



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

DOUGLAS BORDINHÃO DOS SANTOS

**SUPERDOTAÇÃO/ALTAS HABILIDADES E LÓGICA
CLÁSSICA:
ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

DOUGLAS BORDINHÃO DOS SANTOS

**SUPERDOTAÇÃO/ALTAS HABILIDADES E LÓGICA
CLÁSSICA:
ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Nível de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de mestre.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Márcia Fernandes
Tucci de Carvalho

Londrina
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Santos, Douglas Bordinhão dos.

Superdotação/Altas Habilidades e Lógica Clássica: algumas considerações para a educação básica / Douglas Bordinhão dos Santos. - Londrina, 2016.
71 f.

Orientador: Ana Márcia Fernandes Tucci de Carvalho.

Trabalho de Conclusão Final (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, 2016.
Inclui bibliografia.

1. Superdotação/Altas Habilidades - Tese. 2. Lógica Clássica - Tese. 3. Educação Básica - Tese. I. Carvalho, Ana Márcia Fernandes Tucci de. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

DOUGLAS BORDINHÃO DOS SANTOS

**SUPERDOTAÇÃO/ALTAS HABILIDADES E LÓGICA CLÁSSICA:
ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Nível de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de mestre.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Profa. Dra. Ana Márcia Fernandes
Tucci de Carvalho
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Ricardo Cezar Ferreira
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Sérgio Carrazedo Dantas
Universidade Estadual do Paraná – UEMESPAR

Londrina, 08 de dezembro de 2016.

SANTOS, Douglas Bordinhão dos. **Superdotação/altas habilidades e lógica clássica**: algumas considerações para a Educação Básica. 2016. 71 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

RESUMO

Este trabalho investiga o conceito de superdotação e algumas de suas possíveis correlações com a Lógica Clássica. Objetivamos analisar a percepção de cinco professores, que ministram aulas no Ensino Médio, na rede pública de ensino, em relação ao fenômeno da superdotação e à resolução de exercícios de Lógica Clássica. Os professores foram entrevistados por meio de um questionário e suas respostas foram analisadas à luz da pesquisa qualitativa. Constatou-se a falta de familiaridade dos professores à respeito do fenômeno da superdotação e a percepção de que os alunos superdotados conseguiriam resolver os exercícios de lógica clássica, à diferença dos alunos regulares.

Palavras-chave: Superdotação. Lógica clássica. Educação básica.

SANTOS, Douglas Bordinhão dos. **Gifted / high skills and classical logic: some considerations for basic education.** 2016. 71 p. Dissertation (Professional Master in Mathematics PROFMAT) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

ABSTRACT

This work investigates the concept of giftedness and some of its possible correlation with classical logic. We aimed to analyze the perception of five teachers who teach in high school in public schools, in relation to phenomenon of giftedness and resolution of classical logic exercises. The teachers were interviewed through a questionnaire and their responses were analyzed in the light of qualitative research. It was observed the lack of familiarity of the teachers regarding the phenomenon of giftedness and the perception that gifted students would be able to solve classic logic exercises, unlike the regular students.

Key words: Giftedness. Classic logic. Elementary education.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

A Deus, que pode ser conhecido com certeza pela luz natural da razão humana a partir das coisas criadas.

A meus pais, sem os quais nada poderia realizar.

A minha orientadora pelo prestativo apoio durante a elaboração desta dissertação.

A todos os meus amigos.

***“ ...May your fire burn in our hearts
And let the legend survive ”***

Never Forgotten Heroes - Rhapsody of Fire

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1.1 - CONJUNÇÃO “ $P \wedge Q$ ”	18
QUADRO 1.2 - DISJUNÇÃO “ $P \vee Q$ ”	19
QUADRO 1.3 - NEGAÇÃO DA PROPOSIÇÃO “ P ”	20
QUADRO 1.4 - CONDICIONAL “ $P \rightarrow Q$ ”	21
QUADRO 1.5 - BICONDICIONAL “ $P \leftrightarrow Q$ ”	22
QUADRO 1.6 - TABELA-VERDADE DE “ $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$ ”	23
QUADRO 1.7 - PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO	24
QUADRO 1.8 - PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO	24
QUADRO 1.9 - TABELA-VERDADE DA PROPOSIÇÃO “ $P \rightarrow \sim P$ ”	25
QUADRO 1.10 - TABELA-VERDADE DA SENTENÇA “ $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R)$ ”	27
QUADRO 1.11 - TABELA-VERDADE DA SENTENÇA “ $P \wedge Q \Rightarrow P$ ”	27
QUADRO 1.12 - TABELA-VERDADE DA SENTENÇA “ $(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow \sim(P \wedge \sim Q)$ ”	28
QUADRO 1.13 - TABELA-VERDADE DA SENTENÇA “ $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$ ”	28
QUADRO 1.14 - DEMONSTRAÇÃO DA SENTENÇA “ $(P \rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ ”	30
QUADRO 1.15 - TABELA-VERDADE DA SENTENÇA “ $\sim(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$ ”	31
QUADRO 1.16 - TABELA-VERDADE DA SENTENÇA “ $\sim(P \vee Q) \Leftrightarrow (\sim P \wedge \sim Q)$ ”	31
QUADRO 1.17 - DEMONSTRAÇÃO DA EQUIVALÊNCIA “ $P \wedge C \Leftrightarrow C$ ”	32
QUADRO 1.18 - MODELO PARA VALIDAÇÃO DE UM ARGUMENTO	36
QUADRO 1.19 - VALIDAÇÃO DO ARGUMENTO “ $(P \wedge Q) \rightarrow R \Leftrightarrow [P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$ ”	37
QUADRO 1.20 - VALIDAÇÃO DO ARGUMENTO “ $(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q \Rightarrow \sim P$ ”	38
QUADRO 1.21 - VALIDAÇÃO DO ARGUMENTO “ $P1: \sim P \rightarrow Q$ $P2: Q \rightarrow \sim R$, $P3: R \vee S$, $Q: \sim S \rightarrow P$ ”	39
QUADRO 4.1 - RESPOSTA À PRIMEIRA PERGUNTA	50
QUADRO 4.2 - RESPOSTA À SEGUNDA PERGUNTA	50
QUADRO 4.3 - RESPOSTA À TERCEIRA PERGUNTA	51
QUADRO 4.4 - RESPOSTA À QUARTA PERGUNTA	52
QUADRO 4.5 - TABELA-VERDADE DA SENTENÇA “ $P(P, Q, R) = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ ”	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AH/SD Altas Habilidades/Superdotação.

NAAH/S Núcleos de Atividade de Altas Habilidades/Superdotação.

NAGC National Association for Gifted Children.

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	11
1	LÓGICA MATEMÁTICA CLÁSSICA	16
1.1	PROPOSIÇÕES	16
1.2	CONJUNÇÃO	17
1.3	DISJUNÇÃO	19
1.4	NEGAÇÃO	20
1.5	CONDICIONAL	20
1.6	BICONDICIONAL	22
1.7	TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS	24
1.8	IMPLICAÇÃO LÓGICA E EQUIVALÊNCIA LÓGICA	26
1.9	QUANTIFICADORES	32
1.10	MÉTODO DEDUTIVO	34
1.10.1	Demonstração direta	37
1.10.2	Demonstração direta condicional	38
1.10.3	Demonstração indireta ou demonstração por absurdo	38
2	ASPECTOS GERAIS DAS AH/SD	40
2.1	TEORIA DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS E TEORIA DOS TRÊS ANÉIS ..	43
2.2	DENIFIÇÕES ATUAIS DE AH/SD e as NAAH/S	46
3	MÉTODO	48
3.1	PARTICIPANTES	48
3.2	INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS	48
3.3	RESULTADOS E DISCUSSÃO	49
3.4	PLANO DE AULA	58
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
	REFERÊNCIAS	66
	ANEXOS	
	ANEXO A	70
	ANEXO B	71

INTRODUÇÃO

O interesse em estudar a lógica clássica e o fenômeno da superdotação floresceram durante a minha graduação em Licenciatura em Matemática, ao constatar que esses dois tópicos eram subvalorizados no ensino da matemática: os axiomas e teoremas da lógica não foram ministrados durante o curso, o que provavelmente culminou em uma abordagem escassa dessa matéria em sala de aula, pelos futuros professores ali presentes, além de que não proporcionou o suporte necessário ao meu desejo em concorrer em concursos públicos nas áreas fiscais, nos quais exige-se o domínio do aparato teórico da lógica clássica. Também constatei junto aos colegas em sala de aula, a carência de informações dos professores a respeito do universo da superdotação, o que não correspondia à necessidade de atendimento diferenciado a esta parcela dos alunos.

Quando surgiu a oportunidade de dissertar sobre esses dois temas no curso do PROFMAT na Universidade Estadual de Londrina, recorri ao Regimento do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, que no artigo 21, estabelece:

O trabalho de conclusão de curso deverá ser apresentado no formato de uma dissertação, que verse sobre temas específicos pertinentes ao currículo de Matemática do Ensino Básico com impacto na prática didática em sala de aula (PROFMAT, 2016, p. 1)

Com base neste regimento, decidi estabelecer uma conexão entre os exercícios de lógica clássica e os alunos superdotados por meio da opinião de professores do ensino médio da rede pública, o que pode impactar a prática didática em sala de aula.

Para Bianchi (2007), promover uma aprendizagem em Matemática compreende fazer com que os alunos adquiram competências que incluam enfrentar coisas novas e dispor-se a mudança e a lógica pode ser ferramenta para isto.

Pode-se contribuir para a formação de um aluno crítico e criativo ao usarmos argumentações na sala de aula, não só de matemática como de todas as disciplinas. Quando o aluno participa de discussões e processos argumentativos, constrói novos sentidos, amplia seu mundo e transforma-se. O argumentar nunca se esgota, novas vivências originam novas perguntas, cujas respostas constituem novos domínios do conhecimento.

Assim, o que importa neste uso da Lógica no ensino não é o conteúdo, mas a perspectiva, a relação, o modo de ser. (BIANCHI, 2007, p. 200).

Segundo Werneck (2006), é exigido do aluno um estado de atividade para se concretizar a aprendizagem e a construção de conhecimento, sem que isso signifique ausência de ensino. Discorrendo sobre a exigência do estado de atividade por parte do aprendiz, a autora ressalta que se trata de atividade no sentido de atividade mental, que proporciona ao educando sair de si mesmo em busca de saber.

Esse fato já mostra a necessidade de conjugação de professores e instituições de ensino no intuito de proporcionar aos alunos com superdotação um ambiente propício para a aprendizagem, segundo suas necessidades intelectuais, emocionais e sociais.

Aristóteles, entre 300 e 400 antes de Cristo, assumiu o pioneirismo no desenvolvimento da Lógica ao iniciar um estudo sistêmico de formas legítimas de argumentação. (MACHADO; CUNHA, 2005). Segundo os autores,

Aristóteles pretendeu excluir do terreno da lógica sentenças que não fossem proposições e proposições que não fossem categóricas. Examinou com percuciência, como se pusesse uma lupa nas formas de argumentação, os argumentos formados por duas proposições admitidas inicialmente – as premissas – e uma outra proposição, que delas deveria decorrer – a conclusão. Partindo de tais formas básicas, examinou todas as maneiras possíveis de interconectar causas de consequências. (MACHADO; CUNHA, 2005, p.31).

As contribuições relevantes de Aristóteles para a lógica estão contidas no conjunto de obras conhecido como *Organon* e seus estudos estão inseridos no que se convencionou denominar de lógica clássica.

Na lógica aristotélica há a separação entre a forma e o conteúdo de uma argumentação. Somente é considerada a forma de articular as sentenças componentes de um argumento e não o conteúdo delas. Por exemplo, se considerarmos que **Todo homem é forte** e que **Darci é um homem**, logo, podemos concluir que **Darci é forte**, e tal conclusão depende apenas da forma da argumentação, da mesma forma caso disséssemos que **Todo a é b** e que **x é a**. Disso concluiríamos que **x é b**. (MACHADO; CUNHA, 2005, p. 15)

Segundo Gerônimo e Franco (2008), a lógica clássica repousa sobre três princípios fundamentais, a saber: princípio da identidade, que garante que uma proposição é igual a ela mesma, princípio da não-contradição, que assevera que

uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo, e o terceiro é o princípio do terceiro excluído, o qual afirma que uma proposição ou é verdadeira ou é falsa, não admitindo uma terceira alternativa. Para os autores, proposição, que veremos com mais profundidade no próximo capítulo, é uma sentença declarativa que é classificada como verdadeira ou falsa, não podendo ser ambas as coisas ao mesmo tempo.

Ao longo do desenvolvimento do pensamento matemático e científico desde Aristóteles, surgiram outras lógicas que ampliavam o alcance da lógica clássica ou abolia um ou mais princípios supracitados. Contudo, a lógica clássica é considerada o núcleo do que se convencionou de chamar de método dedutivo, que utiliza argumentos que a lógica estabelece e se caracteriza, segundo Gerônimo e Franco (2008, p. 12)

Aceitar algumas proposições fundamentais denominados axiomas; aceitar alguns conceitos denominados conceitos primitivos; demonstrar todas as outras proposições com base nos axiomas. Essas proposições são chamadas de lemas, propriedades, teoremas, corolários ou proposições; apresentar definições a partir dos axiomas, conceitos primitivos e outras proposições demonstradas; basear as demonstrações em afirmações anteriormente demonstradas ou em axiomas.

Após a abordagem sobre os fundamentos da lógica clássica, investigamos o fenômeno da superdotação/altas Habilidades (AH/SD), que tem chamado a atenção dos profissionais da educação em sala de aula desde as pesquisas de Helena Antipoff na década de 1930 sobre os alunos com potencial superior.

Alencar (1986), citado por Maia-Pinto e Fleith (2002), quando discorre sobre o crescente interesse nas últimas décadas com relação ao superdotado e às urgências de formação complementar de professores que valorizem a temática, ressalta:

Esse interesse é possivelmente fruto da consciência de que futuro de qualquer nação depende da qualidade e competência de seus profissionais, da extensão em que a excelência for cultivada e do grau em que condições favoráveis ao desenvolvimento do talento, sobretudo do talento intelectual, estiverem presentes desde os primeiros anos da infância. (p. 11)

Curiosamente, a demanda por indivíduos talentosos e criativos por partes das empresas e da sociedade contrasta com a falta de uma definição unânime entre os especialistas sobre as altas habilidades/superdotação (AH/SD).

A representação cultural dominante leva a pensar que o aluno com AH/SD é uma pessoa rara, que não precisa de nada, que se auto educa, que somente existe em classes privilegiadas, que só pode ser o aluno nota 10 da sala de aula e, principalmente, que não é um aluno com necessidades educacionais especiais (PEREZ; FREITAS, 2011).

Neste trabalho, investigamos o papel da escola tanto no processo de identificação dos alunos superdotados quanto no conteúdo transmitido que, a exemplo do que assinala Werneck (2006), não se constitui apenas da seleção e organização do conhecimento científico de modo a torná-lo adequado e acessível no desenvolvimento psicológico dos alunos, mas se apresenta como uma modalidade de saber com características próprias.

Investigamos também as definições de superdotação baseadas nos conceitos da Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner, e na Teoria dos Três Anéis de Superdotação do psicólogo educacional americano Joseph Renzulli, a qual se mostra bastante aceita atualmente (ALENCAR, 1994).

Com base nisso, apresentamos a professores de Ensino Médio da rede pública um questionário, no qual focamos a capacidade dos alunos superdotados em resolver duas questões de lógica clássica.

O objetivo do trabalho é mostrar a percepção de cinco professores do ensino médio da rede pública com relação ao conceito de superdotação e possíveis implicações à capacidade de resolução de exercícios de lógica matemática clássica.

Propomos três exercícios aplicáveis em sala de aula que podem ajudar os alunos regulares e com superdotação no processo de ensino de lógica clássica.

No primeiro capítulo, estudamos a lógica clássica desde a conceituação de preposições e de sentenças prepositivas até a abordagem de Tautologias, Contingências, Contradições e o Método Dedutivo. Questões mais complexas, como o cálculo de predicados, exceto introdução de Quantificadores, não foram abordados por fugir do objetivo do trabalho.

No segundo capítulo, apresentamos os aspectos gerais das altas habilidades/superdotação, em que analisamos o significado do conceito de superdotação e de alunos superdotados e as abordagens teóricas mais bem aceitas pela comunidade acadêmica.

Em seguida, discorreremos sobre o método da pesquisa e discutimos as respostas dadas pelos professores à luz do conhecimento científico que mostramos

no trabalho.

1 LÓGICA MATEMÁTICA CLÁSSICA

Neste capítulo usamos como referências os seguintes autores, cujas obras constam nas referências: Edgar de Alencar Filho (2002), João Roberto Gerônimo (2008), Valdeni Soliani Franco (2008), Gelson Iezzi (2004), Carlos Murakami (2004), Elon Lages Lima (2001), Paulo Cesar Pinto Carvalho (2001), Eduardo Wagner (2001), Augusto Cesar de Oliveira Morgado (2001), Marisa Ortegoza de Cunha (2005) e Nilson José Machado (2005).

1.1 PROPOSIÇÕES

A lógica matemática é constituída de proposições, que são sentenças declarativas de uma linguagem e podem ser classificadas como verdadeiras ou como falsas. Sentenças formam um conjunto de palavras ou símbolos de uma língua e expressam uma ideia. Nem sempre uma sentença também é uma proposição. Sentenças interrogativas, exclamativas e imperativas não são proposições porque não afirmam fatos ou exprimem juízo, quer dizer, não é possível dizer se são verdadeiras ou falsas. Portanto, são proposições:

- Por dois pontos passa uma única reta;
- A área de um retângulo é o produto da medida de sua base pela medida de sua altura;
- Ourinhos é uma cidade do Estado de São Paulo;
- A soma de dois números ímpares é um número ímpar.

Não são proposições:

- Onde está sua mãe?
- Que calor!
- Ela é uma professora;
- Feliz aniversário!

A lógica matemática clássica adota como princípios fundamentais os seguintes axiomas:

- Princípio da identidade: uma proposição é igual a ela mesma.
- Princípio da não-contradição: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- Princípio do terceiro excluído: uma proposição ou é verdadeira ou é falsa, e nunca uma terceira.

A propriedade fundamental de uma proposição ser verdadeira ou falsa é denominada valor lógico ou valor verdade da proposição. Os valores lógicos verdade e falso designam-se pelas letras V e F, respectivamente. Dessa forma, o que os princípios da não-contradição e do terceiro excluído afirmam é que:

- Toda a proposição tem um, e um só, dos valores: V, F.

As proposições podem ser classificadas em simples/atômicas, que são aquelas que não contêm nenhuma outra proposição como parte integrante, ou composto/moleculares, que são combinações de uma ou mais proposições. Em geral, denotamos uma proposição qualquer utilizando letras minúsculas como p, q e r. As letras maiúsculas P, Q e R serão usadas para representar proposições compostas. O valor lógico de uma proposição composta $P(p,q,\dots,r)$ depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes p,q,...,r, acrescidas frequentemente por cinco tipos diferentes de conectivos: “ e ” , “ ou ” , “ não ” , “ se.....então ” e “se, e somente se...”

As lógicas que estudam as formas de combinar proposições por meio dos conectivos no intuito de formar proposicionais mais complexas são denominadas de lógicas proposicionais. Será clássica ou bivalente a lógica proposicional que respeita os princípios da lógica clássica.

1.2 CONJUNÇÃO

Definição 1.1: Sejam p e q proposições, a conjunção das proposições p e q, denotada por $p \wedge q$ e ligadas pelo conectivo **e** é uma nova proposição que assume o valor lógico verdadeiro somente quando p e q forem verdadeiros simultaneamente.

Exemplos:

1.1 Sejam p : “ O universo é infinito” e q : “ O Brasil é um país”, então a proposição $p \wedge q$ corresponde à proposição “ O universo é infinito e o Brasil é um país”

1.2 Sejam p : “ 7 é um número primo” e q : “ 7 não é um número primo”, então a proposição $p \wedge q$ corresponde à proposição “7 é um número primo e 7 não é um número primo”

Há 4 possibilidades de valores lógicos para uma proposição composta por duas proposições, que são:

- p é verdadeira e q é verdadeira;
- p é verdadeira e q é falsa;
- p é falsa e q é verdadeira;
- p é falsa e q é falsa.

Com essas 4 possibilidades, podemos construir uma tabela, denominada de tabela-verdade, que contém todas as possibilidades de valores lógicos para a conjunção.

Definição 1.2. A tabela-verdade é uma tabela na qual figuram todas as possibilidades de valores lógicos das proposições simples componentes.

Dessa forma, tem-se:

Quadro 1.1 Conjunção $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

Considere a expressão: “João é magro e José é alto”. Ela só será verdadeira se as duas proposições componentes forem simultaneamente verdadeiras, isto é, se João for Magro e José for alto. Caso uma das proposições for falsa ou as duas forem falsas, a conjunção é falsa. A utilização da tabela verdade, tanto para a conjunção quanto para os demais conectivos, simplifica e clareia a conceituação teórica.

1.3 DISJUNÇÃO.

Definição 1.3. A disjunção de duas proposições p e q , ligadas pelo conectivo **ou** e denotada por $p \vee q$, é uma nova proposição que assume o valor lógico falso somente quando p e q forem simultaneamente falsas.

Exemplos:

1.3 Sejam p : “ O céu é azul” e q : “ Os homens são imortais”. Portanto, a proposição $p \vee q$ corresponde à “ O céu é azul ou os homens são imortais”

1.4 A proposição “ 10 é um número negativo ou um número par” é verdadeiro de acordo com a Tabela 1.2, pois “ 10 é um número par” é uma proposição verdadeira, apesar de 10 não ser um número negativo.

A tabela-verdade da disjunção de p e q é:

Quadro 1.2 Disjunção $p \vee q$

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

Considere a expressão: “João é magro ou João é alto”. Basta João ser magro para que a proposição composta seja verdadeira; só será falsa quando ambas as proposições forem falsas, ou seja, João não ser magro e João não ser alto.

1.4 NEGAÇÃO.

Definição 1.4. Dada uma proposição p , a negação de p é uma proposição representada por “ não p ” e denotada por $\sim p$, cujo valor lógico é verdadeiro quando p é falso e é falso quando p é verdadeira.

Exemplos:

1.5 A negação da proposição p : “ $3 + 3 = 10$ ” é “ $3 + 3 \neq 10$ ”. Como p é falso, então $\sim p$ é verdadeiro.

1.6 A negação da negação da proposição p : “O Sol é uma estrela” é a própria proposição p , já que a negação de “O Sol não é uma estrela” é “O Sol é uma estrela”

A tabela-verdade da negação é:

Quadro 1.3 Negação da proposição p

p	$\sim p$
V	F
F	V

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

1.5 CONDICIONAL

Definição 1.5. Sejam p e q proposições. Uma proposição condicional, representada por “ se p então q ”, denotada por $p \rightarrow q$, é uma proposição cujo valor lógico é falso no caso em que p é verdadeira e q é falsa e a verdade nos demais casos.

Em uma condicional $p \rightarrow q$, a proposição p é chamada de antecedente, premissa ou hipótese, e a proposição q é referida como conseqüente, conclusão ou tese. Dada uma condicional $p \rightarrow q$, pode-se formar as seguintes condicionais:

- 1 $q \rightarrow p$, chamada recíproca.
- 2 $\sim q \rightarrow \sim p$, chamada contrapositiva.
- 3 $\sim p \rightarrow \sim q$, chamada inversa

Exemplo 1.7 Considere a condicional “Se João roubar um carro, então João ficará preso” A recíproca, contrapositiva e inversa dessa proposição são:

Recíproca: Se João está preso, então João roubou um carro. A recíproca tem uma interpretação lógica diferente da condicional inicial.

Contrapositiva: Se João não estiver preso, então João não roubou um carro. Do ponto de vista lógico, é equivalente à proposição inicial.

Inversa: Se João não roubou um carro, então João não ficará preso. A inversa, à semelhança com a recíproca, tem uma interpretação lógica diferente da proposição inicial.

A tabela-verdade da condicional é:

Quadro1.4 Condicional $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

A condicional irá informar o que acontece se o antecedente for verdadeiro; caso o antecedente seja falso, não é possível mostrar que a condicional é falsa.

A proposição composta “Se João roubar um carro, então João ficará preso” pode ser separada em duas proposições: “João roubou um carro” e “João está preso”. A condicional vai dizer que se é verdade que João roubou um carro, então também é verdade que João está preso. Portanto, a condicional será falsa se João roubou um carro e João não estiver preso.

1.6 BICONDICIONAL

Definição 1.6 Sejam p e q proposições. A bicondicional das proposições p e q é denotada por: $p \leftrightarrow q$ e se lê, “ p se, e somente se q ”. Assume o valor lógico verdadeiro quando p e q forem verdadeiras ou p e q forem falsas, e será falsa nos demais casos.

A bicondicional é uma proposição que pode ser definida como $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$, ou seja, a conexão de duas condicionais pela conjunção

Exemplos:

1.8 Sejam p : “Itália fica na Europa” e q : “A neve é branca”. A bicondicional $p \leftrightarrow q$ é “Itália fica na Europa se e somente se a neve é branca”. Como as proposições p e q são verdadeiras, então a bicondicional é verdadeira.

1.9 Sejam p : “São Paulo é a capital do Brasil” e q : “A África é um continente”. Então a bicondicional $p \leftrightarrow q$ é falso, já que a proposição p é falso e a proposição q é verdadeira.

Considere a proposição “João será aprovado se e somente se ele estudar”. A bicondicional indica que se João estudar será aprovado, e que essa é a única possibilidade de João ser aprovado, ou seja, se João não estudar, não será aprovado. Para clarear o entendimento, o valor verdade de uma proposição composta por bicondicional é representado abaixo:

A tabela-verdade da bicondicional é:

Quadro 1.5 Bicondicional $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

As proposições compostas das proposições p, q, \dots e formadas pelos conectivos $\wedge, \vee, p \rightarrow q, \leftrightarrow$ e \sim são denominadas formas sentenciais e denotadas por $P(p, q, \dots)$. O valor lógico de um forma sentencial $P(p, q, \dots)$ depende somente dos valores lógicos das proposições p, q, \dots e não das proposições propriamente ditas.

A tabela-verdade construída para qualquer forma sentencial $P(p, q, \dots)$, a relacionar o valor lógico de P com os valores lógicos de p, q, \dots é útil para determinar o valor lógico dessa forma sentencial.

Exemplo 1.10. Construir a tabela-verdade de $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

Quadro 1.6 Tabela-verdade de $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

O uso de parênteses na simbolização das proposições compostas evita ambiguidades. Assim, por exemplo, $p \wedge q \vee r$ resulta em duas proposições que não têm o mesmo valor lógico. De fato, $(p \wedge q) \vee r$ não tem o mesmo valor lógico de $p \wedge (q \vee r)$. A ordem de precedência para os conectivos é, começando do mais fraco:

$\sim, \wedge \text{ e } \vee, \leftrightarrow, \leftrightarrow$

Portanto, a proposição: $p \rightarrow q \leftrightarrow s \wedge r$ é uma bicondicional, e não uma condicional ou conjunção. Por exemplo, para convertê-la em uma condicional teríamos $p \rightarrow (q \leftrightarrow s \wedge r)$.

1.7 TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS.

Existem proposições compostas que assumem sempre o valor lógico verdadeiro ou falso, independentemente dos valores lógicos das proposições componentes.

Definição 1.7. Denomina-se tautologia toda a proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade assume somente o valor lógico verdadeiro. Dessa forma, a proposição composta $P(p,q,r,\dots)$ é uma tautologia se ela assume o valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições p, q, r,\dots

Os Princípios Fundamentais da Lógica Formal podem ser expostos por meio de tabela-verdade utilizando a noção de tautologia. Portanto, as proposições $p \rightarrow p$ e $p \leftrightarrow p$ são tautológicas (sempre são verdadeiros).

A proposição $\sim(p \wedge \sim p)$ (Princípio da não contradição) também é tautológica, uma vez que a sua tabela-verdade é:

Quadro 1.7 Princípio da não contradição

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

Portanto, dizer que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo é sempre verdadeiro.

A proposição $p \vee \sim p$ (Princípio do terceiro excluído) também é tautológica, como podemos ver na sua tabela-verdade:

Quadro 1.8 Princípio do terceiro excluído

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

Logo, afirmar que uma proposição ou é verdadeira ou falsa é sempre verdadeiro. Assim como a tautologia, tem-se a contradição.

Definição 1.8. Denomina-se contradição toda a proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade assume somente o valor lógico falso. Dessa forma, a proposição composta $P(p,q,r\dots)$ é uma contradição se ela assume o valor lógico falso, quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições $p, q, r\dots$

Observação: A negação de uma tautologia é sempre uma contradição e a negação de uma contradição é sempre uma tautologia.

Teorema 1.9 (Princípio da Substituição) Se $P(p, q, r\dots)$ é uma tautologia/contradição, então $P(a, s, d\dots)$ também é uma tautologia/contradição, quaisquer que sejam as proposições $a, s, d\dots$

Demonstração: o valor lógico de $P(p, q, r\dots)$ é sempre verdade, quaisquer que sejam os valores das proposições componentes $p, q, r\dots$. Portanto, substituindo p por P^1 , q por $Q^1\dots$ na tautologia $P(p, q, r\dots)$, a nova proposição $P(P^1, Q^1,\dots)$ também é uma tautologia.

Definição 1.10. Contingência é uma proposição composta que não é tautologia nem contradição.

Exemplo 1.11 A proposição " $p \rightarrow \sim p$ " é uma contingência, conforme tabela-verdade abaixo:

Quadro 1.9 Tabela-verdade da proposição " $p \rightarrow \sim p$ "

p	~p	$p \rightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

O conceito de tautologia é usado para formar um raciocínio verdadeiro. Com efeito, a definição abaixo, baseada na tautologia, é amplamente utilizado na matemática.

1.8 IMPLICAÇÃO LÓGICA E EQUIVALÊNCIA LÓGICA

Sejam $P(p, q, r, \dots)$ e $Q(p, q, r, \dots)$ duas proposições. Se a proposição $Q(p, q, r, \dots)$ for verdadeiro sempre que $P(p, q, r, \dots)$ for verdadeiro, então indica-se por $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$ e se diz que “ P implica Q ” ou “Se P então Q ”. A implicação lógica significa que a sentença $p \rightarrow q$ é uma tautologia.

Teorema 1.11. A proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica $Q(p, q, r, \dots)$ se, e somente se, a condicional $P(p, q, r, \dots) \rightarrow Q(p, q, r, \dots)$ é tautológica.

Demonstração: Se $P(p, q, r, \dots)$ implica $Q(p, q, r, \dots)$, então os valores lógicos simultâneos destas duas proposições não são V e F , respectivamente. Portanto, a última coluna da tabela-verdade da condicional só aparece a letra V , ou seja, esta condicional é tautológica. Reciprocamente, se a condicional é tautológica, a última coluna da sua tabela-verdade só aparece a letra V , ou seja, não é possível que os valores lógicos de $P(p, q, r, \dots)$ e $Q(p, q, r, \dots)$ sejam V e F , respectivamente.

Exemplo 1.12. A condicional $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$, denominada Regra do Silogismo hipotético, é representada abaixo numa tabela-verdade. Como $(p \rightarrow r)$ sempre é verdadeiro quando $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ for verdadeiro, tem-se que $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$.

Quadro 1.10 Tabela-verdade da sentença $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

Exemplo 1.13 Mostre que $p \wedge q \Rightarrow p$

Construindo a tabela-verdade da sentença, tem-se:

Quadro 1.11 Tabela-verdade da sentença $p \wedge q \rightarrow p$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

Como p é verdadeiro sempre que $p \wedge q$ é verdadeiro, então $p \wedge q \Rightarrow p$.

A implicação lógica corresponde a uma implicação tautológica. Assim, se $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$, então $P(p^1, q^1, r^1, \dots) \Rightarrow Q(p^1, q^1, r^1, \dots)$, quaisquer que sejam as proposições p^1, q^1, r^1, \dots

Uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ é logicamente equivalente ou apenas equivalente a uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, se as tabelas-verdade destas duas proposições são idênticas, e se indica: $P(p, q, r, \dots) \Leftrightarrow Q(p, q, r, \dots)$

Exemplo 1.14. Mostre que $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$

Construindo a tabela-verdade dessa sentença, tem-se:

Quadro 1.12. Tabela-verdade da sentenças $(p \rightarrow q)$ e $\sim(p \wedge \sim q)$.

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	F
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

Portanto, como a quarta coluna tem os mesmos valores lógicos que a sexta coluna, $p \rightarrow q$ é logicamente equivalente a $\sim(p \wedge \sim q)$.

Exemplo 1.15. Mostre que $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$.

Construindo a tabela-verdade dessa sentença, tem-se:

Quadro 1.13 Tabela-verdade das sentenças $p \rightarrow q$ e $\sim p \vee q$.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

Teorema 1.12. A proposição $P(p, q, r, \dots)$ é logicamente equivalente a $Q(p, q, r, \dots)$ se, e somente se, a bicondicional $P(p, q, r, \dots) \leftrightarrow Q(p, q, r, \dots)$ é tautológica.

Demonstração: Se $P(p, q, r, \dots)$ é equivalente a $Q(p, q, r, \dots)$, então suas tabelas-verdade são idênticas. Logo, o valor lógico da bicondicional é sempre verdadeiro, ou seja, é tautológica. Reciprocamente, se a bicondicional é tautológica, então a última coluna da sua tabela-verdade aparece somente a letra V, isto é, os valores lógicos das proposições $P(p, q, r, \dots)$ e $Q(p, q, r, \dots)$ são ambos verdadeiros ou ambos falsos, quer dizer, as duas proposições são equivalentes.

Para verificar a validade das proposições de maneira mais eficiente, estabelecemos as principais regras de implicação e equivalência lógicas que darão sustentação ao método dedutivo, que será apresentado adiante, em vez que se utilizar tabelas-verdade, que é mais trabalhoso do que aquele.

Teorema 1.13. Considerando p, q, r e s quaisquer proposições, as principais leis de implicações lógicas são:

- a) Leis da adição: $p \Rightarrow p \vee q$ e $q \Rightarrow p \vee q$.
- b) Leis de simplificação: $p \wedge q \Rightarrow p$ e $p \wedge q \Rightarrow q$.
- c) Silogismo disjuntivo: $(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$.
- d) Silogismo Hipotético: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$.
- e) Modus Poneus: $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$.
- f) Modus Tollens: $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$.
- g) Dilema construtivo: $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \Rightarrow (p \vee r) \rightarrow (q \vee s)$.
- h) Dilema destrutivo: $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \Rightarrow [(\sim q \vee \sim s) \rightarrow (\sim p \vee \sim r)]$
- i) Reflexividade: $p \Rightarrow p$.
- j) Transitividade: Se $p \Rightarrow q$ e $q \Rightarrow r$ então $p \Rightarrow r$.

As demonstrações dessas leis são realizadas por meio da tabela-verdade das sentenças propositivas. Por exemplo, a demonstração da letra e segue abaixo:

Quadro 1.14 Demonstração da sentença $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Fonte: Alencar Filho (2002)

Como a condicional $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ resultou em uma tautologia, segue que $(p \rightarrow q) \wedge p$ implica q .

Teorema 1.14. Considerando p, q quaisquer proposições, têm-se abaixo as principais leis da equivalência lógica:

- a) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$.
- b) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.
- c) Contrapositiva: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$.
- d) Redução ao absurdo: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \rightarrow c$.
- e) Leis de De Morgan: $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$ e $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$.
- f) Leis comutativas: $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ e $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$.
- g) Leis idempotências : $p \wedge p \Leftrightarrow p$ e $p \vee p \Leftrightarrow p$.
- h) Leis associativas: $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ e $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$.
- i) Leis distributivas: $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
e $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.
- j) Reflexividade: $p \Leftrightarrow p$.
- k) Transitividade: Se $p \Leftrightarrow q$ e $q \Leftrightarrow r$ então $p \Leftrightarrow r$.

As demonstrações dessas leis também são realizadas por meio da tabelas-verdades das sentenças propositivas. Por exemplo, a demonstração da letra e segue abaixo:

Quadro 1.15 Tabela-verdade da sentenças $\sim(p \wedge q)$ e $(\sim p \vee \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

Quadro 1.16 Tabela-verdade das sentenças $\sim(p \vee q)$ e $(\sim p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

De acordo com o Quadro 1.15, $\sim(p \wedge q)$ e $(\sim p \vee \sim q)$ possuem os mesmos valores lógicos, e de acordo com o Quadro 1.16, $\sim(p \vee q)$ e $(\sim p \wedge \sim q)$ possuem os mesmos lógicos. Portanto, são equivalentes logicamente.

Como último resultado que interessa nas demonstrações pelo método dedutivo, temos as implicações e equivalências que envolvem tautologia e contradição:

Teorema 1.15 Seja p uma proposição, t uma tautologia e c uma contradição. Então:

- a) $c \Rightarrow p$
- b) $p \Rightarrow t$
- c) $p \wedge t \Leftrightarrow p$
- d) $p \vee t \Leftrightarrow t$
- e) $p \wedge \sim p \Leftrightarrow c$
- f) $p \wedge c \Leftrightarrow c$
- g) $p \vee c \Leftrightarrow p$

h) $\sim t \Leftrightarrow c$

i) $\sim c \Leftrightarrow t$

j) $p \vee \sim p \Leftrightarrow t$

A demonstração dessas leis também é realizada por meio de tabela-verdade. Abaixo, a demonstração, por exemplo, da letra f

Quadro 1.17. Demonstração da equivalência $p \wedge c \Leftrightarrow c$

p	c	p \wedge c
V	F	F
F	F	F

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

Como a coluna 2 tem os mesmos valores lógicos que a coluna 3, c e $p \wedge c$ são equivalentes.

1.9 QUANTIFICADORES

Existem sentenças que não há como decidirmos se são verdadeiras ou falsas.

Por exemplo:

- (a) $x^2 + x$.
- (b) Ele é um aluno de mestrado.
- (c) x é uma cidade.

Essas sentenças, denominadas de funções propositivas ou proposições abertas, têm variáveis que podem ser substituídas por qualquer elemento, tornando a sentença verdadeira ou falsa. Denota-se por $p(x)$ uma proposição aberta que depende da variável x pertencente a A , em que A é um conjunto, chamado de universo do discurso. Existem duas maneiras de transformar uma proposição aberta em uma proposição, que é por meio da utilização de quantificadores.

O quantificador universal, simbolizado por “ $\forall x$ ”, significa “para todo”, “qualquer que seja” ou “para cada”, e quando antecede a proposição aberta $p(x)$, ou seja, $(\forall x)(p(x))$, é lido como:

- Para todo x , $p(x)$;
- Qualquer que seja x , $p(x)$;
- Para cada x , $p(x)$.

Agora, considere a proposição: “Alguns animais são mortais” ou “Existe pelo menos um animal que é mortal”. A frase “Existe pelo menos um x , tal que” é chamado de quantificador existencial e é simbolizada por “ $\exists x$ ”. Usando esse símbolo, podemos escrever a proposição “Alguns animais são mortais”, como: $(\exists x)(p(x))$, que em $p(x)$ é a proposição aberta que significa “ x é mortal” e o universo do discurso é “os animais”.

Geralmente teremos um universo do discurso U e uma proposição $p(x)$, em que x está em U . Portanto, $(\forall x)(p(x))$ assegura que para cada x em U , a proposição $p(x)$ é verdadeira, e $(\exists x)(p(x))$ entende-se que existe pelo menos um x em U tal que $p(x)$ é verdadeira.

Definição 1.16. Seja $p(x)$ uma proposição aberta com uma variável x em um universo de discurso, definimos a negação dos quantificadores por:

- $\sim[(\forall x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$;
- $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\forall x)(\sim p(x))$.

Suponha que o universo de discurso $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ é um conjunto finito com n elementos. Então, desde que $(\forall x)(p(x))$ afirma que $p(x)$ é verdadeira para cada um dos elementos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, a afirmação $(\forall x)(p(x))$ é verdadeira se, e somente se, a conjunção de $p(a_1), p(a_2), p(a_3), \dots, p(a_n)$ é verdadeira. Analogamente, $(\exists x)(p(x))$ verdadeira significa que a disjunção de $p(a_1), p(a_2), p(a_3), \dots, p(a_n)$ é verdadeira.

Dessa forma, a negação dos quantificadores é uma generalização das Leis de De Morgan. De fato,

$$\sim(\forall x)(p(x)) \Leftrightarrow \sim[p(a_1) \wedge p(a_2) \wedge p(a_3) \wedge \dots \wedge p(a_n)] \Leftrightarrow \sim p(a_1) \vee \sim p(a_2) \vee \sim p(a_3) \vee \dots \vee \sim p(a_n) \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$$

Exemplo 1.16 Qual a negação da proposição “Todas as pessoas são boas”?

A proposição $p(x)$ é dada por “ x é boa” e o universo U é de todas as pessoas, sendo que x é uma pessoa. A proposição “todas as pessoas são boas” é escrita como: $(\forall x)(p(x))$. A sua negação é: $\sim(\forall x)(p(x)) \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$, que representa a expressão: “Algumas pessoas não são boas” ou “Existe pelo menos uma pessoa que não é boa”.

Os quantificadores nos dão uma ideia do que são os exemplos e contraexemplos. Quando temos uma proposição verdadeira no qual o quantificador universal ou existencial está presente, apresentar um exemplo é escolher um objeto x no universo de discurso para o qual é verdadeira. Quando um quantificador universal não é uma proposição verdadeira, existe pelo menos um objeto x no universo de discurso para o qual a proposição não é verdadeira, ou seja, o objeto x determina um exemplo para a não-validade da proposição e ele é denominado contraexemplo.

1.10 MÉTODO DEDUTIVO

O método dedutivo, entendido como uma modalidade de raciocínio que usa a análise lógica dedutiva para obter uma conclusão a partir de premissas, é o método usado para demonstrar implicações e equivalências e validar um argumento. Isso se deve ao fato de que o método dedutivo se utiliza de quaisquer definições e resultados previamente estabelecidos para obter outros resultados, ao contrário da tabela-verdade, que para provarmos um argumento, todos os possíveis valores lógicos são testados. Para tanto, é fundamental se orientar pelas regras de implicação lógica (Teorema 1.13) e regras de equivalência lógica (Teorema 1.14), porque delas se utilizará o raciocínio dedutivo para chegar à demonstração desejada.

Definição 1.17. Um argumento é uma sequência finita de $n+1$ proposições P_1, P_2, \dots, P_n, Q onde Q é denominada conclusão ou tese e as proposições P_1, P_2, \dots, P_n são denominadas premissas ou hipóteses. Um argumento pode ser representado da forma simplificada abaixo, onde \therefore significando “de onde se deduz”

- $P_1, P_2, \dots, P_n \therefore Q.$

Um argumento é considerado válido se a conclusão Q for verdadeira sempre que as premissas P_1, P_2, \dots, P_n tiverem valor lógico verdadeiro. Portanto, todo argumento válido tem a seguinte propriedade característica:

A verdade das premissas é incompatível com a falsidade da conclusão.

Assim, todo argumento tem um valor lógico V se é válido ou F se não é válido. Um argumento não-válido é chamado de sofisma.

Teorema 1.18 Um argumento $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n \therefore Q$ é válido, se, e somente se, a condicional $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow Q$ é tautológica.

Demonstração: Para que a condicional $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow Q$ seja falsa, $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n$ tem de ser verdadeira e Q falsa. Porém, o argumento é válido e isso não é possível. Dessa forma, tem-se $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n \Rightarrow Q$. Reciprocamente, se $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n \Rightarrow Q$ e $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ forem verdadeiras, então Q é verdadeira e, portanto, o argumento é válido.

Dessa forma, um argumento qualquer corresponde a uma condicional, cujo antecedente é a conjunção das premissas e cujo conseqüente é a conclusão, e, reciprocamente, a toda condicional corresponde um argumento cujas premissas são as diferentes proposições cuja conclusão forma o antecedente e cuja conclusão é o conseqüente.

Exemplo 1.17. A condicional associada ao argumento: $p \wedge q, p \rightarrow r, q \wedge r \therefore s \rightarrow p$ é $(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \wedge r) \rightarrow (s \rightarrow p)$

Se o argumento $P_1(p, q, r, \dots) \dots P_2(p, q, r, \dots) \therefore Q(p, q, r, \dots)$ é válido, então o argumento com a mesma estrutura $P_1(R, S, T, \dots) \dots P_2(R, S, T, \dots) \therefore Q(R, S, T, \dots)$ é válido, quaisquer que sejam as proposições R, S, T, \dots

Por exemplo, o argumento $p \therefore p \vee q$ é válido. Portanto, o argumento: $(\sim p \wedge r) \therefore (\sim p \wedge r) \vee (\sim s \rightarrow r)$ também é válido, pois obedece à mesma forma. A validade ou não validade de um argumento depende apenas da sua forma e não da verdade ou falsidade das proposições que o integram.

Na lógica formal há três tipos de demonstração para a verificação da validade de um argumento: direta, direta condicional e indireta.

Definição 1.19. Seja $P_1, P_2, \dots, P_N \therefore Q$ um argumento válido e $P_1, P_2, \dots, P_N, Q_1, Q_2, \dots, Q_T, Q$ as proposições que fornecem a validade do argumento, no qual Q_1, Q_2, \dots, Q_T são argumentos validados anteriormente. Essa sequência é denominada demonstração.

Para simplificar, e considerando o argumento $P_1, P_2, \dots, P_N \therefore Q$, pode-se construir uma tabela de três colunas. Na primeira coluna se enumera as linhas; na segunda, coloquem em cada linha as hipóteses P_1, P_2, \dots, P_N e as proposições obtidas por implicações e equivalências, e na terceira coluna, indicam-se as justificativas de cada proposições precedentes e quais regras de implicação utilizadas para se chegar à proposição do passo no qual se está. O objetivo é obter a conclusão T na última linha da tabela

Quadro 1.18. Modelo para validação de um argumento

Ordem	Proposição	Justificativa
1	P_1	Hipótese 1
2	P_2	Hipótese 2
::	::	::
N	P_N	Hipótese N
N+1	Q_1	Justificativa 1
::	::	::
N+p	TP	Justificativa n
N+p+1	$TP+1$	Justificativa n+1

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

1.10.1 DEMONSTRAÇÃO DIRETA

É a demonstração de um argumento do tipo $P1, P2, P3, \dots, HN \therefore T$.

Exemplo 1.17. Demonstrar a validade da sentença $(p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ “Lei da Exportação” pelo método dedutivo.

Deve-se mostrar a validade dos argumentos $[(p \wedge q) \rightarrow r \therefore p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ e $[p \rightarrow (q \rightarrow r) \therefore (p \wedge q) \rightarrow r]$

No primeiro argumento, temos: $(p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow \sim[(p \wedge q) \wedge (\sim r)] \Leftrightarrow \sim[p \wedge (q \wedge (\sim r))]$ (Associação da Equivalência) $\Leftrightarrow p \rightarrow \sim(q \wedge (\sim r)) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

Ou,

Quadro 1.19 Validação do argumento $(p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

Ordem	Proposição	Justificativa
1	$(p \wedge q) \rightarrow r$	P1
2	$\sim[(p \wedge q) \wedge (\sim r)]$	1 Exemplo 1.14
3	$\sim[p \wedge (q \wedge (\sim r))]$	2 Associativa
4	$p \rightarrow \sim(q \wedge (\sim r))$	3 Exemplo 1.14
5	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	4 Exemplo 1.14

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

O segundo argumento é obtido de forma análoga.

Exemplo 1.18. Demonstrar a implicação $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$ (Modus Tollens)

Temos: $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge \sim q \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q) \vee c$
 $\Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$

Quadro 1.20 Validação do argumento $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$

Ordem	Proposição	Justificativa
1	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	P1
2	$(\sim p \vee q) \wedge \sim q$	1 Item a do Teorema 1.14
3	$(\sim p \wedge \sim q) \vee c$	2 Distributiva
4	$\sim p \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$	3 Item b do Teorema 1.13

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

Como consequência do método direto e da transitividade da implicação, temos a demonstração da equivalência lógica de várias proposições simultaneamente. Por isso que esse processo de demonstração, à diferença da utilização de tabela-verdade, diminui o número de argumentos a serem validados.

1.10.2 DEMONSTRAÇÃO DIRETA CONDICIONAL

A demonstração direta condicional é realizada quando a conclusão é uma condicional, isto é, quando o argumento é do tipo: $P1, P2, P3, \dots, PN \therefore (P \rightarrow Q)$.

Neste caso, consideramos a antecedente P como uma premissa e o conseqüente Q será a conclusão a ser demonstrada. Assim, o argumento transforma-se nesse estrutura $P1, P2, P3, \dots, P \therefore Q$.

Exemplo 1.19. Demonstrar a validade da sentença $(p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ “Lei da Exportação” pelo método dedutivo.

Tem-se o argumento do tipo $P1 \therefore (P2 \rightarrow (P3 \rightarrow Q))$, onde $P1: (p \wedge q) \rightarrow r$ $P2: p$, $P3: q$, $Q: r$

Assim, o argumento pode ser interpretado como $P1, P2, P3 \therefore Q$.

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \wedge p \wedge q \Leftrightarrow ((p \wedge q \rightarrow r) \wedge (p \wedge q)) \Leftrightarrow r.$$

1.10.3 DEMONSTRAÇÃO INDIRETA OU DEMONSTRAÇÃO POR ABSURDO

A demonstração por absurdo consiste em admitir a negação da conclusão como verdadeira e, a partir disso, deduzir qualquer contradição. Ou seja, o argumento a ser utilizado é: $P1, P2, P3, \dots, Pn, \sim Q \therefore c$.

Exemplo 1.20 Demonstrar, por absurdo, a validade do argumento:

$$P1: \sim p \rightarrow q \quad P2: q \rightarrow \sim r, \quad P3: r \vee s, \quad Q: \sim s \rightarrow p$$

Quadro 1.21 Validação do argumento $P1: \sim p \rightarrow q$ $P2: q \rightarrow \sim r$, $P3: r \vee s$, $Q: \sim s \rightarrow p$

Ordem	Proposição	Justificativa
1	$\sim p \rightarrow q$	P1
2	$q \rightarrow \sim r$	P2
3	$r \vee s$	P3
4	$\sim(\sim s \rightarrow p)$	Negação de Q
5	$\sim p \rightarrow \sim r$	1 e 2 Silogismo Hipotético
6	$\sim r \rightarrow s$	3 Equivalência lógica
7	$\sim p \rightarrow s$	5 e 6 Silogismo Hipotético
8	$\sim s \rightarrow p$	7 Contrapositiva
9	$\sim(\sim s \rightarrow p) \wedge (\sim s \rightarrow p)$	Conjunção

Fonte: Gerônimo e Franco (2008)

Como a proposição $\sim(\sim s \rightarrow p) \wedge (\sim s \rightarrow p)$ é uma contradição, o argumento é válido.

Após este estudo sobre lógica clássica, onde discorremos sobre as proposições, as sentenças prepositivas, as tautologias, as contingências, as contradições e o método dedutivo, passaremos a focar, no próximo capítulo, o estudo da superdotação e altas habilidades, com destaque na conceituação e definição mais recorrentes do termo, nas abordagens teóricas de identificação dos alunos com SD/AH e na relação escola/alunos superdotados.

2 ASPECTOS GERAIS DAS ALTAS HABILIDADES/SUPERDOTAÇÃO

As pessoas com altas habilidades/superdotação apresentam características e habilidades diversificadas e diferem entre si por seus interesses, estilos de aprendizagem, níveis de motivação e de autoconceito, características de personalidade e principalmente por suas necessidades educacionais, características com os quais o professor deve trabalhar para encorajar as potencialidades. (BRASIL, 2007)

Segundo Pocinho (2009), o conceito de superdotação sofreu alterações significativas ao longo das várias fases da história da humanidade, fruto dos avanços da investigação nas áreas de cognição, da aprendizagem e da excelência do desempenho.

O estudo sobre os sujeitos com altas habilidades/superdotação – PAH/SD vem ganhando relevância no Brasil desde as pesquisas pioneiras da professora Helena Antipoff na década de 1930, que chamou a atenção para o aluno que se destaca por suas superiores habilidades, a quem denominava de bem-dotados, e que por meio do Instituto Pestalozzi do Brasil reunia em pequenos grupos os alunos com potencial superior para realizar estudos sobre literatura, teatro e músicas (ALENCAR, 1994).

Trinta anos depois, em 1961, ocorreu o primeiro registro legal com a Lei 4.024, artigos 88 e 89, direcionados à educação daqueles que necessitavam de tratamento especial: os deficientes mentais, os que tinham problemas de conduta e os superdotados, e em 1967, o Ministério de Educação e Cultura do governo militar criou uma comissão para estabelecer critérios de identificação e atendimento aos superdotados (NOVAES, 1979 *apud* DELOU, 2012, p. 130).

Alguns anos depois, em 1986, baseados nos princípios doutrinários do Centro Nacional de Educação Especial, ficou estabelecido que são consideradas crianças superdotadas e talentosas:

(...) as que apresentassem notável desempenho e/ou elevada potencialidade em qualquer dos seguintes aspectos, isolados ou combinados: capacidade intelectual geral; aptidão acadêmica específica; pensamento criador ou produtivo; capacidade de liderança; talento especial para artes visuais, dramáticas e musicais; capacidade psicomotora (CENESP, 1986 *apud* ALENCAR, 2007, p.21)

Segundo Perez e Freitas (2011), as leis, normas e documentos norteadores educacionais asseguram o direito ao Atendimento Educacional Especializado dos estudantes com AH/SD, porém a aplicabilidade fica comprometida em virtude de fatores como: o atrelamento da oferta a uma demanda não aferida; a deficiente compreensão das realidades educacionais regionais; a circunscrição dos dispositivos exclusivamente ao âmbito educacional; o pouco conhecimento dessas leis, normas e documentos norteadores e das reais dificuldades e necessidades dos estudantes. Sob a responsabilidade do Ministério da Educação e dos respectivos órgãos estaduais e municipais, de acordo com Perez e Freitas (2011), está a formação inicial e continuada que autorize os professores a realizarem um atendimento educacional de qualidade, seja em salas de recursos específicas, multifuncionais e centros de referência quanto na sala de aula regular. Para que as respostas às necessidades educacionais especiais, de acordo com a Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva, possam garantir o atendimento educacional especializado e a formação de professores, é necessária uma normatização mais eficiente e uma articulação intersetorial na implantação das políticas públicas, da educação infantil ao ensino superior.

As universidades devem incluir conteúdos relativos às AH/SD em seus programas de graduação. Isso depende de ações mais proativas do órgão regular em nível federal – O Ministério da Educação – e da Secretaria de Educação Especial, em particular.

Dessa forma, a formação inicial e continuada do profissional que atenda os alunos com Altas Habilidades/Superdotação deverá incluir conhecimentos específicos sobre essa área, ministradas em cursos de formação continuada e inclusive de especialização por todas as instâncias educacionais do país (Pérez e Freitas, 2011)

Segundo Virgolim (2013), citando Fleith e Alencar (2013), é necessário que se compreenda a superdotação em uma perspectiva sistêmica e inclusiva, a valorizar o desenvolvimento socioemocional, moral e intelectual do superdotado e identificar fatores que favoreçam o desenvolvimento do potencial.

Sabatella (2005) mostra a necessidade de se encontrar alternativas educacionais para os alunos com AH/SD, que não recebem nem o atendimento nem a assistência que merecem, sendo esquecidas nas suas necessidades intelectuais, emocionais e sociais. A autora denuncia a falta de espaços destinado a esta área

nos cursos de formação de professores, para que possam identificar, reconhecer e valorizar o potencial destes alunos nos seus campos de atuação.

De acordo com Pocinho (2009), atualmente existem diferentes modelos explicativos sobre a Superdotação/Altas Habilidades, que remetem para os seguintes aspectos: a diversidade de áreas em que a superdotação pode ser demonstrada (intelectual, criatividade, artística, liderança, acadêmica), a comparação com outros grupos (pares da mesma idade, experiência ou origem sociocultural) e o uso de termos que impliquem a necessidade de desenvolvimento de um talento (capacidade e potencial, por exemplo). Para a pesquisadora, as mais relevantes são Teoria Triárquica da Inteligência (STERNBERG, 2000), o Modelo Diferenciado de Sobredotação e Talento (GAGNE, 2000), a Teoria das Inteligências Múltiplas (GARDNER, 1983), a Teoria dos Três Anéis (RENZULLI, 1986) e o Modelo Multifatorial de Superdotação (MONKS, 1988)

Para Pocinho (2009), segundo a Teoria Triárquica da Inteligência existem múltiplos componentes da superdotação, mas também diversos tipos de superdotação, o que confere um caráter plural a este conceito. Concretamente, a Teoria Triárquica da Inteligência distingue três tipos de superdotação intelectual: analítica, criativa e prática. O indivíduo superdotado poderá destacar-se apenas num, em dois, ou nos três domínios em simultâneo. O Modelo Diferenciado de Superdotação e Talento apresentado por Gagne (2000) reconhece a superdotação e delimita a forma como talentos específicos podem surgir a partir das influências e interações ambientais. Para este autor, a superdotação é uma herança genética, enquanto os talentos são o produto de predisposições naturais com os contextos físicos e sociais que envolvem o indivíduo, como a família e a escola. Os demais modelos explicativos serão descritos no próximo capítulo.

2.1 TEORIA DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS E TEORIA DOS TRÊS ANÉIS

Nesse universo de conceitos complexos, as abordagens teóricas mais utilizadas pelos pesquisadores para subsidiar a identificação dos sujeitos com AH/SD serão a Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner, psicólogo cognitivo e educacional americano, e a Teoria dos Três Anéis de Superdotação do psicólogo educacional americano Joseph Renzulli (ALENCAR, 1994)

A Teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner (BRASIL, 2007) propõe a inteligência como habilidades que permitem ao indivíduo resolver problemas ou criar produtos importantes em uma comunidade, e que dependem de variáveis do contexto, da genética e das oportunidades de aprendizagem. Ou seja, entende a inteligência como composto por múltiplos fatores. É um substituto ao conceito de inteligência como uma capacidade inata e única, no qual permite ao indivíduo ter uma performance em qualquer área do saber.

Essa teoria é muito importante no estudo de altas habilidades uma vez que Gardner estudou o desenvolvimento de diferentes habilidades em *savants*, autistas e crianças prodígios em culturas diferentes (BRASIL, 2007). Como resultado da investigação, o pesquisador propôs oito inteligências diferentes: a linguística; a lógico-matemática; a espacial; a corpo-cinestésica; a musical; a naturalista; a interpessoal; a intrapessoal e recentemente a espiritual (KRECHEVSKY, 2001 apud BRASIL, 2007).

Para definir Altas Habilidades/Superdotação, Renzulli apresenta a Teoria dos Três Anéis, no qual uma pessoa com superdotação tem características específicas que refletem:

(...) uma interação entre três grupamentos básicos de traços humanos – sendo esses agrupamentos habilidades gerais ou específicas acima da média, elevados níveis de comprometimento da tarefa e elevados níveis de criatividade. As crianças superdotadas e talentosas são aquelas que possuem ou são capazes de desenvolver estes conjuntos de traços e que os aplicam a qualquer área potencialmente valiosa do desenvolvimento humano (RENZULLI 1997, apud BRASIL, 2007).

As habilidades gerais consistem na capacidade de processar informações, de integrar experiências e na capacidade de se engajar em novas situações. As habilidades específicas refletem a capacidade de adquirir conhecimento, práticas e

habilidades para atuar em uma ou mais atividades de uma área específica. O envolvimento com a tarefa é uma forma refinada e direcionada de motivação, uma energia canalizada para uma tarefa em particular ou uma área específica. É sinônimo de perseverança, persistência, trabalho duro, dedicação e autoconfiança (RENZULLI, 1997 apud BRASIL 2007)

Já a criatividade é um dos determinantes na personalidade dos indivíduos que se destacam em alguma área do saber humano. Ela é um “conceito associado a diferentes atributos como a novidade, a originalidade, a variedade, a espontaneidade, a curiosidade, a imaginação, a facilidade de ver e entender as coisas, a descoberta e a invenção”. (PARRAT-DAYAN, 2001, p. 113 apud STOLTZ, 2012). As características dos superdotados associados à criatividade são o pensamento divergente, pensamento inovador e original, o inconformismo, a motivação e a fluência.

É interessante notar que nenhum dos três traços mencionados – habilidade acima da média, envolvimento com a tarefa e criatividade é mais importante que o outro e nem todos precisam estar presentes para que se manifestem o comportamento de superdotação.

A identificação dos alunos com AH/SD visa à localização de potenciais que não estão sendo desenvolvidos pelo ensino regular e é baseada nas concepções de inteligência e por uma teoria de altas habilidades já tratados anteriormente. Todo aluno tem direito a um ambiente flexível e adaptado ao seu ritmo de aprendizagem, conforme o atual movimento da educação inclusiva. O reconhecimento de superdotação pode acontecer por pessoas da família ou próxima, pelo professor ou alguém do ambiente escolar e social. Depois de reconhecido, há três importantes modalidades de intervenção: agrupamento, onde os alunos se reúnem em centros específicos, aceleração, que significa cumprir o programa escolar em menor tempo e a mais importante intervenção, o enriquecimento escolar.

De acordo com Oliveira (2007), citado por Pocinho (2009), o processo de identificação deve ser feito em várias etapas: uma fase inicial, que envolve a utilização de testes coletivos gerais, uma fase seguinte de diagnóstico mais aprofundado (fase de identificação, confirmação e explicação), no qual é aplicado testes individuais, nomeadamente de inteligência, escalas de desenvolvimento, provas acadêmicas e até pareceres de especialistas em talentos específicos, e por fim a fase final (avaliação por provisão) de colocação, acompanhamento e avaliação

por parte dos responsáveis do programa de intervenção.

Os professores devem ficar atentos à confusão entre precocidade e superdotação. Segundo Pérez e Rodrigues (2013), precocidade é o desenvolvimento de habilidades antes do tempo previsto para a maioria das crianças. Uma criança precoce na leitura, por exemplo, desenvolve essa habilidade antes dos seis ou sete anos, quando uma criança qualquer costuma aprender a ler. Citando Tarrida (1997, p. 92), que afirma que, “com a estimulação adequada poderia se conseguir que cerca de 20% da população infantil aprendesse a ler aos 4 anos”, os autores estabelecem que a precocidade acontece em todas as inteligências, sob uma concepção de inteligência multidimensional, e com o estímulo adequado, poderíamos conseguir que as crianças desenvolvessem outras habilidades antes do tempo. Segundo os autores, se oferecermos os recursos e estímulos necessários a uma criança que tenha maior facilidade na inteligência corporal-cinestésica, ela poderia, por exemplo, caminhar antes do tempo, o que também constitui uma precocidade.

Para Alencar (2012), citando Renzulli (1977) e Renzulli e Reis (2000), no intuito de desenvolver comportamentos superdotados e da inteligência em seus múltiplos aspectos naqueles que têm potencial, o programa de enriquecimento escolar mais sucedido é o Modelo de Enriquecimento Escolar de Renzulli, que contempla três tipos de atividades, sendo a primeira atividade a oferta de experiências exploratórias gerais para se descobrir os interesses e habilidades do aluno, em seguida são oferecidas atividades de aprendizagem em grupo, que permitem ao aluno lidar com o conteúdo com mais profundidade. O terceiro tipo de atividade é o desenvolvimento de projetos com o objetivo de investigar problemas reais.

Campbell e Verna (1998), citado por Maia-Pinto e Fleith (2002), ao estudarem a percepção de professores sobre o dia a dia de um programa de enriquecimento, concluíram que os professores formam uma definição própria do aluno superdotado, baseada no seu comportamento, atitudes e desempenho escolar. Perceberam que a maioria dos professores tinha um treinamento inicial muito limitado para trabalhar com os alunos superdotados e que, portanto, precisava de mais treinamento, informações e apoio.

De acordo com Pocinho (2009), outro modelo explicativo sobre as AH/SD é o Modelo Multifocal da Superdotação (MÖNKS, 1988), surgido numa tentativa de

complementar o Modelo dos Três Anéis de Renzulli (1986) com uma perspectiva desenvolvimental, baseada nos mecanismos socioculturais e psicossociais relacionados com superdotação. O autor aponta a necessidade das diversas dimensões anteriores exigirem condições de educação, de vida e de realização adequadas ou estimulantes, e que a definição de superdotação inclui progressivamente dimensões psicossociais complementares da inteligência ou das habilidades cognitivas dos indivíduos (OLIVEIRA, 2007).

2.2 DEFINIÇÕES ATUAIS AH/SD E AS NAAH/S

Levando em consideração as abordagens teóricas de Gardner e Renzulli, a última definição de AH/SD da nossa legislação aparece na Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva, que afirma:

Alunos com altas habilidades/superdotação demonstram potencial elevado em qualquer uma das seguintes áreas, isoladas ou combinadas: intelectual acadêmica; liderança; psicomotricidade e artes; elevada criatividade; grande envolvimento na aprendizagem; realização de tarefas em áreas de seu interesse. (BRASIL, 2014, p. 11)

No âmbito internacional, a National Association for Gifted Children – NAGC definiu a os indivíduos superdotados como aqueles que demonstram níveis extraordinários de aptidão (definido como uma habilidade excepcional de racionar e aprender) ou competência (desempenho documentado ou realizações entre os 10% melhores) em um ou mais domínios. Entende-se por domínio qualquer área de atividade estruturada, com seu próprio sistema simbólico (por exemplo, matemática, música, linguagem) e/ou conjunto de habilidades sensório-motoras (por exemplo, pintura, dança, esportes) (NAGC, 2015).

Nota-se que as definições nacionais e internacionais de AH/SD evoluem no sentido de tirar o foco das inteligências mensuráveis em testes psicométricos, como o teste de QI, uma noção incompatível com os conceitos modernos de inteligência. Como ideia conceitual, o teste de QI é válido se captar as aprendizagens espontâneas do dia a dia, pois o que é aprendido sem ensino sinaliza capacidade natural, mas se o teste é influenciado pelo que a pessoa aprende, as informações pedidas e o ambiente influencia o resultado, portanto, não retrata a capacidade de aprender (GUENTHER, 2012).

Diante da importância de políticas públicas para a problemática das AH/SD, em 2005 ocorreu a implantação dos NAAH/S (Núcleos de Atividade de Altas Habilidades/Superdotação), que objetivam: “ Promover a identificação, o atendimento e o desenvolvimento dos alunos com altas habilidades/superdotação das escolas públicas de educação básica, possibilitando sua inserção efetiva no ensino regular e disseminando conhecimentos sobre o tema nos sistemas educacionais, nas comunidades escolares, nas famílias em todos os Estados e no Distrito Federal (BRASIL, 2006, p.16).

A organização dos NAAH/S se deu a partir de três unidades de atendimento: ao aluno, ao professor e à família. Dentre as funções dos Núcleos encontramos a importância do apoio aos profissionais e professores da rede pública de ensino, a oportunidade de acesso a materiais de formação docente, a disponibilização de recursos didáticos e pedagógicos para o desenvolvimento das potencialidades dos alunos por meio de pesquisas e estudos (MOREIRA; LIMA, 2012).

Com base nestes estudos sobre lógica clássica e a superdotação/altas habilidades, no próximo capítulo discorreremos sobre o método que utilizamos para captar a percepção de cinco professores do ensino médio da rede pública em relação aos alunos com superdotação e relacionar estes alunos à capacidade de resolução de exercícios de lógica matemática clássica.

3 METODO

3.1 PARTICIPANTES

Participaram do estudo cinco professores de escola pública, sendo quatro da cidade de Ourinhos, estado de São Paulo, e um da cidade de Bandeirantes, estado do Paraná. A média de idade é de 35 anos e um é do sexo masculino e quatro são do sexo feminino. Tempo de prática docente: professor A, 10 anos; professora B, 15 anos; professora C, 25 anos; professora D, cinco anos; professora E, cinco anos. Todos têm nível superior e nenhum deles havia participado de treinamentos na área de superdotação e altas habilidades.

Os professores lecionavam nas 3 séries do ensino médio, porém na entrevista um professor focou a respostas aos alunos de uma sala da 1ª série, dois professores focaram as respostas aos alunos de uma sala da 2ª série e dois professores focaram em salas da 3ª série.

3.2 INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS

Um questionário com cinco questões, indicado no Anexo B, foi elaborado para a coleta de dados e apresenta perguntas sobre dados gerais dos entrevistados, conceito de superdotação, formação acadêmica direcionada aos alunos com SD/AH, identificação do aluno superdotado, estratégias e atividades de ensino para os alunos superdotados, a importância do ensino sobre raciocínio lógico e lógica clássica para esses alunos, e por fim, apresentava duas questões específicas de raciocínio lógico ou lógica clássica e perguntava-se se tanto os alunos superdotados quanto os alunos regulares seriam capazes de respondê-las.

Com o objetivo de explorar as variadas representações sobre a temática da superdotação e sua relação com lógica clássica, os professores foram entrevistados pessoalmente sob a forma de uma entrevista semiestruturada, com um roteiro

baseado em tópicos gerais, por permitir a livre manifestação dos entrevistados à medida que os assuntos vão surgindo como desdobramento do tema principal. O trabalho foi um estudo descritivo e uma abordagem qualitativa foi usada para análise dos dados devido ao enfoque maior na interpretação do objeto (GIL, 2010) e nas motivações, significados e os valores que sustentam as opiniões e visões de mundo dos professores entrevistados (GONDIM, FRASER, 2004).

Com base nas respostas, propusemos três exercícios de lógica clássica que no nosso ponto de vista, se forem aplicados, auxiliarão os professores em sala de aula.

Todas as entrevistas foram gravadas em áudio digital, com duração média de 10 minutos, e foram transcritas posteriormente.

Todos consentiram com o Termo de Consentimento, cuja cópia está no Anexo A.

3.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As respostas ao questionário foram tabeladas de acordo com a percepção de cada professor

Quadro 4.1. Resposta dos professores à primeira pergunta do questionário

Questão 1	Para você, o que é superdotação/altas habilidades?
Professor A	“Superdotação ocorre quando o aluno tem uma capacidade muito grande. É aquele que sempre tira uma nota alta, às vezes até sem estudar muito porque aprende rapidinho a matéria que é ensinada. Já tive contato com alunos com essa característica. Acho muito importante desenvolver mais esse dom.”
Professor B	“A leitura sobre superdotação que eu tenho está relacionado à traços e expressões que demonstram superioridade. Tenho alunos que aprende fácil todas as matérias e sempre são os primeiros a responder às questões levantadas por mim”
Professor C	“Acho que é quando o aluno sabe resolver as questões muito rápido e tira boas notas”
Professor D	“É quando o aluno se destaca mais do que todos em determinado conteúdo ou traz bons argumentos sobre algum assunto científico”
Professor E	“Posso dizer que é a capacidade de absorção e desenvolvimento lógico acima do adequado em relação à aprendizagem, onde o educando tem a facilidade de produzir mesmo sem o acompanhamento de um profissional”

Fonte: o autor

Quadro 4.2. Resposta dos professores à segunda pergunta do questionário

Questão 2	Existe uma maneira específica, estratégias de ensino ou de atividades para se trabalhar conteúdos de matemática com alunos com altas habilidades em sala de aula?
Professor A	“Existe. O professor pode fazer com que o aluno passe para a série que é igual a suas capacidades. Para isso tem de ter a aprovação da direção”
Professor B	“Desconheço”
Professor C	“Deve ter, mas não sei ao certo”
Professor D	“Sim, mas desconheço”
Professor E	“Na rede pública, não. O currículo apresenta uma qualidade de ensino para alunos de capacidade abaixo do básico até o nível adequado”

Fonte: o autor

Quadro 4.3. Resposta dos professores à terceira pergunta do questionário

Questão 3	A sua escola estimula os professores a realizar um trabalho específico com alunos com altas habilidades? Como você avalia isso?
Professor A	“Com alunos superdotados, não. Isso é muito ruim porque provavelmente desestimula esses alunos e prejudica seu desenvolvimento. Quando comecei a dar aula, procurava bastante formas diferentes de ensinar alunos com distúrbios de aprendizagem. Mas com superdotados nunca fui atrás”
Professor B	“Não estimula. Deveria ter mais orientação nesse sentido para aproveitar e ajudar esses alunos a se desenvolver e melhorar seus valores”
Professor C	“Não estimula. Até queria aprender mais, um dia, como ensinar esse tipo de aluno da maneira correta”
Professor D	“Não estimula. A escola está muito preocupada em ajudar os alunos com dificuldades que esquecem de procurar os superdotados. Alunos com superdotação acabam, por sua vez, desanimados”
Professor E	“Um trabalho específico, não. Mas estimula o professor a incentivar esse aluno a realizar atividades extraclasse, desenvolvimento de projetos internos da escola e até mesmo projetos de intercâmbio que o estado proporciona. Poderia ter outras maneiras também. Um currículo adaptado, por exemplo. O que se propõe é interessante, produtivo e abrange várias áreas do conhecimento, inclusive o cognitivo”

Fonte: o autor

Quadro 4.4. Resposta dos professores à quarta pergunta do questionário

Questão 4	Você acha que o raciocínio lógico em alunos com superdotação/altas habilidades é diferente? Se sim, de que forma?
Professor A	“Sim, com certeza. É mais rápido que seus colegas da sala. Os alunos normais demoram mais para ligar os assuntos. Isso é diferente com os superdotados. Por exemplo, matérias de álgebra e geometria tem partes que se conectam. É nessas situações que os superdotados têm mais facilidade”
Professor B	“Sim, pensamento mais rápido”
Professor C	“Bem mais rápido. Por exemplo, conseguem resolver as questões de matemática mais facilmente. Muitas vezes é até chato, porque chega a atropelar, às vezes, a explicação que a gente dá”
Professor D	“Sim. Pensamento mais rápido. Menos tempo para fazer as ligações lógicas e ligar os assuntos”
Professor E	“Sim, porque se o aluno tem uma capacidade de maior desenvolvimento na aprendizagem, conseqüentemente ele tem um raciocínio mais rápido”

Fonte: o autor

A primeira pergunta foi: “Para você, o que é superdotação/altas habilidades?”. A respeito do conceito de superdotação, as seguintes respostas foram mais recorrentes: cinco professores citaram a capacidade e desempenho acima da média, quando a percepção é de que o aluno demonstra ter capacidade intelectual acima da capacidade dos alunos regulares e três citaram a facilidade de aprendizagem, que diz respeito à velocidade que os alunos superdotados absorvem a matéria ministrada.

Sobre a questão 2, “Existe uma maneira específica, estratégias de ensino ou de atividades para se trabalhar conteúdos de matemática com alunos com altas habilidades na sala de aula”, um professor indicou como modalidade de intervenção a aceleração como estratégia básica, três professores desconhecem e um professor indicou que na rede pública não há estratégias de ensino diferentes para o aluno superdotado.

A terceira questão versou sobre se a escola estimula os professores a realizar um trabalho específico com alunos com altas habilidades e como era a avaliação sobre essa realidade. Quatro professores responderam que não há incentivo das escolas. O professor E indicou que a escola estimula o professor a incentivar o aluno a realizar atividades extraclasse, desenvolvimento de projetos internos na escola e até projetos de intercâmbio para outros estados. Esse mesmo professor, quando solicitado a responder a questão 2, disse que não conhecia estratégias diferentes de ensino para o aluno superdotado, o que supõe que se referiu a alunos regulares na questão 3. Um professor indicou que a ausência de estímulos desanima os alunos e um professor indicou que carece de meios de desenvolver e aperfeiçoar os valores dos alunos.

Com relação à questão 4 “Você acha que o raciocínio lógico em alunos com altas habilidades é diferente? Se sim, de que forma? “, todos os professores responderam que sim. Os cinco professores responderam que os alunos superdotados raciocinam mais rápidos e dois responderam que eles conseguem conectar diferentes assuntos.

Por último, duas questões de lógica matemática clássica de nível médio foram apresentadas e, em seguida, a professor opinou sobre se um aluno com altas habilidades e um aluno regular teriam dificuldades em resolvê-la.

As questões de lógica clássica foram escolhidas para destacar a capacidade dos alunos na inteligência lógico-matemática.

Sobre a questão, quatro professores responderam que o aluno com altas habilidades não teria dificuldade em resolvê-la, dois disseram que os alunos com AH/SD resolveriam se antes lhes fossem ensinados a simbologia da Lógica Clássica e um professor não soube responder. Com relação aos alunos regulares, todos os professores responderam que não conseguiriam resolver as questões.

As duas questões foram propostas objetivando fornecer subsídios tanto ao aspecto mais técnico da lógica matemática (questão 1) quanto ao aspecto mais ligado ao raciocínio lógico em termos das normas linguísticas (questão 2)

Questão 1. Construir a tabela-verdade da sentença.

$$P(p, q, r) = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Solução:

Quadro 4.5 Tabela-verdade da sentença $P(p, q, r) = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Fonte: o autor

Questão 2. Escreva em português a negação de cada sentença abaixo:

a) Todo número inteiro é um número real

Solução: Existe um número inteiro que não é número real

b) Existe um número real que não é inteiro

Solução: Todos os números reais são inteiros.

c) Todo carro é ou branco ou preto

Solução: Existe um carro que não é branco e não é preto.

Com relação à definição de superdotação, os professores apresentaram uma definição rasa e superficial, que ressalta a existência de mitos sobre o tema e impede o atendimento específico ao dificultar a observação do aluno em sala de aula. As respostas apresentadas (capacidade e desempenho acima da média e facilidade de aprendizagem) aproximam-se da definição de Renzulli, porém ainda há a percepção de que os alunos com altas habilidades/superdotação sempre apresentam boas notas em todas as matérias, que é incorreto, porque foca somente nas inteligências lógico-matemática e linguística, e que o aspecto cognitivo é

essencial para a identificação, sem considerar a criatividade e o comprometimento.

Apesar de citarem a capacidade e desempenho acima da média como um dos definidores da superdotação, os professores não dosaram em que medida esse desempenho seria considerado como pertencente ao fenômeno da superdotação.

O contraste é mais evidente quando levamos em conta a definição constante na Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva, que define:

Alunos com altas habilidades/superdotação demonstram potencial elevado em qualquer uma das seguintes áreas, isoladas ou combinadas: intelectual; acadêmica; liderança; psicomotricidade e artes; elevada criatividade; grande envolvimento na aprendizagem; realização de tarefas em áreas de seu interesse (BRASIL, 2014, p. 1)

A falta de clareza na definição de superdotação e altas habilidades mitiga as chances de o aluno ter seu potencial desenvolvido, porque frequentemente o professor é o primeiro a indicar programas de atendimento ou enriquecimento escolar.

Os professores entrevistados propõem uma educação igual para todos os alunos tendo em vista o desconhecimento de estratégias ou atividades específicas. O estudo e a compreensão da superdotação pode ser uma estratégia para entender a temática, aprimorando a indicação desses alunos pelos professores e possibilitando atendimento específico, principalmente tendo em vista que dois dos professores entrevistados trabalhavam com alunos portadores de síndromes e deficiências visuais e auditivas, isto é, na rede pública este tipo de aluno vem recebendo alguma atenção.

O desconhecimento do significado de superdotação/altas habilidades aliadas à ausência de oferecimento de estratégias adequadas de ensino para os alunos não permitem o reconhecimento de sinais de presença de talento, que conforme preceitua GUENTHER (2012, p. 78)

Os sinais de presença de talento que podem ser observados no âmbito das disciplinas ensinadas na escola incluem, principalmente:
Existência de um tema, atividade, campo ou via de expressão preferencial, buscada regularmente, ou bem aceita pelo aluno;
Desempenho e produção notadamente superior nessa atividade ou via de expressão, tanto em comparação com os colegas da turma como no âmbito geral das pessoas que se dedicam a esse campo ou atividade;

Envolvimento, interesse, gosto, facilidade, mas também dedicação e persistência na atividade em que sobressai.

Segundo Virgolim (1998), para que o talento criativo seja corretamente identificado, estimulado e potencializado ao máximo nos alunos, é necessário atentarmos para o papel fundamental da escola neste processo.

O ensino regular é direcionado para o aluno médio e abaixo da média, e o aluno com superdotação é visto com suspeita por professores que, diante da pressão de perguntas e questionamentos, se sentem ameaçados.

Segundo ALENCAR (2012), estudos realizados nos Estados Unidos indicaram que professores sem uma preparação especial ou conhecimento na área da superdotação são tendentes à hostilidade e desinteresse em relação aos alunos superdotados, e que alguns apresentavam atitudes negativas que faziam os estudantes a modificar seu comportamento, passando a imitar seus colegas e esconder alguns de seus talentos e competências. Além disso, ocorrem mudanças profundas quando alunos excepcionalmente inteligentes têm a oportunidade de interagir com pares do mesmo nível de inteligência. Citando OSHEA (1965), a pesquisadora pontua que:

Alunos que, por exemplo, eram retraídos, socialmente distantes, com baixa participação nas atividades escolares, uma vez em contato com grupos de idade mental similar, passavam a atuar de uma forma adequada, dando contribuições significativas nas atividades de grupo e se comportando como indivíduos socializados e felizes. ALENCAR (2012, p. 88)

Portanto, é recomendável que o professor reflita a respeito do que poderia fazer para atingir os objetivos da educação inclusiva para alunos com superdotação, que são:

- Ajudar o aluno a desenvolver ao máximo os seus talentos e habilidades;
- Possibilitar experiências de sucesso para todos os alunos, levando-os a perceber os seus “ pontos fortes”, contribuindo, desta forma, para a formação de um autoconceito positivo;
- Ajudar o aluno a desenvolver bons hábitos de estudo;
- Utilizar estratégias diversas para despertar, alimentar e ampliar os interesses discentes;
- Respeitar o ritmo de aprendizagem do aluno;
- Propiciar um clima em sala de aula que faça com que o aluno se sinta valorizado, respeitando e estimulando a dar o melhor de si;
- Priorizar não apenas a dimensão intelectual, mas também a afetiva (sentimento e valores), além de contribuir para o desenvolvimento social do aluno;
- Propiciar condições favoráveis ao desenvolvimento do potencial criador,

tanto pelo fortalecimento de traços de personalidade que se associam à criatividade, como autoconfiança, iniciativa, flexibilidade, persistência, quanto encorajando e possibilitando o exercício do pensamento criativo;
 Utilizar estratégias instrucionais que encorajem o estudo independente do aluno e a pesquisa de tópicos relativos ao conteúdo específico do currículo que estiver sendo tratado;
 Permitir uma aprendizagem em maior profundidade de tópicos de interesse em áreas específicas de estudo. ALENCAR (2012, p.92)

A respeito da lógica matemática clássica, os professores focaram inicialmente o raciocínio lógico como sinônimo de agilidade de pensamento e interconexão de diversos assuntos, e não como uma matéria autônoma dentro da matemática. As questões se mostraram apropriadas para serem dadas em sala de aula para alunos superdotados que, segundo os professores entrevistados, facilmente resolveriam, desde que sejam ensinadas de antemão a simbologia e os significados dela no contexto da lógica clássica, ao contrário dos alunos regulares, que não teriam a capacidade de resolvê-las. Isso vai ao encontro do significado de superdotação dos professores já mencionado, haja vista que só as habilidades mensuráveis por meio de provas escritas (lógico-matemática e linguística) são ressaltadas em possíveis alunos superdotados. Nenhum professor respondeu que um aluno superdotado não responderia porque ele apresenta traços e comportamentos de superdotação nas demais inteligências múltiplas de Gardner (GARDNER apud BRASIL, 2007).

Não é possível responder à questão da validade de qualquer argumento, seja de quaisquer disciplinas, sem o domínio dos elementos básicos da lógica. Disso extraímos a importância do ensino de lógica clássica em sala de aula.

O ensino de lógica clássica não precisa se concretizar de maneira direta, com a exposição de axiomas e de todas as simbologias próprias da área, desconectado dos saberes de outras áreas. Para direcionar e organizar a aprendizagem, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio propõem que

(...) os elementos essenciais de um núcleo comum devem compor uma série de temas ou tópicos em Matemática escolhidos a partir de critérios que visam ao desenvolvimento das atitudes e habilidades. O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, 2016, p. 43)

Ou seja, o objetivo da aprendizagem deve envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo (BRASIL, 2016).

Nesse contexto, e face à dificuldade do aluno regular, na visão do professor, de resolver os dois exercícios apresentados, sugerimos exercícios de lógica matemática a seguir, que podem ser ministrados para alunos do ensino médio da rede pública inseridos em um programa para superdotados, e que podem ser resolvidas sem a necessidade de domínio de toda a simbologia da lógica clássica.

3.4 PLANO DE AULA

- **Conteúdo**
Lógica Clássica
- **Turma a que se destina**
Estas atividades se destinam a uma turma de alunos que estejam inseridos em um programa para superdotação/altas habilidades
- **Data da realização e carga horária**
Atividades previstas para uma ou duas aulas (dependendo da turma)
- **Contrato pedagógico ou Contrato didático**
O contrato didático, como o próprio nome aponta, trata-se do estabelecimento de regras que são acordadas para o funcionamento da aula. Não existem regras específicas obrigatórias, sendo que os itens a seguir podem servir como sugestão ao professor, caso este não utilize já algum outro.

CONTRATO DIDÁTICO

Considerando as características da turma para a qual propomos este trabalho, qual seja, uma pequena turma de alunos com altas habilidades, não vemos necessidade de estabelecer regras de conduta formatadas em um contrato didático pré-estabelecido.

- **Tendência metodológica a ser utilizada durante esta aula**

Os problemas propostos podem ser resolvidos utilizando a metodologia da resolução de problemas ou a investigação matemática, depende da preferência do professor. Estas tendências estão já consolidadas na área da Educação Matemática. De modo geral, como apontado por Carvalho (2013).

trata-se de explorar determinado tópico matemático por meio do problema, transpassando, atravessando, *através* do problema: primeiro oferece-se ao aluno um problema (adequado ao nível escolar, conhecimento prévio, etc.) então, a partir deste ponto, desenvolve-se junto com o aluno (e a turma toda, de preferência) técnicas Matemáticas ou conceitos matemáticos que tratem de resolver o problema proposto, passando-se por etapas de discussão e sistematização dos conteúdos trabalhados (CARVALHO, 2013, p.637)

De acordo com Onuchic e Allevato, as seguintes etapas devem ser observadas, quando da utilização desta metodologia: 1. Preparação do problema 2. Leitura individual; 3. Leitura em conjunto; 4. Resolução do problema; 5. Observar e incentivar; 6. Registro das resoluções na lousa; 7. Plenária; 8. Busca do consenso; 9. Formalização do conteúdo (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Outra possibilidade para a aplicação das atividades de Lógica Clássica para a turma de alunos com Altas Habilidades é a utilização da metodologia de investigação matemática.

Numa atividade investigativa, a tarefa proposta tem um caráter mais aberto do que na Metodologia de Resolução de Problemas. Na primeira, é apresentada uma situação não tão clara como um problema, apresenta-se uma situação, e espera-se que por meio de explorações os alunos construam questionamentos e busquem caminhos para a solução da atividade (CARVALHO, 2013, p.639)

- **Objetivo(s)**
Apresentar conceitos da Lógica Clássica
- **Tarefa(s) a ser(em) desenvolvida(s)**

Questão 1. Considere as duas expressões de cada item abaixo. Caso seja possível, determine, entre as afirmativas a, b, c, e d, qual é a conclusão lógica que podemos chegar e argumente, justificando sua escolha.

1. Todo indivíduo bem-intencionado é mal compreendido.
Todo puro é bem-intencionado.
 2. Todo indivíduo bem-intencionado é mal compreendido.
Todo indivíduo bem-intencionado é puro.
 3. Alguns indivíduos bem-intencionados são mal compreendidos.
Todo indivíduo bem-intencionado é puro.
 4. Todo indivíduo bem-intencionado é mal compreendido.
Alguns indivíduos bem-intencionados não são puros.
- a) Todo puro é mal compreendido.
 - b) Nenhum puro é mal compreendido.
 - c) Alguns puros não são mal compreendidos.
 - d) Alguns puros são mal compreendidos.

Solução:

1 – (a) e (d).

Comentário:

Trata-se de um silogismo clássico. Podemos pensar em termos de conjuntos: Todo indivíduo bem-intencionado pertence ao conjunto dos indivíduos mal compreendidos, e todos os puros pertencem ao conjunto dos indivíduos bem-intencionados. Isto é, todos, portanto alguns, os indivíduos puros pertencem ao conjunto dos indivíduos mal compreendidos.

2 – (d).

3 – (d).

Comentário:

Se não existisse indivíduo puro mal compreendido, então não seria verdade afirmar que todo indivíduo bem-intencionado é mal compreendido

4 – Nada se pode concluir.

Comentário:

Se um silogismo tivesse as duas premissas como aquelas do item 4 e como conclusão quaisquer letras, poderíamos concluir que a argumentação não é válida.

Questão 2. Desapareceu um livro de Lógica em japonês da estante do professor Ciro Gismo Tanakara. Após exaustivas investigações, 5 suspeitos são detidos para interrogatório (Aristóteles, Sócrates, Platão, Descartes e Euclides). Cada um deles faz 3 declarações, sendo 2 verdadeiras e 1 falsa. Seus depoimentos são:

Aristóteles: Não fui eu.
Nunca me interessei por lógica.
Quem roubou o livro foi Descartes.

Sócrates: Não fui eu.
Não entendo japonês.
Todos os envolvidos alegam inocência.

Platão: Sou inocente.
 Descartes é o culpado.
 Nunca vi Euclides antes de hoje.

Descartes: Sou inocente.
 Euclides é o ladrão.
 Aristóteles mentiu, ao me acusar.

Euclides: Não fui eu.
 Sócrates é o culpado.
 Platão e eu somos velhos amigos.

Quem roubou o livro?

Solução:

A afirmação de Aristóteles: “Quem roubou o livro foi Descartes” é falsa. Se fosse verdadeira, então Descartes seria o ladrão, porém neste caso, Descartes mentiria nas 3 vezes, a contrariar o enunciado. Portanto, as duas primeiras declarações de Aristóteles são verdadeiras e a terceira, falsa.

Diante disso, as declarações “Sou inocente” e “Aristóteles mentiu, ao me acusar” de Descartes são verdadeiras e a declaração “ Euclides é o ladrão “ é falsa”

Assim, a declaração de Platão “ Descartes é o culpado” também é falsa e a terceira declaração “ Nunca vi Euclides antes de hoje” é verdadeira. Sabendo que Descartes mentiu ao declarar que Euclides é o ladrão e Euclides mentiu ao declarar que “ Platão e eu somos velhos amigos”, resta como verdadeiras as seguintes declarações de Euclides “ Não fui eu “ e “ Sócrates é o culpado”.

Portanto, quem roubou foi Sócrates.

Comentário:

Há várias formas de chegarmos à resposta correta e não há necessidade de utilizarmos sentenças propositivas e nem racionalizar por meio de fórmulas. Trata-se de um exercício típico cuja solução é mais bem assimilada caso o aluno já esteja habituado em resolver problemas de Lógica Clássica.

Questão 3. (Esta questão pode ser aplicada após a familiarização dos estudantes com os termos e conceitos fundamentais da lógica clássica).

Dadas duas proposições p e q e a condicional $p \rightarrow q$, determinar: (a) a contrapositiva da contrapositiva; (b) a contrapositiva da recíproca; (c) a contrapositiva da inversa; (d) contrapositiva de $p \rightarrow \sim q$; (e) A contrapositiva da recíproca de $p \rightarrow \sim q$.

Solução:

(a) A contrapositiva de $p \rightarrow q$ é $\sim q \rightarrow \sim p$. Dessa forma, a contrapositiva é $\sim(\sim p) \rightarrow \sim(\sim q)$ que é equivalente a $p \rightarrow q$.

(b) A recíproca de $p \rightarrow q$ é $q \rightarrow p$. Assim, a contrapositiva é $\sim p \rightarrow \sim q$.

(c) A inversa de $p \rightarrow q$ é $\sim p \rightarrow \sim q$. Portanto, a contrapositiva é $q \rightarrow p$.

(d) A contrapositiva de $p \rightarrow \sim q$ é $\sim(\sim q) \rightarrow \sim p$ que é equivalente a $q \rightarrow \sim p$.

(e) A recíproca de $p \rightarrow \sim q$ é $\sim q \rightarrow p$. Portanto, a contrapositiva da recíproca é $\sim p \rightarrow \sim(\sim q) \Leftrightarrow \sim p \rightarrow q$.

Comentário:

O conceito de condicional permeia todo o desenvolvimento da lógica clássica, e a capacidade de estabelecer conexões entre a condicional e sua recíproca, contrapositiva e inversa auxilia os alunos a evitar erros que podem aparecer quando o argumento utilizado em uma proposição não é válido.

Considere a seguinte condicional: “ Se você usar o sabão em pó Flash, então suas roupas ficarão limpas”. A contrapositiva, recíproca e inversa dessa condicional são, respectivamente:

Recíproca: Se suas roupas estão limpas, então você usou o sabão em pó Flash.

Contrapositiva: Se suas roupas não estão limpas, então você não usou o sabão em pó Flash.

Inversa: Se você não usar o sabão em pó Flash, então suas roupas não ficarão limpas.

Quem não for familiar com a condicional pode confundir a condicional da propaganda com sua inversa, ou seja, se não usar Flash, nossas roupas não ficarão limpas. Porém, como se constata no valor lógico de uma condicional, podemos usar outra marca de sabão em pó e ainda ter roupas limpas. Essa distinção é fundamental para a assimilação dos conceitos mais avançados pelos alunos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um dos maiores desafios da educação é oferecer aos alunos oportunidades para o desenvolvimento pessoal e para a aprendizagem. Em sala de aula, o professor tem condições que lhe permite a observação sistemática das expressões de habilidades e aptidões, que o torna essencial na identificação de alunos superdotados e o responsável pelas adaptações curriculares que permitirá aos alunos aprendizagens significativas na escola.

A identificação exige planejamento e coleta de dados. Identificados, os alunos devem ser encaminhados para um serviço de atendimento que promova as ações de que necessitem, como os Núcleos de Atividade de Altas Habilidades/Superdotação. A escola deve trabalhar as potencialidades dos alunos superdotados para que não haja perda de interesse do aluno em continuar a externar seus talentos e habilidades.

As respostas às perguntas do questionário sugerem a necessidade dos professores e das escolas em conhecer o significado de superdotação baseado nas abordagens teóricas modernas, com o fito de caracterizar e abordar os alunos de uma maneira mais inclusiva. Neste trabalho, entendemos a superdotação como padrões de desempenho superior e características definidas e observadas em várias situações e amplitudes que um aluno possa apresentar, quando comparada a um grupo de igual faixa etária e contexto social.

O ensino da lógica clássica pode contribuir para que o aluno pense de forma organizada e, dessa maneira, auxiliar na familiarização de conceitos lógicos elementares, a embasar uma postura crítica frente a argumentos.

Quando os professores apontaram que os alunos com superdotação têm competência para resolver os dois exercícios de lógica, evidenciaram a noção primitiva de que a superdotação está necessariamente vinculada à capacidade cognitiva dos tipos lógica-matemática ou linguística que, como vimos, é uma interpretação rasa do conceito de superdotação e altas habilidades.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, E.M.L.S. **Indivíduos com Altas Habilidades/Superdotação: Clarificando Conceitos, Desfazendo Idéias Errôneas.**In: FLEITH, D. S (org). A construção de práticas educacionais para alunos com altas habilidades/superdotação: volume 1: orientação a professores. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2007.

_____. Educação especial: a realidade brasileira. Volume 13. Disponível em : <http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/viewFile/889/796>, Acessado em 08/11/2015 às 21:16.

_____. **Psicologia e educação do superdotado.** São Paulo: E.P.U., 1986

_____. **Aluno com Altas Habilidades na Escola Inclusiva.** In: MOREIRA, L.C; STOLTZ, T. (Coord.). Altas Habilidades/Superdotação, Talento, Dotação e Educação. Curitiba, Jurua Editora, 2012, p. 85-94.

_____, FLEITH, D. S. **Superdotados: determinantes, educação e ajustamento.** 2^ª. ed. São Paulo: EPU, 2001.

ALENCAR FILHO, E. **Iniciação à Lógica Matemática.** São Paulo/SP. Editora Nobel, 2002.

BARDIN, L. Análise de conteúdo. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro, São Paulo: Edições 70, 2011.

BIANCHI, C. **A lógica no desenvolvimento da competência argumentativa.** 2007. 206 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista , Rio Claro. Disponível em < http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2007/bianchi_c_dr_rcla.pdf > Acessado em 22/10/2016

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Nº 9394 de 20 de Dezembro de 1996.**

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria da Educação Especial Núcleo de Atividades de Altas Habilidades/Superdotação – NAAH/S:** documento orientador. Brasília, 2006

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Especial. Altas habilidades/ Superdotação. Encorajando Potenciais.** Brasília. MEC/SEESP, 2007

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Especial. Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva.** Brasília: MEC/SEESP, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acessado em 20/10/2016 às 00:17, 2016

CAMARGO, R.G; FREITAS, S.N. Altas Habilidades/superdotação por estudantes com altas habilidades/superdotação. In: Revista Brasileira de Altas Habilidades/Superdotação. Conselho Brasileiro para Superdotação. Volume 1. Número 1. 2013

CAMPBELL, J.R.; VERNA, M.A. **Messages from the field: American teachers of the gifted talk back to research community.** Trabalho apresentado na Reunião Anual da Associação Americana de Pesquisa Educacional, San Diego, CA.

CARVALHO, A.M.F.T. A (Trans)Formação pelo Estágio Supervisionado Obrigatório em um Curso de Licenciatura em Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, Puc, São Paulo, v.15, n. 3, 2013, p. 630 – 646.

CHAGAS, F.J. Conceituação e fatores individuais, familiares e culturais relacionados às altas habilidades. In: ALENCAR, E. M. L.S.; FLEITH, D. S. (Org.) **Desenvolvimento de talentos e altas habilidades: orientação a pais e professores.** Porto Alegre: Artmed, 2007.cap. 1, p. 15-24.

DELOU, C.M.C. O atendimento educacional especializado para alunos com Altas Habilidades/Superdotação no Ensino Superior: Possibilidades e Desafios. In: MOREIRA, L.C; STOLTZ, T. (Coord.). **Altas Habilidades/Superdotação, Talento, Dotação e Educação.** Curitiba, Jurua Editora, 2012, p. 129 – 142.

FLEITH, D. S; ALENCAR, E. M. L. S. Superdotados: Trajetória de desenvolvimento e realizações. Curitiba: Juruá, 2013.

GAGNÉ, F. Understanding the complex choreography of talent development through DMGT – Based Analysis. In: HELLER, K. A; MÖNKS, F. J.; STERNBERG R. J.; SUBOTNIK, R.F. (Eds.). **International handbook of giftedness and talent.** 2 ed. Oxford: Pergamon, 2000. p. 67-79.

GARDNER, H. Frames of mind: the theory of multiple intelligences. New York: Basic Books, 1983

GERONIMO, J.R; FRANCO, V.S. **Fundamentos de Matemática – Uma introdução à lógica matemática, teoria dos conjuntos, relações e funções.** 2ª Edição. Editora da Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2008.

GIL, A C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 5ª edição. São Paulo: Atlas, 2010

GUENTHER, Z.C. **Quem são os alunos dotados? Reconhecer dotação e talento na escola.** In: MOREIRA, L.C; STOLTZ, T (Coord.). Altas Habilidades/Superdotação, Talento, Dotação e Educação. Curitiba, Jurua Editora, 2012, p. 63-83.

IEZZI, G; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar – Conjuntos e Funções**. 5ª Edição. São Paulo: Atual, 2004

LIMA, E.L; CARVALHO, P.C.P; WAGNER, E.; MORGADO, A.C.A **Matemática do Ensino Médio. Volume 1**. 5ª Edição. Rio de Janeiro: IMPA, 2001.

MACHADO, J. N; CUNHA, M,O. **Lógica e linguagem cotidiana – verdade, coerência, comunicação, argumentação**. 2ª edição, Autêntica Editora, 2005.

MAIA-PINTO, R.R; FLEITH, D.S. Percepção de Professores sobre Alunos Superdotados. **Estudos de Psicologia**, PUC-Campinas, v. 19, n. 1, p. 78-90, janeiro/abril 2002

MÖNKES, F.J. **De rol van de sociale omgeving in de ontwikkeling van het hoohegaafde kind**. Amersfoort, Leuven: ACCO, 1988

NAGC. Definitions of Giftedness. Disponível em <http://www.nagc.org/resources-publications/resources/definitions-giftedness>. Acessado em 08/11/2015 às 22:01

OLIVEIRA, E. P. **Alunos sobredotados: a aceleração escolar como resposta educativa**. 2007. 329f. (Tese de Doutorado) - Universidade do Minho, Braga, 2007.

PÉREZ, S.G.P.B; FREITAS, S.N. **Encaminhamentos pedagógicos com alunos com Altas Habilidades/Superdotação na Educação Básica: o cenário brasileiro**. In. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. 41, p. 109-124, jul./set. 2011. Editora UFPR.

PÉREZ, S. G. P. B; RODRIGUES, S.T. Pessoas com Altas Habilidades/Superdotação: das confusões e outros entretesos. In: Revista Brasileira de Altas Habilidades/Superdotação. Conselho Brasileiro para Superdotação. Volume 1. Número 1. 2013

POCINHO, M. **Superdotação: Conceitos e Modelos de Diagnóstico e Intervenção Psicoeducativa**. In. Rev. Bras. Ed. Esp., Marília, v.15, n.1, p.3-14, jan.-abr. 2009..

SABATELLA, M. L. P. **Talento e superdotação: problema ou solução?** Curitiba, PR: Ibplex, 2005.

SOUZA, N. G. S. **O ensino da lógica na educação básica**. 2013. 91 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Tradução de Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

STOLTZ, T.; PARRAT-DAYAN, S. **Imaginário Criativo e Racionalidade: Incompatibilidade ou Compatibilidade?** In: MOREIRA, L.C; STOLTZ, T (Coord.). Altas Habilidades/Superdotação, Talento, Dotação e Educação. Curitiba, Jurua Editora, 2012, p. 172-179.

RENZULLI, J.S. The three-ring conception of giftedness: a developmental model for creative productivity. In: STERNBERG, R. J.; DAVIDSON, J. E. (Eds.) Conceptions of giftedness. New York: Cambridge University Press, 1986, p. 53-92.

_____. The Enrichment Triad Model. Wheterfield, Conn: Creative Learning Press, 1977

_____ & Reis, S. M. The Schoolwide Enrichment Model. In K. A. Heller, F. J. Monks, R.J. Sternberg & R. F. Subotnik (Orgs.). International handbook of giftedness and talento. Oxford: Elsevier, pp. 367-382, 2000.

TARRIDA, A.C. Problemática Escolar de las personas superdotadas y talentosas. In: BRAVO, C. M (Org.). Superdotados. Problemática e Intervención. Valladolid (España): Servicio de Apoyo a la Enseñanza, Universidad de Valladolid, 1997.

VIRGOLIM, A M. R. (1998) **Uma proposta para o desenvolvimento da criatividade na escola, segundo o modelo Renzulli.** Trabalho apresentado na XXVIII Reunião Anual de Psicologia, Ribeirão Preto, SP.

VIRGOLIM, A . **A identificação de alunos para programas especializados na área de altas habilidades/superdotação: problemas e desafios.** In: Revista Brasileira de Altas Habilidades/Superdotação. Conselho Brasileiro para Superdotação. Volume 1. Número 1. 2013

WERNECK, V. R. **Sobre o processo de construção do conhecimento:** o papel do ensino e da pesquisa. Ensaio: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.14, n.51, p. 173-196, abr./jun. 2006

ANEXO A**Termo de Consentimento Livre e Esclarecido****Título Provisório da pesquisa:****SUPERDOTAÇÃO/HABILIDADES E LÓGICA CLÁSSICA: PERCEPÇÃO DE CINCO PROFESSORES DA REDE PÚBLICA.**

Gostaríamos de convidá-lo a participar da pesquisa “ **SUPERDOTAÇÃO/ALTAS HABILIDADES E LÓGICA CLÁSSICA: PERCEPÇÃO DE CINCO PROFESSORES DA REDE PÚBLICA** ”, realizada em “**Londrina**”. O objetivo da pesquisa é expôr a percepção de professores sobre os alunos com Altas Habilidades/Superdotação juntamente com a percepção dos professores sobre exercícios aplicados em sala de aula sobre lógica clássica. A sua participação é muito importante e ela se daria da seguinte forma: responder um questionário sobre a percepção do professor sobre o fenômeno das Altas Habilidades/Superdotação e o ensino de Lógica Clássica. Gostaríamos de esclarecer que sua participação é totalmente voluntária, podendo você: recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa. Informamos ainda que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade. Informamos que o(a) senhor(a) não pagará nem será remunerado por sua participação. Garantimos, no entanto, que todas as despesas decorrentes da pesquisa serão ressarcidas, quando devidas e decorrentes especificamente de sua participação na pesquisa. Caso você tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode nos contatar Douglas Bordinhão dos Santos, e-mail: [***](mailto:***@***.br), telefone: 14-3344****, ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Londrina, na Avenida Robert Kock, nº 60, ou no telefone 33712490. Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

ANEXO B**QUESTIONÁRIO**

1. Para você, o que é superdotação/altas habilidades?
2. Existe uma maneira específica, estratégias de ensino ou de atividades para se trabalhar conteúdos de matemática com alunos com altas habilidades na sala de aula?
3. A sua escola estimula os professores a realizar um trabalho específico com alunos com altas habilidades? Como você avalia isso?
4. Você acha que o raciocínio lógico em alunos com altas habilidades é diferente? Se sim, de que forma?

Sim. Pensamento mais rápido.

5. Analise estas questões de lógica:

Questão 1 Construir a tabela-verdade da sentença.

$$P(p, q, r) = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Questão 2. Escreva em português a negação de cada sentença abaixo:

- a) Todo número inteiro é um número real
- b) Existe um número real que não é inteiro
- c) Todo carro é ou branco ou preto

Você acha que um aluno com altas habilidades teria dificuldades para resolver esta questão? E um aluno regular?