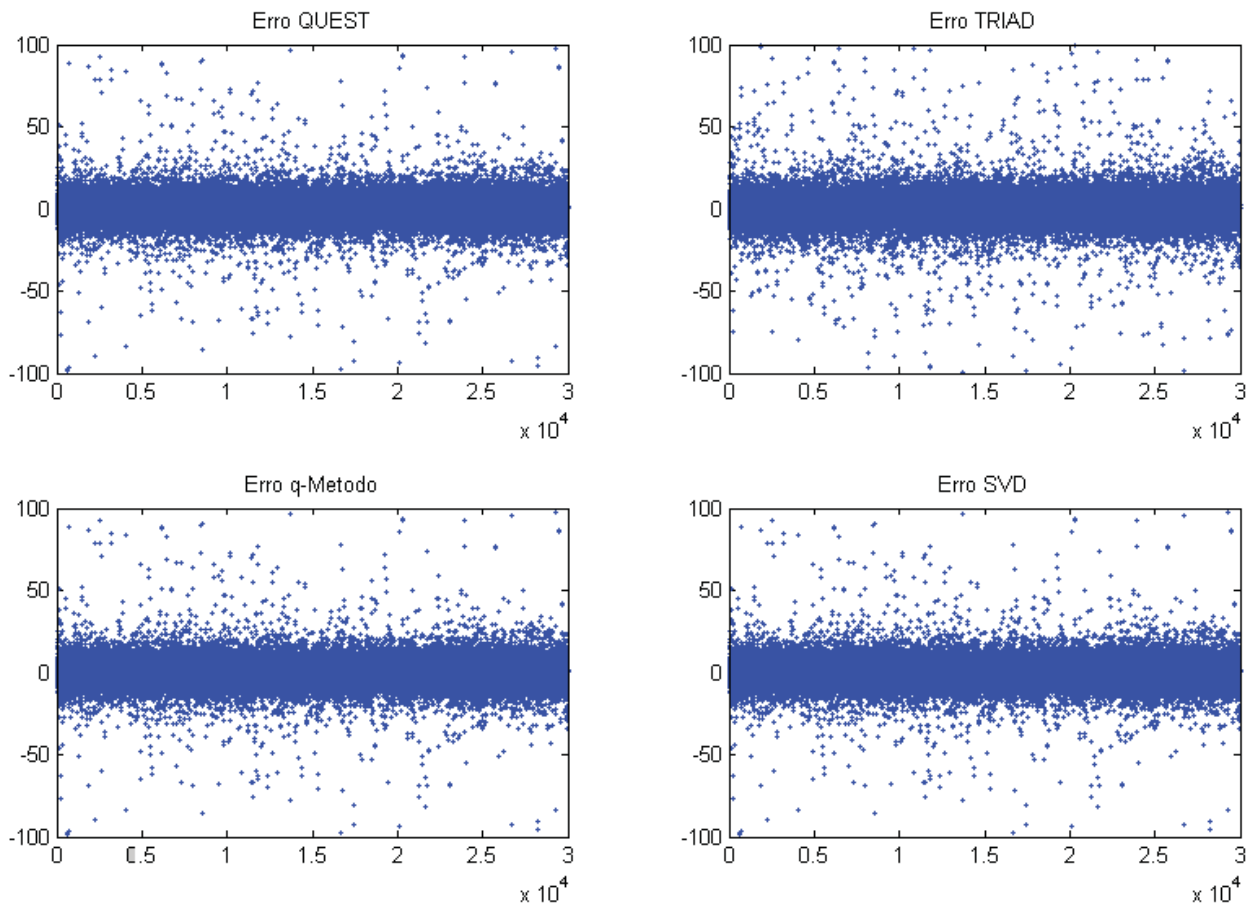


Tabela 1 – Erros na atitude calculada para quatérnions aleatórios.

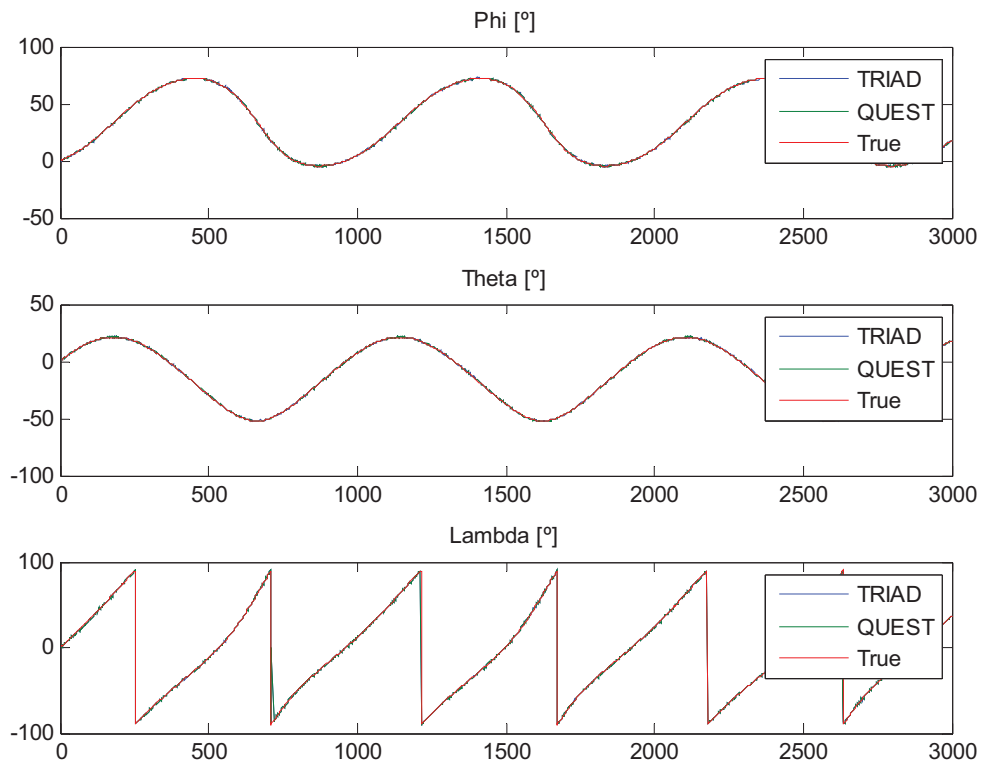
Erros	QUEST / q-Método / SVD		TRIAD	
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão
<i>Pitch</i> [°]	0,0334	6,0707	-0,0256	7,0219
<i>Roll</i> [°]	0,0015	2,2709	0,0062	2,8545
<i>Yaw</i> [°]	-0,0289	8,2324	-0,0708	8,8704

3.3 COMPARAÇÃO EM ROTAÇÃO CONSTANTE

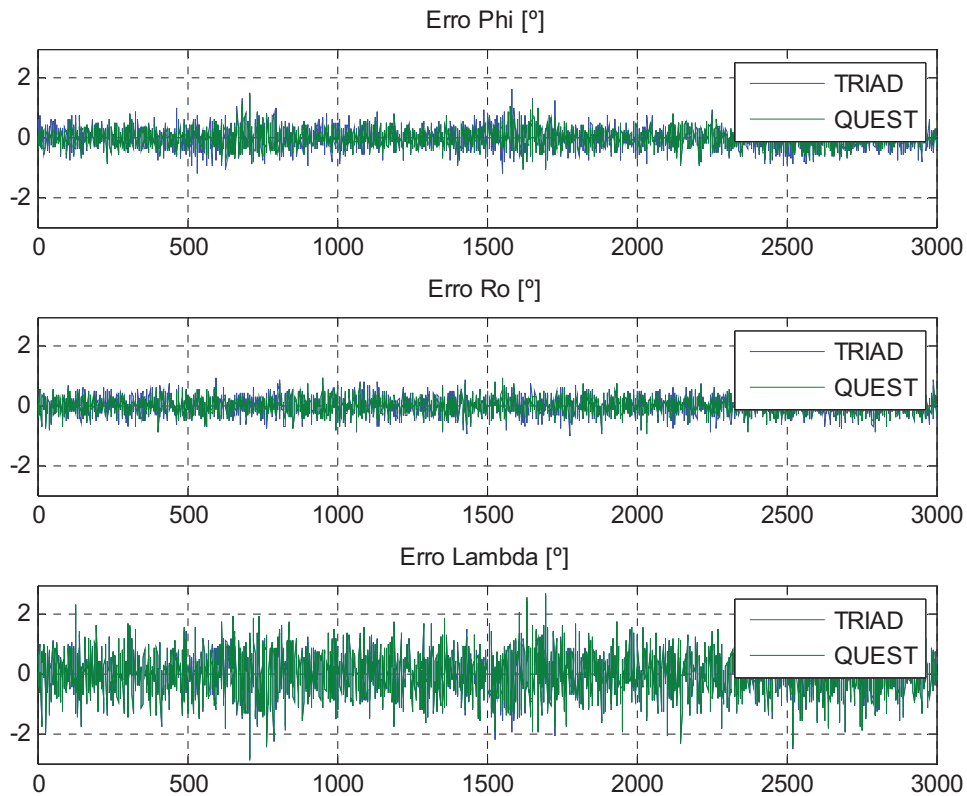
Para visualizar o comportamento dos algoritmos, foi gerada também uma rotação contínua, 5°/s no eixo x, 10°/s no eixo y e 15°/s no eixo z. O ruído considerado nos sensores foi de distribuição gaussiana com desvio padrão de 0,5%. Este ruído foi somado à medida de cada um dos sensores. O tempo de amostragem, para obter o ângulo a partir da velocidade angular, foi ajustado para 20ms, correspondente a uma frequência de amostragem de 50Hz. Os resultados são apresentados na Figura 11 e na Figura 12.

Pode-se observar na primeira figura que os resultados para ambos os algoritmos são muito próximos e levam a um bom resultado na atitude. Na segunda figura pode-se observar que o comportamento dos algoritmos são muito próximos e o erro permanece dentro da faixa de aproximadamente 2° no eixo z na maior parte do tempo, erro ainda menor nos outros eixos. A Tabela 1 apresenta a média, o desvio padrão e os valores máximos dos erros para cada algoritmo. Embora o QUEST obtenha erros menores, a diferença pode ser pequena o suficiente para que aplicações que requeiram algoritmos de menor desempenho possam utilizar o TRIAD.

Figura 11 – Atitude em Ângulos de Euler calculada pelo QUEST e pelo TRIAD e atitude verdadeira.



A diferença é quase mínima e as curvas praticamente se sobrepõem na figura.

Figura 12 – Erro no cálculo de cada ângulo de Euler para os algoritmos QUEST e TRIAD.**Tabela 2** – Erros na atitude calculada para rotação contínua.

Erros	QUEST / q-Método / SVD			TRIAD		
	Média	Desvio Padrão	Máximo	Média	Desvio Padrão	Máximo
<i>Pitch</i> [°]	-0,0007	0,2832	1,4638	-0,0052	0,3403	1,6483
<i>Roll</i> [°]	0,0136	0,2463	0,9398	0,0135	0,2924	0,9757
<i>Yaw</i> [°]	0,0154	0,6835	2,7152	0,0176	0,6890	2,6719

3.4 IMPLEMENTAÇÃO DO QUEST EM LINGUAGEM C

O algoritmo QUEST foi programado em linguagem C para ser posteriormente utilizado em sistemas embarcados. O algoritmo foi implementado em *firmware* e seus tempos de execução foram medidos. O tempo de execução do algoritmo QUEST para 2 vetores de observação foi medido com base no número de ciclos de clock nas arquiteturas HCS12 e ARM Cortex M-3, uma informação muito próxima da situação de uma aplicação real.

Tabela 3 –Frequência medida e tempos de execução para ambas as arquiteturas a diferentes taxas de clock.

Arquitetura	HCS12		ARM Cortex M-3			
Clock no Núcleo	24 MHz		24 MHz		72 MHz	
Precisão	Simples	Dupla	Simples	Dupla	Simples	Dupla
Frequência [Hz]	118,62	16,946	135,86	41,5	409,2	131,4
Tempo de Execução [ms]	8,430	59,011	7,631	24,096	2,444	7,610
Razão HCS12/ARM	1	1	1,10	2,45	3,45	7,75

A Tabela 3 mostra a frequência medida e tempos de execução para o QUEST sendo executado em ambas as plataformas a diferentes taxas de *clock*. Os *clocks* nos núcleos dos processadores foram configurados para 24 MHz, para permitir uma melhor comparação de desempenho, utilizando cristais externos de 8 MHz. A razão HCS12/ARM é a razão entre o tempo de execução em plataforma HCS12 sobre o tempo de execução correspondente na plataforma ARM Cortex M-3 com a mesma precisão. A maior vantagem do ARM Cortex M-3 está relacionada à sua frequência máxima de clock no núcleo, 72 MHz. Neste caso, para precisão simples, o ARM Cortex M-3 foi quase 3,5 vezes mais rápido que o HCS12 operando próximo de sua frequência de núcleo máxima. Para dupla precisão, esta diferença é ainda maior, com o ARM Cortex M-3 sendo mais de 7,5 vezes mais rápido que o HCS12. A descrição detalhada deste ensaio foi publicada nos anais do congresso *2009 Brazilian Symposium on Aerospace Engineering and Applications (BR-AERO) / 3rd CTA-DLR Workshop on Data Analysis and Flight Control*.

4 FILTRO DE KALMAN

Nesta seção é apresentado o Filtro de Kalman utilizado no projeto, desenvolvido em [GRA06] com base em [LEF82]. O desempenho do Filtro de Kalman foi avaliado por simulação em MATLAB e em linguagem C permitindo sua integração em sistema embarcado.

4.1 FILTRO DE KALMAN PARA ESTIMATIVA DE ATITUDE

Os estados do EKF para estimativa de atitude proposto em [LEF82] são os quatro componentes do quatérnio e os três biases dos três girômetros, dados pelo vetor:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}(t) \\ \mathbf{b}(t) \end{bmatrix} \quad (0.86)$$

4.1.1 Predição

No modelo cinemático, a taxa de variação de atitude, representada na forma de quatérnio, é dada por:

$$\frac{d\tilde{\mathbf{q}}(t)}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{\Omega}(\omega(t)) \tilde{\mathbf{q}}(t) \quad (0.87)$$

Onde $\mathbf{\Omega}(\omega)$ é a matriz anti-simétrica de ordem quatro:

$$\mathbf{\Omega}(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (0.88)$$

Como os biases são as maiores fontes de erro nos girômetros [YUC09], o modelo de medida de velocidade angular dos girômetros deve considerá-los, \mathbf{b} , bem como um ruído de medida η_1 :

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{u} - \mathbf{b} - \boldsymbol{\eta}_i \quad (0.89)$$

Assim, a Equação (0.87) pode ser reescrita como:

$$\frac{d\tilde{\mathbf{q}}(t)}{dt} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{u}(t) - \mathbf{b}(t) - \boldsymbol{\eta}_i(t)) \tilde{\mathbf{q}}(t) \quad (0.90)$$

Pode-se escrever, pela definição de multiplicação de quatérnions [KUI02]:

$$\frac{d\tilde{\mathbf{q}}(t)}{dt} = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) \otimes \tilde{\mathbf{q}}(t) \quad (0.91)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (0.92)$$

Se a direção de $\boldsymbol{\omega}$ é constante ao longo do intervalo de tempo de interesse ou se o vetor rotação definido como a integração da velocidade angular no intervalo de amostragem:

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \int_t^{t+\Delta t} \boldsymbol{\omega}(t) dt \quad (0.93)$$

for pequeno, então a solução para a Equação (0.87) é:

$$\tilde{\mathbf{q}}(t + \Delta t) = \mathbf{M}(\Delta\boldsymbol{\theta}) \tilde{\mathbf{q}}(t) \quad (0.94)$$

Onde:

$$\mathbf{M}(\Delta\boldsymbol{\theta}) = \cos(|\Delta\boldsymbol{\theta}|/2) \mathbf{I}_{4 \times 4} + \frac{\text{sen}(|\Delta\boldsymbol{\theta}|/2)}{|\Delta\boldsymbol{\theta}|} \boldsymbol{\Omega}(\Delta\boldsymbol{\theta}) \quad (0.95)$$

Esta função, por atualizar o quatérnion a cada iteração, é utilizada na propagação para prever o próximo quatérnion com base nas medidas anteriores e no modelo

cinemático. No EKF de [LEF82], a propagação é aplicada somente ao quatérnio e a função que relaciona o estado predito com o estado anterior é somente a matriz de transição $\mathbf{M}(\Delta\boldsymbol{\theta})$.

O valor de $\Delta\boldsymbol{\theta}$ pode ser obtido por meio da integração da saída dos girômetros durante um curto intervalo de tempo pela equação:

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \frac{\Delta T}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_{k,i} - \hat{\mathbf{b}}_k \Delta T \quad (0.96)$$

considerando que os *biases* dos girômetros não variam durante este intervalo e que as medidas dos girômetros são acumuladas de forma independente da execução do EKF.

A covariância de predição, na forma reduzida proposta em [LEF82], pode ser calculada pela equação de Riccati:

$$\tilde{\mathbf{P}}(t) = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}(t, t_0) \tilde{\mathbf{P}}(t_0) \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^T(t, t_0) + \int_{t_0}^t \tilde{\boldsymbol{\Phi}}(t, t') \tilde{\mathbf{G}}(t') \mathbf{Q}(t') \tilde{\mathbf{G}}^T(t') \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^T(t, t') dt' \quad (0.97)$$

onde:

$$\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(t, t_0) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}(t, t_0) & \mathbf{J}(t, t_0) \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (0.98)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}(t, t') = \mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}(t)) \mathbf{A}^T(\hat{\mathbf{q}}(t')) \quad (0.99)$$

$$\mathbf{J}(t, t_0) = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^t \boldsymbol{\Lambda}(t, t') dt' \quad (0.100)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(t_0, t_0) = \mathbf{I} \quad (0.101)$$

A matriz $\boldsymbol{\Lambda}$ é a matriz de rotação 3x3 que transforma a matriz de atitude estimada, \mathbf{A} , do tempo t' para o tempo t . A matriz \mathbf{J}_k pode ser aproximada pela regra do trapézio por:

$$\mathbf{J}(t, t_0) = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^t \boldsymbol{\Lambda}(t, t') dt' = -\frac{1}{2} [\boldsymbol{\Lambda}_k + \mathbf{I}_{3 \times 3}] \frac{\Delta T}{2} = -[\boldsymbol{\Lambda}_k + \mathbf{I}_{3 \times 3}] \frac{\Delta T}{4} \quad (0.102)$$

A matriz $\tilde{\mathbf{G}}(t)$ possui apenas constantes e a matriz $\mathbf{Q}(t)$ é diagonal, sendo formada pelas variâncias dos girômetros. A matriz diagonal $\mathbf{Q}_1(t)$ é formada pela variância em cada eixo da tríade de girômetros e a matriz $\mathbf{Q}_2(t)$ é formada pelas variâncias dos biases dos girômetros. Estas matrizes são dadas pelas equações [GRA06]:

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1(t) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_2(t) \end{bmatrix} \quad (0.103)$$

$$\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \Xi(\hat{\mathbf{q}}) & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (0.104)$$

$$\mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}}(t)) = \begin{bmatrix} \Xi(\hat{\mathbf{q}}(t)) & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (0.105)$$

$$\Xi(\tilde{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (0.106)$$

$$\tilde{\mathbf{G}}(t) = \mathbf{S}^T(\hat{\mathbf{q}}(t)) \mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (0.107)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_k = \tilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{Q}_k \tilde{\mathbf{G}}_k^T \quad (0.108)$$

Aplicando a regra do trapézio na integração da Equação (0.97) e as relações das Equações (0.108) e (0.98), a covariância predita reduzida pode ser obtida por:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}_{k+1} &= \tilde{\mathbf{\Phi}}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \tilde{\mathbf{\Phi}}_k^T + \left(\tilde{\mathbf{\Phi}}_k \tilde{\mathbf{Q}}_k \tilde{\mathbf{\Phi}}_k^T + \mathbf{I}_{6 \times 6} \tilde{\mathbf{Q}}_k \mathbf{I}_{6 \times 6} \right) \frac{\Delta T}{2} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{k+1} &= \tilde{\mathbf{\Phi}}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \tilde{\mathbf{\Phi}}_k^T + \left(\tilde{\mathbf{\Phi}}_k \tilde{\mathbf{Q}}_k \tilde{\mathbf{\Phi}}_k^T + \tilde{\mathbf{Q}}_k \right) \frac{\Delta T}{2} \end{aligned} \quad (0.109)$$

ou na forma otimizada:

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{\Phi}}_k \left(\tilde{\mathbf{P}}_k + \tilde{\mathbf{Q}}_k \right) \tilde{\mathbf{\Phi}}_k^T + \tilde{\mathbf{Q}}_k \frac{\Delta T}{2} \quad (0.110)$$

Assim, na Predição, as operações realizadas são:

1. Obtenção de $\hat{\boldsymbol{\omega}}$ subtraindo $\hat{\mathbf{b}}$;
2. Cálculo de $\Delta\boldsymbol{\theta}$ pela Equação (0.96);
3. Cálculo de $\mathbf{M}(\Delta\boldsymbol{\theta})$ pela Equação (0.95);
4. Predição do quatérnion pela Equação (0.94);
5. Montagem do vetor de estados preditos utilizando o quatérnion predito e o *bias* estimado anteriormente, já que este não se altera nessa etapa;
6. Obtenção das matrizes de atitude $\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_k)$ e $\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_{k+1})$ a partir dos quatérnions;
7. Calcular $\boldsymbol{\Lambda}$ utilizando a Equação (0.99);
8. Obter \mathbf{J} a partir de $\boldsymbol{\Lambda}$ utilizando a Equação (0.102);
9. Obter a covariância predita utilizando a Equação (0.109).

4.1.2 Atualização

Na atualização ou filtragem, o estado é atualizado a partir do estado predito utilizando a medida e o ganho de Kalman. A covariância é atualizada a partir da covariância predita, a matriz de medida e o ganho de Kalman.

Como o quatérnion de atitude não é obtido pelo filtro mas sim por um algoritmo externo, a matriz de medida \mathbf{H} , que relaciona o estado em função das medidas, será:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \end{bmatrix}_{4 \times 7} \quad (0.111)$$

Dadas a definição da matriz \mathbf{S} na Equação (0.105) e a relação:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}}(-)) \quad (0.112)$$

A matriz de medida pode ser escrita como [GRA06]:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}}(-)) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}(\hat{\mathbf{q}}(t)) & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}(\hat{\mathbf{q}}(t)) & \mathbf{0}_{4 \times 3} \end{bmatrix}_{4 \times 6} \quad (0.113)$$

E a matriz ganho de Kalman reduzida torna-se [GRA06]:

$$\tilde{\mathbf{K}}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k(-) \tilde{\mathbf{H}}_k^T \left[\tilde{\mathbf{H}}_k^T \tilde{\mathbf{P}}_k(-) \tilde{\mathbf{H}}_k^T + \mathbf{R}_k \right]^{-1} \quad (0.114)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k(-) \left[\Xi(\hat{\mathbf{q}}(t)) \quad \mathbf{0}_{4 \times 3} \right]^T \cdot \left(\left[\Xi(\hat{\mathbf{q}}(t)) \quad \mathbf{0}_{4 \times 3} \right] \tilde{\mathbf{P}}_k(-) \left[\Xi(\hat{\mathbf{q}}(t)) \quad \mathbf{0}_{4 \times 3} \right]^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1} \quad (0.115)$$

Como a matriz a ser invertida possui ordem baixa, 3, a inversão foi realizada pela forma analítica, bastante simples porém não tão numericamente estável. A covariância do algoritmo externo de determinação do quatérnio é representada por:

$$\mathbf{R}_k = \Xi(\hat{\mathbf{q}}_k) \tilde{\mathbf{R}}_k \Xi^T(\hat{\mathbf{q}}_k) \quad (0.116)$$

Representando a covariância de atualização $\tilde{\mathbf{P}}_k$ por quatro submatrizes de posto 3:

$$\tilde{\mathbf{P}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{\theta\theta} & \mathbf{P}_{\theta b} \\ \mathbf{P}_{b\theta} & \mathbf{P}_{bb} \end{bmatrix} \quad (0.117)$$

A matriz ganho de Kalman pode ser reduzida para [GRA06]:

$$\tilde{\mathbf{K}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{\theta\theta} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{b\theta} \end{bmatrix} \left(\tilde{\mathbf{P}}_{\theta\theta,k} + \tilde{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \Xi^T(\hat{\mathbf{q}}_k) \quad (0.118)$$

A matriz ganho de Kalman ampliada pode ser obtida pela relação:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}}_k(-)) \tilde{\mathbf{K}}_k \quad (0.119)$$

Assim, o estado filtrado e a matriz de covariância filtrada podem ser obtidos respectivamente pelas equações:

$$\hat{\mathbf{x}}_k(+)=\hat{\mathbf{x}}_k(-)+\mathbf{K}_k[\tilde{\mathbf{q}}_{obs}-\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k(-)] \quad (0.120)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_k(+)=\tilde{\mathbf{P}}_k(-)-\tilde{\mathbf{K}}_k\tilde{\mathbf{H}}_k\tilde{\mathbf{P}}_k(-) \quad (0.121)$$

No algoritmo o quatérnion estimado é normalizado após o cálculo. A forma mais simples de manter a singularidade da matriz de covariância é representa-la com uma matriz de menor dimensão [LEF82], a matriz de covariância reduzida. O quatérnion observado, $\tilde{\mathbf{q}}_{obs}$, representa a medida \mathbf{z}_k e é obtido por um algoritmo externo, QUEST ou TRIAD, por exemplo, que gera também uma matriz de covariância, $\tilde{\mathbf{R}}_k$.

Assim, na atualização, as operações realizadas são:

1. Obter a matriz $\tilde{\mathbf{H}}$ a partir de \mathbf{H} e \mathbf{S} ;
2. Calcular o ganho de Kalman reduzido pela Equação (0.118) utilizando o quatérnion predito, presente no vetor de estados predito, e a matriz de covariância predita;
3. Obter o ganho de Kalman ampliado pela Equação (0.119) ;
4. Obter o novo vetor de estados filtrado utilizando a Equação (0.120), a definição da matriz de medida da Equação (0.111) e a matriz ganho de Kalman ampliado;
5. Obter a matriz de covariância filtrada utilizando a Equação (0.121), a definição da matriz de medida da Equação (0.113) e a matriz ganho de Kalman reduzido.

4.1.3 Simulação em *MATLAB*

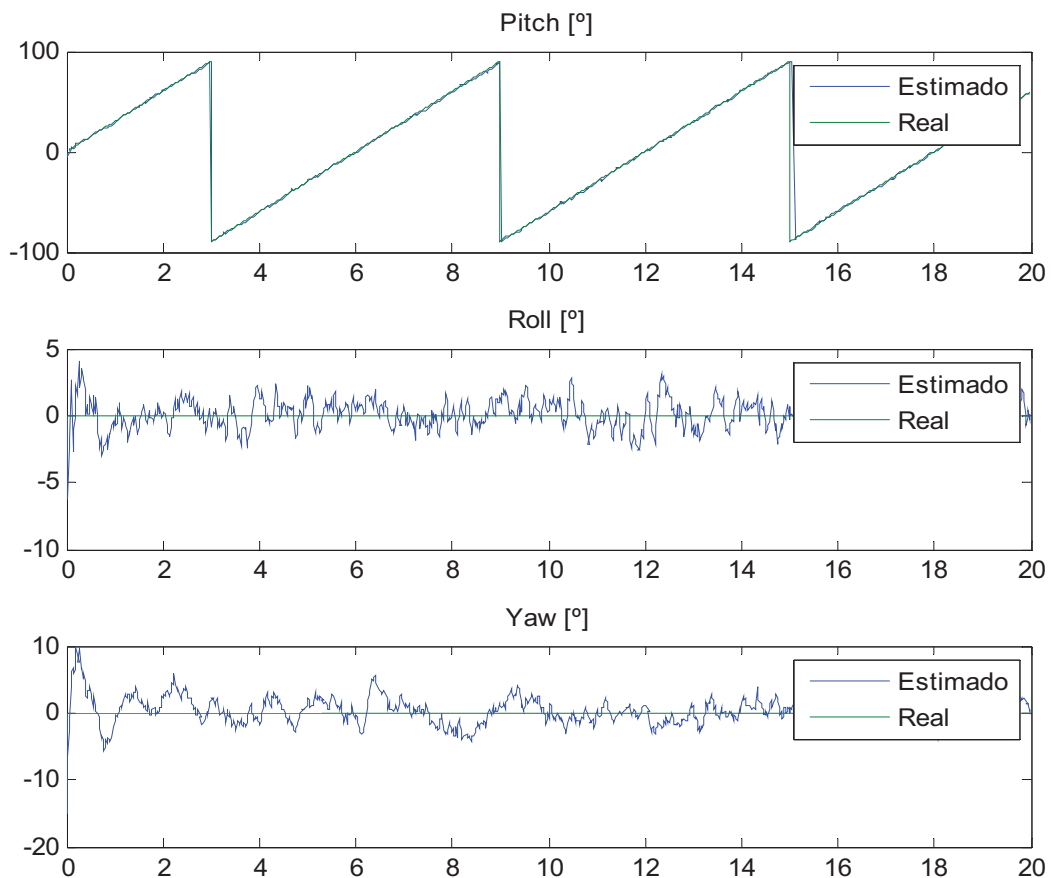
O EKF foi simulado em *MATLAB*. O parâmetro principal foi a velocidade angular à qual o sistema é submetido, a partir da qual são gerados os vetores de observação e as medidas dos girômetros corrompidas por ruído gaussiano branco e *biases* constantes, de 0,1°/s no eixo x, 0,2 °/s no eixo y e 0,3 °/s no eixo z. Os dados simulados dos acelerômetros e magnetômetros foram corrompidos apenas por ruído. A simulação foi realizada para velocidade angular de 30°/s no eixo de *pitch*. Os ruídos dos sensores, acelerômetros, magnetômetros e girômetros, foram ajustados para desvio padrão de 0,071, um valor de ruído alto.

Pode-se observar na Figura 13 que os valores obtidos pelo filtro são muito próximos do valor real. Os valores de atitude são dados em ângulos de Euler, ou seja, em graus para maior clareza embora nos cálculos o EKF utilize quatérnions. A Figura 14 apresenta os resultados para a estimativa dos *biases*, que convergem rapidamente para os valores reais. Os erros do EKF são mostrados na Figura 15 e a média, o desvio padrão e o valor máximo dos erros mostrados na Tabela 4. Pode-se observar que o erro do QUEST é significativamente maior do que o do EKF e o erro médio dos *biases* muito próximo de zero.

Tabela 4 – Erros de atitude estimados pelo EKF e pelo QUEST e erros de *biases* estimados pelo EKF.

Erros	EKF [°]			QUEST [°]			<i>Biases</i> [°/s]		
	Média	DP	Máx	Média	DP	Máx	Média	DP	Máx
Pitch	-0,30	1,00	2,19	0,33	3,55	11,93	-0,01	0,13	2,00
Roll	0,07	1,05	4,07	-0,02	3,48	10,74	-0,00	0,17	4,86
Yaw	0,30	2,02	9,84	0,23	5,95	18,54	-0,04	0,36	0,11

Figura 13 – Atitude estimada pelo EKF e atitude real.



Com base nos resultados apresentados, pode-se concluir que o EKF foi operado corretamente e que sua utilização reduz significativamente os erros e o impacto do ruído na estimativa de atitude, tendo como referência os resultados do algoritmo QUEST. Aliado a um algoritmo eficaz de calibração e alinhamento, o EKF é fundamental para minimizar os erros na estimativa de atitude.

O desvio padrão da estimativa em ângulos de Euler foi calculado utilizando a regra de [VAN86] apresentada em [SCH96].

Figura 14 – Erro nos biases estimados.

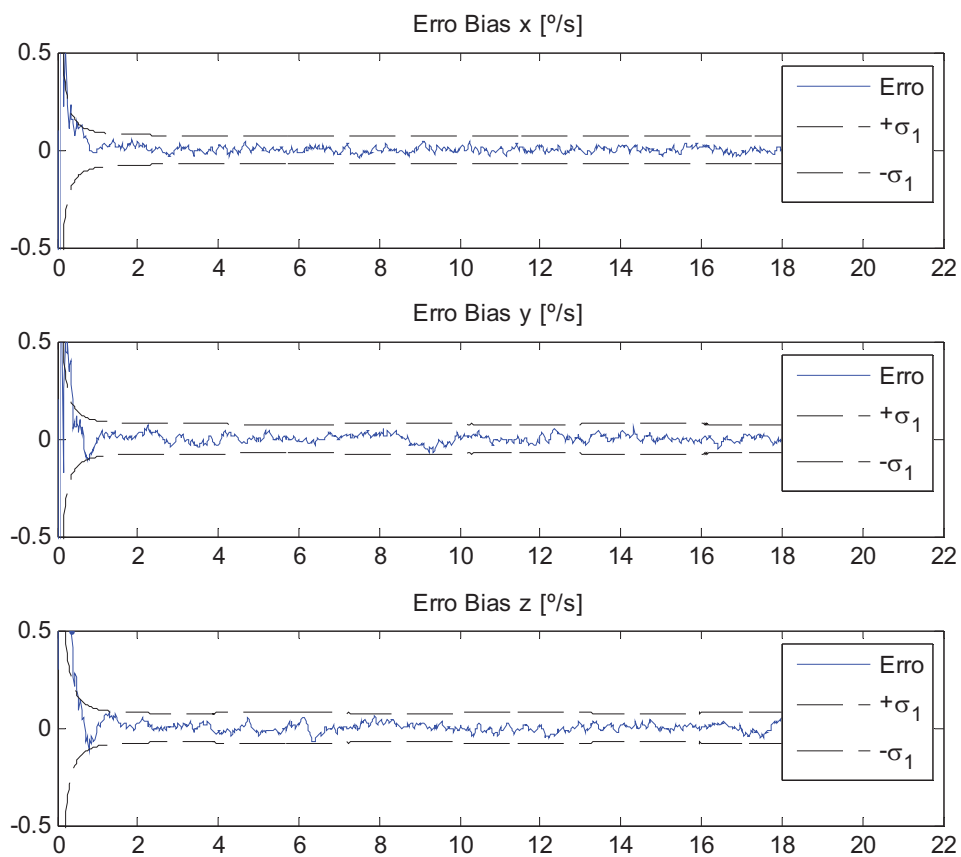
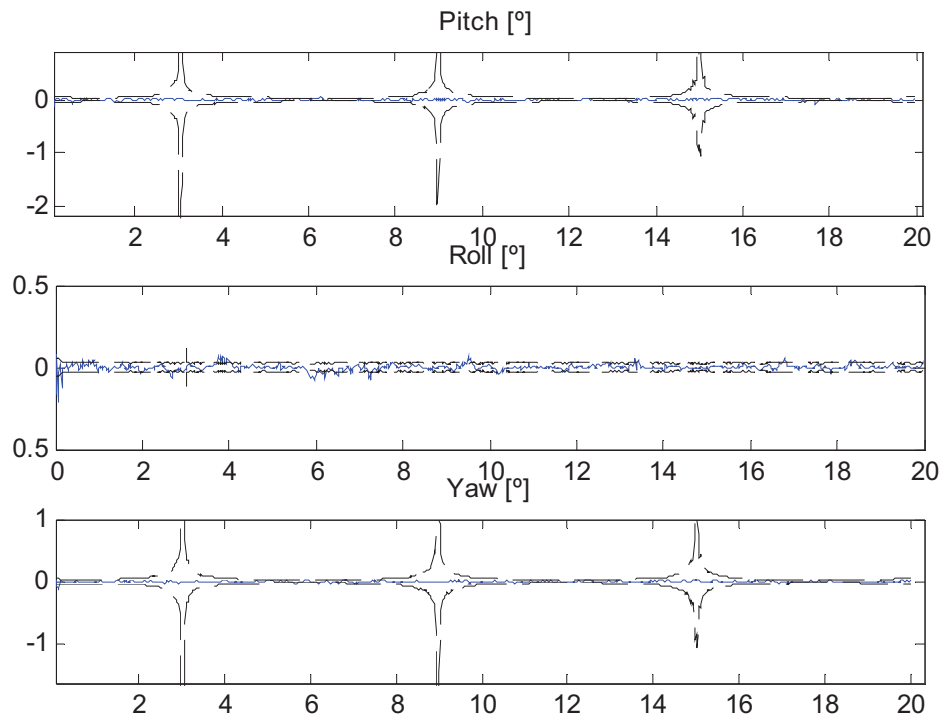


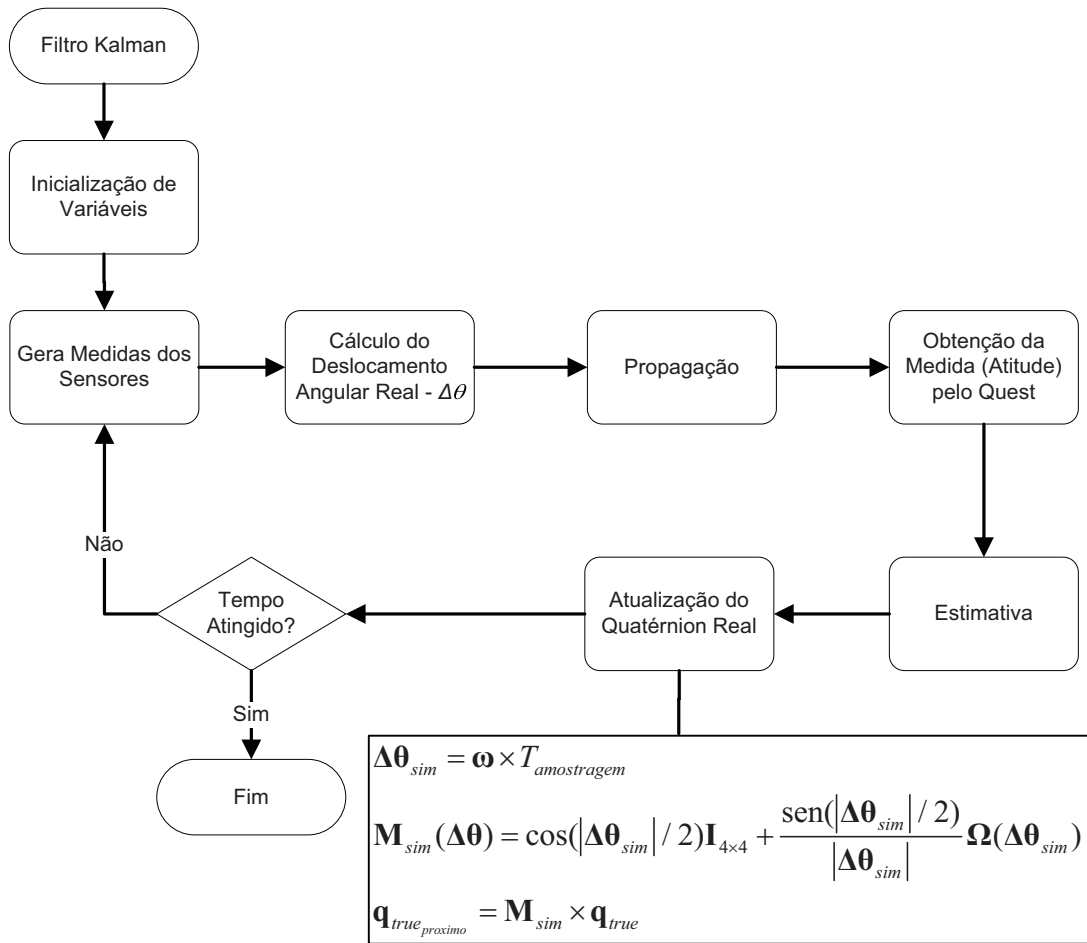
Figura 15 – Erro de atitude do EKF.



4.1.4 Implementação em C

O EKF foi implementado em linguagem C utilizando o Microsoft Visual C++ 2008 para posterior implementação em microcontrolador. O filtro não apresenta operações algébricas complexas, não sendo necessárias inversões de matrizes de grande ordem nem o cálculo de autovalores. Em compensação, o algoritmo utiliza um número significativo de multiplicações de matrizes. De modo a otimizar o algoritmo, como diversas matrizes podem ser separadas em submatrizes que possuem muitos zeros ou são da forma da matriz identidade, diversas multiplicações foram implementadas utilizando apenas algumas dessas submatrizes simplificando a execução. A função principal do EKF implementado é apresentada na Figura 16. Os fluxogramas detalhados da Predição e Atualização são apresentados no Apêndice 0.

Figura 16 – Função principal do Filtro de Kalman implementado em C.

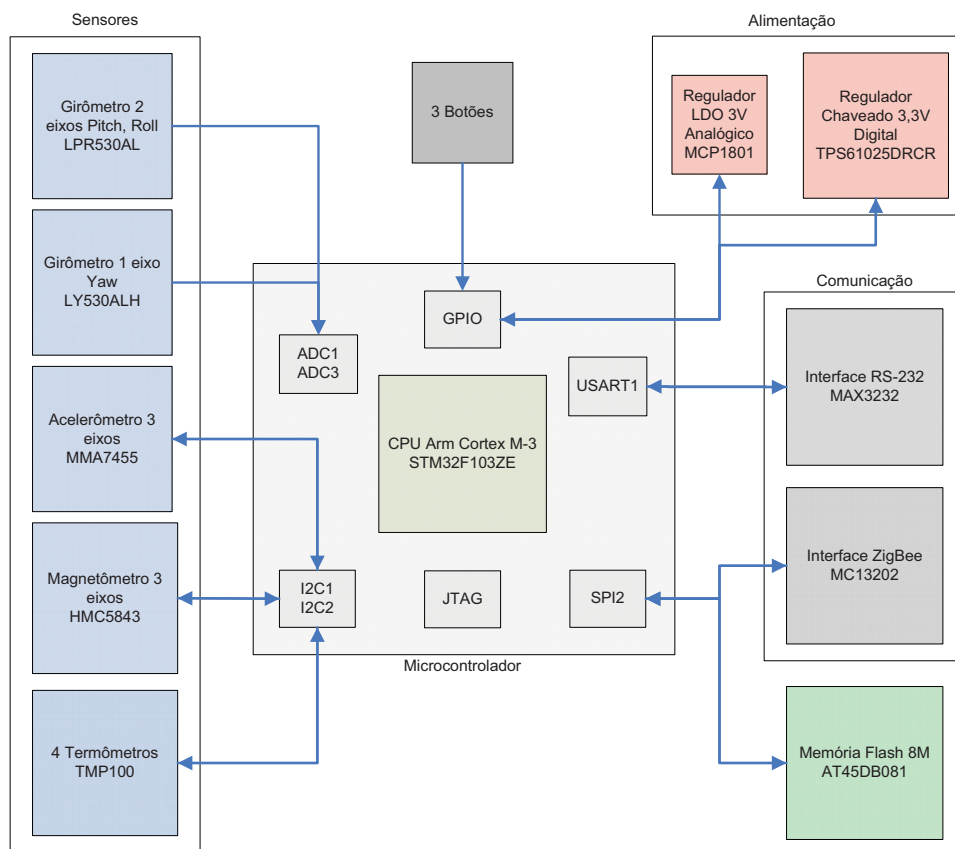


Os resultados do algoritmo em C foram comparados com os resultados do algoritmo em MATLAB, sendo idênticos. A diferença de erros entre representação em ponto flutuante de precisão simples e de precisão dupla [IEE08] foi irrelevante. As otimizações realizadas nas multiplicações de matrizes resultaram em redução de tempo de processamento de até 24%. Em simulação para execução no microcontrolador ARM Cortex M-3, a frequência de execução de cada iteração do EKF foi de 24Hz para ponto flutuante de precisão dupla e 208Hz para ponto flutuante de precisão simples.

5 ANTEPROJETO DO CIRCUITO

O diagrama de blocos e o diagrama esquemático do Determinador de Atitude de Baixo Custo são mostrados, respectivamente, na Figura 17 e no Apêndice 0. As análises realizadas para o anteprojeto são apresentadas no Apêndice 0. Foram utilizados quatro tipos de sensores, dois girômetros analógicos, um acelerômetro triaxial com saída I2C, um magnetômetro triaxial com saída I2C e quatro termômetros também I2C para futura compensação térmica. Para comunicação, foram inseridos um driver RS-232 para desenvolvimento e teste e um transceptor IEEE 802.15.4 para comunicação sem fio, sobre o qual poderá ser implementado o protocolo ZigBee. Estão presentes também uma memória Flash externa, para registro de dados e de parâmetros de calibração, o circuito de alimentação e o circuito de instrumentação dos girômetros analógicos.

Figura 17 – Diagrama de blocos do Determinador de Atitude de Baixo Custo.



Foi necessário projetar o sistema em duas placas para economia de espaço. Uma disposição coerente foi separar o circuito analógico do digital, mantendo uma placa com

os girômetros, o processador, o regulador linear e o filtro ativo e outra com o circuito de alimentação, sensores digitais, a interface ZigBee, a interface RS-232 e os botões de comando. As placas possuem tamanho de aproximadamente 5cm x 12cm, um tamanho adequado já que um mouse comum tem tamanho de aproximadamente 5,5cm x 11cm. O projeto das placas é mostrado no Apêndice 0.

6 CALIBRAÇÃO E ALINHAMENTO

6.1 MÉTODO SANTANA

Para três dimensões, a equação do elipsoide de [LOT98] utilizando o modelo de sensores de [FOS08] é:

$$\mathbf{h}(\mathbf{v}, \mathbf{p}) = \left(\frac{(\mathbf{v}_x - x_o)^2}{a^2} \right) + \frac{\left((-b \sin(\rho)(\mathbf{v}_x - x_o) + a(\mathbf{v}_y - y_o)) \right)^2}{a^2 b^2 \cos^2(\rho)} + \frac{\left(\begin{array}{l} (bc(\sin(\rho)\sin(\lambda) - \cos(\rho)\sin(\phi)\cos(\lambda))(\mathbf{v}_x - x_o) \\ -ac\sin(\lambda)(\mathbf{v}_y - y_o) + ab\cos(\rho)(\mathbf{v}_z - z_o) \end{array} \right)^2}{a^2 b^2 c^2 \cos^2(\rho) \cos^2(\phi) \cos^2(\lambda)} \quad (0.122)$$

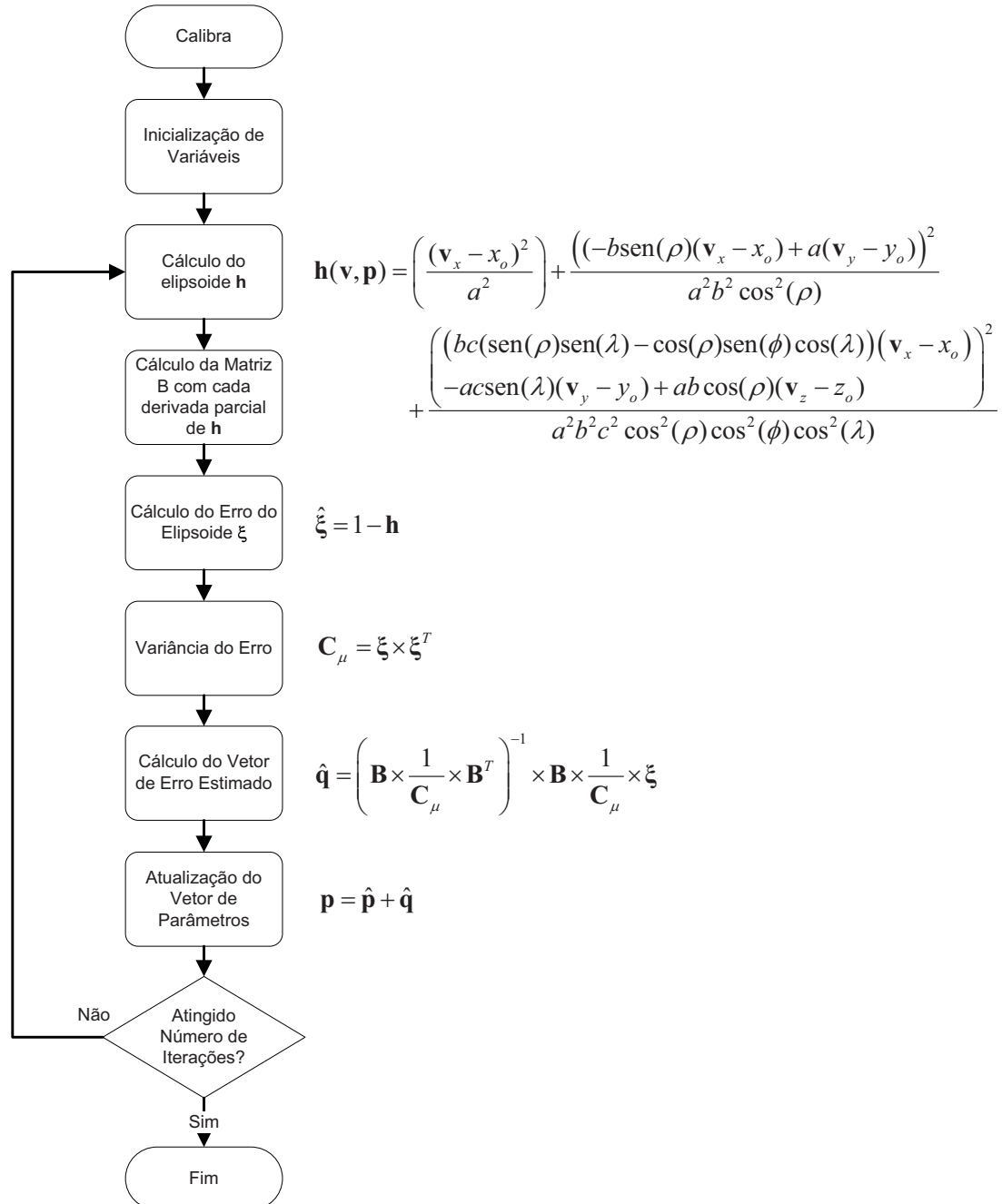
Onde a , b e c são os fatores de escala, x_o , y_o e z_o os *biases* e ρ , ϕ e λ os ângulos de desalinhamento. Para aplicar o estimador de variância mínima linear, a equação deve ser linearizada por meio de derivadas parciais em relação a cada elemento do vetor de parâmetros, um total de nove, sendo eles os fatores de escala e o *biases* de cada um dos três sensores e três ângulos de desalinhamento. Ainda assim, o estimador requer uma boa estimativa inicial, sendo este o ponto que separa uma estimativa ótima de uma estimativa ruim [SAN09].

Além de utilizar dados de *datasheets*, outra solução é utilizar um método que não requeira um valor inicial para convergir, empregado apenas uma vez na primeira calibração. Este método forneceria um valor inicial que não seria ótimo mas mais realista do que os valores fornecidos pelos *datasheets*, suficiente para servir como bom ponto de partida. O método desenvolvido em [TOR10] seria adequado para implementar esta solução.

A Figura 18 apresenta o fluxograma do método de calibração implementado. Por clareza, as derivadas parciais que compõem a matriz B foram omitidas. O vetor da elipse é calculado para cada medida da amostra, assim como B, em cada iteração, o que gera o alto custo computacional do algoritmo. A matriz B é composta por nove linhas, sendo cada uma delas a derivada parcial do vetor do elipsoide \mathbf{h} pelo parâmetro do vetor de parâmetros, e por número de colunas igual ao número de medidas. Assim, cada coluna de B corresponde às derivadas parciais de \mathbf{h} em relação a cada medida do conjunto de amostras. No caso da implementação, B possui quinze colunas, pois o conjunto de calibração possui quinze

amostras. Como o vetor q representa a diferença entre o vetor de parâmetros estimado e o vetor de parâmetros real, q é somado ao vetor de parâmetros inicial até que o número de iterações seja completado, fazendo com que o vetor acumulado final seja próximo do vetor de parâmetros reais e q seja muito pequeno.

Figura 18 – Algoritmo de calibração Santana baseado no estimador de variância mínima de Lötters.



O elipsoide, h , é subtraído de 1, que seria o valor do raio da esfera de medidas ideal, resultando em ξ , um vetor de nove elementos que compara a saída do valor medido com o estimado. C_μ é um escalar que representa a variância do ruído de medida e consiste na soma quadrática dos componentes de ξ .

O algoritmo foi simulado para execução embarcada no microcontrolador ARM. A execução de cada iteração do algoritmo levou 1,439 segundos. Considerando dez iterações, o algoritmo levaria quase 15 segundos para ser executado, o que exigiria um microcontrolador com maior capacidade de processamento ou a escolha de um momento adequado para execução do algoritmo aplicado sobre um conjunto de amostras já armazenado.

6.2 FILTRO DE KALMAN COM ERROS DE CALIBRAÇÃO

Para avaliar os erros na atitude devido à falta de calibração, o EKF foi simulado utilizando fatores de escala hipotéticos para gerar as medidas distorcidas dos sensores a partir dos vetores de observação reais, obtidos a partir dos valores máximos dos desvios de fator de escala típicos nos *datasheets*. Os *biases* podem ser gerados da mesma forma e o desalinhamento simulado como um ângulo próximo do que se espera obter na montagem física dos sensores no sistema.

Desta forma, no simulador há os parâmetros de calibração verdadeiros, utilizados para gerar o vetor distorcido a partir do vetor real, e os parâmetros de calibração estimados, utilizados para corrigir os vetores distorcidos e gerar os vetores observados. Toda medida gerada pelas rotinas de geração dos dados dos sensores é armazenada em uma fila. Quando o número apropriado de amostras é coletado, executa-se o algoritmo de calibração, que atualiza os fatores de escala, *biases* e ângulos de desalinhamento. Os parâmetros utilizados são mostrados na Tabela 5. Os parâmetros simulados correspondem aos utilizados na simulação para gerar os vetores distorcidos a partir dos vetores verdadeiros utilizando a variação nominal dada pelos *datasheets*.

Tabela 5 – Parâmetros de calibração utilizados na distorção da medida.

Parâmetros	Acelerômetro		Magnetômetro	
	Simulado	Variação Nominal	Simulado	Variação Nominal
Fator de Escala Eixo x	1,10	±10%	0,95	±5%
Fator de Escala Eixo y	1,20	±10%	1,10	±5%
Fator de Escala Eixo z	0,90	±10%	1,05	±5%
<i>Bias</i> Eixo x	0,3284g (21 LSB)	0,3284g ±21 LSB	0,15Ga	-
<i>Bias</i> Eixo y	-0,3754g (-24 LSB)	0,3284g ±21 LSB	0,10Ga	-
<i>Bias</i> Eixo z	0,1564g (10 LSB)	0,3284g ±21 LSB	-0,12Ga	-
Desalinhamento θ	2°	-	1°	-
Desalinhamento ϕ	-1°	-	-2°	-
Desalinhamento λ	1,5°	-	3°	-

Utilizando tais parâmetros, o EKF foi configurado para um movimento uniforme de 10°/s no eixo de *pitch* e 0°/s nos demais eixos. Os *biases* dos girômetros foram mantidos em 0,1°/s no eixo x, 0,2°/s no eixo y e 0,3°/s no eixo z. Para avaliar melhor o erro devido a calibração, um ruído gaussiano com desvio padrão de 0,005 foi adicionado às saídas simuladas dos magnetômetros e dos acelerômetros.

A Figura 20 apresenta a atitude estimada em ângulos de Euler com os erros de calibração. Pode-se observar claramente um grande atraso e desvio em relação aos ângulos reais. A Figura 19 apresenta o erro entre os ângulos reais e os estimados ao longo do tempo, que chegaram a mais de 30°.

A Figura 21 apresenta os erros nos *biases* dos girômetros estimados pelo EKF, que não convergem devido ao erro de calibração. Dessa forma, pode-se concluir que os erros do EKF sem um bom método de calibração são inaceitáveis quando os sensores de baixo custo são utilizados.

Figura 19 – Erro nas estimativas devido à falta de calibração.

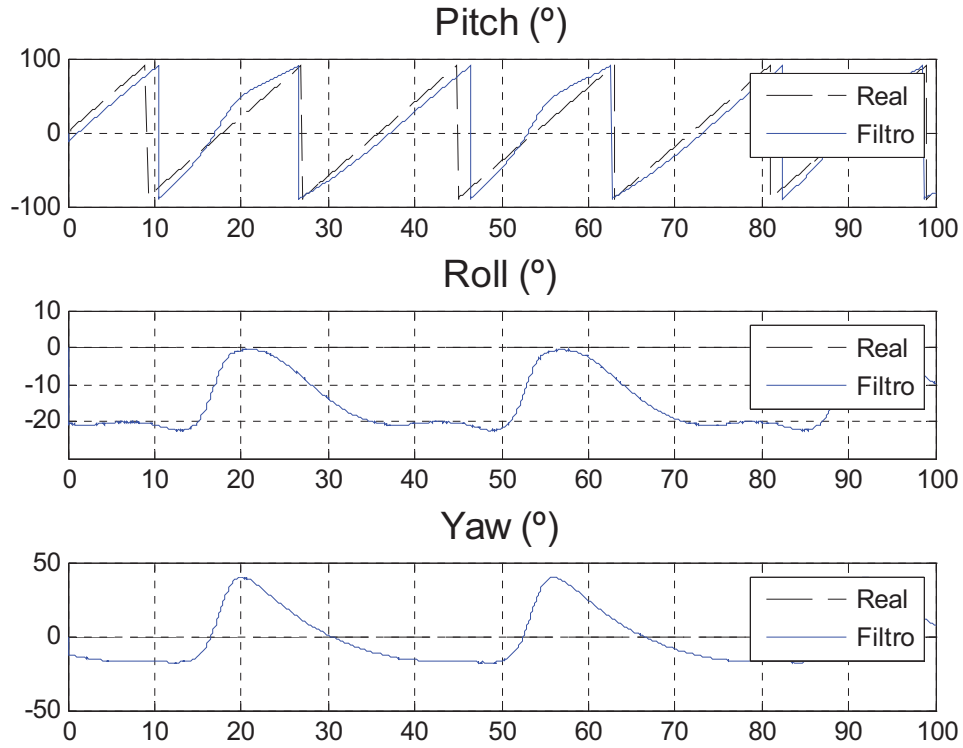


Figura 20 – Atitude estimada em ângulos de Euler com erros de calibração.

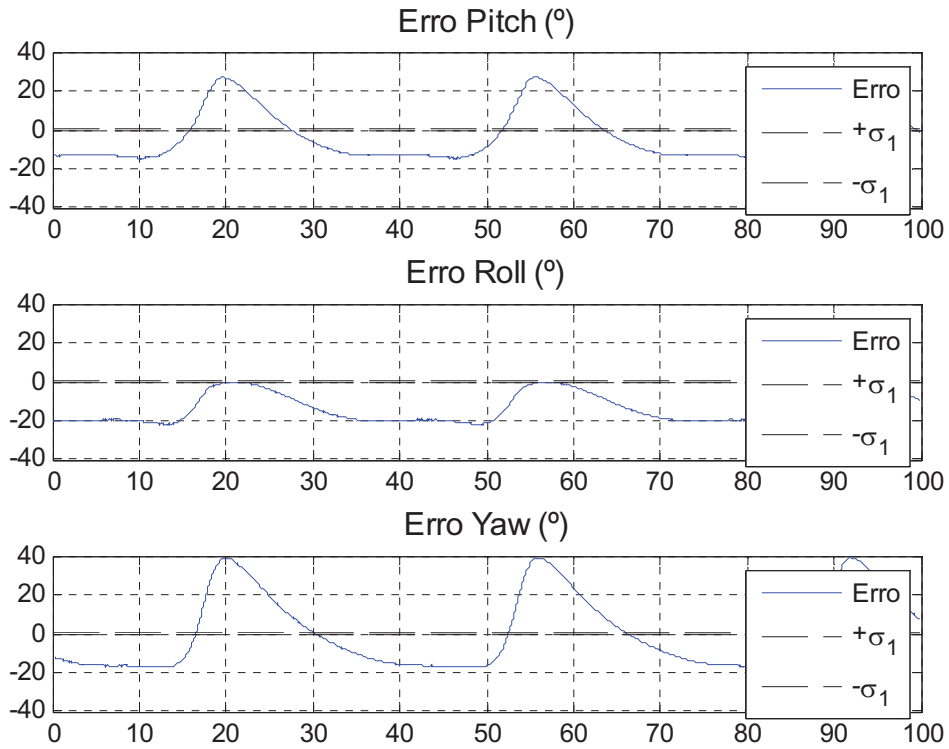
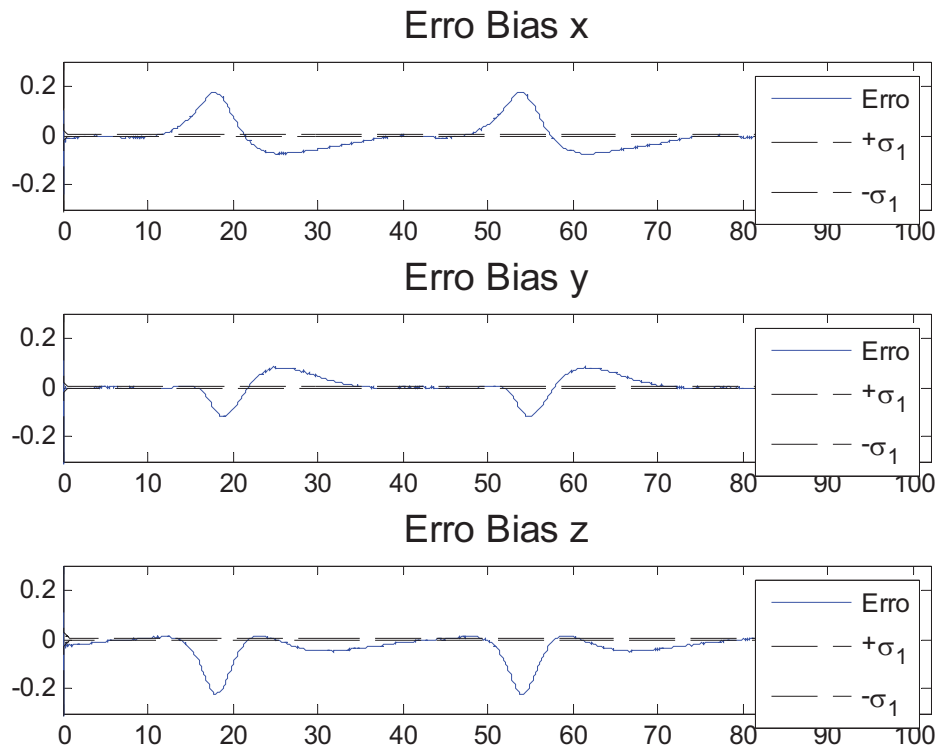


Figura 21 – *Biases* estimados com erros de calibração.



6.3 EKF COM ALGORITMO DE CALIBRAÇÃO

O algoritmo de calibração foi integrado ao EKF após a realização das medidas dos sensores. A seção de calibração, que vai desde a Geração dos Dados dos Sensores até a Execução do Algoritmo de Calibração, é realizada duas vezes, uma para os dados do acelerômetro e outra para os dados do magnetômetro.

Movimentos uniformes geram amostras de vetores que não possuem uma boa dispersão. Como o algoritmo de calibração estima os parâmetros de calibração como os parâmetros de um elipsoide, ter amostras de rotação, por exemplo, em apenas um octante faz com que a estimativa do elipsoide seja tendenciosa levando a erros muito grandes. Uma boa calibração requer movimentos de rotação abrangentes que cubram todos os octantes do elipsoide. Esta distinção pode ser medida como dispersão, ou seja, variância e desvio padrão, ou, no caso dos vetores de observação, como o ângulo entre os vetores do conjunto de amostras para calibração.

Dessa forma, ao invés de armazenar amostras sem qualquer critério até atingir o número de amostras mínimo estipulado, pode-se realizar uma pré-seleção das

amostras antes de executar o algoritmo de calibração de modo a obter um conjunto mais abrangente.

O critério utilizado na simulação foi o ângulo de distância mínimo entre os vetores de observação. Para cada amostra do vetor de observação é calculado o ângulo entre o vetor amostrado e os vetores presentes no conjunto de vetores a serem usados no algoritmo utilizando a Equação (0.123).

$$\theta = \text{acos}\left(\frac{\langle a, b \rangle}{|a||b|}\right) \geq 30^\circ \quad (0.123)$$

Caso o ângulo entre o vetor observado e qualquer um dos vetores no conjunto seja menor do que um limiar, 30° , o vetor é descartado. Caso contrário, o vetor é inserido no conjunto. Este procedimento torna o conjunto de amostras a serem usados pelo algoritmo de calibração mais disperso e torna a estimativa dos parâmetros mais próxima dos parâmetros reais. Um procedimento também realizado é eliminar vetores próximos à calota, o que é detectado quando o módulo do componente de eixo z do vetor é menor do que 0,1, já que estes casos causam uma instabilidade numérica no algoritmo. Quando o número desejado de amostras é atingido, o algoritmo de calibração atualiza os parâmetros de calibração e o conjunto de amostras é esvaziado, iniciando-se a seleção e o armazenamento de novos vetores para a montagem de um segundo conjunto.

A Figura 22 apresenta os vetores gerados para a calibração do acelerômetro. Pode-se observar a grande abrangência do gerador de movimentos aleatórios, utilizado para gerar as medidas abrangentes para calibração, e a grande diferença entre os vetores reais e os distorcidos. A Figura 23 apresenta os vetores corrigidos utilizando os parâmetros de calibração estimados com os movimentos aleatórios aplicados a um movimento uniforme. Pode-se observar que, devido ao baixo ruído, os vetores recuperados correspondem quase que exatamente aos vetores reais, mostrando a eficácia do algoritmo de calibração.

A Tabela 6 apresenta os parâmetros de calibração estimados com ruído de 0,005. Sem ruído, o algoritmo de calibração estima perfeitamente os parâmetros verdadeiros. O ângulo de desalinhamento φ se refere ao ângulo entre os eixos de *pitch* e *roll*, θ ao ângulo entre *pitch* e *yaw* e λ ao ângulo entre *roll* e *yaw*.

Figura 22 – Vetores reais (azul) e distorcidos (vermelho) para calibração do acelerômetro.

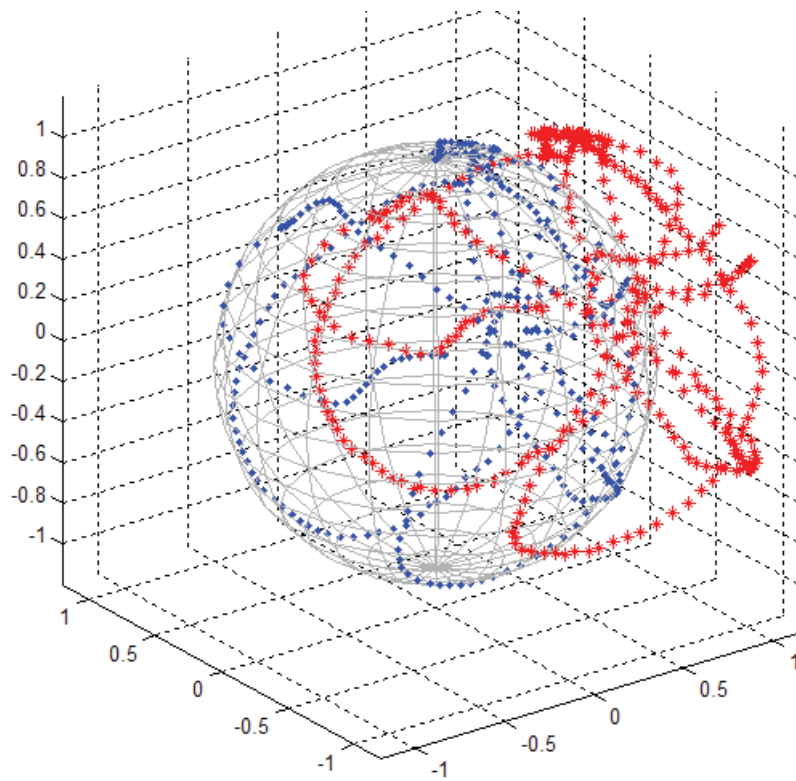


Figura 23 – Vetores reais (azul), distorcidos (vermelho) e recuperados (verde) após calibração. Os vetores recuperados estão praticamente sobrepostos aos vetores reais.

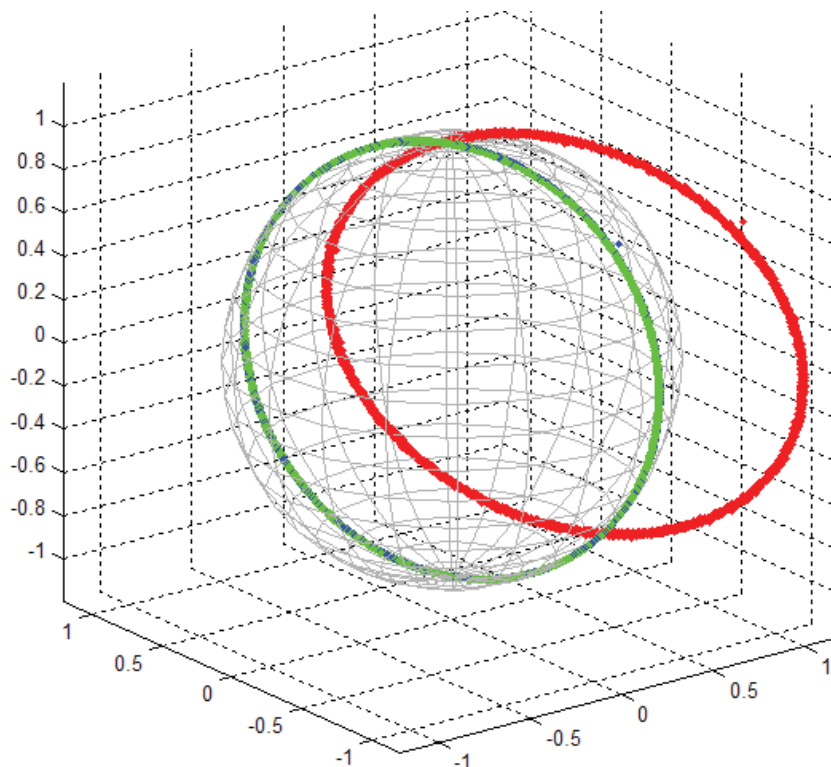


Tabela 6 – Parâmetros de calibração estimados para movimento uniforme.

Parâmetros	Acelerômetro			Magnetômetro		
	Real	Estimado Com Ruído	Estimado Sem Ruído	Real	Estimado Com Ruído	Estimado Sem Ruído
Fator de Escala x	1,10	1,0994	1,1000	0,95	0,9488	0,9500
Fator de Escala y	1,20	0,2008	1,2000	1,10	1,0983	1,1000
Fator de Escala z	0,90	0,8987	0,9000	1,05	1,0516	1,0500
Bias x	0,3284	0,3246	0,3284	0,15	0,1562	0,1500
Bias y	-0,3754	-0,3730	-0,3754	0,10	0,0985	0,1000
Bias z	0,1564	0,1559	0,1564	-0,12	-0,1139	-0,1200
Desalinhamento ϕ	2°	2,3927°	2,0000	1	1,0698	1,0000
Desalinhamento θ	-1°	-1,2296°	-1,0000	-2	-2,0032	-2,0000
Desalinhamento λ	1,5°	1,5833°	1,5000	3	2,2246	3,0000
Soma Quadrática da Diferença Estimado- Real	-	8,8393 $\times 10^{-5}$	4,5242 $\times 10^{-29}$	-	2,6853 $\times 10^{-4}$	4,4296 $\times 10^{-29}$

Após a etapa de calibração, o EKF foi executado para movimentos pré-definidos, no caso um movimento uniforme de 10°/s no eixo de pitch. A Figura 24 e a Figura 25 apresentam respectivamente a atitude estimada em ângulos de Euler e seus respectivos erros. Pode-se observar que os erros são muito menores do que quando não há calibração. A Figura 26 apresenta o erro nos biases para as 100 primeiras amostras, permitindo observar em melhor detalhe o erro inicial embora o erro em regime permaneça baixo.

A Tabela 7 apresenta a média, o desvio padrão e o valor máximo dos erros em ângulos de Euler para o EKF com e sem calibração. Pode-se observar uma redução significativa dos erros. O erro máximo no EKF calibrado foi de 0,39° no ângulo de roll.

Tabela 7 – Desvio padrão dos erros na atitude calculada.

Erros	Sem Calibração			Com Calibração		
	Média	Desvio Padrão	Máximo	Média	Desvio Padrão	Máximo
Pitch [°]	0,62	17,21	31,25	-0,00	0,01	0,36
Roll [°]	-13,18	5,60	21,28	-0,00	0,01	0,39
Yaw [°]	1,71	18,42	32,47	-0,00	0,00	0,05

Figura 24 – Atitude estimada em ângulos de Euler.

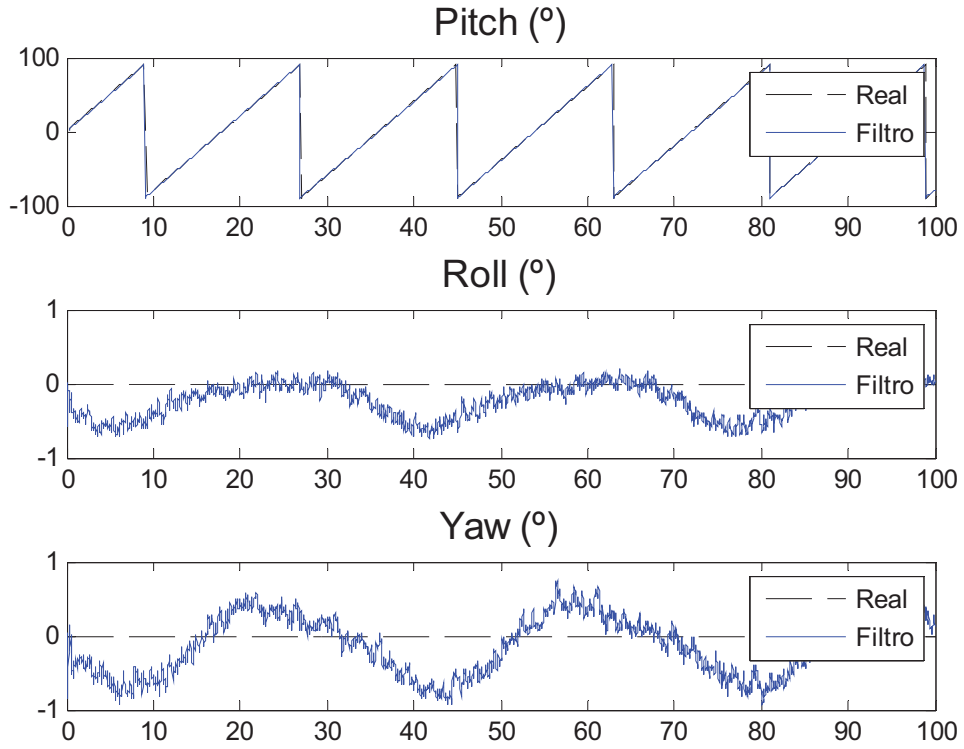


Figura 25 – Erros em ângulos de Euler. A linha em preto representa o desvio padrão do EKF.

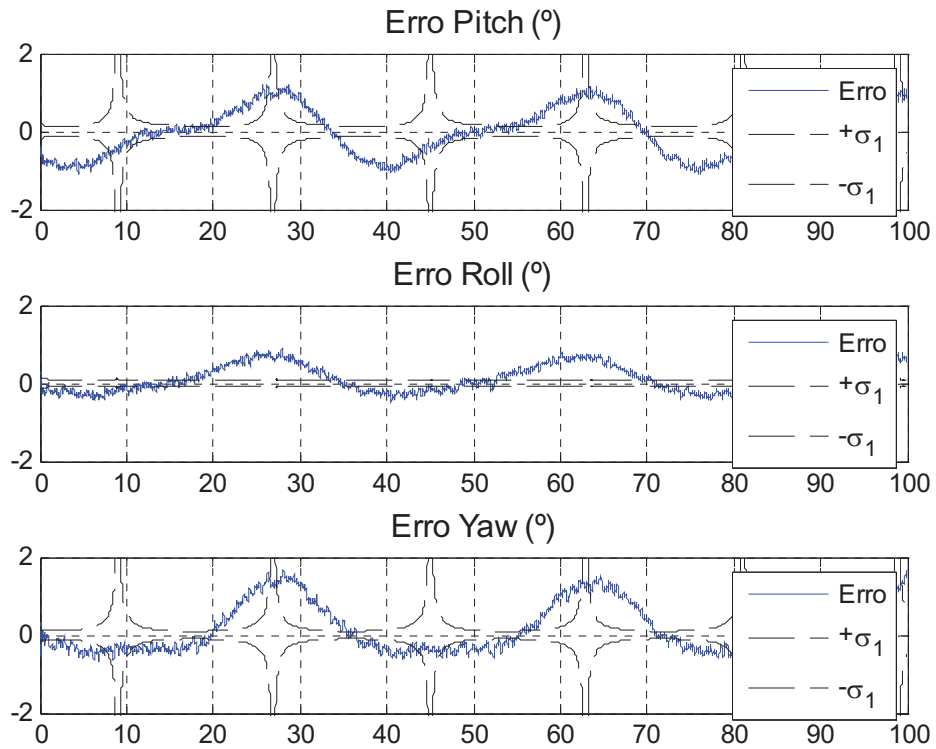
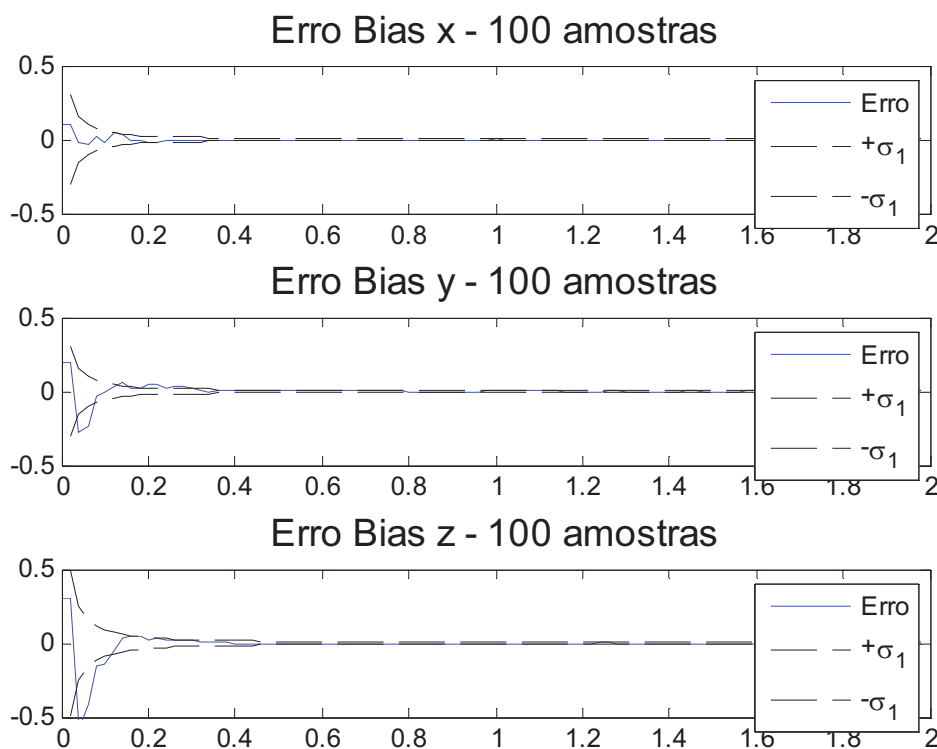


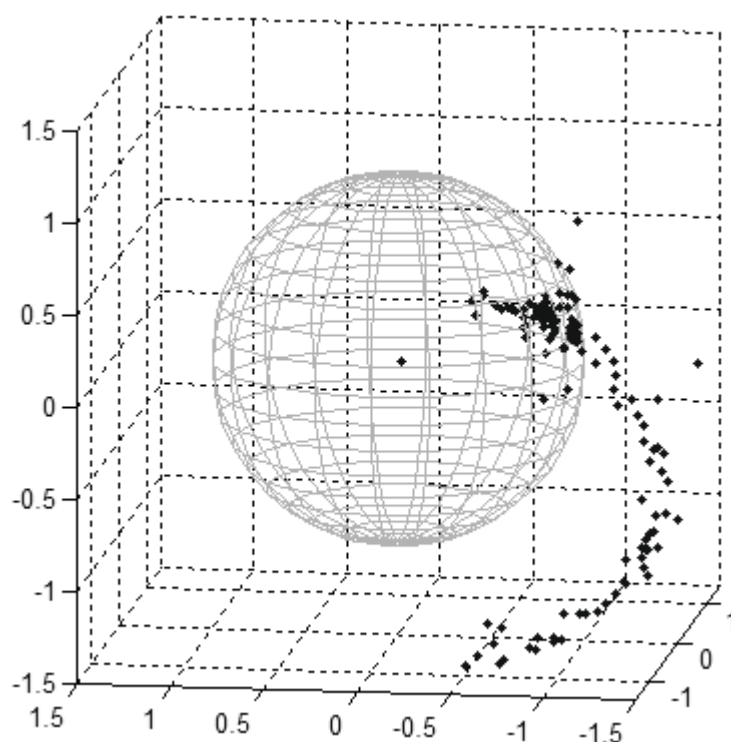
Figura 26 – Erro nos biases estimados.

Baseado nos resultados, pode-se concluir que o método de calibração funciona razoavelmente corrigindo erros significativos de calibração mesmo na presença de ruído. O erro de atitude, conforme observado na Figura 25, possui um comportamento periódico que se relaciona à posição angular do sistema e, conseqüentemente, à velocidade angular à qual o sistema está submetido. O desvio padrão tende a infinito em posições angulares próximas a 180° , ponto no qual há singularidade devido às funções trigonométricas dos ângulos de Euler. O desvio padrão se deve em maior parte ao ruído, que se encontra dentro da faixa prevista. No entanto, os erros de calibração afetam o desempenho médio do sistema e por isso os erros saem da faixa do desvio padrão, embora esse erro seja relativamente baixo. Deve-se levar em consideração, ainda, que os sensores de baixo custo utilizados possuem desempenho muito inferior. Aplicar o algoritmo a um sistema com sensores de melhor desempenho, especialmente com menor densidade de ruído, permite um sistema muito melhor. Também nesse sentido, técnicas de redução de ruído são muito importantes, permitindo uma estimativa ainda melhor dos parâmetros de calibração. Existe, no entanto, a necessidade de um método que permita avaliar de forma objetiva qual a melhor calibração dentre um grande número de execuções do algoritmo de calibração com diferentes conjuntos de amostras, ou seja, avaliar qual calibração leva a menores erros.

6.4 CALIBRAÇÃO DE ACELERÔMETRO COM MEDIDAS REAIS

Para avaliação do algoritmo de calibração com medidas reais, o algoritmo foi aplicado às medidas do acelerômetro MMA7455. Um movimento de 180° foi manualmente realizado em um eixo. As medidas são mostradas na Figura 27. Pode-se observar que o movimento está bastante descalibrado, já que na situação ideal as medidas possuiriam módulo próximo de $1g$ e os pontos deveriam permanecer próximos à superfície da esfera.

Figura 27 – Movimento de 180° do acelerômetro.

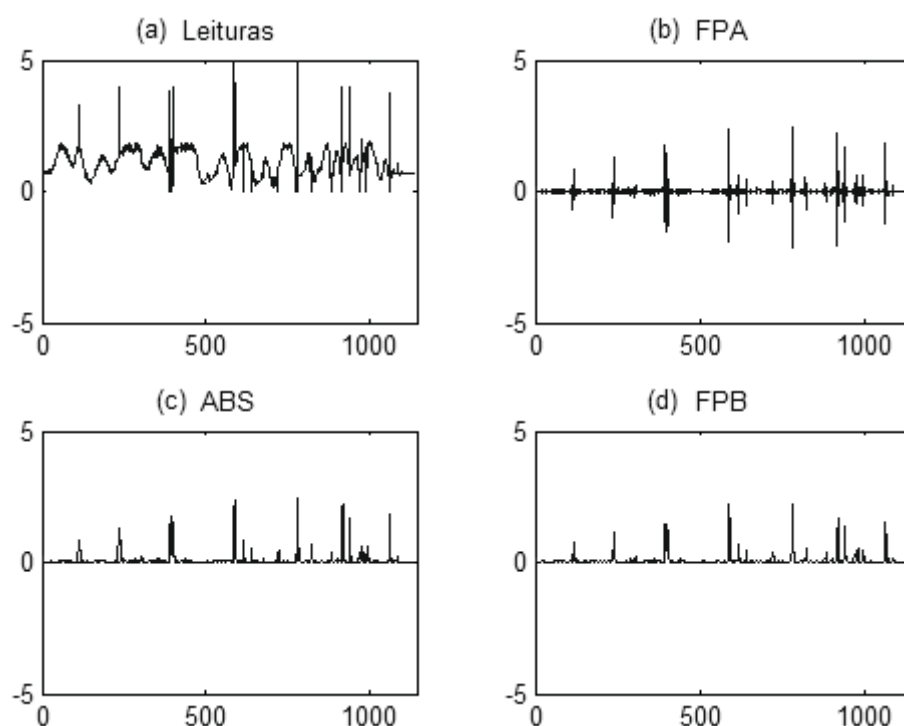


Para avaliar o ruído do sensor, foram coletadas pouco mais 7500 amostras com o acelerômetro imóvel. Os resultados são mostrados na Tabela 8, onde o valor máximo corresponde ao maior valor em módulo obtido pelo sensor e os dados são também apresentados em coordenadas esféricas. Pode-se observar que o sensor de baixo custo apresenta um ruído próximo de $0,02g$.

Tabela 8 – Medidas com o acelerômetro imóvel.

Eixo	Média	DP	Máximo
Coordenadas Cartesianas			
<i>Pitch</i>	-0,3276g	0,0123g	0,3750g
<i>Roll</i>	-0,7104g	0,0141g	0,7656g
<i>Yaw</i>	0,3587g	0,0227g	0,4531g
Coordenadas Esféricas			
θ	65,2416°	0,8112°	68,6294°
ϕ	65,3723°	1,5679°	72,5645°

A frequência de corte do FPA e do FPB do detector de movimentos quase-estáticos foi configurada em 0,5Hz [SAN09] e as saídas são mostradas na Figura 28. As leituras correspondem às normas dos vetores de medida obtidos pelo sensor. Pode-se observar que estas variam bastante devido ao ruído mostrando que o movimento nem sempre possui módulo de 1g. Na saída do FPA pode-se observar que o *bias* foi eliminado e somente as saídas de frequência acima de 0,5Hz foram consideradas. Para eliminar a porção negativa, foi aplicada a função módulo. Por fim, o FPB aplicado faz com que a saída seja suavizada eliminando ruídos de frequência muito alta. As medidas que se aproximam do nulo, assim, podem ser consideradas quase-estáticas por não possuírem componentes de aceleração além do campo gravitacional

Figura 28 –Saídas do filtro de movimentos quase-estáticos. (a) medidas realizadas pelo sensor, (b) após FPA, (c) após função módulo, (d) após FPB.

As medidas corrigidas são mostradas na Figura 29, na qual estão em azul as medidas realizadas e em vermelho as medidas corrigidas utilizando os parâmetros estimados pelo algoritmo de calibração. Os parâmetros de calibração estimados a partir de cada amostra são mostrados na Tabela 5. A diferença entre os valores da amostra 9 e da amostra 16 se deve possivelmente à alta combinação de ruído que modifica o conjunto de amostras de calibração. No entanto, como o algoritmo de auto-calibração estima os nove parâmetros diretamente, é realizada uma compensação de forma a minimizar o erro geral da estimação. Dessa forma, mesmo com variações nos parâmetros individuais o desempenho geral do sistema permanece semelhante.

Figura 29 – Medidas corrigidas.

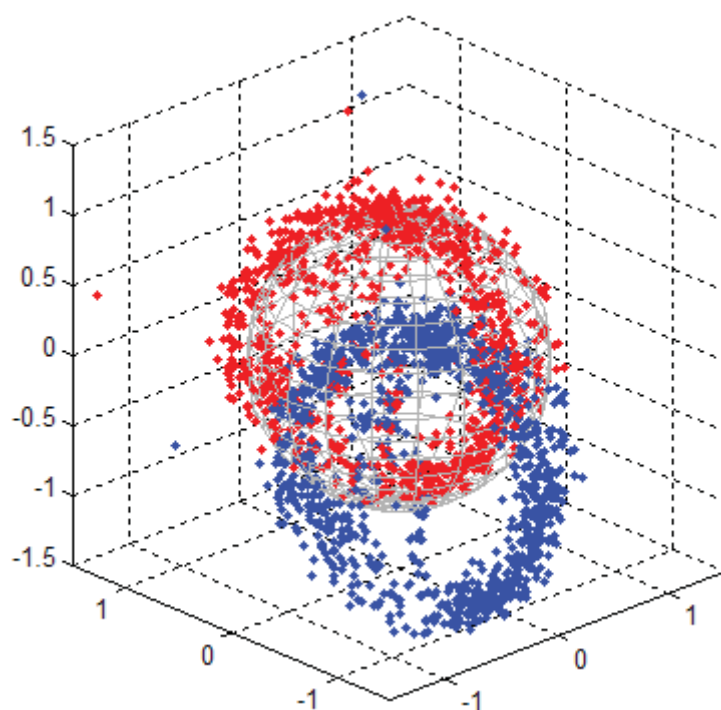
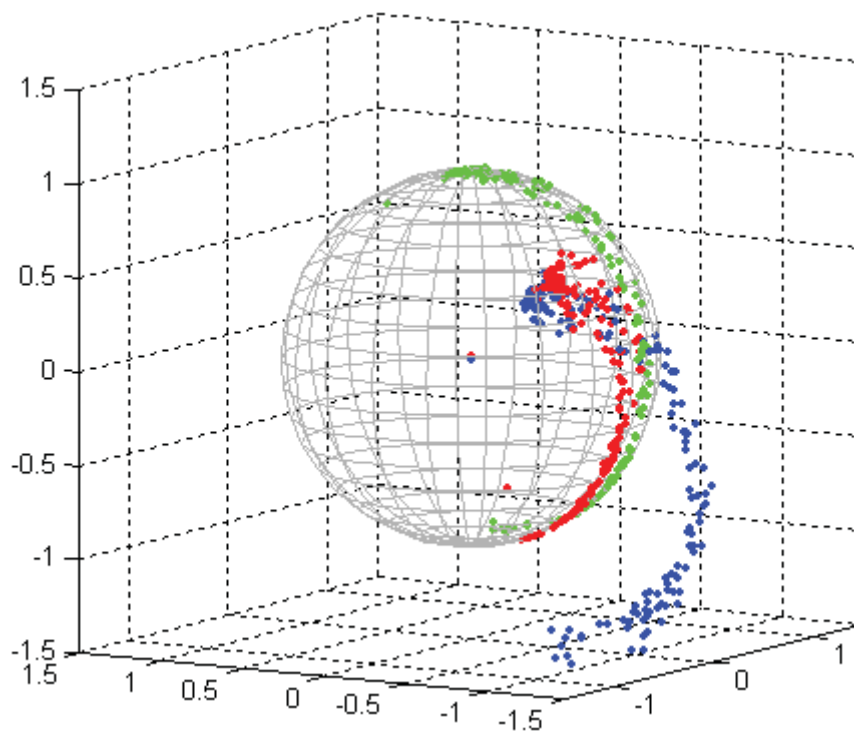


Figura 30 – Movimento de 180°. Dados medidos em azul, dados normalizados em vermelho e dados calibrados e normalizados em verde.



Realizando novamente um movimento de 180° de amplitude porém corrigindo as medidas a partir dos parâmetros de calibração estimados, tem-se o resultado da Figura 30. Os pontos em vermelho correspondem às medidas normalizadas sem calibração, sendo estes os dados que seriam utilizados como entradas do algoritmo QUEST caso não houvesse um algoritmo de calibração. Pode-se observar que os dados normalizados não representam o movimento de 180° esperado. Já os pontos em verde mostram as medidas calibradas e normalizadas, que se comportam como o esperado, representando um movimento de 180° e com módulo sobre a esfera de raio unitário.

Tabela 9 – Parâmetros de calibração obtidos a partir das medidas reais.

Parâmetros	Amostra 9	Amostra 16
Fator de Escala Eixo x	1,0073	1,0493
Fator de Escala Eixo y	1,0127	1,0438
Fator de Escala Eixo z	0,9700	1,0061
Bias Eixo x [g]	-0,2606	-0,1971
Bias Eixo y [g]	-0,4759	-0,5158
Bias Eixo z [g]	-0,5922	-0,5805
Desalinhamento θ [°]	-3,1828	14,6520
Desalinhamento ϕ [°]	2,5230	2,1162
Desalinhamento λ [°]	-4,2497	4,1654

6.5 AVALIAÇÃO DE DIFERENTES EXECUÇÕES DE CALIBRAÇÃO

Diferentes conjuntos de amostras ou execuções do algoritmo de calibração levam a diferentes parâmetros. Nesse caso, em um sistema real não seria possível avaliar qual calibração foi a melhor já que não há conhecimento dos parâmetros nem das medidas verdadeiras. Assim, só é possível avaliar a qualidade de uma calibração a partir do conjunto de amostras obtidas e de parâmetros que a caracterizem.

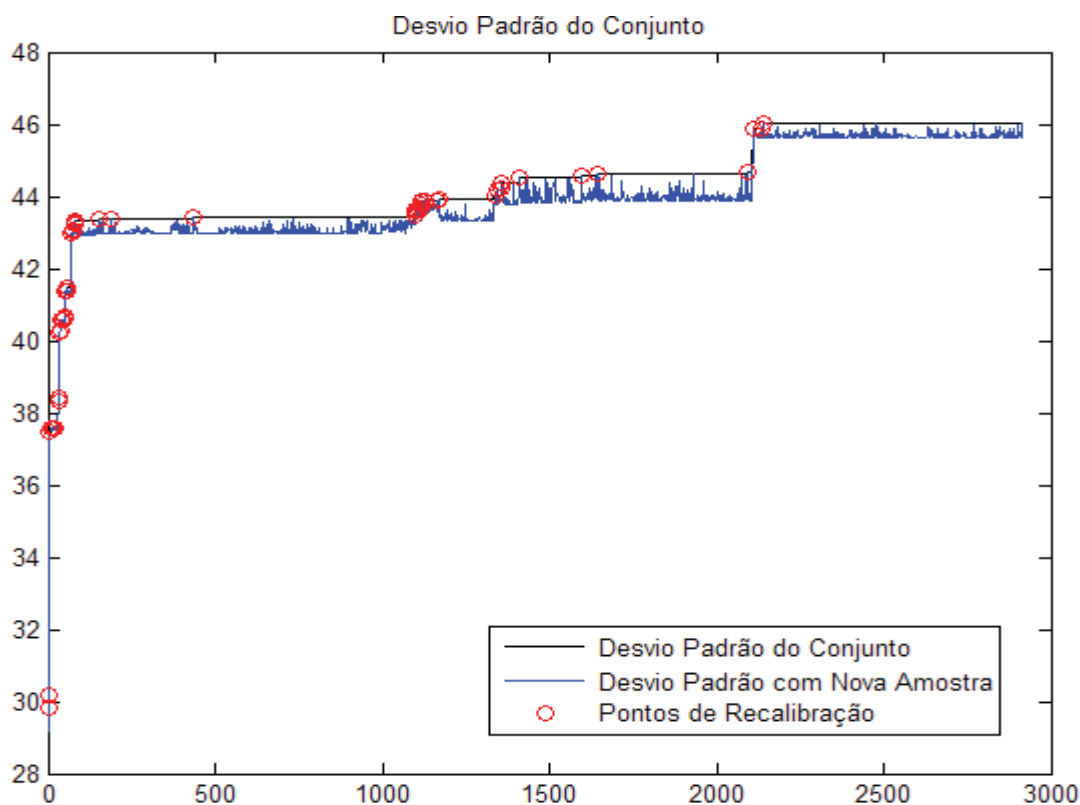
Com esse objetivo, o algoritmo de avaliação foi desenvolvido tendo como ideia principal obter um conjunto com o máximo de espalhamento possível, ou seja, pontos mais distantes entre si de modo que cubram todos os octantes de uma esfera. Este espalhamento foi caracterizado pelo desvio padrão das amostras. O diagrama base é mostrado na Figura 31.

O conjunto de amostras é definido com um tamanho fixo, n . Para estabelecer um critério objetivo foi necessário converter o vetor medido para uma representação de uma única dimensão. Esta foi selecionada como a soma raiz quadrática (RSS) dos ângulos da representação do vetor em coordenadas esféricas, θ e ϕ , resultando em um ângulo α , aplicados nos vetores somente após os filtros que eliminam pontos próximos da calota e vetores muito próximos entre si.

até então. Ainda, quanto maior o desvio padrão menos frequente é a substituição da amostra, já que torna-se cada vez difícil obter uma amostra que aumente o desvio padrão.

A Figura 33 apresenta os resultados da simulação. O eixo x do gráfico corresponde ao número de calibrações realizadas, 49. A cada calibração, foram avaliados os erros nos parâmetros estimados, caracterizados como a soma dos erros de cada um dos parâmetros estimados, bem como os erros nos vetores recuperados, que corresponde à soma dos erros em cada um dos componentes dos vetores recuperados utilizando os parâmetros estimados e os vetores reais. Pela figura, pode-se observar o comportamento destes erros conforme o aumento do desvio padrão do conjunto.

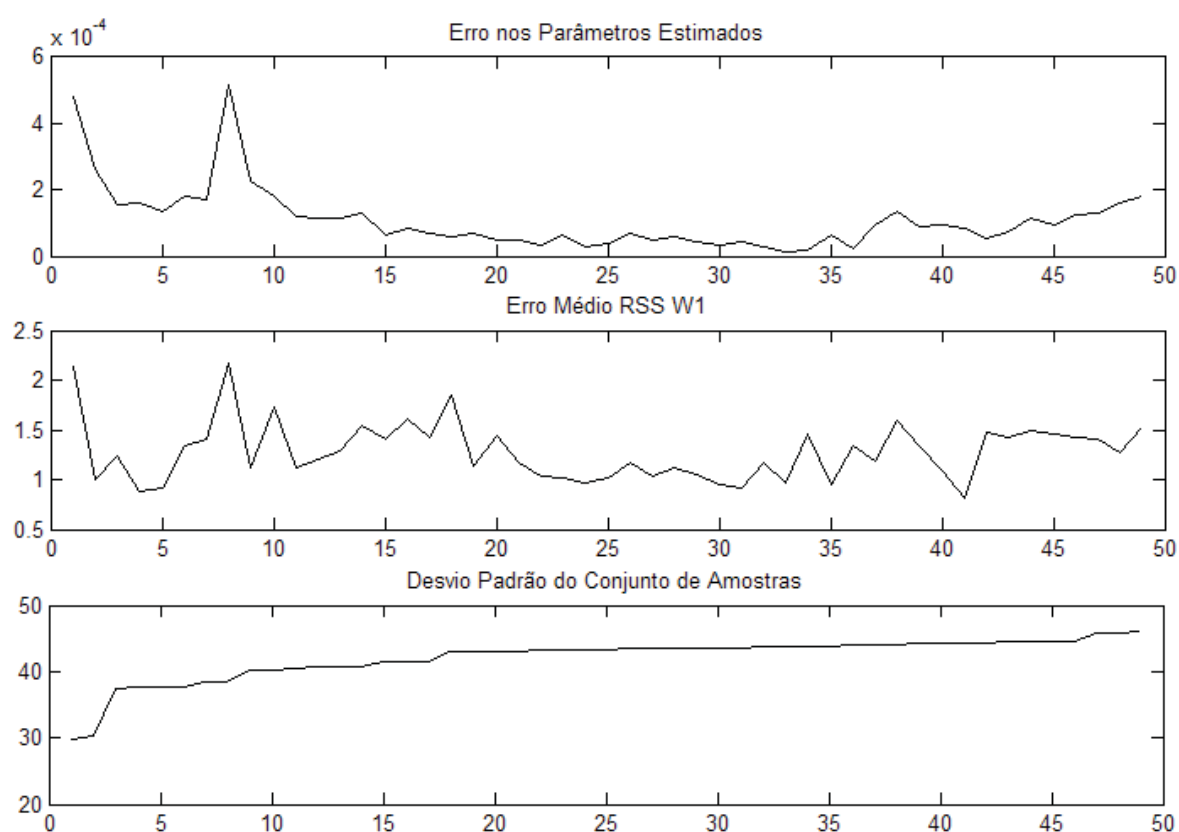
Figura 32 – Desvio padrão do conjunto de amostras a cada nova amostra coletada.



O erro nos parâmetros estimados, já baixo devido ao baixo ruído, diminui conforme aumenta o desvio padrão do conjunto. No entanto, o erro apresenta uma tendência crescente quando o desvio padrão está próximo do máximo da simulação. A área de erros mínimos, mais próxima da área central do gráfico, corresponde a uma faixa de desvio padrão ótima dentro da qual os erros de calibração foram mínimos. Isto ocorreu pois o desvio padrão das amostras é alto o suficiente para que a calibração seja menos sensível ao ruído. Já quando

o desvio padrão é muito alto, as amostras que ainda podem aumentar o desvio padrão são aquelas que possuem uma combinação de ruído que as distanciam das demais, ou seja, a distância destas amostras em relação à média se deve mais ao ruído do que ao seu espalhamento em relação a outras amostras, o que resulta em uma calibração de qualidade inferior.

Figura 33 – Comparação entre erro total nos parâmetros estimados e no vetor 1 e desvio padrão do conjunto de amostras.



Assim, para que o algoritmo funcione corretamente, deve-se ajustar um critério de desvio padrão mínimo e máximo baseado no ruído dos sensores acima do qual a calibração executada pode ser considerada minimamente satisfatória.

7 CONCLUSÕES

Antes da proposta deste trabalho havia diversas soluções específicas e isoladas para solucionar diferentes etapas do objetivo de projetar um sistema funcional e completo para determinação de atitude em sistemas estáticos. As soluções, no entanto, encontravam-se restritas à solução de problemas isolados e suas implementações exigiriam grandes esforços.

A contribuição deste trabalho foi desenvolver um método que englobasse todas as soluções desenvolvidas até então de forma integrada e funcional bem como a implementação das mesmas em um sistema de baixo custo. A partir dos diversos ensaios realizados, foi possível concluir que o sistema proposto é viável e a forma de integração proposta do EKF com o algoritmo QUEST e o algoritmo de calibração atende os requisitos de desempenho do sistema.

A partir das simulações, pode-se observar que os algoritmos QUEST e TRIAD possuem desempenho semelhante para apenas dois vetores de observação. O EKF melhora significativamente a atitude estimada em relação à calculada pelo QUEST e pode ser executado recursivamente em microcontrolador ARM com alta frequência de saída.

Embora o protótipo do sistema não tenha sido realizado, todos os algoritmos foram implementados em C, permitindo que a migração para plataforma embarcada exija um esforço menor. Os sensores de baixo custo se mostraram adequados à aplicação embora técnicas eficazes para minimização de ruído sejam necessárias de modo a compensar o baixo desempenho dos sensores. Para o magnetômetro, é necessário incluir um capacitor especial para o circuito de set-reset no projeto de hardware.

O algoritmo de auto-calibração obteve bons resultados sendo seu desempenho mais relacionado ao ruído dos sensores do que aos valores dos parâmetros de calibração. Além das simulações, o algoritmo também compensou os erros nas medidas reais do acelerômetro MMA7455, o que foi avaliado visualmente e pela distância em relação à norma unitária, utilizando para o algoritmo movimentos aleatórios sem necessidade de posições de referência. No entanto, utilizando o microcontrolador ARM selecionado, o algoritmo não pode ser executado recursivamente em conjunto com o EKF.

A primeira execução do algoritmo de auto-calibração não necessariamente resulta nos menores erros. O conjunto de amostras que resulta na melhor calibração possui um desvio padrão mínimo de forma que os vetores cubram todas as regiões do elipsoide formado pelas medidas vetoriais. O algoritmo para avaliação de diferentes execuções de calibração,

apesar de se mostrar adequado e prático, requer ajustes quanto ao valor mínimo e máximo do critério de calibração.

Como sugestões para trabalhos futuros estão a finalização do protótipo e o seu teste em mesa de rotação, a definição de critérios para obter uma calibração minimamente satisfatória e um método objetivo para definição automática da melhor execução do algoritmo de calibração. Nesse sentido, uma técnica mais eficaz do que a proposta pode ser a utilização do critério de Diluição de Precisão, ou DOP.

O desenvolvimento do UKF pode também reduzir os erros do sistema por ser menos susceptível a erros de não-linearidade porém sua carga computacional deve ser analisada. No protótipo de hardware pode-se também incluir novos girômetros de três eixos digitais de modo a reduzir ainda mais a lista de componentes e o tamanho do sistema.

Para o algoritmo de auto-calibração, pode-se fazer um uso mais inteligente de informações de modo a não calcular a cada execução todos os nove parâmetros de calibração. Os ângulos de desalinhamento, por exemplo, tendem a não variar muito após a montagem. Dessa forma, estes podem ser estimados por um algoritmo de calibração em fábrica e o algoritmo de auto-calibração pode apenas estimar os parâmetros de fator de escala e bias. Mesmo o fator de escala pode variar muito pouco ao longo do uso. Desta forma, pode-se também estimar os fatores de escala em fábrica e estimar somente o bias durante a operação do sistema, considerando que o impacto dos erros dos fatores de escala sejam considerados junto à correção dos biases, que tendem a variar mais ao longo do tempo e com a temperatura.

Outra opção é ora estimar os fatores de escala com os biases fixos e ora estimar os biases com os fatores de escala fixos, permitindo a formação de um cenário bastante abrangente sem tornar o algoritmo demasiadamente lento.

REFERÊNCIAS

- [ALO02a] ALONSO, Roberto; SHUSTER, Malcolm D. TWOSTEP: A Fast Robust Algorithm for Attitude-Independent Magnetometer-Bias Determination. *The Journal of the Astronautical Sciences*, v. 50, n. 4, pp. 433-451. Dezembro de 2002.
- [ALO02b] ALONSO, Roberto; SHUSTER, Malcolm D. Complete Linear Attitude-Independent Magnetometer Calibration. *The Journal of the Astronautical Sciences*, v. 50, n. 4, pp. 477-490. Dezembro de 2002.
- [ALT08] Altera Corporation. Voltage Regulator Selection for FPGAs. White Paper 01071. Novembro 2008. Disponível em: <http://www.altera.com/literature/wp/wp-01071-voltage-regulator-selection-fpgas.pdf>.
- [AND07] ANDERSEN, Audun. Antenna Selection Guide. Texas Instruments Application Note AN058. 26 de novembro de 2007.
- [ARM05] ARM. Cortex-M3 Technical Reference Manual. ARM Limited, 2008.
- [ASA08] ASAI, Kikuo, Ed. Human Computer Interaction: New Developments. InTech Education and Publishing. Outubro de 2008.
- [ATM05] Atmel. AVR121: Enhancing ADC Resolution by Oversampling. Application Note AVR121, Rev A. Setembro de 2005. Disponível em: http://www.atmel.com/dyn/resources/prod_documents/doc8003.pdf
- [BAC01] BACHMANN, Eric R.; MCGHEE, Robert B.; YUN, Xiaoping et al. Inertial and magnetic posture tracking for inserting humans into networked virtual environments. *Proceedings of the ACM symposium on Virtual reality software and technology*. Novembro 2001.
- [BAC99] BACHMANN, E. R.; DUMAN, I.; USTA, U. Y. et al. Orientation Tracking for Humans and Robots Using Inertial Sensors. *International Symposium on Computational Intelligence in Robotics & Automation (CIRA99)*. 1999.
- [BAK05] BAKER, Nick. Zigbee and *Bluetooth*: Strengths and Weaknesses for Industrial Applications. *IEEE Computing & Control Engineering*. p. 20-25. IEEE: Abril, 2005.
- [BAM08] BAMBERG, Stacy J. Morris; BENBASAT, Ari Y.; SCARBOROUGH, Donna Moxley. Gait Analysis Using a Shoe-Integrated Wireless Sensor System. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, v. 12, n. 4, pp. 413-423. Julho 2008.
- [BAR01] BAR-SHALOM, Yaakov; RONG LI, X.; KIRUBARAJAN, Thiagalingam. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software*. John Wiley & Sons, 2001.
- [BAR96] BAR-ITZHACK, I. Y. REQUEST: A Recursive QUEST Algorithm for Sequential Attitude Determination. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 19, n.10, pp. 1034-1038. 1996.

- [BER99] BERGMAN, Niclas. Recursive Bayesian Estimation: Navigation and Tracking Applications. Dissertação de Mestrado, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Suécia. 1999.
- [BIS01] BISDIKIAN, Chatschik. An Overview of the *Bluetooth* Wireless Technology. IEEE Communications Magazine. v. 39, n. 12, p. 86-94. IEEE: Dezembro, 2001.
- [BLA64] BLACK, Harold D. *A Passive System for Determining the Attitude of a Satellite*. AIAA Journal, v.2, p. 1350-1351. Julho de 1964.
- [BLU09] Bluetooth Special Interest Group. Specification of the Bluetooth System. Versão 4.0. 17 de dezembro de 2009.
- [BON99] BONNIFAIT, Ph.; GARCIA, G. 6 DOF dynamic localization of an outdoor mobile robot. Control Engineering Practice, v. 7, n. 3, pp. 383-390. 1999
- [BOW95] BOWDITCH, N. The American Practical Navigator: Defense Mapping Agency. Disponível em: <http://www.irbs.com/bowditch/>. 1995. Acessado em: 22 de janeiro de 2010.
- [BRO96] BROWN, Robert Grover; HWANG, Patrick Y. C. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. 3. ed. Joh Wiley & Sons, 14 de Novembro de 1996.
- [BUR03] BURDEN, Richard L.; FAIRES, J. Douglas. Análise Numérica. p. 374-381. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.
- [BUX83] BUXTON, William. Lexical and pragmatic considerations of input structures. SIGGRAPH Comput. Graph., v. 17, n. 1, pp. 31-37. 1983.
- [CAL02] CALLAWAY, Ed; GORDAY, Paul; HESTER, Lance et al. Home Networking with IEEE 802.15.4: A Developing Standard for Low-Rate Wireless Personal Area Networks. IEEE Communications Magazine. p. 70-77. IEEE: Agosto, 2002.
- [CAR09] CARMI, Avishy; OSHMAN, Yaakov. Adaptive Particle Filtering for Spacecraft Attitude Estimation from Vector Observations. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 32, n. 1, pp. 232-241. Fevereiro de 2009.
- [CHA06] CHANG, Chih-Yung; SHIH, Kuei-Ping; HSU, Chung-Hsien et al. A location-aware multicasting protocol for *Bluetooth* Location Networks. Information Sciences 177. p. 3161-3177. Elsevier: Dezembro, 2006.
- [CHA10] CHAGAS, Ronan Arraes Jardim; WALDMANN, Jacques. Nonlinear Filtering in a Simulated Three-Axis Satellite Attitude Estimation and Control Testbed. Proceedings of VI Simposio Brasileiro de Engenharia Inercial (SBEIN), Rio de Janeiro, Brasil. Outubro de 2010.
- [CHE03] CHEN, Zhe. Bayesian Filtering: From Kalman Filters to Particle Filters, and Beyond. Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.107.7415&rep=rep1&type=pdf>. 2003. Acessado em: 3 de Setembro de 2010.
- [CHE07a] CHENG, Yang; SHUSTER, Malcolm. Robustness and Accuracy of the QUEST Algorithm. Proceedings: Advances in the Astronautical Sciences, v. 127, p. 41-61. Janeiro de 2007.

- [CHE07b] CHENG, Yang; SHUSTER, Malcolm. The Speed of Attitude Estimation. Proceedings: Advances in the Astronautical Sciences, v. 127, p. 101–116. Janeiro de 2007.
- [CHE09] CHEN, Wai-Kai. Passive, Active and Digital Filters. The Circuits and Filters Handbook, 3 ed. CRC Press, 2009.
- [CHI00] CHIANG, Y. T.; et al. *Data Fusion of Three Attitude Sensors*. SICE 2001, Nagoya, p. 234-239. 2000.
- [CRA03] CRASSIDIS, J. L.; MARKLEY, F. L. Unscented Filtering for Spacecraft Attitude Estimation. AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 26, n. 4, pp. 536-542. Julho de 2003.
- [CRA07] CRASSIDIS, J. L.; MARKLEY, F. L.; CHENG, Y. A Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods. AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamic, v. 30, n. 1, pp. 12-28. Fevereiro de 2007.
- [DAR01] DARABI, H.; KHORRAM, S.; CHIEN, E. et al. A 2,4 GHz CMOS Transceiver for *Bluetooth*. Broadcom Corporation. IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium. IEEE: 2001.
- [DAV07] DAVIS, Sam. Low-Dropout (LDO) Linear Regulators. ED Online Design FAQs, ID #15826. Disponível em: <http://electronicdesign.com/Articles/ArticleID/15826/15826.html>. Junho 2007.
- [DAV71] DAVENPORT, P. Attitude Determination and Sensor Alignment via Weighted Least Squares Affine Transformations. NASA, X-514-71-312. Agosto de 1971.
- [DIM09] Dimension Engineering. A beginner's guide to switching regulators. Disponível em: <http://www.dimensionengineering.com/switchingregulators.htm>. Acessado em 14 de dezembro de 2009.
- [DIN05] DINGLE, Brent M. Calculating Determinants of Symbolic and Numeric Matrices: A Starting Point. Technical Report. Texas A&M University, Novembro de 2005.
- [DIP08] DIPIETRO, Laura; SABATINI, Angelo M.; DARIO, Paolo. A Survey of Glove-Based Systems and Their Applications. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – PART C: Applications and Reviews, v. 38, n. 4, pp. 461-482. Julho de 2008.
- [DON08] DONG, Wei; LIM, Kwang Yong; GOH, Young Koon et al. A Low-cost Motion Tracker and Its Error Analysis. IEEE International Conference on Robotics and Automation 2008, pp. 311-316. Pasadena, CA, USA. Maio 2008.
- [EDN06] EDN - Electronics Design, Strategy, News. MEMS Plays in Nintendo's WII. Disponível em: <http://www.edn.com/article/CA6333419.htm>. Maio 2006.
- [ENG07] ENG, Kynan. A Miniature, One-Handed 3D Motion Controller. Proceedings of IFIP TC 13 International Conference on Human-Machine Interaction (INTERACT 2007). 2007.
- [ENG08] ENG, Kynan. Miniaturized Human 3D Motion Input. Human Computer Interaction: New Developments, cap. 12. Dezembro de 2009.

- [FAL01] FALBEL, G.; PALUSZEK, M. A. *An Ultra Low Wight/Low Cost Three Axis Attitude Sensor Readout System for Nano-Satellites*. IEEE 2001 Aerospace Conference Proceedings, p. 2469-2481, v.5. 2001.
- [FAR99] FARREL, J.; BARTH, M. *The Global Positioning System & Inertial Navigation*. 1. ed, p. 41. McGraw-Hill Professional. 1999.
- [FER07] FERRARI, G.; MEDAGLIANI, P.; PIAZZA, S. Di et al. *Wireless Sensor Networks: Performance Analysis in Indoor Scenarios*. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking. v. 2007, ID 81864. Hindawi Publishing Corporation: Janeiro, 2007.
- [FOL82] FOLEY, J. D.; VAN DAM, A. *Fundamentals of Interactive Computer Graphics*. Reading. Addison-Wesley. Massachusetts: 1982.
- [FOS08] FOSTER, C. C.; ELKAIM, G. H. *Extension of a Two-Step Calibration Methodology to Include Nonorthogonal Sensor Axes*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, v. 44, n. 3, pp. 1070-1078. Julho de 2008.
- [FOX03] FOX, Dieter; HIGHTOWER, Jeffrey; LIAO, Lin et al. *Bayesian Filtering for Location Estimation*. IEEE Pervasive Computing, v. 2, n. 3, pp. 10-19. Julho de 2003.
- [FRE06a] Freescale Semiconductor. *CPU12 Reference Manual*. Freescale Semiconductor, 2006.
- [FRE06b] Freescale Semiconductor. *Compact Integrated Antennas: Designs and Applications for the MC1319x, MC1320x, and MC1321x*. Application Note 2731, Rev 1.4. Julho de 2006.
- [FRE06c] FREEMAN, Jerry. *Amplifier Closed-Loop Bandwidth Considerations in High Resolution A/D Converter Applications*. National Semiconductor Analog Edge. Outubro de 2006. Disponível em: <http://www.national.com/nationaledge/oct06/article.html>. Acessado em: 9 de dezembro de 2009.
- [FRE08c] Freescale Semiconductor. *Freescale IEEE 802.15.4 / Zigbee Package and Hardware Layout Considerations Reference Manual*. Document ZHDCRM, Rev 1.0. Agosto de 2008.
- [FUS05] FUSCO, Vincent. *Teoria e Técnicas de Antenas: Princípios e Prática*. Artmed: São Paulo, 2005.
- [GEB00] GEBRE-EGZIABHER, D.; ELKAIM, G. H.; POWELL, J. D. et al. *A gyro-free quaternion-based attitude determination system suitable for implementation using low cost sensors*. IEEE 2000 Position Location and Navigation Symposium, pp. 185-192. San Diego, CA, 2000.
- [GEB04] GEBRE-EGZIABHER, D., et al. *Design of Multi-Sensor Attitude Determination Systems*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, v. 40, n. 2, p. 627-649. Abril 2004.
- [GEB06] GEBRE-EGZIABHER, Demoz; ELKAIM, Gabriel H.; POWELL, J. David et al. *Calibration of Strapdown Magnetometers in Magnetic Field Domain*. Journal of Aerospace Engineering, v. 19, n. 2, pp. 87-102. Abril de 2006.

- [GEL74] GELB, Arthur, Ed, The Analytic Sciences Corporation. Applied Optimal Estimation. The MIT Press. Massachusetts, 1974.
- [GOD09] GODOI, Renan Gustavo. Implementação de um Sistema de Determinação de Atitude e Apontamento (AHRS) para Aviões Leves. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina. 2009.
- [GRA03] GRANZIERA Jr., Francisco. Implementação de um Determinador de Atitude por Magnetômetros. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Estadual de Londrina. 2003.
- [GRA06] GRANZIERA Jr., Francisco. Simulação e Implementação de um Determinador de Atitude em Tempo Real Utilizando Sensores Microfabricados. Dissertação de Mestrado em Sistemas Eletrônicos, Universidade Estadual de Londrina. 2006.
- [GRA07] GRANZIERA, F.; LOPES, R. V. F.; TOSIN, M. C. The attitude determination problem from two reference vectors - a description of the TRIAD algorithm and its attitude covariance matrix. Semina, v. 28, n1, p. 21-35. Londrina: Junho 2007.
- [GRE01] GREWAL, Mohinder S.; ANDREWS, Angus P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab. 2 ed. John Wiley & Sons, 2001.
- [GUT01] GUTIERREZ, José A.; NAEVE, Marco; CALLAWAY, Ed et al. IEEE 802.15.4: A Developing Standard for Low-Power Low-Cost Wireless Personal Area Networks. IEEE Network. p. 12-16. IEEE: Setembro, 2001.
- [GUT05] GUTHRIE, Brian; HUGHES, John; SAYERS, Tony et al. A CMOS Gyrator Low-IF Filter for a Dual-Mode *Bluetooth/ZigBee* Transceiver. IEE Journal of Solid-State Circuits. v. 40, n. 9. IEEE: Setembro, 2005.
- [HAA00a] HAARTSEN, Jaap C.; MATTISON, Sven. *Bluetooth: A New Low-Power Radio Interface Providing Short-Range Connectivity*. IEEE Proceedings of the IEEE. v. 88, n. 10, p. 1651-1661. IEEE: Outubro, 2000.
- [HAA00b] HAARTSEN, Jaap C. The *Bluetooth* Radio System. IEEE Personal Communications. v. 7, n. 1, p. 28-36. IEEE: Fevereiro, 2000.
- [HAY01] HAYKIN, Simon, Ed. Kalman Filtering and Neural Networks. John Wiley & Sons, 2001.
- [HAY02] HAYS, K. M.; SCHMIDT, R. G.; WILSON, W. A. et al. A submarine navigator for the 21st century. IEEE Position Location and Navigation Symposium - PLANS 2002, pp. 179-188. Palm Springs, CA: Abril 2002.
- [HAY02] HAYKIN, Simon; VEEN, Barry Van. Sinais e Sistemas. 1 ed. Bookman: 2002.
- [HER08] HERNÁNDEZ, Ángela; ALASTRUEY, Ignacio; VALDOVINOS, Antonio. Network Architecture Planning and Handoff Strategies enabling QoS-Aware *Bluetooth* Based Networks with Full Mobility. IEEE Transactions on Consumer Electronics. v. 54, n. 3. IEEE: Agosto, 2008.
- [HON04] Honeywell Sensor Products. Mounting Tips for LCC Magnetic Sensors. Application Note AN216. Julho de 2004.

[HONa] Honeywell. Set/Reset Function for Magnetic Sensors. Application Note AN-213.

[HONb] Honeywell. Electronic Compass Design Guide Using The HMC5843 Digital Compass IC. Honeywell Magnetic Sensor Products.

[HONc] Honeywell. Set/Reset Pulse Circuits for Magnetic Sensors. Application Note AN-201.

[HUN03] HUNTER, Bruce; Rowland, Patrick. Digital Designer's Guide to Linear Voltage Regulators and Thermal Management. Texas Instruments Application Report SLVA118. Abril 2003. Disponível em: <http://focus.ti.com/lit/an/slva118/slva118.pdf>.

[IDA96] IDAN, M. Estimation of Rodrigues Parameters from Vector Observations. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, v. 32 n. 2, p. 578-586. 1996.

[IEE08] Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society. IEEE Standard for Floating Point Arithmetic. IEEE Std 754-2008. IEEE: Nova Iorque, 12 de junho de 2008.

[JIA03] JIANQI, Wang; XIBIN, Cao; ZHAOWEI, Sun. Attitude and orbit determination for small satellite using magnetometer measurement. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, v.75, n.3, p. 241-246. 2003.

[JO08] JO, Tae-Wook; YOU, Yong-Duck. CHOI, Hoon et al. A *Bluetooth*-UpnP Bridge for the Wearable Computing Environment. IEEE Transactions on Consumer Electronics. v. 54, n. 3, p. 1200-1205. IEEE: Agosto, 2008.

[JOH01] JOHANSSON, Per; KAZANTZIDIS, Manthos et al. *Bluetooth*: An Enabler for Personal Area Networking. IEEE Network. v. 15, n. 5, p. 28-37. IEEE, Outubro 2001.

[JOH04] Johanson Technology. Balun Parameter Definitions & Measurement. Disponível em: <http://www.johansontechnology.com/en/technical-notes/integrated-passives-rf-comp/chip-balun-definitions-a-measurement-methodology.html>. Acesso em 12 de janeiro de 2010.

[JUL00] JULIER, Simon; UHLMANN, Jeffrey; DURRANT-WHYTE, Hugh F. A New Method for the Nonlinear Transformations of Means and Covariances in Filters and Estimators. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 45, n. 3. Março de 2000.

[JUL97] JULIER, Simon; UHLMANN, Jeffrey. A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems. Proceedings of AeroSense: 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, pp. 182-193. 1997.

[JUR07] JURMAN, David; JANKOVEC, Marko; KAMNIK, Roman et al. Calibration and Data Fusion Solution for the Miniature Attitude and Heading Reference System. Sensors and Actuators A, 138, pp. 411-420. Maio 2007.

[KAL60] KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering, n. 82, pp. 35-45. 1960.

[KAY93] KAY, Steven M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. 1. ed, v. 1. Prentice Hall, 1993.

- [KEA77] KEAT, J. Analysis of Least Squares Attitude Determination Routine (DOAOP). Computer Sciences Corporation, CSC/TM-77/6034. 1977.
- [KES05] KESTER, Waltz, Editor. The Data Conversion Handbook: Analog Devices Series. Newnes, 2005.
- [KNU97] KNUTH, D.E. Seminumerical Algorithms. The Art of Computer Programming, v. 2, 3.ed. Addison-Wesley: Massachusetts, 1997.
- [KUI02] KUIPERS, J. B., Quaternions and Rotations Sequences, Princeton University Press, 2002.
- [KUM04] KUMAR, S. N.; JANN, T. Estimation of attitudes from a low-cost miniaturized inertial platform using Kalman Filter-based sensor fusion algorithm. Sadhana, v. 29, n.2, p. 217-235. Springer India, Abril 2004.
- [KUM07] KUMMERL, Steve; LANGE, Bernhard; NGUYEN, Dominic. QFN/SON PCB Attachment. Texas Instruments Application Report SLUA271A. Setembro de 2007.
- [LAC91] LACANETTE, Kerry. A Basic Introduction to Filters – Active, Passive, and Switched-Capacitor. National Semiconductor Application Note 779. Abril de 1991.
- [LAW92] LAWRENCE, Anthony. Modern Inertial Technology: Navigation, Guidance, and Control. 2. ed. Springer, Dezembro 1992.
- [LEE03] LEE, Dong-U; LUK, W; VILLASENOR, J. et al. A hardware Gaussian noise generator for channel code evaluation. Proceedings of 11th Annual IEEE Symposium on Field-Programmable Custom Computing Machines, pp. 69-78. 9 a 11 de Abril de 2003.
- [LEE06] LEE, D.-U., VILLASENOR, J.D., LUK, W. et al. A hardware Gaussian noise generator using the Box-Muller method and its error analysis. IEEE Transactions on Computers, v. 55, pp. 659-671. Junho 2006.
- [LEE06] LEE, Jin-Shyan. Performance Evaluation of IEEE 802.15.4 for Low-Rate Wireless Personal Area Networks. IEEE Transactions on Consumer Electronics. v. 52, n. 3, p. 742-749. IEEE: Agosto, 2006.
- [LEF82] LEFFERTS, E.J.; MARKLEY, F.L.; SHUSTER, M.D. Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation. Journal of Guidance, Control and Dynamics, v. 5, n. 5, pp. 417-429. Setembro-Outubro de 1982.
- [LIO09] Lion Precision. Understanding Sensor Resolution Specifications and Performance. TechNote LT05-0010. Maio, 2009.
- [LOT98] LOTTERS, J. C.; SCHIPPER, J.; VELTINK, P. H. et al. Procedure for in-use calibration of triaxial accelerometers in medical applications. Sensors and Actuators A, v. 68, n. 1-3, p. 221-228. Elsevier, 1998.
- [LUI04] LUINGE, Henk J.; VELTINK, Peter H. Inclination Measurement of Human Movement Using a 3-D Accelerometer With Autocalibration. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, v. 12, n. 1, pp. 112-121. Março de 2004.

[MAD] Made-in-China.com. 2.4G Wireless Mouse (PA-WM08). Acessado em 9 de setembro de 2010.

[MAN01] MANCINI, Ron, Ed. Op Amps For Everyone. Texas Instruments Advanced Analog Products Design Reference, SLOD006A. Setembro de 2001.

[MAR00] MARKLEY, Landis F.; MORTARI, Daniele. Quaternion Attitude Estimation Using Vector Observations. The Journal of the Astronautical Sciences, v. 48, n. 2, p. 359-380. Setembro 2000.

[MAR01] MARINS, J. L., An Extended Kalman Filtering for Quaternion-Based Orientation Estimation Using MARG Sensors. Proceedings of the IEEE 2001. pg. 2003-2011.

[MAR88] MARKLEY, F. Landis. Attitude Determination Using Vector Observations and the Singular Value Decomposition. Journal of the Astronautical Sciences, v. 36, n. 3, July-Sept. 1988, pp. 245-258.

[MAR93] Markley, F. Landis "Attitude Determination Using Vector Observations: a Fast Optimal Matrix Algorithm," The Journal of the Astronautical Sciences, v. 41, n. 2, April-June 1993, pp. 261-280.

[MAT08] MATHIEU, Sebastien. Bluetooth Antenna Design. National Semiconductor Application Note 1811. Março de 2008.

[MAX01] Maxim. DC-DC Converter Tutorial. Application Note 2031. 29 de novembro de 2001.

[MAX02] Maxim. A Beginners Guide to Filter Topologies. Maxim Application Note 1762. 28 de Setembro de 2002.

[MAX04] Maxim Semiconductor. Basic Switching-Regulator-Layout Techniques. Application Note 2997. 25 de março de 2004. Disponível em: http://www.maxim-ic.com/appnotes.cfm/an_pk/2997/. Acesso em 12 de janeiro de 2010.

[MAY79] MAYBECK, Peter S. Stochastic Models, Estimation, and Control. v. 1. Academic Press, 1979.

[MIC05] Microsoft Support. (Complete) Tutorial to Understand IEEE Floating-Point Errors. Article ID: 42980, Rev 3.1. Agosto de 2005. Disponível em: <http://support.microsoft.com/kb/42980/en-us>. Acessado em: 8 de dezembro de 2009.

[MOG08] MOGHIMI, Reza. Understanding noise optimization in sensor conditioning circuits: It takes more than just low-noise components for a successful low-noise design. Planet Analog. 10 de agosto de 2008. Disponível em: <http://www.embedded.com/design/210800468>. Acessado em 14 de dezembro de 2009.

[MOL08] MOLER, Cleve B. Random Numbers. Numerical Computing with MATLAB. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008.

- [MOL96] MOLER, Cleve. Floating points: IEEE Standard Unifies Arithmetic Model. Cleve's Corner. 1996. Disponível em:
http://www.mathworks.com/company/newsletters/news_notes/pdf/Fall96Cleve.pdf.
Acessado em 3 de dezembro de 2009.
- [MON03] MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. Applied Statistics and Probability for Engineers. 3. ed. John Wiley, 2003.
- [MOR00] MORTARI, Daniele. Second Estimator of the Optimal Quaternion. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 23, n. 5, September-October 2000, pp. 885-888.
- [MOR97] MORTARI, Daniele. ESOQ: A Closed-Form Solution to the Wahba Problem. The Journal of the Astronautical Sciences, v. 45, n.2 April-June 1997, pp. 195-204.
- [MOT93] MOTCHENBACHER, C. D.; ALVIN, J. A. Low-Noise Electronic System Design. John Wiley & Sons: Nova Iorque, Estados Unidos. 1993.
- [MUR09] Murata. High-Cap Multilayer Ceramic Capacitors. Digi-Key Product Training Module. Disponível em: <http://digkey.com/PTM/IndividualPTM.page?site=us&lang=em&ptm=5164>. Acesso em 19 de outubro de 2009.
- [NAT02] National Semiconductor. LMV751 Low Noise, Low Vos, Single Op Amp. Julho de 2002.
- [NOR05] NORIS, Basilio. Real-Time Stereo 3D Hand Tracking: A Six Degrees of Freedom Pointing Device. Dissertação de Mestrado, University of Geneva, Département d'Informatique. 11 de Outubro de 2005.
- [OPP99] OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W.; BUCK, John R. Discrete-Time Signal Processing. 2 ed. Prentice Hall: 1999.
- [OSH06] OSHMAN, Yaakov; CARMI, Avishy. Attitude Estimation from Vector Observations Using Genetic-Algorithm-Embedded Quaternion Particle Filter. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 29, n. 4, pp. 879-891. Agosto de 2006.
- [PAR00] PARADISO, J. A.; HSIAO, K.; BENBASAT, A. Y. et al. Design and implementation of expressive footwear. IBM Systems Journal. v. 39, n. 3 e 4, p. 511-529. IBM: 2000.
- [PARK00] PARK, Cheol-Hee; PAIK, Jong-Ho; YOU, Young-Hwan et al. Techniques for Channel Estimation, DC-Offset Compensation, and Link Quality Control in *Bluetooth* System. IEEE Transactions on Consumer Electronics. v. 46, n. 3, p. 682-689. IEEE: Agosto, 2000.
- [POR03] PORCINO, Domenico; HIRT, Walter. Ultra-Wideband Radio Technology: Potential and Challenges Ahead. IEEE Communications Magazine. Julho de 2003.
- [PRE07] PRESS, William H. Numerical recipes: the art of scientific computing. 3 ed. Cambridge University Press, 2007.
- [PRE89] PRESS, William. Numerical recipes in Pascal: the art of scientific computing. 1 ed. Cambridge University Press, 1989.

- [PRE94] PREECE, Jenny. Human-Computer Interaction. Addison-Wesley. 1994.
- [PUN99] PUNSKA, Olena. Bayesian Approaches to Multi-Sensor Data Fusion. Dissertação de Mestrado, University of Cambridge. 31 de Agosto de 1999.
- [RIS04] RISTIC, Branko; ARULAMPALAM, Sanjeev; GORDON, Neil. Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications. Artech House, 2004.
- [ROB09] ROBIN, Laurent. MEMS Accelerometer, Gyroscope and IMU Market 2008-2013: Automotive levels, consumer surges, market to reach \$3 billion. Yole Développement Market Research. Junho de 2009. Disponível em:
http://www.yole.fr/pagesAn/products/pdf/Yole_World_Inertial_Sensors_Accelerometer_Gyroscope_IMU_market_Flyer.pdf. Acessado em: 9 de dezembro de 2009.
- [ROE06a] ROETENBERG, Daniel. Inertial and Magnetic Sensing of Human Motion. Dissertação de Mestrado. Suécia, 2006.
- [ROE06b] ROETENBERG, D.; SLYCKE, P.; VENTEVOGEL, A. et al. A portable magnetic position and orientation tracker. Sensors and Actuators A, 135, pp. 426-432. Outubro de 2006.
- [SAB05] SABATINI, A. M. Quaternion-based strap-down integration method for applications of inertial sensing to gait analysis. Medical & Biological Engineering & Computing, v.43, n. 1, p. 94-101. 2005.
- [SAB06] SABATINI, Angelo M. Quaternion-Based Extended Kalman Filter for Determining Orientation by Inertial and Magnetic Sensing. IEE Transactions on Biomedical Engineering, v. 53, n.7, p. 1346-1356. Julho de 2006.
- [SAL05] SALONIDIS, Theodoros; BHAGWAT, Pravin et al. Distributed Topology Construction of *Bluetooth* Wireless Personal Area Networks. IEE Journal on Selected Areas in Communications. v. 23, n. 3, p. 633-643. IEEE: Março, 2005.
- [SAN09] SANTANA, Tiago Augusto Silva. Desempenho de Algoritmos para Calibração de Sensores MEMS Aplicados à Determinação de Atitude. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina. 2009.
- [SAR06] SÄRKKÄ, Simo. Recursive Bayesian Inference on Stochastic Differential Equations. Tese de Doutorado, Helsinki University of Technology, Department of Electrical and Communications Engineering. 24 de Abril de 2006.
- [SCH96] SCHLEPPE, John B. Development of a Real-Time Attitude System Using a Quaternion Parameterization and Non-Dedicated GPS Receivers. Dissertação de Mestrado em Engenharia Geomática, University of Galgary. Julho de 1996.
- [SCH04] SCHULTEIS, S.; WALDSCHMIDT, C.; SORGEL, W.; WIESBECK, W. A small planar inverted F antenna with capacitive and inductive loading. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, n. 4, v. 4, pp. 4148-4151. Junho de 2004.
- [SCH06] SCHOEPKE, Ed. Chip Antenna Layout Considerations for 802.11 Applications. Johanson Technology. Janeiro de 2006.

- [SHA06] SHAPIRA, Yair. Solving PDEs in C++: numerical methods in a unified object-oriented approach. v. 1. Computational Science and Engineering. SIAM, 2006.
- [SHE03] SHENG, Wenjun; XIA, Bo; Emira, Ahmed et al. A 3-V, 0.35- μm CMOS *Bluetooth* Receiver IC. IEEE Journal of Solid-State Circuits. v. 38, n. 1, p. 30-42. IEEE: Janeiro, 2003.
- [SHI07] SHIN, Soo Young; PARK, Hong Seong; CHOI, Sunghyun et al. Packet Error Rate Analysis of ZigBee Under WLAN and Bluetooth Interferences. IEE Transactions on Wireless Communications. v. 6, n. 8, p. 2825-2830. IEEE: Agosto, 2007.
- [SHO95] SHORSHI, Gil; BAR-ITZHACK, Itzhack Y. Satellite Autonomous Navigation and Orbit Determination using Magnetometers. Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control, p. 542-548. Tucson, Dez 1992.
- [SHU06] SHUSTER, Malcolm D. The Quest for Better Attitudes. The Journal of the Astronautical Sciences, v. 54, n. 3 e 4, p. 657-683. Julho 2006.
- [SHU08] SHUSTER, M. D. The Taste Test. Proceedings of Advances in the Astronautical Sciences, v. 132, pp. 71-81. 2008.
- [SHU80] SHUSTER, M. D., and S. D. Oh. Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations. AIAA Journal of Guidance and Control 1980. v. 4, n. 1. p. 70-77.
- [SIL08] SILVA, Luís Carlos Albuquerque. Software Simulador De Um Determinador De Atitude. Dissertação de Mestrado em Sistemas Eletrônicos, Universidade Estadual de Londrina. 2008.
- [SOO04] SOONG, T.T. Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers. Wiley, 2004.
- [SOR02] SORA, C.; KARABOIKIS, M.; TSACHTSIRIS, G.; MAKIOS, V. Analysis and Design of an Inverted-F Antenna Printed on a PCMCIA Card for the 2.4 GHz ISM Band. IEEE Antenna's and Propagation Magazine, v. 44, n. 1, pp. 37-44. Fevereiro de 2002.
- [STM08a] ST Microelectronics. Linear accelerometers in LGA package surface mounting guidelines. Technical note TN0018, Rev. 2. Abril de 2008.
- [STM08b] ST. AN2668: Improving STM32F101xx and STM32F103xx ADC Resolution by Oversampling. Rev 1. Julho de 2008.
- [STM08c] ST Microelectronics. How to Get the Best ADC Accuracy in STM32F10xxx Devices. Application Note AN2834. Novembro 2008.
- [STM08d] ST Microelectronics. Optical Wireless Mouse Design Using VT5366. Application Note AN2473, Rev 1. Dezembro 2008.
- [STM09] ST Microelectronics. STM32F3xx Low-power modes. Application Note AN2629. Abril de 2009.

- [TAK09] TAKAHASHI, Nelson S.; SOUZA, André L. S. M.; TOSIN, Marcelo C. Execution Time of Quest Algorithm in Embedded Processors. Proceedings of 2009 Brazilian Symposium on Aerospace Engineering & Applications / 3rd CTA-DLR Workshop on Data Analysis & Flight Control, 14-16 de Setembro de 2009, São José dos Campos, Brasil. 2009.
- [TAN07] TANYGIN, Sergei; SHUSTER, Malcolm D. *The Many TRIAD Algorithms*. Paper AAS-07-104, AAS/AIAA 17th Space Flight Mechanics Meeting, Sedona, Arizona, January 28–February 2, 2007, 19 pp.; Proceedings: Advances in the Astronautical Sciences, v. 127, 2007, pp. 81–99.
- [TAO05] TAO, Xu; WUSHENG, Luo; HAIBAO, Lu et al. Design of underground sonde of a directional drilling locator system. *Sensors and Actuators A*, v. 119, n. 2, p. 427-432. 2005.
- [TIT04] TITTERTON, David H.; WESTON, John L. Strapdown inertial navigation technology. 2. Ed, The IEEE Radar, Sonar and Navigation Series 17. The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [TOR07] TORRE, Giuseppe; FERNSTRÖM, Mikael; O'FLYNN, Brendam et al. Celeritas: Wearable Wireless System. Proceedings of the 2007 Conference on New Interfaces for Musical Expression (NIME07). New York, USA, 2007.
- [TOR08] TORMENA Jr, Osmar. Desenvolvimento de um Determinador de Atitude: Uma Revisão sobre Fundamentos Teóricos e Práticos. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina. 2008.
- [TOR10] TORMENA Jr, Osmar. Método de Auto-Calibração para Triádes de Sensores Utilizados em Aplicações de Estimação de Atitude. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina. 2010.
- [TUC08] TUCK, Kimberly; HAN, Cheol. Soldering and Mounting Guidelines for the LGA Accelerometer Sensor to a PC Board. Freescale Semiconductor Application Note AN3484, Rev. 2. Dezembro de 2008.
- [USM01] U.S. Marine Corps. Antenna Handbook. Marine Corps Reference Publication (MCRP) 3-40.3C, MAGTF Operation Series. 10 de julho de 2001.
- [VAG93] VAGANAY, J.; ALDON, M. J.; FOURNIER, A. Mobile robot attitude estimation by fusion of inertial data. Proceedings, IEEE International Conference on Robotics and Automation, v. 1, p. 277-282. Atlanta, 1993.
- [VAL07] VALDASTRI, Pietro; ROSSI, Stefano; MENCIASSI, Arianna et al. An implantable *ZigBee* ready telemetric platform for in vivo monitoring of physiological parameters. *Sensors and Actuators A*. v. 142, p. 369-378. Elsevier: Abril, 2007.
- [VAN86] VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E.J. Geodesy: The Concepts. 2. Ed. Elsevier, 1986.
- [VAN06] VANITHA, Suthanthira; MANI, M.; PALANISAMY, V. Magnetic and Inertial Orientation Tracking for Inserting Humans into Networked Synthetic Environment. *International Journal of Soft Computing*, v. 1, n. 4, pp. 271-278, 2006.

- [VAR86] VAROTTO, S. E. C.; ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F. Um procedimento para determinação da atitude de satélites artificiais utilizando técnicas de estimação ótima estática e dinâmica. 6º Congresso Brasileiro de Automática, Belo Horizonte. 1986.
- [VIZ95] VIZMULLER, Peter. RF Design Guide: Systems, Circuits, and Equations. Artech House: Londres, 1995.
- [WAH66] WAHBA, Grace. A Least Squares Estimate of Satellite Attitude. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Review, v. 8, n. 3, pp. 384-386. Julho de 1966.
- [WEL06] WELCH, Gary; BISHOP, Gary. An Introduction to the Kalman Filter. Technical Report 95-041. University of North Carolina. Chapel Hill, 24 de Julho de 2006.
- [WER78] WERTZ, James R., Ed. Spacecraft Attitude Determination and Control. 1 ed. D. Reidel, 31 de dezembro de 1980.
- [WIL04] WILLIAMS, A. J. *A Solid State Tilt Meter for Current Meter Attitude Determination*. IEEE Oceans '04, :1395-1398, 2004.
- [YIU07] YIU, Joseph. The Definitive Guide to the ARM Cortex-M3. Newnes, 2007.
- [YUC09] YUCHNOVICZ, Daniel; BURGESS, Malcolm. An Assessment of Technical and Production Risks of Candidate Low-Cost Attitude/Heading Reference Systems (AHRS). NASA/CR-1999-209096. National Aeronautics and Space Administration, Fevereiro de 1999.
- [YUN06] YUN, Xiaoping; BACHMANN, Eric R. Design, Implementation, and Experimental Results of a Quaternion-Based Kalman Filter for Human Body Motion Tracking. IEEE Transactions on Robotics, v.22, n.6, p. 1216-1227. Dezembro de 2006.
- [YUN08] YUN, Xiaoping; BACHMANN, Eric R.; MCGHEE, Robert B. A Simplified Quaternion-Based Algorithm for Orientation Estimation From Earth Gravity and Magnetic Field Measurements. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, v. 57, n. 3., pp. 638-650. Março de 2008.
- [ZAR00] ZARCHAN, Paul; MUSOFF, Howard. Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach. Progress in Astronautics and Aeronautics, v. 190. American Institute of Aeronautics and Astronautics: Massachusetts, 2000.
- [ZHA04] ZHANG, Xin; RILEY, George F. *Bluetooth Simulations for Wireless Sensor Networks using GTNetS*. Proceedings of the IEEE Computer Society's. 12th Annual International Symposium on Modeling, Analysis, and Simulation of Computer and Telecommunications Systems. IEEE: 2004.
- [ZHA05] ZHANG, Guanglie; SHI, Guangyi; LUO, Yilun et al. Towards an Ubiquitous Wireless Digital Writing Instrument Using MEMS Motion Sensing Technology. Proceedings of AIM - Advanced Intelligent Mechatronics 2005, IEEE/ASME, pp. 795-800. 2005.
- [ZHE04] ZHENG, Jianliang; LEE, Myung J. Will IEEE 802.15.4 Make Ubiquitous Networking a Reality?: A Discussion on a Potential Low Power, Low Bit Rate Standard. p. 140-146. IEEE Communications Magazine. IEEE: Junho, 2004.

[ZHU07] ZHU, Rong; SUN, Dong; ZHOU, Zhaoying et al. A linear fusion algorithm for attitude determination using low cost MEMS-based sensor. *Measurement*, v. 40, n. 3, p. 322-328. Abril 2007.

[ZHU09] ZHU, Rong; ZHOU, Zhaoying. A Small Low-Cost Hybrid Orientation System and its Error Analysis. *IEEE Sensors Journal*, v. 9, n. 3, pp. 223-230. Março 2009.

APÊNDICE

APÊNDICE A1 – Tabelas Comparativas

A resolução dos acelerômetros e dos magnetômetros é apresentada na forma de ângulo mínimo de inclinação em relação a um vetor de referência de módulo de 1g ou 400uGa. O mesmo foi realizado para o fator de escala e o *bias*.

Tabela 10 – Parâmetros dos acelerômetros.

Acelerômetros	Preço [US\$]	Faixa Dinâmica	Resolução [°]	<i>Bias</i> [°]	Varição com Fator de Escala [°]
<i>Analógicos</i>					
ADXL330	13,94	±3g	0,10	0,001	-
ADXL203	16,26	±1,7g	0,04	0,025	-
LIS344ALH	5,05	±2g	0,01	-	-
MMA7331	2,34	±4g	0,13	0,084	-
<i>Digitais</i>					
LIS3LV02DQ	15,37	±2g	0,06	4,01	0,006
BMA020	6	±2g	0,22	12,71	0,056
MMA7455	2,6	±2g	0,90	19,15	0,093

Tabela 11 – Parâmetros dos Girômetros analógicos.

Girômetros Analógicos	Preço[US\$]	Faixa Dinâmica [°/s]	Resolução [°/s]	<i>Bias</i> [°/s]	Resolução ADC 12-bit [°/s]
ADXRS300	50,00	±300	0,63	40	0,586
LISY300AL	14,38	±300	0,63	-	0,586
IDG-500	20,00	±110/±1000	0,12	10	0,107
LPY510AL	8,74	±100/±400	0,11	-	0,098
LPR530AL	8,74	±300/±1200	0,22	-	0,608

Tabela 12 – Parâmetros dos magnetômetros.

Magnetômetros	Preço [US\$]	Resolução [°]	Bias [°]
<i>Analógicos</i>			
HMC105x	18,00	0,03	-
HMC100x	21,00	0,01	-
HMC2003	210,00	0,01	-
HMC6052 (HMC1052 com ASIC)	30,00	0,02	-
<i>Digitais</i>			
MicroMag3	61,00	0,03	15,03
HMC5843	19,20	1,49	54,57

Tabela 13 – Principais características dos acelerômetros avaliados.

Parâmetro	ADXL202	MMA7455	BMA020
Tipo de Saída	Analógica, PWM	Digital, SPI ou I2C, 8-10 bits	Digital, SPI, I2C - 10-bit
Excursão de Saída	±2g	±2g, ±4g, ±8g	±2g, ±4g, ±8g
Eixos	2	3	3
Choque Máximo	1000 g	5000 g	2000 g
Sensibilidade	312 mV/g	64, 32, 16 contagens/g Resolução 7mg	256, 128, 64 LSB/g Resolução 4mg
Bias Máximo (0g)	3 V	21 contagens (328,125 mg)	360 mg (Drift 6 mg/K)
Bias Típico	2,5 V	0 contagem (Drift 1 mg/°C)	220mg (Drift 1mg/K)
Não-linearidade	0,2%	±1% (2g)	±0,5%
Sensibilidade Cruzada	±2%	±5%	2%
Tamanho	5mm x 5mm x 2mm	3mm x 5mm x 1mm LGA-14	3mm x 3mm x 0.9mm LGA-12
Preço	P	0,2943 x P	0,6068 x P
Alimentação	+3 a +5,25 V	+2,4 a +3,6 V	+2.0 a +3.6V
Consumo	0,6 a 1 mA	400 a 490 uA	200 uA
Aplicações	Inclinômetro de 2 eixos com resposta rápida, periféricos de computador, alarmes e detectores de movimentos, drives de discos, segurança de veículos	Estabilização de imagens, rolagem de texto, discagem por movimento de telefones celulares e PDA, detecção de queda livre de discos rígidos, sensor de movimentos, registro de eventos	Gerenciamento de energia avançado para dispositivos móveis, log de detecção de queda, rolagem de menus, funções tip-tap, alternância de modo de display horizontal/vertical, detecção de choque, jogos

Tabela 14 – Comparação entre os Girômetros pesquisados.

Parâmetro	ENC-03JA	ADXRS300	IDG-500	LPR530AL, LY530ALH
Tipo de Saída	Analógica	Analógica	Analógica 1x e 4.5x	Analógica 1x e 4x
Eixos e Orientação	1, Yaw	1, Yaw	2, Pitch, Roll	2, Pitch, Roll / Yaw
Fundo de Escala		$\pm 300^\circ/s$	± 110 e $\pm 500^\circ/s$	± 300 (4x) e $\pm 1200^\circ/s$
Fator de Escala	0,67 mV/ $^\circ/s$	5 mV/ $^\circ/s$	2 mV/ $^\circ/s$ ou 9,1mV/ $^\circ/s$	0,83 mV/ $^\circ/s$ ou 3,33 mV/ $^\circ/s$
Coefficiente de Temperatura	$\pm 20\%$	$\pm 5\%$	$\pm 10\%$	0,03 %/ $^\circ C$
Bias (0 $^\circ/s$)	$\pm 0,55$ V	2,5 V (± 20 mV)	1,35 V (± 50 mV)	1,23 V (0,02 $^\circ/s/^\circ C$ Drift)
Tensão de Referência	1,35 V	2,5 V	1,35 V	1,23 V
Densidade de Ruído		0,1 $^\circ/s/\sqrt{Hz}$	0,8 mV rms	0,035 $^\circ/s/\sqrt{Hz}$
Alimentação	+2,7 a +5,5 V	+5 V	+2,7 a +3,3 V	+2,7 a +3,6 V
Preço da Triade *	PG	1,5742 x PG	0,1818 x PG	0,1665 x PG
Tamanho	15,5mm x 8,0mm x 4,3mm	7mm x 7mm x 3mm BGA-32	4mm x 5mm x 1,2mm QFN-28	5mm x 5mm x 1,5mm LGA-16
Consumo Máximo	4,5 mA	9 mA	7 mA	6,8 mA
Aplicações		IMU's, estabilização de plataformas, sensoreamento de chassis de veículo	Controles de jogos com leitura de movimentos de alto desempenho, dispositivos de apontamento, controle remotos multimídia, <i>mice</i> de computadores	Dispositivos de apontamento, controladores remoto e de jogo, controle de movimento com interface ao usuário, sistemas de navegação GPS, indústria e robótica.

* PG = US\$ 99,00

Tabela 15 – Comparação entre os magnetômetros.

Parâmetro	HMC2003	HMC5843	MicroMag3
Tipo de Saída	Analógico	Digital, I2C 12-bit	Digital, SPI
Excursão de Entrada	± 40 uGauss a ± 2 Gauss	$\pm 0,7$ a ± 4 Gauss (Ganho 3-bit)	-11 a +11 Gauss
Resolução	40 uGauss	7 mGauss (12-bit CPL2)	150 uGauss
Fator de Escala	1 V/Gauss	Programável	31,24 contagens/uT
Erro de Linearidade	2 %FS	$\pm 0,1$ %FS	$\pm 0,6\%$
Coefficiente de Temperatura	-600 ppm/°C	-	-
Bias (0 °/s)	$\pm 2,3$ a $2,7$ V (Ref 2,5 V)	-	-
Sensibilidade entre Eixos	-	$\pm 0,2$ %FS/Gauss (0,5 Gauss a ± 3 Gauss)	-
Alimentação	6V a 15V	2,5 a 3,3V	3V
Preço	PM	0,09 x PM	0,29 x PM
Tamanho	25,91mm x 18,03mm x 10,92mm	4,0mm x 4,0mm x 1,3mm	25,4mm x 25,4mm x 19mm
Consumo Máximo	20 mA	0,9 mA (AVDD +2,5 VDC, DVDD +1,8 VDC)	3,6 mA (@35Hz)
Aplicações	Compasso de precisão, sistemas de navegação, referência de atitude, detecção de tráfego, detecção de proximidade, dispositivos médicos	Eletrônicos de consumo, sistemas de auto-navegação, dispositivos de navegação pessoal, magnetômetros	Medição de campo magnético de alto desempenho, equipamento de navegação de estado sólido de alto desempenho para aplicações automotivas, navais e aeronáuticas

Tabela 16 – Comparação entre os amplificadores operacionais pesquisados.

Parâmetro	AD8504	AD8544	MCP6L04	LPV324DR	MCP619
Consumo (4 amplificadores)	3uA	180uA	255uA	16uA	76uA
Tensão de <i>Offset</i> de Entrada	0,5mV (3mV máximo)	1mV (6mV máximo)	±1mV (±5mV máximo)	1,2mV (7mV máximo)	±150uV máximo
<i>Slew Rate</i>	0,004V/us ($R_L = 1M$)	0,75V/us ($R_L = 100k$)	0,6V/us	0,1V/us	0,08V/us
Produto Ganho- Banda	7kHz	980kHz	1MHz	205kHz	190kHz
Faixa de Tensão de Saída	VSS+1,6mV VDD-10mV	VSS+32mV VDD-45mV	VSS+35mV VCC-35mV	VSS+80mV VCC-3mV	VSS+45mV VDD-60mV
Densidade de Ruído	190nV/raiz(Hz) (f = 1kHz)	42nV/raiz(Hz) (f = 1kHz)	24nV/raiz(Hz) (f = 10kHz)	178 nV/raiz(Hz) (f = 1kHz)	32 nV/raiz(Hz) (f = 1kHz)
Aplicações Típicas	Equipamentos portáteis, sensores remotos, filtros de baixa potência, detectores de nível, sensoreamento de corrente	Amplificadores para ASIC, interfaces com sensores, amplificadores de transdutores piezoelétricos, comunicação móvel, instrumentação médica, saída de áudio, sistemas portáteis	Equipamentos portáteis, amplificador de fotodiodo, filtros analógicos, notebooks e PDAs, sistemas alimentados por bateria	Filtros ativos, aplicações de baixa tensão, aplicações portáteis	Instrumentos alimentados por bateria, escalas de peso, <i>strain gauges</i> , instrumentos médicos, equipamentos de teste
Preço*	2,75	1,3	0,5	0,9	1,87

*Cotação na DigiKey em 9/11/2009

Tabela 17 – Reguladores lineares pesquisados para alimentação analógica de 3V.

Regulador	LP2951	NCP582	MCP1801
Fabricante	Texas Instruments	ON Semiconductor	Microchip
Tolerância [mV]	30	60	60
Regulação de Linha [uV]	4,04	2,69	1,35
Tensão de Dropout [mV]	250	220	80
Corrente Quiescente [uA]	75	75	25
Corrente de Ground [uA]	110		30
Corrente Shutdown [uA]	3	0,1	0,01
Ruído [uVrms]	160	30	19 (1kHz, 0,6 uV/ \sqrt{Hz})
PSRR [dB]	60	70	70
Erro Regulação de Linha + Ruído [LSB]	0,23	0,05	0,03
Eficiência [%]	89,80	90,46	90,58
Aplicações Típicas		Equipamentos portáteis, instrumentação hand-held, câmeras	Dispositivos alimentados por bateria, circuitos de alarme alimentados por bateria, detectores de fumaça e gás carbônico, telefones celulares e pagers, equipamentos de comunicação sem fio, packs de bateria smart, referência de tensão de baixa corrente quiescente, PDAs, câmeras digitais, instrumentos com alimentação solar, data loggers alimentados por bateria
Preço [US\$]*	0,60	0,65	0,68

*Preços cotados na Digikey em 10/09/2009

Tabela 18 – Características dos módulos ZigBee pesquisados.

Parâmetro	MC13202FC	CC2520RHDT
Fabricante	Freescale	Texas Instruments
Tipo de Saída	Digital, SPI	Digital, SPI
Alimentação	+2,0 a +3,4 V	+1,8 a +3,8 V
Padrões	Padrão 802.15.4, ZigBee (BeeStack)	Padrão 802.15.4, ZigBee
Taxa	250 kbps	250 kbps
Canais	16 Canais de 5 MHz	
Sensibilidade	<-92 dBm a 1% PER, pacote 20-bytes	-98 dBm, 400 m LOS
Potência de Saída	1 a 0 dBm nominal, -27 dBm a +3 dBm típicos	até +5 dBm
Consumo	< 1 uA Off 1,0 uA Hibernate 35 uA Doze - sem CLKO 500 uA Idle 30 mA Transmissão (0 dBm) 37 mA Recepção	25,8 mA em Transmissão a 0 dBm 18,5 mA em Recepção a -50 dBm
Temperatura de Operação	-40 °C a +85 °C	-40 °C a +125 °C
Pacotes	Preamble 4-bytes SFD 1-byte FLI 1-byte Dados 125-bytes FCS 2-bytes	Suporte a RSSI/LQI, MAC
Frequência de Entrada	2,405 a 2,480 GHz	2,394 a 2,507 MHz
Tamanho	5mm x 5mm x 1mm, QFN-32	5mm x 5mm, QFN-28
Aplicações	Automação comercial e residencial, controle de iluminação, segurança, controle de acesso, aquecimento, ventilação, ar-condicionado (HVAC), AMR, controle industrial, gerenciamento de processo, monitoramento e controle ambiental, monitoramento de paciente, monitoramento de <i>fitness</i> .	Monitoramento e controle industrial, automação residencial e predial, AMR, redes de sensores de baixa potência, controle remotos e set-top boxes, eletrônicos de consumo
Preço	PZB	2,02 x PZB

Tabela 19 – Resultados de simulação de métodos para estimativa de autovalores e autovetores.

Algoritmo	Maior Autovalor	Autovetor Correspondente	Erro
Newton-Raphson	$\lambda_{\max_{EqChar}} = 1.0112$ 8 iterações	-	$\lambda_{\max_{EqChar}} - \lambda_{K_{eig}} = -2,0786 \cdot 10^{-5}$
Método de Power	$\lambda_{\max_{Power}} = 0.9259$ 46 iterações	$x_{K_{Power}} = \begin{bmatrix} 0.1839 \\ 0.4600 \\ 0.6476 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$	$\lambda_{\max_{Power}} - \lambda_{K_{eig}} = -0,0852$ $\ x_{K_{Power}} - x_{K_{eig}}\ = \left\ \begin{bmatrix} -0,0608 \\ 0,1736 \\ 0,1027 \\ 0,2509 \end{bmatrix} \right\ = 0,3276$
Método Simétrico de Power	$\lambda_{\max_{PowerSym}} = 0.9751$ 46 iterações	$x_{K_{PowerSym}} = \begin{bmatrix} 0.1425 \\ 0.3565 \\ 0.5019 \\ 0.7750 \end{bmatrix}$	$\lambda_{\max_{PowerSym}} - \lambda_{K_{eig}} = -0,0290$ $\ x_{K_{PowerSym}} - x_{K_{eig}}\ = \left\ \begin{bmatrix} -0,1022 \\ 0,0702 \\ -0,0430 \\ 0,0259 \end{bmatrix} \right\ = 0,1338$

Tabela 20 – Comparação entre características chaves dos padrões *Bluetooth* e *ZigBee*.

Parâmetro	ZigBee	Bluetooth
Taxa Máxima	250 kb/s; 40 kb/s; 20 kb/s	1 Mb/s
Distância Máxima	30m	10m
Distância Máxima com Kit Especial	400	100
Alocação de Frequência	868-868,6 MHz (ISM Europa) 902-928 MHz (ISM EUA) 2.400-2.483,5MHz (ISM)	2,4 GHz (ISM)
Número de Canais	1; 10; 16	79
Número de Dispositivos por Rede	2 a 65.000	8
Modulação	BPSK; OQPSK	GFSK
Topologia de Rede	<i>Adhoc</i> , estrela, <i>mesh</i> híbrido	<i>Piconets adhoc</i>
Segurança	AES 128-bit	64-bit, 128-bit
Sensibilidade Necessária no Receptor	-85 dBm PER<1%	-70 dBm PER < 10 ⁻³
Consumo Aproximado da Camada Física	< BT	BT (~ 40-100mW)
Custo Aproximado	~0,5 BT	BT (~US\$ 5,00)
Escalabilidade	Muito alta	Baixa

Tabela 21 – Comparação entre os reguladores chaveados pesquisados.

Parâmetro	L6920DB	TPS6122x	LM2621	TPS6102x	TPS61070	MAX8815A
Fabricante	ST Microelectronics	Texas Instruments	National Semiconductor	Texas Instruments	Texas Instruments	Maxim
Potência [mW]		444	500	2054	769	1481,5
Tensão de Entrada [V]	0,8 – 5,5	0,7 – 5,5	1,2 – 14	0,9 – 6,5	0,9 – 5,5	1,2 – 5,5
Tensão de Saída [V]	Ajustável 1,8V – 5,2V Fixa 3,3V/5V	Ajustável 1,8V – 5,5V Fixa 3,3/5	Ajustável 1,24V – 14V	Ajustável 1,8V – 5,5V Fixa 3V/3,3V/5V	Ajustável 1,8V – 5,5V	Ajustável 3,3V – 5V Fixa 5V
Exatidão [%]			5	3	3	
Regulação de Linha [%]		0,5		0,6	1	-10 mV/D
Corrente de Saída Máxima [mA]	400	150	1000	200	300	1200
Eficiência [%]	90 ($V_o=3,3V$, $V_f=2,4V$, $I_o=200mA$)	80 ($V_o=3,3V$, $I_o=100mA$)	88 ($V_o=3,3V$, $I_o=200mA$)	93 ($V_o=3,3V$, $I_o=250mA$)	88 ($V_o=3,3V$, $I_o=200mA$, $V_f=2,4V$)	95 ($V_o=3,3V$, $I_o=200mA$, $V_f=2,5V$)
Corrente Quiescente [uA]	9 – 12	5 – 7,5	80 – 110	25 – 45	19 – 30	30
Corrente em Shutdown [uA]	0,1 – 1	0,2 – 0,5	0,01 – 2,5	0,1 – 1	0,05 – 0,5	0,1 – 1
Corrente de Bateria [uA]		0,5 – 0,9		1 – 3	0,5 – 1	
Componentes Externos	4	5	10	9	5	7
Funcionalidades	Shutdown, Low-battery detection, reverse battery protection	Shutdown	Shutdown	Shutdown, Low-battery detection, over temperature protection, desconexão de carga	Shutdown, desconexão de carga, over temperature protection	Controle de corrente de inrush, shutdown, proteção de sobrecarga, proteção de curto circuito, desligamento térmico
Preço* [US\$]	3,08	1,88	1,92	1,98	2	2,09
Preço do Circuito [US\$]**	4,23	3,08	3,82	3,38	3,2	3,39

* Cotação na Digikey em 26/08/2009

** 1 indutor estimado em US\$ 1,00, diodo em US\$ 0,50, restante de componentes - capacitores e resistores - estimados em US\$ 0,05

*** Número de componentes externos no circuito típico

APÊNDICE A2 – Desenvolvimento da Equação de Atualização

Expandindo a pdf para separar a última medida tem-se:

$$p(x_k | z_{1:k}) = \frac{p(z_{1:k} | x_k) p(x_k)}{p(z_{1:k})} = \frac{p(z_k, z_{1:k-1} | x_k) p(x_k)}{p(z_k, z_{1:k})} \quad (0.124)$$

Como [MON03]:

$$p(a, b, c | d, e) = \frac{p(a, b, c, d, e)}{p(d, e)} \quad (0.125)$$

Onde, a, b, c, d, e e são variáveis aleatórias, pode-se estabelecer a identidade:

$$p(z_k, z_{1:k-1} | x_k) = \frac{p(z_k, z_{1:k-1}, x_k)}{p(x_k)} \quad (0.126)$$

Utilizando a definição da pdf condicional para variáveis aleatórias, pode-se estabelecer a relação:

$$p(a, b) = p(a | b) p(b) \quad (0.127)$$

Aplicando esta relação no termo da Equação (0.126), tem-se:

$$\begin{aligned} p(z_k, z_{1:k-1}, x_k) &= p(z_k | z_{1:k-1}, x_k) p(z_{1:k-1}, x_k) \\ &= p(z_k | z_{1:k-1}, x_k) p(z_{1:k-1} | x_k) p(x_k) \end{aligned} \quad (0.128)$$

Da mesma forma:

$$p(z_k, z_{1:k-1}) = p(z_k | z_{1:k-1}) p(z_{1:k-1}) \quad (0.129)$$

Substituindo a relação obtida na Equação (0.126):

$$\begin{aligned} p(z_k, z_{1:k-1} | x_k) &= \frac{p(z_k | z_{1:k-1}, x_k) p(z_{1:k-1} | x_k) p(x_k)}{p(x_k)} \\ &= p(z_k | z_{1:k-1}, x_k) p(z_{1:k-1} | x_k) \end{aligned} \quad (0.130)$$

Substituindo as Equações (0.130) e (0.129) na Equação (0.124), tem-se:

$$p(x_k | z_{1:k}) = \frac{p(z_k | z_{1:k-1}, x_k) p(z_{1:k-1} | x_k) p(x_k)}{p(z_k | z_{1:k-1}) p(z_{1:k-1})} \quad (0.131)$$

Pela regra de Bayes, pode-se estabelecer a relação:

$$p(z_{1:k-1} | x_k) = \frac{p(x_k | z_{1:k-1}) p(z_{1:k-1})}{p(x_k)} \quad (0.132)$$

Substituindo na Equação (0.131):

$$\begin{aligned} p(x_k | z_{1:k}) &= \frac{p(z_k | z_{1:k-1}, x_k) p(x_k)}{p(z_k | z_{1:k-1}) p(z_{1:k-1})} \frac{p(x_k | z_{1:k-1}) p(z_{1:k-1})}{p(x_k)} \\ p(x_k | z_{1:k}) &= \frac{p(z_k | z_{1:k-1}, x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{p(z_k | z_{1:k-1})} \end{aligned} \quad (0.133)$$

Como as medidas são condicionalmente independentes dado x_k [SAR06]:

$$p(z_k | x_{1:k}, z_{1:k-1}) = p(z_k | x_k) \quad (0.134)$$

Então, a Equação (0.133) pode ser reescrita como:

$$p(x_k | z_{1:k}) = \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{p(z_k | z_{1:k-1})} \quad (0.135)$$

Onde a constante de normalização, pelo Teorema da Probabilidade Total, pode ser calculada pelo equação [RIS04]:

$$p(z_k | z_{1:k-1}) = \int p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1}) dx_k \quad (0.136)$$

APÊNDICE A3 – Fluxogramas

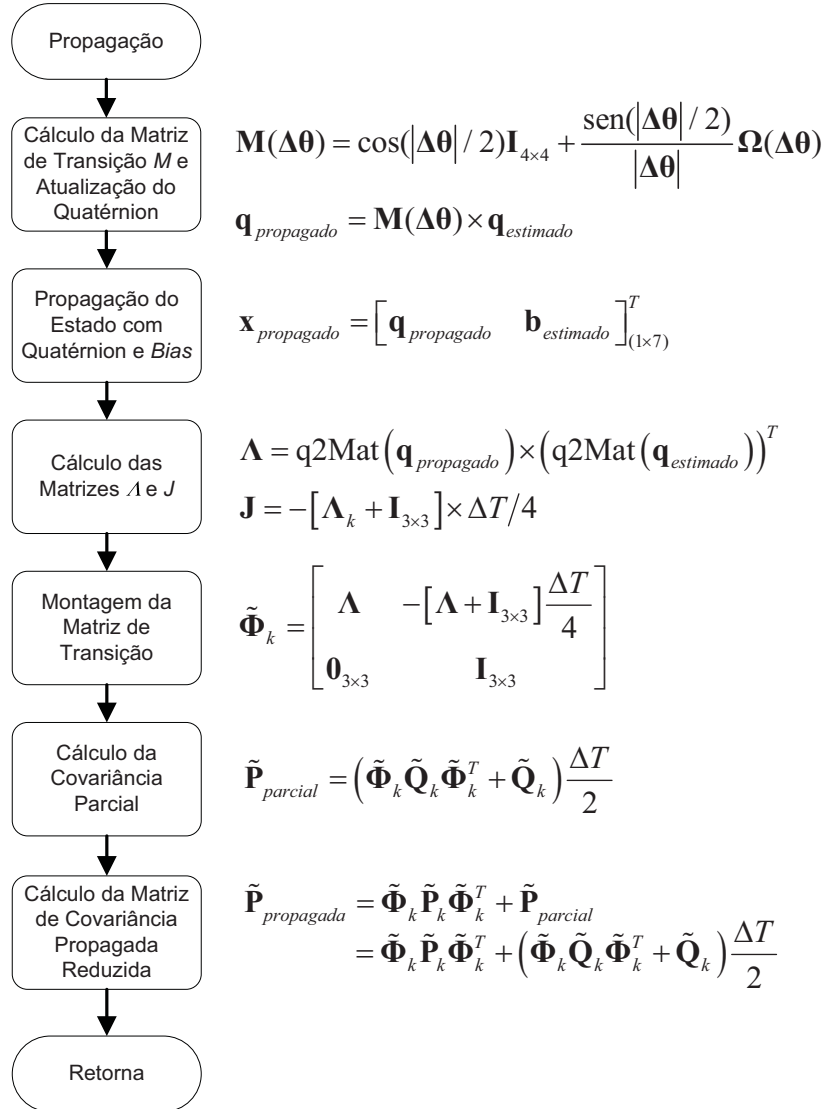
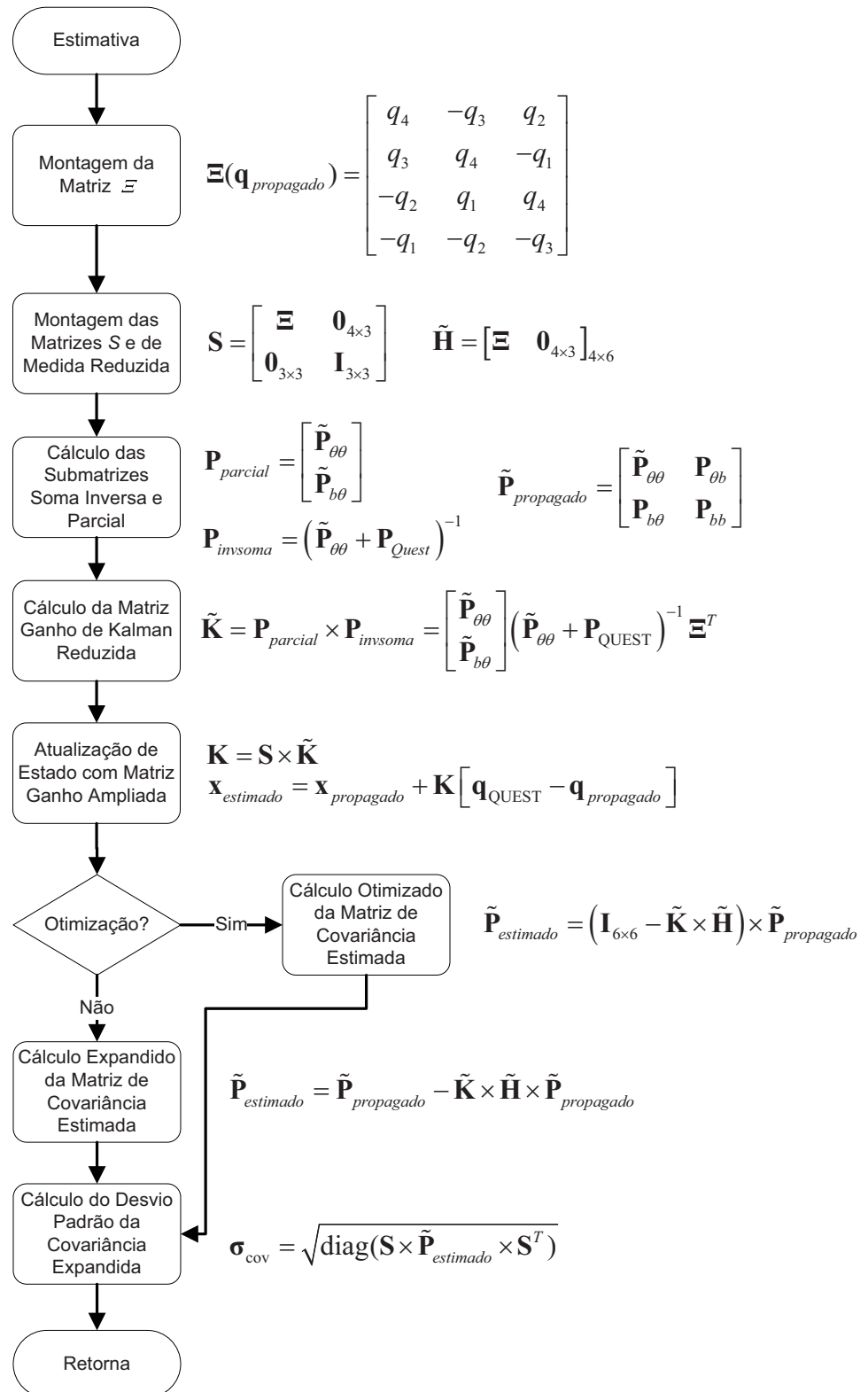
Figura 34 – Fluxograma da predição do EKF.

Figura 35 – Fluxograma da atualização do EKF.



APÊNDICE A5 – Placas de Circuito Impresso

Figura 37 – Face superior da placa de processador, comunicação serial e girômetros (microcontrolador U9, girômetros U12 e U13, amplificadores operacionais U17)

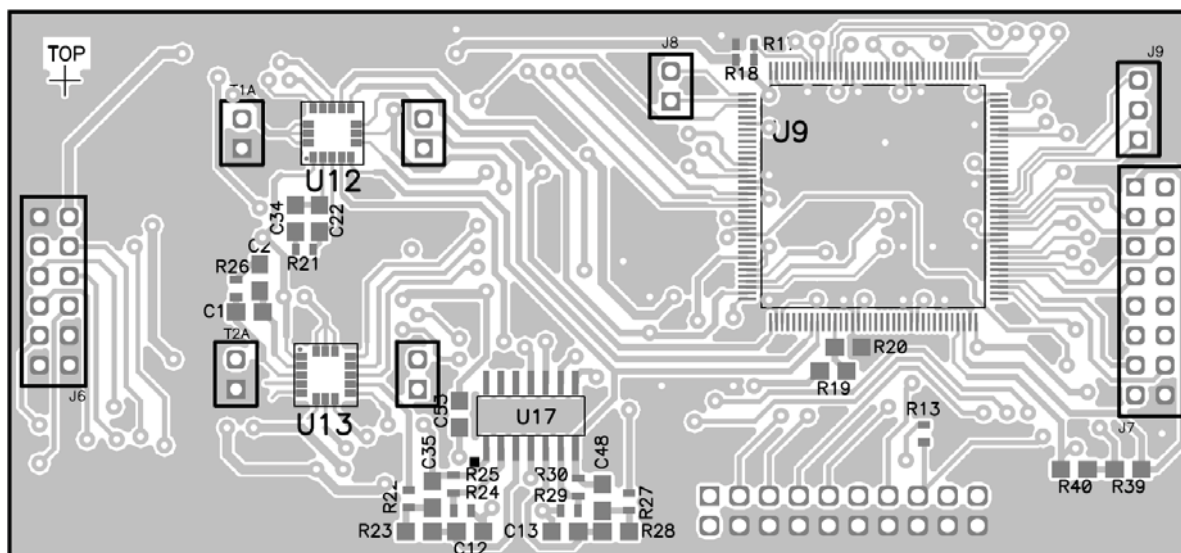


Figura 38 – Face inferior da placa de processador, comunicação serial e girômetros. (Regulador linear U14)

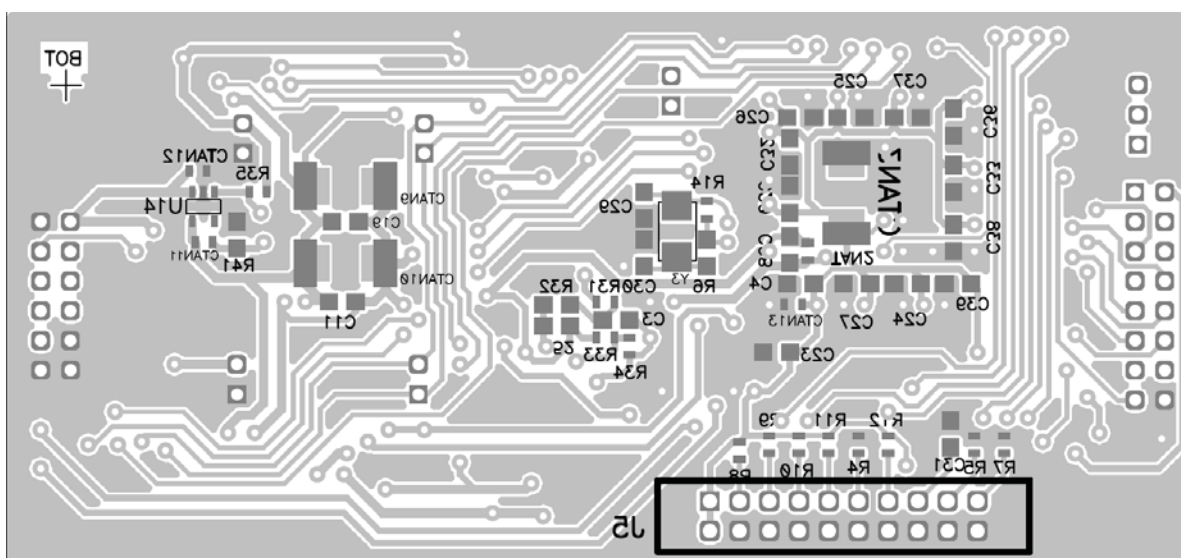


Figura 39 –Face superior da placa de sensores, bateria, botões, alimentação e interface sem fio. (Soquete de pilhas J1, regulador chaveado U1, acelerômetro U3, magnetômetro U4, módulo ZigBee U11, indutor L5 e botões SW1, SW2 e SW3)

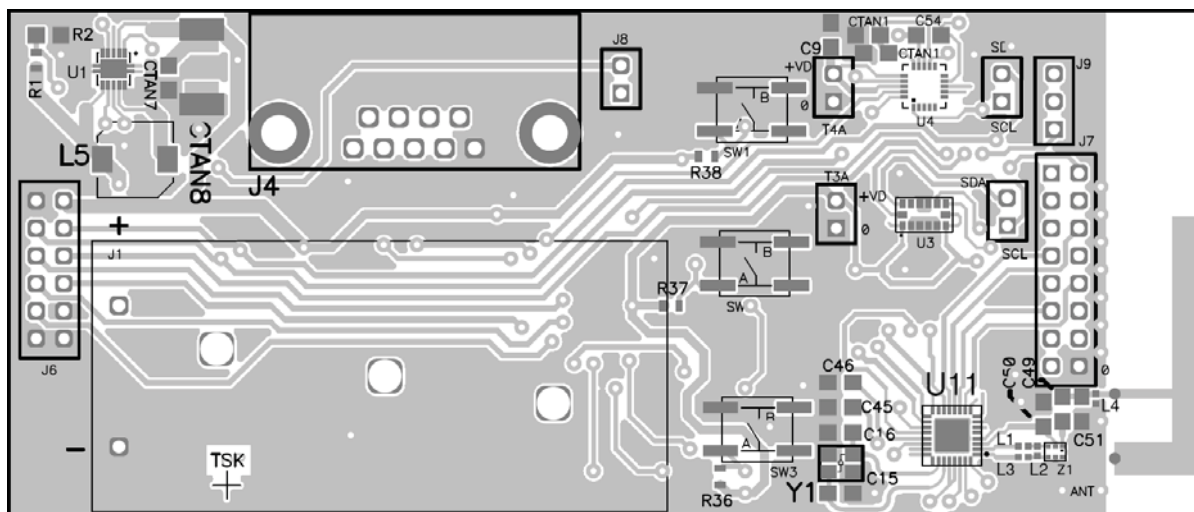
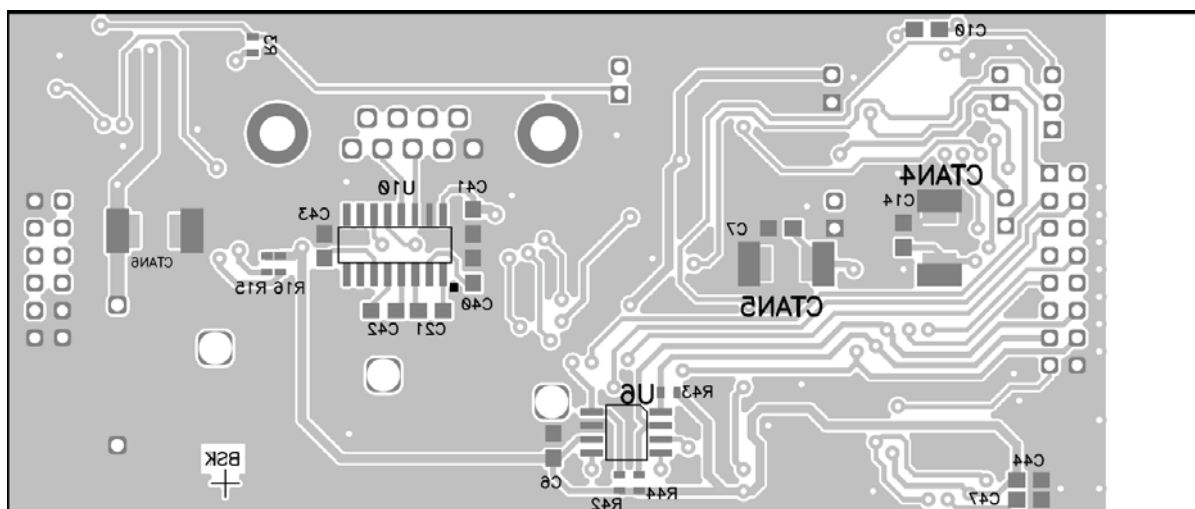


Figura 40 –Face inferior da placa de sensores, bateria, botões, alimentação e interface sem fio. (Driver RS-232 U10, memória flash U6)



APÊNDICE A6 – Anteprojeto do Sistema

Nesta seção são apresentadas as análises realizadas para seleção de componentes e para o projeto de hardware do sistema de determinação de atitude.

8.1 SELEÇÃO DE SENSORES

Diversos sensores foram selecionados e avaliados considerando fundo de escala, resolução e ruído, necessidade de componentes auxiliares e custo. Para obter a resolução dos sensores, foram utilizadas as informações de densidade de ruído ou ruído máximo RMS (Root Mean Square) a uma frequência hipotética para comparação e o fator de escala para converter a resolução em inclinação em relação ao módulo do vetor gravidade ou campo magnético. Com base nestes dados, os sensores MMA7455, LPR530AL e HMC5843 foram considerados satisfatórios. O fundo de escala do girômetro selecionado foi maior pois movimentos em interfaces homem-máquina podem ser muito rápidos e com variações bruscas. A resolução dos sensores está próxima de $1^\circ/s$ e o custo dos mesmos é baixo porém não compromete os requisitos de desempenho. O MMA7455 e o HMC5843 ainda apresentam a vantagem de serem digitais, o que reduz significativamente o número de componentes do sistema. O uso destes sensores, porém, leva a maiores erros de fator de escala e principalmente de bias, fazendo com que o sistema requeira métodos adequados de calibração. O magnetômetro é o sensor que possui a maior resolução.

8.1.1 Acelerômetro

O acelerômetro utilizado no projeto anterior [GRA06] foi o ADXL202 de 2 eixos da Analog. O utilizado neste projeto foi o MMA7455L de 3 eixos da Freescale. O novo sensor possui interface digital serial eliminando a necessidade de um ADC. Embora menor, o sensor é menos preciso e seus parâmetros de erro, inclusive com a temperatura, não são tão claramente mostrados no datasheet. As principais características dos sensores são mostradas no Apêndice 0. O circuito do MMA7455L é mostrado na Figura 41.

8.1.2 Girômetro

O girômetro utilizado anteriormente [GRA06] foi o ENC-03JA da série Gyrostar da Murata. O avanço deste tipo de sensor em novas aplicações voltadas ao mercado de Eletrônicos de Consumo tem contribuído significativamente para a evolução desta tecnologia [ROB09]. As principais diferenças entre os sensores pesquisados são mostradas no Apêndice 0. O LPR530AL da ST Microelectronics é um girômetro de baixo consumo de dois eixos com $\pm 300^\circ/\text{s}$ de fundo de escala na saída amplificada e até $\pm 1200^\circ/\text{s}$ de fundo de escala na saída não-amplificada, que possui fator de escala menor. Este sensor possui como sensitivos os eixos de pitch e roll e funcionalidades de baixo consumo e autoteste. Combinando o girômetro LY530AL, cujo eixo de sensibilidade é vertical ou perpendicular ao plano do sensor, é possível montar uma tríade de girômetros sem a necessidade de placas ortogonais. O circuito do girômetro LPR 530AL é mostrado na Figura 43. O circuito do girômetro LY530AL é semelhante ao LPR530AL, para apenas uma saída.

8.1.3 Magnetômetro

Os sensores magnéticos utilizados no protótipo anterior e no atual são respectivamente o HMC2003 e o HMC5843, ambos da Honeywell. O HMC2003 é um sensor magnético híbrido de 3 eixos e saída analógica enquanto o HMC5843, também de 3 eixos, é um sensor magnetorresistivo e possui saída digital no padrão I2C. O HMC2003 é um sensor muito preciso de alto custo e grande faixa dinâmica, apresentando diversas informações a respeito de calibração. Já o sensor HMC5843 é muito menor em tamanho e consumo porém possui resolução muito inferior, de 7 mGauss, suficiente porém para a leitura do campo magnético a ser medido, o campo magnético terrestre, da ordem de 0,27 Gauss em Londrina – PR, um dos menores valores do mundo. As principais diferenças entre os magnetômetros são mostradas no Apêndice e o circuito do HMC5843 é mostrado na Figura 42.

8.1.4 Filtro de Saída dos Girômetros

O sinal do girômetro contém componentes de ruído de alta frequência além do bias e da deriva térmica. Este ruído pode ser eliminado por um filtro analógico ou digital. Utilizando oversampling [OPP99], que consiste em aumentar a frequência de amostragem e reduzi-la por decimação para reduzir o ruído, pode-se simplificar os requisitos do filtro

analógico, o que se traduz em menor ordem e menos componentes. Como a impedância de entrada do ADC do microcontrolador é baixa, $1,2k\Omega$, foi utilizado um filtro ativo, que possui alta impedância de entrada, baixa impedância de saída e virtualmente qualquer ganho arbitrário [LAC91]. Dentre as topologias de filtros ativos, a Sallen-Key é bastante popular pois requer somente um amplificador operacional. O filtro ativo de feedback múltiplo (MFB) requer somente um amplificador, possui ganho maior que a topologia Sallen-Key porém o sinal de saída é invertido.

Figura 41 – Circuito do acelerômetro.

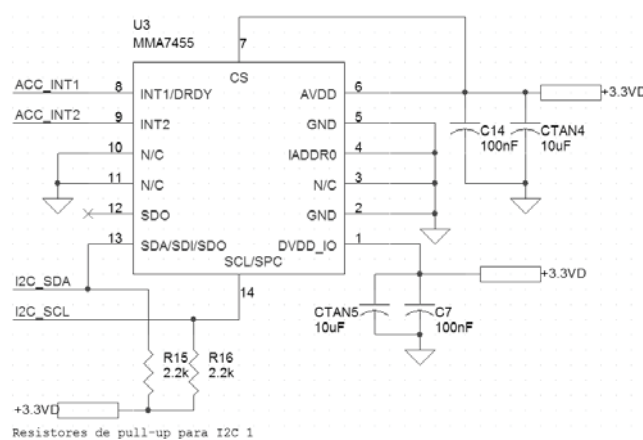


Figura 42 – Circuito do magnetômetro.

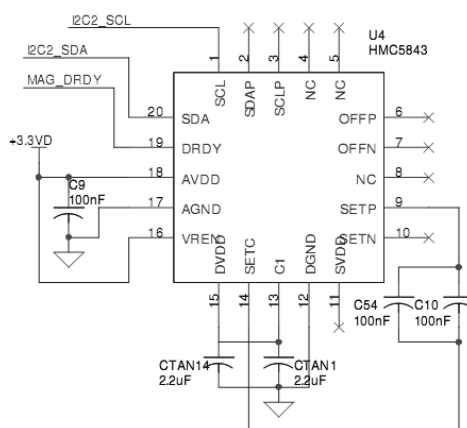
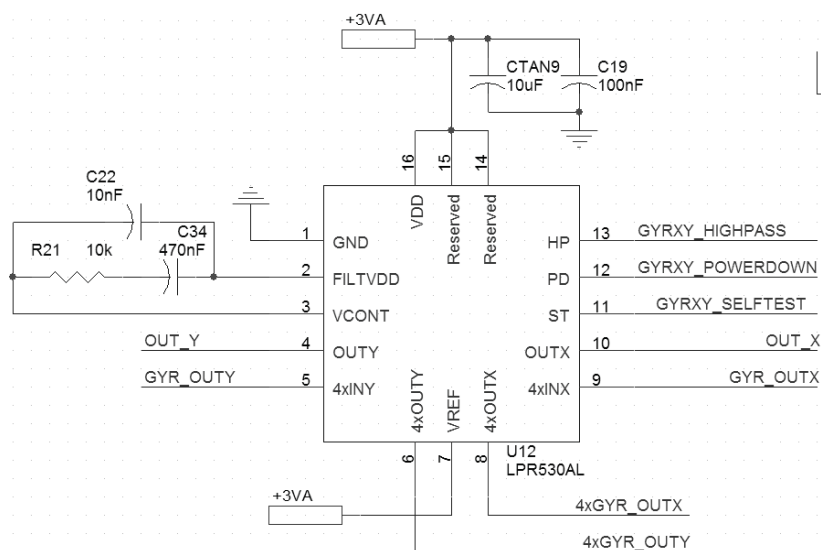
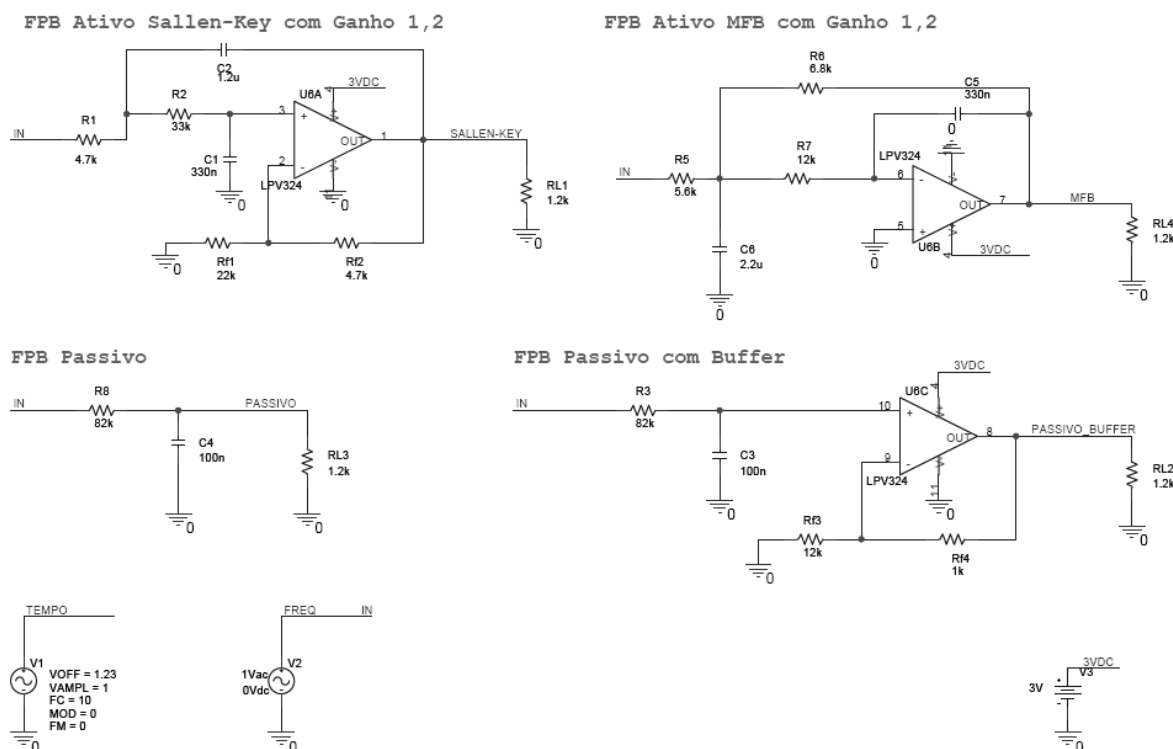


Figura 43 – Circuito do girômetro de dois eixos LPR530AL.



Para avaliação dos tipos de filtro ativo a serem utilizados, os filtros passa-baixa passivo com e sem buffer bem como os ativos Sallen-Key e MFB foram simulados conforme o diagrama esquemático da Figura 44. A frequência de corte dos filtros é de 20Hz. Para filtros ativos, o ganho foi definido empiricamente como 1,2, valor que não causa grampeamento da tensão, e 1,08 para o filtro passivo para ajustar sua resposta em frequência. Estes valores foram estabelecidos após diversas simulações.

Figura 44 – Circuito dos FPBs com carga.



As respostas em frequência dos FPBs são mostradas na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Os filtros ativos permitem uma ordem maior ao custo de um número maior de componentes. O filtro ativo Sallen-Key apresenta uma maior amplitude e nenhum atraso de fase na banda de passagem, além de maior taxa de atenuação. No entanto, a amplitude na banda nula não é zero para frequências muito maiores que a de corte. Já o filtro ativo MFB apresenta um desvio de fase de 180° e melhor atenuação na banda nula. O filtro passivo com buffer também não apresenta atraso de fase na banda de passagem porém possui menor taxa de atenuação na frequência de corte. O filtro passivo sem buffer não funciona adequadamente, sendo as suas curvas de resposta muito próximas de zero e quase imperceptíveis no gráfico.

A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta a resposta no tempo dos FPBs simulados. O filtro ativo Sallen-Key apresenta boa resposta já que seu ganho é maior. Como visto, a tensão inferior permanece acima da tensão de rail inferior típica do amplificador LPV324 da Texas Instruments, 80mV, não causando grampeamento. O filtro passivo com buffer apresenta desempenho adequado com desvio de fase levemente menor do que o filtro Sallen-Key. O filtro MFB não funcionou adequadamente no tempo, bem como o filtro passivo sem buffer.

Com isso, pode-se concluir que a melhor opção para o projeto é utilizar o filtro ativo Sallen-Key. Este apresenta boa taxa de atenuação e pequeno desvio de fase na banda de passagem, sendo necessário ajustar a frequência de amostragem em uma frequência não muito alta, pois o ganho a frequências muito acima da frequência de corte não é nulo. Este problema pode ser amenizado pelo filtro interno do sensor, com frequência de corte de 140Hz, que fornece uma atenuação adicional bastante significativa a altas frequências.

O amplificador operacional selecionado foi o LPV324, que apresentou o menor consumo e a capacidade de atingir a tensão mais próxima da tensão de referência entre os amplificadores de baixo custo. As desvantagens são seu menor produto ganho-banda e maior densidade de ruído. Avaliando o impacto do ruído a taxa de amostragem de oversampling de 2kHz, o ruído do LPV324 é de 7,96uV, valor muito baixos em relação à resolução do ADC, de aproximadamente 700uV. O filtro de saída ativo Sallen-Key utilizando o LPV324 é mostrado na Figura 45.

Figura 45 – Circuito do filtro ativo de saída do girômetro.

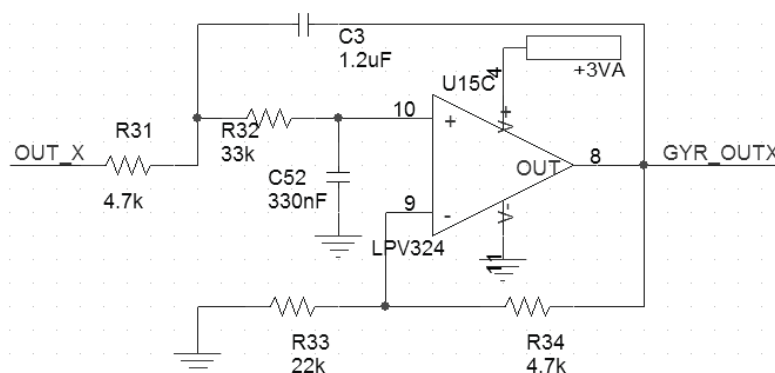


Figura 46 – Resposta em frequência em Volts dos FPBs simulados. (a) Filtro ativo Sallen-Key em verde, (b) filtro ativo MFB em amarelo, (c) filtro passivo com buffer em vermelho e (d) filtro passivo sem buffer em azul.

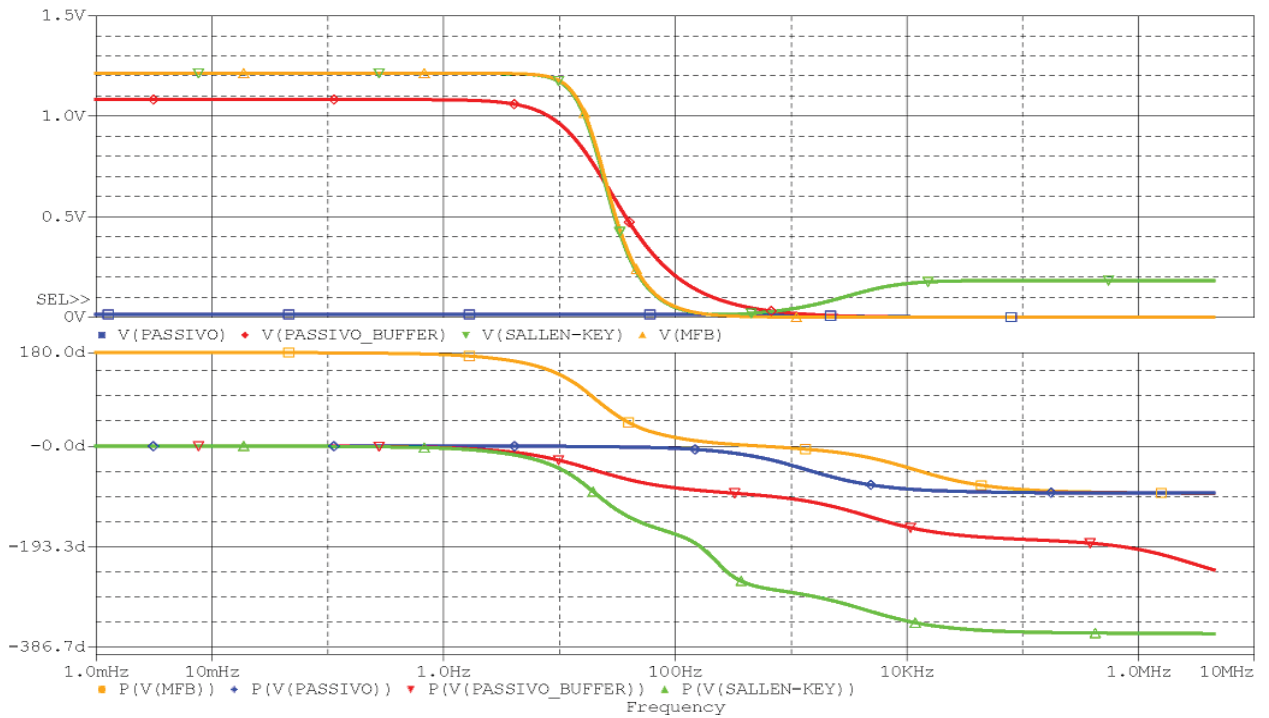
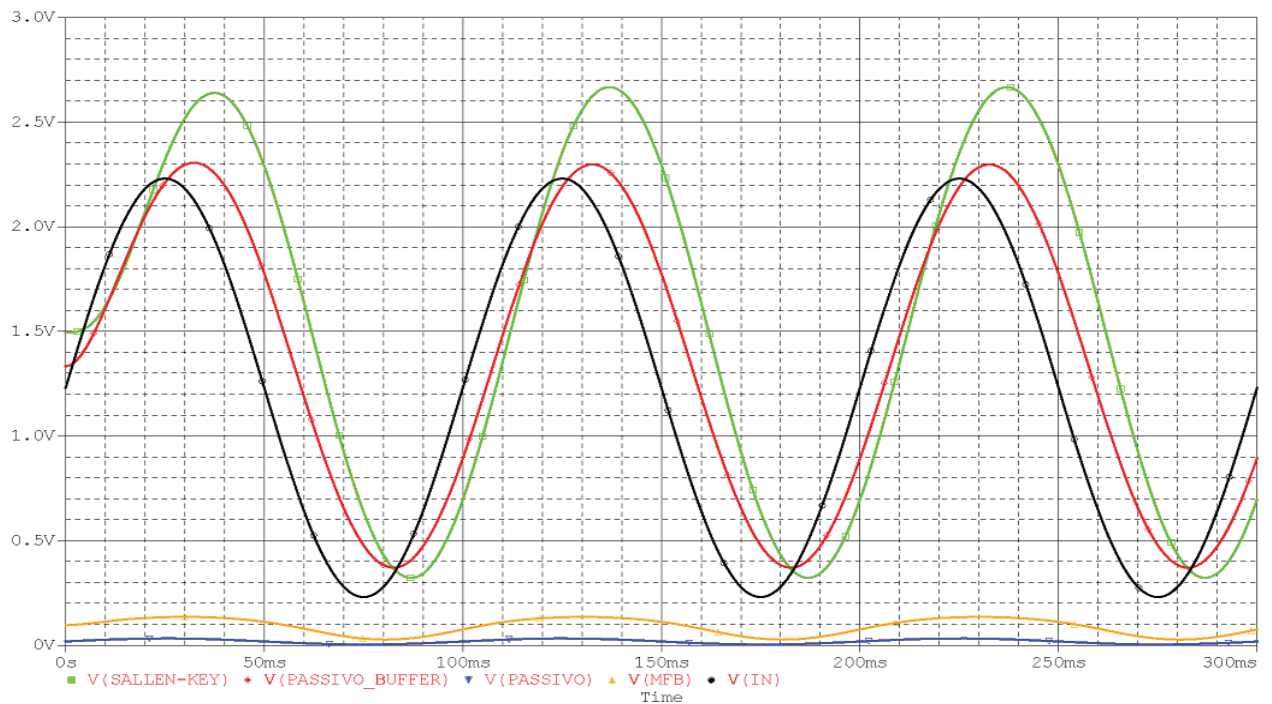


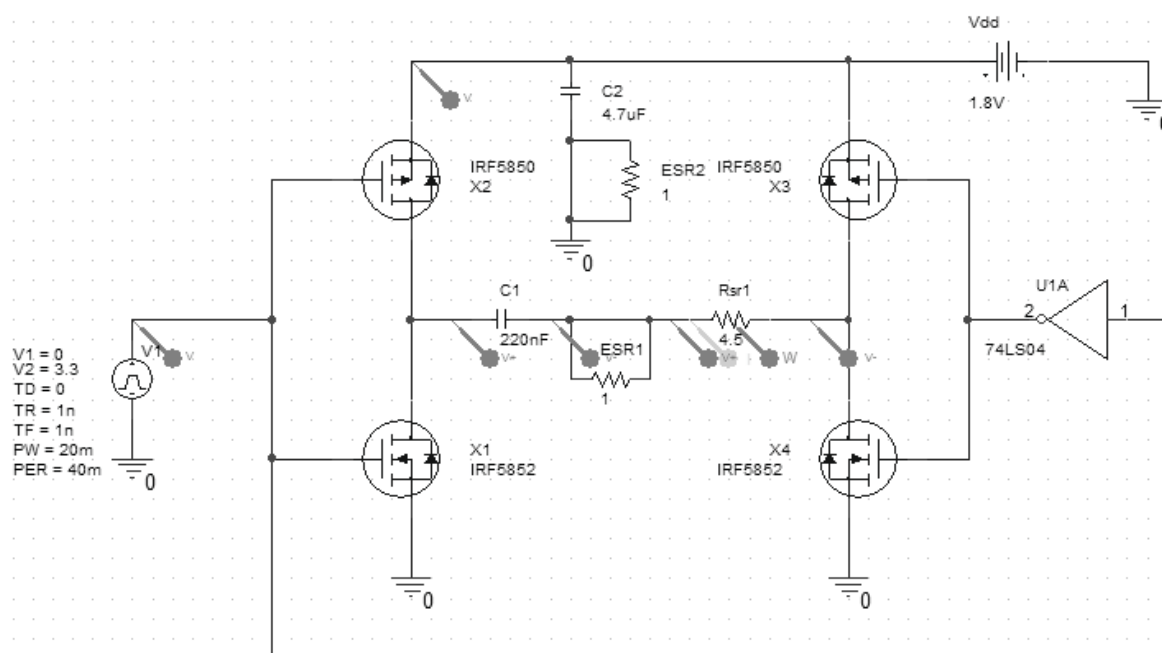
Figura 47 – Resposta no tempo em Volts. (a) Tensão de entrada em preto, (b) saída filtro Sallen-Key em verde, (c) filtro MFB em amarelo, (d) filtro passivo com buffer em vermelho e (e) filtro passivo sem buffer em azul.



8.1.5 Circuito de Set/Reset do Magnetômetro

O magnetômetro selecionado é um sensor magnético do tipo Magnetorresistivo Anisotrópico (AMR) com filmes finos de Permalloy (NiFe) que criam variações na resistividade de acordo com campos magnéticos externos. Os sensores AMR são dispostos em configuração de Ponte de Wheatstone permanecendo eletricamente idênticos na ausência de campo magnético externo. Campos fortes podem corromper o domínio magnético das partículas do filme, que deixa de ser orientado suavemente de fábrica para direções arbitrárias, prejudicando a exatidão e resolução dos sensores. Para recuperar a orientação adequada, um pulso de Reset é aplicado orientando os elementos para uma direção de forma uniforme.

Figura 48 – Circuito de Set/Reset H-Bridge simulado.



A corrente de Set/Reset possui um pico mínimo de pulso que corresponde ao campo magnético mínimo equivalente imposto nos elementos sensíveis, 40 Gauss. Os pulsos de Set/Reset são geralmente da forma exponencial amortecida e fornecidos por um capacitor. As resistências série equivalente (ESR) dos capacitores no circuito da corrente de Set/Reset devem ser baixas o bastante para garantirem uma perda relativamente pequena em comparação à resistência da trilha, por volta de 10% a 20% [HONa], exigindo assim o uso de

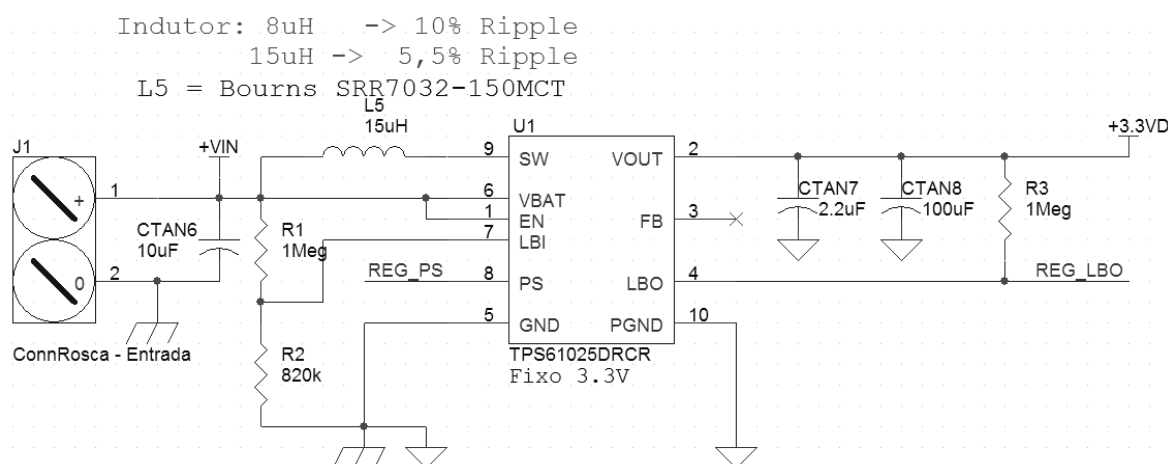
capacitores especiais. O circuito de Set/Reset do HMC5843 é do tipo H-bridge [HONb], mostrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

Para avaliar o impacto da ESR dos capacitores, o circuito foi simulado para diferentes combinações de capacitâncias e ESRs. O aumento da ESR de C1 de $200\text{m}\Omega$ para 1Ω reduz em 15% o valor do pico de corrente. Foram também utilizados modelos de simulação de capacitores fornecidos pela Kemet. Os dielétricos cerâmicos Y5V e X5R são os que possuem menor ESR de acordo com gráficos nos datasheets. Os capacitores construídos com estes dielétricos apresentaram desempenho semelhante ao modelo simulado com baixa ESR.

8.1.6 Alimentação

Para que o sistema seja realmente portátil, é necessária a alimentação por baterias, eliminando a necessidade de cabos para alimentação. Pilhas alcalinas possuem tensão de 1,5V enquanto as recarregáveis possuem tensão de 1,2V. A solução é, assim, utilizar um regulador chaveado, que pode tanto aumentar como reduzir a tensão de entrada permitindo que pares de baterias de 1,5V ou 1,2V sejam utilizadas regulando de 3V ou 2,4V para 3,3V. Por outro lado, reguladores chaveados podem ser ruidosos e apresentam alto ripple na saída. Para a seção analógica do circuito, que exige uma tensão mais estável, foi utilizado um regulador low drop-out (LDO) para gerar uma tensão de 3V. Esta tensão é utilizada nos girômetros e na referência do ADC do processador.

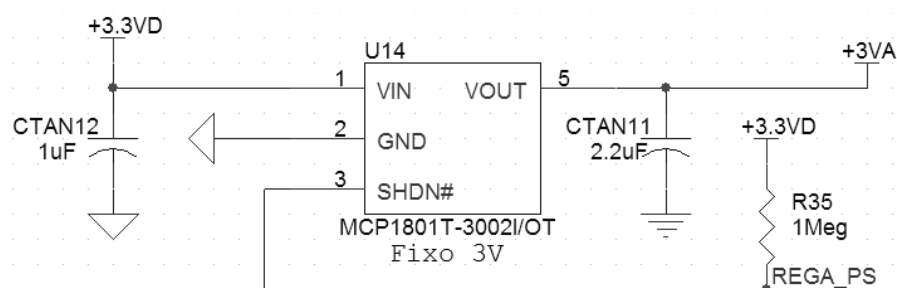
Figura 49 – Circuito do regulador chaveado TPS61025.



Os conversores que atenderam às especificações foram ordenados por preço e eficiência. O conversor L6920DB, embora mais caro, foi utilizado como referência por ser utilizado no reference design do mouse sem fio da ST Microelectronics [STM08d]. Os fatores que influenciam a duração da bateria são, em maior parte, eficiência e corrente quiescente, já que o regulador digital não entrará em modo shutdown sem um circuito adicional específico. Considerando os parâmetros eficiência, corrente quiescente e preço, foi selecionado o regulador step-up e step-down TPS61025. O circuito do regulador chaveado é mostrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada..**

Já o regulador LDO deve possuir alta estabilidade de saída e corrente de saída de 20mA. Os reguladores pesquisados que satisfazem tais requisitos são mostrados no Apêndice 0. A eficiência do regulador linear foi calculada como a razão entre a potência de saída e a potência de entrada [KES05]. O regulador selecionado foi o MCP1801 da Microchip, por apresentar menor erro, maior eficiência e preço muito próximo dos preços dos outros reguladores. O circuito deste regulador é mostrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada..** Na faixa de corrente de saída, a tensão de dropout do MC1801 é de no máximo 100mV, permitindo obter a tensão de saída de 3V mesmo com tensão de entrada de 3,3V.

Figura 50 – Circuito do regulador linear MCP1801.



8.2 ANÁLISE DE RUÍDO

Foi realizada uma análise de ruído no circuito para avaliar se este causaria ou não impacto no desempenho final do sistema. O ruído foi analisado somente na seção analógica do circuito, ou seja, no circuito dos girômetros, composto basicamente por resistores, capacitores, o amplificador operacional e o regulador de tensão.

O ruído nos resistores é causado por agitação térmica de elétrons, o que gera movimentos de carga e, conseqüentemente, tensão. A equação de ruído térmico de resistores é dada por:

$$e_n = \sqrt{4kTRB} \quad (0.137)$$

Onde k é a constante de *Boltzmann* ($1,374 \times 10^{-23}$ J/K), T a temperatura absoluta (K), R a resistência (R) e B a banda (Hz).

Um outro tipo de ruído presente em resistores é o ruído de excesso. Este possui uma resposta espectral do tipo $1/f$ e é causado quando uma corrente passa por um material descontínuo ou irregular e é medido em termos de um índice de ruído [MOT93]. O ruído de excesso, a partir do índice de ruído, pode ser obtido pelas relações [NAT02]:

$$e_{Ex} = 10^{\frac{NI}{20}} \times \frac{V_{DC}}{10^6} / \text{dec} \quad (0.138)$$

$$e_{Ex} = 10^{\frac{NI}{20}} \times \frac{V_{DC}}{10^6} \times \frac{f}{10} \quad (0.139)$$

Onde e_{Ex} é o ruído de excesso em micro-volts, NI o índice de ruído de excesso, V_{DC} a queda de tensão sobre o resistor e f a frequência. Resistores de filme de carbono correspondem a um índice de ruído maior entre -10 e -25dB.

Para combinar diversas fontes de ruído, deve-se levar em consideração se elas são correlacionadas ou não. Para fontes correlacionadas, ou seja, cujos valores instantâneos são relacionados no tempo, a combinação deve ser realizada na forma raiz soma quadrática (RSS) com um fator de correlação, c , pela seguinte relação [MOT93]:

$$e_{nT} = \sqrt{e_{n_1}^2 + e_{n_2}^2 + 2ce_{n_1}e_{n_2}} \quad (0.140)$$

Para fontes não correlacionadas, o fator c é nulo. O ruído do regulador linear foi estimado por meio da integração da densidade espectral de tensão de ruído pela faixa de

uso de 0 a 1MHz. Considerando a densidade espectral de tensão de ruído do MCP1801 como aproximadamente constante em $1 \mu V/\sqrt{Hz}$:

$$n_{MCP1801} = 1 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}} \times \sqrt{f} = 1 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}} \times \sqrt{1M} = 1mV \quad (0.141)$$

O ruído dos resistores foi calculado pela Equação (0.137), de ruído térmico de *Johnson*, e pelo ruído de excesso da Equação (0.139). A temperatura considerada foi de 25°C. O ruído de excesso foi calculado obtendo EEX em uV a partir da Equação (0.139) utilizando tensão de queda majorada em 3V e o índice NI de -10, correspondente aos resistores de filme de carbono. Os ruídos térmicos calculados foram combinados como totalmente correlacionados. Já o ruído do regulador de tensão foi combinado com o ruído dos resistores de forma descorrelacionada.

Os maiores ruídos foram referentes ao ruído do regulador de tensão, 1mV. O valor de ruído total devido aos resistores foi de 60uV. O ruído total, assim, correspondeu a 1,37LSB, dada uma resolução no ADC de 733uV . Este erro, no entanto, além de ser correspondente a um pior caso de ruído no regulador é menor do que os erros totais (*Total Unadjusted Error*) do ADC, em torno de +-2LSB. O ruído por interferência não foi avaliado. No entanto, diversas técnicas de redução do mesmo foram utilizadas sempre que possível, incluindo separação entre condutores, redução do comprimento das trilhas, equalização de comprimento de trilhas de entrada.

8.3 MICROCONTROLADOR

O microcontrolador utilizado foi o STM32FR103ZE por possuir arquitetura RISC ARM (*Advanced RISC Machine*) com desempenho suficiente para a aplicação. Esta família da arquitetura ARM é voltada a aplicações microcontroladas e possui diversos periféricos e portas de entradas e saídas [YIU07]. O STM32FR103ZE suporta *clock* de até 72MHz e possui 1.25 DMIPS/MHz (2.1 Milhões de Instruções por Segundo) além de diversas interfaces I2C, interfaces seriais RS-232, SPIs e funcionalidades como Acesso Direto a Memória (DMA) e gerenciamento de energia. O microcontrolador também possui três ADCs de 12 *bits* com 21 canais no total, tempo de conversão total de 18us e taxa de amostragem de até 1MHz.

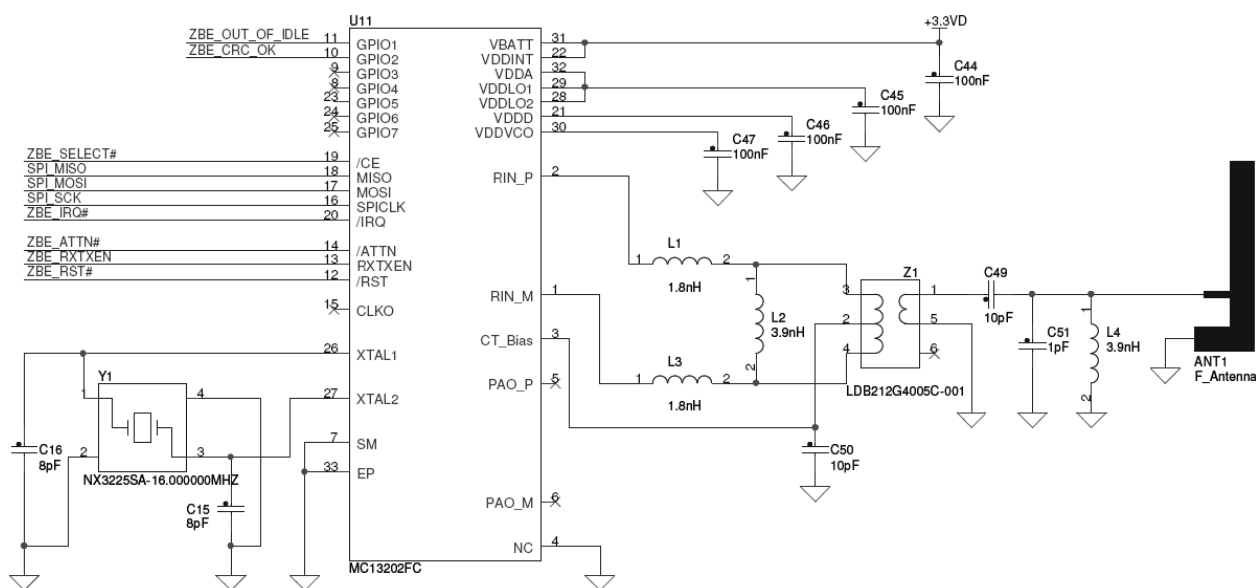
A função de acesso direto à memória (DMA) permite realizar transferências de dados rápidas entre periféricos e a memória sem a interferência da unidade de processamento central (CPU). Os comandos para cada dispositivo são armazenados em memória e acessados pelo DMA no momento em que uma comunicação é realizada. Uma memória *Flash* SPI 8M AT45DB081 também foi inserida no sistema para armazenamento de dados e parâmetros para calibração bem como para registro de dados. Esta memória foi selecionada pois possui um *buffer* de acesso que aumenta significativamente a velocidade de gravação e leitura.

8.4 INTERFACE SEM FIO

Inicialmente, foram analisados os padrões *Bluetooth* e *ZigBee* para uso no sistema. A Tabela 20 do Apêndice 0, adaptada de [POR03] e [BAK05], apresenta uma comparação entre as características chave dos padrões *Bluetooth* e *ZigBee*. Utilizando os critérios de consumo, alcance e custo, o padrão selecionado foi o *ZigBee*, já que poucos dispositivos serão utilizados simultaneamente e a quantidade de dados a serem transmitidos, quatérnions e comandos, é pequena, permitindo uma taxa de comunicação menor. A desvantagem do padrão *ZigBee* é que o padrão *Bluetooth*, mais antigo, é bastante utilizado nos dispositivos eletrônicos de consumo, como celulares e computadores. Dessa forma, perde-se em portabilidade, já que um conversor *ZigBee* para USB deve ser utilizado para permitir a interconexão do sistema.

No circuito, foram utilizados componentes SOC (*System On Chip*) para a interface *ZigBee*, um circuito integrado que possui o *transceiver*, o circuito de modulação e a interface digital para comunicação. O módulo *Freescale* MC13202 foi selecionado devido ao menor custo dada uma faixa de consumo semelhante e à possibilidade de utilizar um circuito integrado com interface *ZigBee* e microcontrolador integrados. O esquemático do módulo *ZigBee*, mostrado na Figura 51, foi realizado com base nas ligações presentes no design de referência do kit de desenvolvimento 1320xQE128EVBRM, cujo alcance pode chegar a 300 metros segundo o *datasheet*.

Figura 51 – Circuito do módulo ZigBee.



Os três tipos mais comuns de antena em aplicações de dispositivos de baixo alcance (SRD - *Short Range Device*) são antena em placa de circuito impresso (PCI), antena em chip e antena chicote. A escolha de uma delas se baseia em parâmetros como padrão de irradiação, ganho, casamento de impedância, largura de banda, tamanho e custo [AND07]. A Tabela 22 mostra os prós e contras de cada tipo:

Tabela 22 – Comparação entre tipos de antena para sistemas embarcados.

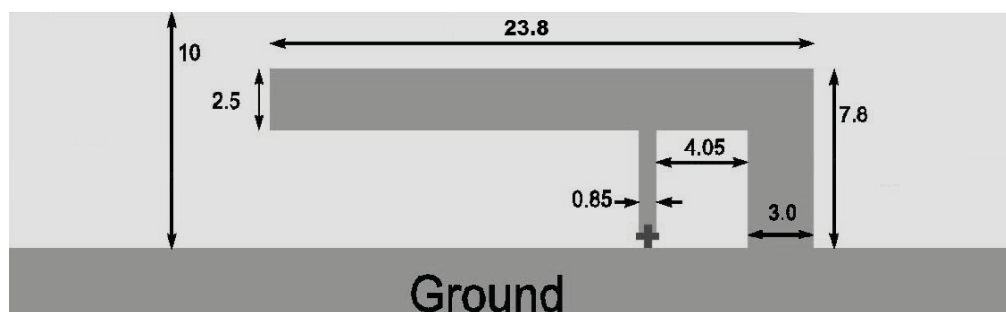
Tipo	Prós	Contras
Antena PCI (em placa)	<ul style="list-style-type: none"> - Baixo custo - Bom desempenho possível - Pequeno tamanho a altas frequências 	<ul style="list-style-type: none"> - Dificuldade no projeto de antenas PCB pequenas e eficientes - Potencialmente grandes a baixas frequências
Antena Chip	<ul style="list-style-type: none"> - Tamanho pequeno 	<ul style="list-style-type: none"> - Desempenho mediano - Custo mediano
Antena Chicote	<ul style="list-style-type: none"> - Bom desempenho 	<ul style="list-style-type: none"> - Alto custo - Dificuldade em ajustar-se a muitas aplicações

Fonte: Andersen (2007)

Devido ao critério baixo custo e boa performance, a antena PCI foi a selecionada. No entanto, projetar uma antena PCI não é simples. Os próprios fabricantes recomendam, assim, fazer uma cópia exata dos *reference designs* utilizando FR4 como

material para a placa [FRE08c]. Assim, a antena utilizada foi a antena de referência F invertido [FRE06b], mostrada na Figura 52.

Figura 52 – Antena em placa F invertido sugerida pela Freescale. Dimensões em milímetros.



Fonte: Freescale (2006)