



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

CAIO JUVANELLI

**AÇÕES DOCENTES E DISCENTES EM ATIVIDADES DE
MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR**

Londrina
2023

CAIO JUVANELLI

**AÇÕES DOCENTES E DISCENTES EM ATIVIDADES DE
MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profa. Dra. Marinez Meneghello Passos

Londrina
2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Juvanelli, Caio.

Ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Superior / Caio Juvanelli. - Londrina, 2023. 71 f.

Orientador: Marinez Meneghello Passos.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2023.

Inclui bibliografia.

1. Ação docente - Tese. 2. Ação discente - Tese. 3. Ensino Remoto Emergencial - Tese. 4. Modelagem Matemática - Tese. I. Passos, Marinez Meneghello. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51

CAIO JUVANELLI

AÇÕES DOCENTES E DISCENTES EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Profa. Dra. Marinez Meneghello
Passos
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Sergio de Mello Arruda
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Wellington Hermann
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR

Profa. Dra. Mariana Passos Dias
Universidade do Norte do Paraná – UNOPAR

Londrina, 27 de fevereiro de 2023.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais maravilhosos, Gilberto e Maura, que permaneceram durante toda minha graduação trabalhando em outro estado para conseguir prover meu sustendo enquanto eu me dedicava ao curso.

Agradeço ao meu eterno orientador da graduação, Professor Wellington Hermann, que sempre me deu apoio para desenvolver esta pesquisa, além de ter se tornado uma das maiores referências de profissional e amigo que eu tenho.

Agradeço à Professora Marinez Meneghello Passos, que aceitou ser minha orientadora no mestrado e contribuiu imensamente na minha formação como ser humano.

Agradeço ao Professor Sergio de Mello Arruda, por sempre estar disponível para contribuir com ideias e inspirações para minha pesquisa.

Agradeço à Professora Mariana Passos Dias, por estar aberta a me atender e pelas suas pesquisas de mestrado e doutorado que me serviram de inspiração.

Agradeço aos colegas do EDUCIM e da pós-graduação, pelas trocas de experiências.

Agradeço ao Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná – *Campus* de Campo Mourão, por não medirem esforços para que os alunos do último ano de Licenciatura em Matemática conseguissem concluir o curso no período mais crítico da pandemia da Covid-19 em 2020. Sem isso, eu não teria como ingressar no mestrado em 2021.

Agradeço aos amigos próximos, que me confortaram nos momentos de dificuldade.

Agradeço à Capes, pelo apoio financeiro.

Sobre aqueles que refletem sobre sua disciplina, seus saberes ou seus métodos, para hoje uma suspeita de inutilidade, de gasto luxuoso de tempo, que marcaria uma ausência de trabalho de pesquisa ou a chateação do “trabalho de campo”.

Bernard Lahire

RESUMO

JUVANELLI, Caio. **Ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Superior**. 2023. 71 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

Esta é uma pesquisa qualitativa, que teve o objetivo de descrever ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática, realizadas durante aulas remotas de um curso de Licenciatura em Matemática. A questão norteadora da investigação foi: quais categorias podem descrever as ações docentes e discentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática durante aulas remotas em curso de Licenciatura em Matemática? Os dados foram coletados no decorrer do ano letivo de 2021 durante aulas de uma disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática, de um curso de Licenciatura em Matemática em uma universidade estadual do Paraná. As aulas foram gravadas e analisadas de acordo com a Análise de Conteúdo. Do nosso movimento analítico foi possível elencar categorias gerais de ação docente: Perguntar(Doc) e Explicar(Doc), que são complementadas por um conjunto de subcategorias (PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDO4 e EDOC5). E para a ação discente as seguintes categorias: Perguntar(Dis) e Explicar(Dis), que são complementadas por um conjunto de subcategorias (PDIS1, PDIS2, PDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2 e EDIS3). Os dados revelam que a professora esteve nos diferentes momentos da aula, perguntando, questionando e indagando os alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade, além de ter proferido explicações sobre os temas desenvolvidos, elucidado termos, conceitos e os direcionado para a resolução e validação dos resultados. Os discentes realizaram perguntas, questionamentos e indagações, além de descreverem seus raciocínios, articulando ideias e argumentarem com outros colegas e a professora no desenvolvimento da atividade.

Palavras-chave: ação docente; ação discente; educação matemática; ensino remoto emergencial; licenciatura em matemática.

ABSTRACT

JUVANELLI, Caio. **Teaching and student actions in Mathematical Modeling activities in Higher Education**. 2023. 71 p. Dissertation (Master's in Science Teaching and Mathematics Education) – State University of Londrina, Londrina, 2022.

This is qualitative research that aimed to describe teaching and student actions in Mathematical Modeling activities carried out during remote classes of a Mathematics Degree course. The guiding question of the investigation was: which categories can describe the actions of teachers and students in the development of Mathematical Modeling activities during remote classes in a Mathematics Degree course? Data were collected during the 2021 school year during classes in a Mathematical Modeling discipline from the Perspective of Mathematics Education, in a Mathematics Degree course at a state university in Paraná. The classes were recorded and analyzed according to Content Analysis. From our analytical movement it was possible to list general categories of teaching action: Ask(Doc) and Explain(Doc), which are complemented by a set of subcategories (PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDO4 and EDOC5). And for the student action the following categories: Ask(Dis) and Explain(Dis), which are complemented by a set of subcategories (PDIS1, PDIS2, PDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2 and EDIS3). The data reveal that the teacher was in the different moments of the class, asking, questioning, and inquiring the students during the development of the activity, in addition to having given explanations about the themes developed, elucidating terms, concepts and directing them to the resolution and validation of the results. The students asked questions and inquiries in addition to describing their reasoning, articulating ideas and arguing with other colleagues and the teacher in the development of the activity.

Key words: teaching action; student action; mathematics education; emergency remote teaching; degree in mathematics.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1** – Abordagens investigativas do PROAÇÃO.....18
- Figura 2** – Ilustração do processo da Modelagem Matemática28

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Casos de Barbosa.....	27
Quadro 2 – Informações sobre as aulas	37
Quadro 3 – Distribuição do tempo por momentos das aulas 16 e 19.....	40
Quadro 4 – Categorias de ação docente	41
Quadro 5 – Categorias de ação discente.....	42
Quadro 6 – Subcategorias de ação docente do momento ii das aulas	44
Quadro 7 – Dados apresentados pela docente na Aula 16.....	44
Quadro 8 – Subcategorias de ação discente do momento ii das aulas.....	48
Quadro 9 – Subcategorias de ação docente do momento iii das aulas	49
Quadro 10 – Subcategorias de ação discente do momento iii das aulas.....	52
Quadro 11 – Subcategorias de ação docente do momento iv das aulas	55
Quadro 12 – Subcategorias de ação discente do momento iv das aulas.....	58
Quadro 13 – Categorias e subcategorias das ações por momentos das aulas ..	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A1	Aluno 1
A2	Aluno 2
A3	Aluno 3
A4	Aluno 4
A5	Aluno 5
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
D	Docente
EDUCIM	Grupo de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática
ERE	Ensino Remoto Emergencial
UEL	Universidade Estadual de Londrina
PROAÇÃO	Programa de Pesquisa sobre a Ação Docente, Ação Discente e suas conexões

SUMÁRIO

	APRESENTAÇÃO	12
1	INTRODUÇÃO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	AÇÃO DOCENTE, A AÇÃO DISCENTE E O PROGRAMA PROAÇÃO	16
2.1.1	Pesquisas do Grupo EDUCIM Vinculadas ao PROAÇÃO	19
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA: ALGUNS DESTAQUES.....	22
2.2.1	Concepção de Modelagem Matemática de Burak.....	24
2.2.2	Concepção de Modelagem Matemática de Biembengut	25
2.2.3	Concepção de Modelagem Matemática de Barbosa.....	26
2.2.4	Concepção de Modelagem Matemática de Almeida, Silva e Vertuan.....	27
2.2.5	As Concepções de Modelagem Matemática e as Prescrições de Ações	29
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	31
3.1	A PESQUISA QUALITATIVA	31
3.2	A ANÁLISE DE CONTEÚDO	32
4	APRESENTAÇÃO DAS ANÁLISES DOS DADOS	36
4.1	A CONSTITUIÇÃO DOS DADOS E O CONTEXTO DA PESQUISA.....	36
4.2	AS ATIVIDADES E OS MOMENTOS DA AULA 16 E DA AULA 19	38
4.3	AS CATEGORIAS DE AÇÃO DOCENTE E DISCENTE DA AULA 16 E DA AULA 19.....	41
4.4	SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DOCENTES NO MOMENTO II DAS AULAS 16 E 19.....	43
4.5	SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DISCENTES NO MOMENTO II DAS AULAS 16 E 19.....	48
4.6	SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DOCENTES NO MOMENTO III DAS AULAS 16 E 19.....	49
4.7	SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DISCENTES NO MOMENTO III DAS AULAS	

	16 E 19.....	52
4.8	SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DOCENTES NO MOMENTO IV DAS AULAS 16 E 19.....	55
4.9	SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DISCENTES NO MOMENTO IV DAS AULAS 16 E 19.....	58
4.10	UM QUADRO GERAL DAS AÇÕES DOCENTES E DISCENTES APRESENTADAS.....	60
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
	REFERÊNCIAS	65
	ANEXOS	68
	ANEXO A – Atividade da Aula 16.....	69
	ANEXO B – Atividade da aula 19	71

APRESENTAÇÃO

Para entender o motivo de eu estar desenvolvendo uma pesquisa de mestrado na área de Educação, talvez seja necessário entender um pouco de onde venho, como cheguei aqui e minhas perspectivas futuras.

Fui criado em um distrito rural, no qual o número de avenidas é possível contar em uma mão. Por ser pequeno, as duas grandes regentes da organização social, centro de encontro ou quando se pensava em qualquer referência, eram a escola e a igreja. Não existia, pelo menos para crianças e adolescentes, outros lugares tão grandes e de significado tão presente quanto esses. No meu caso, me afeiçoei mais ao ambiente escolar desde sempre, pois nunca fui muito religioso, embora tenha cumprido todos os protocolos que um jovem católico “devesse” cumprir. A escola era, então, minha verdadeira igreja.

A sensação de entrar nos perímetros da escola, ou mesmo antes, quando ainda estava colocando a roupa e organizando a mochila, sempre me deixava em estado de alegria e paz. Era o mais importante item da minha rotina.

Embora eu já pertença à era digital, a internet e até mesmo o sinal de telefone demoraram a fazer parte da minha vida. O distrito não tinha suporte para tais tecnologias e os custos para tê-las na região eram muito altos. Então, onde melhor estar para gastar energia e desenvolver como sujeito, do que na única escola da cidade? Pelo menos era o que acreditava.

Eu queria estar na escola, com os amigos e, principalmente, os professores. Acredito que tive sorte, pois sempre fui “adotado” por algum professor que parecia me guiar ao passo que eu me desenvolvia. Eu os admirava e sempre me colocava como ouvinte fiel dos seus ensinamentos e conselhos, levei a sério tudo o que eles diziam a mim. Possivelmente, toda a admiração que eu tinha pelos meus professores e professoras, e minha paixão em estar na escola, levou à minha decisão de ser professor, que ocorreu um ano antes de eu ingressar no Ensino Médio.

A Matemática surgiu também nesse processo, eu decidi que, além de ser professor, a disciplina que eu ministraria seria a de Matemática. Dentro do contexto das aulas que assisti na Educação Básica, as de Matemática eram minhas favoritas e nelas eu era sempre solicitado pela professora para ajudar outros colegas, e isso me enchia de orgulho e de senso de dever.

Me lembro de como era boa a sensação de ensinar e ajudar os

colegas que, muitas vezes, não entendiam os conteúdos da disciplina com a mesma facilidade que eu. Desejei então, ter aquilo como profissão. Era, senão a melhor escolha que eu poderia fazer, dadas as minhas condições e de minha família, a realidade do meu distrito e tudo aquilo que a escola me permitiu enxergar sobre o mundo.

Entro na minha graduação em Matemática. Começo ela duas vezes, porém sem êxito nas duas primeiras tentativas. Minhas condições financeiras da época me obrigaram a renunciar à minha educação para trabalhar e prover o meu sustento. Após uma organização familiar, pude entrar de cabeça na graduação e me dedicar integralmente ao curso. Meus pais se mudaram do Paraná para trabalhar no campo em Mato Grosso. Sem esse sacrifício eu não teria como arcar com as custas de viver na cidade que eu fiz minha graduação. Então, na terceira tentativa, começo o curso de Licenciatura em Matemática, com sensações muito semelhantes às que eu tinha quando frequentava a escola na Educação Básica.

Conheci Valdete dos Santos Coqueiro e Wellington Hermann, dois professores do colegiado de Matemática da minha universidade, que me “adotaram” e me abriram os olhos para novas possibilidades que eu não imaginava que existiam. Eles foram os meus primeiros orientadores oficiais em projetos de pesquisa. Com eles desenvolvi o amor pela universidade e foi despertado em mim o sonho de me tornar um professor universitário, formador de outros professores, formador de outros profissionais e um pesquisador.

Esses acontecimentos me trouxeram então a este curso de mestrado, o qual minha orientadora Marinez Meneghello Passos, o professor Sergio de Mello Arruda e os demais professores do programa, me acolhem e ajudam no meu desenvolvimento como pesquisador da área de Educação. Mas não só isso, percebo que minha orientadora vem colaborando para que eu evolua como recurso humano e como um sujeito ativo da sociedade. A cada encontro com ela sinto que me torno mais reflexivo, epistêmico e metacognitivo.

Essa dissertação é fruto do meu amadurecimento como pesquisador, agora mais independente, porém ainda com muito a desenvolver e com metas e objetivos a alcançar como recurso humano da área da Educação, da pesquisa e da Matemática. O tema da pesquisa que está apresentada aqui, surge das provocações e inspirações vindas da minha orientadora Marinez, do professor Sergio e do grupo EDUCIM.

1 INTRODUÇÃO

Analisar a ação docente e discente tem sido um dos campos de estudo de algumas investigações vinculadas ao Grupo de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática (EDUCIM)¹.

O EDUCIM possui uma linha de pesquisa que busca compreender a ação docente, a ação discente, suas relações e conexões em contextos dentro e fora da sala de aula. Um exemplo de investigação que seguiu essa perspectiva foi a de Dias (2018), que apresentou em sua dissertação os resultados de sua pesquisa de mestrado na qual envolveu um estudo sobre as ações realizadas por professores e alunos em salas de aula de Matemática e suas possíveis conexões.

As aulas analisadas por Dias (2018), foram as que os professores utilizaram tendências em Educação Matemática: o uso de jogos e o uso de materiais manipuláveis para o Ensino de Matemática. A respeito das ações docentes e discentes, a autora afirmou que:

Pudemos perceber que grande parte das ações docentes e discentes dependeu da escolha do professor em utilizar uma tendência/perspectiva da Educação Matemática, do seu planejamento e da estrutura da aula. Dessa forma, acreditamos que o uso de uma metodologia alternativa modifique e diversifique as ações docentes e discentes (DIAS, 2018, p.83).

Dias (2018) chamou a atenção para a necessidade de ampliar e aprofundar a compreensão do conceito de ação, por meio de teorias sociais da ação e/ou socioconstrutivista. Além disso, nas conclusões de sua dissertação, a autora apresentou perspectivas futuras para pesquisas que visem explorar a ação docente e discente em aulas de Matemática, que envolvam outras tendências em Educação Matemática, como a Modelagem Matemática.

Diante dos encaminhamentos dados por Dias (2018), apresentamos aqui uma pesquisa para descrever as ações docentes e discentes. Porém,

¹ Grupo de pesquisa vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (PECEM/UEL). Tem como objetivo geral investigar temas relacionados à formação de professores, o ensino e a aprendizagem em Ciências e Matemática, tanto na educação formal quanto na educação informal. Nos últimos anos o grupo se dedica, principalmente, a investigar a ação docente, a ação discente e suas conexões, procurando entender o que de fato, professores e alunos, fazem em sala de aula. Diversas informações sobre o grupo estão disponíveis em: <http://educim.com.br/>

diferentemente da pesquisa feita por Dias (2018), em que as aulas, cujo dados foram coletados, eram aulas de Matemática do Ensino Fundamental e presenciais, investigamos a ação em um cenário diferente: em aulas remotas da disciplina de

Modelagem Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do Paraná.

Tendo como objetivo geral descrever ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática, realizadas durante aulas remotas de um curso de Licenciatura em Matemática, apresentamos a seguinte questão de pesquisa: quais categorias podem descrever as ações docentes e discentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática durante aulas remotas em curso de Licenciatura em Matemática?

Apresentamos a seguir, no Capítulo 2, nossa fundamentação teórica. Ele está constituído de uma seção sobre a ação docente e discente e outra seção que trata da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

No Capítulo 3, tratamos dos procedimentos metodológicos da nossa investigação, discorremos sobre a natureza qualitativa da pesquisa e a Análise de Conteúdo.

No Capítulo 4, apresentamos a constituição dos dados, o contexto e os participantes da pesquisa, as análises e as categorias das ações docentes e discentes que identificamos.

No Capítulo 5, expomos nossas considerações finais da pesquisa realizada.

Os Anexos A e B são os enunciados das atividades realizadas pelos sujeitos da nossa investigação, conforme será detalhado no decorrer dos capítulos desta pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo encontram-se seções referentes ao nosso referencial teórico sobre a ação docente e discente, discorreremos sobre o programa de pesquisa em que nossa pesquisa está vinculada e apresentamos algumas concepções sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

2.1 A AÇÃO DOCENTE, A AÇÃO DISCENTE E O PROGRAMA PROAÇÃO

A questão da ação² docente surgiu em Arruda (2001), a partir do campo da formação de professores. Em sua tese, Arruda (2001) evidenciou que, ao passo que alguns professores de Física do Ensino Médio assumiam e falavam do seu objetivo de mudar a sua maneira de ensinar, suas ações não demonstravam isso. Havia uma resistência em mudar a prática de aulas expositivas, ditas como tradicionais. Para esse fenômeno, Arruda (2001) atribuiu o nome de *inércia do professor*.

Outra precursora foi Passos (2009), que evidenciou o discurso prescritivo que existe na formação de professores que ensinam Matemática. Em sua tese, Passos (2009) analisou publicações em periódicos da área de Educação Matemática do período de 1976 a 2007. A autora concluiu que na maioria dos artigos investigados, eram destacados os deveres do professor, ou seja, prescrições do que o professor deve fazer, como, por exemplo, ser agente de transformação, acessível, reflexivo etc. (PASSOS, 2009).

Há dez anos está em desenvolvimento o Programa de Pesquisa sobre a Ação Docente, Ação Discente e suas Conexões (PROAÇÃO), que “investiga as ações de professores e estudantes por observação direta em sala de aula” (ARRUDA; PASSOS; BROIETTI, 2021, p. 216). O PROAÇÃO possui duas questões gerais de pesquisa, que são:

- a) Quais ações docentes e discentes são observadas em aulas de Ciências e Matemática no ensino básico e superior, como podem ser interpretadas e de quais formas elas se conectam entre si?
- b) Que implicações para o ensino, a aprendizagem e a formação de professores podem ser extraídas dos resultados encontrados?

² Para esta investigação adotamos a definição de ação apresentada por Dias (2018), como sendo o ‘ato de um agente’.

(ARRUDA; PASSOS; BROIETTI, 2021, p. 216).

Para auxiliar na construção das respostas para tais questões, Arruda, Passos e Broietti (2021) apresentam algumas opções teóricas para pesquisas inseridas no Programa PROAÇÃO, dentre elas, teorias que abordam a ação sob viés sociológico. Arruda, Passos e Broietti (2021) discutem as teorias sociais da ação com Weber (1978), Coleman (1994), Bourdieu (1997) e Lahire (2002), e apresentam a seguinte síntese:

[...] em Weber (1978) encontramos que a ação é determinada pelos fins racionalmente calculados pelo ator, por valores como um fim em si mesmo, por afetos e sentimentos, pelas tradições; para Coleman (1994), a ação é dirigida para maximizar a utilidade (máximo de resultados favoráveis/mínimo de custos), sendo que quase todas as ações podem ser consideradas racionais com relação a fins; Bourdieu (1997) enfatiza a ação determinada pelo habitus (esquemas de ação que orientam a percepção da situação e a resposta adequada); e para Lahire (2002), as ações humanas se aproximam de um puro senso prático nas situações rotineiras e da racionalidade quanto àquilo que é novo (ARRUDA; PASSOS; BROIETTI, 2021, p. 225).

De todos os referenciais adotados, destacamos Lahire (2002). Para o autor, existem duas grandes tendências entre as teorias da ação e do ator:

De um lado estão os modelos que conferem um peso determinante e decisivo ao passado do ator, e de modo mais particular a todas as primeiras experiências [...] e, do outro lado, os modelos que descrevem e analisam momentos de uma ação ou de uma interação ou de uma dada situação de um sistema de ação sem se preocupar com o passado dos atores (LAHIRE, 2002, p. 46).

Na primeira tendência destaca-se que o princípio das ações de um ator está sujeito às suas experiências passadas, e na segunda tendência as ações não são analisadas referenciando o passado daquele que age, considerando apenas a lógica de uma situação presente. Para Lahire (2002), ambas as maneiras de olhar para ações possuem suas negligências: em uma negligencia-se as singularidades de um contexto imediato da ação e em outra aquilo que pode depender do passado dos atores.

Diferentes experiências, nos mais variados ambientes, inclusive no escolar, “não são culmináveis e sintetizáveis de maneira simples” (LAHIRE, 2002, p. 32) e, de fato, existe uma complexidade para se analisar e explorar ações, como as

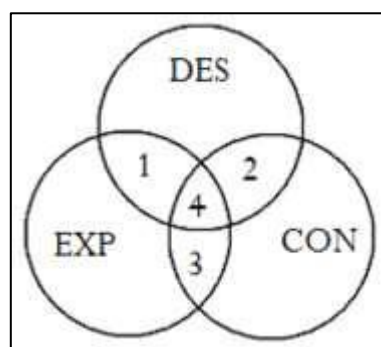
de docentes e discentes, e isso pode ser uma justificativa para explorá-las e compreendê-las. Como afirma Tardif (2002), o ser humano é complexo, pois possui, concomitantemente, natureza física, biológica, individual, social e simbólica.

Schön (1997) chama a atenção sobre a questão da ação, afirmando a necessidade de “checar o que os professores fazem na observação direta e registrada, que permita uma descrição detalhada do comportamento e uma reconstrução da intenção, estratégias e pressupostos” (SCHÖN, 1997, p. 90). Para Tardif e Lessard (2008), o trabalho docente deve ser analisado descrevendo as atividades, sejam elas materiais ou simbólicas, realizadas nos locais em que o trabalho docente é realizado.

Há em Tardif e Lessard (2008) uma crítica em considerar o trabalho docente apenas em visões moralizantes e normativas, e ao interesse *a priori* pelo o que os professores deveriam ou não fazer, desconsiderando o que de fato fazem. Ou seja, para analisar o trabalho docente não se deve restringir ao estudo de quadros globais e generalizados, é preciso ir além, olhando para o que de fato ocorre em sala de aula.

Arruda, Passos e Broietti (2021), apoiam-se nas ideias de Tardif (2002), Tardif e Lessard (2008) e Schön (1997) apresentadas anteriormente e para auxiliar no desenvolvimento de pesquisas que contemplem o tema da ação docente e/ou da ação discente, apresentam três abordagens metodológicas: a *abordagem descritiva*; *abordagem explicativa*; e a *abordagem conexiva*. A primeira foca em descrever as ações, a segunda em tentar interpretá-las e justificá-las, e a terceira em estabelecer conexões entre ações docentes e discentes. Essas abordagens investigativas são ilustradas na Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Abordagens investigativas do PROAÇÃO



Fonte: Arruda, Passos e Broietti (2021)

As abordagens descritiva, explicativa e conexiva estão presentes na Figura 1 como DES, EXP e CON, respectivamente. Os números se referem a setores, nos quais as abordagens podem ser empregadas simultaneamente em uma investigação, sendo o setor 1 para descritiva e explicativa, o setor 2 para descritiva e conexiva, o setor 3 para conexiva e explicativa e o setor 4 a interseção de todas as três abordagens.

A fim de elucidar a aplicabilidade de tais pressupostos teóricos e metodológicos, apresentamos na próxima seção sínteses de algumas pesquisas de membros do grupo EDUCIM, vinculadas ao PROAÇÃO, que envolveram analisar a ação docente e/ou a ação discente pela observação direta em sala de aula na disciplina de Matemática.

2.1.1 Pesquisas do grupo EDUCIM vinculadas ao PROAÇÃO

Andrade (2016) foi a precursora do grupo EDUCIM, no que diz respeito a investigar e analisar ações de professores. Por meio da observação direta e gravações de aulas de Matemática e em uma abordagem descritiva, a autora constitui quatro categorias de ação: Burocrático-administrativa, Espera, Explica e Escreve. Andrade (2016) inferiu que as ações dos professores investigados se resumiram em realizar atividades burocráticas, esperar o aluno copiar, ficar quieto ou resolver exercício, explicar conteúdo e resolver exercício e escrever no quadro. Além disso, na tese é defendido que “o professor não age ou fala do conteúdo sem que esteja revelando um conhecimento, não dá uma bronca ou chama a atenção de um aluno ou da turma sem que uma intenção esteja por trás desse fato” (ANDRADE, 2016, p. 148). E que o professor, enquanto espera o aluno copiar, pode estar utilizando essa ação para alcançar alguma outra ação por parte do estudante, fazendo proveito do tempo para uma interação, tirando dúvidas e conversando a respeito do conteúdo.

Em Benício (2018), o foco foi na ação de discentes em aulas de Matemática, Física e Química. Em sua tese, a autora constituiu e descreveu as seguintes categorias de ação discente: Organiza (ações referentes às normas institucionais), Interage (ações referentes à aprendizagem mediante a interação com o outro), Prática (ações de práticas desenvolvidas que propiciaram aprendizagem), Dispersa (ações que desviavam atenção do aluno das atividades da aula), Espera

(ações em que o aluno permaneceu inativo) e Outras Ações (ações outras que não se adequavam a nenhuma outra categoria).

Benício (2018), evidenciou a abrangência das ações discentes que permeiam o processo de aprendizagem, suas necessidades e relações, e ressalta que o tempo que os estudantes empregaram nas categorias está associado com as relações que eles estabelecem na sala de aula. Benício (2018) foi a primeira tese do grupo EDUCIM com o foco em alunos do Ensino Médio e Técnico.

Tanto Andrade (2016) quanto Benício (2018) tiveram como contexto da pesquisa aulas de Matemática do tipo expositivas e ambas não tinham o objetivo de discorrer a respeito de metodologias de ensino e suas relações com as categorias elencadas. Essa ideia surge em Dias (2018), que atrela seu objetivo de analisar ações docentes e ações discentes em aulas de Matemática na Educação Básica, nas quais foram utilizadas alternativas para o ensino pautadas em algumas tendências/perspectivas da Educação Matemática.

Em sua investigação sobre as ações realizadas por professores e alunos em salas de aula de Matemática, e por meio da observação direta das aulas, Dias (2018) elencou vinte categorias da ação docente (Agradecer, Ameaçar, Argumentar, Chamar a Atenção, Comentar, Conferir, Deslocar, Escrever, Esperar, Executar, Explicar, Negociar, Organizar, Parabenizar, Pedir, Perguntar, Providenciar, Reprovar, Responder e Supervisionar) e dezenove categorias da ação discente (Aceitar, Brincar, Chamar pela Professora, Colaborar, Comemorar, Comentar, Comunicar, Conversar, Copiar, Deslocar, Executar, Lamentar, Organizar, Pedir, Perguntar, Prestar Atenção, Reclamar, Responder e Valorizar).

Em relação a quantidade de categorias de ação elencadas, nota-se que em Dias (2018) estão em maior número e mais diversificadas do que em Andrade (2016) e Benício (2018). Isso pode ter relação ao fato de que, nas aulas que foram analisadas em Dias (2018), o professor optou por planejá-las e ministrá-las usando tendência/perspectiva da Educação Matemática, mais especificamente com o uso de Jogos e o uso Materiais Manipuláveis. Inferiu-se então que as ações docentes e discentes podem modificar e se diversificar com o uso de uma metodologia alternativa das aulas expositivas.

Dias (2018), posteriormente, se aprofundou na investigação em sua tese, buscando caracterizar as ações docentes e discentes, sob uma perspectiva referente ao campo da formação de professores, em aulas de Matemática nos Anos

Finais do Ensino Fundamental (DIAS, 2022). A autora seguiu analisando aulas em que os professores optaram por utilizar uma perspectiva/tendência em Educação Matemática, mais especificamente a Investigação Matemática e Tecnologias Digitais, além de ter retomado as análises das aulas com o uso de Jogos e o uso Materiais Manipuláveis de Dias (2018).

Dias (2022) organiza e aloca as ações em seis categorias gerais: categorias de ação relacionadas à abordagem adotada (Argumentar, Deslocar, Pedir, Perguntar e Responder), categorias de ação referentes à atividade realizada (Chamar a atenção, Escrever, Esperar, Explicar, Providenciar, Copiar, Executar e Informar), categorias de ação que remetem à organização da aula (Organizar), categorias de ação que demonstram emoções/sentimentos (Elogiar, Agradecer, Reprovar e Lamentar), categorias que representam ações dispersivas (Brincar e Conversar) e categorias de caráter burocrático-administrativas.

Além de reforçar que as ações docentes e discentes podem se modificar e se diversificar com o uso de uma metodologia alternativa às aulas expositivas, Dias (2022) fez apontamentos que também foram considerados para esta pesquisa: a não intencionalidade de viabilizar modelos a serem seguidos por professor e alunos; e não julgar ou afirmar que todos os professores e alunos se adequam às categorias elencadas. A busca esteve em Dias (2022) e na presente dissertação, em interpretar de acordo com um olhar complementar, que se refere, exclusivamente, à aula e/ou às atividades desenvolvidas e aos seus episódios principais.

Dias (2018; 2022) sugere para que sejam investigadas aulas que abordem outras tendências/perspectivas da Educação Matemática, inspirando para que essa lacuna seja preenchida com a presente investigação, a qual também está vinculada ao PROAÇÃO. Empreendemos nossa investigação sob uma perspectiva descritiva das ações docentes e discentes nas aulas remotas de Modelagem Matemática que analisamos, o que está mais bem detalhado nos próximos capítulos.

A seguir continuamos a expor nossa base teórica, discorrendo a respeito da Modelagem Matemática, que é uma tendência da Educação Matemática.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA: ALGUNS DESTAQUES

Atualmente, a Modelagem Matemática é uma temática de ênfase e destaque na área da Educação Matemática. Ela surgiu na perspectiva de aplicar a

Matemática para modelar fenômenos da realidade, na área da Matemática Aplicada, e com o decorrer dos anos passou a ser empregada como uma maneira de proporcionar aprendizado matemático (HERMANN; JUVANELLI; COQUEIRO, 2020; BIEMBENGUT, 2009; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Na década de 1960 começaram, no cenário internacional, com um movimento chamado de “utilitarista”, os debates sobre Modelagem Matemática e aplicações na Educação Matemática em práticas dos conhecimentos matemáticos na ciência e na sociedade (BIEMBENGUT, 2009). No Brasil, a Modelagem Matemática na educação teve como principais precursores Aristides Camargo Barreto e Rodney Carlos Bassanezi, que iniciaram um movimento pela Modelagem Matemática no final da década de 1970.

Aristides Camargo Barreto tomou conhecimento sobre modelagem matemática quando cursou engenharia na década de 1960. A ideia de usar a modelagem em Educação Matemática começou na metade dos anos 1970, na PUC/Rio, ao passar a atuar como professor nesta Instituição. Na PUC/Rio, Barreto sempre procurava utilizar-se de modelos matemáticos como estratégia de ensino nas disciplinas de Fundamentos da Matemática Elementar e Prática de Ensino da Licenciatura em Matemática e de Cálculo Avançado para engenheiros em programas de Pós-Graduação. Junto com estudantes, elaborou vários modelos em áreas específicas, como Linguística, Ecologia, Biologia [...] Rodney Carlos Bassanezi, que já conhecia modelagem por meio da Matemática Aplicada, na década de 1980, ao coordenar um Curso para 30 professores de Cálculo Diferencial Integral (CDI) de diversas Instituições de Educação Superior da região Sul do Brasil, com duração de uma semana, vê uma oportunidade de introduzir a proposta de Barreto. Assim, em primeiro momento, após ‘bate-papo’ com os participantes, propôs a eles que se reunissem por 2h e apresentassem um problema que envolvesse CDI. Duas horas depois, a maioria dos problemas propostos era igual aos que se apresentavam nos livros-textos. Esse momento foi crucial para Bassanezi propor a modelagem matemática na resolução de problemas de biologia aplicados ao CDI – biomatemática (BIEMBENGUT, 2009, p. 10-11).

Em 1982, Bassanezi foi convidado a coordenar um curso de pós-graduação na Universidade Estadual de Guarapuava/PR, com a proposta de que fossem realizadas visitas em empresas da cidade para que, a partir do primeiro contato com aquela realidade, fossem levantados problemas para serem investigados (BIEMBENGUT, 2009). Nesse contexto,

[...] promoveu-se o primeiro Curso de pós-graduação em modelagem que impulsionou a realização de muitos outros, sob a coordenação de Bassanezi, nas mais diversas instituições de Educação Superior [...]

ele contabiliza dezenas e dezenas destes cursos de pós-graduação e de formação continuada e palestras, em várias cidades de todas as regiões brasileiras, promovidos por Instituições de Ensino ou Secretarias Estaduais e Municipais de Educação (BIEMBENGUT, 2009, p. 11).

Bassanezi (2002) problematiza se os conhecimentos de cálculo e geometria seriam apenas destinados para desenvolver habilidades intelectuais ou deveriam, de fato, ser instrumentos aplicáveis ao cotidiano. E, diante disso, encara a Matemática de uma nova forma, por meio da Modelagem Matemática, que seria, segundo ele, a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16).

No que diz respeito a área da educação, Bassanezi (2002) afirma que a Modelagem Matemática na aprendizagem facilita combinar o que há de lúdico na Matemática com seu potencial de aplicações, o que de certo modo foi evidenciado por Juvanelli *et al.* (2021, p. 20), ao afirmarem que a Modelagem Matemática “proporciona atividades que colocam o sujeito em relação com o mundo, por meio da Matemática, e com a Matemática que estrutura muitas das relações da vida em sociedade”.

No desenvolvimento da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática e sua consolidação em eventos, disciplinas em cursos de graduação e pós-graduação, pesquisas e produções, e teses e dissertações (HERMANN; JUVANELLI; COQUEIRO, 2020; BIEMBENGUT, 2009), concepções de Modelagem Matemática foram elaboradas e disseminadas. Destacamos nas seções seguintes concepções de Modelagem Matemática de relevantes professores e pesquisadores da temática na área da Educação Matemática: Burak (1998; 2004), Biembengut (1999; 2004), Barbosa (2001; 2004) e Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Na seção seguinte, discorreremos sobre a concepção de Modelagem Matemática de Burak.

2.2.1 Concepção de Modelagem Matemática de Burak

Burak (1998; 2004) descreve a Modelagem Matemática como um conjunto de procedimentos contextualizados para dar significado aos conteúdos matemáticos e propõe etapas para que o trabalho com Modelagem Matemática seja desenvolvido com a interação entre professor, aluno e ambiente, em que o professor

deve mediar, o aluno deve investigar e o ambiente é a fonte da pesquisa. As etapas propostas por Burak (1998; 2004) em sua concepção de Modelagem Matemática são: a escolha do tema, a pesquisa exploratória, o levantamento dos problemas, a resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e a análise crítica das soluções.

A escolha do tema é a etapa em que o professor apresenta temas ou que os próprios alunos os sugerem para serem escolhidos. O tema pode ser variado e não há necessidade de uma ligação imediata com a Matemática. Nessa etapa o professor já deve atuar como mediador.

A pesquisa exploratória é a etapa em que os alunos são encaminhados a buscar subsídios teóricos que contenham noções prévias do que se pretende desenvolver. A procura desse material pode ser tanto bibliográfica ou em um trabalho de campo.

O levantamento dos problemas é a etapa em que os alunos são incentivados a estabelecer relações entre os materiais selecionados na pesquisa e a Matemática, que lhes permitam o vislumbre de aprender ou aplicar conceitos matemáticos, tendo o professor como mediador no processo.

A resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema é a etapa para responder aos problemas que foram levantados com o auxílio de conceitos matemáticos, os quais podem ser ensinados para atender as necessidades que emergirem no decorrer do processo.

A análise crítica das soluções é a etapa para viabilizar, não apenas matematicamente, as soluções apresentadas da situação em estudo de maneira crítica e refletir sobre os resultados obtidos, podendo contribuir para formação dos estudantes como cidadãos participativos e críticos.

Em consonância com Klüber e Burak (2008), podemos interpretar que os encaminhamentos dados por Burak (1998; 2004), em sua concepção de Modelagem Matemática, tendem para um ensino contextualizado, em que as situações e problemas que emergem da coleta de dados devem direcionar quais e como serão abordados os conceitos matemáticos, sem a necessidade de ensiná-los previamente.

A seguir, apresentamos a concepção de Modelagem Matemática de Biembengut.

2.2.2 Concepção de Modelagem Matemática de Biembengut

Biembengut (1999) apresenta sua concepção de Modelagem Matemática como o processo que interliga a Matemática e a realidade na obtenção de um modelo. A autora apresenta as seguintes etapas para serem desempenhadas com a Modelagem Matemática: a interação, a matematização e o modelo matemático.

A *interação* é a etapa em que uma pesquisa é desenvolvida, seja em livros e revistas ou em campo com dados empíricos, e ocorre o reconhecimento da situação-problema junto à familiarização do assunto.

A *matematização* é a etapa em que se “traduz” a situação-problema da linguagem natural para a linguagem matemática, identificando e selecionando variáveis para descrever relações em termos matemáticos. Diante disso, elabora-se um problema matemático que deve ser analisado e resolvido, buscando aproximações com os conceitos conhecidos pelos estudantes ou pelo seu “ferramental matemático” disponível.

O *modelo matemático* ocorre na verificação do nível de proximidade em que possui com a situação-problema representada com os dados obtidos nas etapas anteriores e por meio da validação do modelo e interpretação da solução.

A concepção de Modelagem Matemática de Biembengut mostra-se mais próxima dos pressupostos da Matemática Aplicada e com o que foi apresentado brevemente de Bassanezi no início desse capítulo. Porém, no que diz respeito ao ensino de Matemática, a autora defende a Modelagem Matemática como “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente” (BIEMBENGUT, 2004, p. 36). Tal afirmação coloca a concepção de Modelagem Matemática da autora mais próxima das outras concepções, que tratam do despertar interesse e/ou a motivação do aluno em aprender Matemática através de um ensino contextualizado.

A seguir, apresentamos a concepção de Modelagem Matemática de Barbosa.

2.2.3 Concepção de Modelagem Matemática de Barbosa

Barbosa (2001) apresenta a concepção de que a Modelagem Matemática se trata de um ambiente de aprendizagem, em que se busca oportunizar

momentos de reflexão a respeito de situações da realidade por meio da Matemática e refletir sobre “os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea” (BARBOSA, 2001, p. 4).

Nessa concepção de Modelagem Matemática, Barbosa apoia-se em Skovsmose (2000) para definir o ambiente de aprendizagem como sendo as condições que estimulam os alunos a desenvolverem determinadas atividades. Se tratando de Modelagem Matemática, o ambiente está associado a investigação e problematização, que se articulam no desenvolvimento e no envolvimento dos alunos na atividade proposta e na busca por selecionar, organizar e manipular informações e refletir sobre uma determinada situação e/ou tema.

Barbosa (2004) sinaliza que na literatura estão presentes algumas experiências com Modelagem Matemática, as quais possuem variações na extensão das tarefas que cabem ao professor e ao aluno. Com base nisso, ele apresenta diferentes maneiras de se trabalhar com a Modelagem Matemática, as quais ele denomina como caso 1, caso 2 e caso 3.

No *caso 1* de Barbosa, um problema é apresentado pelo professor de antemão aos alunos, juntamente com os dados devidamente coletados, cabendo aos alunos a tarefa de investigar sem a necessidade de coletar novas informações.

No *caso 2* de Barbosa, o problema também é apresentado pelo professor, porém cabe aos alunos a tarefa de coletar dados para o desenvolvimento da atividade. Nesse caso, os estudantes passam a ter maior responsabilidade sobre a condução do trabalho.

No *caso 3* de Barbosa, são tratados de projetos a partir de temas que não são necessariamente matemáticos, escolhidos pelo professor e alunos. Nesse caso, cabe aos estudantes formularem problemas, coletar dados e a resolução, tendo o professor como mediador.

Barbosa (2004) ressalta que a variação dos casos destaca o compartilhamento da responsabilidade entre o professor e os alunos sobre a condução e os processos inerentes da atividade de Modelagem Matemática proposta.

Nessa concepção de Modelagem Matemática, o autor não apresenta em detalhes etapas para o desenvolvimento de atividades. Para isso pode-se considerar as que são descritas na literatura (como as apresentadas neste capítulo), porém de maneira geral o autor apresenta um esquema para organizar como podem ser entendidas o que cabe ao professor e ao aluno nos seus três diferentes casos,

conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1 – Casos de Barbosa

Etapa	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor e aluno
Simplificação	Professor	Professor e aluno	Professor e aluno
Coleta de dados	Professor e aluno	Professor e aluno	Professor e aluno
Solução	Professor e aluno	Professor e aluno	Professor e aluno

Fonte: Barbosa (2004)

Além de oportunizar que os alunos indaguem diferentes situações por meio da Matemática, a concepção de Modelagem Matemática de Barbosa possui uma corrente denominada *sociocrítica*, na qual existe a possibilidade de questionar a realidade vivida por meio de atividades de Modelagem Matemática e potencializar a reflexão sobre a Matemática e seu significado social (BARBOSA, 2001).

A seguir, apresentamos a concepção de Modelagem Matemática de Almeida, Silva e Vertuan.

2.2.4 Concepção de Modelagem Matemática de Almeida, Silva e Vertuan

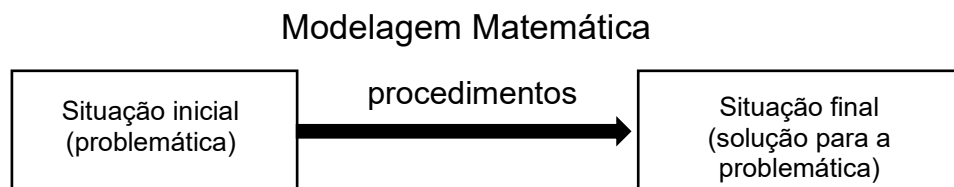
Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 9) concebem que a “Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. Para esses autores,

[...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final. Nesse sentido, relações entre realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados), servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou reproduzidos e integrados. A essa situação inicial problemática chamamos situação problema; à situação final desejada associamos uma representação matemática, um modelo matemático (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

Tal descrição é ilustrada na Figura 2. Vale ressaltar que, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), o termo “problema” é tratado como uma situação em

que o sujeito não conheça previamente procedimentos para uma possível solução.

Figura 2 – Ilustração do processo da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012)

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), no contexto da Modelagem Matemática, uma atividade objetiva-se em propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos³. A atividade parte de uma situação-problema, que deve possibilitar abarcar o cotidiano ou relacionar aspectos externos à Matemática e “caracteriza-se por um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15). Desse modo, de acordo com esses autores, uma atividade de Modelagem Matemática envolve as seguintes fases (etapas) que são necessárias para sua configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema: *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados* e *validação*.

A *inteiração* é a etapa em que se tem o primeiro contato com a situação-problema, a fim de tomar conhecimento sobre suas características e especificidades, cercando-se de informações por meio de coleta de dados.

A *matematização* é a etapa de transformar a situação inicial, que está em linguagem natural, para a linguagem matemática e evidenciar o problema matemático a ser resolvido.

A *resolução* é a etapa que consiste em construir um modelo matemático que descreva a situação e permita realizar análises para responder às perguntas formuladas na situação-problema.

A *interpretação de resultados e validação* é a etapa que envolve um processo avaliativo, para validar a representação Matemática que foi associada à

³ “[...] um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

situação-problema. Nessa etapa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, visa desenvolver nos alunos a “capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.16).

Com a explanação que apresentamos nesta seção e nas seções anteriores, sobre diferentes concepções de Modelagem Matemática, fica evidente que essa tendência em Educação Matemática também sugere, mesmo que implicitamente, que algumas ações devem ser empregadas pelos docentes e pelos discentes para que uma atividade desse tipo ocorra como tal. Na seção seguinte, apresentamos o modo como interpretamos as concepções de Modelagem Matemática do ponto de vista de elencar ações que são gerais e predominantes em suas prescrições.

2.2.5 As concepções de Modelagem Matemática e as prescrições de ações

A partir de nossa interpretação do exposto nas seções anteriores, foi possível elencarmos algumas ações que o professor e/ou o aluno potencialmente empregam em atividades de Modelagem Matemática.

De maneira geral, interpretamos que as concepções prescrevem, implicitamente, as seguintes ações inerentes ao professor no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: *mediar* o conhecimento matemático e os alunos; *pesquisar*, quando a abordagem escolhida for a de apresentar uma situação-problema sem consultar os alunos, como no caso 1 de Barbosa; *questionar, perguntar e/ou indagar*, que pode ocorrer nos processos de validação dos modelos nas próprias mediações, ao passo que o diálogo é construído no decorrer das atividades; *explicar* conceitos matemáticos e/ou aspectos referentes ao tema ou situação-problema a ser investigada.

Com relação aos alunos, interpretamos que as concepções prescrevem, implicitamente, as seguintes ações no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: *pesquisar*, quando a atividade exige uma coleta de dados ou quando é necessário buscar por novas informações; *perguntar*, que de praxe o aluno faz em qualquer um dos momentos da atividade e em diferentes níveis; *explicar* suas conclusões e maneiras de resolução nos processos que exigem validação de modelos e resultados.

Essas ações descritas nos dois parágrafos anteriores são insuficientes para descrever os mais diversos cenários em que uma atividade de Modelagem Matemática pode ser desenvolvida. Elas estão elencadas a partir de um olhar para o que seria o “macro” das ações e que, dependendo do contexto, serão complementadas com as mais diversas ações e microações de professores e alunos em um ambiente em que esteja sendo desenvolvida uma atividade Modelagem Matemática a depender do que ela exigir.

Porém, como o foco dessa pesquisa foi analisar ações docentes e discentes em aulas em que o contexto é a Modelagem Matemática, é pertinente ter elucidado como consideramos, elencamos e categorizamos ações no contexto dessa pesquisa.

No capítulo seguinte apresentamos os percursos metodológicos da nossa investigação.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos aspectos referentes à natureza qualitativa da nossa pesquisa e informações sobre nossos procedimentos metodológicos e à Análise de Conteúdo adotada.

3.1 A PESQUISA QUALITATIVA

De maneira geral, uma pesquisa qualitativa é uma “investigação sistemática que busca uma melhor compreensão de um dado problema” (ALVEZ-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2001, p. 149), exigindo dos pesquisadores que adotam uma abordagem dessa natureza, “preocupação com o rigor com que pretendem conduzir sua investigação” (ALVEZ-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2001, p. 171).

Flick (2009) atribui a relevância da pesquisa qualitativa ao estudo das relações sociais, considerando uma pluralidade das esferas de vida, as quais exigem sensibilidade para o estudo empírico de suas questões. O autor argumenta que, conforme apontado por pós-modernistas, chegou-se ao fim da era das grandes narrativas e teorias, e que agora elas precisam ser limitadas em termos locais, temporais e situacionais (FLICK, 2009). Os aspectos essenciais da pesquisa qualitativa,

[...] consistem na escolha adequada de métodos e teorias convenientes; no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos (FLICK, 2009, p. 23).

As tarefas empregadas em uma pesquisa qualitativa são, acima de tudo, em textos. Tal material emerge de acordo com os métodos de coleta de informações, como entrevistas e observações que, ao ser transcrito, produz dados que são transformados em textos. Os métodos de interpretação partem dos textos e o “processo de pesquisa qualitativa pode ser representado da teoria ao texto e do texto de volta à teoria” (FLICK, 2009, p.14).

Existe uma relação entre a pesquisa qualitativa e a análise de textos, como transcrições e notas de campo, considerando características específicas dos

casos investigados, as pessoas e seu contexto. No caso dessa investigação, empreendemos uma pesquisa dessa natureza com um olhar para as ações de uma docente e ações de discentes no contexto específico das aulas em que todos participavam.

Na pesquisa qualitativa, torna-se parte do processo a subjetividade do pesquisador. Suas reflexões e impressões a respeito do objeto investigado, acabam por se tornar parte dos dados, na medida em que são construídas interpretações e documentados em diários de pesquisa (FLICK, 2009). Foi se não, de nossa subjetividade interpretar as ações realizadas pelos participantes da pesquisa, com embasamento teórico e metodológico e construir as categorias e subcategorias de ação que apresentamos no capítulo seguinte.

A pesquisa qualitativa não se embasa em conceitos teóricos e metodológicos únicos, visto que existe uma variedade de abordagens possíveis, emergentes das diferentes linhas na própria história do desenvolvimento da pesquisa qualitativa (FLICK, 2009). Não é possível definir separadamente todo o processo investigativo de uma pesquisa qualitativa, ela é determinada pela articulação de todas as suas etapas. Além disso, Flick (2009) sinaliza que a pesquisa qualitativa permite que suas questões sejam reformuladas e aperfeiçoadas no decorrer do seu desenvolvimento.

Como está mais bem descrito nas seções seguintes, nossa investigação ocorreu, principalmente, sobre um material gravado em áudio e vídeo. Para Flick (2009), analisar vídeos pode ampliar a capacidade de abordagens qualitativas, pois permite observar repetidas vezes uma situação. Além disso, as gravações das aulas e o próprio processo de transcrição das falas dos participantes já passaram a contribuir para nossa reflexão sobre as informações e os dados que foram analisados.

Nesse sentido, empregamos os procedimentos da Análise de Conteúdo de Bardin (2016), por se tratar de um método bastante utilizado para análises em pesquisas qualitativas, conforme discorreremos na próxima seção.

3.2 A ANÁLISE DE CONTEÚDO

De acordo com Bardin (2016), a análise de conteúdo organiza-se em torno de três polos cronológicos: a pré-análise; a exploração do material; e o

tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Apresentamos cada um desses três polos cronológicos em subitens, com o intuito de melhor organizar as ideias a respeito de como cada um deles está relacionado com nossa investigação.

Polo cronológico I – a pré-análise: aqui são desenvolvidas atividades que permitem uma organização e exploração sistemática inicial dos documentos que serão analisados com mais profundidade posteriormente (BARDIN, 2016). Conforme descrito pela autora, essas atividades são denominadas como: a leitura flutuante; a escolha dos documentos; a formulação das hipóteses e dos objetivos; a referenciação dos índices e a elaboração de indicadores; e a preparação do material.

A leitura flutuante é uma atividade que “consiste em estabelecer contato com os documentos a analisar e conhecer o texto, deixando-se invadir por impressões e orientações” (BARDIN, 2016, p. 124). Esse processo permite que a leitura se torne pouco a pouco mais precisa, devido a hipóteses emergentes e da adoção de teorias sobre o material. No caso dessa pesquisa, a leitura flutuante foi empregada nas transcrições das gravações das aulas de Modelagem Matemática, o que nos permitiu estabelecer qual parte de todo esse material seria de fato escolhido para realização de nossas análises, que é, justamente, a próxima atividade da pré-análise, a escolha dos documentos.

Segundo Bardin (2016), a escolha de documentos pode tanto ser determinada *a priori*, quanto pode ocorrer a partir de um objetivo ou problema predeterminado, tornando mais conveniente a escolha de determinados documentos que sejam suscetíveis de fornecerem informações a respeito do que foi levantado. Nessa proposta de pesquisa, os documentos selecionados para constituir o *corpus*⁴ da investigação foram as transcrições das gravações das aulas remotas de Modelagem Matemática.

Vale ressaltar as principais regras que Bardin (2016) apresenta para a constituição de um *corpus*: a regra da exaustividade, que garante que nenhum elemento do *corpus*, que atenda aos critérios estabelecidos, seja deixado de fora do plano de análise; a regra da representatividade, que permite analisar uma amostra do *corpus*, que seja significativamente representativa do material todo, podendo generalizar os resultados obtidos; a regra da homogeneidade, para que todo o *corpus* obedeça critérios específicos de escolha na sua constituição, sem que haja

⁴ “O *corpus* é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (BARDIN, 2016, p. 124).

singularidades à parte; e a regra da pertinência, que irá garantir que os documentos sejam adequados para servirem como fonte de informação e corresponder com o objetivo da investigação (BARDIN, 2016).

O próximo movimento trata-se da formulação de hipóteses e dos objetivos. Segundo Bardin (2016, p. 126), a hipótese é uma “afirmação provisória que nos propomos verificar (confirmar ou infirmar), recorrendo aos procedimentos de análise” e o objetivo é a “finalidade geral a que nos propomos (ou que é fornecida por uma instância exterior), o quadro teórico e/ou pragmático, no qual os resultados obtidos serão utilizados” (BARDIN, 2016, p. 126).

A referenciação dos índices e a elaboração de indicadores, trata de uma organização sistemática dos documentos com base nas hipóteses, que auxilia na menção explícita de um determinado tema que, potencialmente, esteja destacado no *corpus* (BARDIN, 2016). Isso possibilita que o pesquisador apresente elementos que podem aparecer com maior frequência e busque entender, nas análises, a razão por trás disso. No caso de nossa investigação, elaboramos indicadores a partir das ações docentes e discentes que se repetem no decorrer das aulas remotas e analisá-las com maior profundidade posteriormente.

Por fim, se obtém a preparação do material. Trata-se de preparar todo material reunido para ser analisado de maneira formal (BARDIN, 2016). É possível enumerar elementos do *corpus* e agrupar materiais semelhantes, o que pode facilitar o processo analítico. Nesse sentido, organizamos o material da seguinte organização: todas as aulas gravadas foram baixadas e salvas em uma pasta específica para elas; as aulas escolhidas foram transcritas e salvas em um arquivo diferente salvo no formato Word.doc; os nomes dos arquivos foram relacionados pela data. Por exemplo, na gravação em que o arquivo foi salvo com o nome “Aula de Modelagem do dia 09-04-2021”, sua transcrição foi salva com o nome “Transcrição da aula de Modelagem do dia 09-04-2021”. Além disso, todo esse material foi armazenado em uma plataforma *on-line* de armazenamento de dados, para garantir melhor segurança para a pesquisa.

Polo cronológico II – a exploração do material: segundo Bardin (2016, p. 129), “se as diferentes operações da pré-análise forem convenientemente concluídas, a fase de análise propriamente dita não é mais do que a aplicação sistemática das decisões tomadas”. Ainda, segundo a autora, é nessa fase que se empenham as tarefas de codificar, enumerar, decompor e categorizar seguindo

critérios e regras formuladas, que são mais bem explicitados na seção seguinte, que diz respeito ao tratamento dos resultados obtidos e à interpretação, juntamente com a relação que eles terão nessa pesquisa.

Polo cronológico III – tratamento dos resultados obtidos e interpretação: do processo analítico e tendo em vista o objetivo da pesquisa, é finalmente possível para quem está analisando o *corpus*, apresentar suas considerações a respeito do material coletado na investigação que foi desenvolvida e seus resultados. Segundo Bardin (2016),

O analista, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos – ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas (BARDIN, 2016, p. 129).

Nesta pesquisa, para conseguir realizar tais interpretações e inferências, categorizamos as ações docentes e discentes em aulas remotas de Modelagem Matemática. Para isso, seguimos os critérios apresentados por Bardin (2016), no que diz respeito ao processo de categorização. Segundo a autora, “classificar elementos em categorias impõe a investigação do que cada um deles tem em comum com outros. O que vai permitir o seu agrupamento é a parte comum existente entre eles” (BARDIN, 2016, p. 146).

No capítulo seguinte apresentamos como constituímos os dados e o contexto que se deu nossa investigação.

4 APRESENTAÇÃO DAS ANÁLISES DOS DADOS

Nesse capítulo descrevemos as aulas que analisamos, as atividades propostas pela professora aos alunos e as categorias e subcategorias das ações da docente e dos discentes que elencamos.

4.1 A CONSTITUIÇÃO DOS DADOS E O CONTEXTO DA PESQUISA

Os dados desta pesquisa foram coletados no decorrer do ano letivo de 2021 durante aulas de uma disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática, de um curso de Licenciatura em Matemática em uma universidade estadual do Paraná. Esta disciplina fazia parte da grade curricular do quarto ano do curso e contou com o total de 5 alunos⁵ e a professora regente.

Devido ao cenário pandêmico que teve início no ano de 2020, e se estendeu para 2021, o curso passou a funcionar na forma de Ensino Remoto Emergencial (ERE)⁶ e as aulas dessa disciplina ocorreram em duas modalidades diferentes durante o ano: síncronas (12 aulas) e assíncronas (7 aulas). Nas aulas síncronas, a professora utilizou a plataforma *Google Meet* para se reunir com alunos e nas aulas assíncronas, utilizou ferramentas como *e-mail*, *WhatsApp* e o *Google Sala de Aula*, por onde ela também postava atividades, textos e tarefas para os alunos.

As aulas síncronas foram todas gravadas pelo pesquisador, que foi autorizado pelos participantes da pesquisa a utilizar todo o material para analisar e divulgar nessa investigação, os quais também estiveram cientes da garantia de anonimato em quaisquer divulgações da pesquisa.

No Quadro 2, a seguir, organizamos as 19 aulas (primeira coluna) de acordo com sua modalidade síncrona ou assíncrona (segunda coluna), a data da aula (terceira coluna) e o tipo da aula (quarta coluna). No caso das aulas síncronas, está entre parênteses o tempo de duração da aula, as datas são referentes aos dias síncronos ou aos dias que as atividades assíncronas seriam consideradas. Já o tipo

⁵ A quantidade relativamente pequena de alunos da disciplina se deu ao fato de que o curso em questão passava por uma transição de sua grade curricular, o que possibilitou que alunos dessa turma cursarem a disciplina em questão no ano anterior.

⁶ O Ensino Remoto Presencial foi instaurado para suprir necessidades educacionais durante a Pandemia da Covid-19 e autorizado pela Portaria n. 343/2020, que decretou a substituição de aulas presenciais por aulas ministradas, utilizando outros meios de comunicação com o intuito de ajudar no controle da disseminação do vírus.

de aula foi organizado como *teórica*⁷, *tarefa*⁸, *discussão de tarefa desenvolvida fora da aula*⁹ e *prática durante a aula*¹⁰.

Quadro 2 – Informações sobre as aulas

Aula	Modalidade	Data	Tipo
Aula 1	Síncrona (63 min)	09/04/2022	Teórica
Aula 2	Assíncrona	16/04/2022	Tarefa
Aula 3	Assíncrona	23/04/2022	Tarefa
Aula 4	Assíncrona	30/04/2022	Tarefa
Aula 5	Síncrona (62 min)	07/05/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 6	Assíncrona	14/05/2022	Tarefa
Aula 7	Síncrona (67 min)	21/05/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 8	Assíncrona	28/05/2022	Tarefa
Aula 9	Síncrona (66 min)	11/06/2022	Teórica
Aula 10	Assíncrona	09/07/2022	Tarefa
Aula 11	Síncrona (57 min)	23/07/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 12	Síncrona (83 min)	06/08/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 13	Síncrona (65 min)	20/08/2022	Teórica
Aula 14	Síncrona (72min)	10/09/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 15	Síncrona (57 min)	24/09/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 16	Síncrona (54 min)	08/10/2022	Prática durante a aula
Aula 17	Assíncrona	22/10/2022	Tarefa
Aula 18	Síncrona (70 min)	12/11/2022	Teórica
Aula 19	Síncrona (62 min)	03/12/2022	Prática durante a aula

Fonte: o autor

Para atingir nosso objetivo escolhemos a Aula 16 e a Aula 19, pois foram as únicas em que de fato ocorreu o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.

⁷ Aulas que o objetivo era discutir textos e teorias sobre Modelagem Matemática.

⁸ Tarefas que eram solicitadas para contabilizar aulas dos momentos assíncronos, que envolviam leituras de textos, elaboração de resenhas e responder a questionários.

⁹ Aulas de discussão sobre as tarefas solicitadas para serem feitas nos momentos assíncronos.

¹⁰ Desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática pelos alunos, durante a aula na modalidade síncrona.

Para coletar, organizar e analisar os dados realizamos as seguintes tarefas:

- Observar todas as aulas síncronas durante o ano que foram realizadas via *Google Meet*;
- Arquivar as gravações das aulas síncronas;
- Elegendo quais aulas seriam analisadas, foi feita a transcrição das falas e reassistidas as aulas por meio da gravação de vídeo;
- Com as transcrições, juntamente com a observação feita nas aulas síncronas e assistindo suas gravações, empreendemos o processo de análise.

Vale ressaltar que, como as aulas síncronas eram realizadas via *Google Meet*, foi possível visualizar os estudantes ou docente na tela apenas quando eles falavam algo captado por seus microfones, além do fato de cada um estar em suas residências. Ou seja, existiu uma certa limitação de observar todos ao mesmo tempo.

Do nosso movimento analítico foi possível organizar as aulas em diferentes momentos: o momento i, referente às considerações iniciais da aula e cumprimentos; o momento ii, referente à introdução e explicação por parte da professora sobre atividade a ser desenvolvida pela turma durante a aula; o momento iii, referente ao desenvolvimento da atividade pelos estudantes, após a problematização inicial feita pela professora; o momento iv, referente às considerações finais sobre a atividade desenvolvida, em que foram apresentados e discutidos aspectos do processo de resolução; e o momento v, referente à finalização da aula e despedidas.

Por meio das transcrições e pela gravação da aula, foi possível elencar categorias e subcategorias para descrever as ações docentes e discentes nos diferentes momentos da Aula 16 e da Aula 19, que serão apresentadas nas seções seguintes.

As atividades desenvolvidas na Aula 16 e na Aula 19 estão enunciadas nos Anexos A e B, respectivamente.

A próxima seção se refere às atividades e aos momentos da Aula 16 e da Aula 19.

4.2 AS ATIVIDADES E OS MOMENTOS DA AULA 16 E DA AULA 19

Na Aula 16, a professora propôs uma atividade de Modelagem Matemática para ser desenvolvida pelos alunos. A atividade foi intitulada como “De que tamanho vai ficar?” e consistia em realizar uma projeção da medida (em nanômetros) que um componente eletrônico, chamado de *transistor*, teria no ano de 2022.

Para tanto, a professora apresentou um quadro com medidas que alguns modelos de transistores tinham entre os anos de 1971 e 2016, e fez uma breve contextualização sobre esse componente e sua utilização, conforme consta no Anexo A. Após ter introduzido o tema, a professora lançou a seguinte pergunta: *tendo em vista a diminuição do tamanho dos transistores observada no decorrer dos anos, qual pode ser o tamanho do transistor no ano de 2022 se considerarmos o Quadro 1¹¹ como referência de progressão?*

A partir da pergunta, os alunos começaram a discutir e desenvolver atividades na tentativa de respondê-la. A professora continuou na aula, porém como observadora, e sinalizou que estaria disponível para atendê-los caso precisem.

Na Aula 19, a atividade de Modelagem Matemática foi intitulada como “Tem calça de que tamanho?”, e consistia em elaborar um modelo para determinar qual seria o tamanho da calça de uma mulher, dado o tamanho do seu quadril.

A professora iniciou levantando a seguinte pergunta: “*O que é levado em consideração para a confecção de uma calça para que as pessoas possam comprá-la mediante a um número?*” e, após a problematização inicial lança a seguinte questão a ser respondida: “*Conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número da sua calça jeans?*”. A professora não projetou nenhum enunciado para os alunos, apenas verbalizou as perguntas, porém, no Anexo B, contém um breve relato da introdução da aula elaborado pelos estudantes.

Foi possível dividir a Aula 16 e Aula 19 em cinco momentos diferentes: i, ii, iii, iv e v. O momento i é referente às considerações iniciais da aula e cumprimentos; o momento ii é referente à introdução e explicação por parte da professora, sobre atividade a ser desenvolvida pela turma durante a aula; o momento iii é referente ao desenvolvimento da atividade pelos estudantes após a problemática inicial feita pela professora; o momento iv é referente às considerações finais sobre a atividade desenvolvida em que são apresentados e discutidos aspectos do processo

¹¹ O Quadro 1 enunciado aqui, é referente ao quadro presente no Anexo A, utilizado na Aula 16 pela professora.

de resolução; e o momento v é referente à finalização da aula e despedidas.

No Quadro 3, está organizado o tempo decorrido de cada um dos cinco momentos da Aula 16 e da Aula 19.

Quadro 3 – Distribuição do tempo por momentos das aulas 16 e 19

Momentos	Tempo na Aula 16	Tempo na Aula 19
i	20 segundos	31 segundos
ii	8 minutos	7 minutos
iii	30 minutos	29 minutos
iv	14 minutos	8 minutos
v	40 segundos	8 minutos
Total	54 minutos	62 minutos

Fonte: o autor

Na Aula 16 os momentos i e v, que são referentes aos cumprimentos iniciais e finais da aula, respectivamente, representam um pequeno fragmento das aulas como um todo, sendo 20 segundos decorridos no momento i e 40 segundos no momento v.

Os momentos ii, iii e iv são referentes ao desenvolvimento da atividade. A proposição da tarefa e explicação dos elementos necessários para a sua realização foi feita exclusivamente pela professora no momento ii, que levou 8 minutos da aula. Já o desenvolvimento da atividade, que contou com discussões e trabalho em grupo entre todos os cinco alunos matriculados na disciplina e que estavam presentes (A1, A2, A3, A4 e A5), aconteceu no momento iii, que durou 30 minutos da aula, sendo o momento com maior quantidade de tempo entre os demais. As considerações finais a respeito da atividade desenvolvida, das discussões e do trabalho em grupo, foram feitas no momento iv, que teve duração de 14 minutos.

Na Aula 19 os momentos i e v são referentes aos cumprimentos iniciais e finais da aula, respectivamente. O momento i ocorreu em 31 segundos. Já o momento v da Aula 19, diferente do momento v da Aula 16, foi mais longo e durou 8 minutos. e eis a explicação: a Aula 19 foi a aula final da disciplina (Quadro 2), então as despedidas acabaram por se estender com os agradecimentos e narrativas sobre o futuro dos alunos como professores, pois todos estavam concluindo a graduação.

Os momentos ii, iii e iv são referentes ao desenvolvimento da atividade. A proposição da tarefa e explicação dos elementos necessários para a sua realização foi feita, exclusivamente, pela professora no momento ii, que levou 7

minutos da aula. Já o desenvolvimento da atividade, que contou com discussões e trabalho em grupo entre todos os cinco alunos matriculados na disciplina e que estavam presentes (A1, A2, A3, A4 e A5), aconteceu no momento iii, que durou 29 minutos da aula, sendo o momento mais longo entre os demais. As considerações finais a respeito da atividade desenvolvida, das discussões e do trabalho em grupo, foram feitas no momento iii, que teve duração de 8 minutos.

De todos os momentos descritos da Aula 16 e da Aula 19, por meio da observação direta das aulas e da transcrição da gravação, foi possível categorizar ações docentes e ações discentes, e elencar subcategorias para essas ações. Como nosso foco está nas ações durante a resolução e o desenvolvimento da atividade, faz sentido que nossas categorias sejam referentes, exclusivamente, aos momentos ii, iii e iv de ambas as aulas.

A seguir apresentamos as categorias e subcategorias das ações docentes e discentes que encontramos.

4.3 AS CATEGORIAS DE AÇÃO DOCENTE E DISCENTE DA AULA 16 E DA AULA 19

No que diz respeito às ações docentes, conseguimos elencar três categorias gerais na Aula 16 e na Aula 19: Perguntar(Doc); Explicar(Doc) e Outras ações(Doc), que estão apresentadas no Quadro 4 a seguir.

Quadro 4 – Categorias de ação docente

Categorias da ação docente	Descrição
Perguntar(Doc)	Perguntas, questionamentos e/ou indagações direcionadas aos estudantes no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade.
Explicar(Doc)	Descrever o tema da aula e da atividade; elucidar termos, processos e/ou conceitos.

Fonte: o autor

A categoria Perguntar(Doc) é referente a *perguntas*, questionamentos e/ou indagações direcionadas aos estudantes no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade. As *perguntas* mais pontuais eram do tipo que exigiam respostas de “sim” ou “não”, como quando a professora *pergunta* se eles entenderam algo que ela acaba de explicar, se a estão ouvindo etc. Já no desenvolvimento da atividade, as *perguntas* feitas pela professora tinham um tom de indagação e questionamento, que serviam para provocar os alunos a refletirem a respeito das

tarefas que estavam empenhando. Ela os questionou a respeito da maneira que eles utilizaram os dados referentes ao tamanho dos transistores para os auxiliarem a elaborar suas projeções, os questionou para validar a maneira que construíram uma função racional e em como o intervalo poderia ser válido para a realidade daquela situação, além de questionar possíveis outras maneiras de resolução, e como aquela atividade se caracterizava como sendo de Modelagem Matemática.

A categoria Explicar(Doc) é referente às falas da professora, utilizadas para descrever o tema da aula e da atividade, elucidar termos, processos e/ou conceitos. Tais falas perpassam os diferentes momentos da aula. A professora *explicou* o tema da atividade, como ela deseja que os alunos a desenvolvam e o que é um transistor (objeto de estudo da atividade da Aula 16). Além disso, a professora realizou demais *explicações* pontuais no decorrer da aula: ela *explicou* a definição de uma função racional, quando os alunos estavam elaborando gráficos para tentar representar o tamanho do transistor; *explicou* o conceito de assíntota vertical e horizontal em gráfico de funções; *explicou* seu ponto de vista sobre como as tecnologias vão se desenvolvendo rápido no decorrer dos anos; *explicou* como a atividade se caracteriza como sendo de Modelagem Matemática; e *explicou* o que os alunos podem fazer para além daquela aula.

No que diz respeito às ações discentes, conseguimos elencar três categorias gerais na Aula 16 e na Aula 19: Perguntar(Dis); Explicar(Dis) e Outras ações(Dis), que estão apresentadas no Quadro 5.

Quadro 5 – Categorias de ação discente

Categorias da ação discente	Descrição
Perguntar(Dis)	Perguntas, questionamentos e/ou indagações direcionadas à professora ou aos demais colegas no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade.
Explicar(Dis)	Descrever seu raciocínio, articulando ideias e argumentando com outros colegas e/ou a professora no desenvolvimento da atividade.

Fonte: o autor

A categoria Perguntar(Dis) trata de perguntas, questionamentos e/ou indagações direcionadas à professora ou aos demais colegas no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade. Desde o início do momento iii, em que eles estavam decidindo por usar o *software* GeoGebra, questionamentos que emergiram para a decisão de como usar os dados da tabela que continha as medidas do tamanho dos

transistores e *perguntas* para confirmar se todos estavam sempre de acordo e compreendendo o que estava aparecendo na tela compartilhada por A1. As *perguntas* realizadas pelos alunos ocorreram no diálogo estabelecido entre eles na realização da tarefa.

A categoria Explicar(Dis), diz respeito ao discente descrever seu raciocínio, articulando ideias e argumentando com outros colegas e/ou a professora no desenvolvimento da atividade, porém, ao contrário da professora, eles não explicaram o conteúdo da aula em si, eles *explicaram* sobre o seu conhecimento e ponto de vista. Em alguns momentos as discussões exigiam que algum aluno *explicasse* ao outro como utilizar determinada ferramenta no *GeoGebra*, *explicasse* sobre a razão de um determinado tipo de função poder ser mais adequado para representar a tendência de decrescimento na medida dos transistores, o que acabou por envolver tentativas de *explicações* de conceitos matemáticos e de como utilizar as variáveis a favor da tarefa.

Tanto as categorias de ação docente quanto as discentes possuem subcategorias que as complementam nos diferentes momentos (ii, iii e iv) da Aula 16 e da Aula 19. Nas seções seguintes apresentamos e discorremos a respeito das subcategorias que elencamos.

Estão presentes também nas seções sobre as subcategorias de ação alguns trechos de falas da docente ou de algum discente, os quais são codificados pela docente ou discente que fez a fala, o tempo da aula que essa fala foi retirada e se é referente à Aula 16 ou à Aula 19, por exemplo, o código [A1-03'54'-A16] é referente à fala do Aluno1, aos três minutos e cinquenta e quatro segundos da Aula 16. Quando se tratar da docente, a letra "D" estará no início do código, no lugar de "A1", como mostrado no exemplo.

Iniciamos apresentando as subcategorias das ações docentes no momento ii da Aula 16 e da Aula 19.

4.4 SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DOCENTES NO MOMENTO II DAS AULAS 16 E 19

No momento ii da Aula 16 e da Aula 19, identificamos duas subcategorias para a categoria Perguntar(Doc) (PDOC1 e PDOC2), e duas subcategorias para a categoria Explicar(Doc) (EDOC1 e EDOC2), que estão descritas no Quadro 6.

Quadro 6 – Subcategorias de ação docente do momento ii das aulas

Categoria	Subcategoria
Perguntar(Doc)	PDOC1: Perguntar enunciando e contextualizando a atividade
	PDOC2: Perguntar instigando modos de resolver
Explicar(Doc)	EDOC1: Explicar para contextualizar o tema
	EDOC2: Explicar para direcionar o início da atividade

Fonte: o autor

A subcategoria PDOC1 faz referência às perguntas feitas pela docente, em que ela enunciou e contextualizou as atividades a serem resolvidas pelos discentes nas aulas. Vejam as falas a seguir retiradas do *corpus*.

Gente, eu gostaria de começar fazendo uma pergunta. Vocês conhecem ou já ouviram falar sobre transistores? [D-03'54'-A16]

Tendo a gente então entendido um pouquinho sobre como isso vem acontecendo, a situação aqui, a minha pergunta para vocês é: qual pode ser o tamanho do transistor no ano de 2022, se considerarmos o Quadro 1 como referência dessa progressão? [D-5'32'-A16]

O ato da docente questionar se os alunos tinham conhecimento a respeito do objeto de estudo da atividade que viria ser enunciada a seguir, de certa forma, introduz e prepara os alunos para o que estaria por vir, possibilitando que eles já possam participar da discussão e pensar sobre a tarefa antes mesmo dela iniciar de fato.

Na sequência a docente apresentou um quadro, o qual ela referencia no trecho mostrado anteriormente, que continha o tamanho (em nanômetros) de transistores e como eles foram diminuindo no decorrer dos anos, conforme o Quadro 7.

Quadro 7 – Dados apresentados pela docente na Aula 16

Processador	Ano	Tamanho do transistor (em nanômetros)
Intel 4004	1971	15
Intel 8088	1979	3
Intel 80486	1989	1
Pentium 60 MHz	1993	0,8
Pentium 100 MHz	1994	0,6
Pentium 166 MHz	1995	0,4
Pentium 166 MHzx	1997	0,35
Pentium III 350	1998	0,25
Intel Celeron 366	1999	0,22
Cyrix 3	2000	0,15

Pentium III Tualatin	2001	0,13
Pentium IV	2005	0,07
Core	2010	0,03
Core i x	2016	0,022

Fonte: dados da pesquisa

Com base nisso, ela empreendeu a ação que desencadeou o início do desenvolvimento da atividade. Ela questionou os alunos se era possível determinar o tamanho que um transistor potencialmente teria no ano de 2022, realizando uma projeção a partir dos dados apresentados. A partir disso os alunos assumiram a tarefa de resolver o problema. Ou seja, essas perguntas foram introdutórias e norteadoras para os alunos.

Do mesmo modo, na Aula 19 a professora questionou os alunos sobre como seria possível determinar o tamanho de uma calça jeans para uma pessoa:

Então eu queria que vocês me ajudassem. Como é que a gente descobre o tamanho de uma calça jeans? [D-00'52"-A19]

E complementou lançando algumas perguntas, apresentando aos alunos um problema a ser resolvido:

Como que surgiram os números das calças? É baseado em quê? Como que é feita a modelagem, agora aplicada, concordam que agora é uma modelagem aplicada? [D-01'06"-A19]

Observe que nesse caso o problema foi apresentado pela composição de três perguntas, sem um enunciado formal e do tipo fechado como o da atividade do transistor (Aula 16). Na sua fala, a docente introduziu um problema buscando nortear para uma atividade a ser resolvida: descobrir como saber o tamanho de uma calça jeans para uma pessoa.

Nas ações enquadradas subcategoria PDOC2, a professora proferiu perguntas que possuíam o conteúdo mais diretivo para quais caminhos os alunos poderiam seguir e resolver a atividade. Veja a transcrição das falas da professora:

Pensando naquele quadro lá de progressão que os pesquisadores estão cada vez mais diminuindo o tamanho do transistor, eu quero saber qual vai ser a medida no ano que vem, se eles continuarem nessa linha, tudo bem? [D-05'49"-A16]

Dado esse problema, é necessário que a gente colete dados, concordam? [D-10'54"-A19]

Será que as calças jeans são modeladas por meio do tamanho do quadril e do tamanho da cintura? Será que tem os dois? Será que precisa de um só? O que é necessário para fazer? Qual é a ideia disso? [D-08'21"-A19]

Se vocês pesquisarem na internet agora, será que existe uma tabela que apresenta dados sobre tamanho do quadril e número de calça? [D-12'15"-A19]

O que é levado em consideração no meio hoje, na parte científica de numeração de calça, que faz com que a gente compre calça com um número que parece não fazer menor sentido na minha cabeça? [D-07'21"-A19]

Observe que as perguntas estavam direcionando ainda mais para a resolução. Parece que a docente estava tentando auxiliar os estudantes por meio das perguntas, porém com um tom de indagação, sem impor o que deveria ser feito, ou o que seria melhor e mais adequado.

A subcategoria de ação docente EDOC1 diz respeito a explicar para contextualizar o tema da atividade, seja termos ou objetos que se mostraram necessários.

Transistor é um componente eletrônico semicondutor, responsável pelo controle do fluxo de energia, os elétrons, nos processadores eletrônicos. [D-01'29"-A16]

No trecho anterior, a docente explicou aos alunos do que se tratava um transistor (principal objeto estudado na Aula 16), algumas características e funcionalidades.

Na sequência, a docente seguiu expondo algumas características, porém com uma contextualização complementar a respeito do objeto. A docente também fez menção ao quadro (Quadro 7) com os tamanhos dos transistores ao preferir sua explicação.

Ele foi inventado na década de 1950, devido à necessidade de substituir a válvula eletrônica e que fosse um componente mais barato, menor e consumisse menos energia que as válvulas. [D-02'56"-A16]

Para conseguir chegar a uma velocidade cada vez maior, as indústrias estão em busca de transistores cada vez menores, conforme expostos nesse quadro. [D-03'26"-A16]

De maneira semelhante, na Aula 19 ela também realizou explicações

contextualizando o tema, explicitando alguns pontos sobre como calças jeans podem ser personalizadas.

Calça jeans trinta e oito, trinta e quatro, trinta e seis, quarenta, quarenta e dois, quarenta e quatro, quarenta e seis, quarenta e oito, cinquenta... [D-03'04"-A19]

Hoje em dia é possível encontrar pessoas que costumam fazer roupas, como costureiros, visando um ajuste ideal para a peça às medidas de seu corpo. [D-03'43"-A19]

Observe que nas falas da docente existe um teor explicativo, com um intuito de diversificar a contextualização da atividade por meio de apontamentos que parecem ser um “algo a mais” ou uma “curiosidade” sobre o tema, ao salientar que costureiros confeccionam roupas para diferentes tipos de corpos. Essa informação pode não parecer uma novidade ou reveladora em alguns contextos de sala de aula, mas o que estamos destacando é o ato da docente de contextualizar, explicando algo além do que é a proposta da atividade em si.

A subcategoria EDOC2 trata da ação de explicar para direcionar o início da atividade.

Vocês podem usar qualquer ferramenta. Se precisarem de Geogebra, se precisarem de Excel, o que vocês quiserem, mas eu gostaria que vocês tentassem responder a essa pergunta. [D-06'22"-A16]

Então assim, dado o problema, faz-se necessário coletar informações que possibilitem sua resolução. Seja de modo empírico, como perguntando aqui para vocês qual é o tamanho do quadril de vocês e a gente poderia separar entre masculino e feminino. [D-11'44"-A19]

Com essa ação a docente direcionou ao uso de ferramentas específicas para serem utilizadas no desenvolvimento da atividade, como o *software* GeoGebra e o Excel, além de estratégias metodológicas, como quando ela sugeriu separar a numeração das calças em masculino e feminino e coletar dados (via internet, cada um nas suas respectivas casas). Vale ressaltar que a docente mostrou com essa ação apenas possibilidades, não exigindo em momento algum que os alunos as acatassem.

A seguir apresentamos as subcategorias das ações discentes, no momento ii da Aula 16 e da Aula 19.

4.5 SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DISCENTES NO MOMENTO II DAS AULAS 16 E 19

No momento ii da Aula 16 e da Aula 19 identificamos uma subcategoria para a categoria Perguntar(Dis) (PDIS1) e uma subcategoria para a categoria Explicar(Dis) (EDIS1), que estão descritas no Quadro 8.

Quadro 8 – Subcategorias de ação discente do momento ii das aulas

Categoria	Subcategoria
Perguntar(Dis)	PDIS1: Perguntar, complementando a explicação da docente na apresentação do tema da atividade.
Explicar(Dis)	EDIS1: Explicar a respeito de algum conhecimento que os alunos possuem sobre o tema no momento da apresentação da docente.

Fonte: o autor

A subcategoria da ação discente PDIS1 faz referência ao ato do aluno perguntar, complementando a explicação da docente enquanto ela está apresentando o tema da atividade.

Por que de dois em dois? Por que não tem uma calça trinta e nove? Porque assim, a quarenta não dá, a quarenta e dois fica coisa demais. Cadê a quarenta e um? [A1-03'11"-A19]

Nesse trecho da fala de A1, ele levantou várias questões enquanto a professora estava explicando a respeito das numerações de calças jeans, complementando a exposição do tema e contribuindo para as primeiras reflexões sobre os elementos que foram abordados. A1 questionou os padrões e levantou brevemente a hipótese de uma numeração com intervalo diferente do usual.

A subcategoria de ação discente EDIS1, refere-se a explicações a respeito de algum conhecimento que os alunos possuíam sobre o tema no momento da apresentação da docente. Veja a explicação que A4 apresentou sobre Transistores, quando a professora perguntou se alguém conhecia o objeto.

É um componente eletrônico. Existem vários tipos de transistores. Tipo assim, é "sim" ou "não", dependendo a voltagem aplicada nele, ele vai transferir um sinal, a energia, ou não. Tipo, ele é "sim" ou "não". [A4-00'42"-A16]

A4 sabia que um Transistor era um componente eletrônico e da existência de vários modelos. A4 ainda tentou explicar seu funcionamento a partir do

que ele conhecia, dizendo que ele funciona como “sim” e “não”, provavelmente se referindo a uma base binária.

Já A1, na Aula 19, tentou complementar as falas da apresentação da professora a respeito de numeração de roupas.

Tem umas que eu uso P, umas que eu uso M. Tem umas que é P que vai quase no joelho. Tem umas que é P que nem entra direito. Só que eles falam que tem o infantil, o “não sei” o que “ah esse é um P vegano, que é um P maior”, “ah esse é um P diferente”. [A1-02'14”-A19]

A1 ainda ironizou a diversidade dos tamanhos das roupas, quando disse “ah esse é um P vegano”, provavelmente na tentativa de explicar as variações de um tipo de roupa para outro, atestando que as numerações até seguem um padrão, porém o tamanho em si sofre alterações, isso a partir da sua experiência.

A seguir apresentamos as subcategorias das ações docentes no momento iii da Aula 16 e da Aula 19.

4.6 SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DOCENTES NO MOMENTO III DAS AULAS 16 E 19

No momento iii da Aula 16 e da Aula 19 identificamos uma subcategoria para a categoria Perguntar(Doc) (PDOC3), e duas subcategorias para a categoria Explicar(Doc) (EDOC3 e EDOC4), que estão descritas no Quadro 9.

Quadro 9 – Subcategorias de ação docente do momento iii das aulas

Categoria	Subcategoria
Perguntar (Doc)	PDOC3: Perguntar, provocativamente, aos alunos durante a resolução da atividade.
Explicar (Doc)	EDOC3: Explicar algo referente ao tema durante a resolução da atividade.
	EDOC4: Explicar algo referente a algum conteúdo matemático específico durante a resolução da atividade.

Fonte: o autor

A subcategoria de ação docente PDOC3 caracteriza-se pelo ato da docente perguntar, provocativamente, aos alunos durante a resolução da atividade. Provocar no sentido de desafiá-los a irem além do que estão empreendendo, a refletirem mais e os incitar a fazerem novas observações. Veja os seguintes trechos de transcrições das falas da docente:

Então talvez a parte racional ali, a parte negativa a gente não ia

precisar usar, não é? Será que a gente precisa usar a racional [função] se a gente vai trabalhar só com a parte positiva? Com a parte do x e do y positiva. [D-22'20"-A16]

Esses pontos parecem que tipo de função? Que cara de função que parece? [D-23'03"-A16]

Qual o domínio disso? Qual imagem disso? [D-34'24"-A16]

Com essas perguntas a professora estava questionando aos alunos sobre o comportamento dos pontos que eles plotaram no GeoGebra. Tais questionamentos direcionaram os estudantes para uma reflexão de qual função Matemática melhor se adequaria aos pontos plotados, ao passo que também os questionava sobre conceitos específicos, como o de domínio e imagem da função. Os pontos plotados no gráfico estavam relacionando o ano com o tamanho do transistor, conforme os dados Quadro 7.

De fato, os alunos acataram a sugestão da professora em usar o *software* GeoGebra para a atividade, porém ela ainda fez questão de perguntar se eles usariam alguma outra ferramenta e se fariam diferente, podendo levá-los a refletir sobre alternativas e a aplicabilidade do problema em outro contexto.

A minha pergunta foi se fariam diferente. Fariam em um outro programa? Tentariam uma outra função? [D-37'31"-A16]

Como que a gente poderia, então, encontrar o melhor modelo, não gostaria de falar isso, mas a pergunta seria então: conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número de sua calça jeans? [D-17'54"-A19]

Como que a gente poderia fazer essa relação para descobrir um número? Que relação a gente pode fazer disso, para descobrir esse número? [D-18'12"-A19]

Então vamos lá, como que vocês começam? O que vocês vão levantar? [D-23'10"-A19]

Então como a gente poderia organizar isso, organizar os dados, organizar essas informações, de modo que A3 entrasse nas nossas estatísticas? [D-33'36"-A19]

A subcategoria de ação docente EDOC3 é sobre explicar algo referente ao tema da atividade durante a resolução. Veja os dois trechos a seguir, em que a professora discorreu a respeito de algumas informações sobre numerações de roupas e partes do corpo.

Por exemplo, a gente pode ver isso, tanto para o feminino quanto para o masculino. Então, por isso que as numerações... numerações não, os tamanhos das calças, tanto feminina e masculina, são diferentes os tamanhos. Se vocês pegarem a cintura e a parte do quadril da calça masculina e feminina, são diferentes. Não são a mesma modelação. [D-08'52''-A19]

Então, escolher a calça jeans feminina, por exemplo, remete por sua vez à discussão de que parte do corpo é determinante para definir a numeração dessa calça, e por sua vez, essa discussão do corpo humano é o quadril, como o A2 levantou, é exatamente o quadril que é o responsável pela numeração do corpo, das calças para o corpo humano, no caso feminino que a gente está pensando aqui. [D-09'24''-A19]

Observe nos trechos anteriores que a docente explicou aos discentes a respeito do tema da atividade, complementando com mais detalhes que poderiam agregar para o desenvolvimento da tarefa como um todo. Ela salientou que o tamanho de uma parte do corpo específica, o quadril, pode ser o que determina qual numeração da calça uma pessoa deverá usar. Porém, as explicações também se mostram em caráter diretivo e não como uma imposição da professora para que os alunos sigam exatamente o que ela diz ser o correto.

Além disso, a docente realizou algumas explicações referentes a algum conteúdo e/ou conceito matemático específico durante a resolução da atividade que se mostrou necessário, que é o caso da subcategoria de ação discente EDOC4.

Sim, a função racional é aquela que a gente trabalha com a divisão, como aquela que você colocou ali, um sobre x. [D-22'00''-A16]

Por que na matemática, se a gente for ver, ela vai ter assíntota no eixo x, mas a gente pode chegar muito, muito, muito perto, mas será que, até quando que a gente pode parar? [D-34'15''-A16]

Mesmo que brevemente, a professora interferiu explicando que uma função racional é do tipo que está descrita em forma de fração, pois essa dúvida surgiu no decorrer da resolução da atividade. Além disso, a docente realizou uma observação a respeito de assíntotas horizontais da função, que delimita a aproximação da função no gráfico à medida que ela decresce, como no caso do tamanho dos transistores em relação aos anos decorridos. Como mostra o Quadro 7, conforme os anos se passam o tamanho desse componente eletrônico tende a diminuir.

Cabe ressaltar que o motivo de não terem ocorrido mais explicações e discussões a respeito de conteúdos matemáticos, se dê ao fato de os alunos serem do último ano de um curso de licenciatura em Matemática e possuírem certo conhecimento e domínio dos conceitos necessários para o desenvolvimento da atividade.

A seguir apresentamos as subcategorias das ações discentes no momento iii da Aula 16 e da Aula 19.

4.7 SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DISCENTES NO MOMENTO III DAS AULAS 16 E 19

No momento iii da Aula 16 e da Aula 19, identificamos duas subcategorias para a categoria Perguntar(Dis) (PDIS2 e PDIS3), e uma subcategoria para a categoria Explicar(DIS) (EDIS2), que estão descritas no Quadro 10.

Quadro 10 – Subcategorias de ação discentes do momento iii das aulas

Categoria	Subcategoria
Perguntar(Dis)	PDIS2: Perguntar de discente para discente como resolver a atividade, tomar decisão e/ou direcionamento.
	PDIS3: Perguntar para professora algo que posso contribuir na resolução da atividade.
Explicar(Dis)	EDIS2: Quando um discente tenta explicar aos colegas um raciocínio para contribuir com a resolução da atividade.

Fonte: o autor

A subcategoria de ação discente PDIS2, é referente às perguntas que os alunos fazem uns aos outros de como resolver a atividade, tomar decisão e/ou direcionamentos. Veja algumas perguntas feitas por eles.

A gente pode montar um gráfico? Para ver a curva de decrescimento dos tamanhos. Não é? [A4-09'06"-A16]

Por que assim, na Modelagem a gente não tem que pesquisar dados reais? [A5-29'46"-A16]

Tá, mas a professora não pediu para gente pesquisar nada, só usar a tabela, não foi? [A3-30'16"-A16]

Será que para o ano que vem isso não pode diminuir ainda mais? [A5-32'16"-A16]

Como a atividade não possuía um método de resolução *a priori* e ela deveria ser resolvida por todos, foi necessário perguntas como as apresentadas para

que os alunos pudessem iniciar o desenvolvimento. Na atividade da Aula 16, A1 sugeriu, por meio de perguntas, a elaboração de um gráfico para que fosse possível verificar o decréscimo no tamanho dos transistores. A5 questionou sobre terem que pesquisar dados reais, instigando os demais a buscarem novas informações, e logo foi rebatido por outro questionamento de A3, que enfatizou o fato de a professora não ter exigido nada, pois ela havia apresentado uma tabela (Quadro 7) com os tamanhos de transistores já conhecidos.

Outros diálogos aconteceram com perguntas semelhantes na Aula 19, no desenvolvimento da atividade sobre a numeração de calças jeans.

Será que esse “dois” não tem a ver com o número da calça, que vai variando de dois em dois? [A2-24'15"-A19]

Mas e se quarenta e dois ficasse bem largo para ela? [A1-44'43"-A19]

A3 levantou a questão sobre o intervalo das numerações das calças terem alguma relação com o tamanho, uma vez que calças de adultos são vendidas pelos tamanhos descritos como 32, 34, 36, 38, 42, 44 e assim por diante. Assim também fez A1, ao observar que o tamanho “42” poderia ser grande para um caso hipotético que eles estavam analisando, desencadeando mais discussões. Perguntas como essas, alocadas nessa subcategoria, se mostraram relevantes na constituição do diálogo e da discussão entre os estudantes no decorrer do desenvolvimento da atividade, o que foi bem característico desse momento das aulas.

Além disso, os discentes fizeram algumas perguntas para a professora, porém mais pontuais para contribuir na resolução da atividade, que são as ações identificadas na subcategoria PDIS3.

Como é que deixa mais casas decimais no Geogebra? [A1-32'27"-A16]

Professora, você falou em validar a função? Como a gente faria isso? [A4-33'34"-A16]

Professora, você pode escrever a pergunta no chat? [A1-22'15"-A19]

Os alunos, decididos em usar o *software* GeoGebra para esboçar a função, pediram auxílio à professora e perguntaram como usar alguns de seus recursos e ferramentas. Além disso, questionaram a professora de como validar a função, além de fazerem pedidos mais simples, como escrever algo na caixa de

diálogo da plataforma do *Google Meet* para que eles pudessem ler.

A subcategoria de ação discente EDIS2 é referente a quando um discente tenta explicar aos colegas um raciocínio para contribuir com a resolução da atividade.

O ano, primeiro ano, eles dão em 1971. O segundo ano em 1979 e assim por diante... não tem um padrão que eles pegaram, como se fosse de dez em dez anos. [A1-10'15"-A16]

Então tipo assim, para colocar em uma escala primeiramente os anos... porque assim, se a gente fosse colocar em uma função, os anos seriam x e a coisa¹² o y , certo? [A1-10'36"-A16]

Que nem ali, deu zero vírgula um. Se a gente usar, usando a anterior, ela vai estar sempre caindo a metade do tamanho. [A4-28'55"-A16]

Isso era ali na produção do “slip dragon oitocentos cinquenta e cinco”¹³ da Galcon, quer dizer que já tem um novo que vai ser lançado no Xiaomi onze, então quer dizer que é menor ainda. [A5-35'59"-A16]

Observe que nos trechos apresentados anteriormente, os discentes estão explicando como algo percebido por algum deles a respeito dos dados, como o padrão dos tamanhos dos transistores e o modo como as informações estão sendo utilizadas. Além disso, existem conhecimentos que os alunos poderiam possuir de antemão a respeito do tema, como A5, que explicou sobre alguns eletrônicos atuais que já possuem transistores menores do que os mostrados pela professora no quadro (Quadro 7).

Nos trechos a seguir estão outras explicações feitas pelos discentes na Aula 19.

Tem assim, calça feminina, o tamanho trinta e quatro, cintura trinta e cinco, o gancho da frente vinte, gancho atrás trinta e quatro, quadril quarenta e quatro, largura da barra dezoito, e comprimento cento e quatorze. Provavelmente em centímetros. [A1-13'48"-A19]

Que nem o número trinta e quatro, o quadril é de oitenta e seis a noventa. O trinta e seis, é de noventa a noventa e quatro. O trinta e oito é de noventa e quatro a noventa e oito, e assim vai indo. O tamanho quarenta e seis é de cento e dez a cento e quatorze. [A1-18'45"-A19]

Eu estou dando uma olhada nesses números aqui. Eu fui dividindo o quadril pelo número da calça para ver se tinha um padrão no negócio.

¹² A “coisa” é o Transistor.

¹³ Um modelo de componente eletrônico conhecido pelo aluno.

[A4-23'15"-A19]

Assim como na atividade da Aula 16, os discentes precisaram em alguns momentos explicar algo uns aos outros. A1 percebe que existe uma relação entre o tamanho de um quadril com a numeração da calça e explicou aos demais sua observação. A4 explicou que esteve dividindo o valor referente ao tamanho do quadril com o número da calça na tentativa de buscar alguma relação e padrão entre eles.

Estas subcategorias elencadas nessa seção revelam como o diálogo entre os estudantes no desenvolvimento da atividade se deu por meio de indagações, questionamentos e explicações. Esses diálogos foram significativos para o momento iii de ambas as aulas analisadas (Aula 16 e Aula 19).

A seguir apresentamos as subcategorias das ações docentes no momento iv da Aula 16 e da Aula 19.

4.8 SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DOCENTES NO MOMENTO IV DAS AULAS 16 E 19

No momento iv da Aula 16 e da Aula 19 identificamos uma subcategoria para a categoria Perguntar(Doc) (PDOC4), uma subcategoria para a categoria Explicar(Doc) (EDOC5), que estão descritas no Quadro 11.

Quadro 11 – Subcategorias de ação docente do momento iv das aulas

Categoria	Subcategoria
Perguntar (Doc)	PDOC4: Perguntas conclusivas e de validação ao final da resolução da atividade.
Explicar (Doc)	EDOC5: Explicações e comentários conclusivos sobre a atividade desenvolvida.

Fonte: o autor

A subcategoria de ação docente PDOC5 é referente às perguntas conclusivas e de validação ao final da resolução da atividade. Nesse momento, a professora procurou questionar aos alunos a respeito dos resultados e discussões que eles apresentaram, tanto na Aula 16 quanto na Aula 19. Veja os seguintes trechos de transcrições das falas da docente:

O que nós devemos fazer para validar essa exponencial que vocês acharam ali? [D-41'07"-A16]

Será que tem que mexer no coeficiente... no a, na base da exponencial? [D-41'15"-A16]

Será que a exponencial para dois mil e vinte dois, com os dados até dois mil e vinte que seja, são suficientes? [D-41'27"-A16]

Se a indústria for sua, o que você vai querer fazer? [D-43'27"-A16]

A parte matemática, o domínio, o que é o domínio, o que é imagem, como que a gente poderia trabalhar isso? [D-49'30"-A16]

Então, por mais que eles fossem fazer na mão, talvez uma aula de uma hora e quarenta minutos será que sairia um gráfico de exponencial? entende? [D-49'18"-A16]

Como que a gente poderia pensar escala? Qual é a ideia de escala? Vocês sabem o que é escala? Em geografia vocês já viram, em matemática também, mas vocês lembram como colocar nos eixos? [D-50'23"-A16]

A partir de uma função que os alunos tentaram modelar, para descrever o decaimento do tamanho dos transistores no decorrer dos anos, a professora os questionou sobre como seria possível validá-la, ou seja, ela os colocou para refletirem se a função de fato atendia a expectativa de projetar o tamanho de um transistor para o tamanho de 2022. Na sequência a professora fez outros questionamentos, abordando conceitos matemáticos, como sobre os coeficientes da função, domínio, imagem, comportamento exponencial e escala. Essa ação pôde desencadear para outras reflexões acerca da atividade e do problema como um todo, envolvendo também assuntos matemáticos.

A subcategoria de ação docente EDOC5 é referente a explicações e comentários conclusivos sobre a atividade desenvolvida. A professora utiliza dessas explicações para complementar as discussões finais sobre as atividades desenvolvidas. Veja alguns trechos de transcrições das falas da docente:

Mas assim “não entendi, professora, para os meus alunos da escola da educação básica não vai funcionar, porque eles não vão saber o que é transistor, não vão ter interesse nisso e tal”, ok. [D-48'45"-A16]

Mas a ideia é: problema, os dados, resolva. O primeiro caso, seria uma atividade introdutória de modelagem. [D-48'56"-A16]

Então assim, não que precisa ser esse contexto, mas só para dizer assim: com trinta minutos de aula vocês resolveram o problema do caso um e eu não falei nada. Vocês que foram pesquisar, que foram plotar. [D-49'35"-A16]

A minha ideia era que vocês entendam o trabalho: aqui nós temos o problema, aqui nós temos os dados, aqui nós temos a informação para

resolver esse problema. Podemos buscar fora, não podemos buscar fora. Como resolver isso? [D-52'43"-A16]

A professora fez explicações, tanto sobre a atividade desenvolvida como tentou também fazer observações a respeito do que foi trabalhado na aula, com a própria disciplina de Modelagem Matemática, na perspectiva de os alunos presentes estarem na condição de futuros professores. É provável que tais explicações serviram para ajudar os alunos a refletirem sobre a aplicabilidade de atividades desse tipo em aulas da Educação Básica, quando eles forem os docentes regentes no futuro.

A professora também realizou algumas observações, trazendo experiências suas com o tema, como está descrito nos trechos a seguir.

Em Curitiba, em um shopping, eu fui comprar um sutiã, eu tinha esquecido de levar, e eles mediram aqui para saber. [D-48'00"-A19]

Porque tem assim, quarenta A, quarenta B, quarenta C. Sutiã já está sendo dividido entre tamanhos. Então nessa loja, as vendedoras já ficam com uma fita métrica no pescoço. [D-48'08"-A19]

Quando você vai lá para fazer a compra, elas medem o seu busto para saber qual é o tamanho das suas costas para poder pegar o sutiã A, B ou C do modelo que você gostou. [D-48'32"-A19]

Visto a problemática de se determinar a numeração da calça de uma pessoa a partir da medida do seu quadril, surgiu a discussão de como é difícil padronizar esses tamanhos, considerando a diversidade de corpos das pessoas. A professora então explicou que já existem alguns casos de marcas e roupas que têm essa preocupação e confeccionam peças, como sutiãs, para atender uma variedade maior de medidas. Essa explicação se fez necessária, pois os alunos se mostraram incomodados em não conseguirem adequar diferentes medidas de quadril em limitados números de calças.

A seguir apresentamos as subcategorias das ações docentes no momento iv da Aula 16 e da Aula 19.

4.9 SUBCATEGORIAS DAS AÇÕES DISCENTES NO MOMENTO IV DAS AULAS 16 E 19

No momento iv da Aula 16 e da Aula 19 identificamos uma subcategoria para a categoria Perguntar(Dis) (PIS4), uma subcategoria para a categoria Explicar(Dis) (EDIS4), que estão descritas no Quadro 12.

Quadro 12 – Subcategorias de ação discente do momento iv das aulas

Categoria	Subcategoria
Perguntar(Dis)	PDIS4: Perguntas realizadas no momento de finalização da e sobre atividade.
Explicar(Dis)	EDIS3: Quando um discente explica a resolução e/ou a conclusão da atividade.

Fonte: o autor

A subcategoria de ação discente PDIS4 é referente às perguntas feitas pelos alunos no momento de finalização e conclusão da atividade desenvolvida. A seguir, em um trecho da fala de A3, ele questionou a professora, não a respeito da atividade em si, mas da atividade na perspectiva de aplicá-la em uma sala de aula.

É o que eu quero saber mesmo, não é crítica nem nada. É que as atividades de modelagem têm que estar inseridas no contexto dos alunos, não é? [A3-46'52"-A16]

Tal questionamento surgiu, pois A3 estava com dúvida se falar sobre transistores estaria relacionado ao contexto de alguns alunos. Porém, existem diferentes perspectivas de Modelagem Matemática e não há uma obrigatoriedade nisso. Todavia, a pergunta de A3 foi relevante frente ao que vinha sendo discutido na aula. Em contrapartida, uma outra discussão surgiu com A5 confrontando uma fala de A1, ao dizer que escolhia aparelhos celulares pesquisando na internet:

E você acredita só por que está na internet? Não é muito melhor você ter o conhecimento e você fazer sua análise? Então você acha que o conhecimento não é necessário? De você saber o que você está comprando? [A5-51'59"-A16]

Estes questionamentos de A5 para A1, surgiram justamente de uma discussão que emergiu dos momentos finais da atividade, quando todos estavam tentando justificar se a atividade era de Modelagem Matemática ou não.

Já nas falas seguintes, as perguntas foram mais diretas e feitas dos alunos para a professora.

Mas a gente tem que concluir, qual número ela vai usar? [A4-47'33"-A19]

Mas a gente vai ter de criar subclasse? Tipo, trinta e oito A, trinta e oito B, trinta e oito C? [A4-51'06"-A19]

Na aula 19, os alunos não conseguiram concluir a atividade antes do término da aula, então a professora os deixou refletirem e elaborarem um relatório posteriormente, apenas descrevendo o desenvolvimento da aula, por isso A3 a questionou se eles deveriam concluir qual número de calça que a pessoa da situação hipotética iria usar ou se apresentariam subclasses de numerações, conforme o exemplo dos sutiãs que a professora havia exposto anteriormente.

A subcategoria de ação discente EDIS3 é referente à quando algum discente explica a resolução e/ou a conclusão da atividade. Veja alguns trechos de transcrição das falas dos discentes:

Então assim, quanto melhor a tecnologia do transistor, menos energia vai gastar, mais desempenho vai ter. [A5-51'22"-A16]

Então para todo mundo é interessante isso, você só tem que mostrar esse lado. [A5-51'31"-A16]

Nesses dois trechos de transcrições das falas de A5, ele explicou, a partir de seu conhecimento, sobre transistores que quanto melhor a tecnologia ele tiver, menos energia irá consumir. Quando A5 disse que “para todo mundo é interessante isso”, está se referindo às perguntas que apresentamos no início dessa seção, em que outro discente estava questionando a respeito da atividade pertencer ao contexto dos alunos ou não. Gerou-se mais uma discussão sobre o objeto da atividade do que sobre a resolução em si.

Movidos pela insatisfação com não ser possível encaixar diferentes medidas de quadris nos números de calça, A1 fez as seguintes observações:

Porque noventa e oito dividido por dois e meio dá trinta e nove ponto dois. Que nem o A1 falou, eu seria trinta e oito ou quarenta, trinta e nove está entre os dois. [A3-50'38"-A19]

Porque aquela proporção que o A3 achou, se a gente dividir oitenta e oito por dois vírgula quarenta e quatro dá trinta e seis. Noventa e seis, por dois vírgula quatro dá quarenta exato. [A1-52'11"-A19]

Observe a tentativa de A1 em explicar que para ser mais adequado, teria que existir mais numerações de calças. O número oitenta e oito que A1 cita é referente à medida do quadril de um dos alunos que tinha uma fita métrica em casa e pôde se medir.

Na seção seguinte apresentamos uma síntese de todas as categorias

e subcategorias das ações docentes e discentes que descrevemos nas seções anteriores e trazemos outras observações.

4.10 UM QUADRO GERAL DAS AÇÕES DOCENTES E DISCENTES APRESENTADAS

Descritas todas as categorias e subcategorias das ações docentes e discentes que elencamos nas seções anteriores, é possível perceber que, mesmo as atividades sendo de temas diferentes, a estrutura da aula e ações da docente e as ações dos discentes não tiveram variações significativas nas diferentes aulas. O Quadro 13, a seguir, apresenta todas as categorias e subcategorias das ações docentes e discentes nos momentos das aulas que foram analisados.

Quadro 13 – Categorias e subcategorias das ações por momentos das aulas

Categoria de ação		Subcategoria	Momento da Aula 16 e da Aula 19
Docente	Perguntar(Doc)	PDOC1: Perguntar enunciando e contextualizando a atividade.	ii
		PDOC2: Perguntar instigando modos de resolver.	
		PDOC3: Perguntar, provocativamente, aos alunos durante a resolução da atividade.	iii
		PDOC4: Perguntas conclusivas e de validação ao final da resolução da atividade.	iv
	Explicar(Doc)	EDOC1: Explicar para contextualizar o tema.	ii
		EDOC2: Explicar para direcionar o início da atividade.	
		EDOC3: Explicar algo referente ao tema durante a resolução da atividade.	iii
		EDOC4: Explicar algo referente a algum conteúdo matemático específico durante a resolução da atividade.	
		EDOC5: Explicações e comentários conclusivos sobre a atividade desenvolvida.	iv
Discente	Perguntar(Dis)	PDIS1: Perguntar, complementando a explicação da docente na apresentação do tema da atividade.	ii
		PDIS2: Perguntar de discente para discente como resolver a atividade, tomar decisão e/ou direcionamento.	iii
		PDIS3: Perguntar para professora algo que posso contribuir na resolução da atividade.	
		PDIS4: Perguntas realizadas no momento de finalização da e sobre	iv

		atividade.	
	Explicar(Dis)	EDIS1: Explicar a respeito de algum conhecimento que os alunos possuem sobre o tema no momento da apresentação da docente.	ii
		EDIS2: Quando um discente tenta explicar aos colegas um raciocínio para contribuir com a resolução da atividade.	iii
		EDIS3: Quando um discente explica a resolução e/ou a conclusão da atividade.	iv

Fonte: o autor

No Capítulo 2 desta dissertação estão elencadas algumas ações prescritivas para o professor e/ou o aluno, que são potencialmente feitas em atividades de Modelagem Matemática.

Para a ação docente interpretamos que as concepções de Modelagem Matemática prescrevem as seguintes ações no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: *mediar* o conhecimento matemático e os alunos; *pesquisar*, quando a abordagem escolhida for a de apresentar uma situação-problema sem consultar os alunos, como no caso 1 de Barbosa; *questionar, perguntar e/ou indagar*, que pode ocorrer nos processos de validação dos modelos nas próprias mediações, ao passo que o diálogo é construído no decorrer da atividades; *explicar* conceitos matemáticos e/ou aspectos referentes ao tema ou situação-problema a ser investigada.

Essas ações docentes podem ser identificadas em nossas categorias de ação Perguntar(Doc) e Explicar(Doc) com as subcategorias PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDO4 e EDOC5, pois, como os dados revelam, a professora esteve nos diferentes momentos da aula, perguntando, questionando e indagando aos alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade, além de ter proferido explicações sobre os temas desenvolvidos, elucidado termos, conceitos e os direcionado para a resolução e validação dos resultados.

Com relação aos alunos, interpretamos que as concepções prescrevem as seguintes ações no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: *pesquisar*, quando a atividade exige uma coleta de dados ou quando é necessário buscar por novas informações; *perguntar*, que de praxe o aluno faz em qualquer um dos momentos da atividade e em diferentes níveis; *explicar* suas conclusões e maneiras de resolução nos processos que exigem validação de modelos

e resultados.

Essas ações discentes podem ser identificadas em nossas categorias de ação Perguntar(Dis) e Explicar(Dis) com as subcategorias PDIS1, PDIS2, PEDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2 e EDIS3, pois, como revelam os dados, os discentes realizaram perguntas, questionamentos e indagações, além de descreverem seus raciocínios, articulando ideias e argumentar com outras colegas e a professora no desenvolvimento da atividade.

Além disso, cabe destacar que as aulas ocorreram de maneira remota. Esse pode ter sido o principal motivo para que em ambas as aulas os alunos tenham seguido um “roteiro” na resolução das atividades. A realidade do Ensino Remoto Emergencial pode ter dificultado a possibilidade de emergirem novas categorias de ação, mesmo com a diferença no tema das atividades. A dinâmica das aulas se assemelha no comportamento da docente e dos discentes frente às tarefas. Perguntar (seja questionando ou indagando), e explicar (seja descrevendo ou argumentando). As variações ocorreram unicamente pelo fato de não ser a mesma atividade em ambas as aulas.

A seguir apresentamos as considerações finais a respeito da nossa investigação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi descrever ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática, realizadas durante aulas remotas de um curso de Licenciatura em Matemática, e a questão norteadora da investigação foi: quais categorias podem descrever as ações docentes e discentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, durante aulas remotas, em curso de Licenciatura em Matemática?

Para atingir tal objetivo e responder à questão de investigação, seguimos propostas teóricas e metodológicas do Programa de Pesquisa sobre a Ação Docente, Ação Discente e suas Conexões (PROAÇÃO).

Os dados dessa pesquisa foram coletados no decorrer do ano letivo de 2021, durante aulas de uma disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática, de um curso de Licenciatura em Matemática em uma universidade estadual do Paraná.

Do movimento analítico foi possível organizar as aulas em diferentes momentos: o momento i, referente às considerações iniciais da aula e cumprimentos; o momento ii, referente à introdução e explicação por parte da professora sobre atividade a ser desenvolvida pela turma durante a aula; o momento iii, referente ao desenvolvimento da atividade pelos estudantes, após a problemática inicial feita pela professora; o momento iv, referente às considerações finais sobre a atividade desenvolvida, em que são apresentados e discutidos aspectos do processo de resolução; e o momento v, referente à finalização da aula e despedidas.

Nos momentos ii, iii e iv, conseguimos elencar as seguintes categorias gerais de ação docente: Perguntar(Doc) e Explicar(Doc), que são complementadas por um conjunto de subcategorias (PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDO4 e EDOC5).

No que diz respeito aos discentes, conseguimos elencar as seguintes categorias gerais de ação: Perguntar(Dis); Explicar(Dis) e outras ações(Dis), que são complementadas por um conjunto de subcategorias (PDIS1, PDIS2, PEDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2 e EDIS3).

Os dados revelam que a professora esteve, nos diferentes momentos da aula, perguntando, questionando e indagando os alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade, além de ter proferido explicações sobre os temas

desenvolvidos, elucidado termos, conceitos e os direcionado para a resolução e validação dos resultados. Os discentes realizaram perguntas, questionamentos e indagações, além de descreverem seus raciocínios, articulando ideias, e argumentar com outras colegas e a professora no desenvolvimento da atividade.

Por mais que haja indícios entre o que é de certa forma prescrito a ser feito por professores e alunos em concepções de Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática com o exposto nas análises, ainda é prematuro inferir que essas ações são as que caracterizam aulas em que essa tendência seja adota.

Outra observação é sobre o momento histórico do contexto da pesquisa, a realidade de ensino remoto em que ocorreram as aulas não é o habitual em aplicações de atividades de Modelagem Matemática. Os próprios referenciais teóricos sobre a temática fazem referência à sala de aula como um ambiente físico, em que alunos e professores estão presentes, o que é diferente de quando cada um está em sua casa assistindo e participando da aula por meio de plataformas digitais. Mesmo que de maneira síncrona, podem existir limitações para que ações se diversifiquem.

Deixamos como sugestão analisar ações docentes e discentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na modalidade presencial e expandir o campo de pesquisa para os diferentes níveis da Educação Básica. Além disso, pode ser possível trazer uma análise sob uma perspectiva quantitativa, verificando os Indicadores de Eficiências Pedagógicas das aulas, como em Benício, Arruda e Passos (2020).

Essa dissertação se consolida como a primeira do grupo EDUCIM, a analisar as ações docentes e discentes em aulas do Ensino Superior no contexto do Ensino Remoto. Esperamos que ela possa trazer reflexões aos leitores e contribuir para o desenvolvimento de outras pesquisas, que se propõem a analisar ações de professores e alunos em aulas onde sejam abordados diferentes métodos para o ensino de Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. Contexto: São Paulo, 2012.
- ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. 2. ed. São Paulo. Pioneira Thomson Learning, 2001.
- ANDRADE, Edelaine Cristina de. **Um estudo das ações de professores de matemática em sala de aula**. 2016. 189 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.
- ARRUDA, Sergio de Mello. **Entre a inércia e a busca: reflexões sobre a formação em serviço de professores de Física do ensino médio**. 2001. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, 2001.
- ARRUDA, Sergio de Mello; PASSOS, Marinez Meneghello; BROIETTI, Fabiele Cristiane Dias. O Programa de Pesquisa sobre a Ação Docente, Ação Discente e suas Conexões (PROAÇÃO): fundamentos e abordagens metodológicas. **REPPE: Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino**, Cornélio Procópio, v. 5, n. 1, p. 215-246, 2021.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática: o que é? Por quê? Como? **Veritati**, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 24., 2001, Caxambu. Anais [...]. Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BASSANEZI, Carlos Rodney. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BENICIO, Marily Aparecida. **Um olhar sobre as ações discentes em sala de aula em um IFPR**. 2018. 300 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Londrina, 2018.
- BENICIO, Marily Aparecida; ARRUDA, Sergio de Mello; PASSOS, Marinez Meneghello. Um estudo quantitativo das conexões entre a ação docente e a ação discente em aulas de Matemática, Física e Química em um Instituto Federal do Paraná. **Contexto & Educação**, Ujuí, v. 35, n. 112, p. 456-477, 2020.
- BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática e implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática**. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BOURDIEU, Pierre. **Razones prácticas**: sobre la teoría de la acción. Barcelona: Editorial Anagrama, 1997.

BURAK, Dionísio. A formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com a modelagem matemática. **Pró-Mat/Paraná**, Curitiba, v. 1, p. 32-41, 1998.

BURAK, Dionísio. A modelagem matemática e a sala de aula. *In*: **ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA** – EPMEM, 1., 2004. Londrina. Anais [...]. Londrina: EPMEM, 2004.

COLEMAN, James Samuel. **Foundations of social theory**. Cambridge: Harvard University Press, 1994.

DIAS, Mariana Passos. **As ações de professores e alunos em salas de aula de matemática**: categorizações e possíveis conexões. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

DIAS, Mariana Passos. **Ações Docentes e Discentes em Aulas de Matemática no Ensino Fundamental**: uma abordagem a partir do campo da formação de professores. 2022. 221 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

HERMANN, Wellington; JUVANELLI, Caio; COQUEIRO, Valdete dos Santos. Panorama de publicações sobre modelagem matemática em quatro periódicos da área de ensino. **Research, Society and Development**, Vargem Grande Paulista, v. 9, n. 8, p. 1-26, 2020.

JUVANELLI, Caio; HERMANN, Wellington; COQUEIRO, Valdete dos Santos; PASSOS, Marinez Meneghello. Interpretações de características da Modelagem Matemática presentes na literatura a partir das dimensões da relação com o saber. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 14, n. 35, p. 1-24, 2021.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

LAHIRE, Bernard. **Homem plural**: os determinantes da ação. Petrópolis: Vozes, 2002.

PASSOS, Marinez Meneghello. **O professor de matemática e sua formação**: análise de três décadas da produção bibliográfica em periódicos na área de

Educação Matemática no Brasil. 2009. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2009.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

TARDIF, Maurice; LESSARD, Claude. **O trabalho docente**. Petrópolis: Vozes, 2008.

SCHÖN, Donald. Formar professores como profissionais reflexivos. *In*: NÓVOA, A. (org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 77-91.

WEBER, Max. **Economy and society**: an outline of interpretive sociology. Berkeley: University of California Press, 1978.

ANEXOS

ANEXO A

Atividade da Aula 16 (enunciado elaborado pela professora)

DE QUE TAMANHO VAI FICAR?

Processador	Ano	Tamanho do transmissor (em μm)
Intel 4004	1971	15
Intel 8088	1979	3
Intel 80486	1989	1
Pentium 60 MHz	1993	0,8
Pentium 100 MHz	1994	0,6
Pentium 166 MHz	1995	0,4
Pentium 166 MHz	1997	0,35
Pentium III 350	1998	0,25
Intel Celeron 366	1999	0,22
Cyrix 3	2000	0,15
Pentium III Tualatin	2001	0,13
Pentium IV	2005	0,07
Core	2010	0,03
Core i x	2016	0,022

Quadro1: Relação entre modelo de processador, ano de lançamento e tamanho do transistor. Fonte: adaptado de VERTUAN (2013)

Transistor ou transístor é um componente eletrônico semicondutor responsável pelo controle do fluxo de energia (elétrons) nos processadores eletrônicos. Foi inventado na década de 1950 devido a necessidade de substituir a válvula eletrônica e que fosse mais barato, mais pequeno e consumisse menos energia que as válvulas. Existem hoje diferentes tipos de transístores que estão presentes em um grande número de diferentes processadores. A velocidade de um processador depende em grande parte da quantidade de transístores que ele possui. Para conseguir chegar a uma velocidade cada vez maior, as indústrias estão em busca de transístores cada vez menores conforme exposto no quadro a seguir:

AS PESQUISAS CONTINUAM...

Segundo artigo da revista Exame publicado em julho de 2015, um grupo de cientistas desenvolveu um transístor tão pequeno que pode ser não apenas o menor modelo já criado, mas o menor modelo possível composto por uma única molécula. Pesquisadores dos Estados Unidos, Alemanha e Japão, utilizaram uma molécula de ftalocianina de cobre com uma dúzia de átomos de índio e um material de suporte de arsenieto de índio. Mas, antes de comemorar a conquista, e imaginar que ela dará origem a uma série de eletrônicos minúsculos, é preciso lembrar que

o experimento foi realizado em laboratório, no vácuo quase total e a uma temperatura pouco acima do zero absoluto. Ou seja, a tecnologia ainda levará um bom tempo para chegar às linhas de produção, isso se ela se demonstrar viável em outras condições. Tendo em vista a diminuição do tamanho dos transístores observada no decorrer dos anos, qual podeseer o tamanho do transístor no ano de 2022 se considerarmos o Quadro 1 como referência de progressão?

Referências:

SETTI, Elenice Josefa Kolancko. **Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio**: um trabalho interdisciplinar. 2017. 261 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

ANEXO B

Atividade da Aula 19 (enunciado elaborado pelos alunos)

Atividade: Tem calça de que tamanho?

A professora começou a atividade relatando sua experiência em comprar calças com elásticos para facilitar quando viesse vesti-las. Diante da discussão, foi levantado a pergunta: *“O que é levado em consideração para a confecção de uma calça para que as pessoas possam comprá-la mediante a um número?”*. Maurício respondeu que talvez o tamanho do quadril ou da cintura do indivíduo teria alguma relação. Após, a professora falou que o tamanho da calça masculina e o tamanho da calça feminina são diferentes. Tomando como exemplo a calça feminina, a professora explicou que de fato, o tamanho do quadril é o responsável pela medida para a confecção da mesma. Então, se a calça passar pelo quadril da mulher, mesmo ficando um pouco larga na cintura, é possível ajustar utilizando alguns acessórios como cintas ou fazer o uso de pences. Diante de tudo o que foi falado, a professora trouxe a questão a ser respondida: *“Conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número da sua calça jeans?”*.