



UNIVERSIDADE
ESTADUAL de LONDRINA

JULIO CEZAR RODRIGUES DE OLIVEIRA

**DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES
DE MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DO CASO
MULTIMÍDIA PLANO DE TELEFONIA**

Londrina
2017

JULIO CEZAR RODRIGUES DE OLIVEIRA

**DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES
DE MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DO CASO
MULTIMÍDIA PLANO DE TELEFONIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Londrina
2017

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Oliveira, Julio Cezar Rodrigues de Oliveira.

Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática na Exploração do Caso Multimídia Plano de Telefonia / Julio Cezar Rodrigues de Oliveira Oliveira. - Londrina, 2017.

150 f. : il.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino Cyrino.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2017.

Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática - Tese. 2. Formação de Professores - Tese. 3. Desenvolvimento Profissional - Tese. 4. Caso multimídia - Tese. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

JULIO CEZAR RODRIGUES DE OLIVEIRA

**DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA PLANO
DE TELEFONIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Márcia Cristina de Costa
Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof^ª. Dr^ª. Marcele Tavares Mendes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná -
UTFPR

Prof^ª. Dr^ª. Edilaine Regina dos Santos
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 18 de dezembro de 2017.

“Se, a princípio, a ideia não é absurda, então não há esperança para ela.”

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sempre estar presente em todos os momentos e por ter permitido que conseguisse chegar até aqui com saúde e por poder ter a oportunidade de vivenciar momentos de aprendizagem por toda minha trajetória.

À minha família, pelo apoio em toda minha trajetória escolar.

À professora Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino, por aceitar o desafio de me orientar e por ter proporcionado diversos momentos de aprendizagem e amizade, seja na disciplina, nos encontros do GEPEFOPEM ou em nossas conversas a respeito do desenvolvimento do trabalho.

Às professoras Edilaine Regina dos Santos e Marcele Tavares Mendes, por terem aceitado participar da banca e por todas as contribuições e pelo respeito em relação ao trabalho.

Aos membros do GEPEFOPEM. Agradeço ao André Lima, o André M., o Bruno, o Enio, o Everton, a Fernanda, o Gaspar, a Helen, a Hélia, o Írio, a Jéssika, a Karina, a Laís, a Márcia, a Renata, a Taynara por todas as discussões e pela amizade. Em especial agradeço ao Paulo Henrique, que foi o meu grande irmão desde quando eu comecei a participar do GEPEFOPEM e que sempre esteve disposto a me ajudar nas horas mais difíceis.

À professora Loreni, que fez com que eu acreditasse que um dia poderia chegar até aqui, por sempre estar disposta a me ajudar quando precisei e a me repreender quando foi necessário.

Ao Emerson Tortola, que está presente em minha vida há seis anos e esteve ao meu lado durante toda a caminhada durante meus estudos para me formar como professor de Matemática, me proporcionando os melhores seis anos que já vivi, estando presente nos momentos de alegria e tristeza, me dando forças para sempre continuar.

Às professoras da CoP-ProfMARE, por terem trazido grandes contribuições para essa pesquisa. Em especial agradeço a Airan, que começou a jornada para se tornar professora junto comigo, e desde então me faz sentir como se fôssemos amigos há muito mais tempo, sempre compartilhando sua sabedoria e os sonhos que temos para nossa formação enquanto professores de Matemática. Agradeço também a professora Ana Márcia, que sempre esteve disposta a ajudar, tanto no trabalho na CoP-ProfMARE, como em qualquer outra situação na qual precisasse de seu apoio. Agradeço também a professora Adriana, quem eu conheço desde 1999, quando ela foi minha professora de Matemática na 5ª série e

proporcionou que eu passasse a amar a disciplina de Matemática, se tornando um grande exemplo para mim enquanto aluno, e agora como professor.

À Cristina, que se tornou mais do que uma companheira no trabalho na CoP-ProfMARE, mas sim uma grande amiga com quem pude contar no decorrer desses últimos três anos.

Aos meus professores de graduação e pós-graduação, que possibilitaram meu desenvolvimento profissional em toda minha trajetória. Em especial agradeço aos professores da graduação Letícia Celeste, Sérgio Dantas, Fábio Baccarin, André Gustavo, Antonio Moraes, Marilda Trecenti, Damarli Guarnieri, José Ricardo, Edimar Izidoro, Renato Merli, Giuliane, Daniela Barbieri, e Adriano. E um agradecimento às professoras da pós-graduação Regina Buriasco e Pamela, por todas as contribuições para minha formação.

Agradeço também aos meus colegas de trabalho, tanto na UNESPAR quanto na Educação Básica, por todos os momentos de trabalho e de descontração.

Aos meus amigos que me acompanharam nessa jornada, em especial a Camila, a Karine, a Talita, a Ana Paula, o Gil, o Danilo e o Jair Lucas Jorge, que me trazem sempre boas memórias de nossos encontros.

Aos meus alunos, que sempre me inspiram a tentar melhorar enquanto professor de Matemática.

À todas as pessoas que influenciaram direta ou indiretamente nesse trabalho.

OLIVEIRA, Julio Cezar Rodrigues de. **Desenvolvimento profissional de professores de matemática na exploração do caso multimídia plano de telefonia**. 2017. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

RESUMO

A questão que norteou a presente investigação foi: *Que elementos de um contexto de formação continuada possibilitam o desenvolvimento profissional de professores de Matemática a partir da exploração de um caso multimídia, com foco na fase de discussão coletiva de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório?* Para responder a essa pergunta estabelecemos os seguintes objetivos: descrever alguns trechos de episódios do empreendimento exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” em uma Comunidade de Prática denominada CoP- ProfMARE; e analisar produções escritas e discussões realizadas na CoP-ProfMARE relacionadas à fase de *discussão coletiva da tarefa* referente ao caso multimídia “Plano de Telefonia”. Para as análises tomamos como perspectiva teórica os objetivos para o desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática, propostos por Sowder (2007) e as dimensões do que consiste interpretar e reconhecer interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008) e classificamos os dados de acordo com essas perspectivas. A partir dessa classificação, destacamos os elementos do contexto que possibilitaram o desenvolvimento profissional dos membros da CoP-ProfMARE, nomeadamente: relatar experiências; discutir perspectivas de ensino alternativas ao ensino diretivo, em específico o Ensino Exploratório; utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula; discutir aspectos da dinâmica da aula, do papel do professor, do planejamento e da avaliação na perspectiva do Ensino Exploratório; resolver tarefas; discutir conteúdos matemáticos; levantar hipóteses acerca das dificuldades e dos erros dos alunos; discutir dificuldades dos alunos no trabalho com perspectivas alternativas ao ensino diretivo e como superá-las; e socializar opiniões. A liberdade que as professoras tiveram em compartilhar experiências, em apresentar dúvidas, questões e desafios de sua prática para serem discutidas na CoP, em propor novos empreendimentos, e a confiança que elas depositaram em todos os membros da CoP, foram aspectos marcantes para o desenvolvimento profissional dos envolvidos nesse processo de formação.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação de Professores. Desenvolvimento Profissional. Caso Multimídia.

OLIVEIRA, Julio Cezar Rodrigues de. **Professional development of mathematics teachers in exploiting the multimídia case telephony plan**. 2017. 150 p. Dissertation (Master's Degree in Science Education and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

ABSTRACT

The question that guided the present investigation was: *What elements of a context of teacher education enabled the professional development of Mathematics teachers from the exploitation of a multimedia case, focusing on the phase of collective discussion of a class from the perspective of Exploratory Teaching?* To answer this question we established the following objectives: to describe some sections of the enterprise exploitation of the multimedia case “Telephony Plan” in a Community of Practice called CoP-ProfMARE; and to analyze written productions and discussions held at CoP-ProfMARE related to the *collective discussion* phase of the multimedia case “Telephony Plan”. For the analysis we take as theoretical perspective the objectives for the professional development of the teacher who teaches Mathematics, proposed by Sowder (2007) and the dimensions of what it means to notice and to interpret classroom interactions (VAN ES, SHERIN, 2002; 2008), and we classify the data according to these perspectives. From this classification, we highlight the elements of the context that enabled the professional development of CoP-ProfMARE members, namely: reporting experiences; discussing alternative teaching perspectives to directive teaching, specifically Exploratory Teaching; using aspects of their experience to deal with the challenges of / in the classroom; discussing aspects of classroom dynamics, the role of teachers, planning and evaluation in the perspective of Exploratory Teaching; solving tasks; discussing mathematical content; raising hypotheses about students' difficulties and mistakes; discussing students' difficulties in working with alternative perspectives on directive teaching and how to overcome them; and socializing opinions. The teachers' freedom to share experiences, to present doubts, questions and challenges of their practice to be discussed in the CoP, to propose new enterprises, and the trust they placed in all CoP members, were important aspects for the development professional of all the people involved in this education process.

Keywords: Mathematics Education. Teacher Education. Professional Development. Multimedia Case.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Seção “Introdução ao caso multimídia”	74
Figura 2: Seção “Antes da aula”	75
Figura 3: Seção “A aula”	77
Figura 4: Seção “Reflexão após a aula”	78
Figura 5: Seção “O GeoGebra”	79
Figura 6: Seção “Colocar em Prática”	80

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Investigações vinculadas ao GEPEFOPEM e ações/elementos que interferem no desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática	17
Quadro 2: Diferenças entre Formação de Professores e Desenvolvimento Profissional.....	32
Quadro 3: Dimensões do que consiste a capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula	43
Quadro 4: Ações associadas às dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula	44
Quadro 5: Níveis e características dos apontamentos relacionados à capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula	45
Quadro 6: Dinâmicas nas perspectivas do Ensino Exploratório e tradicional	49
Quadro 7: <i>Framework</i>	52
Quadro 8: Relação entre aspectos teóricos	56
Quadro 9: Caracterização dos professores participantes (2015 e 2016).....	65
Quadro 10: Encontros realizados nos anos de 2015 e 2016.....	67
Quadro 11: A tarefa – “O Plano de Telefonia”.....	75
Quadro 12: Produção escrita dos alunos.....	103
Quadro 13: Seleção e Sequenciamento realizados pelas professoras	109
Quadro 14: Elementos do contexto de formação continuada que possibilitam o desenvolvimento profissional	124
Quadro 15: Dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula	127

INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 1	31
A FORMAÇÃO CONTINUADA E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	31
1.1 A FORMAÇÃO CONTINUADA E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL	31
1.2 OBJETIVOS PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL	34
1.2.1 Desenvolver uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática	34
1.2.2 Desenvolver conhecimentos sobre conceitos matemáticos	35
1.2.3 Desenvolver uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática	36
1.2.4 Desenvolver o conhecimento pedagógico do conteúdo	36
1.2.5 Desenvolver uma compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar 38	
1.2.6 Desenvolver uma compreensão de si como um professor que ensina Matemática	38
1.3 OS CASOS MULTIMÍDIA E AS DIMENSÕES DE VAN ES E SHERIN	41
CAPÍTULO 2.....	47
ENSINO EXPLORATÓRIO	47
2.1 A PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO	47
2.2 O PLANEJAMENTO DO PROFESSOR ANTES DA AULA	54
2.3 A AULA NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO	55
2.3.1 Introdução e apresentação da tarefa.....	56
2.3.2 Desenvolvimento da Tarefa.....	57
2.3.3 Discussão Coletiva da Tarefa.....	59
2.3.4 Sistematização das Aprendizagens.....	60
CAPÍTULO 3	62
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	62
3.1 NATUREZA DA PESQUISA	62
3.2 O GRUPO INVESTIGADO E O CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO	63
3.3 O CASO MULTIMÍDIA “PLANO DE TELEFONIA”	73

3.4	A COLETA DAS INFORMAÇÕES	80
3.5	ESTRATÉGIAS DE ANÁLISE.....	81
CAPÍTULO 4		83
TRAJETÓRIA DO GRUPO E ANÁLISES.....		83
4.1	TRAJETÓRIA DE FORMAÇÃO QUE LEVOU À EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA E ALGUNS ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL	83
4.2	A EXPLORAÇÃO DO CASO “PLANO DE TELEFONIA” NA COP-PROFMARE.....	89
4.3	DISCUSSÃO COLETIVA DA TAREFA E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS PARTICIPANTES DA COP-PROFMARE.....	91
CAPÍTULO 5		121
CONSIDERAÇÕES FINAIS		121
5.1	À GUIA DE CONCLUSÃO	128
REFERÊNCIAS		129
APÊNDICES.....		134
	APÊNDICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	135
ANEXOS.....		139
	ANEXO A: TEXTO SOBRE O ENSINO EXPLORATÓRIO	140
	ANEXO B: TAREFAS DISCUTIDAS NA COP-PROFMARE.....	143

INTRODUÇÃO

No contexto nacional e internacional, os programas de formação de professores que ensinam Matemática têm buscado promover contextos de formação inicial e continuada que possam oferecer aos professores oportunidades de desenvolvimento profissional.

O Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática, o GEPEFOPEM, tem como um de seus temas de pesquisa o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. Esse grupo tem como proposta estudar e investigar os fundamentos e os processos de constituição dos conhecimentos docentes tanto na formação inicial (curso de licenciatura em Matemática e pedagogia), quanto na formação continuada de professores que ensinam Matemática. Esse grupo é coordenado pela professora Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino, e tem como membros alunos da graduação que participam da iniciação científica, alunos da pós-graduação (mestrado e doutorado) orientados pela professora Márcia e professores que se interessam por esse tema de estudo.

Nesse sentido, algumas pesquisas dos membros do GEPEFOPEM têm contemplado a aprendizagem de professores e futuros professores que ensinam Matemática na perspectiva do desenvolvimento profissional (SOWDER, 2007), considerando o desenvolvimento da identidade profissional e a mobilização/constituição de conhecimentos em contextos diferentes daqueles pautados em cursos de treinamento para professores, buscando identificar elementos do contexto que influenciam no processo de desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática (CYRINO, 2013).

No âmbito dos trabalhos desse grupo, em 2013, por meio de uma parceria entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UL), foi constituído o projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”¹, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo qual o GEPEFOPEM tem investido na elaboração e exploração de um Recurso Multimídia, que

consiste em um conjunto de casos multimídia que estão sendo desenvolvidos desde o ano de 2013. Cada caso é constituído por diferentes materiais em torno de uma aula de Matemática pautada na perspectiva do ensino exploratório, como vídeos com

¹ Este projeto teve início em 2013 e término em 2016.

episódios de sala de aula, plano de aula dos professores, áudios de entrevistas realizadas com o professor (antes e depois da aula), produção escrita dos alunos, textos de apoio, dentre outros. Esses materiais acompanham todo o desenvolvimento, desde a preparação, condução e reflexão de aulas nessa perspectiva de ensino. As aulas que viabilizaram as construções de casos multimídia aconteceram na educação básica e foram conduzidas por professores experientes na utilização de estratégias metodológicas alternativas para o ensino de Matemática (RODRIGUES; CYRINO, 2016, p. 59).

O Recurso Multimídia utiliza experiências de sala de aula com a perspectiva do Ensino Exploratório² como ponto de partida para o trabalho envolvendo a formação dos professores e futuros professores. Segundo Oliveira e Cyrino (2013), os casos multimídia têm se mostrado favoráveis à busca de relações entre o conhecimento prático e teórico, que são necessárias para o (futuro) professor em formação lidar com os desafios que enfrentam em sua prática, dentre eles a proposição de abordagens de ensino inovadoras.

O caso multimídia explorado nessa pesquisa é um dos quatro casos multimídia desenvolvidos pelo GEPEFOPEM, que fez parte de desse mesmo projeto de cooperação entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UL).

A intenção é que esses quatro casos multimídias construídos pelo GEPEFOPEM sejam explorados em ambientes de formação (inicial ou continuada) de professores que ensinam Matemática, com o objetivo de possibilitar reflexões acerca de diferentes elementos da prática pedagógica e uma possível articulação entre os conhecimentos teóricos e práticos que envolvem o trabalho do professor que ensina Matemática (RODRIGUES, 2015; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Os casos multimídia estão disponíveis em uma plataforma *online* no endereço www.rmfp.uel.br. Para acessar os casos multimídia é necessário um *login* e uma senha, uma vez que as filmagens, as produções escritas da professora e dos alunos, e as informações da escola e dos alunos da Educação Básica foram autorizadas pelos envolvidos ou pelos responsáveis apenas para fins acadêmicos. Para esta pesquisa, foi explorado o caso multimídia “Plano de Telefonia”.

O caso multimídia “Plano de Telefonia” é constituído por vídeos com episódios de sala de aula, plano de aula elaborado pela professora protagonista desses vídeos, entrevistas realizadas com a professora antes e após a aula, a produção escrita dos alunos, além de questões problematizadoras a serem respondidas por quem está explorando o caso. Esse caso envolve uma aula de Matemática realizada em um 1º ano do Ensino Médio, em um colégio público da rede estadual de ensino na cidade de Apucarana, no ano de 2013. Nessa aula, o

² Traremos mais informações a respeito do Ensino Exploratório no Capítulo 2.

conteúdo envolvido foi Função Afim. A turma na qual a aula foi desenvolvida fazia parte do Ensino Médio organizado por blocos³, no qual a disciplina de Matemática era realizada apenas em um semestre do ano, totalizando seis aulas por semana. O professor protagonista de cada caso multimídia possui experiência em sala de aula e com a perspectiva do Ensino Exploratório.

A aula do caso multimídia “Plano de Telefonia” foi conduzida pela professora Loreni, que era a professora regente dessa turma. A professora Loreni concluiu sua graduação em Licenciatura em Matemática e começou a trabalhar na rede estadual de ensino no ano de 1992, tendo turmas dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. A partir do ano de 1997, ela começou a trabalhar com Educação de Jovens e Adultos no Centro Estadual de Educação Básica para Jovens e Adultos – CEEBJA. Ela também trabalhou na Faculdade de Apucarana, de 2004 a 2014, no curso de Licenciatura em Matemática com ênfase em Informática. Em 2002 ela ingressou no mestrado no Programa Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), concluindo em 2004. Em 2011 ingressou no doutorado do mesmo programa e concluiu em 2014.

Uma das ideias do GEPEFOPEM é constituir grupos de estudos com professores e/ou futuros professores da Educação Básica (licenciatura em Matemática e/ou Pedagogia), professores formadores, e/ou estudantes de pós-graduação para que possam discutir e explorar esses casos.

Na formação desses grupos de estudo, a intencionalidade é que eles se constituam como Comunidades de Prática⁴ compostas por diferentes perfis de professores e/ou futuros professores, uma vez que algumas das pesquisas do GEPEFOPEM (CALDEIRA, 2010; BELINE, 2012; ROCHA, 2013; NAGY, 2013; OLIVEIRA, 2014; GARCIA, 2014; BALDINI, 2014; ESTEVAM, 2015; JESUS, 2017) já identificaram elementos das comunidades de prática que colaboram nas aprendizagens de professores e futuros professores, no desenvolvimento de sua identidade profissional⁵ e na mobilização/constituição

³ No Ensino Médio organizado por blocos, as doze disciplinas são divididas em dois blocos, sendo cada uma em um dos semestres do ano. No Bloco 1 estão as disciplinas de Biologia, Educação Física, Filosofia, História, Língua Estrangeira Moderna e Língua Portuguesa. No Bloco 2, as de Artes, Física, Geografia, Matemática, Sociologia e Química. Dessa forma, as aulas de cada disciplina ficam concentradas em apenas um semestre do ano.

⁴ Informações mais detalhadas a respeito das Comunidades de Prática podem ser encontradas em outros trabalhos dos membros do GEPEFOPEM: Caldeira (2010), Beline (2012), Rocha (2013), Nagy (2013), Oliveira (2014), Garcia (2014), Baldini (2014), Estevam (2015) e Jesus (2017).

⁵ Assumo nesse trabalho “identidade profissional do professor como um conjunto de crenças/concepções interconectadas e de conhecimentos a respeito de seu ofício, associado a autonomia (vulnerabilidade e sentido de agência) e compromisso político”. (CYRINO, 2016b, p. 168).

de conhecimentos para ensinar Matemática, com vistas ao desenvolvimento profissional dos envolvidos nesses contextos (RODRIGUES, 2015).

Rodrigues (2015) elaborou um quadro que apresenta as investigações dos membros do GEPEFOPEM até o ano de 2014 a respeito de contextos com diferentes públicos relacionados à formação de professores que ensinam Matemática. Para esse trabalho, acrescentamos a esse quadro as pesquisas desenvolvidas por Rodrigues (2015), Estevam (2015) e Mota (2016). Nesses contextos, os formadores consideraram as singularidades das práticas de ensino de cada um dos professores e futuros professores envolvidos e os fatores que influenciavam em suas práticas. Nesse quadro são destacados os aspectos do desenvolvimento profissional que foram identificados, ações que interferiram nesses aspectos e algumas informações sobre estes elementos (RODRIGUES, 2015).

Quadro 1: Investigações vinculadas ao GEPEFOPEM e ações/elementos que interferem no desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática

Investigação	Breve descrição da investigação	Aspectos do desenvolvimento profissional identificados	Ações/elementos que colaboram / interferem / permitem o desenvolvimento profissional em contextos de grupos de estudos	Informações a respeito das ações/elementos
Caldeira (2010) Dissertação	Caldeira (2010) investigou como uma ação de formação de professores, em uma Comunidade de Prática, colaborou para aprendizagem de futuros professores de Matemática a respeito do pensamento algébrico.	Aprendizagem de professores em formação (inicial ou em serviço).	Preparar e organizar materiais didáticos para oficinas temáticas.	Em conjunto, em constante negociação de significados, os membros desse grupo de estudos organizaram e prepararam materiais didáticos para implementação de práticas investigativas em sala de aula.
			Estudar e discutir conceitos matemáticos.	Os membros também estudaram e discutiram conceitos matemáticos. Além do estudo e discussão da Matemática, os membros também estabeleceram relações desses conceitos com o ensino.
			Negociar maneiras de lidar com dificuldades vivenciadas em sala de aula.	Os membros da comunidade discutiram as dificuldades que enfrentavam em práticas em sala de aula e negociavam maneiras de lidar com elas.
			Manter a comunidade.	Cada membro possuía um papel no grupo e se engajou de modo a manter as discussões produtivas.
			Manter as interações locais sobre o pensamento algébrico.	Os membros negociaram diferentes caracterizações do pensamento algébrico, bem como em que situações eram mobilizadas.
Beline (2012) Tese	Beline (2012) investigou o desenvolvimento da identidade profissional em uma comunidade de prática de professores de Matemática.	Desenvolvimento da identidade profissional.	Dar voz e vez para os seus membros.	Os formadores organizaram um contexto de formação no qual professores (em formação inicial ou em serviço) tinham a oportunidade de influenciar o andamento da comunidade, de forma que todos os membros fossem incluídos naquilo que importava no contexto.
			Expor conhecimentos, experiências pedagógicas e problemas vivenciados em sala de aula.	Os membros da comunidade relataram problemas de suas práticas pedagógicas, bem como experiências que já haviam vivenciado. A apresentação de seus conhecimentos, sem constrangimentos, também fez parte dos empreendimentos do grupo.

			Organizar o trabalho em grupos.	A comunidade era formada por futuros professores de Matemática, por professores que atuavam na Educação Básica e pelos pesquisadores/investigadores. O trabalho em grupos menores, em que essa pluralidade se fez presente, foi potencial para diversificar e enriquecer as discussões.
			Aproximar os professores da Educação Básica com a universidade: os encontros da comunidade foram realizados nas escolas participantes.	Na busca de uma aproximação entre a Universidade e a escola, o trabalho desenvolvido foi realizado nas escolas em que alguns dos membros eram professores. Além disso, a aproximação dos futuros professores ao seu campo profissional se fez presente.
			Discutir/justificar as suas resoluções.	Na comunidade, os membros após resolverem as tarefas discutiam a respeito de suas resoluções. De certa forma, essa dinâmica possibilitou que eles pensassem em estratégias de encaminhamento, naquelas circunstâncias, em sala de aula, caso desenvolvessem um trabalho parecido com seus alunos.
Carniel (2013) Dissertação	Carniel (2013) investigou conhecimentos mobilizados por uma professora em um contexto de formação continuada de professores que ensinam Matemática com ênfase no estudo e discussão de tarefas matemáticas que tem potencial para mobilizar pensamento algébrico.	Constituição / mobilização de conhecimentos	Resolver e discutir tarefas que têm potencial para mobilizar pensamento algébrico.	Como um dos temas de estudo do grupo foi o pensamento algébrico, a professora teve oportunidade de resolver/discutir tarefas que têm potencial para mobilizar pensamento algébrico, no sentido de observar possibilidades de manifestação desse tipo de pensamento.
			Compartilhar experiências vivenciadas em sala de aula.	De modo geral, a professora tentou desenvolver tarefas em sala de aula em perspectivas alternativas de ensino. Os elementos que identificava em suas práticas eram discutidos pelo grupo. Além disso, ela teve oportunidade de refletir sobre suas práticas, bem como refletir sobre as práticas dos colegas.
			Elaborar e discutir planos de aula.	Antes de desenvolver trabalhos em sala de aula, a professora teve a oportunidade de elaborar planos de aula e discuti-los nas reuniões do grupo.
			Elaborar e/ou adaptar de tarefas.	Relacionado com a discussão de planos de aula, a professora também pôde elaborar e/ou adaptar tarefas

				para discutir no grupo.
Nagy (2013) Tese	Nagy (2013) investigou aprendizagens em uma Comunidade de Prática de professoras que ensinam Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental na resolução e discussão de tarefas matemáticas e na análise do relato do desenvolvimento de tarefas em sala de aula.	Aprendizagem de professores em formação (inicial ou em serviço).	Expor/explicar as suas resoluções de tarefas.	Os membros, após resolverem tarefas individualmente, se organizavam em pequenos grupos e em seguida discutiam as resoluções com o grupo todo. Os integrantes puderam observar diferentes tipos de resoluções, bem como identificar erros ou imprecisões em suas produções escritas.
			Partilhar informações.	Era comum nesse grupo a partilha de informações sobre os conceitos matemáticos, a modificação ou não das tarefas que eram propostas, a diversidade das turmas nas quais os membros eram professores, a utilização de materiais manipuláveis, as dificuldades dos membros, bem como de seus alunos.
			Fomentar interações comunicativas por meio de questionamento inquiridor.	As formadoras, ao invés de apresentarem respostas prontas aos questionamentos que os membros apresentaram, tentavam retornar as dúvidas dos membros com novas perguntas, com questionamentos inquiridores, o que possibilitou uma ação mais reflexiva ou autônoma no que diz respeito às tarefas que analisam ou resolviam.
			Relatar o encontro anterior para os membros que não estavam presentes.	De modo a manter o engajamento da comunidade em discussões produtivas, os membros que estavam presentes nos encontros anteriores relatavam os acontecimentos para os membros que, por ventura, faltaram em alguma reunião. Tais relatos colaboravam para o processo de aprendizagem tanto dos membros que haviam faltado, quanto dos membros que estavam presentes.
			Partilhar experiências de sala de aula.	Os membros tinham oportunidade de compartilharem suas experiências docentes, suas dúvidas, suas experiências enquanto integrantes da comunidade.

Rocha (2013) Dissertação	Rocha (2013) investigou aprendizagens de professores em formação (inicial ou em serviço) no contexto de uma Comunidade de Prática de professores de Matemática na busca por ensinar e aprender Frações.	Aprendizagem de professores em formação (inicial ou em serviço).	Refletir e discutir sobre práticas pedagógicas.	Os membros da comunidade, com o passar do tempo, se sentiram mais livres para relatar aspectos de suas práticas pedagógicas, problemas que enfrentavam em sala de aula, implementação de tarefas em uma perspectiva alternativa de ensino.
			Compartilhar experiências.	Os membros da comunidade frequentemente compartilhavam experiências profissionais e pessoais, influenciando na configuração das discussões e nos encaminhamentos futuros da comunidade.
			Produzir material didático.	Os membros da comunidade, em alguns momentos, tiveram a oportunidade de elaborar e discutir materiais manipuláveis, de modo a pensar em possíveis estratégias de encaminhamento para trabalho com esses materiais em sala de aula.
			Elaborar e resolver tarefas.	Os professores, membros da comunidade, tiveram a oportunidade de elaborar tarefas de modo que se relacionassem aos materiais manipuláveis que foram produzidos. Além disso, eles tiveram a oportunidade de resolver tarefas e partilhar suas resoluções.
			Questionar e ser questionado.	Nos encontros da comunidade, os membros tiveram a oportunidade de questionar e de serem questionados, podendo assim, desenvolver ações nessas mesmas circunstâncias nas salas de aulas em que eram professores.
			Ser desafiado.	Durante o processo de participação na comunidade, os membros foram desafiados, no sentido de terem suas falas gravadas, seus registros levantados, bem como permitirem o registro em vídeo de suas práticas em sala de aula. Além do desafio relacionado à aprendizagem da própria Matemática.
			Refletir a respeito do processo de formação continuada.	Os membros puderam refletir sobre esse modelo de formação de professores assumido na comunidade e compará-lo com outros que já conheciam, como o

				modelo de curso de treinamento.
Oliveira (2014) Dissertação	Oliveira (2014) investigou aprendizagens e mobilização/ constituição de conhecimentos a respeito do Raciocínio Proporcional em uma Comunidade de Prática de professores de Matemática.	Aprendizagem de professores em formação (inicial ou em serviço); Mobilização/ constituição de conhecimentos.	Resolver e discutir as resoluções de problemas.	Durante os encontros da comunidade, os membros tiveram a oportunidade de resolver problemas, por vezes individualmente, por vezes em pequenos grupos, e depois compartilhar suas resoluções, de modo que fossem discutidas, evidenciando suas produções de significados, suas impressões, suas escolhas etc. Nessa dinâmica, os membros puderam refletir sobre os conceitos matemáticos que emergiam dessas resoluções e (re)negociar os significados que produziam para essas resoluções.
			Estudar textos a respeito do raciocínio proporcional.	A partir de estudos de textos a respeito do raciocínio proporcional, os membros puderam refletir sobre diferentes conceitos matemáticos que emergem a partir desse tema e estabelecer relações entre o que era apresentado nesses textos e suas práticas pedagógicas.
			Ser questionado.	Os formadores optaram pela dinâmica de apresentar questionamentos ao invés de respostas prontas. A oportunidade de responder esses questionamentos permitiu/revelou aprendizagens, relacionadas a conceitos matemáticos, bem como a outros aspectos da profissão docente.
			Refletir a respeito das produções dos membros, desencadeadas a partir de alguns problemas resolvidos.	Os membros na comunidade tiveram a oportunidade de refletir sobre as produções escritas e orais dos colegas, possibilitando uma maior interação por parte dos integrantes.
Baldini (2014) Tese	Baldini (2014) investigou a aprendizagem, como um elemento do desenvolvimento profissional, no	Aprendizagem de professores em formação (inicial ou em serviço); Mobilização/ Constituição de	Desempenhar um papel ativo no seu processo de formação.	As ações do formador não foram verticalizadas, os professores e futuros professores membros da comunidade influenciavam, diretamente, na configuração dos empreendimentos da comunidade. Desse modo, desempenharam papel ativo em seus processos de formação.

<p>contexto de uma Comunidade de Prática de futuros professores e professores em serviço de Matemática. Nessa comunidade eram discutidas tarefas matemáticas com a utilização do software Geogebra.</p>	<p>conhecimentos.</p>	<p>Sentir-se desafiado a partir da resolução da Tarefa.</p>	<p>A partir das dinâmicas de resolução e discussão de tarefas, os membros da comunidade foram desafiados com relação aos seus conhecimentos matemáticos, bem como outros conhecimentos profissionais relacionados à tecnologia e ao ensino.</p>
		<p>Compartilhar experiências.</p>	<p>A resolução das tarefas nessa comunidade se dava em pequenos grupos, formados por futuros professores e por professores em serviço. A pluralidade de pessoas, com diferentes histórias de vida, permitiu o compartilhamento de diferentes experiências.</p>
		<p>Expor seus erros sem constrangimentos.</p>	<p>Os erros que eram mobilizados no contexto dessa comunidade eram discutidos, por vezes nos pequenos grupos e em outros momentos pelo grupo todo. Eles não eram analisados por uma leitura pela falta, mas sim como uma oportunidade de aprendizagem.</p>
		<p>Apresentar, justificar, explorar e comparar estratégias.</p>	<p>Após o trabalho nos pequenos grupos, os membros apresentavam suas resoluções, bem como justificações de suas estratégias, de modo a possibilitar discussão no grupo maior.</p>
		<p>Utilizar de tecnologias digitais e “lápiz e papel”, integradas ou não.</p>	<p>A utilização de diferentes tecnologias, incluindo digitais, lápis e papel, possibilitam reflexões por parte dos membros sobre conceitos matemáticos.</p>
		<p>Valorizar a presença do <i>expert</i> no grupo.</p>	<p>A presença de um <i>expert</i> no grupo, que por vezes não era o formador/investigador, possibilitou a discussão de novas abordagens para os problemas enfrentados, bem como a negociação de significados entre os membros. O <i>expert</i> tinha o papel, dentre outros, de legitimar os conhecimentos que eram mobilizados/constituídos no decorrer dos encontros da comunidade.</p>
		<p>Desenvolver relacionamentos/interações, respeito e confiança, solidariedade e criatividade.</p>	<p>Os encontros da comunidade não diziam respeito somente a discussão de conceitos matemáticos. Os membros se relacionavam e criaram uma cultura de respeito e solidariedade uns com os outros. A criatividade se deu, também, a partir da utilização do</p>

				software <i>Geogebra</i> , em que interpretações em torno de conceitos matemáticos foram discutidas em diferentes circunstâncias.
Garcia (2014) Tese	Garcia (2014) investigou que elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores de Matemática promovem o desenvolvimento da identidade profissional do professor. Um tema desta investigação e de estudo da comunidade foi o raciocínio proporcional.	Desenvolvimento da identidade profissional.	Participar de um plano aberto e flexível: negociação de empreendimentos, ações e dinâmicas	Durante os encontros desta comunidade, os membros (professores e formadores/investigadores) participaram de um plano aberto e flexível de formação, ou seja, as ações dos membros nas reuniões eram negociadas, assim como futuros empreendimentos e dinâmicas.
			Ter autonomia no que e no como aprender	A partir de um plano aberto e flexível, os professores tinham autonomia no que aprendiam e no como aprendiam. Ou seja, o ponto de partida das discussões na comunidade pautou-se no que os professores tinham a dizer. Tal autonomia promoveu um senso de responsabilidade dos professores nos empreendimentos negociados.
			Estabelecer vínculo institucional e financeiro com a universidade	Membros da comunidade contavam com apoio financeiro para participar das reuniões.
			Ter oportunidade de: interagir; integrar e confrontar saberes; conviver com os membros em longo prazo; compartilhar experiências; estabelecer conexões de aspectos das dinâmicas com referenciais teóricos	Nas dinâmicas estabelecidas, os membros tiveram oportunidades de interagir uns com os outros. Além disso, eles puderam integrar e confrontar saberes, o que possibilitou que pensassem de outras formas e respeitassem e legitimassem as informações que eram mobilizadas nas reuniões. A convivência em longo prazo potencializou o estabelecimento de relações entre os membros. Os integrantes também tinham oportunidade de compartilhar experiências, informações, e estabelecerem relações entre aspectos empíricos vivenciados nas reuniões com elementos de cunho teórico.
			Diminuir a distância entre pesquisadores/formadores e professores	O plano aberto e flexível priorizado promoveu uma aproximação entre professores e pesquisadores/investigadores, aproximando assim a distância, que usualmente, existe entre estes sujeitos.

			Ter experiências de vulnerabilidade	A partir das oportunidades de apresentarem seus pontos de vista, os membros da comunidade puderam considerar outras possibilidades de interpretação de uma situação, além de serem desafiados a colocar em causa suas certezas e convicções. Nesse sentido, tiveram experiências de vulnerabilidade, o que possibilitou novas aprendizagens e reflexões.
Rodrigues (2015) Dissertação	Rodrigues (2015) investigou que elementos da prática pedagógica foram considerados por membros do GEPEFOPEM na elaboração do caso multimídia “Os colares”.	Elementos da prática pedagógica na elaboração de um caso multimídia	Planejamento de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório	Escolha e análise de tarefas matemáticas. Inventário de possíveis resoluções dos alunos e estabelecimento de conexões entre elas. Planejamento da discussão coletiva.
			Prática do professor em sala de aula na perspectiva do Ensino Exploratório	Reconhecimento da necessidade de se realizar algum tipo de intervenção. Reconhecimento dos alunos enquanto “sujeitos cognitivos”. Reconhecimento de diferentes resoluções para uma mesma tarefa. Interpretação das resoluções dos alunos. Questionamento dos alunos quanto às resoluções. Compreensão das produções dos alunos. Seleção das resoluções que deseja discutir. Estabelecimento de relações entre as produções dos alunos e representações matemáticas formalizadas. Identificação das resoluções dos alunos. Proposição de questionamentos. Estabelecimento de relação entre o que acontece na sala de aula e o que foi planejado.

			Análise de práticas pedagógicas	<p>Constituição de conhecimentos em torno da análise de tarefas matemáticas e diferenças entre atividade e tarefa. Relação de aspectos da profissão do professor com aspectos teóricos e/ou com prática de professores experientes.</p> <p>Constituição de conhecimentos em torno do conceito de “sujeito cognitivo”.</p> <p>Análise orientada.</p> <p>Reflexão de práticas pedagógicas.</p> <p>Constituição de conhecimentos do contexto.</p> <p>Constituição de conhecimentos sobre o Ensino Exploratório.</p> <p>Identificação de ações do professor.</p> <p>Identificação de interações em sala de aula (entre professor e aluno e professor e professor).</p> <p>Identificação de resoluções dos alunos.</p> <p>Identificações de como a professora lida com as resoluções que os alunos mobilizam.</p> <p>Identificação de como a professora reconhece que os alunos compreenderam.</p> <p>Identificação da intencionalidade do professor.</p> <p>Identificação de conceitos/ideias matemáticas que foram sistematizados.</p> <p>Proposição de estratégias de ensino alternativas.</p>
Estevam (2015) Tese	Estevam (2015) investigou como empreendimentos de uma Comunidade de Prática, constituída por professores que ensinam Matemática, oferecem	Aprendizagem profissional de professores em uma CoP e desenvolvimento profissional de professores na Educação	Dinâmica da comunidade	<p>Plano de trabalho flexível.</p> <p>Dilemas da prática.</p> <p>Atitude reflexiva e inquiridora.</p> <p>Itinerância de engajamento.</p> <p>Compartilhamento de repertórios.</p>
			Compromisso solidário	<p>Exposição e confronto de ideias.</p> <p>Preocupação com o “outro”.</p> <p>Legitimação do “outro” e da comunidade.</p>

	oportunidades de desenvolvimento profissional na Educação Estatística	Estatística	Confiança e respeito	Confiança em si próprio Confiança no outro Respeito genuíno (apresentação e recebimento de críticas)
			Reflexões compartilhadas e sustentadas	Colaboração e interação Relação entre teoria e prática
			Vulnerabilidade e sentido de agência	Suspensão de crenças e convicções Exposição de dificuldades Aprendizagem contínua Desenvolvimento de identidade Autonomia Mediação da comunidade
			Formação e <i>expertise</i>	Formador como agente de fronteira. <i>Expert dinâmico.</i> Legitimidade de participação.
			Conhecimento profissional	Conhecimento de conteúdo. Conhecimento didático-pedagógico do conteúdo. Conhecimentos transversais.
Mota (2016) Dissertação	Mota (2016) investigou que indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores podem ser identificados na exploração do caso multimídia “Os colares”.	Desenvolvimento profissional de futuros professores por meio da exploração do caso multimídia “Os colares”	Identificar ações da professora em cada fase da aula. Reconhecer as intenções dos questionamentos feitos pela professora. Identificar as estratégias de resoluções dos alunos, suas dificuldades e o conteúdo.	Na exploração do caso multimídia “Os colares”, as questões apresentam itens que propõem que sejam identificados diferentes elementos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.
			Interpretar os efeitos que as ações do professor têm sobre a aprendizagem dos alunos, as resoluções dos alunos com base em seus conhecimentos e crenças. Fazer julgamentos de valores quanto às ações da professora.	Algumas questões do caso multimídia traziam elementos que envolvem a interpretação de aspectos relacionados ao planejamento e à condução de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, além de pedir para que o futuro professor explique como agiria em determinada situação em sala de aula.

			Propor estratégias alternativas às ações da professora.	
			Compreender o papel do professor para promover o ensino e fomentar a aprendizagem durante a fase de discussão coletiva da tarefa. Estabelecer relações entre as estratégias de resolução dos alunos com elementos externos a situação. Estabelecer relações entre as estratégias de resoluções dos alunos com elementos teóricos.	As questões problematizadoras do caso multimídia propõe que sejam estabelecidas essas relações, que são discutidas e sistematizadas em momentos posteriores aqueles que os futuros professores respondem as perguntas.
			Prática do professor em sala de aula na perspectiva do Ensino Exploratório	Reconhecimento da necessidade de se realizar algum tipo de intervenção e dos alunos enquanto “sujeitos cognitivos”. Reconhecimento de diferentes resoluções para uma mesma tarefa. Interpretação das resoluções dos alunos. Questionamento dos alunos quanto às resoluções. Compreensão das produções dos alunos. Seleção das resoluções que deseja discutir. Estabelecimento de relações entre as produções dos alunos e representações matemáticas formalizadas. Identificação das resoluções dos alunos. Proposição de questionamentos. Estabelecimento de relação entre o que acontece na sala de aula e o que foi planejado.

Fonte: Rodrigues (2015).

Muitos dos trabalhos desenvolvidos pelos membros do GEPEFOPEM⁶ envolvem o estudo de contextos de formação de professores em que os grupos de estudos se constituíram em Comunidades de Prática (CoPs), principalmente em contexto de formação continuada, com professores que já atuam na Educação Básica. No entanto, nenhum destes trabalhos teve como objetivo identificar elementos do contexto que possibilitam o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática a partir da exploração de um caso multimídia na formação continuada.

Nesse sentido, a partir dessas considerações e de que na exploração do caso multimídia foram trabalhados aspectos da perspectiva do Ensino Exploratório, optamos por investigar nesse trabalho quais elementos do contexto possibilitam o desenvolvimento profissional de professores de Matemática, tendo como foco a fase de *discussão coletiva da tarefa*, uma vez que na perspectiva do Ensino Exploratório algumas ações do professor estão diretamente relacionadas a essa fase, tais como as práticas de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, estabelecendo uma ordem que atenda aos objetivos de uma aula nessa perspectiva. Essas duas ações não ocorrem na fase de *discussão coletiva da tarefa*, mas são essenciais para que o professor consiga atingir os objetivos estabelecidos.

Além disso, o trabalho com o caso multimídia “Plano de Telefonia”, e em específico nos momentos em que a fase de *discussão coletiva da tarefa* se destacou, possibilitou que os professores refletissem a respeito de seu papel em sala de aula, e a respeito de como essa fase específica de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório influencia e é influenciada por todas as outras. Outro aspecto que influenciou na escolha dessa fase como foco para esse trabalho foi o interesse que temos com relação a ela e a dificuldade manifestada pelos professores em lidar com as ações de um professor nessa fase de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Neste trabalho investigamos alguns empreendimentos realizados por uma comunidade de prática (CoP) constituída por professores de Matemática, em um contexto de formação continuada, no qual nosso foco está na exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”⁷, com o objetivo de responder a seguinte questão:

Que elementos de um contexto de formação continuada possibilitaram o desenvolvimento profissional de professores de Matemática a partir da exploração de um

⁶ Ver Caldeira (2010), Beline (2012), Rocha (2013), Nagy (2013), Oliveira (2014), Garcia (2014), Baldini (2014), Estevam (2015) e Jesus (2017).

⁷ O caso multimídia “Plano de Telefonia” está descrito detalhadamente no Capítulo 03, seção 3.3.

caso multimídia, com foco na fase de discussão coletiva da tarefa de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório?

Para responder a essa questão, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- Descrever alguns trechos de episódios do empreendimento exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” na CoP-ProfMARE.
- Analisar produções escritas e discussões realizadas na CoP-ProfMARE relacionadas à fase de *discussão coletiva da tarefa* referente ao caso multimídia “Plano de Telefonia”.

Para atingir esses objetivos e responder a essa questão de investigação, estruturamos este trabalho em cinco capítulos, além da introdução e das referências.

No capítulo 1, apresentamos a perspectiva de formação assumida para esta pesquisa, bem como os objetivos para o desenvolvimento profissional propostos por Sowder (2007) e as dimensões de Van Es e Sherin (2002; 2008), envolvidas na capacidade de reconhecer e interpretar situações em sala de aula.

No capítulo 2, apresentamos a perspectiva do Ensino Exploratório como uma alternativa ao ensino diretivo, uma vez que é nessa perspectiva que o caso multimídia “Plano de Telefonia” está pautado. O Ensino Exploratório é concebido como uma abordagem e ensino que visa o trabalho com tarefas desafiadoras, por meio das quais o professor tem como objetivo sistematizar um conteúdo novo para os alunos ou aprofundar algum conteúdo que os alunos já estudaram previamente (CANAVARRO, 2011; CYRINO; OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Na perspectiva adotada pelo GEPEFOPEM (CANAVARRO, 2011; CYRINO; OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013), uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório pode ser organizada em quatro fases:

- *Introdução e apresentação da tarefa*: o professor apresenta a tarefa para os alunos por meio da leitura, esclarece dúvidas para verificar se os alunos compreenderam a tarefa, e define a gestão da aula, tendo em conta o tempo e a dinâmica da aula;
- *Desenvolvimento da tarefa*: os alunos resolvem a tarefa e o professor acompanha esse trabalho, fazendo questionamentos para os alunos, tendo como objetivo selecionar e sequenciar as resoluções que atendem aos objetivos que ele propôs para a aula;

- *Discussão coletiva da tarefa*: os alunos apresentam suas resoluções e o professor coordena a discussão, estabelecendo relações entre essas resoluções de acordo com os objetivos de ensino;
- *Sistematização das aprendizagens*: a partir das relações estabelecidas na fase anterior, o professor sistematiza o conteúdo pretendido.

No capítulo 3, apresentamos os procedimentos metodológicos dessa pesquisa, explicitando os participantes, suas características, o cronograma de trabalho, as características do caso multimídia “Plano de Telefonia”, os instrumentos utilizados para a coleta de informações e as estratégias de análise adotadas no trabalho.

No capítulo 4, apresentamos as análises dos dados a partir do referencial teórico adotado e fazemos reflexões acerca da questão de pesquisa anunciada, por meio da descrição de alguns trechos de episódios da trajetória do grupo que levaram à exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”. A partir da exploração desse caso, estabelecemos como objetivo analisar os dados provenientes, na busca de elementos do contexto de formação que possibilitaram o desenvolvimento profissional desses professores, por meio do reconhecimento dos objetivos para o desenvolvimento profissional propostos por Sowder (2007) e das dimensões de Van Es e Sherin (2002) relacionadas a capacidade de reconhecer e interpretar situações em sala de aula, tendo em conta que o foco das análises foi sobre a fase de *discussão coletiva da tarefa* da perspectiva do Ensino Exploratório.

Por fim, apresentamos no capítulo 5 as considerações finais respondendo a questão de investigação, as referências utilizadas para este trabalho, os apêndices e os anexos.

CAPÍTULO 1

A FORMAÇÃO CONTINUADA E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Neste capítulo apresentamos o referencial teórico sobre o desenvolvimento profissional e a formação continuada assumidos nesta pesquisa e algumas considerações sobre a utilização dos casos multimídias na formação de professores com o objetivo de possibilitar o seu desenvolvimento profissional.

1.1 A FORMAÇÃO CONTINUADA E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

A formação continuada de professores, em muitos casos, é concebida como um processo no qual os formadores trabalham com palestras ou cursos nos quais eles definem, apresentam e discutem os conhecimentos matemáticos e pedagógicos que serão trabalhados com os professores em formação (ESTEVAM, 2016; GRAVEN, 2003; JAWORSKI, 2011).

No entanto, outras perspectivas se apresentam como uma alternativa a esse modelo (GRAVEN, 2003; BELINE, 2012; NAGY, 2013; GARCIA, 2014; BALDINI, 2014; ESTEVAM, 2015). Em uma dessas perspectivas os formadores trabalham em conjunto com os professores nas escolas, ao constituírem grupos de estudos, na definição dos temas a serem tratados e no apoio aos professores, com o objetivo de desenvolver conhecimentos sobre aspectos teóricos e práticos relacionados às aulas de Matemática dos professores envolvidos no processo de formação. Na primeira perspectiva citada acima, notamos uma hierarquia na qual os formadores estão em um patamar superior com relação aos conhecimentos dos professores, que aprendem com os formadores, já na perspectiva alternativa a essa pautada em cursos de treinamento e palestras, todos trabalham em conjunto na busca da aprendizagem, mesmo que não possamos negar a existência dessa hierarquia (JAWORSKI, 2011).

Acreditamos no potencial dessa perspectiva alternativa àquela pautada em cursos de treinamento e palestras, pois por meio dela os formadores têm condições de fornecer elementos (teóricos e práticos) que podem propiciar a formação dos professores envolvidos no processo, atendendo aos seus anseios, e os professores em formação trazem sua prática de sala de aula, seus conhecimentos e dificuldades para que possam ser analisados e discutidos no grupo de estudos, com o objetivo de buscar soluções para essas dificuldades.

A perspectiva de formação de professores que assumimos nesse trabalho apresenta características relacionadas a essa perspectiva e tem como meta o desenvolvimento profissional dos envolvidos no processo de formação.

O processo de desenvolvimento profissional é complexo e permeado por fatores tais como: a história dos sujeitos envolvidos, as políticas públicas, as condições de trabalho, a identidade profissional do professor, a cultura, as crenças, os conhecimentos, as concepções de ensino e de aprendizagem, as expectativas, as formas de avaliação, a organização do sistema educacional, as dimensões socioculturais, psico-cognitivas e curriculares, dentre outros (CYRINO, 2013; BALDINI, 2014; RODRIGUES, 2015).

As expressões “formação de professores” e “desenvolvimento profissional” são muitas vezes interpretadas como sinônimos. No entanto, Ponte (1998) estabelece algumas diferenças entre elas, que estão sintetizadas no Quadro 2.

Quadro 2: Diferenças entre Formação de Professores e Desenvolvimento Profissional

Formação	Desenvolvimento profissional
A ideia de formação está associada à ideia de “frequentar” cursos.	O desenvolvimento profissional ocorre por meio de múltiplas formas, que podem incluir cursos, mas também atividades como projetos, trocas de experiências, leituras, reflexões, entre outras.
O movimento é essencialmente de fora para dentro, cabendo ao professor assimilar os conhecimentos e as informações que lhe são transmitidas.	O movimento é de dentro para fora, cabendo ao professor analisar as decisões fundamentais relacionadas às questões que quer considerar, os projetos que quer empreender e o modo como os quer executar.
Atende-se principalmente àquilo em que o professor é carente.	Dá-se especial atenção às potencialidades do professor.
A formação tende a ser vista de modo compartimentado, por conteúdos ou por disciplinas.	Contempla o professor como um todo nos seus aspectos cognitivos, afetivos e relacionais.
A formação parte invariavelmente da teoria e frequentemente não chega a sair da teoria.	O desenvolvimento profissional tende a considerar a teoria e a prática de uma forma articulada.

Fonte: Ponte (1998).

O autor ressalta que no desenvolvimento profissional a combinação de processos formais e informais é relevante, de forma que o professor deixa de ser objeto para passar a ser sujeito da formação, tendo atenção voltada também para aspectos afetivos e relacionais do professor e não somente aspectos cognitivos. Nesse sentido, ele aponta que a formação⁸ pode

⁸ A expressão “formação perspectivada no desenvolvimento profissional” só faz sentido quando consideramos o termo “formação” tendo em conta a bagagem social que ele traz no mundo hoje em dia, uma vez que pode parecer contraditório já que o autor inicialmente diferencia esses termos.

ser perspectivada de modo a favorecer o desenvolvimento profissional do professor (PONTE, 1998).

Neste trabalho adotamos a perspectiva de desenvolvimento profissional apresentada por Sowder (2007), que defende que o desenvolvimento profissional deve oportunizar a emancipação profissional dos professores envolvidos nesse processo, com o intuito de desenvolver conhecimentos, habilidades e atitudes que são necessárias para o ensino de Matemática.

Em consonância com Sowder (2007), Rodrigues (2015) ressalta que o processo de emancipação profissional se caracteriza não somente pela mudança de conhecimentos e crenças relacionadas à profissão docente, tanto para professores em serviço quanto para futuros professores, mas também mudanças que têm direta relação com as estratégias de ensino que os professores costumam assumir em sua prática.

Ressaltamos que assumimos o desenvolvimento profissional do professor como um processo que acontece gradualmente durante toda a sua carreira, e é composto por suas aprendizagens. Nesse processo deve-se respeitar sua individualidade, suas experiências, angústias, frustrações, emoções, conhecimentos e todas as características que influenciam em sua formação, de modo que o professor modifique a forma como se vê, analise sua prática e reflita sobre os processos de ensino e de aprendizagem e constitua novos conhecimentos (JESUS, 2011).

Além disso, o desenvolvimento profissional nessa perspectiva também tem como objetivo desenvolver a compreensão dos professores a respeito de como os alunos aprendem Matemática, da natureza da Matemática, do conhecimento matemático e de como ensinar Matemática em uma perspectiva alternativa ao ensino diretivo. Nesse sentido, essa nova compreensão tende a resultar em professores de Matemática aptos a fazer escolhas relacionadas às estratégias de ensino, planejar e organizar suas aulas com o objetivo de promover e dar suporte aos seus alunos.

Nos últimos anos houve um aumento do reconhecimento de que o desenvolvimento profissional deve ser uma prioridade, porém o desenvolvimento profissional relacionado ao ensino de Matemática nem sempre atende as expectativas dos professores (SOWDER, 2007).

A autora ressalta que a formação na perspectiva do desenvolvimento profissional deve ser planejada com o intuito de atender principalmente as necessidades dos professores, para que, a partir daquilo que eles precisam, eles consigam criar condições para a aprendizagem de

seus alunos, tendo em conta os documentos vigentes que regem o ensino de Matemática (SOWDER, 2007).

1.2 OBJETIVOS PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Desse modo, ao considerar as necessidades dos professores, Sowder (2007) faz um agrupamento de seis objetivos, que podem ser às vezes sobrepostos, que visam atendê-las e proporcionar o desenvolvimento profissional de professores de Matemática. Os objetivos apresentados por Sowder (2007) visam desenvolver:

- uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática;
- conhecimentos sobre conceitos matemáticos;
- uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática;
- o conhecimento pedagógico do conteúdo;
- uma compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar;
- uma compreensão de si como um professor que ensina Matemática.

Nas seções a seguir, vamos descrever cada um desses objetivos.

1.2.1 DESENVOLVER UMA VISÃO COMPARTILHADA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Ao considerar o que os professores e futuros professores precisam desenvolver sua visão sobre o ensino e a aprendizagem de forma compartilhada, Sowder (2007) destaca que o desenvolvimento dessa visão está relacionado às suas concepções e crenças a respeito de como eles concebem o papel da Matemática escolar, de como os alunos aprendem Matemática, e de como o ensino deve ser planejado de modo que seja possível promover a aprendizagem dos alunos em um contexto social e coletivo. Tendo em conta esses fatores e a visão apresentada nos documentos vigentes, Sowder (2007) afirma que, em uma situação ideal, os formadores criam condições para que os professores consigam desenvolver e clarificar seus valores e crenças, enquanto também trabalham novos conteúdos e habilidades, a partir de um trabalho coletivo, no qual essas crenças e valores são compartilhados. Além disso, a autora destaca também que esse objetivo não deve ser trabalhado de forma isolada,

pois a visão dos professores sobre os processos de ensino e de aprendizagem pode ser trabalhada concomitantemente com os outros objetivos propostos.

1.2.2 DESENVOLVER CONHECIMENTOS SOBRE CONCEITOS MATEMÁTICOS

A Matemática permeia várias profissões na atualidade, constituindo uma diferente variedade de disciplinas na formação desses profissionais, tais como Estatística, Matemática Financeira, Cálculo Diferencial e Integral, entre outras. Em cada uma dessas áreas, o uso da Matemática foi influenciado pelo desenvolvimento tecnológico e diferencia-se de como era há décadas atrás. Da mesma forma, as expectativas para a Matemática escolar também estão mudando, de modo que é esperado que os alunos saibam mais Matemática e conheçam também diferentes formas de utilizá-la.

Por sua vez, as expectativas para os professores que ensinam Matemática também são diferentes daquelas do século XX, focando na melhoria da proficiência em Matemática dos alunos e na eliminação das diferenças entre proficiências de diferentes grupos sociais. Muitas vezes, as decisões políticas subestimam o conhecimento matemático necessário para o ensino de Matemática. Essas decisões geralmente são influenciadas por concepções que acreditam que o conteúdo matemático tradicional pode ser “melhor trabalhado” por meio de cursos tradicionais de graduação e que o conhecimento de conteúdo é o único conhecimento profissional que os professores precisam.

Essas concepções têm como base o ensino de Matemática por memorização de regras e algoritmos. A ideia de que os professores de Matemática precisam conhecer Matemática de uma forma diferente daquela que os matemáticos conhecem tem sido reconhecida por educadores há quase um século e está presente nos documentos vigentes, e ainda assim há muitas mudanças a serem realizadas.

O trabalho com perspectivas de ensino alternativas ao ensino diretivo é uma possibilidade para que os professores tenham contato com diferentes visões sobre como criar condições para que os alunos aprendam, tendo em conta o contexto no qual se inserem.

Rodrigues (2015) ressalta que ao trabalhar conhecimentos relacionados aos conceitos matemáticos, tendo como objetivo conceitos e habilidades de raciocínio e interpretação, os professores têm a oportunidade de aprender mais Matemática, até mesmo quando o foco está no pensamento do estudante, no currículo ou em eventos que ocorrem em sala de aula.

1.2.3 DESENVOLVER UMA COMPREENSÃO DE COMO OS ALUNOS PENSAM E APRENDEM MATEMÁTICA

Para buscar essa compreensão, os professores precisam ouvir os alunos para tentar compreender o que eles entendem a respeito de Matemática. Desenvolver uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática também representa uma estratégia para o desenvolvimento profissional. Sowder (2007) afirma que ao examinar o trabalho de seus próprios alunos, os professores podem compreender o raciocínio e o pensamento desses alunos.

Os professores, ao analisar o trabalho de outros alunos, discutem os tipos de estratégias que eles utilizam, levantam hipóteses a respeito de seus conhecimentos, identificam o tipo de ensino com o qual eles tiveram contato e as mudanças pedagógicas que precisam ser realizadas para que haja compreensão na realização das tarefas. O pensamento dos alunos também pode ser utilizado como lentes que auxiliam o professor a pensar sobre seus alunos, a Matemática que eles estão aprendendo, as tarefas que são apropriadas para a aprendizagem de Matemática, e as questões que precisam ser levantadas para conduzi-los à compreensão. Considerando essas lentes, o desenvolvimento dos alunos leva tempo, sendo uma experiência individual e ao mesmo tempo coletiva. Ao tentar compreender como os alunos pensam, os professores podem também desenvolver a habilidade de compreender o raciocínio dos alunos e desenvolver uma capacidade de ouvir o outro, e essa habilidade se aprimora com o tempo.

1.2.4 DESENVOLVER O CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO

Esse objetivo, assim como todos os outros, relaciona-se especificamente à prática do professor e apresenta a necessidade de os professores desenvolverem conhecimentos tendo como objetivo refletir e planejar aulas, considerando como determinado conteúdo matemático pode ser ensinado de forma que os alunos aprendam (RODRIGUES, 2015). Sowder (2007) descreve quatro componentes centrais do conhecimento pedagógico de conteúdo, afirmando que esses componentes podem ser úteis em programas de formação que visam oportunizar o desenvolvimento profissional de professores, quais sejam:

- Conhecimento e crenças sobre os propósitos para o ensino de Matemática;

- Conhecimentos sobre as compreensões, crenças e possíveis erros dos alunos em Matemática;
- Conhecimento do currículo de Matemática e os materiais curriculares;
- Conhecimentos de estratégias metodológicas para o ensino de tópicos particulares de Matemática.

Sowder (2007) ressalta que esses componentes não são independentes. O primeiro componente pode ser considerado e utilizado como um mapa conceitual para a tomada de decisões em sala de aula, como uma base para analisar os objetivos da aula, as estratégias metodológicas e as tarefas dos alunos, os livros didáticos e matérias curriculares, e a avaliação de aprendizagem dos alunos.

O segundo componente abrange o conhecimento que os professores têm sobre as compreensões, crenças e possíveis erros dos alunos em Matemática, que são particulares de cada aluno. Esse conhecimento é influenciado diretamente pela prática do professor, e quando o professor conhece o aluno, ele frequentemente pode prever que Matemática o aluno irá compreender, como ele irá compreender, alguns dos possíveis erros que ele pode apresentar, permitindo-o ir além, ao elaborar estratégias que oportunizem que o aluno supere suas dificuldades e tenha condições de compreender o tópico estudado (SOWDER, 2007).

O terceiro componente, que apresenta o conhecimento do currículo de Matemática e os materiais curriculares, remete ao conhecimento que os professores mobilizam quando precisam estruturar seu trabalho e organizar os conteúdos matemáticos que serão trabalhados. Esse conhecimento relaciona-se diretamente a escolha de quais conteúdos trabalhar, quais são os objetivos ao trabalhar determinado conteúdo, qual será a ordem de trabalhá-los, em que nível de ensino os conteúdos podem ser abordados, qual o contexto no qual esse conteúdo será trabalhado, quais conexões se pode estabelecer em relação a esses conteúdos, que estratégias metodológicas pode-se adotar para trabalhar com esses conteúdos, quais são as diferentes representações que podem ser atribuídas a determinado conceito ou ideia Matemática, que materiais podem ser utilizados para trabalhar esse conteúdo, entre outras questões (OLIVEIRA, 2014).

O quarto componente, que relaciona os conhecimentos de estratégias metodológicas para o ensino de tópicos particulares de Matemática, remete às diferentes estratégias que o professor pode escolher para trabalhar com um tópico específico em Matemática. Esse componente pode ser caracterizado por um extenso repertório de representações poderosas e a

capacidade de adaptar essas representações de múltiplas formas, tendo em conta os objetivos estabelecidos previamente, dentre as quais podemos citar a utilização de ideias centrais, representações úteis, exemplos esclarecedores, contraexemplos, analogias úteis, relações importantes e conexões entre ideias (BORKO; PUTNAM, 1995).

1.2.5 DESENVOLVER UMA COMPREENSÃO SOBRE O PAPEL DA “EQUIDADE” NA MATEMÁTICA ESCOLAR

Para falar da compreensão sobre o papel da equidade na Matemática escolar, primeiro vamos caracterizar o que entendemos como equidade. Sowder (2007) apresentou a definição de Weissglass (1997) para equidade, na qual ele define equidade como um processo contínuo (não um produto) de ampliação da capacidade e do compromisso nosso e da sociedade de respeitar completamente os indivíduos como seres humanos com classes sociais, culturas, gêneros, valores diferentes e fornecer os recursos necessários para auxiliar as pessoas no processo de aprendizagem. Para melhor compreender a definição de equidade talvez seja interessante diferenciar esse termo de igualdade. Quando falamos em igualdade, estamos considerando as mesmas condições para todos os elementos envolvidos, independente das necessidades de cada um, e quando falamos em equidade, levamos em conta essas necessidades de modo que todos tenham as mesmas condições, levando em consideração à capacidade de apreciar e julgar com imparcialidade e justiça.

Sowder (2007) ressalta que a equidade deve ser um objetivo de desenvolvimento profissional, porque os professores ensinam em ambientes escolares marcados pela diversidade de culturas, classes sociais e gêneros, e nessas escolas as pessoas devem coexistir e estabelecer relações de respeito entre si. Nesse sentido, os professores devem ser considerados em sua singularidade em seu processo de formação.

1.2.6 DESENVOLVER UMA COMPREENSÃO DE SI COMO UM PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Essa compreensão pode ser desenvolvida quando os professores refletem sobre si mesmos, considerando seus valores, crenças, concepções, emoções e relacionamentos. Esse objetivo traz a necessidade de os professores desenvolverem uma compreensão de si mesmos

como aqueles que são responsáveis diretos pelo ensino de Matemática e, conseqüentemente, por desenvolver sua identidade profissional (RODRIGUES, 2015).

A visão de si mesmo como professor se desenvolve ao longo do tempo a partir de diferentes experiências com o ensino e a aprendizagem, e é diretamente influenciada pelos *feedbacks* que ele recebe em relação ao seu trabalho, sejam eles oriundos dos alunos, que indicam ou não se estão aprendendo Matemática, de outros professores que demonstram respeito e aceitação do professor como profissional, ou de fontes externas, que demonstram ou não o reconhecimento do ensino como uma profissão (SOWDER, 2007). A compreensão que um professor tem a respeito de sua identidade não vai apenas diferir da compreensão de outros professores, mas também será modificada constantemente ao longo de sua carreira.

Sowder (2007) destaca alguns aspectos que podem influenciar na compreensão de si mesmo. Dentre esses aspectos, podemos citar a ansiedade. A ansiedade com relação a Matemática é comum aos professores. Ela pode ocorrer pelo fato de eles não se sentirem seguros ao ensiná-la, o que pode ser proveniente de experiências negativas da época na qual eles eram alunos da educação básica, talvez em parte porque seus professores também sentiam essa ansiedade e também não compreendiam muito bem a Matemática que estavam ensinando (SOWDER, 2007).

Sowder (2007), com base em Guskey (1995), acrescenta que a ansiedade também se relaciona a diferentes estratégias metodológicas para o ensino de Matemática, uma vez que os professores possuem crenças e concepções que subjazem a forma pela qual fazem suas escolhas por essas estratégias. Portanto eles precisam ser convencidos de que diferentes estratégias trazem resultados positivos para que eles possam passar a adotá-las. Por exemplo, crenças relacionadas às aulas exclusivamente expositivas em detrimento de aulas que visam à exploração mútua de conceitos matemáticos podem ser colocadas em destaque para que os professores possam discutir e analisar características dessa crença que podem emergir, que os façam refletir e notar que existem também pontos negativos nessas práticas. Quando os professores passam a adotar novas práticas e obtêm resultados positivos, eles reconstróem as crenças que possuíam e a sua visão sobre o ensino de Matemática também é influenciada.

Os professores que compartilham a visão da Matemática como um local no qual os alunos podem tornar-se intelectualmente vivos, são susceptíveis de serem apaixonados pelo ensino da Matemática. Eles também são mais propensos a querer compartilhar essa paixão com os seus colegas, a sentir um compromisso com relação a dar esse poder para outros para ensinar Matemática do currículo vigente. Eles

passam a pensar que seus papéis como professores de Matemática têm um componente moral (SOWDER, 2007, p. 168, tradução nossa)⁹.

Todavia lidar com mudanças relacionadas às práticas afeta diretamente aspectos emocionais dos professores e é necessário reconhecer esse aspecto para poder refletir sobre e pensar em atitudes que possibilitem essa fase de transição. A compreensão de si enquanto professor de Matemática não irá influenciar apenas grupos de professores que passam por essa transição, mas também individualmente enquanto os professores progredem em sua carreira (SOWDER, 2007).

Uma compreensão de si mesmo como professor que ensina Matemática pode ser pensada em termos de constituição da identidade profissional do professor de Matemática, no qual Sowder (2007), embasada em Wenger (1998), conclui apontando que o processo de constituição da identidade profissional é influenciado pelas práticas individuais, mas também envolve sempre as comunidades das quais o professor participa, seja ela um grupo de estudos de Matemática, seja ela a comunidade dos familiares, dos membros da igreja, entre outros. Desse modo, a compreensão de si mesmo como um professor de Matemática é um dos aspectos da identidade profissional do professor.

Os seis objetivos apresentados por Sowder (2007) não são independentes um do outro, ou seja, todos estão interrelacionados. A autora cita como exemplo que, se a aprendizagem de Matemática é essencial na sala de aula, então ela não pode ser desvinculada do conhecimento pedagógico de conteúdo. Além disso, conhecer Matemática e algumas ferramentas pedagógicas que proporcionem o ensino de Matemática oportuniza que o professor desenvolva sua compreensão de si como aquele que ensina Matemática. Desse modo, os seis objetivos carregam aspectos que viabilizam estabelecer relações entre eles e demonstram que eles são dependentes uns dos outros.

Esses objetivos podem não ser alcançados caso os professores apenas ouçam o que eles têm que fazer e reproduzam o que ouviram na prática, o que é uma das características de muitos cursos de formação. Pelo contrário, os professores precisam vivenciar essas experiências por conta própria, para que, a partir de sua “nova” experiência, eles possam fazer as mudanças que julgarem necessárias para os processos de ensino e de aprendizagem (BORKO; PUTNAM, 1995; SOWDER, 2007).

⁹ Teachers who share the vision of mathematics as a place in which students can become intellectually alive are likely to be passionate about teaching mathematics. They are also more likely to want to share this passion with their colleagues, to feel a commitment toward empowering others to teach principled mathematics. They come to think that their roles as mathematics teachers have a moral component.

Nesse sentido, Borko e Putnam (1995) apontam que os professores precisam constituir um “rico conhecimento” dos conteúdos a serem ensinados, das estratégias pelas quais irá optar, dos conhecimentos pedagógicos relacionados, e além disso eles precisam reconstruir suas crenças ou construir novas crenças nesses aspectos. Tendo como objetivo obter situações de desenvolvimento profissional bem-sucedidas, é preciso que elas proporcionem que os professores adquiram ou desenvolvam novas formas de pensar a respeito da aprendizagem, dos alunos, dos conteúdos, das estratégias metodológicas, e de outros aspectos que influenciam o seu trabalho.

1.3 Os Casos Multimídia e as Dimensões de Van Es e Sherin

Com o objetivo de identificar contextos de formação que possibilitam o desenvolvimento profissional, Sowder (2007) fez uma revisão bibliográfica da qual destacamos estudos de casos, em específico as situações que abordam os casos multimídia.

Os casos multimídia têm sido utilizados na formação de professores com o objetivo de promover o contato com práticas de ensino alternativas, criando condições para que os futuros professores constituam conhecimentos relacionados ao planejamento e condução dessas práticas, bem como reflitam sobre suas potencialidades e desafios para a sala de aula (CYRINO, 2016; MOTA, 2016).

Nesse sentido, o GEPEFOPEM (Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática) construiu quatro casos multimídia e tem investido em investigar a exploração desses casos multimídia em contextos formativos. Os casos multimídias brasileiros foram inspirados nos casos multimídias portugueses. Cyrino (2016) destaca que o propósito desse trabalho é que os professores em formação

possam analisar e discutir, à luz dos fundamentos teóricos, como um professor organiza uma aula, suas reflexões antes e após essa aula, episódios de sala de aula, a produção escrita dos alunos durante essa aula, para que tenham elementos para organizar sua própria aula. Mais especificamente, o ponto de enfoque dos casos multimídia é o papel do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos (CYRINO, 2016, p. 26).

Os casos multimídias construídos pelo GEPEFOPEM são constituídos por episódios de vídeos com trechos de uma aula, o plano de aula elaborado pelo professor para essa aula, arquivos em áudio com entrevistas realizadas com o professor antes e depois dessa aula, as produções escritas dos alunos, questões problematizadoras com relação à prática de sala de aula e textos de apoio com orientações teóricas a respeito de estratégias metodológicas e de

tópicos específicos de Matemática (CYRINO, 2016). A exploração dos casos multimídias em contextos formativos tem se mostrado fértil para o desenvolvimento de capacidades de análise da prática profissional de professores na proposição de abordagens de ensino inovadoras (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO, 2016; MOTA, 2016).

Na exploração de um caso multimídia o professor em formação pode direcionar sua atenção para diferentes elementos, tais como as dúvidas dos alunos, o raciocínio matemático dos alunos, o papel do professor, as interações que ocorrem em sala de aula, um tópico específico de Matemática, bem como aspectos mais amplos relacionados ao conhecimento pedagógico de conteúdo ou relacionado às práticas de ensino inovadoras (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; TOMÁS FERREIRA; OLIVEIRA; CYRINO, 2014).

De acordo com Cyrino (2016) a utilização dos casos multimídias pode minimizar alguns problemas que o Brasil tem enfrentado, tanto na formação inicial quanto na formação continuada. Na formação inicial, com o aumento da carga horária do Estágio Curricular Supervisionado, os formadores encontram dificuldades em encontrar escolas nas quais os futuros professores possam ter contatos com práticas em perspectivas alternativas ao ensino diretivo no Estágio de Observação¹⁰.

Com relação a formação continuada, nem sempre um professor tem a oportunidade de assistir a aula de outros professores, devido a algumas questões relacionadas a logística, a estrutura e a aspectos éticos. Desse modo, eles têm pouca oportunidade de contato com outras práticas. Nesse sentido, a exploração dos casos multimídias possibilita que os professores conheçam práticas inovadoras, tais como o Ensino Exploratório (perspectiva assumida pelos casos multimídia brasileiros e portugueses), e além disso, que eles possam desenvolver

a capacidade de descrevê-las, conhecer princípios e estratégias de gestão e organização da sala de aula, discutir e pensar em alternativas para tratar da diversidade e da singularidade inerentes ao processo de ensinar e aprender, tendo como ponto de partida situações reais¹¹ de sala de aula (CYRINO, 2016, p. 27).

Nessa direção, Van Es e Sherin (2002) afirmam que se o professor tiver a oportunidade de analisar e refletir práticas de ensino alternativas ao ensino diretivo, nas quais os professores atuam a partir das situações que ocorrem em sala de aula, principalmente a

¹⁰ Estamos utilizando o termo “Estágio de Observação” por ser este o nome dado a esta etapa do Estágio Supervisionado da Universidade Estadual de Londrina. Entendemos como Estágio de Observação a etapa na qual os estudantes de licenciatura observam aulas de professores da Educação Básica, com o objetivo de analisar diferentes aspectos do trabalho do professor, tais como a sua relação com os alunos, a dinâmica de uma aula, o ambiente físico, a estratégia metodológica adotada, entre outros aspectos.

¹¹ Os casos multimídia são constituídos a partir de situações de ensino que ocorrem em salas de aulas da rede pública, nas quais os alunos e o professor se dispõem a serem gravados para esse fim.

partir de dúvidas e sugestões provenientes dos alunos, o professor poderá aprender a reconhecer e interpretar situações de sua sala de aula, aspecto importante, segundo elas, para seu desenvolvimento profissional. As autoras ressaltam que a utilização do vídeo viabiliza essa aprendizagem para o professor (VAN ES; SHERIN, 2002).

As autoras apontam que a capacidade de reconhecer e interpretar situações em sala de aula envolve três dimensões, que serão descritas no Quadro 3.

Quadro 3: Dimensões do que consiste a capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula

Dimensões	Descrição
Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula	Essa dimensão envolve a identificação de aspectos relevantes na prática de um professor, sejam eles relacionados ao planejamento, as ações do professor em uma aula, as ações dos alunos, entre outros elementos. Em qualquer situação de ensino, o professor precisa estar atento ao que os alunos estão dizendo e fazendo, como eles estão pensando, que analogias estão realizando ou que representações estão utilizando para melhor representar ideias que consideram importantes e ainda quais experiências eles pretendem proporcionar aos alunos para que eles se engajem em seu processo de aprendizagem. No entanto, os professores não podem simplesmente responder a tudo que está acontecendo em qualquer momento dado. Ao invés disso, eles precisam selecionar o que eles vão considerar e responder ao longo de uma aula. Por exemplo, no decorrer de uma aula, o professor pode observar que os alunos estão trabalhando em grupo, explicando suas ideias uns para os outros e se ajudando na compreensão de um conceito complexo. O professor pode utilizar essa informação para decidir como encaminhar sua aula a partir dela.
Estabelecer conexões entre as especificidades das interações em salas e os princípios mais amplos de ensino e de aprendizagem	Vamos utilizar um exemplo para descrever essa dimensão. Quando um professor sem experiência analisa uma situação de sala de aula por meio de um vídeo, geralmente ele tende a descrever literalmente os eventos que ele observa. Em contrapartida, os professores mais experientes descrevem esse evento considerando questões relacionadas ao ensino e a aprendizagem, usando frases como “o professor prestou atenção nas ideias que os alunos apresentaram” ou “parece que todos os alunos tiveram condições de aprender nessa sala de aula”. Nesse caso, eles fazem conexões entre um evento específico que eles veem e um conceito ou princípio que eles entendem relacionados ao ensino e a aprendizagem.
Usar o que se sabe sobre o contexto para interpretar interações em sala de aula	Reconhecer e interpretar interações em sala de aula são ações relacionadas a um contexto específico no qual o professor ensina, e é nessa situação que essa capacidade se desenvolve. Essa afirmação vai ao encontro da pesquisa das autoras, na qual elas concluíram que, quando os professores ganham mais experiência em um tópico específico ao analisá-lo, eles terão condições de lidar com situações posteriores que envolvam esse tópico. Além disso, os professores de uma disciplina específica terão mais condições de interpretar situações que envolvam a sua disciplina, ao invés de disciplinas distintas.

Fonte: Adaptado de Van Es e Sherin (2002).

Assumir essa perspectiva interpretativa significa olhar para uma situação de ensino para compreender o significado do que aconteceu, o que e como os alunos pensam sobre determinado conteúdo, ou como o professor pode influenciar no pensamento dos alunos, interpretar essa situação e listar possíveis razões pelas quais essas interações ocorreram, além de propor estratégias de ensino alternativas, em oposição a apenas fazer críticas sobre as ações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002). Embora o ensino seja uma prática que exige planejamento, as autoras destacam a importância de o professor aprender a desenvolver habilidades na interpretação de quais informações podem ser utilizadas no momento da aula para que sejam tomadas decisões pedagógicas.

Van Es e Sherin (2002) destacam que seu objetivo é orientar os professores no sentido de que eles reconheçam situações em sala de aula, para em seguida interpretá-las, buscando encontrar os motivos pelas quais elas ocorreram e propondo estratégias de ensino alternativas, para que, por fim, eles possam utilizar essas interpretações para embasar decisões pedagógicas.

Com o objetivo de identificar as ações de um professor para que ele possa desenvolver sua capacidade de reconhecer e interpretar situações em sala de aula, Rodrigues (2015, p.46) elaborou um quadro (Quadro 4) no qual destaca essas ações, com base em Van Es e Sherin (2002, 2008) e Alsawaie e Alghazo (2010).

Quadro 4: Ações associadas às dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula

Dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula	Ações associadas às dimensões
Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula	Identificar os sujeitos em uma situação de ensino (professor e aluno); Identificar elementos em uma situação de ensino que dizem respeito ao pensamento e aprendizagem dos alunos; Identificar elementos externos à ação em questão, quando existentes, que influenciaram, ou que podem influenciar, no desenvolvimento de uma situação de ensino; Identificar momentos importantes do desenvolvimento de uma situação de ensino.
Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto	Interpretar ações identificadas em uma situação de ensino; Listar possíveis motivos que permitiram que as ações se desenrolassem de uma determinada forma; Propor estratégias de ensino alternativas.
Estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem	Estabelecer relações entre ações identificadas e interpretadas com elementos de âmbito externo à situação de ensino, a partir das experiências, conhecimentos, crenças; Estabelecer relações com aspectos teóricos; Apresentar, a partir dessas relações estabelecidas, indícios de compreensão desses elementos externos e/ou teóricos.

Fonte: Rodrigues (2015, p. 46).

Van Es e Sherin (2002) realizaram uma pesquisa com futuros professores de Matemática e Ciências em uma universidade nos Estados Unidos, que envolvia a análise de vídeos de situações de sala de aula. Para realizar a análise, as autoras utilizaram relatórios das análises dos vídeos que foram entregues pelos futuros professores, tanto no início quanto no final da pesquisa. Com o objetivo de identificar a capacidade de análise dos futuros professores e os possíveis indícios de aprendizagens relacionadas a essas três dimensões, as autoras classificaram as produções escritas dos professores em quatro níveis. Rodrigues (2015) e Mota (2016), com base em Van Es e Sherin (2002), descreveram cada um desses níveis, que apresentamos no Quadro 5.

Quadro 5: Níveis e características dos apontamentos relacionados à capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula

Nível	Elementos relacionados ao nível
1	Apontamentos estritamente descritivos, assumindo uma ordem cronológica. Outra característica relevante é que esses apontamentos apresentavam julgamentos de valor, tais como “bom”, “ruim”, etc.
2	Apontamentos que apresentam descrições, mas também trazem trechos analíticos, ainda apresentando julgamentos de valor e em geral assumindo uma ordem cronológica.
3	Apontamentos predominantemente analíticos que expressam julgamento de valor.
4	Apontamentos estritamente analíticos, trazendo elementos da prática do professor. No entanto, não há julgamentos de valor, porém os apontamentos têm características interpretativas, no sentido de se descobrir quais foram as causas de determinadas ações em sala de aula e propor estratégias metodológicas para possíveis práticas futuras.

Fonte: Van Es e Sherin (2002), Rodrigues (2015) e Mota (2016).

A partir dessa classificação e das análises, Van Es e Sherin (2002) concluíram que a utilização do vídeo em contextos formativos representa um recurso potencial para o desenvolvimento da capacidade de reconhecer e interpretar situações em sala de aula, o que faz parte do desenvolvimento profissional do professor.

Em relação a utilização dos casos multimídias, Tomás Ferreira, Oliveira e Cyrino (2014) investigaram uma turma de futuros professores que trabalharam com um caso multimídia e concluíram que a exploração do caso pode contribuir para o desenvolvimento da capacidade de reconhecer e interpretar situações em sala de aula.

Neste trabalho investigamos a exploração de um caso multimídia, denominado “Plano de Telefonia”¹², em um contexto de formação continuada, em específico um grupo de

¹² Informações detalhadas sobre o caso multimídia “Plano de Telefonia” serão apresentadas no Capítulo 3.

professores de Matemática que constituíram a Comunidade de Prática denominada CoP-ProfMARE¹³ (JESUS, 2017, no prelo).

O caso multimídia “Plano de Telefonia” foi constituído a partir de uma aula sobre função afim, realizada em uma turma de 1º ano de Ensino Médio, em uma escola pública no norte do Paraná. A aula foi pautada na perspectiva do Ensino Exploratório e, devido a esse motivo, no capítulo a seguir vamos apresentar com mais detalhes essa perspectiva de ensino.

¹³ Comunidade de Prática – Professores de Matemática Analisando e Refletindo sobre o Ensino de matemática.

CAPÍTULO 2

ENSINO EXPLORATÓRIO

2.1 A PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO

O Ensino Exploratório permeia uma perspectiva mais ampla, na qual o ensino está baseado na inquirição, de *inquiry-based teaching*, que não se restringe apenas à realização de tarefas de investigação, mas também que destaca aspectos relacionados à interação e comunicação social entre professores e alunos, e entre alunos (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

O termo *inquiry-based teaching* é compreendido na literatura como um ensino no qual suas práticas estão centradas nos alunos, que por sua vez apresentam questionamentos, exploram situações e elaboram estratégias para chegar às soluções de tarefas significativas (MAAB; ARTIGUE, 2013).

Na perspectiva do Ensino Exploratório, a aprendizagem é concebida como um processo simultaneamente individual e coletivo, que resulta da interação entre os alunos e o conhecimento matemático, tendo como contexto determinada atividade Matemática e também a interação com os outros alunos e com o professor, por meio de processos de negociação de significados (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Nesse sentido, nos apoiamos na perspectiva teórica de Wells (2004), que

considera que o conhecimento é construído e reconstruído pelos participantes em situações específicas, usando os recursos culturais ao seu dispor, na medida em que trabalham para o cumprimento de objetivos colaborativos que emergem do decurso de sua atividade. Trata-se de uma perspectiva situada e dialógica do conhecimento que integra a ação em cooperação com outros e a reflexão sobre o que foi aprendido nesse processo (CYRINO; OLIVEIRA, 2016, p. 22).

Dessa forma, Wells (2004) usa o termo *dialogic inquiry*, considerando que as aprendizagens estão situadas nas relações interpessoais entre os participantes envolvidos em determinada situação e no discurso que produzem coletivamente, e não são desenvolvidas isoladamente ou apenas na relação entre o sujeito, o objeto e a ação. Além disso, destacamos que os participantes podem concentrar-se e compreender melhor determinado tópico quando existe a necessidade de escrever a respeito desse tópico e comunicá-lo para outro(s) participante(s) (WELLS, 2004).

Outro aspecto relevante dessa perspectiva é que, além de comunicar ao(s) outro(s) participante(s), em uma situação de ensino orientada por essa perspectiva os alunos são convidados a compartilhar experiências e significados que eles construíram, mas eles também consideram o que os outros alunos têm a dizer, no sentido de fomentar o engajamento, a colaboração, a compreensão e a exploração dos diferentes pontos de vista apresentados. Essa perspectiva tem subsidiado a perspectiva do Ensino Exploratório estudada pelo GEPEFOPEM.

No âmbito da disciplina de Matemática, o Ensino Exploratório tem sido concebido como uma alternativa ao ensino diretivo, que está relacionado ao ensino baseado na transmissão de conhecimentos matemáticos, do professor para o aluno. No Ensino Exploratório, tem-se como objetivo que os alunos desenvolvam um papel central na realização de atividades matemáticas em sala de aula, ao resolverem tarefas matemáticas significativas (PONTE, 2005; CANAVARRO, 2011; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Na perspectiva do Ensino Exploratório “os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas” (CANAVARRO; 2011, p. 11), que vêm a ser sistematizadas em discussão coletiva. Ao utilizar o termo “tarefa valiosa”, a autora refere-se a tarefas de elevado nível de demanda cognitiva (STEIN, et al., 2009)¹⁴.

Esse tipo de tarefa possibilita tanto que o aluno utilize seus conhecimentos prévios em sua resolução, como também pode envolver conteúdos já estudados anteriormente que servirão de base para o desenvolvimento de ideias matemáticas de acordo com os objetivos que o professor propõe para a aula.

Os alunos têm a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgirem com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática (CANAVARRO, 2011, p. 11).

¹⁴ Stein et al. (2009) classifica as tarefas matemáticas em duas categorias: baixo nível de demanda cognitiva e elevado nível de demanda cognitiva. As tarefas de elevado nível de demanda cognitiva podem ser classificadas em duas subcategorias: “procedimentos com conexão e com significados” e “fazer matemática”. Com relação à primeira subcategoria, “procedimentos com conexão e com significados”, as tarefas: focam atenção dos alunos sobre o uso de procedimentos, com o objetivo de desenvolver o nível de entendimento dos conceitos e ideias matemáticas; sugerem de forma implícita ou explícita caminhos a serem seguidos; usualmente possibilitam a resolução por meio de múltiplos caminhos; e exigem esforço cognitivo, uma vez que apesar de procedimentos gerais poderem ser seguidos, eles não são seguidos sem compreensão, é preciso que os alunos se envolvam com as ideias e os conceitos para que eles completem a tarefa e desenvolvam sua compreensão. Já em relação a segunda subcategoria, as tarefas exigem: um pensamento complexo, não algorítmico; que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, procedimentos e relações; alta monitoração do seu processo cognitivo; que os alunos mobilizem conhecimentos relevantes e experiências; e exigem um considerável esforço cognitivo, podendo envolver níveis de ansiedade por não ter uma lista antecipada natural de processos exigidos para a sua solução.

No entanto, para que os alunos consigam compreender como os procedimentos matemáticos podem surgir com um significado e desenvolver as capacidades citadas pela autora, é essencial o papel e a ação do professor desde momentos que antecedem a aula, começando pela escolha criteriosa de uma tarefa e o planejamento do trabalho que será realizado a partir da exploração dessa tarefa (CANAVARRO, 2011).

Na perspectiva do Ensino Exploratório, professores e alunos assumem papéis distintos daqueles assumidos em uma perspectiva tradicional de ensino, bem como as características das tarefas propostas, a organização dos alunos, a dinâmica da aula e às práticas comunicativas (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; MOTA, 2016). Enquanto no ensino tradicional o foco, de modo geral, está no professor e em uma perspectiva de transmissão de conteúdos, no Ensino Exploratório o foco está nas relações entre os processos de ensino e de aprendizagem (RODRIGUES, 2015).

Com o objetivo de diferenciar as ações do professor nessas duas perspectivas de ensino, o ensino tradicional e o Ensino Exploratório, Rodrigues (2015), com referência em Buriasco (2000), Stein et al. (2008), Canavarro (2011), Oliveira, Menezes e Canavarro (2013), e Cyrino e Teixeira (2016), elaborou um quadro (Quadro 6) destacando essas diferenças observadas.

Quadro 6: Dinâmicas nas perspectivas do Ensino Exploratório e tradicional

Ações do professor em uma aula com abordagem de Ensino Exploratório	Ações do professor em uma aula com perspectiva de ensino tradicional
<p>O professor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) apresenta e propõe uma tarefa (escolhida e/ou elaborada por ele); 2) organiza a turma em grupos de alunos e oportuniza um ambiente em que eles possam se comunicar (entre si e com o professor); 3) acompanha o trabalho dos alunos em uma perspectiva de orientação, propondo questionamentos e/ou afirmações, de modo a não oferecer respostas aos alunos que resolvam a tarefa ou aspectos que legitimem o trabalho realizado por eles; 4) organiza a apresentação a partir das resoluções dos alunos; 5) escolhe e sequencia a ordem com que as resoluções dos alunos serão por eles apresentadas; 6) discute com a turma toda e estabelece relações entre resoluções apresentadas com vistas a atingir o propósito da aula; 7) sistematiza as aprendizagens matemáticas de acordo com a sua finalidade, a partir das relações estabelecidas. 	<p>O professor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) explica a matéria (teoria). 2) mostra exemplos. 3) propõe “exercícios” semelhantes aos exemplos dados para que os alunos resolvam. 4) (ou um aluno) resolve no quadro de giz os exercícios. 5) propõe aos alunos outros “exercícios” já não tão semelhantes aos exemplos que ele resolveu. 6) (ou um aluno) resolve os exercícios no quadro de giz. 7) propõe “problemas”, se for o caso, ou mais “exercícios”. 8) corrige os “problemas” ou “exercícios”. 9) começa outro assunto.

Fonte: Rodrigues (2015, p. 50).

No Quadro 6, notamos que o papel dos alunos é mais ativo na perspectiva do Ensino Exploratório do que no Ensino Tradicional, uma vez que a partir das resoluções apresentadas pelos alunos é que o professor vai discutir e sistematizar um conceito ou ideia matemática na aula. Nesse sentido, gerenciar o papel do aluno na perspectiva do Ensino Exploratório representa um desafio para o professor, por não ter *a priori* as resoluções dos alunos.

No Ensino Exploratório o papel do professor é o de organizar situações de ensino a partir do trabalho com tarefas desafiantes, tendo como objetivo oportunizar que os alunos se comuniquem e raciocinem matematicamente. Existem duas abordagens para o trabalho com a perspectiva do Ensino Exploratório, quais sejam:

- a primeira assume a aula em três fases: a *introdução da tarefa*, a *exploração da tarefa pelos alunos*, e a *discussão e sintetização* (STEIN, et al; 2008);
- a segunda assume a aula em quatro fases: *introdução da tarefa*, *realização da tarefa pelos alunos*, *discussão da tarefa* e *sistematização das aprendizagens matemáticas* (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

O GEPEFOPEM assumiu a segunda abordagem, na qual uma aula é organizada em quatro fases. No entanto, para abordar cada uma das quatro fases o GEPEFOPEM realizou um estudo do modelo pedagógico apresentado por Stein et al. (2008)¹⁵, no qual são discutidas cinco práticas fundamentais que os professores podem desenvolver para orquestrar produtivamente discussões matemáticas em sala de aula, nomeadamente: Antecipar, Monitorar, Selecionar, Sequenciar e Estabelecer Conexões. Vamos descrever brevemente cada uma delas.

Para Stein et al. (2008), a prática Antecipar ocorre em um momento antes da aula, no qual o professor faz o planejamento de uma aula. Esse planejamento envolve: escolher, elaborar ou adaptar uma tarefa; resolver a tarefa, prevendo possíveis erros, resoluções e estratégias que os alunos possam apresentar; e estabelecer relações entre as diferentes possibilidades de resoluções que ele previu para a tarefa, tendo em conta quais objetivos ele propõe para a aula. Essas ações possibilitam que o professor conheça a tarefa que será proposta e suas possibilidades de exploração, juntamente com os possíveis questionamentos que ele pode fazer no momento da aula, quando os alunos apresentarem suas dúvidas e resoluções.

¹⁵ Esse modelo apresentado por Stein et al. (2008) não é um modelo específico para o Ensino Exploratório, no entanto, o adotamos para orientar o trabalho do professor nessa perspectiva.

A prática denominada Monitorar ocorre durante a aula e refere-se ao trabalho do professor enquanto os alunos resolvem a tarefa. Nesse momento o professor analisa as diferentes resoluções que os alunos estão apresentando, faz questionamentos para os alunos com relação as diferentes estratégias, sejam elas corretas ou não, procura compreender qual raciocínio eles estão utilizando, fomenta o engajamento deles na resolução da tarefa, e promove a comunicação matemática por meio da interação entre os alunos e entre os alunos e o professor.

A prática Selecionar ocorre antes da fase da *discussão coletiva da tarefa* das resoluções dos alunos, construídas durante a prática Monitorar. A prática Selecionar envolve a seleção que o professor faz das resoluções dos alunos que considera que são potenciais para que ele possa atingir seus objetivos de ensino. As resoluções selecionadas pelo professor serão apresentadas para a turma toda e analisadas na fase de *discussão coletiva da tarefa*. Um aspecto importante dessa prática é que o professor não precisa necessariamente escolher somente resoluções corretas que apresentam diferentes estratégias, mas também pode selecionar resoluções que apresentem estratégias com erros ou com resoluções incompletas, com o objetivo de escolher aquelas que melhor refletem a intencionalidade do professor para essa aula (RODRIGUES, 2015; MOTA, 2016).

A prática Sequenciar, que também ocorre durante a prática Monitorar, está diretamente relacionada a prática Selecionar, uma vez que, no momento em que o professor escolhe as resoluções a serem apresentadas, ele precisa também organizar a ordem na qual essas resoluções serão discutidas, tendo em conta seus objetivos a partir dessa sequência de resoluções. Esse sequenciamento pode ser feito de diferentes maneiras, o professor pode começar por resoluções informais e depois apresentar resoluções mais formais, ou partir de resoluções mais simples, que podem ser compreendidas mais facilmente por todos os alunos, para resoluções mais complexas, ou outros critérios que o professor considerar como potenciais para que ele atinja seus objetivos.

A última prática é denominada Estabelecer Conexões. Essa prática permeia as fases de *discussão coletiva da tarefa e sistematização das aprendizagens*, e ocorre conforme o professor confronta as resoluções dos alunos e busca relações matemáticas entre elas, destacando os aspectos que possibilitam que ele sistematize os conceitos, ideias e conteúdos que têm como objetivo, uma vez que essa prática depende diretamente dos objetivos de aprendizagem que o professor estabeleceu para os alunos.

Com a realização desse estudo sobre as práticas propostas por Stein et al. (2008) e assumindo a perspectiva do Ensino Exploratório nas quatro fases propostas por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), o GEPEFOPEM elaborou um *framework* (quadro de referência), com o objetivo de apresentar subsídios para que os professores possam organizar e conduzir suas aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, levando em consideração as cinco práticas apresentadas por Stein et al. (2008), as fases da aula sugeridas por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), os conhecimentos teóricos e a experiência com alunos, docentes e formadores de professores.

Apresentamos no Quadro 7 o *framework* elaborado pelo GEPEFOPEM, em que são apresentadas as ações do professor em cada uma das etapas de uma aula, associadas aos elementos dessas práticas.

Quadro 7: Framework

Etapas	Ação	Elementos da prática
Antes da aula	Antecipar	<ul style="list-style-type: none"> • Estabelecer os objetivos específicos da aula. • Escolher/adaptar/elaborar a(s) tarefa(s), considerando: <ul style="list-style-type: none"> ▪ os objetivos da aula; ▪ a natureza da tarefa, priorizando aquelas de elevado nível de demanda cognitiva; ▪ os conhecimentos prévios dos alunos; ▪ os recursos disponíveis na escola. • Resolver a(s) tarefa(s). • Prever possíveis resoluções, dúvidas e erros dos alunos. • Pensar em possíveis questionamentos, orientações ou outros recursos que podem ser sugeridos aos alunos, cuidando para manter o nível de demanda cognitiva. <ul style="list-style-type: none"> • Estabelecer conexões entre: <ul style="list-style-type: none"> ▪ as resoluções previstas; ▪ as resoluções previstas e os conhecimentos matemáticos a serem desenvolvidos em sala de aula.
Durante a aula	Propor a tarefa	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentar a tarefa para os alunos. • Explicitar para os alunos a dinâmica para viabilizar a resolução da tarefa: forma de trabalho (grupo ou individual), recursos a serem utilizados, gestão do tempo, organização do ambiente. <ul style="list-style-type: none"> • Orientar formas de comunicação das resoluções: organização dos registros escritos, seleção e organização de uma resolução a ser socializada. • Distribuir a tarefa para os alunos. • Direcionar a leitura da tarefa que pode ser feita pelo professor, pelo aluno individualmente ou pela sala. • Promover a compreensão do enunciado da tarefa. • Fomentar o engajamento dos alunos na discussão e na resolução da tarefa.
	Monitorar a resolução da	<ul style="list-style-type: none"> • Questionar, orientar e provocar o aluno quanto à resolução da tarefa.

Etapas	Ação	Elementos da prática
	tarefa	<ul style="list-style-type: none"> • Promover e mediar a interação entre os alunos. • Manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos. • Solicitar justificações para as resoluções e representações utilizadas (corretas ou não). • Não validar a correção das respostas dos alunos. • Identificar as diferentes resoluções e representações e possíveis conexões entre elas. • Avaliar o potencial das diferentes resoluções para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa. • Fazer anotações a respeito das resoluções que têm potencial para promover a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.
	Selecionar e Sequenciar as resoluções para discussão	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Escolher e propor resoluções e representações que têm potencial para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa. ◆ Escolher e mobilizar os alunos para apresentação das resoluções selecionadas. ◆ Sequenciar as apresentações tendo em conta os objetivos da aula e as características dos alunos. Por exemplo: <ol style="list-style-type: none"> 1) Partir de resoluções, corretas ou não, que foram utilizadas pela maioria; 2) Partir de uma resolução menos complexa para uma mais complexa. ◆ Organizar a discussão: decidir se a discussão vai ocorrer após a apresentação de cada resolução selecionada ou após a apresentação de um conjunto de resoluções.
	Discutir as resoluções	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Convidar os alunos para a discussão e promover uma atitude de respeito e interesse pelas diferentes resoluções apresentadas. ◆ Promover e gerir a participação dos alunos nas discussões. ◆ Incentivar os alunos a questionar e buscar possíveis respostas. ◆ Solicitar justificações para as resoluções e representações apresentadas. ◆ Evidenciar e discutir equívocos comuns. ◆ Salientar para os alunos a existência de diferentes resoluções para a tarefa. ◆ Introduzir uma resolução particularmente importante, que não foi apresentada pelos alunos, caso necessário, para atingir os objetivos da aula. ◆ Confrontar as diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas.
	Sistematizar as aprendizagens	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios e as representações matemáticas formalizadas, com vistas à sistematização. ◆ Promover o reconhecimento da importância das regras ou generalizações. ◆ Apresentar os conhecimentos matemáticos em uma estrutura organizada.

Etapas	Ação	Elementos da prática
		♦ Incentivar os alunos a registrar os conhecimentos matemáticos sistematizados.

Fonte: Cyrino e Teixeira (2016, p. 86-87).

Com relação ao *framework*, os autores afirmam que não têm a intenção de que esse funcione como um manual que os professores devem seguir fielmente, mas sim que ele possa orientar discussões que possibilitem que a articulação entre aspectos teóricos e a prática em sala de aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Além disso, os autores também têm como objetivo que as

discussões promovidas a partir do *framework* possam desenvolver no professores a capacidade de análise e reflexão sobre uma prática de ensino que se reveste de uma grande complexidade e que não é familiar à maioria dos professores (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 97).

Apresentamos a seguir uma breve descrição do trabalho do professor no processo de organização e gestão de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, de acordo com o *framework* elaborado pelo GEPEFOPEM (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

2.2 O PLANEJAMENTO DO PROFESSOR ANTES DA AULA

Antes do início de uma aula, o professor precisa se preparar, estabelecer os objetivos para a aprendizagem dos alunos, para que possa organizar seu trabalho de acordo com as condições, os alunos, o tempo e outros aspectos que possam influenciar na gestão da aula. Para tanto, ele precisa escolher, adaptar ou elaborar uma tarefa¹⁶ matemática que envolva os alunos em uma atividade significativa de modo a favorecer o raciocínio, a compreensão dos conceitos e os processos matemáticos deles (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Ponte (2005) aponta que as tarefas podem ser problemas, investigações ou explorações. Embora apresentem características comuns, elas precisam ser desafiadoras e partir de uma situação que faça sentido para o aluno, com o intuito de possibilitar que eles se apoiem em suas experiências para realizá-las, o que supõe a utilização de diferentes estratégias e níveis de complexidade matemática (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). No entanto, é preciso que sejam priorizadas tarefas de elevado nível de demanda cognitiva (STEIN; SMITH, 2009; STEIN et al., 2009).

¹⁶ Utilizamos o termo “tarefa” para nos referirmos a qualquer proposição feita pelo professor em sala de aula que tem como objetivo concentrar a atenção dos alunos em uma determinada ideia matemática (JESUS, 2011, p. 22).

Além de tarefas matemáticas adequadas, o professor precisa se familiarizar com uma prática que seja compatível com os aspectos referidos a respeito do processo de inquirição. A preparação realizada pelo professor refere-se à ação de antecipar, e ocorre no momento em que o professor planeja a aula, levando em consideração seus objetivos.

Nesse sentido, o professor precisa conhecer detalhadamente a tarefa, resolvendo-a antes da aula, tentando prever o máximo de estratégias, dúvidas, erros, resoluções e representações que os alunos podem apresentar, com diferentes níveis de sofisticação (CYRINO; TEIXEIRA, 2016; STEIN et al., 2008). O professor não só busca prever, mas também relacionar as estratégias previstas com os conceitos, as representações e os procedimentos que espera que os alunos aprendam com a exploração da tarefa (CANAVARRO, 2011; CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Para que isso aconteça é importante também que o professor leve em consideração as características dos alunos, como eles se envolvem com as tarefas, seus conhecimentos prévios, para que assim ele possa realizar intervenções no decorrer da compreensão e resolução da tarefa (CYRINO; TEIXEIRA, 2016; MOTA, 2016; RODRIGUES, 2015).

Ao “experimental” a Matemática implícita em uma tarefa é possível imaginar as dificuldades que esta pode trazer aos alunos, o que possibilita que o professor adquira confiança necessária para explorá-la com os alunos e possa elaborar eventuais respostas para possíveis dúvidas ou validação de determinada estratégia dos alunos (CANAVARRO, 2011). A autora ressalta que ao antecipar o professor tem condições de explorar e evidenciar diferentes aspectos da tarefa, visando desenvolver as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões (CANAVARRO, 2011).

2.3 A AULA NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO

Cyrino e Teixeira (2016) propõem algumas ações do professor para o desenvolvimento de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, considerando quatro fases que estruturam a aula: *Introdução da tarefa*; *Desenvolvimento da tarefa*; *Discussão coletiva da tarefa*; e *Sistematização das aprendizagens matemáticas* (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012), e as práticas de Monitorar, Selecionar, Sequenciar e Estabelecer Conexões entre as respostas dos alunos (STEIN et al., 2008).

Quadro 8: Relação entre aspectos teóricos

Ação do professor (GEPEFOPEM)	Fase da aula (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012)	Práticas para envolver estudantes nas discussões (STEIN <i>et al.</i>, 2008)
Propor a tarefa	Introdução da tarefa	
Monitorar a resolução da tarefa	Desenvolvimento da tarefa	Monitorar
Selecionar e sequenciar as resoluções para discussão		Selecionar
		Sequenciar
Discutir as resoluções	Discussão da tarefa	Estabelecer conexões entre as respostas dos alunos
Sistematizar as aprendizagens	Sistematização das aprendizagens matemáticas	

Fonte: Cyrino e Teixeira (2016, p. 91)

Vamos apresentar as quatro fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, relacionando-as com as práticas propostas por Stein et al. (2008) e as ações do professor discutidas por Cyrino e Teixeira (2016).

2.3.1 INTRODUÇÃO E APRESENTAÇÃO DA TAREFA

Na primeira fase, denominada “introdução da tarefa”, o professor inicialmente precisa explicitar

a dinâmica que será adotada para viabilizar a resolução da tarefa, a forma de organização dos alunos para o trabalho (grupo ou individual), o tempo previsto, os recursos que serão utilizados e onde e que tipo de registros poderão ser feitos; enfatiza que a tarefa pode ser feita de diferentes formas; explica qual o seu papel e o dos alunos durante a resolução e as discussões das resoluções, entre outras informações. Isso poderá contribuir para que os alunos se conscientizem da necessidade de sua participação ativa na aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 91).

Em seguida, o professor apresenta e propõe a tarefa para os alunos, com os objetivos de assegurar que os alunos compreendam o enunciado e sintam-se desafiados a resolvê-la, sem reduzir seu nível de demanda cognitiva (STEIN; SMITH, 2009; MENEZES et al., 2013). Para atingir esses objetivos, o professor precisa organizar como ele irá apresentar a tarefa, e quem fará a leitura da tarefa – o professor, um aluno ou uma leitura feita coletivamente (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

A partir da apresentação da tarefa, para assegurar a sua compreensão, o professor pode fazer questionamentos para os alunos, pedindo que eles “contem o que entenderam do enunciado”, para que assim, por meio das respostas que apresentarem, o professor possa observar se compreenderam ou não o seu enunciado (MENEZES et al., 2013; CYRINO;

TEIXEIRA, 2016). Os autores também afirmam que quando o professor toma esse cuidado, está auxiliando os alunos a esclarecer sua compreensão da tarefa, com base nas interpretações dos outros alunos.

Os alunos precisam também ser orientados com relação à forma pela qual serão comunicadas suas resoluções, para que eles tenham ciência de que suas produções escritas podem ser selecionadas para a fase de *discussão coletiva da tarefa* de acordo com os objetivos que o professor propôs para a aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Também nessa fase, o professor negocia com os alunos o tempo que terão para resolver a tarefa e para a realização das próximas fases da aula, bem como a maneira como será conduzida a aula, para que tenham ciência que alguns deles serão escolhidos para apresentar suas resoluções para a turma, explicando de que modo desenvolveram a tarefa.

2.3.2 DESENVOLVIMENTO DA TAREFA

Na segunda fase da aula, denominada “desenvolvimento da tarefa”, o professor passa a acompanhar e monitorar o trabalho dos alunos na resolução da tarefa, que geralmente é realizado em duplas ou em pequenos grupos, procurando garantir que resolvam a tarefa sem comprometer sua autonomia (MOTA; RODRIGUES; CYRINO, 2015).

A ideia é que o professor não direcione as estratégias de resolução dos diferentes grupos ou duplas, para que não prejudique ou mesmo inviabilize a fase de *discussão coletiva da tarefa* (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Nesse momento da aula, o professor deve ter o cuidado de não oferecer respostas para as perguntas dos alunos, especialmente para validar ou não o que eles estão pensando e também não os conduzir a apresentar uma determinada estratégia de resolução para a referida tarefa. No entanto, quando questionado por um aluno a respeito de alguma dúvida ou para validar determinada resolução, o professor precisa estar preparado para fazer questionamentos para que o aluno reflita sobre a resolução ou dúvida que está apresentando, de modo que ele possa por si próprio perceber caso esteja apresentando algum erro ou não, fazendo uma análise acerca do que está fazendo e apresentar justificativas para o seu raciocínio (MENEZES et al., 2013).

Os questionamentos realizados pelo professor para os alunos nessa fase são de fundamental importância para as próximas fases, uma vez que é nesse momento que o professor procura compreender o raciocínio dos alunos e analisar o potencial desse raciocínio

para que consiga atingir os objetivos de aprendizagem que propôs com o planejamento dessa aula.

Nessa fase, o professor também precisa fazer uma seleção das resoluções que serão apresentadas para a turma toda na fase seguinte, uma vez que precisa considerar as resoluções que possibilitem que sejam atingidos os objetivos dessa aula. Além de selecionar as resoluções que serão apresentadas, o professor também as sequencia em uma ordem que vai ao encontro dos objetivos estabelecidos, e com isso, terá condições de fazer essa seleção e sequenciamento caso conheça o trabalho realizado pelos alunos (CANAVARRO, 2011; MOTA; RODRIGUES; CYRINO, 2015; CYRINO; TEIXEIRA, 2016; BALDINI; RODRIGUES; OLIVEIRA, 2015).

Para a seleção das resoluções, Cyrino e Teixeira (2016) apontam que o professor precisa estabelecer alguns critérios, por exemplo selecionar: uma resolução que apresenta erro recorrente a ser esclarecido; uma resolução que se distingue e pode acrescentar elementos que favorecem a compreensão da tarefa; resoluções com diferentes estratégias e representações matemáticas, sobretudo as que mais vão ao encontro dos objetivos estabelecidos previamente pelo professor.

Durante essa fase, o professor pode também fazer anotações sobre as produções matemáticas dos alunos, sejam elas a respeito de estratégias para a resolução da tarefa, erros ao desenvolver essas estratégias que podem contribuir para a fase de *discussão coletiva da tarefa*, ou ainda outros aspectos que ele considere relevantes (CANAVARRO, 2011).

A preparação da fase de *discussão coletiva da tarefa* precisa ser feita considerando os recursos disponíveis na escola no sentido de agilizar o processo da apresentação das resoluções, uma vez que o professor pode, por exemplo, tirar fotos da resolução dos alunos e expor por meio de um projetor multimídia, ou utilizar um retroprojetor para apresentar as resoluções dos alunos por meio de transparências, ou os alunos podem registrar as resoluções no quadro para a fase da *discussão coletiva da tarefa*. Enfim, tendo em conta os recursos disponíveis o professor organiza a dinâmica da apresentação das resoluções, e essa organização pode ser estruturada a partir do planejamento do professor na ação de antecipar.

Outra decisão importante que o professor precisa tomar é se a *discussão coletiva da tarefa* vai ocorrer após cada apresentação das resoluções ou depois da apresentação dos diferentes grupos (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

2.3.3 DISCUSSÃO COLETIVA DA TAREFA

Na terceira fase, denominada “discussão coletiva da tarefa”, o professor tem o papel de organizar e gerenciar a discussão, considerando as escolhas realizadas na fase de “desenvolvimento da tarefa” para as apresentações que serão realizadas. Essa é a fase que mais exige do professor (CANAVARRO, 2011; STEIN et al, 2008; BALDINI; RODRIGUES; OLIVEIRA, 2015; MOTA, RODRIGUES, CYRINO, 2015), uma vez que o professor é responsável por

criar e manter um ambiente apropriado à apresentação e discussão das ideias matemáticas dos alunos, o que envolve paralelamente a promoção e gestão de sua participação, fazendo-os ouvir e intervir de forma adequada e produtiva para o desenvolvimento do discurso matemático (CYRINO; OLIVEIRA, 2016, p. 25).

Nesse momento, os alunos apresentam suas resoluções de acordo com a seleção e sequenciamento realizados anteriormente pelo professor. Mas nessa fase não é objetivo do professor que os alunos apenas apresentem diferentes estratégias para a resolução da tarefa, o propósito das discussões é também relacionar as apresentações tendo em conta o desenvolvimento coletivo das ideias matemáticas que sintetizam as aprendizagens dos alunos. Nesse sentido, na fase de *discussão coletiva da tarefa*

o professor convida os alunos a analisar, comparar e confrontar as diferentes resoluções apresentadas, identificar o que têm de semelhante ou de distinto, quais são suas potencialidades e mais valias de cada uma delas, esperando que desta meta-análise retirem heurísticas para abordar tarefas futuras (CANAVARRO, 2011, p. 16).

A autora ressalta também que, como um dos objetivos da aula é o de desenvolver a capacidade de resolução de problemas dos alunos, é importante que as diversas estratégias sejam confrontadas, independente de suas características. Elas podem estar relacionadas a tentativa e erro, a resolução de um caso mais simples, a elaboração de um esquema, a construção de uma tabela, um gráfico, ou uma representação pictórica. É importante também que o professor gerencie a discussão de forma que os alunos reconheçam em que tipo de tarefas e problemas essas estratégias podem ser utilizadas (CANAVARRO, 2011).

É importante que no momento da discussão coletiva o professor sintetize todo o processo realizado pelos alunos, desde a análise inicial que eles apresentam utilizando as evidências para a elaboração de uma conjectura, a apreciação do grau de generalidade dessas conjecturas, o teste e a refutação ou confirmação dessas conjecturas, incluindo a sua justificação matemática e eventual demonstração (CANAVARRO, 2011).

O professor precisa estabelecer conexões entre as estratégias apresentadas pelos alunos, trazendo para a discussão os aspectos dessas estratégias que são úteis na resolução da tarefa, tendo em conta também qual conteúdo, conceito ou ideia ele pretende sistematizar na próxima fase, e de que maneira as resoluções apresentadas pelos alunos guardam relação com os objetivos propostos para essa aula.

Cabe também ao professor garantir a qualidade matemática das apresentações, promovendo a participação de todos, ao fazer questionamentos e solicitar justificativas para as diferentes resoluções, estando elas certas ou erradas, chamando a atenção para os aspectos relacionados ao potencial matemático de cada uma das diferentes estratégias e resoluções apresentadas (MENEZES et al., 2013; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

2.3.4 SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS

A quarta fase, denominada “sistematização das aprendizagens”, é o momento no qual o professor relaciona todas as resoluções apresentadas na fase anterior e sintetiza as aprendizagens que ocorreram durante o trabalho com a tarefa. Ele também precisa reconhecer os conceitos, ideias e procedimentos envolvidos, buscando estabelecer conexões com aprendizagens anteriores e reforçar os aspectos fundamentais dos processos matemáticos transversais, tais como as representações, a resolução de problemas e o raciocínio matemático (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; RODRIGUES, 2015).

No entanto, nem sempre o professor precisa sistematizar uma ideia, conceito, procedimento “novo” para os alunos. Ele pode visitar conteúdos já estudados anteriormente, de forma que possa aprofundar esses conteúdos ou estabelecer relações com outros temas e conceitos, assim como com processos matemáticos transversais (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; MOTA, 2016).

Nessa fase, é importante que o professor conscientize os alunos sobre a importância das ações desencadeadas na sistematização dos conhecimentos matemáticos, para que eles não dispersem após a obtenção da resolução da tarefa e da fase da *discussão coletiva da tarefa*. Nesse sentido, o professor pode destacar as definições, conceitos, procedimentos e ideias matemáticas que podem ser introduzidos ou aprofundados a partir do trabalho com a tarefa proposta, e que podem ser explorados em diferentes contextos, sejam eles matemáticos ou extra matemáticos; com o objetivo de oportunizar que os alunos reconheçam a importância da generalização em Matemática (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Cyrino e Teixeira (2016) também consideram importante que o professor incentive os alunos a registrarem os conhecimentos matemáticos sistematizados, para que possam recorrer a esses registros para fins de estudo ou quando necessário para sua utilização em outras situações.

Com essa perspectiva de Ensino Exploratório em quatro fases, Rodrigues (2015) afirma que promover um ambiente de aprendizagem para os alunos

é um grande desafio, uma vez que existe uma quantidade de variáveis nas quais o professor precisa lidar, tais como: garantir a compreensão da tarefa, interagir com os alunos, improvisar, lidar com dificuldades estruturais. Com isso, as ações de formação de professores que visem possibilitar que o professor constitua conhecimentos sobre essa perspectiva, bem como que tenha condições para implementá-la em sala de aula, representam um importante aspecto de estudo e pesquisa para a Educação Matemática (RODRIGUES, 2015, p. 50-51).

Os casos multimídias brasileiros foram estruturados na perspectiva de Ensino Exploratório a fim de contribuir para a formação inicial e continuada. Nesse trabalho, investigamos a exploração de um dos casos, o caso multimídia “Plano de Telefonia”, que será caracterizado no próximo capítulo, junto com os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento dessa pesquisa.

CAPÍTULO 3

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste trabalho investigamos alguns empreendimentos realizados por uma Comunidade de Prática (CoP) constituída por professores de Matemática, em um contexto de formação continuada, na exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”¹⁷, construído a partir de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Neste capítulo apresentamos a natureza da pesquisa, o grupo investigado e o contexto da investigação, descrevemos o caso multimídia “Plano de Telefonia”, descrevemos como foi o processo de coleta das informações e como estruturamos as estratégias de análise.

3.1 NATUREZA DA PESQUISA

Uma pesquisa qualitativa é caracterizada por fornecer informações descritivas, que primam pelo significado, nas quais os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Considerando que o foco desta pesquisa está voltado para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática, optou-se pela pesquisa qualitativa, uma vez que ela permite focalizar o indivíduo, a sua complexidade e a sua inserção e interação com o ambiente sociocultural (D’AMBRÓSIO, 2012).

Desse modo, consideramos que a pesquisa que realizamos a respeito do desenvolvimento profissional de professores de Matemática da CoP-ProfMARE se caracteriza como pesquisa qualitativa de cunho interpretativo. Nesta investigação procuramos responder à seguinte questão:

Que elementos de um contexto de formação continuada possibilitam o desenvolvimento profissional de professores de Matemática a partir da exploração de um caso multimídia, com foco na fase de discussão coletiva de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório?

Para responder a essa questão, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

¹⁷ Caracterizaremos o caso multimídia na seção 3.3 desse capítulo.

- Descrever alguns trechos de episódios do empreendimento exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” na CoP- ProfMARE.
- Analisar produções escritas e discussões realizadas na CoP-ProfMARE relacionadas à fase de *discussão coletiva da tarefa* referente ao caso multimídia “Plano de Telefonia”.

3.2 O GRUPO INVESTIGADO E O CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

A pesquisa foi realizada com dados de um processo de formação continuada de um grupo de oito professores de Matemática que atuam na Educação Básica. Foram 33 encontros de formação realizados semanalmente no ano de 2015, no Colégio Estadual Antonio Garcez Novaes – Ensino Fundamental e Médio, e 12 encontros no ano de 2016, no Colégio Estadual Unidade Polo – Ensino Fundamental e Médio, ambos na cidade de Arapongas – PR. Geralmente esses encontros foram realizados às terças-feiras, com alguns encontros marcados em outros dias da semana, de acordo com a disponibilidade dos membros do grupo.

Com o passar dos encontros, observamos que esse grupo de estudos explicitou características de uma Comunidade de Prática, que recebeu o nome de CoP-ProfMARE¹⁸, nomeadamente a existência de: um domínio de conhecimento, uma comunidade e uma prática compartilhada (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002; JESUS, 2017).

De acordo com Wenger (1998) o domínio define um conjunto de questões a partir das quais os participantes guiam suas aprendizagens, é o que envolve os membros de uma comunidade. Na CoP-ProfMARE, *o interesse em aprender sobre as tarefas e o processo de ensino de Matemática, em especial a perspectiva do Ensino Exploratório* constituiu o seu domínio (JESUS, 2017).

A comunidade é constituída por um ambiente no qual todos interagem, desenvolvem relacionamentos baseados no respeito e na confiança mútua, fatores que impulsionam uma ação voluntária em compartilhar ideias e em aprender juntos. A CoP-ProfMARE foi constituída por professores de Matemática da rede estadual de ensino, uma vez que os formadores também trabalham como professores da Educação Básica. Desse modo, todos os membros compartilharam, além da mesma profissão, os mesmos problemas, dilemas, desafios e dificuldades (JESUS, 2017).

E a prática pressupõe fazer algo, agir em relação a algo, em um contexto histórico e social que se baseia em uma estrutura que confere significado ao que é feito (WENGER;

¹⁸ Comunidade de Prática de Professores de Matemática, Analisando e Refletindo sobre o Ensino de Matemática.

MCDERMOTT; SNYDER, 2002). A prática envolve um conjunto de esquemas que incluem linguagem, ferramentas, documentos, imagens, símbolos, papéis bem definidos, critérios específicos, procedimentos codificados, regulamentos e contratos que caracterizam seus propósitos (WENGER, 1998). A prática não é fixa, mesmo sendo local, ela muda junto com a comunidade.

Wenger (1998) concebe três dimensões da prática em uma Comunidade de Prática: *o engajamento/compromisso mútuo, o empreendimento articulado/conjunto e o repertório compartilhado*. Essas três dimensões devem ser vistas como uma unidade, uma vez que elas que compõem a prática de uma CoP.

O *engajamento/compromisso mútuo* envolve a nossa competência e também a competência dos outros, no sentido de basear-se naquilo que fazemos e naquilo que conhecemos, bem como em nossa capacidade de dar significado às contribuições e conhecimentos dos outros (WENGER, 1998). No decorrer dos encontros da CoP-ProfMARE, os membros se engajaram na realização dos empreendimentos negociados com o objetivo de discutir, aprender, refletir e conhecer diferentes aspectos das tarefas que eram trabalhadas, do processo de ensino de Matemática e de como o trabalho com o caso multimídia “Plano de Telefonia” possibilitou discussões a respeito dessas temáticas.

Os *empreendimentos articulados/conjuntos* representam outra dimensão da prática, e são negociados pelos membros de uma CoP, resultantes de um processo coletivo que evidencia o engajamento/compromisso mútuo dos participantes, estabelecendo relações de responsabilidade mútua (WENGER, 1998). Na CoP-ProfMARE, os empreendimentos articulados/conjuntos foram: a resolução e análise de tarefas (grau de complexidade) e o estudo, a análise, e a discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia (JESUS, 2017).

O *repertório compartilhado* representa a terceira dimensão da prática, e envolve “as rotinas, palavras, ferramentas, maneiras de fazer as coisas, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações ou conceitos que uma comunidade produziu ou adotou no curso de sua existência e que se tornou parte de sua prática” (WENGER, 1998, p. 83).

O *repertório compartilhado* da CoP-ProfMARE foi composto por atitudes que podem ser evidenciadas a partir do início dos encontros, quando os formadores iniciavam os encontros elogiando a produção escrita das professoras, no sentido de incentivá-las a fazer esses registros, na sequência as professoras compartilhavam experiências em sala de aula relacionadas ao trabalho que estávamos realizando principalmente com relação à exploração

do caso multimídia “Plano de Telefonia”, entre outras atitudes que ocorreram no decorrer dos encontros (JESUS, 2017)¹⁹.

Antes de iniciar os encontros, os participantes foram convidados pelos formadores²⁰ por email e pessoalmente para constituir um grupo de estudos no qual todos os membros tinham a liberdade para propor encaminhamentos, sugerir tarefas, apresentar relatos, trazer dúvidas e sugestões para o trabalho a ser realizado no grupo.

No Quadro 9 apresentamos algumas informações a respeito dos professores participantes desse grupo.

Quadro 9: Caracterização dos professores participantes (2015 e 2016)

Participantes²¹	Função e carga horária semanal	Tempo de serviço na educação	Formação	Participação no grupo
Adriana	Professora 40 h	22 anos	Licenciatura em Matemática Especialização em Didática e Metodologia de Ensino PDE ²²	Abril/2015 a Abril/2016
Airan	Professora 20 h	2 anos	Licenciatura em Matemática com ênfase em Informática Especialização em Tecnologias da Aprendizagem Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (em andamento)	Abril/2015 a Julho/2016
Ana Márcia	Professora 40h	26 anos	Licenciatura em Matemática Especialização em Didática e Metodologia de Ensino PDE	Abril/2015 a Julho/2016
Camila	Agente de saúde 40 h	Não atua	Licenciatura em Matemática com ênfase em Informática	Abril/2015 a Junho/2015
Cristina (Pesquisadora)	Professora 40 h	15 anos	Licenciatura em Matemática Especialização em Ensino da Matemática Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática (em andamento)	Abril/2015 a Julho/2016

¹⁹ Informações mais detalhadas a respeito da constituição e do cultivo da CoP-ProfMARE podem ser encontradas em Jesus (2017).

²⁰ Como formadores estamos considerando Cristina e Julio, ambos participantes da CoP e membros do GEPEFOPEM.

²¹ Nesta pesquisa utilizamos os nomes dos participantes e cada um deles assinou um termo de consentimento livre e esclarecido aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Londrina – UEL.

²² O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) é uma política pública de estado regulamentado pela Lei complementar nº130, de 14 de julho de 2010. Tem como objetivo proporcionar aos professores da rede pública estadual subsídios teóricos e metodológicos para o desenvolvimento de ações educacionais sistematizadas, e que resultem em redimensionamento de sua prática.

Irene	Professora 40 h	23 anos	Licenciatura em Matemática Especialização em Didática e Metodologia de Ensino PDE	Abril/2015 a Maio/2015
Julio (Pesquisador)	Professor 60 h	2 anos	Bacharelado em Ciências Econômicas Licenciatura em Matemática Especialização em Docência no Ensino Superior Mestrado Profissional em Matemática Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática (em andamento)	Abril/2015 a Julho/2016
Mônica	Professora 40 h	6 anos	Licenciatura em Matemática Especialização em Educação Especial Especialização em Gestão Escolar Especialização em Educação Matemática	Março/2016 a Julho/2016

Fonte: Do autor.

Como é possível observar no Quadro 9, o grupo era composto por oito professores, sendo cinco deles com mais de cinco anos de experiência em sala de aula na rede estadual de ensino e os outros três concluíram sua graduação há dois anos ou menos, ou seja, são recém-formados.

Além disso, podemos destacar também algumas informações particulares sobre alguns membros do grupo que, por um motivo ou outro, não puderam participar de todos os encontros. A professora Adriana participou dos encontros do grupo durante o ano de 2015 e até o mês de abril de 2016, porém não pode continuar por motivos pessoais.

A professora Ana Márcia também participou dos encontros do grupo durante o ano de 2015, no entanto em 2016 assumiu a direção da escola na qual os encontros passaram a ser realizados. Com essa função ela não conseguia participar dos encontros regularmente, mas esteve presente em alguns dos encontros realizados em 2016.

A professora Camila graduou-se em licenciatura em Matemática, mas não atua na área, e interessou-se em participar por meio de um convite de um dos formadores. Ela trabalha como agente de saúde no município de Arapongas, mas não atua em nenhuma escola. Ela começou a participar do grupo a partir do segundo encontro, mas depois de alguns encontros seus horários de trabalho não possibilitaram que ela continuasse. Ela esteve presente apenas em alguns encontros realizados no primeiro semestre de 2015.

A professora Irene participou dos primeiros encontros do grupo em 2015, mas parou de participar no fim de maio desse mesmo ano sem justificar o motivo de sua saída.

No início de 2016, a professora Mônica, que trabalhava no mesmo colégio no qual os encontros passaram a ser realizados, se interessou em participar do grupo devido a algumas conversas com a professora Ana Márcia e, a partir de abril de 2016 ela passou a participar do grupo.

Em 2015, os encontros eram realizados no Colégio Estadual Antonio Garcez Novaes, às terças-feiras, das 17h15min às 18h15min, ocorrendo em outros dias da semana em algumas ocasiões, dependendo da disponibilidade dos membros do grupo. Em 2016, os encontros passaram a ser realizados às terças-feiras das 16h30min às 17h30min, no Colégio Estadual Unidade Polo – Ensino Fundamental e Médio, uma vez que a professora Ana Márcia assumiu a direção nesse colégio e teria dificuldades de frequentar o grupo caso continuasse no colégio anterior.

No Quadro 10, apresentamos um resumo das ações e do que foi objeto de estudo em cada um dos encontros realizados no ano de 2015 e 2016.

Quadro 10: Encontros realizados nos anos de 2015 e 2016

Encontro	Data	Síntese dos encontros e participantes
1	14/04/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentação às professoras da proposta de trabalho a ser desenvolvida no grupo de estudos; - Negociação conjunta do local, horário e duração dos encontros, periodicidade; - Definição do que seria realizado nos encontros iniciais a partir da negociação entre os participantes; - Início do trabalho com a explicitação das expectativas das professoras sobre o grupo de estudos; - Relato das professoras sobre algumas práticas de sala de aula referentes às opções metodológicas, ao planejamento das aulas e a escolha de tarefas, entre outros aspectos. <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina, Irene, Julio e Rosângela.</p>
2	12/05/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Retomada pelos formadores sobre o que havia sido discutido no último encontro; - Resolução, pelas professoras, de duas tarefas (“Os Colares” e a tarefa da sobre a comparação entre as áreas dos retângulos – Anexo B); - Discussão nas duplas e no grande grupo das diferentes resoluções apresentadas para as tarefas e também a respeito do nível de complexidade das tarefas. <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina, Irene e Julio.</p>
3	19/05/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Discussão da tarefa a respeito das áreas dos retângulos; apresentação da resolução desta tarefa feita pela professora Adriana no software GeoGebra; - Indicação pelas professoras de semelhanças e diferenças entre as tarefas resolvidas; - Indicação de dinâmicas de sala de aula em que as tarefas poderiam ser propostas e implementadas em sala de aula pelas professoras; - Resolução das tarefas dos “Cubos” e dos “Telefonemas”.

		Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Camila, Cristina, Irene, e Julio.
4	26/05/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Discussão nas duplas e no grande grupo das diferentes resoluções apresentadas para as tarefas do encontro anterior; - Indicação de dinâmicas de sala de aula em que as tarefas poderiam ser propostas e implementadas em sala de aula; - Resolução de tarefas com graus de complexidade variados. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Camila, Irene, Cristina e Julio.
5	02/06/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Continuação das resoluções das tarefas que foram propostas no encontro anterior; - Discussão nas duplas e no grande grupo das diferentes resoluções apresentadas para as tarefas; - Discussão sobre o nível de complexidade das tarefas, sustentada pelo “Guia de análise de tarefas” de Stein e Smith (1998); - Indicação de dinâmicas de sala de aula em que as tarefas poderiam ser propostas e implementadas em sala de aula. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Camila e Julio.
6	16/06/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Resolução, pelas professoras, de uma tarefa proposta pela professora Ana Márcia (Anexo B); - Discussão nas duplas e no grande grupo das diferentes resoluções apresentadas para a tarefa; - Discussão do nível de complexidade da tarefa; - Indicação de dinâmicas de sala de aula em que esta tarefa poderia ser proposta e implementada em sala de aula. Participantes: Ana Márcia, Airan, Adriana, Camila, Cristina e Julio.
7	23/06/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Discussão envolvendo todas as tarefas que foram resolvidas até o momento; - Classificação dessas tarefas quanto ao grau de complexidade pelo “Guia de análise de tarefas” de Stein e Smith (1998); - Estudo de um texto sobre a perspectiva do Ensino Exploratório²³ (Anexo A). Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Camila, Cristina e Julio.
8	30/06/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentação da Plataforma do Recurso Multimídia; - Apresentação do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>Antes da aula – A tarefa</i>; - Resolução, pelas professoras, da tarefa “Plano de Telefonia” e elaboração de registros escritos respondendo às questões problematizadoras presentes na plataforma. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
9	07/07/2015	<ul style="list-style-type: none"> - Discussão das diferentes resoluções apresentadas para a tarefa “Plano de Telefonia” e das respostas dadas às questões problematizadoras; - Discussão sobre a estrutura, o grau de complexidade desta tarefa e o conteúdo envolvido; - Indicação, pelas professoras, de dinâmicas de sala de aula em que esta tarefa poderia ser proposta e implementada; - Resolução e discussão de tarefas²⁴ levadas pelas professoras Ana Márcia e Adriana e que seriam implementadas por elas na sala de aula.

²³ Este texto foi elaborado pela Cristina, com o objetivo de evidenciar, de maneira breve, as principais ideias da perspectiva do Ensino Exploratório.

		Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
10	21/07/2015	- Continuação da discussão das tarefas das professoras Ana Márcia e Adriana, propostas no encontro anterior; - Discussão a respeito da elaboração de um plano de aula; - Discussão dos planos de aula escritos elaborados pelas professoras Ana Márcia e Adriana; - Relato de uma tarefa que foi trabalhada pela professora Airan, com sua turma do 6ºano, enfatizando os aspectos que considerou importantes na organização e desenvolvimento dessa aula. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
11	28/07/2015	- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção <i>Antes da aula</i> , subseção <i>planejamento da aula - intenções e finalidades da aula</i> (excertos da entrevista da professora Loreni); - Análise do plano de aula da tarefa Plano de Telefonia, que se encontra na seção <i>Antes da aula</i> , em <i>fases da aula</i> . Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
12	04/08/2015	- Discussão acerca das intenções e finalidades que foram evidenciadas na fala da professora Loreni (encontro anterior); das respostas apresentadas pelas professoras às questões colocadas na exploração desta subseção; do plano de aula da tarefa “Plano de Telefonia”; e a importância da elaboração de um plano de aula escrito. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
13	11/08/2015	Análise e discussão do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção <i>Antes da aula</i> , subseção <i>planejamento, fase proposição e apresentação da tarefa</i> (excertos da entrevista da professora Loreni). Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
14	18/08/2015	- Análise e discussão do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>Antes da aula</i> , subseção <i>planejamento, fase desenvolvimento da tarefa</i> . (excertos da entrevista da professora Loreni). Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
15	01/09/2015	- Análise e discussão do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>Antes da aula</i> , subseção <i>planejamento, fases discussão coletiva da tarefa e sistematização das aprendizagens</i> . (excertos da entrevista da professora Loreni). Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
16	08/09/2015	- Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>A aula</i> , fase <i>proposição e apresentação da tarefa</i> (Episódio 1); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo; - Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>A aula</i> , fase <i>desenvolvimento da tarefa</i> (Episódios 4 e 6); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
17	15/09/2015	- Discussão dos episódios analisados no encontro anterior; - Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>A aula</i> , fase <i>desenvolvimento da tarefa</i> (Episódio 5); - Análise dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
18	22/09/2015	- Discussão do episódio analisado no encontro anterior;

²⁴ Essas tarefas foram escolhidas pelas professoras e elas também elaboraram um plano de aula. Esse trabalho foi realizado antes dos participantes do grupo discutirem o plano de aula da professora Loreni – que é protagonista do caso multimídia “Plano de Telefonia”. Apresentaremos mais informações sobre ela no decorrer desse capítulo.

		<p>- Relato da professora Ana Márcia sobre as atividades realizadas no grupo de estudos GTR, que tem como foco o Ensino Exploratório. A professora compartilhou com o grupo um texto: Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
19	24/09/2015	<p>- Análise das produções escritas dos alunos, que se encontram na seção <i>A aula</i>, fase do <i>desenvolvimento da tarefa</i>;</p> <p>- Seleção e sequenciamento das produções para a <i>discussão coletiva da tarefa</i>;</p> <p>Observação: encontro realizado em uma quinta-feira.</p> <p>A partir deste encontro (re)negociamos as datas das reuniões. Isto foi necessário para que o desenvolvimento não fosse prejudicado, pois as professoras teriam alguns compromissos às terças-feiras e em outros momentos o Colégio seria alojamento de jogos.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
20	29/09/2015	<p>- Apresentação e justificativa pelas professoras das produções escritas que elas escolheram e sequenciaram para a <i>discussão coletiva da tarefa</i>;</p> <p>- Resolução de uma tarefa que envolvia o conteúdo de função exponencial, proposta pela professora Ana Márcia.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
21	06/10/2015	<p>- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção <i>A aula</i>, fase <i>discussão coletiva da tarefa</i> (Episódio 8); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
22	14/10/2015	<p>- Discussão do episódio analisado no encontro anterior;</p> <p>- Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>A aula</i>, fase <i>discussão coletiva da tarefa</i> (Episódio 9); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.</p> <p>Observação: encontro realizado em uma quarta-feira. Nessa semana não tivemos encontro na terça-feira por ser o dia dos professores.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
23	19/10/2015	<p>- Continuação da análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>A aula</i>, <i>discussão coletiva da tarefa</i> (Episódios 9 e 10); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.</p> <p>Observação: encontro realizado em uma segunda-feira.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
24	20/10/2015	<p>- Discussão a respeito dos episódios analisados no encontro anterior.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
25	27/10/2015	<p>- Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>A aula</i>, fase <i>sistematização</i> (Episódio 11); elaboração dos registros escritos respondendo às perguntas referentes ao vídeo.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
26	29/10/2015	<p>- Discussão do episódio analisado no encontro anterior.</p> <p>Observação: encontro realizado em uma quinta-feira.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
27	03/11/2015	<p>- Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>A aula</i>, fase <i>sistematização</i> (Episódio 12); elaboração dos registros escritos respondendo às perguntas referentes ao vídeo.</p> <p>Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.</p>
28	10/11/2015	<p>- Discussão do episódio analisado no encontro anterior.</p>

		Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
29	17/11/2015	- Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>O GeoGebra, a aula</i> episódios 2, 3 e 4; elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
30	24/11/2015	- Discussão dos episódios analisados no encontro anterior. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
31	01/12/2015	- Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>Reflexão após aula</i> (referente ao trabalho em sala de aula); elaboração dos registros escritos respondendo às perguntas referentes ao vídeo. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
32	02/12/2015	- Discussão das reflexões após a aula da professora; - Análise do Caso Multimídia “Plano de Telefonia”, seção <i>Reflexão após aula</i> (referente ao trabalho no laboratório de informática com o software GeoGebra); elaboração dos registros escritos respondendo às perguntas referentes ao vídeo. Observação: encontro realizado em uma quarta-feira. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
33	03/12/2015	- Discussão das reflexões após a aula da professora; - Discussão do quadro síntese elaborado pelas professoras durante toda a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”, apontando os principais aspectos do Ensino Exploratório, as ações do professor, gestão de aula, a importância do plano de aula. Observação: encontro realizado em uma quinta-feira. - Avaliação dos trabalhos do grupo desenvolvidos durante o ano. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
34	08/03/2016	Retomada dos trabalhos; - Negociação conjunta do local, horário, duração dos encontros e periodicidade; - Negociação do que seria o trabalho neste período no grupo (decidimos continuar com os estudos acerca da perspectiva do Ensino Exploratório); - Estudo e discussão do <i>framework</i> ; - Comparação do <i>framework</i> com o quadro síntese elaborado pelas professoras no último encontro de 2015. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
35	22/03/2016	- Resolução e discussão da tarefa “Os brigadeiros”. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina e Julio.
36	05/04/2016	- Resolução e discussão da tarefa sobre radiação; - Discussão sobre os enunciados das tarefas. Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina, Julio e Mônica.
37	19/04/2016	- Discussão sobre o que contemplar na elaboração de um plano de aula, partindo das ações do <i>framework</i> . Participantes: Ana Márcia, Adriana, Airan, Cristina, Julio e Mônica.
38	03/05/2016	- Resolução e discussão da tarefa de sequências, proposta pela professora Mônica. Participantes: Airan, Cristina, Julio e Mônica.
39	17/05/2016	- Elaboração coletiva de um plano de aula sobre a tarefa de sequências, para a sua implementação em sala aula (Seção <i>colocar em prática</i>). Participantes: Airan, Cristina, Julio e Mônica.
40	31/05/2016	- Resolução e discussão da tarefa das “mesas”, proposta pela professora Airan.

		Participantes: Airan, Cristina, Julio e Mônica.
41	07/06/2016	- Elaboração coletiva de um plano de aula da tarefa das “mesas”, para a implementação em sala de aula (<i>colocar em prática</i>). Participantes: Airan, Cristina, Julio e Mônica.
42	15/06/2016	- Observação da aula da professora Mônica. Participantes: Airan, Ana Márcia, Cristina, Julio e Mônica.
43	21/06/2016	- Relato e reflexões realizados pela professora Mônica, sobre a aula desenvolvida com a tarefa de sequências. Participantes: Airan, Cristina, Julio e Mônica.
44	05/07/2016	- Observação da aula da professora Airan. Participantes: Airan, Cristina, Julio e Mônica.
45	12/07/2016	- Relato e reflexões realizados pela professora Airan, sobre a aula desenvolvida com a tarefa das “mesas”; - Avaliação sobre os empreendimentos realizados no grupo. Participantes: Airan, Ana Márcia, Cristina, Julio e Mônica.

Fonte: Do Autor.

Como podemos observar no Quadro 10, entre o primeiro e o segundo encontro houve um intervalo de quase um mês devido à decisão pela continuidade da greve dos professores da rede estadual de ensino do Estado do Paraná. No entanto, os professores resolveram retomar os encontros do grupo no dia 12/05/2016, mesmo tendo em conta que a greve não tinha terminado.

A partir das informações contidas no Quadro 10, destacamos que os empreendimentos realizados pela CoP-ProfMARE constituíram-se de resolução de algumas tarefas, discussão teórica sobre as potencialidades dessas tarefas para a sala de aula e o seu grau de complexidade²⁵, elaboração e discussão de planos de aula, discussão de textos a respeito do Ensino Exploratório, estudo de conteúdos de Matemática envolvidos nas discussões que surgiram no decorrer dos encontros, e a exploração do caso multimídia “Plano de telefonia”.

A ideia para o desenvolvimento do empreendimento que chamamos de exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” surgiu a partir da proposta realizada por dois dos membros da CoP-ProfMARE e também a partir do interesse dos outros membros a respeito de conhecer a perspectiva do Ensino Exploratório como uma alternativa ao ensino diretivo, o que pôde ser evidenciado já nos primeiros encontros quando Ana Márcia citou que estava fazendo um curso *online* e nesse curso ela leu sobre essa perspectiva de ensino, o que foi ao encontro da proposta dos formadores de trabalhar com um caso multimídia.

Dentre todos os empreendimentos realizados na CoP-ProfMARE, em nossa investigação nos restringiremos a analisar os encontros referentes ao empreendimento exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”. O nosso foco para as análises nesse

²⁵ Os membros da comunidade discutiram sobre o grau de complexidade, analisaram e classificaram algumas tarefas usando o guia de análise de tarefas (STEIN; SMITH, 1998).

trabalho está direcionado para a fase de *discussão coletiva da tarefa* de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Essa fase é específica de uma aula nessa perspectiva, no entanto, considerando a estrutura do caso multimídia “Plano de Telefonia”, a fase de *discussão coletiva da tarefa* permeia todo o caso, uma vez que aparece nas etapas “*Antes da aula*”, “*A aula*”, “*Reflexão após a aula*”, “*O GeoGebra*” e “*Colocar em Prática*”.

A exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” envolveu todo o planejamento de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório sobre o conteúdo de Função Afim (plano de aula, entrevistas antes da aula com a professora Loreni), a aula na perspectiva do Ensino Exploratório (trechos da aula filmada com questões problematizadoras a respeito de conteúdos matemáticos, aspectos da prática profissional da professora Loreni e características do Ensino Exploratório, transcrição das falas dos vídeos, produção escrita dos alunos), a utilização do GeoGebra em uma seção particular desse caso multimídia (com questões problematizadoras a respeito dos trechos filmados e das reflexões da professora Loreni antes e depois da aula), na qual ela trabalhou com os alunos no laboratório de informática, a reflexão da professora após a realização da aula (entrevistas pós-aula), a elaboração, discussão e sistematização de um *framework* pelos professores participantes do grupo e, por fim, a preparação, discussão e implementação de duas aulas, cujo conteúdo era o pensamento algébrico, na perspectiva do Ensino Exploratório em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental em dois colégios estaduais de Arapongas. Ressaltamos que a professora Loreni, assim como os professores protagonistas dos outros casos multimídia, já possuía experiência com a perspectiva do Ensino Exploratório quando o caso “Plano de Telefonia” foi filmado.

Na próxima seção, descrevemos o caso multimídia “Plano de Telefonia”, detalhando cada uma das suas seções e subseções.

3.3 O CASO MULTIMÍDIA “PLANO DE TELEFONIA”

O caso multimídia “Plano de Telefonia” está dividido em cinco seções: *Introdução do caso multimídia* (1), *Antes da aula* (2), *A aula* (3), *Reflexões após a aula* (4), e *O GeoGebra* (5). Cada uma dessas seções é subdividida em subseções que apresentam diferentes materiais, envolvendo trechos da aula filmada, áudios com as entrevistas realizadas com a professora antes e depois da aula, arquivos com a produção escrita dos alunos ao resolverem a tarefa, o plano de aula elaborado pela professora para o desenvolvimento desse trabalho, as questões

problematizadoras relacionadas ao Ensino Exploratório e a prática em sala de aula. Na sequência descrevemos cada uma dessas seções.

Figura 1: Seção “Introdução ao caso multimídia”



Fonte: www.rmfp.uel.br.

Na seção “Introdução” (Figura 1), existem três subseções: “Contexto”, “Como usar o caso” e “Autoria”. A subseção “Contexto” se subdivide em:

- **O colégio** - trazendo informações gerais sobre o local onde esse multimídia foi filmado;
- **A turma** - com informações a respeito das características dos alunos da turma;
- **A professora** - com informações sobre a professora que implementou a aula filmada para o multimídia.

A subseção “Como usar o caso” apresenta algumas orientações para o formador com relação à exploração do caso multimídia, explicando como está organizada sua estrutura.

A subseção “Autoria” apresenta os autores desse caso multimídia, ou seja, a professora Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino, da Universidade Estadual de Londrina, a professora Hélia Margarida Oliveira, da Universidade de Lisboa, e os membros do GEPEFOPEM.

Figura 2: Seção “Antes da aula”

Fonte: www.rmfp.uel.br.

A seção “Antes da aula” (Figura 2) é subdividida em três subseções: “A tarefa”, “Planejamento da aula”²⁶ e “Quadro síntese”. Na subseção “A tarefa” apresenta-se a tarefa que a professora utilizou na aula e algumas questões relacionadas as características dessa tarefa a serem respondidas pelos professores em formação. Apresentamos no Quadro 11 a tarefa trabalhada nessa aula.

Quadro 11: A tarefa – “O Plano de Telefonia”

Tarefa - O Plano de Telefonia

Júlia quer contratar um plano de telefonia, e fazendo uma pesquisa, ela encontrou duas empresas que oferecem os seguintes planos:

Empresa 1: R\$ 0,30 por minuto falado, sem nenhuma taxa fixa.
 Empresa 2: R\$ 0,15 por minuto falado mais uma taxa de manutenção mensal de R\$ 12,00.

- Se Júlia fala em média 110 minutos por mês, qual das empresas oferece menor preço? Justifique sua resposta.
- Lívia também quer contratar um plano de telefonia. Sabendo que ela costuma falar 60 minutos em média por mês, qual das empresas oferece menor preço para ela? Justifique sua resposta.
- Para cada empresa, indique uma expressão matemática que represente o preço (y) cobrado de acordo com os minutos falados (x).
- Represente graficamente, num mesmo plano cartesiano, os planos de cada empresa.
- Comparando os planos das empresas 1 e 2, existe alguma quantidade de minutos falados que

²⁶ O planejamento da aula foi realizado pela professora Loreni, protagonista do caso multimídia “Plano de Telefonia”.

tornará indiferente a escolha entre elas? Justifique sua resposta.
f) Qual plano você contrataria? Por quê?

Fonte: www.rmfp.uel.br.

A professora teve como objetivo propor uma tarefa na qual os estudantes pudessem: construir o conceito de função como uma relação entre variáveis; identificar variáveis dependente e independente; escrever uma expressão analítica que representa uma função linear; escrever uma expressão analítica que representa uma função afim; construir e analisar o gráfico das funções utilizando o software GeoGebra; e compreender as características do gráfico de cada tipo de função (linear e afim).

A subseção “Planejamento da aula” é constituída por:

- “Intenções e finalidades da aula” - na qual há uma entrevista com a professora sobre seu planejamento e sua expectativa com relação a aula antes dela ser implementada;
- “Fases da aula” - esse item é composto pelo plano de aula da professora e por quatro itens correspondentes às fases da aula na perspectiva do Ensino Exploratório, ou seja, *proposição e apresentação da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva da tarefa e sistematização das aprendizagens*;
- “Reflexões”, nessa subseção há uma questão que problematiza o que foi antecipado por quem está explorando o caso multimídia e o que a professora planejou.

A subseção “Quadro síntese” traz um arquivo para ser baixado e preenchido pelos professores em formação durante a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” nas diferentes seções (“Antes da aula”, “A aula”, “Reflexões após a aula” e “O GeoGebra”) e de acordo com as discussões que emergirem a partir da exploração de cada seção. Ao final da exploração do caso multimídia, os professores podem comparar o quadro síntese que escreveram com o *framework* (Quadro 7), para que possam fazer reflexões a respeito da perspectiva do Ensino Exploratório, sistematizando junto com o formador os elementos que caracterizam essa perspectiva de ensino.

Figura 3: Seção “A aula”



Fonte: www.rmfp.uel.br.

A seção “A aula” (Figura 3) está estruturada de acordo com as fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório: *proposição e apresentação da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva da tarefa e sistematização das aprendizagens*.

Na subseção “Proposição e apresentação da tarefa” é apresentado um vídeo de um trecho da aula no qual a professora apresenta a tarefa e explica a dinâmica da aula para os alunos. A subseção “Desenvolvimento da tarefa” é constituída por cinco vídeos com episódios de momentos da aula relacionados a fase de desenvolvimento da tarefa, na qual há interações entre os alunos e entre os alunos e a professora. Além disso, apresenta-se também a produção escrita dos alunos, construída na resolução da tarefa, para que haja a possibilidade para a seleção e o sequenciamento das resoluções que serão apresentadas na *discussão coletiva da tarefa*.

A subseção “Discussão coletiva da tarefa” é composta por quatro vídeos de trechos da discussão desencadeada pela professora no momento em que os alunos apresentam as resoluções de cada grupo. A subseção “Sistematização” apresenta dois vídeos nos quais a professora sistematiza o conteúdo que planejou para esta aula tendo em conta elementos da *discussão coletiva da tarefa*.

Figura 4: Seção “Reflexão após a aula”

The screenshot displays a web application interface. At the top, there is a logo for 'recursos multimídia na formação do professor' and a navigation bar with buttons for 'CASOS MULTIMÍDIA', 'TAREFAS', 'GEPEFOPEM', 'PECEM', 'CONTATO', and 'LOGOUT'. Below this, the main heading is 'Caso Multimídia 2: "Plano de Telefonia"'. A secondary navigation bar contains buttons for 'Introdução', 'Antes da aula', 'A aula', 'Reflexão após a aula', 'O Geogebra', and 'Colocar em prática'. The 'Reflexão após a aula' section is active, showing a sidebar menu with items like 'Antes da aula', 'A aula', 'Proposição e Apresentação da tarefa', 'Desenvolvimento da tarefa', 'Discussão coletiva da tarefa', 'Sistematização', and 'Framework (quadro de referência)'. The main content area is titled 'Discussão coletiva da tarefa' and contains a video player with the title 'Discussão Coletiva' and a play button. The video shows a classroom setting with a teacher and students.

Fonte: www.rmfp.uel.br.

A seção “Reflexão após a aula” (Figura 4) é composta por três subseções:

- “Antes da aula”, que traz reflexões da professora sobre o planejamento da aula e sua implementação;
- “A aula”, constituída por reflexões da professora sobre cada uma das fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório;
- “Framework” (Quadro 7), que apresenta um quadro de referência com uma síntese das ações do professor ao planejar e implementar uma aula na perspectiva de Ensino Exploratório, além propor que esse quadro seja comparado com o quadro síntese elaborado pelos professores em formação no decorrer da exploração do caso multimídia.

Figura 5: Seção “O GeoGebra”

The screenshot shows a web interface for a multimedia case study. At the top, there is a navigation bar with the logo 'recursos multimídia na formação do professor' on the left and menu items 'CASOS MULTIMÍDIA', 'TAREFAS', 'GEPEFOPEM', 'PECEM', 'CONTATO', and 'LOGOUT' on the right. Below the navigation bar, the main heading is 'Caso Multimídia 2: "Plano de Telefonia"'. Underneath this heading are several tabs: 'Introdução', 'Antes da aula', 'A aula', 'Reflexão após a aula', 'O Geogebra', and 'Colocar em prática'. The 'A aula' tab is selected, and a sidebar on the left lists 'Episódio 1', 'Episódio 2' (highlighted), 'Episódio 3', 'Episódio 4', and 'Reflexão após a aula'. The main content area is titled 'Episódio 2' and features a video player with the title 'Vídeo 6 e 7 Geogebra'. The video player shows a classroom scene with a teacher and students at computers.

Fonte: www.rmfp.uel.br.

Na seção “O GeoGebra” (Figura 5), existem duas subseções a serem exploradas:

- “A aula” - contendo quatro episódios de trechos da aula realizada no laboratório de informática com o apoio do *software* GeoGebra para o desenvolvimento de parte da tarefa.
- “Reflexões após a aula” - com reflexões da professora sobre o trabalho com o *software* com os alunos durante essa aula.

Figura 6: Seção “Colocar em Prática”

The screenshot shows a web page with a header containing a logo and navigation links: CASOS MULTIMÍDIA, TAREFAS, GEPEFOPEM, PECEM, CONTATO, and LOGOUT. The main title is 'Caso Multimídia 2: "Plano de Telefonia"'. Below the title are several tabs: Introdução, Antes da aula, A aula, Reflexão após a aula, O Geogebra, and Colocar em prática. The 'Colocar em prática' tab is active, displaying the following text:

Colocar em prática

Propomos agora que

1. Elabore um plano de uma aula de Ensino Exploratório, de acordo com as orientações curriculares dos documentos oficiais, prevendo ações do professor direcionadas para a promoção das aprendizagens matemáticas dos alunos e para a condução da aula (Quadro de referência: Framework)
2. Coloque essa aula em prática e faça o seu registo em vídeo
3. Faça uma reflexão sobre essa aula, focando em especial:
 - o modo como desenvolveu cada um dos momentos da aula e de que forma se relacionam com o plano.
 - as aprendizagens matemáticas que foram mobilizadas pelos alunos e de que forma se relacionam com suas ações na aula.

Fonte: www.rmfp.uel.br.

A última seção é “Colocar em prática” (Figura 6), que propõe que o próximo empreendimento a ser desenvolvido é a elaboração e implementação de um plano de aula na perspectiva do Ensino Exploratório. No entanto, essa última etapa não é foco das análises nessa pesquisa, pois o foco está na exploração das outras seções do caso multimídia “Plano de telefonia”.

3.4 A COLETA DAS INFORMAÇÕES

As informações para essa pesquisa foram coletadas por meio de gravações em áudio dos encontros, produções escritas das professoras (cadernos, respostas as questões problematizadoras do caso multimídia, tarefas propostas e planos de aula elaborados pelas professoras) e diário de campo do pesquisador. As gravações em áudio de cada um dos encontros foram transcritas com o objetivo de viabilizar a análise das informações.

As professoras utilizaram um caderno para escrever reflexões acerca de cada um dos encontros, além de responder as questões problematizadoras presentes na plataforma do caso multimídia “Plano de Telefonia” nesse mesmo caderno, uma vez que nem sempre os recursos da escola funcionavam para a exploração do caso multimídia, devido a problemas técnicos dos computadores. Nesse sentido, ficou combinado que elas utilizariam o caderno ao invés de gravar o arquivo e enviar para os nossos e-mails, como havíamos planejado anteriormente. As respostas que as professoras davam às questões do multimídia nos embasavam para estruturar

as discussões coletivas que ocorriam no início dos encontros subsequentes ao término de cada uma das seções, e possibilitaram a observação e análise de como as professoras estavam lidando com o Ensino Exploratório na exploração do caso multimídia. Ao final dos encontros, os cadernos das professoras foram digitalizados para viabilizar nosso acesso a sua produção escrita.

No decorrer dos encontros, também utilizamos um diário de campo, para anotar nossas observações e reflexões acerca da realização dessa pesquisa e para o melhor desenvolvimento de nosso trabalho no decorrer da realização dos encontros.

3.5 ESTRATÉGIAS DE ANÁLISE

No próximo capítulo descrevemos alguns trechos de episódios da trajetória do grupo antes e durante a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonía”, tendo em conta as etapas “Antes da aula”, “A aula” e “Reflexões após a aula”, considerando como ponto de enfoque a fase de *discussão coletiva da tarefa* na perspectiva do Ensino Exploratório, uma vez que a fase de *discussão coletiva da tarefa* permeia todas as etapas do referido caso, porque para planejar a aula a professora precisa antecipar suas ações que ocorrerão antes e durante a fase de *discussão coletiva da tarefa*, durante a aula essa fase ocorre propriamente e nas reflexões da professora após a aula, o caso multimídia também problematiza elementos a respeito dessa fase da aula.

Após a definição do ponto de enfoque, utilizamos as produções escritas das professoras em formação, as anotações do pesquisador e as discussões realizadas (por meio das transcrições) no grupo de estudos, com o objetivo de reconhecer e classificar essas informações selecionadas de acordo com os seis objetivos para o desenvolvimento profissional apresentados por Sowder (2007), que buscam desenvolver:

- uma visão compartilhada para o ensino e aprendizagem da Matemática;
- conhecimentos sobre os conceitos matemáticos;
- compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática;
- conhecimento pedagógico de conteúdo;
- compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar;
- compreensão de si como professor que ensina Matemática.

Simultaneamente também associamos essas informações com as dimensões da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002;

VAN ES; SHERIN, 2008), identificando nessa análise aspectos dessas três dimensões, quais sejam:

- identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula;
- interpretar a situação do ensino com base no conhecimento do contexto;
- estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios amplos do processo de ensino e aprendizagem.

A partir dessa classificação relacionada aos objetivos para o desenvolvimento profissional (SOWDER, 2007) e às dimensões da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; VAN ES; SHERIN, 2008), elencamos os elementos do contexto que possibilitaram o desenvolvimento profissional de professores de Matemática.

No próximo capítulo apresentamos a descrição de alguns trechos de episódios referentes a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” e as análises, tendo em conta as estratégias que apresentamos neste capítulo.

CAPÍTULO 4

TRAJETÓRIA DO GRUPO E ANÁLISES

Nesse capítulo descrevemos e analisamos alguns trechos de episódios da trajetória da CoP-ProfMARE antes e durante a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”, tendo em conta as etapas “Antes da aula”, “A aula” e “Reflexões após a aula”, considerando como ponto de enfoque a fase de *discussão coletiva da tarefa* na perspectiva do Ensino Exploratório.

4.1 TRAJETÓRIA DE FORMAÇÃO QUE LEVOU À EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA E ALGUNS ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Inicialmente, constituímos um grupo de estudos com cinco professoras da Educação Básica e dois formadores, também professores da Educação Básica. Nossa perspectiva de formação para esse grupo de estudos não possuía características de uma formação tradicional, pautada em cursos de aperfeiçoamento, pelo contrário, em todos os empreendimentos realizados, partimos das angústias, dúvidas, sugestões, problemas e propostas que os membros do grupo apresentavam para direcionar nossos trabalhos.

Uma das intencionalidades dos formadores na constituição desse grupo foi a de explorar o caso multimídia “Plano de Telefonia”, com o objetivo de investigar suas potencialidades para a formação de professores. Entretanto, devido à dinâmica do grupo, foram trabalhados outros empreendimentos antes, durante e após a exploração do caso multimídia.

No primeiro encontro do grupo, realizado em 14/04/2015, apresentamos nossa proposta de trabalho, negociamos o local onde seriam realizados os encontros, um colégio na região central da cidade de Arapongas - PR, a periodicidade dos encontros, que seriam realizados semanalmente, e definimos coletivamente os empreendimentos que seriam realizados inicialmente no grupo. Na sequência começamos uma conversa sobre a prática em sala de aula com as professoras, que se mostraram entusiasmadas em iniciar os trabalhos e não se sentiram intimidadas em contar suas angústias com relação ao trabalho como professoras. Talvez possamos atribuir essa reação inicial das professoras pelo fato de quase

todas elas já se conhecerem e conhecerem também um dos formadores, desse modo, elas já tinham mais liberdade para expor suas experiências em sala de aula.

Nos trechos a seguir destacamos algumas das angústias apresentadas pelas professoras no primeiro encontro.

Cristina: O que deixa vocês angustiadas no trabalho com os alunos? Eu queria ouvir de vocês...

Airan: Na pouca experiência que eu tenho, o que mais me deixa angustiada é aproximação com os alunos. Por exemplo, quando eu levei o GeoGebra para a sala de aula em um colégio que não tinha computadores, um dia eu fiquei muito estressada com a turma. Eu disse: “Gente eu não sei o que fazer, como agradar vocês”. Estava tentando fazer uma coisa diferente [...] Tentei deixá-los discutirem, e nem assim (eles fizeram o que foi proposto). Eu disse: “vamos pensar juntos”. [...] Eles ficavam conversando. Tive dificuldade de acolher os alunos. [...] Eu tenho uma dificuldade grande com isso.

(1º Encontro, 14/04/2015)

Nesse trecho, Airan afirmou que a pouca experiência que possui a deixa angustiada em relação a como se aproximar dos seus alunos. Essa atitude demonstra que ela estava interessada em compartilhar essa angústia no grupo, na busca de um apoio no sentido de receber sugestões que pudessem influenciar em sua prática, ou pelo menos ouvir seu desabafo. Desse modo, acreditamos que ela buscava no grupo um apoio para lidar com esse problema, o que se relaciona com a dimensão de “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula”, que consiste em identificar elementos relacionados ao ensino que podem influenciar no desenvolvimento de uma aula (RODRIGUES, 2015; VAN ES; SHERIN, 2002).

Ela também mencionou que tem a intenção de trabalhar de forma diferente, de modo que os alunos pudessem realizar as discussões, mas que também tem dificuldades em uma determinada turma para desenvolver tal trabalho. Nesse trecho é possível evidenciar a busca dela por soluções para essa angústia, e mesmo realizando um trabalho diferenciado, ela não tem observado resultados positivos, ou seja, Airan estava refletindo sobre si mesma, tendo em conta seu relacionamento com os alunos, o que nos possibilita associar essa angústia a uma busca pela *compreensão de si mesma como professora de Matemática* e de como superar essas dificuldades (SOWDER, 2007).

Em relação às dificuldades enfrentadas em sala de aula, destacamos mais um trecho.

Rosângela: [...] Eu tenho aluno que não sabe ler, aluno disléxico. Ele só copia, tem uma letra linda, mas só copia. Não faz nada. Por isso que eu estou assim... Pra onde que eu vou? O que eu faço?

(1º Encontro, 14/04/2015)

A professora Rosângela expôs que tem dificuldade em lidar com um aluno que possui dislexia. Ao descrevê-lo, disse que ele precisa de uma atenção diferente e não sabe como lidar com isso. Identificamos que ela sente a necessidade de desenvolver uma compreensão sobre *o papel da equidade na Matemática escolar*, uma vez que afirma não estar conseguindo lidar com o problema apresentado por esse aluno (SOWDER, 2007).

Nesse encontro também negociamos com as professoras a utilização de um caderno para que elas registrassem suas reflexões sobre cada um dos encontros. Depois de cada encontro, elas levavam os cadernos para casa e registravam suas impressões a respeito do que tínhamos trabalhado no grupo. Esclarecemos que elas teriam total liberdade sobre o que escrever no caderno, expondo suas ideias, dúvidas e sugestões para o encaminhamento do grupo, e enfatizamos que o caderno seria utilizado para que pudéssemos tomar decisões sobre quais seriam os próximos empreendimentos do grupo. Esse caderno também serviu como ferramenta para coleta de informações dessa pesquisa.

Depois do primeiro encontro, voltamos a nos reunir apenas no dia 12/05/2015, devido à greve²⁷ dos professores realizada nesse período. No entanto, quando retomamos o grupo em maio, a greve ainda não tinha terminado e as professoras se mostraram desanimadas por conta do desgaste causado. A professora Rosângela desistiu de participar do grupo e justificou que não encontrava mais motivos para participar depois da greve.

Nesse encontro e nos encontros que o sucederam, os empreendimentos do grupo voltaram-se para a resolução de tarefas de diferentes conteúdos de Matemática, a discussão sobre suas potencialidades para o ensino de Matemática e a utilização do GeoGebra na resolução de uma das tarefas. Esses empreendimentos não serão analisados por não terem relação com os objetivos dessa pesquisa.

No 7º encontro (23/06/2015), os membros do grupo classificaram tarefas quanto ao grau de complexidade cognitiva (elevado nível e baixo nível de demanda cognitiva) e, na sequência leram e discutiram o texto “Perspectiva do Ensino Exploratório: um desafio aos professores”²⁸ como uma alternativa ao ensino diretivo. Optamos por discutir esse texto antes da exploração do caso multimídia porque as professoras Camila e Airan já haviam estudado a perspectiva do Ensino Exploratório anteriormente na graduação e as professoras Adriana e

²⁷ Essa foi a segunda greve realizada no ano de 2015, que iniciou no dia 25 de abril e terminou no dia 09 de junho.

²⁸ Texto elaborado pela Cristina e está no Anexo A.

Ana Márcia haviam lido um artigo a respeito desse tema quando fizeram um curso oferecido pela Seed/PR²⁹.

Airan: Na faculdade a professora Loreni propôs para gente fazer uma oficina na perspectiva do Ensino Exploratório. Foi bem na época que ela estava escrevendo um artigo sobre isso. Foi legal porque os alunos que foram na oficina estavam interessados. A oficina foi realizada no sábado. Participaram somente os alunos que queriam ir. Eu trabalhei com o Ensino Médio [...]. Foi bem legal, trabalhamos com probabilidade. O problema envolvia uma situação do café da manhã: combinações de sanduíches. Eles apresentaram várias estratégias diferentes e discutiram. Mas assim, não dava para comparar com a sala de aula porque eram alunos com perspectivas diferentes. Eles tinham a vontade de estar ali.

7º Encontro (23/06/2015)

Nesse trecho, observamos uma experiência positiva de Airan em sua formação inicial, na qual ela destacou que trabalhar na perspectiva do Ensino Exploratório, em uma situação que envolvia os itens para o café da manhã, algo com o qual os alunos estavam familiarizados, foi produtivo. Apresentar essa experiência ao grupo pode associar-se ao objetivo que busca *desenvolver uma visão compartilhada para o ensino e aprendizagem de Matemática*, uma vez que na experiência relatada os alunos estavam em um ambiente que possibilitou seu trabalho coletivo e a realização de discussões acerca do que estava sendo estudado (SOWDER, 2007). Além disso, ao compartilhar experiências com perspectivas de ensino alternativas ao ensino diretivo, é possível refletir sobre quais elementos dessas experiências possibilitaram o sucesso dessas aulas, e desse modo os professores podem investir nessas perspectivas para ensinar Matemática.

No entanto, ela também comentou que, pelo fato dessas oficinas serem realizadas no sábado, o contexto fez toda a diferença, por eles não estarem em sala de aula com os alunos regulares de uma turma. Ela deixou implícito que até para a professora Loreni existem dificuldades de trabalhar em sala de aula da mesma forma que ela trabalhou nessa oficina. Dessa forma, observamos a dificuldade que a professora tem quando os alunos da sala de aula regular não demonstram vontade de estudar, e essa dificuldade está relacionada a compreender como *os alunos pensam e aprendem Matemática* (SOWDER, 2007). Nesse sentido, quando o professor observa que o aluno não está disposto a aprender, é preciso que ele também tenha como objetivo despertar o interesse do aluno, e uma perspectiva alternativa ao ensino diretivo pode trazer características que possibilitem que o professor consiga despertar esse interesse.

²⁹ Secretaria de Estado de Educação do Estado do Paraná.

Nesse trecho foi possível destacar que Airan listou possíveis motivos que possibilitaram o sucesso dessa aula, dentre eles podemos destacar o interesse dos alunos, a utilização de uma perspectiva de ensino alternativa ao ensino diretivo, e o apoio da professora que propôs essa situação de ensino. Ao destacar esses possíveis motivos, Airan estava interpretando a situação de ensino com base no conhecimento que ela possuía do contexto, o que representa a terceira das dimensões propostas por Van Es e Sherin (2002), que refere-se a “Usar o que se sabe sobre o contexto para interpretar interações em sala de aula”.

É possível inferir também que o fato de Airan e Camila já terem trabalhado anteriormente com o Ensino Exploratório foi um fator que influenciou na exploração do caso multimídia. Esse fato é um dos fatores que pode ter influenciado no desenvolvimento profissional de ambas e do grupo como um todo.

Ao lermos o texto sobre o Ensino Exploratório, surgiram algumas discussões a respeito dessa perspectiva alternativa para o ensino de Matemática, das quais destacamos alguns excertos para análise.

Cristina: Mas essa perspectiva é viável para sala de aula? O Ensino Exploratório? É possível fazer essa perspectiva com essas quatro fases?

Adriana: Eu acho que é. Mas no dia a dia eu não sei se é porque...

Júlio: É difícil que os alunos se acostumem a trabalhar assim, eu sinto dificuldade. O que vocês acham?

Airan: A Loreni mesmo falou quando ela fez. Ela falou que pegou uma turma e teve que acostumar a turma com esse novo jeito de trabalhar. Ela falou que foi difícil, mas ela conseguiu encaixar eles direitinho.

Cristina: Quando ela fez essa aula tinha trocado o semestre. Eles tiveram duas semanas de aula, ou três antes de ela fazer essa aula.

[...]

Júlio: Tem alguns alunos que acham que o professor não quer dar aula, não é?

Adriana: Isso que eu ia falar. “Professora quando você vai parar de enrolar e começar dar aula?”.

Cristina: Eles já estão tão acostumados com a perspectiva tradicional.

[...]

Adriana: Se eu não me engano acho que foi uma professora no PDE que falou que, um aluno da graduação, porque estava tendo aula diferente, de Investigação Matemática, falou que ela tinha preguiça de dar aula. Aí ela falou assim, "Olha, demorou muitos anos para eu estudar para começar a dar aula assim".

Adriana: Aí ele mesmo depois chegou à conclusão que realmente ela estava dando aula, estava ensinando e fazendo os alunos pensarem. Então para quebrar isso daí, dos alunos estarem acostumados com aula tradicional, é complicado.

Júlio: Ontem eu tive essa experiência na graduação, lá na FECEA. Eu estou com a disciplina de estágio. Eu levei sete tarefas sobre funções. Teve uma aluna que perguntava e eu respondia com outra pergunta, até que ela me disse: “mas eu gosto das respostas prontas, não que você fique me perguntando”.

Júlio: Eu falei, “Mas você precisa pensar um pouco mais, se eu falar tudo para você daqui a pouco você não lembra mais”. Aí eu não sei se com o tempo eu consigo trabalhar diferente. Mas até no quarto ano de Matemática acontece isso.

Airan: Teve uma aluna de oitavo ano com quem eu também fazia isso, aí eu questionava. Teve uma outra que falou assim, “Você não está vendo que nem a professora sabe responder”. Por isso que ela não está te respondendo.

(7º Encontro, 23/06/2015)

Nesse trecho, a partir da questão feita pela Cristina, alguns membros do grupo se manifestaram e apresentaram diferentes formas que os alunos reagem quando o professor propõe uma proposta de ensino de Matemática alternativa ao ensino diretivo. Enquanto Airan descreveu que a professora Loreni teve dificuldade em implementar o Ensino Exploratório em uma de suas turmas, Julio e Adriana disseram que os alunos têm a impressão de que o professor não está disposto a trabalhar.

No entanto, todos eles chegaram à conclusão que, com o tempo, essas dificuldades podem ser superadas. Essas descrições de cada um dos professores relacionam-se a dimensão “Usar o que se sabe sobre o contexto para interpretar interações em sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002), e cada um dos membros da CoP apresentou um exemplo diferente, mas que reafirmaram que existia a possibilidade de se introduzir uma perspectiva de ensino alternativa ao ensino diretivo. Nesse sentido, podemos inferir que ao modificar sua prática pedagógica, os professores podem e provavelmente irão enfrentar situações de conflito, mas é preciso que eles insistam nessas mudanças para que também os alunos tenham a possibilidade de compreender o quanto essa mudança irá possibilitar que eles tenham condições de aprender por meio de outras perspectivas diferentes do ensino diretivo.

Podemos destacar que os professores refletiram a respeito de como até mesmo os alunos acreditam muitas vezes no potencial da utilização da perspectiva tradicional de ensino, na qual o professor é quem expõe o conteúdo, exemplos sobre o conteúdo, para depois os alunos trabalharem com exercícios semelhantes a esses exemplos. Até mesmo Adriana afirmou inicialmente que acredita que a perspectiva do Ensino Exploratório é viável para a sala de aula, mas ela destacou que “Mas no dia a dia eu não sei se é”.

Na sequência os professores descreveram algumas experiências relacionadas a práticas alternativas ao ensino diretivo, e quando os professores citados adotaram uma atitude diferente daquela esperada de um professor, a de dar respostas prontas, os alunos estranharam e apresentaram diferentes reações, enquanto uns não gostavam de serem questionados, outros pensam que o professor não está trabalhando.

Nesse sentido, os professores refletiram sobre *como os alunos pensam e aprendem Matemática*, uma vez que foi apresentada uma concepção dos alunos a respeito do potencial

do ensino diretivo e do papel do professor de Matemática, que são aspectos que influenciam diretamente em como os alunos acreditam que ocorre a aprendizagem.

Ao refletir sobre o potencial do Ensino Exploratório e discuti-lo enquanto perspectiva alternativa ao ensino diretivo, os professores evidenciaram crenças a respeito do ensino de Matemática, assim como o questionamento da professora Adriana a respeito da viabilidade do Ensino Exploratório nas salas de aula, e também a afirmação de que não é fácil trabalhar com essa perspectiva no contexto em que os professores e alunos estão inseridos. Esses fatores nos permitem associar ao objetivo relacionado ao *desenvolvimento de uma visão compartilhada para o ensino e aprendizagem da Matemática* (SOWDER, 2007).

Além disso, os professores estabeleceram algumas relações entre as ações do professor identificadas no texto que estavam lendo e suas próprias experiências relacionadas a perspectivas alternativas ao ensino diretivo, o que está presente na dimensão relacionada a “Estabelecer conexões entre as especificidades das interações em salas e os princípios mais amplos de ensino e de aprendizagem” (VAN ES E SHERIN, 2002).

Como mencionado anteriormente, nossa intenção era trabalhar com o caso multimídia “Plano de Telefonia”, um empreendimento que conseguimos negociar no grupo e começamos sua exploração no 8º encontro, no dia 30/06/2015.

4.2 A EXPLORAÇÃO DO CASO “PLANO DE TELEFONIA” NA COP-PROFMARE

No dia 30/06/2015, apresentamos para as professoras o caso multimídia “Plano de Telefonia” e iniciamos a exploração com a etapa “Introdução do caso multimídia”, na qual elas tiveram contato com as seções “O colégio”, “A professora” e “A turma”, conhecendo assim o contexto no qual a aula referente a esse caso multimídia ocorreu.

No 9º encontro, realizado no dia 07/07/2015, as professoras resolveram a tarefa “Plano de Telefonia” e discutimos as resoluções que elas apresentaram para a tarefa, apresentada no Quadro 11.

Na discussão da resolução da tarefa, surgiu uma dúvida sobre a letra d), em relação ao ensino de como plotar o gráfico de uma função afim e como o professor lida com essa situação.

Júlio: Quando você trabalha com gráfico de função afim, algum aluno consegue perceber que se ele tiver apenas dois pontos diferentes do gráfico da função ele já pode traçar o gráfico, sem precisar encontrar mais pontos? Tem algum aluno que já percebeu isso?

Ana Márcia: Então, eu já falo isso para eles quando eu vou ensinar.

Júlio: A gente conta antes.

Ana Márcia: Então, eu falo assim: “Por um ponto passam quantas retas?” Eles ficam olhando assim, não entendem nada o que eu falo. Aí eu falo: “Passa uma reta, passam duas, passam três, passam infinitas retas”. Aí eu coloco dois pontos, “E por dois pontos, quantas retas passam? Então, não precisa mais que dois pontos”. Eu já falo.

Júlio: Ah, então eles já observam.

Ana Márcia: Eles não têm que descobrir (que por dois pontos é possível traçar uma única reta). É horrível né, mas é verdade.

Airan: Mas se você não conta, eles vão fazendo aquele monte (eles plotam vários pontos).

[...]

Cristina: Eu acho que eles acabam fazendo vários pontos.

Ana Márcia: Quando eu comecei o trabalho, uma aluna disse: “Ah, professora eu quero colocar mais pontos”. E foi colocando mais pontos lá (no plano cartesiano).

Júlio: É como se ela quisesse testar.

Ana Márcia: Quando eu faço a correção, pergunto: “se você tivesse pegado outro ponto, olha a imagem está aqui. Se tivesse pegado aqui, olhe tal imagem”. Não sei se eles entendem o que a gente está querendo falar. Mas tinha que os deixar descobrirem porque daí eles gravam e aprendem. Mas a gente não faz isso.

(9º Encontro, 07/07/2015)

Nesse trecho, destacamos uma atitude que, ao trabalhar com o Ensino Exploratório, é esperada do professor, na qual ele deixa que o aluno observe as regularidades relacionadas ao conteúdo que subjaz a resolução de uma tarefa. No caso da presente tarefa, espera-se que o aluno observe que para traçar o gráfico de uma reta, representada por uma função afim, basta que se tenha as coordenadas de apenas dois pontos.

No entanto, Ana Márcia afirmou “Então, eu já falo isso para eles quando eu vou ensinar”, e logo em seguida complementou que os alunos não têm que descobrir, que ela acaba contando. Na sequência ela reconheceu que o ideal seria que os alunos descobrissem por si mesmos. Essa discussão evidencia a dificuldade que professores têm em não contar para os alunos que, para que seja possível traçar o gráfico de uma função afim, basta que você conheça dois pontos distintos desse gráfico, uma vez que o gráfico é representado por uma reta. A dificuldade apresentada pela professora relaciona-se ao desenvolvimento de dois objetivos propostos por Sowder (2007), o *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo*, quando ela observa que seria mais interessante que os alunos descubram por si mesmos, e o *conhecimento sobre os conceitos matemáticos envolvidos*, que possibilita que os alunos possam generalizar essa descoberta para todas as funções afins.

Nesse trecho, os professores identificaram e discutiram alguns elementos em uma situação de ensino que dizem respeito ao pensamento e aprendizagem dos alunos, em específico a respeito das características do gráfico de uma função afim.

Ao descrever e discutir a respeito do papel do professor, considerando a questão a respeito de contar para o aluno que o gráfico de uma função afim é representado por uma reta

ou deixar que o aluno descubra e conjecture que o gráfico de uma função afim é uma reta, os professores estão refletindo sobre sua prática e considerando que alternativas eles têm para trabalhar com essa questão específica. Essa discussão pode ser relacionada com a dimensão relacionada a “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula”, uma vez que a decisão que o professor toma (a respeito de contar ou deixar que os alunos descubram) pode influenciar diretamente na aprendizagem de seus alunos (RODRIGUES, 2015; VAN ES E SHERIN, 2002).

Entre o 10º e o 14º encontro, trabalhamos com as seções do multimídia “Apresentação da Tarefa” e “Desenvolvimento da Tarefa”, associadas ao planejamento da professora (Antes da Aula), que não estão relacionadas diretamente ao foco dessa pesquisa. Nas próximas seções descrevemos e analisamos algumas produções escritas e as discussões realizadas na CoP relacionadas a fase de *discussão coletiva da tarefa* de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório do caso multimídia “Plano de Telefonia” nas etapas: “Antes da aula”, “A aula” e “Reflexões após a aula”.

4.3 DISCUSSÃO COLETIVA DA TAREFA E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS PARTICIPANTES DA COP-PROFMARE

A seguir analisamos alguns episódios relacionados à exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” que dizem respeito à fase de *discussão coletiva da tarefa*, em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, tendo em vista relacionar esses episódios com os objetivos para o desenvolvimento profissional dos participantes da CoP-ProfMARE.

No 15º encontro (01/09/2015) discutimos as respostas apresentadas pelas professoras a respeito da etapa “Antes da aula”, na qual a professora Loreni fala a respeito de seu planejamento relacionado à fase *desenvolvimento da tarefa*.

Cristina: A Loreni fala muitas vezes que uma grande preocupação é pedir para os alunos justificarem as resoluções. Por que será que ela tem a intenção de pedir isso? Por que é importante pedir para os alunos justificarem suas resoluções?

Ana Márcia: Para organizar as ideias.

Cristina: Para organizar as ideias... O que mais?

Adriana: Para ver se eles estão entendendo. E a maioria tem dificuldade em justificar, é como se fosse um treinamento já.

Cristina: Mais alguma coisa?

Airan: Para ver se eles entendem o que estão fazendo.

Cristina: Questionamento para saber o que o aluno está...

Adriana: Pensando.

(15º Encontro, 01/09/2015)

Nesse trecho, Cristina questiona sobre a importância de os alunos conseguirem justificar suas resoluções e as professoras respondem que seria para que os alunos possam organizar as ideias e saber se eles estão entendendo o que estão explicando. Nesse sentido, elas destacam uma das ações do professor na fase de *desenvolvimento da tarefa*, a ação de questionar os alunos durante a resolução, para assegurar a compreensão deles com relação à tarefa que estão resolvendo. Essa ação relaciona-se com o objetivo de *compreender como os alunos pensam e aprendem Matemática* (SOWDER, 2007). Podemos destacar que, apesar de essa ação (questionar os alunos para saber se eles estão compreendendo suas resoluções) da professora nesse trecho ser referente à fase de *desenvolvimento da tarefa*, ela (a ação de questionar) deve ocorrer em todas as fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório e, além disso, ela possibilita que o aluno tenha segurança para a fase de *discussão coletiva da tarefa*, na qual ele apresentará sua resolução para toda a turma, se submetendo aos questionamentos da professora e dos outros alunos.

As professoras destacaram que as ações de pedir para os alunos justificarem suas respostas e observar os diferentes tipos de resoluções apresentadas pelos alunos são importantes para as fases de *discussão coletiva da tarefa* e *sistematização das aprendizagens*, o que permite associarmos a dimensão de “Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto” (VAN ES; SHERIN, 2002), uma vez que elas estão refletindo sobre como essas ações serão importantes nas próximas fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, e reconhecer a importância da ação de questionar da professora é um dos modos de interpretar o que foi identificado em uma situação de sala de aula.

Em outro trecho, as professoras destacam que durante a seleção e sequenciamento das resoluções dos grupos, é importante que o professor observe diferentes tipos de resolução, e no trecho abaixo elas são questionadas sobre o porquê dessa ação.

Cristina: Por que é importante a gente observar outros tipos de resolução?

Airan: Para ver como eles estão pensando, e se eles estão na mesma linha de pensamento, se estão atendendo ao que o exercício está pedindo. Mesmo que esteja resolvendo de uma forma diferente, mas se está correto.

Cristina: E identificar estas diferentes resoluções vai ajudar o professor em que depois?

Airan: Na parte da sistematização. Mostrar para os alunos... Assim, sistematizar eu acho que não é bom sistematizar de diversas formas diferentes. Sistematizar já é no geral, mas mostrando aos alunos que tem formas diferentes de resolver, e meio que juntar tudo e fechar de uma forma mais formal.

Cristina: A gente não pode mostrar isso na fase da *discussão coletiva da tarefa*?

Airan: Sim. Seria o ideal.

Podemos relacionar essa situação ao objetivo de Sowder (2007) relacionado ao *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo*, uma vez que Airan salienta a importância dos alunos terem contato com diferentes resoluções, estabelecer relações entre elas na fase de *discussão coletiva da tarefa* e como esse contato pode auxiliar o professor na fase de *sistematização das aprendizagens*.

No trecho a seguir, referente à etapa “Antes da Aula” do caso multimídia, seção planejamento da aula, destacamos um excerto no qual os professores discutem sobre algumas dificuldades dos alunos apresentadas pela professora Loreni.

Cristina: Quais são as dificuldades que a Loreni fala? (com relação a como os alunos resolvem a tarefa)

Ana Márcia: A dificuldade em álgebra, e registrar também... de fazer a fórmula.

Adriana: A dificuldade deles é na hora da fórmula.

Airan: De falar, de se expressar.

Cristina: Ana Márcia?

Ana Márcia: Não resolver a tarefa do mesmo modo da professora, ou seja, não interferir. Questionar para que eles vejam a diferença entre os gráficos. Que um tem aquele valor inicial, aquela taxa fixa de onde ela sai ali do y , do zero, quando não tem a taxa fixa.

Cristina: E por que a Loreni tem essa preocupação de não interferir?

Ana Márcia: Para que os alunos não resolvam do modo dela, que eles tenham um modo deles de resolver o exercício. Porque eles vão entender melhor se eles fizerem do jeito deles.

Cristina: A gente consegue fazer isso na sala de aula, de não interferir muito?

Airan: Nem sempre.

Adriana: Depende, se a turma for muito bagunceira você já...

Cristina: Já fala.

Adriana: Você acaba falando um modo para resolver.

Ana Márcia: Gente eu tenho muita dificuldade nisso, muita, e é ruim porque tem aluno que gosta de pensar um pouquinho, de fazer, e de repente você fala, aí ele diz, “Ah, professora agora não tem mais graça, agora já fez né”. Mas também tem um detalhe, é difícil ficar esperando todo mundo em uma sala, senão você não caminha. Ontem mesmo na última aula no sétimo ano, esperei, esperei, aí eu fui lá e acabei terminando o exercício. Eles disseram, “Aí, ah, professora agora você já fez”. Aí eu falei, “Mas também eu fiquei esperando, esperando” (e os alunos não terminaram)...

(15º Encontro, 01/09/2015)

Podemos citar que, nesse excerto, as professoras apontam que duas dificuldades que os alunos podem apresentar são a de registrar suas resoluções e construir uma fórmula que relaciona as duas variáveis envolvidas, e ao identificar essas dificuldades, ela estaria tentando compreender *como os alunos pensam e aprendem Matemática* (SOWDER, 2007).

Além disso, as professoras também apontam que uma dificuldade que a professora Loreni apresenta é a de tentar não interferir nas resoluções dos alunos, uma vez que ela não quer que eles resolvam a tarefa da forma como ela resolveu, pelo contrário, para que eles encontrem um modo de resolvê-la, que pode ser ou não semelhante ao modo como ela resolveria. Essa maneira pela qual os alunos resolvem a tarefa é importante para que o

professor possa utilizar os conhecimentos prévios dos alunos no momento da *discussão coletiva da tarefa*, uma vez que a sistematização pode ser feita a partir da apresentação dos alunos dessas resoluções, que podem apresentar características informais ou mesmo apresentarem erros que possibilitam que o professor elabore questionamentos com o intuito de que os alunos possam refletir o porquê dessa resolução estar incorreta (CYRINO; TEIXEIRA, 2016; RODRIGUES, 2015).

Essa dificuldade de não interferir nas resoluções dos alunos, mencionada pela Loreni e pelas professoras, relaciona-se com o objetivo de *desenvolver o conhecimento pedagógico de conteúdo*, uma vez que traz uma preocupação da professora com relação à condução de sua aula, em específico em como lidar com diferentes ideias que os alunos podem apresentar (SOWDER, 2007).

Ana Márcia indica que a preocupação da professora Loreni está também em questionar os alunos para que eles notem a diferença entre os gráficos das funções relacionadas tendo em conta que em um dos casos ela teria uma função afim e no outro uma função afim específica, a função linear. Essa preocupação reflete o objetivo que visa *desenvolver conhecimentos sobre os conceitos matemáticos* (SOWDER, 2007).

Ao descrever as dificuldades que a professora Loreni citou na entrevista, as professoras também estão expondo uma dificuldade que elas possuem, que influencia em sua prática em sala de aula. Ao identificar essas dificuldades, como a de não interferir na resolução do aluno, observamos que as professoras buscam estar atentas ao que os alunos dizem e fazem, tentando compreender de que modo eles podem pensar para resolver determinada tarefa, e essas atitudes podem ser associadas à dimensão “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002).

No próximo trecho, a discussão está relacionada ao planejamento da professora Loreni em relação à fase de *discussão coletiva da tarefa*. No caso multimídia, essa discussão refere-se à etapa “Antes da Aula”, a seção “Fases da Aula” e a subseção “Discussão coletiva da tarefa”.

Cristina: Bom, a gente fez a fase de *proposição e apresentação da tarefa*, fez a parte do *desenvolvimento*, agora a gente vai para a *discussão coletiva da tarefa* que é a terceira fase do Ensino Exploratório. Tendo em conta as declarações da professora e o plano de aula, que cuidados a professora revela em relação à condução dessa fase da aula? Da fase da *discussão coletiva*.

Adriana: Eu não sei, mas eu coloquei assim, a maneira que os alunos fizeram os seus registros e expressaram suas ideias.

Ana Márcia: Eu escrevi assim, pedir para os alunos usem a transparência para o retroprojetor no lugar do quadro negro, agilizando a aula. Usar a palavra “contar o que entenderam” para

que eles fiquem mais à vontade. Fazer os questionamentos que foram necessários e sugestões.

Airan: Relacionar o que foi pensado por grupos diferentes por meio de questionamentos, o aluno que for apresentar fazer uma relação do que for falar para organizar melhor as ideias. Utilizar a transparência e a professora irá fazer questionamentos sobre o que está sendo apresentado, não só para quem está apresentando, mas também para quem está assistindo.

Cristina: Para a *discussão coletiva da tarefa* ela vai escolher todo mundo para apresentar?

Ana Márcia: Ela vai usar as diferentes resoluções.

Cristina: Ela vai escolher as estratégias de acordo com o quê? As estratégias têm que estar com o foco onde?

Airan: Os objetivos.

Cristina: Os objetivos. Então ela vai escolher as diferentes estratégias, mas elas têm que estar focadas nos objetivos. Assim, não vai ser qualquer estratégia que ela vai escolher, mas ela vai escolher aquelas que vão ajudar a...

Ana Márcia: A sistematização.

(15º Encontro, 01/09/2015)

Nesse excerto, as professoras destacam os cuidados que a Loreni teve ao planejar a fase de *discussão coletiva da tarefa*, sendo eles:

- considerar a forma como os alunos expressaram suas ideias por meio de seus registros;
- a utilização do retroprojeter ao invés de utilizar o quadro negro, o que agilizaria a discussão;
- utilizar o termo “contar o que está entendendo” de modo que eles conseguissem explicar com mais naturalidade que eles tinham feito para a turma;
- fazer os questionamentos e as sugestões que considerar necessários;
- relacionar que foi pensado pelos diferentes grupos por meio de seus questionamentos;
- os questionamentos serão direcionados para quem está apresentando e para quem está assistindo, com o intuito de que todos possam compreender as possíveis diferentes resoluções.

Os cuidados da professora Loreni, em relação à condução da fase de *discussão coletiva da tarefa*, elencados pelas professoras, relacionam-se com o objetivo de *desenvolver o conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que eles foram levados em consideração para o gerenciamento da *discussão coletiva da tarefa* em uma aula de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório.

Nesse caso, as professoras mobilizaram a dimensão “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002), uma vez que as professoras pontuaram os cuidados que a professora Loreni se ateu ao planejar a fase de *discussão coletiva da tarefa*. Esses cuidados que foram apontados pelas professoras podem auxiliar na fase de sistematização do conteúdo, uma vez que a fase de *discussão coletiva da*

tarefa a precede e os elementos trabalhados nessa fase podem ser utilizados na fase de *sistematização das aprendizagens*.

No próximo trecho, as professoras apresentam o que acreditam ser o papel do professor na fase de *discussão coletiva da tarefa*.

Cristina: Qual seria, então, o papel do professor na *discussão coletiva*?

Airan: Seria questionar os alunos.

Cristina: Questionar os alunos.

Adriana: Conduzir a discussão, ver se está certo.

Airan: Relacionar as diferentes estratégias.

Cristina: Relacionar as diferentes estratégias. Mais alguma coisa? Qual a importância dessa fase da aula? Da fase da *discussão coletiva* para a aula?

Adriana: Reconhecer as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa.

Cristina: O que mais?

Ana Márcia: A discussão é que vai fazer eles se garantirem, terem mais firmeza, a compreenderem melhor o que fizeram e possibilitar que os outros entendam outros modos de fazer, outros modos de pensar.

Airan: Eu coloquei assim, nesta parte os alunos poderão compreender melhor o que fizeram, pois eles explicam o que fizeram e o porquê, além de expor aquilo que eles produziram para os outros alunos e que eles percebam que há diferentes formas de se fazer e de se pensar.

(15º Encontro, 01/09/2015)

Nesse trecho, as professoras destacam que algumas atitudes fazem parte do papel do professor na fase de *discussão coletiva da tarefa*. Essas atitudes trazem uma relação com o *desenvolvimento de uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem de Matemática* e o *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que elas se referem ao Ensino Exploratório, e as professoras estão identificando ações do professor nessa perspectiva de ensino e reconhecendo a sua importância.

Com relação à importância da fase de *discussão coletiva da tarefa*, as professoras afirmam que ela está relacionada a garantir se os alunos compreenderam ou não o conteúdo relacionado à tarefa e possibilitar que aqueles que ainda não compreenderam possam compreender nesta fase da aula. Além disso, os alunos também têm contato com diferentes resoluções que podem contribuir para a compreensão daquelas resoluções que eles já conseguiram realizar. Podemos considerar que o momento da *discussão coletiva da tarefa* é aquele em que todos os alunos têm a oportunidade de compreender as resoluções apresentadas e entender o porquê de sua resolução estar ou não correta, e nesse sentido, podemos estabelecer uma relação entre esse trecho e o objetivo de *desenvolver o papel da “equidade” na Matemática escolar* (SOWDER, 2007).

As professoras inferiram sobre qual seria o papel do professor e que a compreensão dos alunos pode se efetivar na fase de *discussão coletiva da tarefa*, e nesse sentido podemos

associar suas inferências à dimensão “Usar o que se sabe sobre o contexto para interpretar interações em sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002), uma vez que refletir sobre o papel do professor em uma perspectiva de ensino alternativa ao ensino diretivo possibilita que as atitudes do professor sejam reavaliadas e acarretar em mudanças em sua prática pedagógica.

Ao final desse encontro (01/09/2017), a professora Ana Márcia fez uma declaração relacionada ao trabalho que estávamos realizando com o caso multimídia “Plano de Telefonia”.

Ana Márcia: Eu estou achando interessante isso, esse pensar no jeito que a gente dá aula. Eu vejo assim, que eu dou muito a resposta para o aluno. Eu estou achando interessante, de repente a gente trabalha muito exercício, porque eu trabalho muito exercício, muito conteúdo, mas às vezes fica só na repetição e eu falando como tem que fazer, não são eles que descobrem. Naquele dia que o Júlio perguntou, “E eles descobrem que é uma reta?”, eu falei, “Eu conto para eles”. Eu conto, eu não deixo descobrir né.

(15º Encontro, 01/09/2015)

Nesse trecho, a professora Ana Márcia estabelece uma relação entre o que estávamos trabalhando no grupo e sua prática em sala de aula, colocando em questão o trabalho com muitos exercícios, e a partir de sua fala podemos inferir que talvez se os alunos trabalhassem com menos exercícios e tivessem mais a oportunidade de descobrir o que fazer, ao invés do professor dizer para ele, eles poderiam ter condições de compreender os conteúdos estudados. Essa atitude da professora Ana Márcia reflete o objetivo de *desenvolver uma compreensão de si como professor de Matemática* e do *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007).

Nesse encontro, as professoras também assistiram os vídeos da seção “A Aula”, referentes às fases de *proposição e apresentação da tarefa*, e os vídeos dos episódios 4, 5 e 6, referentes ao *desenvolvimento da tarefa*.

No 16º encontro (08/09/2015) realizamos a discussão sobre as respostas apresentadas pelas professoras sobre a etapa “A aula”, em relação aos episódios 4, 5 e 6, referentes à fase do *desenvolvimento da tarefa*. Nesse encontro, destacamos alguns aspectos da fase do *desenvolvimento da tarefa* que trazem relações com a fase de *discussão coletiva da tarefa* e a fase de *sistematização das aprendizagens*.

Cristina: Qual a importância da gente identificar as estratégias de resolução dos alunos durante a tarefa?

Adriana: Para verificar se aquilo que os alunos estão fazendo está certo ou não, se eles estão entendendo.

Ana Márcia: Para escolher os grupos que vão apresentar. Escolher os grupos com diferentes resoluções.

(16º Encontro, 08/09/2015)

Cristina questionou sobre a importância de identificar as estratégias de resolução dos alunos durante a realização da tarefa, e as professoras afirmaram que a ação de identificar essas estratégias tem como objetivo que o aluno verifique se o que está fazendo está correto ou não, e para que o professor possa selecionar os registros para a fase de *discussão coletiva da tarefa*. Nesse sentido elas estabeleceram uma relação entre ações do professor que ocorrem durante o *desenvolvimento da tarefa* com a fase da *discussão coletiva da tarefa*, o que pode ser relacionado com o objetivo do *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que as professoras chamaram a atenção para alguns aspectos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, como o de questionar os alunos para saber o que eles estão compreendendo de sua resolução e a ação de selecionar as resoluções para a fase de *discussão coletiva da tarefa*.

Cristina: Quando ela estava ajudando as alunas em nenhum momento a Loreni falou se estava correto ou não, em nenhum momento ela validou as respostas dos alunos. Por que ela não validou as respostas dos alunos?

Ana Márcia: Para deixar para a discussão.

Cristina: Para a discussão... Não falar que está certo ou está errado ajuda o aluno em quê?

Airan: A refletir mais sobre o que ele está fazendo. Eles quererem buscar, eles irem atrás.

Adriana: Conforme eles iam fazendo, eles iam testando os resultados. Eles mesmos já descobriram, não precisou nem falar sim ou não.

Cristina: Qual a importância dessas ações para o desenvolvimento da aula?

Adriana: Eu coloquei assim, auxiliar os alunos na compreensão da tarefa fazendo questionamentos para que eles mesmos cheguem à conclusão.

(16º Encontro, 08/09/2015)

Nesse trecho, as professoras justificaram a ação da professora de não validar as respostas dos alunos dizendo que ela tinha como objetivo deixar essa validação para a fase da *discussão coletiva da tarefa*, e que a não validação também ajudaria os alunos a compreenderem a tarefa por meio dos questionamentos realizados pela professora. Essas ações relatadas pelas professoras estão associadas ao desenvolvimento do *objetivo de como os alunos pensam e aprendem Matemática* e ao *desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que a professora não torna a tarefa mais fácil ou difícil para os alunos ao validar ou não suas respostas, mas sim propõe questionamentos para que eles reflitam sobre o que responderam e consigam justificar ou determinar onde está o erro.

No 18º Encontro, realizado no dia 22/09/2015, discutimos com as professoras sobre outras questões a respeito do que tinham respondido anteriormente com relação aos episódios do desenvolvimento da tarefa na etapa “A Aula”.

Ana Márcia: Durante a resolução eles têm que registrar a resolução da tarefa, e ela ao mesmo tempo está questionando, auxiliando para que eles avancem na tarefa e ela tem que estar atenta porque ela vai escolher alguns para a apresentação, né?

Adriana: É.

Ana Márcia: Para o momento da discussão depois, é complicadinho, ela tem que tem toda essa noção do que eles estão fazendo para saber quais resoluções ela vai escolher e como sequenciar.

Airan: Para chegar em uma generalização usando aquilo que foi feito pelos alunos.

Adriana: Eu acho que o Ensino Exploratório dá trabalho para preparar. Mas na hora que você está na sala de aula é bem mais fácil do que você trabalhar uma tarefa aberta que você não sabe onde vai chegar.

Júlio: É verdade.

Adriana: Não é? Porque às vezes aparece um negócio lá que você não tem noção.

Ana Márcia: Porque ali você já antecipou algumas resoluções e é difícil sair fora disso.

Adriana: Você já fez o planejamento e está tudo certinho, organizado. Eu gostei muito.

Ana Márcia: E assim, eu percebo que na hora das discussões são os grupos que apresentam, a professora dá uma encaminhada, mas sem interferir muito. Não sei se eu estou falando errado. Mas na hora que ela vai sistematizar o conteúdo aí é a vez dela. É o momento no qual ela vai pegar essas ideias que apareceram na discussão e fazer um fechamento, com o conteúdo.

18º Encontro (22/09/2015)

Nesse excerto, as professoras afirmam que, apesar do fato do Ensino Exploratório dar trabalho para o professor no sentido do planejamento, ele torna a execução da aula mais fácil para o professor porque ele já previu possíveis erros e resoluções que podem aparecer na fase do *desenvolvimento da tarefa*, além de ter pensado em possíveis questionamentos que pode fazer para os alunos. Desse modo, as professoras destacam algumas das atitudes que o professor precisa ter em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, o que pode ser associado à dimensão “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002).

Podemos inferir que as professoras estão compartilhando informações que possibilitam o *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo*, já elas observaram que o professor precisa antecipar as resoluções e os erros para poder chamar a atenção para esses aspectos no decorrer da aula, e *uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem de Matemática* (SOWDER, 2007). É importante ressaltar que, apesar desse trecho não referir-se diretamente a fase de *discussão coletiva da tarefa*, podemos considerar que o professor talvez precise reorganizar a *discussão coletiva da tarefa* tendo em conta resoluções que ele pode não ter previsto durante o seu planejamento.

A professora Ana Márcia destaca que “Eu percebo que na hora das discussões são os grupos que apresentam, a professora dá uma encaminhada, mas sem interferir muito. Não sei se eu estou falando errado. Mas na hora que ela vai sistematizar o conteúdo aí é a vez dela. Onde ela vai pegar essas ideias que apareceram na discussão e fazer um fechamento, com o

conteúdo”. Nesse trecho, destacamos que ela notou que a professora Loreni parte de onde o aluno está para começar a fazer a *discussão coletiva* e a *sistematização*, levando em conta o que os alunos construíram em suas resoluções para então conduzir a *discussão coletiva da tarefa* e prepará-los para a *sistematização das aprendizagens*, e essa observação de Ana Márcia envolve características específicas do Ensino Exploratório.

Cristina: Bom, tem outra coisa que você escreveu que eu achei legal, “os alunos maiores não gostam de ir ao quadro, e os alunos menores vão, mas, não gostam de explicar”. O que a gente pode fazer para estimular os alunos a irem ao quadro e a explicar?

Ana Márcia: Eu acho que eles precisam se acostumar a essa dinâmica da aula. Trabalhar em grupo, fazer a apresentação, mostrar como resolveram. Eu acho que é falta de costume, por isso que eles não vão. E os maiores também tem vergonha dos colegas tirarem sarro.

Júlio: E como a gente pode começar a criar esse costume? Porque eu estou tentando e são sempre os mesmos.

Adriana: Sabe o que acontece, vai ao quadro e tem medo de errar.

Ana Márcia: Eles têm o medo de pagar mico.

Adriana: Daí os colegas tiram sarro, aí não querem ir mais. Ainda mais se for um aluno tímido.

Ana Márcia: Nas minhas salas deste ano eu acho que já melhorou bastante, porque estou sempre falando do erro, se você pergunta e alguém erra e o outro tira sarro, eu estou sempre chamando a atenção. E parece que está dando uma melhorada. Mas eu sempre falo para eles que o erro é importante para a aprendizagem. Se a pessoa errou é porque ela está tentando fazer. Eu ainda brinco, aqui vocês podem errar bastante, errou, pega a borracha e apaga, tem que tomar cuidado para não errar na vida, porque é mais difícil consertar, eu brinco com eles. Eu acho que é falta de costume mesmo. Agora os pequenos muitos gostam de ler, de ir ao quadro, sétimo ano. Eles brigam para ler.

Cristina: Você faz alguma coisa para estimular eles...

Ana Márcia: A lerem?

Cristina: Ou só pede.

Ana Márcia: Não, eu só peço. Eu pergunto quem gostaria de ler, e eles... eu tento pegar quem pediu primeiro.

Cristina: E com relação a explicar, como você faz para melhorar isso?

Ana Márcia: Isso que eu escrevi, é pouca coisa, eu não tenho muita experiência nisso não, é que eu trabalhei vários exercícios de sequência, e aí o aluno dizia como fez oralmente. Mas eles têm dificuldades de falar, de explicar direitinho. Aquele dia mesmo que eu consegui que o menino fosse ao quadro, que eu falei no encontro passado, ele fez o desenho direitinho, mas não sabia explicar.

Adriana: Às vezes eu pergunto, peço para o aluno explicar e depois eu falo: “Ah, está certo, mas podemos melhorar um pouco mais, alguém poderia explicar de novo o que ele falou”. Às vezes tem aluno que consegue falar melhor, explicar melhor a questão.

Airan: Na minha turma esses dias eu queria escrever uma resposta e pedi para eles ajudarem, aí um aluno falou, outro, outro, falou, mas não ficava bom, até que um deles juntou tudo o que os outros falaram e ficou uma coisa bacana, coerente com que a gente queria.

Adriana: Assim é legal.

Airan: Foi algo que construímos em conjunto. Foi uma contribuição de todo mundo.

18º Encontro (22/09/2015)

Nesse trecho, os professores discutem inicialmente sobre a dificuldade relacionada aos alunos do Ensino Médio, que têm mais resistência quando o professor pede para que eles vão

ao quadro explicar algum conteúdo ou resolução, e a professora Ana Márcia afirmou que isso acontece porque eles não têm esse costume de ir à frente, e ressaltou que em suas turmas os alunos têm melhorado nesse sentido, uma vez que ela tem utilizado essa estratégia de pedir que eles expliquem suas resoluções em sala de aula. Essa atitude que pode ser observada a partir de sua fala remete ao *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que ela deixa claro que está tentando modificar sua prática ao convidar os alunos para apresentarem e explicarem suas resoluções para a turma toda.

Outro fator importante que ela destacou é que os alunos precisam ser conscientizados com relação ao erro ao apresentarem suas resoluções para a turma toda, que errar é importante para a aprendizagem. Nesse trecho relacionado ao erro, ela deixa claro que em suas turmas a conscientização dos alunos em relação ao erro tem trazido resultados positivos, o que pode ser relacionado ao objetivo que visa desenvolver *uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática* (SOWDER, 2007).

As outras professoras ressaltaram que os alunos possuem dificuldade em explicar corretamente, mas que quando todos colaboram, elas conseguem partir daquilo que eles apresentam para explicar o que tem como objetivo. Nesse trecho, destacamos que a discussão realizada pelas professoras possibilitou o *desenvolvimento de uma visão compartilhada para o ensino e aprendizagem de Matemática e do conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que o professor precisa trabalhar com outros temas relacionados à Matemática, tais como a comunicação e a capacidade de argumentação dos alunos.

Nesse episódio, as professoras destacaram algumas experiências que tiveram em suas salas de aula para pensar em soluções para que os alunos do Ensino Médio também consigam ir para frente de uma sala de aula para apresentar suas resoluções. Trazer aspectos de sua própria experiência contribuiu para que os professores pensassem em mais possibilidades para o Ensino Exploratório em sala de aula, e essa atitude constitui um dos elementos do contexto que possibilitam o desenvolvimento profissional desses professores.

Cristina: Bom, ainda com relação às perguntas da semana passada, a Airan escreveu uma coisa legal, “a professora avaliou a aprendizagem dos alunos durante todo o processo de ensino”. Como vocês acham que a Loreni fez essa avaliação? Durante todo esse trabalho como ela pode ter feito uma possível avaliação?

Ana Márcia: Na hora que ela está monitorando, está olhando para escolher as resoluções para a discussão, eu acho que ela já está avaliando.

Adriana: Quando ela foi fazendo os questionamentos e o aluno estava em um caminho errado e ele percebeu e chegou à conclusão ali que não era daquele jeito e conseguiu modificar sua resolução de forma coerente, ele evoluiu vamos dizer assim.

Airan: Como eles estavam em grupo, dentro do grupo dá para ver se o grupo inteiro estava trabalhando ou se tinha alguém que trabalhava e o outro só copiava.

18º Encontro (22/09/2015)

Nesse excerto, as professoras destacam alguns elementos relacionados à avaliação do trabalho realizado em cada um dos grupos, tais como o momento no qual professor acompanha o trabalho dos alunos, por meio das ações de monitorar, selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos (CYRINO; TEIXEIRA, 2016), de forma que essas ações são oportunidades que possibilitam que o professor avalie o trabalho dos alunos em sala de aula.

Nesse trecho, destacamos os objetivos de *desenvolvimento de uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem de Matemática* e o *desenvolvimento do conhecimento pedagógico* (SOWDER, 2007), uma vez que as professoras discutiram elementos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório que contribuem para a realização de uma avaliação dos alunos, e como esses elementos possibilitam que essa avaliação ocorra.

Nesse trecho, Airan relacionou a aula na perspectiva do Ensino Exploratório e como foi realizada a avaliação, o que pode ser associado à dimensão “Estabelecer conexões entre as especificidades das interações em salas e os princípios mais amplos de ensino e de aprendizagem” (VAN ES; SHERIN, 2002).

Nesse encontro as professoras também analisaram a produção escrita dos alunos, e fizeram a seleção e o sequenciamento das resoluções de cada grupo, como se elas fossem escolher essas resoluções para a apresentação na fase de *discussão coletiva da tarefa*.

No encontro realizado no dia 29/09/2015, discutimos com as professoras Airan, Adriana e Ana Márcia sobre as resoluções dos itens a), b) e c) da tarefa que elas selecionaram e sequenciaram para a fase de *discussão coletiva da tarefa*. Para facilitar a compreensão do leitor apresentamos essas resoluções na sequência, do grupo 01 ao grupo 06.

Quadro 12: Produção escrita dos alunos

Grupo 01

A- $110 \times 0,30 = 33,00$
 $110 \times 0,15 = 16,50$
 $16,50 + 12,00 = 28,50$

R: A empresa 2, por que mesma com a taxa de manutenção sairia mais barato que a empresa 1.

B- $60 \cdot 15 = 9,00 + 12,00 = 21,00$ empresa 2
 $60 \cdot 30 = 18,00$ empresa 1.

R: nesse caso a empresa 1, porque Júlia fala apenas 60 minutos por mês e com a taxa de manutenção da empresa 2 Júlia pagaria R\$ 21,00 sendo que na empresa 1 Júlia pagaria R\$ 18,00.

C. Empresa ① Empresa ②
 y preço $x \cdot 0,15 + 12 = y$
 x minutos ou
 $x \cdot 0,30 = y$ $0,15 \cdot x + 12 = y$
 ou
 $0,30 \cdot x = y$

Grupo 02

a) dados: $x = 110$ m
 $y_1 = 33,00$
 $y_2 = 27,50$

$y_1 = x \cdot 0,30$
 $y_1 = 110 \cdot 0,30$
 $y_1 = 33,00$

$y_2 = x \cdot 0,15 + 12$
 $y_2 = 110 \cdot 0,15 + 12$
 $y_2 = 27,50$

R: Júlia pode optar pela Empresa 2. Ela não está vindo de taxa de manutenção mas falando mais se encontra na vantagem.

b) dados: $x = 60$ m
 $y_1 = 18,00$
 $y_2 = 21,00$

$y_1 = x \cdot 0,30$
 $y_1 = 60 \cdot 0,30$
 $y_1 = 18,00$

$y_2 = x \cdot 0,15 + 12$
 $y_2 = 60 \cdot 0,15 + 12$
 $y_2 = 21,00$

R: Júlia pode optar pela Empresa 1, está vindo de taxa de manutenção mas por falar pouco está mais em conta.

c)

Emp. 1	Emp. 2
x y	x y
10 3	10 15
50 15	50 19,50
100 30	100 27,00

Grupo 03

A) EMPRESA 1: 33,00 R\$
 EMPRESA 2: 16,50 + 12,00 R\$ = 28,50 R\$

EMP 1: $0,30 \cdot 110 = 33$
 EMP 2: $0,15 \cdot 110 + 12 = 28,50$

É A EMPRESA 2. POR QUE A EMPRESA 1, ALÉM DE NÃO TER UMA TAXA POR MÊS, TEM O CUSTO DA EMPRESA 2.

B) EMPRESA 1: 0,30 POR MINUTO.
 EMPRESA 2: 0,15 POR MINUTO + TAXA DE 12,00 R\$

1 → $0,30 \times 60 = 18,00$ R\$
 2 → $0,15 \times 60 = 9,00$ R\$
 12,00
 21,00

É A EMPRESA 1. PORQUE A EMPRESA 2 TEM TAXA DE MANUTENÇÃO E POR ISSO O CUSTO FICOU MAIS ALTO. 21,00 R\$..

C) $x \cdot 0,30 = y$
 $x \cdot 0,15 + 12 = y$

$110 \cdot 0,30 = y$
 $110 \cdot 0,15 = y$
 $110 \cdot 0,30 = 33$
 $110 \cdot 0,15 = 22,5$

$110 \cdot 0,30 = y$
 $110 \cdot 0,30 = 33$
 $110 \cdot 0,15 + 12 = y$
 $110 \cdot 0,15 + 12 = 28,5$

$60 \cdot 0,30 = y$
 $60 \cdot 0,30 = 18$
 $60 \cdot 0,15 + 12 = y$
 $60 \cdot 0,15 + 12 = 21$

Grupo 04

a) $110 \times 15 = 16,50$
 $16,50 + 12,00 = 28,50$

$110 \times 30 = 33,00$
 R = a empresa (2), porque é mais barata.

b) $60 \times 15 = 9,00$
 $9 + 12 = 21,00$

$60 \times 30 = 18,00$
 R = a empresa (1) é mais barata.

~~X = ...~~

Grupo 05

A. Empresa 1 Empresa 2
 $110 \cdot 0,30 = 33,00$ $110 \cdot 0,15 + 12,00 = 28,50$

R: A empresa 2 oferece um melhor preço.

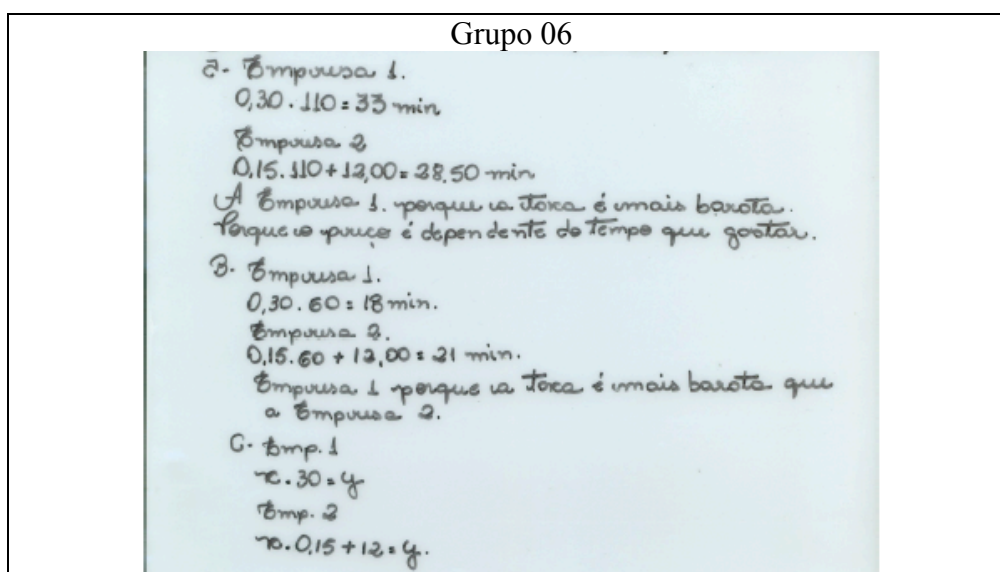
B. Empresa 1 Empresa 2
 $60 \cdot 0,30 = 18,00$ $60 \cdot 0,15 + 12,00 = 21,00$

R: A 1ª empresa tem o preço melhor pois não tem taxa.

C. Empresa 1 Empresa 2
 $y = 0,30 \cdot x$ $y = x \cdot 0,15 + 12,00$

* $y = 0,15 \cdot x + 12,00$

* Se invertermos o 0,15 e o x o resultado não irá se alterar desde que não se multiplique o 12,00.



Fonte: www.rmfp.uel.br.

Cristina: Bom, então vocês viram as produções escritas?

Ana Márcia: Hum, hum.

Cristina: E vocês selecionaram?

Adriana: Eu achei muito difícil.

Ana Márcia: Muito difícil mesmo.

Airan: Eu também achei difícil.

Adriana: Até agora foi o que eu achei mais difícil.

Ana Márcia: De todo o multimídia até agora eu achei a parte mais complicada. [...]

Cristina: Por que você achou difícil?

Ana Márcia: Ah, por que é tudo muito igual, não sei...

Airan: Eu não consegui separar qual que é a melhor, qual é a pior.

Ana Márcia: Pois é, porque escolhe uma e porque não escolhe a outra, eu achei muito difícil.

Airan: Também achei.

19º Encontro (29/09/2015)

Nesse trecho as professoras evidenciaram a dificuldade que tiveram ao realizar a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos para a fase de *discussão coletiva da tarefa*. Elas afirmaram que consideraram as resoluções parecidas e que não conseguiram fazer isso com facilidade, o que pode ter acontecido pelo fato das ações de selecionar e sequenciar resoluções para serem apresentadas não serem atitudes habituais para um professor quando ele trabalha de outra forma diferente da perspectiva do ensino diretivo.

Ao destacar que elas tiveram dificuldades com a seleção e o sequenciamento, podemos apontar que elas refletiram sobre como fazer seleções sistemáticas e organizar uma ordem para que essas seleções possam ser apresentadas pela turma, com o objetivo de sistematizar um conceito, ideia ou procedimento matemático.

Cristina: Então, tá, mas antes da gente discutir essa escolha de vocês, essa seleção é feita para a fase de *discussão coletiva da tarefa*, o que vocês acham que é a *discussão coletiva*?

Adriana: Os caminhos que eles resolveram as atividades, os erros.

Cristina: O que é importante na *discussão coletiva*?

Airan: Fazer a conexão das resoluções com o contexto da situação, com o conceito que está sendo estudado na aula. E depois fazer uma generalização, para um geral mesmo.

Cristina: Generalizar você quer dizer a sistematização?

Airan: É a sistematização mesmo.

Adriana: É a sistematização do conteúdo.

Ana Márcia: Eu acho bem legal se o aluno conseguir explicar ali, vai a equipe lá, tem que dizer como resolveram, o fato deles conseguirem se expressar corretamente acho que é muito importante.

19º Encontro (29/09/2015)

Adriana afirma que a fase de *discussão coletiva da tarefa* é representada pelos “caminhos que eles resolveram as atividades, os erros”, enquanto Airan destaca que na discussão coletiva é importante que o professor estabeleça uma conexão entre as resoluções dos grupos e o conteúdo que está sendo estudado, para que assim seja feita a sistematização, o que representa uma característica específica do papel do professor na fase de *discussão coletiva da tarefa*.

Tendo em conta as declarações das professoras, podemos inferir que todas elas são influenciadas diretamente pelo papel do professor, porque é ele quem vai selecionar e sequenciar as resoluções que serão apresentadas, que vai mostrar “os caminhos” e os erros que os alunos apresentarem, além de estabelecer conexões entre essas resoluções e o conteúdo estudado, mas acima de tudo é o professor quem vai conduzir a fase de *discussão coletiva da tarefa*, por meio de questionamentos para que os alunos consigam se expressar corretamente, tanto por escrito quanto oralmente.

Desse modo, nesse trecho as professoras destacaram atitudes que representam o papel do professor na fase de *discussão coletiva da tarefa*, o que pode ser associado aos objetivos que visam desenvolver o *conhecimento pedagógico de conteúdo* e de *uma visão compartilhada para o ensino e aprendizagem de Matemática* (SOWDER, 2007), uma vez que as professoras apresentam ações do professor que podem promover a aprendizagem dos alunos nessa fase da aula e, ao listar essas ações elas estão refletindo sobre a perspectiva do Ensino Exploratório.

A professora Ana Márcia chama a atenção para a importância de o aluno conseguir se expressar corretamente, não somente na escrita, mas também ao comunicar-se com os outros quando explica sua resolução. Ao destacar esse aspecto, a professora Ana Márcia apresenta uma habilidade que é esperada do aluno não somente na disciplina de Matemática, mas em todas as disciplinas, que é saber comunicar-se com os outros alunos, explicando suas resoluções. Nesse sentido, podemos associar essa atitude da professora à dimensão “Usar o

que se sabe sobre o contexto para interpretar interações em sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002).

No trecho a seguir as professoras explicam qual foi a seleção de resolução dos grupos que elas selecionaram e em qual sequência, destacando o porquê de suas escolhas.

Cristina: Bom, então alguém quer começar?

Ana Márcia: Eu escolhi as produções 1, 5 e 2.

Cristina: Por quê?

Ana Márcia: Bom, escolhi o grupo 1 porque na letra a), a equipe armou as continhas, não usou nem calculadora ali. E eles colocam a fórmula, colocam o y no final. Ai eu escolhi essa para apresentar primeiro. Pensei, porque ali eles armaram as contas e resolveram. Depois eu coloquei o grupo 5, o grupo 5 abordam a propriedade comutativa né, que podia ser $0,30 \cdot x$ ou $x \cdot 0,30$, e colocam o y no começo da fórmula. E por último deixei o grupo 2, que eles resolvem as letras a) e b) já com as fórmulas e no final eles montam uma tabela. Agora a única coisa na tabela é que eu não sei se é $y + 12$ que eles escreveram, se é $y - 12$.

Airan: Acho que é $y + 12$.

Ana Márcia: Eu queria entender porque eles colocaram aquilo, $y + 12$.

Airan: Acho que entenderam que era o resultado que dava da multiplicação mais doze. Mas está escrito errado.

Ana Márcia: Está errado né.

Airan: Está errado.

Ana Márcia: Eu achei interessante que eles montaram uma tabela e colocaram outros números, outros valores que não estavam no problema.

19º Encontro (29/09/2015)

Ana Márcia selecionou três grupos, e justificou suas escolhas dizendo que inicialmente considerou uma resolução mais simples, depois uma resolução que levava em consideração a propriedade comutativa da multiplicação em Matemática, e por fim escolheu o grupo que já utilizou uma fórmula no primeiro item da tarefa, que não pedia que fosse utilizada essa fórmula, no entanto apresentaram um detalhe confuso na resolução da letra c).

Adriana: Eu coloquei primeiro o grupo 1, porque eles respondem a primeira questão da forma mais simples. Só que eles cometeram erros também, porque colocaram vírgula em lugares desnecessários. Teve uns errinhos básicos ali.

Cristina: Você chamaria a atenção a esses erros?

Ana Márcia: Nossa, eu nem vi isso.

Cristina: Quando estivesse na discussão você chamaria atenção para esses erros?

Adriana: Sim. Depois eu escolhi o dois, porque utilizaram a linguagem algébrica sem necessidade, eles fizeram a linguagem algébrica na a) e na b) e na letra c) não fizeram. Eu não sei, ou eles já eram repetentes e já sabiam, eu pensei assim, e também eles colocaram lá, ao invés de y_2 eles colocaram y^2 (y elevado a 2), eu penso que é um erro que tem que chamar a atenção. Depois eu coloquei o grupo 3, eu gostei mais do três.

Cristina: Por quê?

Adriana: Porque eles testaram o resultado no final, eu gostei disso. Daí eu coloquei lá que na letra a) eles colocaram a resposta incorreta. Eles colocaram assim, é a empresa dois, porque a empresa 1 além de não ter nenhuma taxa por mês dá o dobro da empresa dois. Só que eles esqueceram da taxa, então, acho que isso aí não ficou certo. E essa resolução ia ser ótima para discussão porque eles testaram os resultados. E o último eu coloquei o grupo cinco, porque eu

acho que foi o grupo que melhor sistematizou. É assim, da resolução mais simples, depois uma resolução confusa e para fechar a mais elaborada.

19º Encontro (29/09/2015)

Adriana selecionou três grupos também, sendo o primeiro o que respondeu a primeira letra da maneira mais simples, apesar de ter cometido alguns erros na resolução. Nesse ponto Ana Márcia se surpreendeu por não ter notado esses erros anteriormente. Na sequência, Adriana selecionou o grupo dois, que resolveu os itens a) e b) com uma linguagem algébrica, mas o item c) não resolveram, além de ter notado alguns erros de notação, como indicar potência ao invés de um índice para cada um dos y . Na sequência, ela escolheria o grupo 3, que apesar de ter apresentado erros, esses erros possibilitariam uma ótima discussão com a turma. Por fim, ela selecionou o grupo 5, por acreditar ser o grupo que melhor sistematizou, apresentando inclusive os testes para os resultados que encontraram.

Ela justificou essa seleção dizendo que pretendeu utilizar a resolução mais simples inicialmente, depois uma resolução confusa e por fim uma resolução mais elaborada.

Airan: Eu escolhi o 4, 3, 2 e o 5. Eu comecei com o grupo 4 porque está errada a resolução. Quando eles escreveram ali 15 e 30, não que, talvez eles escreveram para transformar depois, mas pela resolução deles aqui eu acho que não ficou bem escrito. Eles esqueceram também de somar o 12 em cima, mas somaram embaixo. Então, assim, como eles fizeram eu achei que não ficou legal. Então eu escolhi ele porque considerei o mais errado.

Cristina: Como você vai explorar esses erros durante a discussão?

Airan: Seria questionando os alunos. O que eles acharam? Se eles concordam com o que está ali, ver se eles identificam o erro. Se identificar, o que nós podemos fazer para melhorar.

Cristina: Aí você ia questionar o grupo e todos os outros alunos?

Airan: É, o grupo e todos os outros alunos. Na *discussão coletiva* eu ia deixar o grupo apresentar, explicar o pensamento deles e depois eu jogaria para turma, essa discussão conjunta, se eles concordam, e depois todo mundo junto, a turma, o que a gente poderia fazer para melhorar a escrita da resolução. Depois eu escolhi o grupo 3, eu gostei do final, a resolução tem uns erros. No final que eles testaram os resultados, e eles colocaram um 170 que eu acho que eles erraram. Eu não sei de onde eles tiraram este 170. Mas eu gostei por causa disso, foi uma organização legal no começo e depois e no final que fizeram este teste que não foi uma organização de tabela, mas pensaram em algo legal. Então seria de um bem errado para um menos errado que está indo para um caminho mais certo. Aí depois eu escolhi o grupo 2, que também tem esses erros que eu não tinha observado. Eu gostei da organização final que eles fizeram, embora, ficou de uma forma mais simples, era para fazer uma expressão e no final não fizeram. Mas eu acho que...

Cristina: Eu acho que a letra c) pedia para fazer a expressão né.

Airan: É pedia para escrever e expressão.

Ana Márcia: É o que eu achei engraçado, eles resolveram tudo com expressão, mas onde era para escrever não fizeram.

Adriana: E quando chegou no principal eles não fizeram.

Ana Márcia: Aí eles fizeram uma tabela.

Airan: E por último a 5, foi a que eu achei mais organizada, a mais certa. Então seria para fazer o fechamento. Então seria, do grupo 4 para o 3, para o 2, até o 5, fazendo essa comparação e fechar com essa aí.

19º Encontro (29/09/2015)

Airan escolheu quatro grupos, começando pelo grupo 4 que, segundo ela, apresentou o maior número de erros, ressaltando que esses erros seriam explorados por meio de questionamentos. Na sequência, ela escolheu o grupo 3, que apresentou uma ideia interessante para a organização, embora tenha cometido alguns erros também. Em seguida ela selecionou o grupo 2, que utilizou a fórmula nas letras a) e b), mas quando chegaram na letra c), ao invés de apresentar a fórmula, o grupo apresentou uma tabela. E por fim o grupo 5, que apresentou a resolução mais organizada dentre as seis.

Podemos notar que as professoras destacaram diferentes aspectos das resoluções selecionadas e justificaram suas resoluções destacando esses aspectos, mas de modo geral as três pensaram em partir de resoluções mais simples para resoluções mais complexas. Elaboramos um quadro (Quadro 13) que resume suas escolhas e suas justificativas para essa seleção e sequenciamento.

Quadro 13: Seleção e Sequenciamento realizados pelas professoras

Sequenciamento	Ana Márcia	Adriana	Airan
1ª escolha	Grupo 1: apresentou os cálculos de modo que o y na igualdade ficou posicionado no membro direito, uma vez que representa o resultado que depende da quantidade de minutos (“y no final”).	Grupo 1: resolveu a primeira letra de forma mais simples, mas apresentaram alguns erros.	Grupo 4: apresentou uma resolução errada, que traz diversos elementos para a discussão.
2ª escolha	Grupo 5: abordam a propriedade comutativa de modo que y na igualdade ficou posicionado no membro esquerdo (“y no começo da fórmula”).	Grupo 2: utilizou linguagem algébrica nas letras a) e b), e apresentou uma notação que pode ser confundida com potenciação, ao escrever y^2 ao invés de y_2 , a professora inclusive mencionou que chamaria a atenção para esse erro.	Grupo 3: resolução com erros, mas os resultados foram testados e a ideia para a organização foi interessante.
3ª escolha	Grupo 2: resolveu as primeiras letras da tarefa com uma fórmula e na letra em que a fórmula foi pedida, o grupo apresentou uma tabela.	Grupo 3: testou o resultado que obteve, porém apresentaram resposta incorreta na letra a)	Grupo 2: apesar de apresentar alguns erros, se organizaram no final da tarefa, embora não tenham escrito a expressão no final.
4ª escolha	Não escolheu.	Grupo 5: segundo a professora, foi o grupo que melhor sistematizou, apresentando a resolução mais elaborada.	Grupo 5: foi escolhido por apresentar a resolução que estava mais correta e mais organizada, segundo a professora.

Fonte: Do autor.

Sobre as seleções realizadas pelas três professoras que estavam presentes nesse encontro, Cristina levantou alguns questionamentos.

Cristina: Em quais circunstâncias e condições vocês acham que faz sentido compartilhar publicamente as resoluções incorretas com os alunos?

Adriana: Eu só acho que não pode expor quando houver muitos erros, porque daí a gente vai constranger os alunos. Aí de repente ele não vai nem querer mais ir lá na frente.

Cristina: Mas pode escolher?

Adriana: Eu não escolheria, se tivesse muito errado não. Eu os chamaria em um canto e explicaria depois.

Ana Márcia: Eu acho que vai ser difícil acontecer porque a gente vai estar acompanhando.

Adriana: Eu pensei assim, se forem poucos grupos, mas pensa em salas iguais as nossas, lotadas. No PDE eles pediram para fazer em outro horário com menos alunos né. Eu falei, não eu quero fazer com a sala toda e eu fiz com 38 alunos no sétimo ano. Então foi difícil, porque eram vários grupos e eu não consegui atender todos os alunos. Eram grupos de quatro alunos. Então eram muitos grupos e tinha dia que eu ficava doidinha. Então é complicado, ser forem poucos alunos dá para orientar melhor.

Cristina: E como você fazia, passava entre os grupos, ia olhando?

Adriana: Eu ia passando, olhando as resoluções, vendo se estavam com dificuldade. Mas assim, os grupos mais interessados ficavam chamando, principalmente quando tinham dúvidas, queriam resolver o problema enquanto tinham outros grupos que só ficavam esperando se alguém ia falar alguma coisa, ia dar uma dica.

Ana Márcia: Tem um que copia do outro.

Cristina: Sobre o que eram as tarefas?

Adriana: Era sobre razão e proporção na perspectiva de Resolução de Problemas.

Cristina: E quantas aulas eram cada uma?

Adriana: Ah, depende da tarefa, às vezes eram duas, três aulas, dependia da tarefa. Aquela que era mais complexa levava mais tempo, outras não. Aquela que nós fizemos o bolo foi a mais demorada. Fizemos o bolo, trabalhamos fichas, e depois no final comemos o bolo. Tive que pegar aula de outro professor.

Ana Márcia: Eles adoraram.

Adriana: Eles gostaram muito.

Ana Márcia: Ah, manda pra gente, eu tenho sétimo ano e para trabalhar razão e proporção.

Adriana: Vou mandar. O pior que eu tive que fazer o bolo com os três sétimos anos.

19º Encontro (29/09/2015)

Nesse trecho, a professora Adriana afirmou que não escolheria uma resolução que apresentasse muitos erros para ser apresentada na *discussão coletiva da tarefa* porque poderia constranger os alunos desse grupo, o que dificultaria que eles voltassem a querer ir a frente da turma em uma próxima oportunidade. Ela ainda afirmou que “Eu não escolheria, se tivesse muito errado não. Eu os chamaria em um canto e explicaria depois”, o que demonstra sua preocupação com esse grupo. Nesse trecho, relacionamos a afirmação da professora com o desenvolvimento do objetivo relacionado ao *conhecimento pedagógico de conteúdo* e a *compreensão de si como professor de Matemática* (SOWDER, 2007), uma vez que a professora preocupa-se com a aprendizagem dos alunos e apresentou uma possível solução para um grupo que apresentasse muitos erros no decorrer do desenvolvimento da tarefa.

Podemos reafirmar a preocupação da professora também destacando o trecho no qual ela destaca o desenvolvimento das atividades realizadas no PDE, nas quais ela optou por fazer com toda a turma, mesmo com uma quantidade maior de alunos, e ao compartilhar sua experiência, ela afirmou que os alunos gostaram desse trabalho, e que essa experiência foi com uma perspectiva alternativa para o ensino diretivo, a Resolução de Problemas. Nesse sentido, essa atitude relaciona-se com o objetivo de desenvolver *o conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que a experiência descrita pela professora foi positiva e trouxe elementos que podem contribuir para o trabalho do professor em sala de aula. Nesse encontro as professoras assistiram os vídeos referentes a etapa “A Aula”, relacionados a fase de *discussão coletiva da tarefa*.

No 22º encontro, (14/10/2015), realizamos a discussão a respeito das respostas que as professoras apresentaram relacionadas a etapa do caso multimídia “A Aula”, da seção “Discussão coletiva da tarefa” relacionadas aos episódios 8, 9 e 10.

Cristina: Como vocês explorariam a letra c), essa questão da representação. O que você chamaria de atenção para a letra c)?

Ana Márcia: A relação de dependência ali.

Airan: É porque, para cada empresa indique uma expressão matemática que represente o preço y cobrado de acordo com os minutos falados x. Elas fizeram isso (O grupo 2).

Adriana: Mas não como uma expressão.

Ana Márcia: Fizeram uma tabela.

Airan: Talvez elas não entenderam essa questão da expressão em si, o significado, aquela lei de formação. Às vezes isso aqui também é uma forma de expressão.

Cristina: E como vocês explorariam essa representação?

Airan: Eu exploraria como tabela.

Cristina: Mas o que você chamaria a atenção?

Airan: O que significa o x, o que significa o y, quem depende de quem, o y está dependendo do x, o x é o que? O y é o que?

22º Encontro (14/10/2015)

Com relação a exploração do item c) da tarefa e de como o grupo 2 apresentou sua resposta, em forma de tabela, Airan afirmou que exploraria o significado das variáveis x e y e a relação de dependência entre elas, além do significado de cada uma nesse contexto. Sobre a resolução do grupo 2, ela afirmou que pode ser que as alunas não compreenderam o significado do termo expressão, e esse pode ser o motivo de terem feito a tabela, e que a tabela pode ser considerada como uma forma de expressão. Desse modo, Airan está relacionando dois objetivos para o desenvolvimento profissional: o de *desenvolver uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática* e aquele relacionado ao *desenvolvimento do conhecimento pedagógico de conteúdo* (SOWDER, 2007). Além disso, ela está usando informações que possui do contexto daquele momento da aula para fazer

inferências a respeito de como as alunas pensaram ao elaborar a tabela, o que remete a dimensão “usar o que se sabe sobre o contexto para interpretar interações em sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002).

No trecho a seguir, as professoras discutem a notação utilizada pelas alunas do grupo 2 na resolução da tarefa.

Cristina: Então, a nossa terceira pergunta, que ações a professora desenvolve nesse episódio? Qual a importância dessas ações?

Airan: Eu coloquei que ela orienta a aluna em sua fala. Faz intervenções no momento em que a aluna não consegue se expressar. De forma que a aluna consegue dar continuidade em sua explicação.

Ana Márcia: Eu coloquei assim, ela ajuda a aluna quando ela se refere a taxa fixa na empresa dois, ela pede a aluna que esclareça o porque do y^1 e do y^2 .

[...]

Adriana: Eu falaria também aquela coisa lá de colocar o quadrado...

Cristina: O índice lá.

Adriana: É. Para diferenciar...então falar algo para que na próxima elas fazerem a notação correta.

Ana Márcia: É. Porque fica parecendo expoente né.

Júlio: Assim como quando escrevemos x e x'' , dá para colocar x_1 e x_2 . Do jeito que está fica elevado ao quadrado.

Adriana: É.

22º Encontro (14/10/2015)

Nesse excerto, inicialmente Airan explica que Loreni orientou a aluna fazendo intervenções em momentos que a aluna não conseguiu se expressar, e na sequência as professoras ressaltam a importância de destacar que a notação pode confundir os alunos, uma vez que na forma pela qual a aluna apresentou sua resposta (y^1 e y^2), os números 1 e 2 podem ser confundidos com expoentes ao invés de índices, uma vez que o 1 representa a Empresa 1 e o 2 indica que elas se referem a empresa 2. Julio acrescenta que existe a possibilidade de se utilizar outra notação, x' e x'' , para representar esses índices também. Ao destacar esses elementos relacionados a notação, os professores discutem aspectos específicos de Matemática, o que pode ser relacionado ao desenvolvimento de *conhecimentos sobre conceitos matemáticos* (SOWDER, 2007).

Sobre as escolhas das resoluções para serem apresentadas para a turma toda, Adriana apresentou seu ponto de vista com relação a resoluções que apresentam uma quantidade considerável de erros.

Adriana: Eu acho que o único que não pode escolher é um grupo que fez muita coisa errada, eu acho que isso é expor demais os alunos.

Airan: Eu já escolhi o quatro justamente porque a resolução é a mais errada.

Cristina: É você começou pelo quatro. Por que mesmo?

Airan: Porque como era a resolução mais errada, eu queria que eles explicassem como

fizeram, como chegaram naquilo e junto com a turma, eu ia fazer uma discussão se a turma concorda com aquilo, ou se o grupo concorda com o que a turma fala, e então ir arrumando o que estava errado.

Júlio: Nesse caso, a turma tem que estar bastante consciente.

Airan: Não tenho a intenção de constranger ninguém, mas de ir apontando alguns erros que podem ter sido erros de outros alunos que não apresentaram. Mas também antes de começar vou chamar a atenção para não tirarem sarro, para respeitar. Porque existem várias formas de pensar e a gente pode pensar errado também. Tem que ter uma justificativa porque eu pensei daquela maneira.

Cristina: É tem que tomar muito cuidado mesmo para não acontecer o que a Adriana falou.

Júlio: Da exposição.

Cristina: É para o aluno não ficar constrangido.

Adriana: É.

Cristina: Porque tem aluno que dá risada mesmo. Então um dos cuidados que o professor deve ter é garantir que os alunos não fossem constrangidos.

Airan: Sim.

22º Encontro (14/10/2015)

Nesse excerto, enquanto Adriana afirma que não escolheria uma resolução com muitos erros, Airan argumenta que pensa ser interessante escolher essa resolução justamente por conta dos erros, justificando que não pretende constranger nenhum aluno, mas identificar erros comuns para que todos possam aprender com esses erros. E nesse sentido, asseguraria que a turma respeitaria o trabalho daqueles que apresentariam.

Podemos notar que, embora as professoras discordem nesse ponto com relação às resoluções que apresentam muitos erros, ambas argumentaram o porquê de suas escolhas e suas decisões podem influenciar na *compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar*, uma vez que por meio de seus erros os alunos podem sentir-se constrangidos ou observá-los como oportunidades para que eles possam aprender (SOWDER, 2007).

Com relação aos questionamentos que a professora Loreni fez durante a fase de *discussão coletiva da tarefa*, destacamos um trecho da discussão com os professores.

Cristina: Qual a importância de fazer questionamentos, de intervir, nesse momento? Como foi a intervenção da Loreni, ela chegou e falou a resposta...

Adriana: Não.

Cristina: Como que ela fez? Como que podemos descrever essa intervenção dela?

Adriana: Ela nunca fala se está certo ou se está errado. Ela sempre vai questionando para ver se o aluno mesmo chega a conclusão.

Cristina: Uma curiosidade é que todas vocês escolheram essa produção. Quando vocês selecionaram o grupo 2 foi... Embora a Airan escolheu como a terceira resolução a ser apresentada, a Adriana como a segunda e a Ana Márcia como a última. Como que vocês pensariam em trabalhar essa resolução com os alunos, como vocês fariam essa discussão com os alunos.

Adriana: Acho que a primeira coisa que eu ia falar era porque elas já usaram as expressões logo no começo, igual a Loreni falou. Se eram alunas repetentes, ou se elas já tem esse pensamento algébrico aqui, elas já estão bem a frente dos demais, porque a maioria não

consegue.

Cristina: Então, como essa resolução poderia ser explorada?

Ana Márcia: Eu gostei porque ela colocou no final as tabelas com outros valores que não eram pedidos, né.

Cristina: E como você chamaria a atenção para as tabelas? Porque elas não falaram nada. Mas você como você falaria...

Ana Márcia: Chamaria a atenção da sala se realmente aqueles valores estavam certos, porque elas fizeram além do que estava pedindo né. Testar outros valores.

Cristina: Testar com outros números usando as expressões.

22º Encontro (14/10/2015)

Nesse excerto, é possível observar que, embora as resoluções selecionadas pelas professoras são distintas, todas selecionaram a resolução do grupo 2, embora cada uma delas destacou diferentes aspectos dessa resolução. E durante a fase de *discussão coletiva da tarefa*, elas notaram que a atitude da professora Loreni foi a mesma para com os alunos, ela sempre questiona com o objetivo de que ele mesmo chegue à conclusão. Nesse caso, a atitude das professoras relaciona-se com a dimensão de “identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” (VAN ES; SHERIN, 2002).

Com relação, a quantidade de resoluções escolhidas para a *discussão coletiva da tarefa*, Ana Márcia havia selecionado três resoluções, enquanto Adriana e Airan tinham selecionados quatro, no entanto Adriana reflete sobre essa quantidade no trecho a seguir.

Adriana: Uma coisa que eu pensei, eu escolhi quatro resoluções para apresentar, mas acho que não pode escolher muita porque fica cansativo para os alunos.

Cristina: Ela (Loreni) escolheu resoluções diferentes para serem apresentadas. Isso teve um propósito, qual?

Adriana: Para mostrar os vários caminhos para os alunos, as várias formas de resolução.

Cristina: Por que isso é importante?

Ana Márcia: Para mostrar que não tem um único jeito de resolver.

Adriana: Para mostrar as várias maneiras.

22º Encontro (14/10/2015)

Inicialmente Adriana afirma que a escolha de quatro resoluções pode ser cansativa, porém nesse caso foi importante porque ela mencionou também um possível motivo pelo qual a professora Loreni também realizou uma seleção de quatro grupos, que no caso multimídia “Plano de Telefonia” são apresentados na seguinte ordem: grupo 1, grupo 2, grupo 5 e grupo 3. No entanto, ela selecionou nessa ordem não somente para mostrar as diferentes estratégias, mas também para estabelecer conexões entre elas e sistematizar o conteúdo que tinha proposto como objetivo.

Considerando as apresentações dos diferentes grupos e a escolha para que eles possam apresentar para a turma, surgiu uma dificuldade explicitada no grupo.

Júlio: E quando vocês propõem uma tarefa em sala de aula, como podemos gerenciar para que não vão ao quadro sempre os mesmos alunos? Porque é o que acontece no geral. Sempre tem uns que gostam, mas para fazer os outros, vocês têm alguma estratégia diferente?

Ana Márcia: É, eu comecei esses dias a fazer mais isso, eu não sou de trabalhar em duplas, mas eu trabalhei com uma tarefa e pedi para que eles fizessem em duplas. E depois eu pedi para explicarem no quadro, mas tem sala que ninguém quis ir.

Adriana: É igual quando tem trabalho de professores também, eu odeio ir lá na frente falar.

Ana Márcia: Eu também, não vou.

Adriana: Eu tenho pavor, na sala de aula não, mas se pedir em algum curso para ir lá na frente, a folha treme.

Ana Márcia: Eu também, eu ajudo a escrever, mas ir lá à frente não. Eu não gosto.

Cristina: Nossa, mas vocês se expressam tão bem!

Júlio: Talvez seja a questão do costume, porque nós sempre estamos em um ambiente diferente e lidar com situações que não estamos acostumados... Acredito que eu ficaria nervoso, mas eu arriscaria.

Cristina: Eu também fico nervosa, esqueço o que tenho que falar, depois fico pensando que tinha que ter falado isso ou aquilo.

Ana Márcia: Às vezes eu preciso do apoio do quadro para escrever alguma coisa, sabe.

Júlio: Eu tenho muita dificuldade com aqueles alunos que são mais tímidos, ou que tem mais dificuldade e não conseguem. Mas eu estou conseguindo que alguns vão ao quadro, mesmo que façam errado. Eles estão perdendo o medo de errar. Porque o medo de errar atrapalha muito.

Adriana: É o que eles mais têm é medo de errar, porque os colegas ficam tirando sarro, né. Esse é um problema.

Júlio: Só que tem aqueles que não vão.

Ana Márcia: Tem alunos excelentes, são os primeiros que terminam aí você pede para ir ao quadro mostrar como fez e eles não querem ir. Não vão.

Adriana: Ah, não vão nem por decreto!

Júlio: Ele até fala para você, mas não vai.

Ana Márcia: Tem umas meninas lá no sétimo ano que são tão boas, tenho duas turmas, tem uma turma que é mais difícil de trabalhar, mas lá dentro tem uns alunos muito bons. Mas quando peço para ir ao quadro mostrar como fizeram uma tarefa eles não vão de jeito nenhum.

Cristina: Realmente é uma dificuldade isso.

Júlio: E será que dá para pensar em algo que possa promover isso? Será que se combinar isso no começo da aula?

Ana Márcia: Só se foi uma coisa bem combinada mesmo, que eles já sabem que terão que resolver e apresentar. Ter uma avaliação em cima disso, não sei.

22º Encontro (14/10/2015)

Ao discutir sobre a dificuldade que os professores têm em escolher alunos que se proponham a apresentar para a turma toda, os professores remetem às suas próprias dificuldades quando precisam falar em público, principalmente quando Adriana e Ana Márcia dizem que em cursos de formação, elas não gostam de apresentar suas resoluções para todos os participantes. Um possível fator que foi citado para essa atitude por parte dos alunos e dos professores pode ser o medo de errar diante de todos que estão assistindo.

Podemos notar que os professores compreendem o porquê de alguns alunos não se disporem a apresentar para a turma toda, mas dizem que existe a possibilidade de que isso aconteça caso tenha sido combinado com os alunos em momentos que antecedem a apresentação, para que todos já tenham ciência de qual será seu papel nessa fase da aula. Ao

buscar uma solução para essa situação, podemos inferir que os objetivos que visam desenvolver *uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática* e o *conhecimento pedagógico do conteúdo* estão sendo abordados (SOWDER, 2007).

Com relação ao planejamento realizado pela professora Loreni antes da aula, vamos analisar o seguinte excerto.

Cristina: A Loreni no plano de aula tinha antecipado algumas resoluções dos alunos. Ela ter feito essa antecipação ajudou ela a selecionar essas resoluções?

Adriana: Eu acho que sim.

Cristina: De que forma? De que forma isso pode ter contribuído? Porque ela escolheu isso dentro da sala de aula, durante a aula. De que forma antecipar as resoluções dos alunos pode contribuir para ajudar o professor a selecionar e sequenciar as resoluções?

Airan: Na hora que ela está fazendo o plano ela já está antecipando, já está planejando, como que ela irá fazer esse fechamento, como que ela conduziria essa discussão para chegar na sistematização.

Adriana: Ela já prevê, isso é mais fácil do que quando você prepara mas não prevê aquilo que pode acontecer, aí é pego de surpresa.

Airan: Aí chega lá na hora e vê aquele monte de resolução e aí fica assim, o que eu vou fazer agora...

Cristina: Se ela não tivesse feito essa antecipação ela teria escolhido boas resoluções?

Airan: Eu acredito que sim, mas talvez a aula não seria tão produtiva, focada nos objetivos.

Júlio: Poderia trazer mais surpresas para ela né.

Cristina: Se ela não tivesse antecipado seria possível ter uma discussão coletiva tão produtiva quanto a que ela fez?

Adriana: Seria mais difícil, porque no plano ela antecipou as resoluções que os alunos poderiam apresentar e também quais ela iria escolher para a discussão sempre pensando no objetivo da aula, no conceito de funções.

Cristina: De que forma antecipar as resoluções pode me ajudar na discussão coletiva?

Ana Márcia: Ajuda na forma como você vai encaminhar a discussão, partindo das resoluções que você já imagina que irá selecionar para a discussão. As possíveis perguntas que você vai fazer, como ela vai encaminhar toda essa discussão.

Adriana: Deixar ela focada no objetivo para não se perder e ficar só na correção da tarefa.

22º Encontro (14/10/2015)

Ao serem questionadas a respeito de como a antecipação realizada pela Loreni pode contribuir para que o professor selecione e sequencie as resoluções nas aulas, as professoras destacaram os seguintes aspectos:

- na antecipação o professor já sabe como pretende fazer a sistematização e quais resoluções podem favorecer essa fase;
- o professor não vai correr tantos riscos de surpreender-se com diferentes resoluções que os alunos possam apresentar, uma vez que ele buscou prever o número máximo possível;
- o professor antecipa essas resoluções tendo em conta os objetivos que propõe para a aula, focando neles para que pudesse atingi-los;

- ao antecipar, é possível que o professor já pense nos possíveis questionamentos que poderá fazer aos alunos e como vai encaminhar toda a fase da *discussão coletiva da tarefa*.

Todos esses aspectos estão relacionados ao desenvolvimento de *uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática* e do *conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007), tendo em conta que se relacionam com características específicas do Ensino Exploratório, diretamente relacionadas a prática de Antecipar (STEIN et al., 2008), e apesar de ocorrerem antes da aula propriamente dita, vão influenciar diretamente em todas as fases, inclusive na fase de *discussão coletiva da tarefa*.

Ao serem questionadas sobre quais cuidados deveria ter na fase de *discussão coletiva da tarefa*, as professoras responderam do seguinte modo.

Ana Márcia: Eu teria que tomar cuidado para não fazer o trabalho da equipe, só auxiliar quando necessário, mas deixar a equipe responsável por aquilo que ela fez. São eles que têm que apresentar.

Adriana: Quando você vê que eles estão muito devagar você já vai e acaba falando.

Ana Márcia: Vai lá e fala o que é para eles fazerem.

Adriana: Já está tão assim...

Cristina: O que?

Adriana: Da gente antecipar as coisas para os alunos. Acabar falando a resposta. Não dá tempo para eles fazerem, quer tudo rápido. Que quando eles demoram a gente já fala a resposta.

Cristina: Quando a gente trabalha o erro o que a gente tem que tomar cuidado?

Airan: De não constranger o aluno.

Cristina: Que mais?

Airan: De não deixar os alunos constrangerem os outros.

Cristina: Algumas vezes ela faz pergunta para a turma, mas a minoria responde. O que você faria para levar os alunos a participarem mais da discussão? Para ter maior participação.

Airan: Eu ia tentar não responder, ia ficar: “vamos gente responde!” Ia repetir a pergunta, “Vamos gente, vamos lá”, ia ficar incentivando.

Ana Márcia: Mais ou menos como a Cristina faz com a gente aqui.

Adriana: Vai espremendo até...

Ana Márcia: Ela faz uma pergunta, aí depois ela faz a mesma pergunta de forma diferente.

Ana Márcia: Sabe que esses dias eu pensei, a Cristina pergunta, repete a pergunta, e ela acaba tirando da gente o que ela quer.

Adriana: É que ela é paciente, não é igual a gente que já quer falar...

Cristina: Tenho que praticar o Ensino Exploratório.

22º Encontro (14/10/2015)

Nesse trecho, as professoras destacam alguns aspectos que são necessários para que o professor consiga realizar uma discussão produtiva, dentre eles podemos citar:

- cuidar para não fazer o trabalho do grupo que está apresentando, interferir quando necessário, dando tempo suficiente para que eles possam se comunicar com a turma, apresentando suas resoluções;

- trabalhar com o erro tomando o cuidado de não constranger os alunos e não permitir que outros alunos o deixem constrangido;
- incentivar a participação de todos os alunos ao reelaborar sua pergunta para que eles possam compreender melhor.

Na sequência, as professoras estabelecem uma relação entre as ações do professor na fase de *discussão coletiva da tarefa*, considerando os questionamentos que o professor faz para os alunos, e os questionamentos que Cristina faz para elas, comparando essas ações e observando que, embora envolvam diferentes contextos, as ações permeiam a fase de *discussão coletiva da tarefa* da perspectiva do Ensino Exploratório, e essa atitude possibilita que o professor atinja seus objetivos, conforme citado por Ana Márcia “Sabe que esses dias eu pensei, a Cristina pergunta, repete a pergunta, e ela acaba tirando da gente o que ela quer”. A reflexão sobre essas ações pode ser relacionada ao desenvolvimento do *conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007).

No 24º encontro (20/10/2015), Ana Márcia relatou uma experiência que tentou com uma de suas turmas e fez algumas observações com relação a fase de *discussão coletiva da tarefa*.

Ana Márcia: [...] o que eu tentei foi trabalhar em duplas, até pelo fato de você atender melhor os alunos, porque eu atendo muito os alunos na carteira. Em duplas é mais tranquilo. Se você tem 30 alunos você vai em 15 carteiras. Tem um trabalho que eu propus para o sétimo ano, que era sobre sequências. Eu tentei fazer em duplas, pedir para irem ao quadro, mas não deu certo. Porque tem que ser uma coisa bem planejada, bem feita, senão fica assim, ele explica o jeito que fez, você faz algumas perguntas e morre nisso. E o Ensino Exploratório não é isso. [...] E realmente a gente que não tem costume trabalhar uma discussão, o aluno que não tem costume de falar. Uma coisa que eu também achei bem interessante e está escrito em um artigo que eu li, é que você não pode dizer que está certo o que o aluno fez. Você não pode validar, porque senão, ela (a autora) coloca lá, qual o interesse de ir apresentar, dos outros alunos prestarem a atenção, gerar uma discussão se o aluno já sabe que está certo. Então, eu acho o Ensino Exploratório muito legal, mas não é fácil não.

24º Encontro (20/10/2015)

Com relação a essa experiência, Ana Márcia reconheceu a dificuldade de se realizar uma discussão matemática produtiva quando ela não foi planejada anteriormente, afirmando que muitas vezes a discussão se resume a apresentação de diferentes resoluções e os alunos respondem a alguns questionamentos do professor. Ela acrescenta que os alunos não têm o costume de falar, referindo-se a se comunicar matematicamente, explicar suas resoluções, argumentar sobre elas, buscar subsídios para validar tendo em conta os questionamentos que o professor fizer. Nesse sentido, ela comparou uma atitude esperada do aluno na perspectiva do

Ensino Exploratório, afirmando que não se espera do aluno essa mesma atitude em uma aula expositiva.

Dessa forma, podemos inferir que a professora notou que não é viável esperar do aluno essa atitude se ele não estiver acostumado com isso, e para que o professor consiga que o aluno aja dessa forma, o professor precisa planejar cuidadosamente sua aula, especificando para os alunos desde a fase de *introdução e apresentação da tarefa*, para que eles tenham consciência de qual é o seu papel em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Observamos também que a professora tentou inserir características do Ensino Exploratório em sua prática e que trouxe reflexões a respeito desse trabalho, o que pode ser relacionado a dimensão “estabelecer conexões entre as especificidades das interações em salas e os princípios mais amplos de ensino e de aprendizagem” (VAN ES; SHERIN, 2002).

Com relação ao momento em que a professora Loreni levou os alunos para o laboratório para resolverem e discutirem as letras d), e) e f), vamos analisar o trecho a seguir.

Cristina: O que vocês pensaram a respeito dos vídeos da parte da aula que foi realizada no laboratório, na qual a professora utilizou o GeoGebra?

Adriana: Pensamos que eles entenderam mais fácil com o GeoGebra do que sem o GeoGebra. Mas era uma turma pequena, e eu fiquei pensando que em uma turma com quase quarenta alunos seria mais complicado.

Ana Márcia: Lembra quando você (Julio) foi fazer o estágio, nós tínhamos uma média de 30 alunos por sala.

Julio: Mas o grande problema foi que não havia computadores suficientes pra todos, cada computador tinha cinco ou seis alunos, que estavam interessados, mas a falta de recursos dificultou a aula.

Ana Márcia: O interessante é que eles (os alunos) observaram com mais facilidade qual plano é mais barato e em qual intervalo, e que também existe um ponto de interseção entre as duas retas.

Julio: Eles conseguiram observar a relação entre a representação algébrica e a representação gráfica de cada uma das funções?

Ana Márcia: Por meio das perguntas da Loreni, questionando sobre quantas e quais são as maneiras que eles conseguem utilizar para representar a função. Eles não conseguiram responder todas, mas pelas perguntas que a Loreni fez eles disseram que fizeram tabelas, gráficos e a expressão.

Adriana: Eles respondem, mas ela precisa ficar o tempo todo questionando, cutucando para que eles reflitam e cheguem à conclusão.

(27º Encontro, 03/11/2015)

Nesse trecho, a professora afirmou que seria mais fácil trabalhar com o GeoGebra porque os alunos têm mais facilidade de compreender os conceitos envolvidos, no entanto a quantidade de alunos de uma turma pode influenciar, no caso de uma turma numerosa, ela disse o trabalho seria mais complicado. Além disso, Ana Márcia citou a experiência de estágio do Julio, que trabalhou com quatro turmas de 1º ano do Ensino Médio o conteúdo de

função afim, e nesse contexto ele levou os alunos para o laboratório de informática. No entanto, poucos computadores funcionaram e a quantidade de alunos por computador foi muito alta, o que dificultou o trabalho, mesmo com os alunos empenhados na aula.

Com relação a esse trecho, os professores concluíram que os recursos presentes na escola fazem a diferença, tornando o trabalho do professor viável, inclusive para turmas maiores. Embora esses recursos façam a diferença, outro aspecto no qual os professores concordaram é que os alunos conseguiram compreender os conceitos abordados por causa dos questionamentos realizados pela professora Loreni, que sem esses questionamentos, os alunos não conseguiriam responder uma ou outra letra dessa tarefa.

A atitude de questionar no Ensino Exploratório deve ser constante, uma vez que ela possibilita que o aluno reflita e tenha segurança ao fazer uma afirmação, ao invés do professor trazer essa afirmação pronta para ele.

Com base nas descrições e análises realizadas neste capítulo, no próximo capítulo responderemos à questão de investigação, elencando os objetivos do desenvolvimento profissional que se relacionam com os elementos do contexto de formação que possibilitaram o desenvolvimento profissional dos professores da CoP-ProfMARE.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de responder a questão: **Que elementos de um contexto de formação continuada possibilitaram o desenvolvimento profissional de professores de Matemática a partir da exploração de um caso multimídia, com foco na fase de discussão coletiva de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório?**, descrevemos alguns episódios da trajetória da CoP-ProfMARE antes e durante a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”, considerando como ponto de enfoque a fase de *discussão coletiva da tarefa* na perspectiva do Ensino Exploratório.

Para tanto, utilizamos as produções escritas das professoras em formação, as anotações do pesquisador e as discussões (por meio das transcrições) realizadas no grupo de estudos, com o objetivo de selecionar informações que nos permitissem reconhecer e classificá-las de acordo com os seis objetivos para o desenvolvimento profissional apresentados por Sowder (2007) nas ações do processo de formação. Esses objetivos se referem a desenvolver:

- uma visão compartilhada para o ensino e aprendizagem da Matemática;
- conhecimentos sobre os conceitos matemáticos;
- compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática;
- conhecimento pedagógico de conteúdo;
- compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar;
- compreensão de si como professor que ensina Matemática.

Associamos os objetivos para o desenvolvimento profissional (SOWDER, 2007) às ações do processo de formação e aos elementos do contexto que possibilitaram o desenvolvimento profissional dos membros da CoP-ProfMARE, tendo em conta a análise apresentada no capítulo 4. Apresentamos a seguir cada um desses elementos, desencadeados a partir da exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”, relacionados à fase de *discussão coletiva da tarefa* na perspectiva do Ensino Exploratório, quais sejam: relatar experiências; discutir perspectivas de ensino alternativas ao ensino diretivo, em específico o Ensino Exploratório; utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula; discutir aspectos da dinâmica da aula, do papel do professor e do planejamento na perspectiva do Ensino Exploratório; resolver tarefas; discutir conteúdos

matemáticos; levantar hipóteses acerca das dificuldades e dos erros dos alunos; discutir dificuldades dos alunos no trabalho com perspectivas alternativas ao ensino diretivo e como superá-las; e socializar opiniões.

- Relatar experiências: durante todo o trabalho da CoP-ProfMARE, os professores sentiram-se à vontade para relatar suas experiências em sala de aula e relacioná-las ao trabalho que estávamos realizando com o caso multimídia “Plano de Telefonia”, destacando principalmente aspectos desse trabalho que estavam influenciando-as a tomar diferentes atitudes em suas práticas em sala de aula. Podemos citar como exemplo a forma como elas passaram a realizar as discussões das resoluções das tarefas de seus alunos, no sentido de agregarem características da fase de *discussão coletiva da tarefa* em sua prática. Isso se evidenciou quando elas relataram que seus alunos foram incentivados a apresentar e explicar suas resoluções no quadro, relacionar diferentes resoluções que possibilitam a sistematização de determinado conteúdo, tendo em vista a seleção e o sequenciamento que elas fizeram dessas resoluções previamente.
- Discutir perspectivas de ensino alternativas ao ensino diretivo, em específico o Ensino Exploratório: a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” trouxe o Ensino Exploratório para o eixo das discussões da CoP-ProfMARE, passando a fazer parte do repertório do grupo, uma vez que as professoras estavam interessadas em conhecê-lo conforme avançávamos na exploração do caso multimídia.
- Utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula: em diversos momentos as professoras apresentaram desafios que enfrentavam em seu dia-a-dia na escola, e a partir desses desafios, elas buscavam soluções de maneira coletiva, de modo que alguém sempre apresentava alguma sugestão, que muitas vezes era advinda de sua própria prática, para determinado desafio.
- Discutir aspectos da dinâmica da aula, do papel do professor e do planejamento na perspectiva do Ensino Exploratório: no decorrer da exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”, as professoras se atentaram para diversos aspectos que são evidenciados na perspectiva do Ensino Exploratório e que fizeram com que elas passassem a repensar suas práticas. Podemos citar como exemplos: a atitude de o professor deixar que o aluno descubra determinada propriedade do conteúdo matemático em questão, ao invés de contar para ele; quando o aluno não compreende, o professor pode fazer questionamentos para que ele reflita sobre suas dúvidas e

consiga elaborar uma estratégia de resolução própria, sem se restringir à estratégia que o professor utiliza.

- Resolver tarefas: uma situação presente durante todo o trabalho realizado na CoP-ProfMARE foi a resolução de tarefas: trazidas por elas ou pelos formadores, relacionadas diretamente ou não ao caso multimídia. Essas tarefas foram resolvidas, discutidas, relacionadas e reelaboradas para que pudessem ser implementadas em sala de aula.
- Discutir conteúdos matemáticos: ao discutir diferentes tarefas, também discutimos diferentes aspectos de um conteúdo matemático. Por exemplo: as características do gráfico de uma função afim e de uma função linear, e a relação entre uma função linear e o conteúdo de proporcionalidade. Ao discutir esses aspectos relacionados a função afim e função linear, as professoras estabeleceram relação com as atitudes da professora Loreni e compararam com suas práticas, considerando novas possibilidades para o ensino desse conteúdo.
- Levantar hipóteses acerca das dificuldades e dos erros dos alunos: ao discutir as produções escritas dos alunos e analisarem suas resoluções, no caso multimídia “Plano de Telefonia”, as professoras inicialmente sentiram dificuldade no trabalho de selecionar e sequenciar as resoluções para o momento da discussão coletiva, uma vez que as resoluções apresentavam diferentes erros. Dessa forma, pensaram em hipóteses que revelassem o modo como os alunos pensaram e como esses erros poderiam ser evidenciados e discutidos na fase de *discussão coletiva da tarefa*.
- Discutir dificuldades dos alunos no trabalho com perspectivas alternativas ao ensino diretivo e como superá-las: ao estudar a perspectiva do Ensino Exploratório, os membros da CoP-ProfMARE também foram questionados sobre a viabilidade dessa perspectiva para o contexto atual das salas de aula, e as professoras elencaram algumas das dificuldades que os alunos apresentam quando são levadas propostas diferentes daquelas que eles estão habituados. Além de identificar essas dificuldades elas apontaram possíveis soluções para lidar com elas. Um exemplo de dificuldade foi a de fazer com que os alunos passem a comunicar suas resoluções na fase de *discussão coletiva da tarefa*, e uma possível solução foi a de negociar com antecipação com os alunos a respeito desse trabalho. De acordo com as professoras, fazer questionamentos na fase de *desenvolvimento da tarefa* possibilita que eles tenham mais segurança na fase de *discussão coletiva da tarefa*.

- Socializar opiniões: em algumas das discussões realizadas na CoP-ProfMARE a respeito de ações do professor na fase de *discussão coletiva da tarefa*, as professoras discordaram em alguns aspectos, como por exemplo, a de apresentar uma resolução que apresente muitos erros na fase de *discussão coletiva da tarefa*. Enquanto uma professora afirmou que apresentaria essa resolução justamente para utilizar os aspectos dela para que outros alunos observassem possíveis erros que podem cometer, outra professora mostrou resistência porque acredita que essa resolução poderia constranger o aluno ou o grupo de alunos que a elaboraram. No entanto, elas argumentaram o porquê de suas escolhas e concordaram que, quando os alunos compreendem que uma resolução com muitos erros tem muito a contribuir para a *fase de discussão coletiva*, seria mais difícil de constranger o aluno responsável por essa resolução.

No Quadro 14 associamos os objetivos do desenvolvimento profissional proposto por Sowder (2007) aos indícios de desenvolvimento profissional considerados pelos professores e aos elementos do contexto discutidos anteriormente.

Quadro 14: Elementos do contexto de formação continuada que possibilitam o desenvolvimento profissional

Objetivos do desenvolvimento profissional	Indícios de desenvolvimento profissional considerados pelos professores	Elementos do Contexto
Visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática	<p>Desenvolver aulas em perspectivas alternativas de ensino, como o Ensino Exploratório.</p> <p>Questionar os alunos para garantir se eles compreendem sua resolução e o que estão apresentando e explicando.</p> <p>Conduzir a discussão coletiva verificando se as resoluções estão ou não corretas.</p> <p>Relacionar as diferentes estratégias apresentadas pelos grupos, estabelecendo relações entre elas.</p> <p>Conscientizar os alunos sobre o respeito em relação às resoluções apresentadas por outros alunos, para que todos tenham a oportunidade de aprender a partir dos erros.</p> <p>Realizar uma avaliação do trabalho dos alunos, tendo em conta suas ações nas quatro fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.</p> <p>Relatar experiências positivas com perspectivas alternativas de ensino de Matemática.</p>	<p>Relatar experiências.</p> <p>Discutir perspectivas de ensino alternativas ao ensino direto, em específico o Ensino Exploratório.</p> <p>Utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula.</p> <p>Discutir aspectos da dinâmica da aula, do papel do professor, do planejamento e da avaliação na perspectiva do Ensino Exploratório.</p>

<p>Conhecimentos sobre conceitos matemáticos</p>	<p>Construir e analisar gráficos de funções afins e funções lineares: semelhanças e diferenças. Identificar a propriedade comutativa da multiplicação. Utilizar notações matemáticas e diferentes representações de uma função afim.</p>	<p>Resolver tarefas. Discutir conteúdos matemáticos. Levantar hipóteses acerca das dificuldades e dos erros dos alunos.</p>
<p>Compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática</p>	<p>Compreender a importância de despertar o interesse dos alunos quando eles não demonstram vontade de estudar. Lidar com as reações dos alunos quando são propostas perspectivas alternativas para o ensino de Matemática. Questionar os alunos para que eles expliquem suas estratégias de resolução de uma tarefa. Compreender e trabalhar as dificuldades dos alunos em relação a registrar suas resoluções e construir uma fórmula que relaciona as duas variáveis envolvidas.</p>	<p>Utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula. Resolver tarefas. Discutir aspectos do planejamento de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Discutir dificuldades dos alunos no trabalho com perspectivas alternativas ao ensino diretivo e como superá-las. Socializar opiniões. Levantar hipóteses acerca das dificuldades e dos erros dos alunos.</p>
<p>Conhecimento pedagógico de conteúdo</p>	<p>Antecipar as diferentes resoluções e erros que os alunos podem apresentar, elaborando possíveis questionamentos. Não apresentar as informações prontas para os alunos, deixar que eles descubram ao propor tarefas que os desafiem. Incentivar diferentes estratégias de resolução para que o professor possa estabelecer relações entre as resoluções na fase de <i>discussão coletiva</i>. Não interferir e não validar as resoluções dos alunos, para que eles desenvolvam a autonomia ao resolver a tarefa. Utilizar o termo “contar o que está entendendo” para pedir para os alunos explicarem suas resoluções. Utilizar o retroprojeter (ou outro recurso tecnológico disponível) com o objetivo de agilizar a <i>discussão coletiva</i>. Estabelecer conexões entre as diferentes resoluções na fase de <i>discussão coletiva da tarefa</i>. Fazer questionamentos para os alunos que estão apresentando e para os que estão assistindo também. Estabelecer relações entre as ações do</p>	<p>Discutir perspectivas de ensino alternativas ao ensino diretivo, em específico o Ensino Exploratório. Utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula. Discutir aspectos da dinâmica da aula, do papel do professor e do planejamento na perspectiva do Ensino Exploratório. Discutir dificuldades dos alunos no trabalho com perspectivas alternativas ao ensino diretivo e como superá-las. Socializar opiniões. Discutir conteúdos matemáticos e como trabalhá-los em sala de aula. Levantar hipóteses acerca das dificuldades e dos erros dos alunos.</p>

	<p>professor na fase de <i>desenvolvimento da tarefa</i> que vão influenciar na fase de <i>discussão coletiva da tarefa</i>.</p> <p>Conscientizar os alunos a respeito das ações que eles precisam desenvolver no Ensino Exploratório, principalmente no momento da discussão, quando podem ser selecionados para apresentarem suas resoluções para a turma toda e precisam respeitar as resoluções dos outros alunos.</p>	
Compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar	<p>Considerar que alguns alunos possuem dificuldades de aprendizagem (como dislexia).</p> <p>Compreender as resoluções apresentadas e entender o porquê de sua resolução estar ou não correta, na <i>discussão coletiva da tarefa</i>.</p> <p>Confrontar as resoluções que apresentam erros e manter um ambiente de respeito entre os alunos.</p>	<p>Relatar experiências.</p> <p>Utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula.</p> <p>Discutir dificuldades dos alunos no trabalho com perspectivas alternativas ao ensino diretivo e como superá-las.</p> <p>Socializar opiniões.</p> <p>Levantar hipóteses acerca das dificuldades e dos erros dos alunos.</p>
Compreensão de si como um professor que ensina Matemática	<p>Compreender como é possível se aproximar dos alunos e de sua linguagem.</p> <p>Refletir sobre sua prática e compará-la com a prática de um outro professor que trabalha na perspectiva do Ensino Exploratório.</p>	<p>Relatar experiências.</p> <p>Discutir sobre perspectivas de ensino alternativas ao ensino diretivo, em específico o Ensino Exploratório.</p> <p>Utilizar aspectos de sua experiência para lidar com os desafios da/na prática em sala de aula.</p> <p>Socializar opiniões.</p>

Fonte: Do autor.

É importante destacar que esses elementos do contexto não estão necessariamente relacionados a apenas um dos objetivos para o desenvolvimento profissional desses professores (SOWDER, 2007), ou seja, podem aparecer em mais de um desses objetivos.

No Quadro 15, associamos as ações dos professores às dimensões da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; VAN ES; SHERIN, 2008), quais sejam:

- identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula;
- interpretar a situação do ensino com base no conhecimento do contexto;
- estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios amplos dos processos de ensino e aprendizagem.

Quadro 15: Dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula

Dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula	Ações dos professores relacionadas a cada uma das dimensões
Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula	<p>Identificar a dificuldade que possui de lidar com a linguagem dos alunos e se aproximar deles.</p> <p>Reconhecer as diferenças entre alunos de diferentes turmas do Ensino Fundamental e Médio e como essa diferença pode influenciar na prática do professor.</p> <p>Deixar que os alunos explorem suas estratégias para descobrir e comunicar o conteúdo para a turma no momento da discussão, sem interferir em suas resoluções.</p> <p>Elaborar questionamentos para os alunos em todas as fases da aula.</p> <p>Identificar as ações do professor na fase de <i>discussão coletiva</i>.</p> <p>Identificar as dificuldades que um professor enfrenta ao propor uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, em específico as ações na fase de <i>desenvolvimento da tarefa e discussão coletiva da tarefa</i>.</p>
Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto	<p>Pedir para os alunos justificarem suas respostas e observar os diferentes tipos de resoluções apresentadas pelos alunos para as fases de <i>discussão coletiva e sistematização</i>.</p> <p>Propor estratégias de ensino alternativas envolvendo diferentes perspectivas e lidar com a rejeição inicial que os alunos apresentam, mostrando que elas trazem oportunidades para a sua aprendizagem.</p> <p>Estabelecer relações entre suas práticas e as ações do professor no Ensino Exploratório na fase de <i>discussão coletiva da tarefa</i>.</p> <p>Resolver antecipadamente a tarefa e colocar-se no lugar do aluno para compreender os possíveis erros e resoluções que eles podem apresentar.</p> <p>Considerar as dificuldades que os alunos podem apresentar no momento da apresentação na <i>discussão coletiva da tarefa</i>, comparando-as com suas dificuldades de falar em público.</p> <p>Identificar aspectos relevantes nos diferentes tipos de resoluções apresentadas pelos alunos.</p>
Estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem	<p>Estabelecer algumas relações entre as ações do professor identificadas no texto que estavam lendo e suas próprias experiências relacionadas a perspectivas alternativas ao ensino diretivo.</p> <p>Analisar elementos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório que possibilitam a avaliação da aprendizagem dos alunos.</p> <p>Implementar características no Ensino Exploratório em suas práticas.</p>

Fonte: Do autor.

5.1 À GUIA DE CONCLUSÃO

Nas reflexões e discussões realizadas na CoP-ProfMARE no decorrer da exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” as professoras relataram que passaram a implementar em sua prática pedagógica muitas das características estudadas a respeito da perspectiva do Ensino Exploratório.

A liberdade que as professoras tiveram em compartilhar experiências, em apresentar dúvidas, questões e desafios de sua prática para serem discutidas na CoP, em propor novos empreendimentos, e a confiança que elas depositaram em todos os membros da CoP, foram aspectos marcantes para o desenvolvimento profissional dos envolvidos nesse processo de formação.

A exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” e os empreendimentos realizados na CoP-ProfMARE nos permitiram assumir o desenvolvimento profissional dos professores como um processo contínuo.

Nesse sentido, sugerimos que em pesquisas futuras sejam investigados outros aspectos do processo de formação, tais como analisar outras fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório presentes no caso multimídia, para que possamos relacioná-los ao desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática e à identidade profissional do (futuro) professor de Matemática.

Durante todo o trabalho na CoP-ProfMARE, foi um privilégio trabalhar com os seus membros, pois eles sempre estiveram dispostos a compartilhar o que sabiam e a propor soluções para os desafios enfrentados em nossa prática diária de sala de aula. Quando não havia uma solução de imediato, todos se mostraram dispostos a partir em busca de alternativas que viabilizassem uma solução. Fazer parte da CoP-ProfMARE foi uma oportunidade para o meu próprio desenvolvimento profissional e pessoal.

Por fim, a trajetória da CoP-ProfMARE, em específico a exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”, pode ser reconhecida como uma sugestão para a formação profissional de professores que ensinam Matemática e orientar a gestão de programas de formação com o objetivo de promover o seu desenvolvimento profissional.

REFERÊNCIAS

- ALSAWAIE, O.; ALGHAZO, I. The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Nova Iorque, v.3, n.3, p.223-241, 2010.
- BALDINI, L. A. F. **Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra**. 2014. 219 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.
- BALDINI, L. A. F.; RODRIGUES, P. H.; OLIVEIRA, J. C. R. O Ensino Exploratório na Educação de Jovens e Adultos: a ideia de regra. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: SBEM, 2015.
- BELINE, W. **Formação de professores de matemática em comunidades de prática: um estudo sobre identidades**. 2012. 184 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de M. J. Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Ed. Porto. 1994. Tradução de: Qualitative research for education.
- BORKO, H., PUTNAM, R. T.. Learning to teach. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), **Handbook of educational psychology**. 1995. New York: Macmillan. (pp. 673–708).
- BURIASCO, R. L. C. Algumas Considerações Sobre Avaliação Educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**. Fundação Carlos Chagas, n.22, p. 155-177, 2000.
- CALDEIRA, J. S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática**. 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.
- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, v.115, n.1, p.11-17, 2011.
- CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P.; BOAVIDA, A. M.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CARREIRA, S. (Eds.), **Investigação em educação matemática: Práticas de ensino da matemática**. Portalegre: SIPEM, p. 255-266, 2012.
- CARNIEL, I. G. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina Matemática**. 2013. 135f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: Eduel, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um *framework* para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: Eduel, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam Matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: Eduel, 2016.

CYRINO, M. C. C. T. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online)**, v. 30, p. 165-187, 2016b.

CYRINO, M. C. C. T. Formação de professores que ensinam matemática em comunidades de prática. In: VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 16 a 20 de setembro/2013. Uruguai. **Actas...** Montevideu. 2013.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23ª Ed. Campinas – SP: Papirus, 2012.

ESTEVAM, E. J. G. **Práticas de uma Comunidade de Professores que ensinam Matemática e o Desenvolvimento Profissional em Educação Estatística**. 2015. 189 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

GARCIA, T. M. R. **Identidade Profissional de Professor de Matemática em uma Comunidade de Prática**. 2014. 161 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

GRAVEN, M. Teacher Learning as Changing Meaning, Practice, Community, Identity and Confidence: the story of Ivan. **For the Learning of Mathematics**, Kingston, v. 23, n. 2, jul. 2003. p. 25-33.

GROSSMAN, P. L. **The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education**. New York: Teachers College Press. 1990.

GUSKEY, T. R. **Professional development in education**. In: T. R. Guskey & M. Huberman (Eds.). *Professional development in education: New paradigms and practices*. (pp. 114–131). New York: Teachers College Press, 1995.

JAWORSKI, B. Situating mathematics teacher education in a global context. In: BEDNARZ, N., FIORENTINI, D., HUANG, R. (ed) **International approaches to professional development for mathematics teachers**, 2011, pp.2-51.

JESUS, C. C. **Análise crítica de tarefas matemáticas: um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2011. 95 f. Dissertação

(Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

JESUS, C. C. de. **Perspectiva do Ensino Exploratório: Promovendo aprendizagens de professores de Matemática em um contexto de Comunidade de Prática.** 2017. 200 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

MAAß, K; ARTIGUE, M. Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. (ZDM) – **The International Journal on Mathematics Education.** V. 45, p. 779-795, 2013.

MENEZES, L.; GUERREIRO, A.; MARTINHO, M. A.; FERREIRA, R. T. Essay on the role of teachers' questioning in inquiry-based mathematics teaching. **Sisyphus**, Lisboa, v. 1, n. 3, p. 44-75, 2013.

MOTA, H. D. F. **Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório.** 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

MOTA, H. D. F.; RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Significados produzidos por futuros professores de Matemática a respeito do Ensino Exploratório na exploração de um caso multimídia. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: SBEM, 2015.

NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma Comunidade de Prática.** 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

OLIVEIRA, H. M.; CYRINO, M. C. C. T. Developing knowledge about inquiry-based teaching through analysis of a multimedia case: a study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, Lisboa, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H. M.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 29-53, 2013.

OLIVEIRA, L. M. C. P. **Aprendizagens no empreendimento estudo do raciocínio proporcional.** 2014. 209 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: **Actas do Profmat**, 1998. Lisboa, APM, pp. 27-44. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm>. Acesso em: 05 out. 2016.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**, p. 11–34. Lisboa, 2005.

- PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: LYN, D. English (Ed.). **Handbook of international research in mathematics education**. 2. ed. New York: Routledge, 2008. p. 225-263
- ROCHA, M. R. **Empreendimentos de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações**. 2013. 129f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- RODRIGUES, P. H. **Práticas de um grupo de estudos e pesquisa na elaboração de um recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática**. 2015. 228 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.
- RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Elaboração de um recurso multimídia para formação de professores que ensinam matemática: empreendimentos de um grupo de estudos e pesquisa. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: Eduel, 2016.
- SOWDER, J. T. The mathematical education and development of teachers. In: Frank Lester (Ed.), **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, Vol.1. Reston: NCTM, 2007. p. 157-224.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática (Artigo original publicado em 1998). **Educação e Matemática**, Lisboa, v.105, n.1, p.22-28, 2009.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S. HENNINGSEN, M. A.; SILVER, E. A. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development**. New York: Teachers College Press, 2009.
- STEIN, M.; ENGLE, R.; SMITH, M.; HUGHES, E. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v.10, n. 4, p.313–340, 2008.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S. **Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, p.268-275, Jan., 1998.
- TOMÁS FERREIRA, R.; OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. A discussão na aula de matemática a partir da análise de um caso multimídia na formação inicial de professores. In: J. P. Ponte (Ed.), **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 491-512, 2014.
- VAN ES, E. A.; SHERIN, M. G. Learning to Notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations of Classroom Interactions. **Journal of Technology and Teacher Education**, Norfolk, v.10, n.4, p. 571-596, 2002.
- VAN ES, E. A.; SHERIN, M. G. Mathematics teachers “learning to notice” in the context of a video club. **Teaching and Teacher Education**, v.24, p. 244-276, 2008.

WEISSGLASS, J. **Ripples of hope**: Building relationships for educational practice. Santa Barbara, CA: Center for Educational Change in Mathematics and Science, 1997.

WELLS, G. **Dialogic inquiry**: Towards a sociocultural practice and theory of education. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

WENGER, E.. **Communities of practice**: Learning, meaning, and identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; MCDERMOTT, R.; SNYDER, William M. **Cultivating communities of practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

APÊNDICES

APÊNDICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Vimos por meio deste, convidá-lo para participar do projeto: REDE DE COOPERAÇÃO UEL/UL NA ELABORAÇÃO E UTILIZAÇÃO DE RECURSOS MULTIMÍDIAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA e subprojeto: Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática na Exploração de um Caso Multimídia.

Descrevemos a seguir algumas informações sobre o projeto e subprojeto e solicitamos que, caso aceite o convite, preencha as informações solicitadas.

I – DADOS DE IDENTIFICAÇÃO DO SUJEITO DA PESQUISA OU LEGAL RESPONSÁVEL

1. Nome do participante:.....

Documento de Identidade Nº :.....Sexo: () M () F

Data de Nascimento:...../...../.....

Endereço:.....Nº:.....Apto:.....

.....Bairro:.....CEP:.....

Município.....Telefone: (.....).....

e-mail:.....

II – DADOS SOBRE A PESQUISA

1. Título do Protocolo de Pesquisa: Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática na Exploração de um Caso Multimídia.

2. Pesquisadores:

Prof. Julio Cezar Rodrigues de Oliveira

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

3. Avaliação do Risco da Pesquisa:

Sem Risco () Risco Mínimo (X) Risco Médio ()
Risco Baixo () Risco Maior ()

1. Duração da Pesquisa: A obtenção das informações contemplará as discussões realizadas no grupo e possíveis momentos de entrevistas que não serão superiores à uma hora e gravações em áudio.

III – REGISTRO DAS EXPLICAÇÕES DO PESQUISADOR AO ENVOLVIDO OU SEU REPRESENTANTE LEGAL SOBRE A PESQUISA, CONSIGNANDO:

1. Justificativa e objetivo

A utilização de recursos multimídias têm se apresentado na literatura como um espaço fecundo para explorar os processos de aprendizagem e, por conseguinte, a constituição da identidade de professores e futuros professores de Matemática. Promover a utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática implica em ir além do interesse em investigar o que eles têm aprendido, e trazer para primeiro plano o modo como envolvem-se na articulação de um empreendimento de aprender para ensinar. Consideramos que conhecer os processos de aprendizagem e os fatores que interferem no desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática pode oferecer subsídios para que possamos modificar qualitativamente a educação Matemática dos mesmos. Assim, o objetivo do presente estudo é investigar que elementos de um contexto de formação continuada possibilitam o desenvolvimento profissional de professores de Matemática a partir da exploração de um caso multimídia, com foco na fase de discussão coletiva da tarefa de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

2. Procedimentos que serão adotados durante a pesquisa

Participaremos das reuniões de um grupo de estudos com professores de Matemática, que ocorrerão nas dependências de uma escola estadual do norte do Paraná, a fim de identificar e registrar aspectos relacionados ao desenvolvimento profissional de professores na exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia”. Buscaremos, em todos os momentos, criar um relacionamento de confiança com os participantes, estabelecer uma comunicação agradável de modo que eles se sintam à vontade e com o mínimo de constrangimentos, valorizar o significado que dão às coisas e aos fatos, respeitar seus valores culturais e aspectos emocionais e não somente o produto da investigação.

3. Desconfortos e riscos

No presente estudo todo o esforço será feito para que não ocorram constrangimentos por parte dos investigados.

4. Benefícios esperados

Esperamos que esta investigação possa fornecer subsídios para:

- Viabilizar a exploração de outros casos multimídias que colaborem para formação de professores;
- Produção de material bibliográfico de Educação Matemática a ser utilizado em programas e cursos de formação em serviço de professores de Matemática dos ensinos fundamental, médio e superior.
- Subsídios para elaboração de propostas alternativas para formação de professores de Matemática.

IV – ESCLARECIMENTOS DADOS PELO PESQUISADOR SOBRE GARANTIAS DO ENVOLVIDO NA PESQUISA

1. Exposição dos resultados e preservação dos voluntários

Os resultados a serem obtidos neste estudo serão publicados, independente das informações encontradas, contudo sem que haja a exposição dos participantes que prestaram sua contribuição a situações constrangedoras, respeitando-se normas éticas. Os participantes concordam em utilizar seus nomes na pesquisa. Após o término da pesquisa os dados serão destruídos.

2. Despesas decorrentes da participação no projeto de pesquisa

Os voluntários estarão isentos de qualquer despesa ou ressarcimento decorrente da participação voluntária neste projeto de pesquisa.

3. Liberdade de consentimento

Os participantes estarão livres para negar a assinatura deste consentimento ou, ainda, para parar de participar em qualquer momento, se desejarem, sem que isso traga algum prejuízo ao mesmo.

4. Questionamentos

Os participantes terão acesso, a qualquer tempo, às informações sobre procedimentos relacionados a esta pesquisa. No caso de outros esclarecimentos que se fizerem necessários, informações adicionais poderão ser obtidas com os responsáveis pelo projeto.

V – PARA CONTATO EM CASO DE DÚVIDAS

Prof. Julio Cezar Rodrigues de Oliveira
Rua Garça tricolor, 36 – Araongas, PR.
CEP: 86709-548
Telefone: (43) 3152-1139 ou (43) 9 9631-4659

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
Rua Professor Samuel Moura, 328 Apto 1604
Edifício Pontal do Araxá CEP 86061-060
Telefone: (43) 3327 5898 ou 9102-8776
Londrina/PR

Comitê de Ética da UEL
Telefone: (43) 3371-2490

VI – CONSENTIMENTO PÓS-ESCLARECIDO

Declaro que, após convenientemente esclarecido pela pesquisadora e ter entendido o que me foi explicado, consinto em participar do presente Protocolo de Pesquisa.

Londrina, _____ de _____ de _____.

Assinatura do participante/representante legal

Assinatura do pesquisador
Julio Cezar Rodrigues de Oliveira

Assinatura do pesquisador
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

ANEXOS

ANEXO A: TEXTO SOBRE O ENSINO EXPLORATÓRIO

Perspectiva de Ensino Exploratório: um desafio aos professores

Cristina Cirino de Jesus

A perspectiva de ensino exploratório se constitui em uma forma de ensinar que exige que o professor e os alunos desempenhem funções diferentes daquelas que assumem em um ensino “tradicional” (CANAVARRO, 2011). Enquanto uma prática pedagógica sustentada no ensino tradicional segue uma lógica de transmissão de conteúdos (do professor para o aluno), a perspectiva de ensino exploratório assume a aprendizagem como “um processo simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor), sobrevivendo processos de negociação de significados” (OLIVEIRA e CARVALHO, 2014, p. 466).

A prática da perspectiva de ensino exploratório nas aulas de Matemática tem o seu início com a seleção/elaboração/adaptação de tarefas para a sala de aula. A escolha de uma tarefa para o trabalho com os alunos é muito importante, pois “as tarefas nas quais os alunos se engajam constituem, em grande medida, o domínio de oportunidades para o aluno aprender Matemática” (STEIN et al., 2009, p.131). O trabalho do aluno é definido pelas tarefas que ele realiza diariamente, por isso elas podem determinar sua aprendizagem.

Por isso, a tarefa selecionada para uma aula pautada no ensino exploratório deve ser cognitivamente exigente, ou seja, “que tenham potencial de engajar os estudantes em formas complexas de pensamento” (STEIN et al., 2009). Elas não podem determinar apenas o conteúdo que eles aprendem, mas como começam a pensar sobre, a dar sentido aos conceitos matemáticos. Esse tipo de tarefa tem o potencial de mobilizar o aluno a desenvolver formas de raciocínio e estratégias que permitem a ele ir além da memorização de fatos ou procedimentos.

Uma vez selecionada a tarefa é fundamental na perspectiva de ensino exploratório que o professor planeje como explorar as suas potencialidades junto dos alunos e se prepare para lidar com a complexidade dessa exploração em sala de aula (STEIN et al., 2008), por isso, que o professor elabore um planejamento na qual irá descrever como será a gestão da aula, além de explicitar os objetivos e conteúdos propostos. O planejamento pode auxiliar o professor como um norteador de seu trabalho em sala de aula. Portanto, a escolha da tarefa e a

elaboração do planejamento são ações realizadas pelo professor antes da implementação de uma aula na perspectiva de ensino exploratório.

Uma aula estruturada na perspectiva de ensino exploratório geralmente é estruturada em quatro fases: (i) *proposição e apresentação da tarefa*, (ii) *desenvolvimento da tarefa*, (iii) *discussão coletiva da tarefa* e (iv) *sistematização das aprendizagens matemáticas*.

Na primeira fase, *proposição e apresentação da tarefa*, o professor apresenta uma tarefa à turma e deve em poucos minutos assegurar que os alunos compreendam o que é requerido na tarefa e sintam-se desafiados a realizá-la. Ainda, neste momento, o professor deverá organizar como será desenvolvido o trabalho com a tarefa, estabelecer o tempo que será dedicado a cada uma das fases e fornecer recursos necessários para a realização da tarefa.

A fase *desenvolvimento da tarefa* constitui-se na segunda fase de uma aula na perspectiva de ensino exploratório e é nesse momento que os alunos realizam a tarefa, geralmente em grupos ou em pares. Nesta fase o professor deve criar um ambiente de aprendizagem na qual todos os alunos sejam envolvidos. E seu papel é de orientar e monitorar o trabalho dos alunos tendo como foco os objetivos traçados previamente no planejamento, apoiando-os de modo a não eliminar os aspectos desafiadores da tarefa ou de prejudicar o trabalho autônomo dos alunos. Nesta fase é fundamental que o professor faça questionamentos com a intenção de mobilizar o aluno a realizar a tarefa caso esteja com dificuldades ou para saber como o aluno está pensando de modo a auxiliá-lo na justificação das estratégias assumidas na resolução da tarefa. Porém, é importante que estes questionamentos ou respostas do professor às eventuais dúvidas dos alunos não reduzam os aspectos desafiadores da tarefa ou uniformizem as estratégias de resolução dos grupos, a fim de não prejudicar ou mesmo inviabilizar a fase de discussão coletiva da tarefa. Por isso, o professor deve se policiar para não validar as respostas dos alunos ou mesmo fornecer estratégias de resolução a eles. Ainda nesta fase o professor deve ir selecionando e sequenciando as estratégias de resoluções que consideram mais apropriadas (próximas de seus objetivos) para a apresentação na fase de discussão coletiva (STEIN et al., 2008).

Na terceira fase, *discussão coletiva da tarefa*, o professor convida os alunos (aqueles que realizaram as estratégias selecionadas por ele na fase de desenvolvimento da tarefa) para apresentarem suas resoluções a toda à turma. A fase de discussão da tarefa constitui-se num grande desafio ao professor. O professor deve gerir a discussão procurando estabelecer uma interação entre os alunos, promovendo a qualidade das argumentações e justificações dos mesmos. Por isso, é necessário que o professor mantenha um ambiente de respeito entre os

alunos com a intenção de levá-los a participar e intervir de forma adequada e produtiva para o desenvolvimento das ideias matemáticas, ação que é fundamental para que os objetivos da aula sejam atingidos. A fase de discussão coletiva das resoluções deve ultrapassar a apresentação e comparação das resoluções, mas, e sim contribuir para as novas aprendizagens sobre os conceitos matemáticos envolvidos na aula. Assim, o professor tem aqui um papel crucial na orientação guiada dos alunos para o apuramento das principais ideias matemáticas que surgem a partir da discussão (ANGHILERI, 2006).

Na fase de *sistematização das aprendizagens*, o professor aparece como principal protagonista, pois ele irá mobilizar os alunos a reconhecer os conceitos e procedimentos matemáticos que foram mobilizados durante a realização da tarefa, principalmente, na fase de discussão da tarefa. Neste momento, o professor pode apresentar novos conceitos e procedimentos ou sintetizar aqueles já conhecidos, ou estabelecer conexões com outros conteúdos, enfim, é o momento em a aprendizagem será consolidada.

Na perspectiva de Ensino Exploratório o professor precisa conhecer muito bem a tarefa que vai propor aos alunos, por isso, é essencial que ele a resolva efetivamente usando várias estratégias, uma vez que só experimentando a Matemática implícita na tarefa conseguimos imaginar algumas das dificuldades que esta pode representar aos alunos. Além do que essa ação permite ao professor adquirir confiança para a implementação da tarefa na sala de aula e prever eventuais questionamentos que poderá fazer aos alunos.

Referências

ANGHILERI, J. Scaffolding practices that enhance mathematics learning. **Journal of Mathematics Teacher Education**, n.9, pp.33-52, 2006.

CANAVARRO, A.P. Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios. **Educação Matemática**, pp. 11-17, 2011.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação, com casos multimédia, em torno do ensino exploratório. In: PONTE, J. P. (org) **Práticas Profissionais dos professores de Matemática**. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Coleção: Encontros de Educação, Lisboa, pp.465- , 2014.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340, 2008.

STEIN, M. K. et al. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development**. New York: Teachers College Press, 2009.

ANEXO B: TAREFAS DISCUTIDAS NA COP-PROFMARE

Tarefas trabalhadas com os professores da CoP-ProfMARE – 2015 e 2016

Encontro dia 12/05/2015

Tarefa 1

Tarefa – Os colares
A Inês fez três colares, com contas pretas e brancas, conforme as figuras 1, 2 e 3.

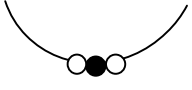


Fig. 1

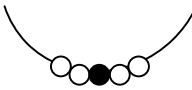


Fig. 2

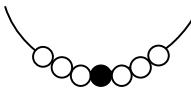


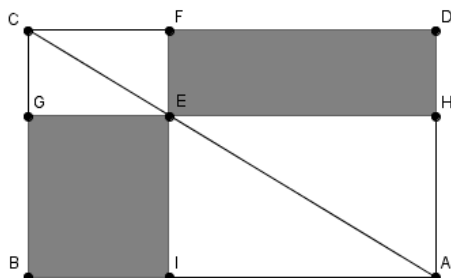
Fig. 3

**Nº
contas
do colar**

1. Indique acima o número **total** de bolinhas de cada figura.
2. Continuando esta sequência de colares, quantas bolinhas teria, no total, o colar correspondente à figura seguinte?
3. E quantas bolinhas teria o colar correspondente à figura 8?
4. Descubra quantas bolinhas teria, no total, o colar correspondente à figura 19, sem desenhar.
5. Existe algum colar na sequência que tenha 55 bolinhas? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.
6. Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.

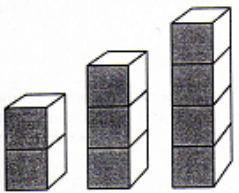
Tarefa 2

Investigue a relação entre as áreas dos retângulos EFDH e EGBI da figura, se por um ponto E sobre a diagonal traçamos segmentos paralelos aos lados do retângulo ABCD. Por que essa relação é válida?



Encontro dia 19/05/2015**Tarefa 3**

1) Na tabela a seguir estão representados os valores do número de cubos e da área de superfície de torres como as da figura.

	Número de cubos (N)	1	2	3	4	5
	Área de superfície em unidades quadradas (A)		10		18	

- a) Complete a tabela. À medida que as torres crescem, de que modo varia a área da superfície?
- b) Escreva uma descrição que poderia ser usada para calcular a área de superfície de qualquer torre a partir do número de cubos. Depois, explique como você pensou para encontrar esta resposta.

Tarefa 4

Quantos telefonemas?

Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descubra quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para felicitarem todos entre si...

E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?

E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?

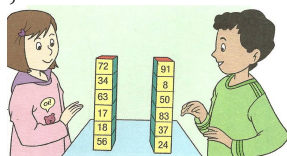
Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?

Encontro dia 26/05/2015**Tarefa 5**

Carlos poderá se aposentar quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele á havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

Tarefa 6

Andréia e Renato construíram cada um uma pilha de cubos numerados. Eles organizaram os cubos dessas pilhas, colocando-os um a um.



- a) Qual o primeiro cubo que Andréia colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?
- b) Qual é o último número que Renato colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?

c) Na pilha que Andréia construiu há mais cubos com números pares ou ímpares?

Tarefa 7

Deseja-se escrever um número positivo em cada um dos seis quadradinhos vazios do tabuleiro abaixo de modo que o produto dos três números de qualquer linha, coluna ou diagonal seja sempre o mesmo.

	16	5
1		

a) Qual número deve ser escrito no quadradinho destacado abaixo?

	16	5
1		

b) Qual número deve ser escrito no quadradinho destacado abaixo?

	16	5
1		

c) Complete o tabuleiro.

	16	5
1		

Tarefa 8

No quadro a seguir estão representados valores (em reais) da soma dos preços dos objetos desenhados nas linhas e nas colunas.

					105
					132
					239
					156
87	176	?	?	?	

 bola
 livro
 celular
 CD
 tênis

Descubra o valor de cada um desses objetos e o valor da soma nos espaços indicados com um ponto de interrogação (?) e explique como você encontrou estas respostas.

Tarefa 9

João comprou 280 latas de refrigerante para vender em sua lanchonete. Dessas latas, ele vendeu 82 no sábado e 120 no domingo. Quantas latas sobraram?

Encontro dia 16/06/2015**Tarefa 10 (Professora Ana Márcia)**

Observem o seguinte padrão:

1	2	3	4	
	8	7	6	5
9	10	11	12	
	16	15	14	13
17	18	19	20	

a) Copiem o padrão e continuem a representá-lo até chegarem ao número 40.

b) Suponham que continua este padrão indefinidamente. Existem alguns números para os quais tenham a certeza da sua posição? Quais são esses números e qual a sua posição? Expliquem como chegaram a essa conclusão.

c) Podem, por exemplo, prever que posição ocupa o número 60? E o número 110?

d) Que característica tem os números na 1ª fila?

e) Em geral, considerando um número qualquer, como podem prever que posição vai ocupar neste padrão? Expliquem o vosso raciocínio.

Encontro dia 30/06/2015**Tarefa 11****Plano de Telefonia
(tarefa do Recurso Multimídia trabalhado pela CoP)**

Júlia quer contratar um plano de telefonia, e fazendo uma pesquisa, ela encontrou duas empresas que oferecem os seguintes planos:

Empresa 1: R\$ 0,30 por minuto falado, sem nenhuma taxa fixa.

Empresa 2: R\$ 0,15 por minuto falado mais uma taxa de manutenção mensal de R\$ 12,00.

a) Se Júlia fala em média 110 minutos por mês, qual das empresas oferece menor preço? Justifique sua resposta.

b) Lívia também quer contratar um plano de telefonia. Sabendo que ela costuma falar 60 minutos em média por mês, qual das empresas oferece menor preço para ela? Justifique sua resposta.

c) Para cada empresa, indique uma expressão matemática que represente o preço (y) cobrado de acordo com os minutos falados (x).

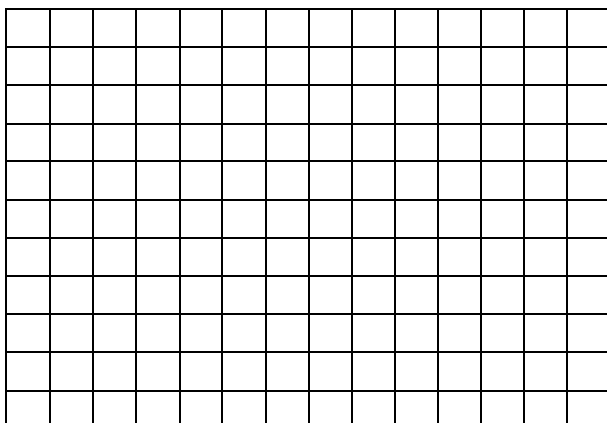
d) Represente graficamente, num mesmo plano cartesiano, os planos de cada empresa.

e) Comparando os planos das empresas 1 e 2, existe alguma quantidade de minutos falados que tornará indiferente a escolha entre elas? Justifique sua resposta.

f) Qual plano você contrataria? Por quê?

Encontro dia 29/09/2015**Tarefa 12**

A prefeitura de certa cidade fez uma campanha que permite trocar 4 garrafas de 1 litro vazias por uma garrafa de 1 litro cheia de leite. Quantos litros de leite pode obter uma pessoa que possua 43 dessas garrafas vazias fazendo várias trocas?



c) Complete a tabela:

Nº da figura	Total de quadrículas pintadas
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

d) Descubra quantas quadrículas serão pintadas na figura 18, sem desenhar.

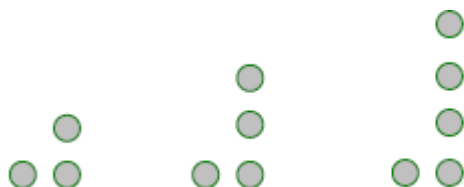
e) É possível alguma figura dessa sequência ter 48 quadrículas pintadas? Explique como você pensou?

f) É possível alguma figura dessa sequência ter 65 quadrículas pintadas? Explique como você pensou?

g) Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de quadrículas pintadas de qualquer figura da sequência.

Encontro dia 03/05/2016**Tarefa 15 (professora Mônica)**

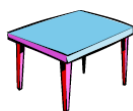
Observe a sequência de figuras e responda:



- Desenhe a próxima figura da sequência.
- Desenhe a 7ª figura da sequência. Quantas bolinhas têm a figura?
- Sem desenhar, descubra quantas bolinhas têm a figura que ocupa a posição 14 da sequência? Explique seu raciocínio.
- Escreva a sequência relativa ao número de bolinhas que tem cada uma das figuras até a posição 7.
- Que posição corresponde a figura que tem 59 bolinhas? Explique seu raciocínio.
- Descreva como é construída qualquer figura desta sequência.
- Escreva uma regra que represente o número de bolinhas que tem uma figura em qualquer posição.

Encontro dia 31/05/2016**Tarefa 16 (professora Airan)**

Amanda trabalha em um restaurante. Seu chefe pediu para que ela organizasse as mesas para um jantar com quatorze pessoas. Ela começou a colocar as mesas quadradas e reparou que numa mesa poderiam estar sentadas quatro pessoas, enquanto que em duas mesas juntas poderiam estar sentadas seis pessoas, e em três mesas juntas poderiam estar sentadas oito pessoas.



- Quantas mesas Amanda usou para acomodar quatorze pessoas? Justifique sua resposta.
- Juntando doze mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas? Explique como você pensou.
- E em vinte mesas, quantas pessoas podem se sentar? Explique como você pensou.
- Se chegarem vinte e oito pessoas no restaurante, quantas mesas precisaremos juntar para acomodá-las? Explique como pensou.
- O patrão de Amanda disse que estavam sentadas nas 15 mesas juntas 33 pessoas no salão do restaurante, mas Amanda discordou imediatamente. Explique porque Amanda discordou.
- Quantas mesas precisariam ser juntadas para acomodar 33 pessoas? Justifique sua resposta.
- Descreva uma regra que lhe permita determinar o número de mesas no restaurante para qualquer número de pessoas.