Universidade Estadual de Londrina

DANIELE PERES DA SILVA MARTELOZO

INTERAÇÕES ENTRE COGNIÇÃO E AFETIVIDADE NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Londrina
2019

DANIELE PERES DA SILVA MARTELOZO

INTERAÇÕES ENTRE COGNIÇÃO E AFETIVIDADE NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da UEL, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli

Londrina
2019

DANIELE PERES DA SILVA MARTELOZO

INTERAÇÕES ENTRE COGNIÇÃO E AFETIVIDADE NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da UEL, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

____
Orientadora: Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina – UEL

____
Prof. Dr. Henrique Rizek Elias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

____
Prof. Dr. Jader Otavio Dalto
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

____
Prof. Dra. Marta Burda Schastai
Núcleo de Tecnologia Educacional – PR

____
Prof. Dra. Rosana Nogueira de Lima
Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN

Londrina, 27 de fevereiro de 2019.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, elevo meus pensamentos a Deus em gratidão por presentear-me com o dom da vida e por ter-me privilegiado com tantas bênçãos; especialmente neste momento, sou grata por essa etapa que concluo e pela nova fase que se inicia. Agradeço também a intercessão de Nossa Senhora em todos os momentos de minha vida.

Agradeço a minha família, minha mãe Maria de Fátima, meu pai Maurilio e minha irmã Suellen, por toda dedicação, amor, incentivo, força e paciência em todos os momentos de minha vida, em especial nesses quatro anos. Certamente, sem eles, não teria condições de realizar e concluir esse processo.

Com muita alegria, agradeço ao meu marido Vitor Hugo por todo amor, incentivo, paciência e compreensão em todos os momentos dessa caminhada. Obrigada por amparar-me e compreender-me, sempre.

Agradeço a minha orientadora Angela Marta que, mais uma vez, confiou em mim. Sou grata por toda paciência, dedicação, apoio, amizade, palavras de sabedoria e de carinho, preocupação, enfim, por ser bem mais do que uma orientadora, na verdade uma grande amiga e incentivadora.

Agradeço aos queridos amigos da família GEPPMat, Alessandra, Bruna, Christian, Cleberson, Débora, Geraldo, Henrique, Jair, Laís, Lígia, Lúcio, Marcelo, Mariany, Michelle e Nilton, por todo o auxílio, força, apoio, motivação, pelas prazerosas conversas durante as reuniões do grupo, deliciosos lanches que compartilhamos, nossas animadas festas juninas na casa do Christian, pelas animadas viagens a eventos; vocês contribuíram com leituras, sugestões e com proveitosas discussões a respeito de minha pesquisa. Sou grata pela amizade de vocês.

Em especial, agradeço aos amigos, Alessandra, Christian, Laís e Henrique, que desde o início desse processo de doutoramento estiveram presentes, com muitas conversas, risadas, desabafos, sempre me ajudando.

Agradeço aos membros titulares da banca, Henrique, Jader, Marta e Rosana, e os membros suplentes Laís e Loreni, por aceitarem o convite e por todas as valiosas contribuições para meu crescimento profissional e refinamento da pesquisa.

Agradeço aos professores do programa, que colaboraram para meu crescimento pessoal e intelectual.

A CAPES pelo apoio financeiro.

As minhas amigas de infância (irmãs) Carol, Denise e Mari, por todo o apoio e amizade, por momentos de descontração e muita alegria.

A todos os amigos e colegas que fiz nesse processo, meus sinceros agradecimentos.

Enfim, agradeço as muitas pessoas que passaram por minha vida e me fizeram melhor.

É com muita alegria que concluo essa seção desta pesquisa!!

Nunca sabemos, nem saberemos tudo, é sábio quem é humilde e quem deseja aprender na convivência com os demais. Contar com o apoio daqueles que amamos é imprescindível para nos sentirmos fortalecidos. Não tenha medo de pedir ajuda.

Luís Erlin Gomes Gordo

MARTELOZO, Daniele Peres da Silva. **Interações entre cognição e afetividade na aprendizagem da matemática**. 2019. 137 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

RESUMO

Esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa, teórica e com inspiração na perspectiva especulativa. Partindo do quadro teórico de David Tall, denominado de “Três Mundos da Matemática”, trazemos discussões dessa perspectiva teórica, sobretudo de um conceito central, intitulado *“já-encontrado”*, por ser esse conceito referente às experiências anteriores dos indivíduos na aprendizagem da Matemática, bem como aos efeitos dessas experiências na aprendizagem atual e/ou futura. Com esse estudo, surgiu a possibilidade de uma discussão sobre possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos no processo de aprendizagem da Matemática, assim como aos “já-encontrados” atrelados ao domínio afetivo. Nesse caminho, nosso interesse voltou-se para a discussão de possibilidades de interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática e em caracterizar elementos que constituem essa relação mútua: este, o objetivo desta tese. Para tanto, realizamos dois levantamentos bibliográficos no que se refere à Educação Matemática: um sobre pesquisas que envolvem o quadro dos Três Mundos da Matemática e outro com pesquisas que envolvem o domínio afetivo. Para discutir elementos do domínio afetivo, os autores Valerie DeBellis e Gerald Goldin, sustentam nossas discussões, apresentando a afetividade como um sistema interno com função representacional, especialmente, referente ao conceito denominado de *meta-afeto*. Como primeira produção, uma extensão ao conceito de “já-encontrado”, trazemos o termo *“já-encontrado afetivo”*. Num segundo momento, construímos uma caracterização para uma possibilidade de relação mútua entre elementos dos domínios cognitivo e afetivo na aprendizagem da Matemática. Finalizando, trazemos um contexto hipotético na aprendizagem da Matemática, a fim de evidenciar essa relação e possibilitar maiores entendimentos a respeito de interações desses elementos na aprendizagem da Matemática. Partindo dessas discussões e construções, com esse estudo, enfatizamos a presença ativa e a influência de elementos cognitivos e de elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, bem como a necessidade de avançar em pesquisas que problematizem relações entre esses elementos, permitindo a abertura de possibilidades que gerem frutos quanto ao desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes. Faz-se necessário que haja investigações envolvendo também aspectos do domínio afetivo a fim de trazer indicativos pertinentes para o processo de aprendizagem da Matemática dos indivíduos, proporcionando avanços para a Educação Matemática.

Palavras-chave: Educação matemática. Cognição. Afetividade. Aprendizagem. *Já-encontrados.*

MARTELOZO, Daniele Peres da Silva. **Interactions between cognition and affectivity in mathematics learning.** 2019. 137 p. Thesis (Doctorate in Sciences and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

ABSTRACT

This research is characterized as qualitative, theoretical and with inspiration in the speculative perspective. From the theoretical framework of David Tall, called "Three Worlds of Mathematics", we bring discussions of this theoretical perspective, especially of a central concept, entitled "met-before", as this concept refers to the previous experiences of individuals in learning Mathematics , as well as the effects of these experiences on current and/or future learning. With this study, the possibility arose of a discussion about possible interactions between cognitive elements and affective elements in the learning process of Mathematics, as well as to the "met-befores" linked to the affective domain. In this way, our interest turned to the discussion of possibilities of interactions between cognitive elements and affective elements in the learning of Mathematics and in characterizing elements that constitute this mutual relation: this, the objective of this thesis. To do so, we conducted two bibliographical surveys regarding Mathematics Education: one on research involving the Three Worlds of Mathematics and the other with research involving the affective domain. To discuss elements of the affective domain, the authors Valerie DeBellis and Gerald Goldin, sustain our discussions, presenting the affectivity as an internal system with representational function, especially, referring to the concept denominated *meta-affect*. As the first production, an extension to the concept of "met-before", we bring the term "*affective met-before* ". In a second moment, we constructed a characterization for a possibility of mutual relation between elements of the cognitive and affective domains in the learning of Mathematics. Finally, we bring a hypothetical context in the learning of Mathematics, in order to highlight this relationship and make possible greater understandings regarding the interactions of these elements in the learning of Mathematics. Based on these discussions and constructions, this study emphasizes the active presence and influence of cognitive elements and affective elements in the learning of Mathematics, as well as the need to advance in researches that problematize relationships between these elements, allowing the opening of possibilities that bear fruit in the development of students' mathematical thinking. It is necessary that there be investigations also involving aspects of the affective domain in order to bring indicatives pertinent to the process of learning the Mathematics of the individuals, providing advances in Mathematics Education..

Key words: Mathematical education. Cognition. Affectivity. Learning. Met-befores.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Iniciaremos este texto expondo escolhas tomadas e alguns aspectos relevantes ao caminho percorrido.

Assim como em outras áreas, considero[1] que ser pesquisador em Educação Matemática é um desafio, pois esse campo de pesquisa abrange uma vasta gama de investigações em diferentes eixos temáticos, os quais podem ter implicações na ação docente, seja na formação inicial de professores ou no exercício da docência, na aprendizagem, enfim, em várias perspectivas. Discutir sobre o ensino e a aprendizagem, independentemente do nível de ensino, envolve uma série de elementos e variáveis que se fazem presentes em qualquer que seja o cenário envolvido, como, por exemplo: o espaço físico; a cultura; questões políticas; ideologias; crenças; entre outros. Logo, estar na posição de doutoranda da área de Educação Matemática se tornou para mim um desafio!

Dessa maneira, diante de tantas possibilidades de temas para desenvolver uma tese, inicialmente algumas dúvidas fizeram-se muito presentes: O que fazer? O que pesquisar? De que modo começar? E foi assim que esta pesquisa começou!

Durante o mestrado, nos anos de 2011 e 2012, sendo orientada pela professora Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli, desenvolvemos uma investigação, com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental[2], acerca do pensamento algébrico. Após concluir o mestrado, com interesse em ingressar no doutorado, já tinha em mente o desejo de trabalhar com outro tema, a fim de conhecer outros referenciais teóricos, sendo que, na dissertação, utilizei autores que discutem o desenvolvimento do pensamento algébrico, sobretudo o pensamento algébrico nos anos iniciais, por exemplo, Blanton (2001, 2005, 2006), Brizuela (2006, 2010), Carraher (2005, 2006, 2007, 2008), Carpenter (1995, 2003), Fiorentini (2005), Kaput (1999, 2001, 200, 2005), Kieran (1992, 1996, 2004), Lins (1997, 2004), Miguel (1993), Miorim (1993), Schliemann (2006, 2007, 2008), entre outros.

---

[1] Nessa primeira seção da pesquisa, cabe explicitar que as falas transitarão ora em primeira pessoa do singular, quando apresento minhas inquietações, motivações, algumas escolhas, e em outros momentos, na primeira pessoa do plural, quando nos referirmos ao caminho traçado pelas duas pesquisadoras, minha orientadora e eu.

[2] Nesse período era bolsista do Programa Observatório da Educação - CAPES - com o projeto intitulado “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática” - UEL. Esses estudantes eram de uma escola vinculada ao projeto.

Dessa forma, no segundo semestre de 2014, participando do Grupo de Estudo e Pesquisa do Pensamento Matemático - GEPPMat, na condição de estudante especial, tive contato com um texto do autor David Tall sobre o Pensamento Matemático Avançado (PMA)[3], o qual trazia um quadro teórico denominado "Três Mundos da Matemática". A partir desse primeiro estudo no grupo, essa linha de pesquisa interessou-me, instigando-me a estudar esse autor quando iniciei o doutorado, no primeiro semestre de 2015.

Desse modo, meu interesse voltou-se em compreender alguns elementos que esse autor traz em sua teoria, especialmente, no primeiro ano de doutorado, sobre o quadro dos Três Mundos da Matemática[4] (TALL, 2004, 2013). A fim de não me alongar nessa apresentação de alguns passos percorridos, durante estudo e reflexão desse quadro, um dos conceitos centrais, intitulado *"já-encontrado"*[5] (LIMA, 2007; TALL, 2013) chamou-me a atenção para a possibilidade de um estudo mais aprofundado. Foi o que fizemos, uma vez que começamos a refletir acerca da importância em se considerar as experiências anteriores referentes à Matemática e sobre os efeitos dessas na aprendizagem. A partir desse termo, com os estudos no primeiro semestre de 2016, observamos uma possível relação dessa teoria com teorias que tratam da afetividade[6] e, debruçamo-nos a pensar sobre isso.

Assim, com essas considerações expostas, neste momento julgamos necessário enfatizar que um de nossos objetivos concentrara-se no conceito de "já-encontrado", sobre seus desdobramentos e relações entre os domínios afetivo e cognitivo. Nesse sentido e encorajadas em iniciar um diálogo envolvendo elementos afetivos e cognitivos e a Educação Matemática, na sequência apresentamos algumas justificativas que sustentam e norteiam nossas intenções com esta pesquisa.

1.1 Justificativa da investigação

---

[3] Área de pesquisa desenvolvida pelo grupo de trabalho *Advanced Mathematical Thinking Group*, constituído durante o evento Internacional de Psicologia da Educação Matemática na década de 1980 (PINTO, 2002).

[4] Dedicaremos uma seção deste trabalho para abordar esse quadro.

[5] Do inglês *met-before*. Cabe explicitar que, ao longo de todo o texto, utilizaremos a expressão "já-encontrado" como tradução para esse termo, conforme a pesquisadora Lima apresenta (LIMA, 2007). Dedicaremos alguns momentos deste trabalho para abordarmos esse conceito.

[6] Dedicaremos uma seção deste trabalho para abordarmos aspectos referentes a esse termo, bem como, sobre seus elementos. Neste trabalho consideramos os termos *domínio afetivo, afeto* e *afetividade* como sinônimos.

Discutir a afetividade na Educação Matemática não é uma abordagem recente, desde que, por volta da década de 1950, surgiram estudos dessa natureza. Entretanto, somente nos anos 1980 pesquisadores iniciaram investigações com relação às influências de elementos afetivos nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, ampliando para a investigação de crenças, atitudes, reações emocionais durante a resolução de problemas matemáticos, entre outros (GÓMEZ-CHACÓN, 2005; HANNULA, 2012).

Nas pesquisas educacionais, esse tema foi, por muito tempo, desconsiderado. “Apesar da clara relevância das emoções para a educação, as emoções foram negligenciadas pela pesquisa educacional até a década de 1990 [...].” (PEKRUN; LINNENBRINK-GARCIA, 2014, p.1, tradução nossa[7]). Em outras áreas, tais como a Psicologia e a Sociologia, já havia pesquisas que discutiam elementos do domínio afetivo, por exemplo, sobre as emoções, considerando acerca da relação indissociável entre afeto e cognição (PEKRUN; LINNENBRINK-GARCIA, 2014).

Percebemos, por meio da história que, mesmo sendo a afetividade inseparável do sujeito psicológico, a constatação dessa discussão como algo relevante, principalmente no que diz respeito ao estudante, nas relações da prática docente, demorou a ocorrer. Esse quadro começou a ser modificado com as pesquisas do educador matemático McLeod (1992), que apresentou, por meio de suas pesquisas, uma conceptualização para o afeto relacionado à Matemática, acarretando implicações para as pesquisas na área de Educação Matemática nas décadas seguintes.

Esse cenário vem sendo alterado, tendo em vista que o número de pesquisas na área de Educação, que se dedicam a estudar elementos da afetividade atrelados aos processos de ensino e de aprendizagem é crescente. Esse fato também se revela nas pesquisas do campo de Educação Matemática. Contudo, de acordo com o levantamento das pesquisas brasileiras que realizamos e considerando o que afirmam os autores que se debruçam nesse campo, as investigações nesse domínio, principalmente no Brasil, ainda permanecem tímidas quando comparadas com outras temáticas de investigação (PEKRUN; LINNENBRINK-GARCIA, 2014; PEPIN; ROESKEN-WINTER, 2015). Segundo Gómez-Chacón (2018) “[...] observou-se que

---

[7] Despite the clear relevance of emotions for education, emotions have been neglected by educational research until the 1990s […].

investigações similares na agenda da Educação Matemática ainda são muito escassas". (GÓMEZ-CHACÓN, 2018, p. 170, tradução nossa[8]).

Ao falarmos de afetividade referente às ações de ensinar e de aprender, muitas vezes encontramos evidências de uma separação entre cognição e afetividade, ou então, da negligência do afeto, não somente nas práticas de sala de aula, mas também em pesquisas que discutem a afetividade na educação. Uma investigação em que se teve como objetivo pesquisar trabalhos de Pós-Graduação no Brasil com o tema central "dificuldade de aprendizagem matemática e afetividade", concluiu que

> "Os aspectos cognitivos, de acordo com os trabalhos analisados, ainda são estudados de forma separada dos aspectos afetivos, sendo que estes, na maior parte dos trabalhos, não são sequer citados. Os aspectos afetivos e subjetivos, na maior parte das pesquisas, ainda são excluídos do processo de análise da aprendizagem matemática do sujeito". (MEDEIROS; MUNIZ, 2016, p.1).

A pesquisa de Medeiros e Muniz (2016) indica-nos uma separação entre afeto e cognição nos processos de análise da aprendizagem matemática, o que nos reforça a ideia de considerarmos a necessidade de investigações que tragam como questões centrais a afetividade nas relações educacionais, bem como suas interações, implicações e, principalmente, que remetam a aspectos ligados diretamente ao ensino e à aprendizagem dos estudantes.

Nesse sentido, ao falarmos de afetividade na aprendizagem, ou ainda, dos processos de ensinar e de aprender e, com isso, de elementos que permeiam esses processos, não podemos desconsiderar, nesta pesquisa, a "bagagem" dos estudantes, ou seja, seus conhecimentos anteriores relativos, à aprendizagem e as experiências referentes à Matemática. Esses conhecimentos anteriores referentes a conceitos matemáticos, para Lima e Tall (2008), recebem o nome de "já-encontrados". Para os autores (2008), "[...] definimos um 'já-encontrado' como uma construção mental que um indivíduo usa em um determinado momento com base em experiências que eles conheceram antes". (LIMA; TALL, 2008, p. 4, tradução nossa[9]).

Ao tentarmos identificar o porquê de algumas dificuldades ou equívocos presentes no desenvolvimento do pensamento matemático dos

[8] […] It has been noted, however, that similar investigations on the agenda of mathematics education are still very scarce […].
[9] […] we define a 'met-before' to be a mental construct that an individual uses at a given time based on experiences they have met before.

estudantes, por exemplo, ao questionarmos o porquê ao afirmarem diante da desigualdade, que $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$, ou então, que $\sqrt{9} = \pm 3$, estamos, de alguma forma, buscando compreender as origens de tais interpretações, a fim de traçarmos estratégias que sejam favoráveis e que possam potencializar[10] a aprendizagem, além de nos "aproximarmos" de nossos estudantes, numa tentativa de compreender o ponto de vista do outro. Assim, no exemplo $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$, o que pode fazer com que o estudante acredite que $\frac{1}{3}$ é maior do que $\frac{1}{2}$, é a desigualdade $3 > 2$, já que 3 é maior que 2, sendo essa desigualdade o "já-encontrado dificultador"[11], advindo de experiências anteriores com a Matemática, interferindo no aprendizado atual, nesse caso, o de comparação entre frações.

Assim, nesta pesquisa, com o termo "já-encontrado", temos como intenção abordar a importância de se considerar e como lidar com experiências anteriores na aprendizagem da Matemática. Sobretudo, quando tratamos de "experiências anteriores", "[...] a palavra 'já-encontrado' refere-se não à experiência real em si, mas ao rastro que deixa na mente que afeta nosso pensamento atual [...]". (TALL, 2013, p. 88, tradução nossa[12]). Ainda ao considerarmos o efeito dessas experiências ao lidar com a Matemática, durante a aprendizagem e as possíveis implicações futuras, estamos interessadas nas reações afetivas decorrentes desse processo, as quais podem ser positivas ou negativas, auxiliando ou impedindo o progresso da aprendizagem. Temos como intenção nos aprofundarmos nessas questões ao longo desta pesquisa.

Com muitas inquietações e a fim de compreendermos como essas questões são tratadas na literatura, num primeiro momento, realizamos um levantamento com relação à ideia de abordarmos o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013), especialmente no que se refere aos "já-encontrados" e, num momento posterior, realizamos outro levantamento acerca de elementos do domínio afetivo. Logo, com o objetivo de conhecermos e nos aprofundarmos nessas temáticas, as buscas envolveram: programas de mestrado e

---

[10] Estamos nos referindo a essa expressão no sentido de fomentar e otimizar a aprendizagem dos estudantes, ou então, de que em uma sala de aula, por exemplo, o professor alcance a maioria dos estudantes.
[11] Problematic met-before (Tall, 2013).
[12] […] where the word 'met-before' refers not to the actual experience itself, but to the trace that it leaves in the mind that affects our current thinking […].

doutorado em Educação Matemática e em Educação, nas linhas de pesquisa: Educação Matemática e Ensino de Ciências e Matemática; dois eventos da área de Educação Matemática, Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM e Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM e em dois periódicos nessa área de pesquisa, a saber: Boletim de Educação Matemática - Bolema e Ciência e Educação. Apresentamos, no próximo capítulo, os levantamentos mencionados, seus desdobramentos e os critérios para tais escolhas.

Por meio da literatura pesquisada, originada a partir da revisão bibliográfica, e uma posterior análise acerca de pesquisas referentes aos assuntos brevemente discutidos, consideramos que essa investigação torna-se pertinente por:

- apresentar uma investigação que contempla um diálogo, por meio de reflexões e argumentações teóricas a respeito de possíveis relações e interações entre elementos cognitivos e afetivos no campo da Educação Matemática;
- abordar elementos pertencentes e pertinentes ao processo de aprendizagem da Matemática;
- discutir o conceito do termo "já-encontrado" expandido para o domínio afetivo com implicações na aprendizagem da Matemática.

Com base no que foi abordado, apresentaremos nossos objetivos, os quais emergiram no decorrer desse processo e nortearam o desenvolvimento desse trabalho, que se constituiu repleto de idas e vindas, de incertezas, de retomadas e de mudanças de percurso.

1.2 Objetivos da pesquisa

Para esta tese, temos como objetivo geral: *discutir possibilidades de interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, bem como caracterizar elementos que constituem essa relação mútua*[13].

Algumas questões nortearam o desenvolvimento desta investigação: *"Que relações podemos estabelecer quando discutimos acerca de "já-encontrados" e afetos no processo de aprendizagem da Matemática?"* e "*Quais indícios de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos podem haver nesse processo?"*

[13] Nesta pesquisa, consideramos os termos "interação" e "relação mútua" enquanto sinônimos.

Cabe dizer que esses questionamentos emergiram ao debruçarmos sobre nosso campo de investigação, motivando-nos a seguir em busca por esse caminho. Assim, na procura por reflexões que caminhem na direção desses questionamentos, temos como objetivos específicos:

- discutir e construir argumentos sobre a importância em considerar, do ponto de vista de teorias de aprendizagem, elementos dos domínios cognitivo e afetivo na aprendizagem da Matemática, bem como sobre a relação mútua entre esses domínios, como interagem e como podem interferir no processo de aprendizagem em longo prazo;
- discutir e construir argumentos sobre a influência dos “já-encontrados” na aprendizagem da Matemática, dialogando acerca da importância de se considerar e compreender os “já-encontrados” dos estudantes atrelados a elementos do domínio afetivo;
- trazer indicativos de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática por meio de uma situação hipotética, em um contexto de aprendizagem matemática.

É com o intuito de estabelecer essa discussão e reflexão que esta pesquisa se insere, ou seja, na busca por trazer considerações a respeito de elementos necessários e pertencentes à aprendizagem da Matemática. Na próxima subseção, indicamos as intenções e ideias que norteiam cada um dos capítulos desta tese.

1.3 Delineando a pesquisa

Com a introdução, esta investigação compõe-se de seis Capítulos que estão organizados da seguinte maneira:

No Capítulo 2, intitulado “CAMINHOS METODOLÓGICOS PERCORRIDOS”, apresentamos um esboço do processo de constituição desta tese, bem como sobre a construção do material de análise, nosso campo de pesquisa e os passos que norteiam este trabalho. Esse esboço contempla aspectos referentes à natureza desta investigação sobre características da pesquisa qualitativa e nossa aproximação com a perspectiva Teórica e Especulativa (VAN DER MAREN, 2004;

MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001). Nas seções 2.1 e 2.2, trazemos dois levantamentos bibliográficos (um panorama nacional de pesquisas que envolvem o quadro dos Três Mundos da Matemática e um panorama nacional de pesquisas que envolvem o domínio afetivo e a Educação Matemática). Na seção 2.3, explicitamos mudanças e redirecionamentos de escolhas nesse percurso.

No Capítulo 3, trazemos considerações sobre o quadro teórico dos “Três Mundos da Matemática”, de David Tall (2004, 2013). Iniciamos com algumas reflexões de seus conceitos centrais a respeito do desenvolvimento do pensamento matemático por meio da combinação de três mundos diferentes, bem como sobre características dessas diferentes formas de operar matematicamente e noções de como esse pensamento evolui ao longo das experiências vivenciadas pelo indivíduo (seção 3.1). Na seção 3.2, dedicamos nossas reflexões e discussões sobre o conceito do termo “já-encontrado”. Com relação às ideias subjacentes a esse conceito, nessa mesma seção iniciamos uma discussão no que se refere ao domínio afetivo; assim, esse capítulo “abre” uma possibilidade de discussão acerca de possíveis relações e interações entre elementos cognitivos e afetivos no processo de aprendizagem da Matemática, sobretudo, aos “já-encontrados” atrelados ao domínio afetivo. Logo, partindo do que os autores Lima e Tall (2008) e Tall (2004, 2013) apresentam sobre os “já-encontrados”, trazemos os “já-encontrados afetivos” como um tipo de “já-encontrados”, considerando a afetividade como uma extensão desse conceito.

Conforme apresentamos, tendo em vista nossa intenção em tratar a respeito de elementos do domínio afetivo, faz-se pertinente aprofundarmos nossas reflexões e buscas por relações no que se refere a elementos desse domínio, assim como elementos do domínio cognitivo e interações desses na aprendizagem da Matemática. No capítulo seguinte, apresentamos considerações nessa direção.

O Capítulo 4, “AFETIVIDADE E COGNIÇÃO: IMPLICAÇÕES NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA”, divide-se em duas seções. Na seção 4.1, num primeiro momento, apresentamos uma discussão preliminar sobre a natureza do domínio afetivo em algumas perspectivas da área de Educação Matemática, para, depois, assumirmos a perspectiva que seguimos nesta tese. Ainda nessa seção, trazemos uma subseção, 4.1.1, destacando eventos e obras na Educação Matemática, os quais reforçam a importância e pertinência em abordar o afeto na Educação Matemática como um campo de pesquisa em desenvolvimento. Na seção 4.2, dialogamos com o quadro teórico dos educadores matemáticos Goldin (2000, 2002, 2004, 2014) e Debellis e Goldin (2006), considerando a afetividade um sistema interno com função representacional. Esses educadores matemáticos abordam o desenvolvimento intelectual constituinte de dois componentes - um cognitivo e outro afetivo - estando esses presentes em todo o desenvolvimento do sujeito. Com discussões nessa perspectiva, refletimos e trazemos argumentos em favor de possíveis relações e interações entre os domínios afetivo e cognitivo no processo de aprendizagem da Matemática, sobretudo no que se refere aos "já-encontrados" e elementos desse quadro teórico.

Partindo dessas reflexões, o Capítulo 5 tem como intuito de recontar as principais ideias e conceitos que constituem e norteiam esta tese, assim como alguns caminhos trilhados, o que consideramos como principais reflexões a partir das teorias que nos sustentam e conforme se relacionam, a fim de suscitar em considerações. Ainda, temos como intenção trazer indicativos para além do que foi apresentado. Apresentamos uma caracterização para o que consideramos como uma relação mútua entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, a partir de conceitos do referencial teórico empregado nesta pesquisa. Com a finalidade de evidenciar tal relação, em uma dinâmica diferente, construímos um diálogo hipotético, no contexto da aprendizagem da Matemática, com indicativos e reflexões de possibilidades que discutam relações e interações entre elementos afetivos e cognitivos no processo de aprendizagem da Matemática.

No Capítulo 6, referente às considerações finais, num primeiro momento, apresentamos uma visão geral do caminho percorrido nesta investigação e as principais motivações para o objetivo proposto. Na busca em descrever tal retomada, dedicamo-nos a expor considerações a respeito de resultados obtidos, de dificuldades encontradas, de contribuições para a Educação Matemática e de perspectivas futuras. Encerro com impressões desta caminhada.

2 CAMINHOS METODOLÓGICOS PERCORRIDOS

Iniciamos este capítulo afirmando a natureza desta pesquisa. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, teórica e de cunho especulativo. Temos como intenção apresentar um esboço de seu processo de constituição e aspectos de sua natureza, procedimentos metodológicos e a justificativa de como a caracterizamos.

Com relação à caracterização enquanto qualitativa, destacaremos algumas particularidades apresentadas por Creswell (2010), as quais se relacionam com nossa pesquisa:

> - O pesquisador como um instrumento fundamental - Os pesquisadores qualitativos coletam pessoalmente os dados por meio de exame de documentos, de observação do comportamento ou de entrevista com os participantes [...];
> - Interpretativo - A pesquisa qualitativa é uma forma de investigação interpretativa em que os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem. Suas interpretações não podem ser separadas de suas origens, história, contextos e entendimentos anteriores [...];
> - Projeto emergente - O processo de pesquisa dos pesquisadores qualitativos é emergente [...];
> - Relato holístico - Os pesquisadores qualitativos tentam desenvolver um quadro complexo do problema ou questão que está sendo estudado. Isso envolve o relato de múltiplas perspectivas, a identificação dos muitos fatores envolvidos em uma situação, e, em geral, o esboço do quadro mais amplo que emerge [...]. (CRESWELL, 2010, p. 208-209).

Nesse sentido, esta investigação configura-se como qualitativa mediante à maneira em que foi organizada, aos critérios escolhidos, aos objetivos traçados, enfim, à sua construção como um todo. Também se caracteriza como modalidade de pesquisa teórica, uma vez que, segundo Demo (2000, p. 20), citado em Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 69), a pesquisa teórica tem como objetivo a “[...] reconstrução e/ou desenvolvimento de ‘teorias, conceitos, ideias, ideologias, polêmicas, tendo em vista, em termos imediatos, aprimorar fundamentos teóricos’ ou desenvolver quadros de referência.” Confirmamos essas características ao longo dos capítulos que seguem, sobretudo neste capítulo, apresentamos descrições e explicações referentes aos procedimentos metodológicos, ao percurso percorrido, assim como às escolhas tomadas. Nos parágrafos seguintes, trazemos breves considerações a respeito dos encaminhamentos metodológicos assumidos nesta investigação.

Ao tomar essas qualidades referentes à pesquisa qualitativa e teórica quanto aos aspectos metodológicos, buscamos fundamentos na abordagem teórica e especulativa. Na Educação, utilizando-se dessa abordagem, o pesquisador, a partir do estudo e reflexão em seu referencial teórico selecionado, tem como objetivo construir, por meio da escrita, declarações teóricas (VAN DER MAREN, 2004). Assim, o exercício de construir declarações teóricas sobre outras declarações teóricas requer, além de ações como *interpretar* e *argumentar*, o *recontar*, sendo esses os três eixos principais em que se apoia essa modalidade de pesquisa (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001).

A *interpretação* requer construção e desconstrução de textos, sugerindo a interpretação em outros contextos, o que permite ir além, ou seja, estendendo para um campo diferente daquele que o objeto investigado se situa. Ao estar diante de referências teóricas, o pesquisador busca refletir profundamente na literatura em questão, a fim de selecionar o material de análise, definir o problema de pesquisa, tecer considerações sobre características da questão a ser investigada, definir conceitos corretamente, com a intenção de suscitar possíveis relações com outras dimensões. Logo, o exercício de interpretar implica a hermenêutica e a análise conceitual (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001).

Por meio de articulações entre essas ações, ao desenvolver a investigação, o pesquisador fundamenta-se no segundo eixo, a *argumentação*, uma vez que ela ocorre por meio do desenvolvimento de um diálogo, da construção de um texto original, da organização e composição de argumentos claros e consistentes, visando antecipar contra-argumentos e convencer seu público. Assim, a argumentação pressupõe a retórica (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001).

Para o pesquisador que emprega a abordagem metodológica especulativa, não são suficientes as ações de *interpretar* e *argumentar;* a escrita é necessária, assim como o exercício de *recontar*, ou seja, a construção de um texto geral acerca das principais ideias e conceitos desenvolvidos na pesquisa, a fim de narrar as interpretações alcançadas, contemplando enunciados teóricos, combinando estilo de escrita e objeto investigado, nesse caso, abrangendo a prática literária (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001). Dessa forma, esses três eixos articulam-se, sendo que “[...] uma das questões centrais na pesquisa teórica e especulativa reside na sua capacidade de produzir um problema sem precedentes, propor uma nova análise com base na interpretação de textos anteriores e a argumentação rigorosa". (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001, p. 20, tradução nossa[14]).

Ao sustentar-se na metodologia de pesquisa especulativa, tendo em vista esses três eixos fundamentais, ainda que o pesquisador não trabalhe com evidências empíricas, como por exemplo, por meio de entrevistas e/ou questionários, ele deve selecionar seu material de análise, sendo essa a primeira etapa da pesquisa teórica e especulativa, a delimitação do *corpus*, podendo ser realizada de três maneiras distintas: *corpus único*, *intertextual* ou *contrastante* (VAN DER MAREN, 2004). Faremos alguns destaques ao tipo *intertextual*, sendo que a construção de nosso material de pesquisa aproxima-se dessa forma de constituição do *corpus*.

Nesse tipo de constituição do material de pesquisa, o pesquisador utiliza referências de vários autores, em busca de mais de um ponto de vista, a fim de, posteriormente, construir declarações teóricas a partir de outras declarações teóricas. Construir um *corpus* intertextual "[...] não é apenas pesquisar declarações produzidas por vários autores sobre um tema ou por um autor abordando diferentes leituras em várias situações, mas também para identificar diferenças nas condições de produção destas declarações". (VAN DER MAREN, 2004, p. 177, tradução nossa[15]).

Assim, num primeiro momento, com a intenção de conhecer, na literatura, produções sobre a teoria dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004; 2013), realizamos um levantamento em busca de pesquisas que empregam esse quadro teórico, a fim de estudarmos e refletirmos a respeito de conceitos, ideias e problematizações trazidas nas investigações. Além disso, estudamos publicações do autor e de seus colaboradores, em especial referente a esse quadro teórico (TALL, 2004, 2005, 2008, 2010, 2013, 2015, 2016, 2017). A partir do estudo, reflexão e interpretação das referências selecionadas, decorrendo em achados e considerações, nosso interesse voltou-se ao conceito de "já-encontrados" e, por meio dele, para aspectos pertencentes ao domínio afetivo, o que nos levou a realizar outro levantamento para investigar pesquisas que abordem o domínio afetivo e a Educação Matemática.

---

[14] [...] um des enjeux centraux des recherches théoriques et spéculatives reside dans leur capacite à produireune problématique inédite, à proposer une nouvelle analyse sur la base de l'interprétation des textes antèrieurs et de l'argumentation rigoureuse.

[15] [...] revient non seulement à chercher des énoncés produits par plusieurs auteurs sur un thème ou par un seul auteur s'adressant à des lecteurs différents dans des situations variées, mais aussi à identifier les différences dans les conditions de production de ces énoncés.

Nessa nova busca, nossa intenção foi a de compreender e investigar referenciais teóricos que discutem essa questão, num movimento de conhecer e analisar o que existe no campo de Educação Matemática. Desse movimento, destacamos alguns autores e educadores matemáticos, que constituem nosso *corpus* e, posteriormente, nosso referencial teórico: Goldin (2000, 2002, 2004, 2014), DeBellis e Godin (2006). Nas próximas seções, apresentamos detalhes e considerações sobre os levantamentos bibliográficos realizados, o que não se configura como estados da arte.

Com o material de pesquisa selecionado a partir desses primeiros levantamentos e de outras investigações que surgiram a partir dessas buscas, num exercício de leitura, interpretação e reflexão, construímos o *corpus* desta pesquisa. Assim, iniciamos nossa jornada, mesmo sem saber o destino final, “O primeiro destino é permanecer entre as obras, artigos e teses dos autores que já estudaram o assunto que é nosso. Assim leitura e crítica”. (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001, p. 8, tradução nossa[16]).

A segunda etapa refere-se à análise do material que constitui o *corpus*, podendo ser de três maneiras: *análise conceitual*, *crítica* ou *inferencial*. Em nossa pesquisa, seguimos, à luz das bases da análise *inferencial*, que se tem como questão central a inferência de elementos teóricos a fim de expandir ou desenvolver teorias (VAN DER MAREN, 2004). Desse modo,

> [...] A extensão de uma teoria existente e suas aplicações em seu campo original é realizada pela adição de elementos teoricamente inferidos. O desenvolvimento de uma nova teoria em um domínio dado é obtido pela transferência de uma teoria de outro domínio como resultado da percepção de uma analogia entre os domínios [...]. (VAN DER MAREN, 2004, p. 193, tradução nossa[17]).

Partindo dessas características de investigação, à luz dessa forma de fazer pesquisa, nesta investigação retomamos nossa intenção, bem como discutir, de forma interpretativa e argumentativa, questões que se fazem presentes no campo da Educação Matemática, especialmente de possíveis relações e interações entre

---

[16] La première destination consiste à séjourner parmi les ouvrages, articles et thèses des auteurs qui se sont déjà penchés sur le sujet qui est le notrê. Donc, lecture et critique.

[17][...] L'extension d'une théorie existante et de ses applications dans son champ originel se réalise par l'ajout d'éléments théoriques inférés. Le développement d'une nouvelle théorie dans un domaine donné s'obtient par le transfert d'une théorie d'un autre domaine à la suite de la perception d'une analogie entre les domaines [...].

elementos cognitivos e elementos afetivos pertencentes à aprendizagem da Matemática. Para tanto, o movimento de análise será com o intuito de interpretar os fenômenos subjacentes às questões sobre as quais nos debruçamos, a fim de alcançarmos novas compreensões e recontá-los, uma vez que, em uma pesquisa em Educação, teórica e especulativa, "[...] implica imaginar um problema - colocar um problema de uma maneira nova para criar coisas novas, um novo significado -, imaginar uma solução original". (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001, p. 9, tradução nossa[18]).

Na busca por compreender e justificar esta pesquisa, no que diz respeito à sua relevância e, também a fim de delinear nosso percurso quanto às escolhas, critérios, enfim, sobre os objetivos e intenções, ao longo desse processo de constituição do material de análise e, ao mesmo tempo, de reflexões, surgiram algumas inquietações, as quais consideramos pertinentes de serem compartilhadas:

- Como começar? O que pesquisar? Por que abordar o PMA?
- Qual a pertinência em pesquisar sobre os "já-encontrados" na aprendizagem da Matemática? O que diz esse conceito e o que ele traz de especial? Como proceder?
- Afetividade e Educação Matemática? O que a literatura apresenta sobre essa questão? Por que esse tema se faz interessante? Como relacioná-lo? Quais autores pesquisar? Por qual caminho seguir?
- Como abordar uma discussão que contemple elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática?
- Investigar estudantes do Ensino Superior? Nesse momento é uma escolha coerente?
- A quem essa pesquisa pode interessar? Qual será a sua contribuição para o campo de Educação Matemática?

Esses questionamentos e, certamente, outros, que se perderam ao longo desse processo, nortearam esta investigação à medida que nos fez refletir sobre os "porquês" adotados em cada escolha. Concordamos com Gatti (1999) ao afirmar

[18] [...] implique d'imaginer um problème – poser um problème d'une manière nouvelle pour faire apparaître de nouvelles choses, um nouveau sens -, d'imaginer une solution inédite.

que “[...] Sem reflexão e auto-reflexão sobre o ato de conhecer, as formas de ver e colocar problemas, a maneira de se tentar abordá-los, sem crítica e autocrítica não há pesquisa [...]”. (GATTI, 1999, p. 74). Ao longo do trabalho, temos como intenção descrever com detalhes cada critério e caminho adotado, assim como produzir enunciados teóricos que se aproximem de considerações a esses questionamentos.

Com as características apresentadas para uma pesquisa qualitativa, com inspirações na perspectiva teórica e especulativa, consideramos central a análise documental. Assim, apresentamos, na Figura 1, uma síntese do caminho seguido para a constituição do *corpus* desta pesquisa, compreendendo dois levantamentos bibliográficos realizados inicialmente e outras pesquisas advindas deles, as quais fazem parte do nosso material de análise.

Figura 1: Constituição do *corpus* da pesquisa: sobre a literatura pesquisada

Pesquisa e estudo de publicações do autor David Tall e seus colaboradores a respeito do quadro teórico dos **Três Mundos da Matemática** (2004, 2013).

Primeiro levantamento bibliográfico, na área de Educação Matemática: busca por palavras-chave, referentes ao quadro teórico dos **Três Mundos da Matemática** de Tall (2004, 2013), nos títulos de teses e dissertações em Programas de Pós-Graduação, de anais de dois eventos e de artigos em dois periódicos.

Identificamos **outras pesquisas,** a partir do levantamento anterior, referentes ao quadro teórico dos **Três Mundos da Matemática** de Tall (2004, 2013): essas pesquisas abordam esse quadro teórico, porém não contemplam as palavras de busca em seus títulos, sendo as pesquisas de Santos (2011), Müller (2015), Müller, Cury e Lima (2015) e Bisognin, Bisognin e Leivas (2016).

A partir da análise das pesquisas encontradas, especialmente, de estudos a respeito do conceito de **"já-encontrados"**, nasceu a ideia de "**olharmos"**, também, para a **afetividade** relacionada à **Educação Matemática.**

Segundo levantamento bibliográfico, na área de Educação Matemática: busca por palavras-chave, referentes à **afetividade**, nos títulos de teses e dissertações em Programas de Pós-Graduação, de anais de dois eventos e de artigos em dois periódicos.

Identificamos **outras pesquisas,** a partir do levantamento anterior, referentes à **afetividade**, ligadas à Educação Matemática: essas pesquisas abordam elementos afetivos, porém não contemplam as palavras de busca em seus títulos, por exemplo, as pesquisas de Viana (2004) e Faria (2006).

Desse movimento, na busca por compreender elementos referentes ao domínio afetivo, identificamos **pesquisas**, **quadros teóricos**, bem como **várias fontes de estudo** referentes à **afetividade,** na **Educação Matemática** e em **outras áreas**, como: na **Psicologia**, na **Educação**, na **Neurobiologia**, por exemplo, Hannula et al. (2004), Arantes (2012) e Ribeiro (2010).

A partir da exploração de pesquisas e de quadros teóricos envolvendo elementos do domínio afetivo, direcionamos nosso estudo para a **afetividade** relacionada à **Educação Matemática,** segundo o quadro teórico proposto pelos autores **Goldin (2000, 2002, 2004, 2014)** e **DeBellis** e **Goldin (2006).**

Com os quadros teóricos mencionados **(TALL, 2004, 2013; DEBELLIS; GOLDIN, 2006; GOLDIN, 2000, 200, 2004, 2014**) constituímos nosso ***corpus***, tendo a intenção de explorá-lo em busca de elementos teóricos, a fim de discutir e caracterizar possíveis interações entre a **cognição** e a **afetividade** na **aprendizagem da Matemática.**

Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 1, esboçamos o caminho trilhado referente à constituição do material de análise, ou seja, nosso campo de pesquisa. Ainda que, para essa composição, as motivações, os estudos de referenciais teóricos, e os levantamentos bibliográficos seguiram uma ordem cronológica; cabe-nos dizer que esses estudos e explorações foram repletos de retomadas, de leituras e releituras, prosseguindo, assim, ao longo de todo processo de construção desta tese. Logo, na Figura 1, a seta vertical representa as “idas” e “vindas” na literatura apresentada, em busca de compreensões, novas interpretações, de possíveis relações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática.

2.1 Um panorama nacional de pesquisas que envolvem o quadro dos Três Mundos da Matemática

Como já explicitado, num primeiro momento, nosso interesse voltou-se para compreensões do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013). A fim de investigarmos essa temática, num movimento de aprofundarmos nossos estudos nessa teoria, de “conhecermos” e analisarmos pesquisas que abordam esse quadro teórico, nos anos de 2015 e 2016 realizamos um levantamento, compreendendo:

- cinquenta e quatro programas[19] de mestrado e doutorado em Educação, nas linhas de pesquisa: Educação Matemática e Ensino de Ciências e Matemática, e Educação Matemática;

- dois eventos na área de Educação Matemática, em suas quatro últimas edições (compreendendo cerca de dez anos): Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM (pesquisamos as comunicações científicas e relatos de experiência nos anos de 2007, 2010, 2013 e 2016) e Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM (pesquisamos as comunicações científicas nos anos de 2006, 2009, 2012 e 2015);

- e em dois periódicos nessa área de pesquisa: Bolema (pesquisamos em todo o acervo) e Ciência e Educação (pesquisamos a partir do ano de 2009).

Inicialmente, nossa intenção foi de investigar por pesquisas nacionais, e posteriormente, olhar para pesquisas internacionais. No entanto, conforme o caminhar desse processo, com outros elementos entrando no estudo e o volume de informações crescendo, houve a necessidade de escolhas e cortes, sendo a investigação por pesquisas internacionais um estudo para uma agenda futura.

---

[19] Escolhemos esses programas com base em uma listagem de programas de Pós-Graduação no site da Plataforma Sucupira. Segue o endereço: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/avaliacao/consultaFichaAvaliacao.jsf

Quanto à escolha pelos eventos citados, consideramos terem destaque e também serem importantes fontes de discussão, por se tratar de atividades da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM[20]. Esses eventos promovem momentos para a discussão e reflexão de aspectos teóricos e práticos referentes à Educação Matemática e contam com um público abrangente composto por pesquisadores nacionais e internacionais.

No que se refere à justificação dos periódicos, nossa escolha deu-se pela familiaridade da autora com os mesmos, e considerando que o foco desta pesquisa está na aprendizagem da Matemática, por outros critérios: o Boletim de Educação Matemática - Bolema, por ser um periódico importante na área de Educação Matemática, no Brasil, criado em 1985, com classificação de Qualis A1, nessa área, apresentando publicações que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática; a revista Ciência e Educação, instituída em 1995, com Qualis A1 na área de Ensino, por publicar artigos científicos também relacionados ao ensino e a aprendizagem da Matemática, assim como outras áreas, sendo um importante meio para difundir pesquisas na área de Educação em Ciências e Matemática.

Para as buscas nos programas de Pós-Graduação, nas revistas e nos eventos, procuramos as palavras nos títulos: Três Mundos da Matemática; Mundos; Corporificado; Corporificação; Simbólico; Formal; Pensamento Matemático; Tall. Cabe esclarecer que o Quadro 1, apresentado na sequência, contempla as pesquisas que encontramos com tais palavras em seus títulos. No entanto, a partir dessas pesquisas, num movimento de estudo e exploração, identificamos outros trabalhos que compreendem esse quadro teórico em suas abordagens, os quais não expõem tais palavras de busca em seus títulos. Dessa forma, por meio desse movimento, no Quadro 2, apresentamos quatro pesquisas que não estão listadas nesse primeiro levantamento, sendo também parte de nosso *corpus* por constituírem importantes fontes de busca, estudo e análise acerca do assunto em questão.

Na sequência, apresentamos os Quadros 1 e 2, contemplando as pesquisas encontradas, divididas em duas partes: na primeira, as pesquisas nos periódicos e nos eventos e, na segunda, as teses e dissertações. Ressalvamos que neste quadro, classificamos as pesquisas, quanto: ao tipo, A (artigo), CC (comunicação científica), RE (relato de experiência), T (tese) e D (dissertação); ao

[20] http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/noticias/773-anuidade-2017

nível: ES (Ensino Superior), EM (Ensino Médio) e EF (Ensino Fundamental). Além disso, inserimos uma coluna com um código para cada pesquisa, por exemplo, A12 (artigo do ano de 2012). Assim, cada código se inicia com o tipo de pesquisa (A; CC; RE; T; D), seguido do ano de publicação. No caso de pesquisas do mesmo tipo e com o mesmo ano, inserimos um número depois do ano, que corresponde a sua classificação no Quadro 1.

Quadro 1: Relação das pesquisas nacionais que envolvem a teoria dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013)

Título/Autores	Tipo/Nível	Ano	Instituição	Código
OS "MUNDOS DA MATEMÁTICA" EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA/ Lourdes Maria Werle de Almeida; Bárbara Nivalda Palharini	A - Bolema/ ES	2012	UEL/PR	A12
O SUBCONSTRUTO PARTE-TODO: UMA ANÁLISE COM OS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Paulo César Freire; Rosana Nogueira de Lima	CC - SIPEM/ EF	2012	UNIAN/SP	CC12
CORPORIFICADA OU SIMBÓLICA? UMA JORNADA PELA IMAGEM DE CONCEITO DE UM ALUNO/ Paulo César Freire; Rosana Nogueira de Lima	CC - SIPEM/ EF	2015	UNIAN/SP	CC15
A EQUIVALÊNCIA, O LIVRO DIDÁTICO E OS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Sidney Silva Santos; Rosana Nogueira de Lima	CC - ENEM/ EF	2016	UNIAN/SP	CC16
Título/Autores	**Tipo/Nível**	**Ano**	**Instituição**	**Código**
EQUAÇÕES ALGÉBRICAS NO ENSINO MÉDIO: UMA JORNADA POR DIFERENTES MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Rosana Nogueira de Lima	T/EM	2007	PUC/SP	T07
MODELAGEM MATEMÁTICA E PENSAMENTO MATEMÁTICO: UM ESTUDO À LUZ DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Bárbara Nivalda Palharini	D/ES	2010	UEL/PR	D101
FUNÇÕES: UM ESTUDO BASEADO NOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Norberto Machado Angelini	D/EM	2010	UNIBAN/ SP	D102
SIGNIFICADOS DO SÍMBOLO DE IGUALDADE NUMA JORNADA POR TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Josias Nogueira Badaró	D/EF	2010	UNIBAN/ SP	D103
UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS À LUZ DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMATICA/ Rosangela Marazzio Koch	D/EF	2010	UNIBAN/ SP	D104
UMA JORNADA POR DIFERENTES MUNDOS DA MATEMÁTICA INVESTIGANDO OS NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA/ Paulo Cézar Freire	D/EF	2011	UNIBAN/ SP	D111
CONVERGÊNCIA DE SEQUÊNCIAS E SÉRIES NUMÉRICAS NO CÁLCULO: UM TRABALHO VISANDO A CORPORIFICAÇÃO DOS CONCEITOS/ Daila S. S. de Moura Fonseca	D/ES	2012	UFOP	D121

UM DIAGNÓSTICO COM O CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA PERSPECTIVA DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Ana Maria Pereira Pinto Poggio	D/EM	2012	UNIBAN/ SP	D122
A PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO E O *SOFTWARE* GEOGEBRA: UMA ANÁLISE DE ATIVIDADES SOBRE FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA À LUZ DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Patrícia Felipe	D/EM	2013	UNIBAN/ SP	D13
ÂNGULOS E PARALELISMO NOS LIVROS DIDÁTICOS À LUZ DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Cairo G. Fernandes	D/EF	2015	UNIAN/SP	D15
EQUIVALÊNCIA DE NÚMEROS RACIONAIS NA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA: UM OLHAR PARA LIVROS DIDÁTICOS À LUZ DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA/ Sidney S. Santos	D/EF	2016	UNIAN/SP	D16

Fonte: Elaborado pela autora.

Como já explicitado, nessa busca, o objetivo inicial foi de conhecermos as pesquisas com essa temática na literatura (com o quadro dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013)), aprofundarmos nossos estudos com relação à teoria e, posteriormente, realizarmos uma análise quanto ao foco de cada pesquisa e possíveis relações desse quadro teórico com outras fundamentações teóricas sobre os níveis de ensino investigados, enfim, a respeito de características referentes a esse assunto. Assim, nesse movimento de organização, interpretação e reflexão, antes de realizarmos algumas considerações, segue o Quadro 2, contemplando outras quatro pesquisas identificadas, seguindo as mesmas características de organização descritas para o Quadro 1.

Quadro 2: Outras pesquisas nacionais identificadas que envolvem a teoria dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013)

Título/Autores	Tipo/Nível	Ano	Instituição	Código
ANÁLISE DE DIFICULDADES EM RELAÇÃO À PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA: UMA DISCUSSÃO EM UM FÓRUM NO AMBIENTE MOODLE/ Thaísa Jacintho Müller; Helena Noronha Cury; José Valdeni de Lima	A - Perspectivas da educação Matemática/ ES	2015	PUC/RS	A15
APRENDIZAGEM DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS: PESQUISA SOBRE DIFICULDADES DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA/ Eleni Bisognin; Vanilde Bisognin; José Carlos Pinto Leivas	A - Zetetiké/ ES	2016	UNIFRA/RS	A16
Título/Autores	**Tipo/Nível**	**Ano**	**Instituição**	**Código**
O PAPEL DO SOFTWARE APLUSIX NA TRANSIÇÃO DE EQUAÇÕES DE AVALIAÇÃO PARA EQUAÇÕES DE MANIPULAÇÃO: O	D/EF	2011	UNIBAN/SP	D112

CASO DAS EQUAÇÕES QUADRÁTICAS/ Ricardo Pedroso dos Santos				
OBJETOS DE APRENDIZAGENS MULTIMODAIS E ENSINO DE CÁLCULO: UMA PROPOSTA BASEADA EM ANÁLISE DE ERROS/ Taísa Jacintho Müller	T/ES	2015	UFRS/RS	T15

Fonte: Elaborado pela autora.

Antes de alguns apontamentos, cabe-nos dizer que, nessa primeira busca, o foco não se concentrou especificamente no conceito dos "já-encontrados", mas nos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013), sendo esse conceito central na teoria em questão. No entanto, por meio da exploração das pesquisas selecionadas, com estudos e reflexões a partir da teoria, percebemos uma possibilidade, motivando-nos a dirigir nossos olhares nas ideias subjacentes ao conceito de "já-encontrados".

Das pesquisas selecionadas (Quadros 1 e 2) envolvendo esse quadro teórico, encontramos um total de dezenove, sendo duas teses, onze dissertações, três artigos e três comunicações científicas. Uma vez que os artigos e as comunicações científicas, com exceção de um artigo (A16)[21], trazem resultados provenientes das teses e dissertações identificadas e apresentadas, em nossas considerações destacamos alguns apontamentos referentes às teses e dissertações, totalizando treze pesquisas.

Verificamos que a maior parte das pesquisas, dez, tem como contexto de investigação, os níveis de Ensino Fundamental ou Médio (T07; D102; D103; D104; D113; D111; D122; D15; D16 e D112). Dessas, sete (T07; D102; D104; D113; D111; D122 e D112) são pesquisas empíricas com estudantes da Educação Básica e três (D103; D15 e D16) são pesquisas dos tipos bibliográfica e documental. Com relação às três pesquisas classificadas no nível de Ensino Superior (D101; D121 e T15), todas são empíricas, sendo essas investigações desenvolvidas com estudantes dos cursos de: Licenciatura em Matemática, Engenharia e Sistemas de Informação, respectivamente.

As sete pesquisas empíricas realizadas na Educação Básica, com relação ao quadro teórico dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013), direcionam suas investigações a estudantes ao lidarem com determinados conceitos matemáticos, sobretudo a respeito de: concepções, significados e métodos de

[21] No Capítulo 3, trazemos apontamentos e reflexões sobre essa investigação a fim de contribuir com nossa discussão, tendo em vista o objetivo desta pesquisa.

resolução; interferência dos “já-encontrados” na aprendizagem, bem como na resolução de tarefas matemáticas; desenvolvimento do pensamento matemático com a utilização de algumas abordagens metodológicas; dificuldades de aprendizagens; contribuição de softwares na aprendizagem de determinados conceitos; caracterizações de resoluções dos estudantes nos Três Mundos da Matemática; discussão de tarefas propostas a fim de mobilizar a transição entre conceitos matemáticos.

Dentre essas treze pesquisas, nove delas são de uma mesma instituição (D102; D103; D104; D13; D111; D122; D15; D16 e D112), sendo esse um número expressivo o que se verifica pela existência de um grupo de pesquisadores interessados nesse referencial teórico. Destacamos a Pesquisadora Rosana Nogueira de Lima, docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática/UNIAN-SP e as pesquisas de mestrado por ela orientadas. Em geral, as pesquisas que analisamos desse grupo investigam aspectos referentes à aprendizagem da Matemática, sobretudo os indícios de como estudantes da Educação Básica lidam com conceitos matemáticos.

Nas pesquisas analisadas, não encontramos indícios de investigações direcionadas a professores de Matemática da Educação Básica, professores formadores, professores do Ensino Superior, professores dos anos inicias, ou seja, contemplando aspectos referentes ao professor que ensina Matemática como foco de investigação. Com essas verificações, apontamos para a pertinência de investigações que tenham como foco o professor que ensina Matemática, independentemente do nível de ensino, especialmente tendo como questão principal indícios de aspectos que possam potencializar o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Desse levantamento bibliográfico, apontamos a ausência em pesquisas que discutam possibilidades de relações entre a abordagem desse quadro teórico e outras perspectivas teóricas; em outro domínio, em especial, destacamos pesquisas de natureza teórica, a fim de trazer novos olhares com vistas a avançar na construção e desenvolvimento de conceitos teóricos.

Realçamos que, dentre as treze pesquisas, oito (T07; T15; D102; D103; D104; D13; D111 e D112) abordam, em suas fundamentações teóricas, o conceito de “já-encontrados”, trazendo esse termo em suas análises e/ou como questão norteadora. Essa consideração revela a importância desse conceito no quadro teórico em questão, assim como para a aprendizagem da Matemática. Essa foi uma característica que nos levou a voltarmos nossas atenções nesse conceito, especialmente acerca de sua influência na aprendizagem da Matemática, bem como em emoções decorrentes desse conceito, o que nos motivou com possibilidades de relacioná-lo a outros elementos que também se constituem presentes, interferindo na aprendizagem, elementos do domínio afetivo. Assim, verificamos que, nessas investigações, não há relação entre a abordagem desse quadro teórico e as possíveis reações afetivas decorrentes dos efeitos dos “já-encontrados”, sendo essa uma possibilidade de estudo ao qual direcionamos nossas investigações.

Esse levantamento e posterior análise, além de constituir-se como fonte de estudo a respeito do quadro teórico, contribuiu para nortear nossos objetivos, sobretudo nosso interesse em realizar uma pesquisa de cunho teórico e voltar nossas atenções ao conceito de “já-encontrados”, ou seja, relacionando-o com outras perspectivas teóricas, estendendo para outro domínio, a fim de trazermos reflexões que sejam pertinentes para a área de Educação Matemática. Com isso, trazemos o Quadro 3, o qual se compõe a partir dos Quadros 1 e 2, uma vez que contempla características das pesquisas (teses e dissertações) que apresentamos nesta seção, a fim de sintetizar os números obtidos.

Quadro 3: Síntese das características das pesquisas encontradas e analisadas

<table>
<tr><td rowspan="4">Total de pesquisas analisadas</td><td rowspan="4">13</td><td>Ensino Superior</td><td>3</td><td colspan="2">Pesquisa de campo</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Educação Básica</td><td rowspan="3">10</td><td>1</td><td>Pesquisa bibliográfica</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Pesquisa documental</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Pesquisa empírica</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Total de pesquisas que abordam o conceito de “já-encontrados”</td><td rowspan="3">8</td><td>Ensino Superior</td><td>1</td><td colspan="2">Pesquisa de campo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Educação Básica</td><td rowspan="2">7</td><td>6</td><td>Pesquisa de campo</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Pesquisa bibliográfica</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborada pela autora.

Essas primeiras interpretações e considerações, a partir do levantamento e análise, contribuíram para nortear nossos objetivos, para realizarmos buscas e estudos de referenciais teóricos, enfim, para a constituição desta pesquisa.

2.2 Um panorama nacional de pesquisas que envolvem o domínio afetivo e a Educação Matemática

A partir das considerações apresentadas na seção anterior, surgiu-nos o interesse em abordar o domínio afetivo nesta investigação. Num primeiro momento, tendo intenções semelhantes no que se refere ao primeiro levantamento descrito, num movimento de “conhecermos” e analisarmos o que já tem sido investigado a respeito desse assunto, em 2016 realizamos uma busca por pesquisas contemplando essa temática, compreendendo os mesmos locais de buscas para o primeiro levantamento: cinquenta e quatro programas de mestrado e doutorado; dois eventos da área de Educação Matemática e em dois periódicos nessa área de pesquisa. Quanto à escolha dos programas, dos periódicos e dos eventos, aplicamos os mesmos critérios mencionados e justificados no primeiro levantamento, assim como referente as edições dos eventos e os anos nos periódicos.

Para realizar as buscas nos programas de Pós-graduação, nas revistas e nos eventos, utilizamos como palavras de busca nos títulos: *afeto; afetivo; afetividade; emoção; sentimento*. A partir dessas palavras, fica evidente que, mesmo seguindo critérios de busca semelhantes às do levantamento descrito anteriormente, nesse levantamento bibliográfico não procuramos pesquisas mediante a um referencial teórico, como fizemos com o quadro de Tall (2004, 2013), pois um dos objetivos dessa busca foi identificar e investigar referenciais teóricos que abordam o domínio afetivo. Assim, procuramos por pesquisas que trazem em suas abordagens discussões acerca de elementos do domínio afetivo ligados à Educação Matemática.

Mais uma vez, o objetivo inicial foi o de conhecer as pesquisas com essa temática na literatura e, posteriormente, analisar o foco de cada pesquisa, a fundamentação teórica adotada, o nível de ensino, enfim, as características e aspectos relevantes referentes a esse assunto, na busca por considerações e possíveis relações que nos dessem pistas em como proceder e quais escolhas fazer.

Na sequência, apresentamos o Quadro 4 que contempla as pesquisas encontradas. Na primeira parte do quadro, a palavra *tipo* refere-se aos trabalhos caracterizados como comunicações científicas (CC), relatos de experiência (RE), resenhas (RES) e artigos (A) e a palavra *nível*, ao contexto de ensino a que se refere, sendo essas pesquisas, investigações empíricas: Ensino Fundamental (EF), Ensino Médio (EM), Ensino Superior (ES) e Educação de Jovens e Adultos (EJA), respectivamente. Com relação a ao nível, também trazemos outra classificação, as investigações teóricas (TE). Uma segunda parte do quadro contempla essas mesmas características para as dissertações (D) e teses (T).

Assim como na subseção anterior, para as pesquisas que abordam o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013), a fim de organizarmos as pesquisas encontradas, no Quadro 4 inserimos uma coluna com um código para cada pesquisa, por exemplo, A00 (artigo do ano de 2000). Logo, cada código inicia-se com o tipo de pesquisa (A; CC; RE; RES; T; D), seguido do ano de publicação, ordenados pelo ano de pesquisas de um mesmo evento e, da mesma forma, para os periódicos. No caso de pesquisas do mesmo tipo e com o mesmo ano, inserimos um número depois do ano, que corresponde a sua classificação no Quadro 4.

Quadro 4: Relação das pesquisas nacionais que envolvem o domínio afetivo e a Educação

Título/Autores	Tipo/Nível	Ano	Instituição	Código
AFETIVIDADE E MATEMÁTICA NA UNIVERSIDADE/ Márcia Maria Fusaro Pinto	CC - SIPEM/ ES	2009	UFMG	CC091
SATISFAÇÃO E CONHECIMENTO MATEMÁTICO: UMA PESQUISA SOBRE AFETOS COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA ESCOLA PÚBLICA DO DISTRITO FEDERAL/ Amanda Marina Andrade Medeiros	CC - SIPEM/EF	2015	UnB	CC15
A DIMENSÃO AFETIVA EM PROCESSOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA PARA JOVENS E ADULTOS/ Ana Maria Sgrott Rodrigues/ Josete Leal Dias/ Rosália M. R. de Aragão	CC - ENEM/EF e EJA	2010	UFPA	CC101
RELAÇÕES AFETIVAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: UM ASPECTO RELEVANTE PARA O PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM/ Evelyn Rosana Cardoso/ Valdeni Soliani Franco/ Ana Maria Teresa Benevides-Pereira	CC - ENEM/ EF	2010	UEM	CC102
UMA ANÁLISE DOS AFETOS, DAS ATITUDES E DA PRÁTICA DOCENTE EM MATEMÁTICA, A PARTIR DAS FALAS DE ESTUDANTES DO NONO ANO DO ENSINO	CC - ENEM/ EF	2010	UFGO	CC103

FUNDAMENTAL/ Mara Rúbia Silva da Cruz/ Regina da Silva Pina Neves				
O PAPEL DA AFETIVIDADE NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS: O QUE TEM SIDO PRODUZIDO NO BRASIL?/ Carolina Soares Rodrigues/ Ana Cristina Ferreira	CC - ENEM/ EF e EJA	2013	UFOP	CC13
AS VARIÁVEIS AFETIVAS E A APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA/ Miriam Cardoso Utsumi/ Esther Pacheco de Almeida Prado	RE - ENEM/TE	2013	USP	RE13
CRENÇAS, ATITUDES E EMOÇÕES DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA/Francisco Ronald Feitosa Moraes/ Paulo Meireles Barguil/ Francisco Rômulo Feitosa Morares	RE - ENEM/ES	2016	UFC	RE16
DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA E AFETIVIDADE NOS TRABALHOS DE PÓS-GRADUAÇÃO NO BRASIL/ Amanda Marina Andrade Medeiros/ Cristiano Alberto Muniz	CC - ENEM/TE	2016	UnB	CC16
DO ERRO CONSTRUTIVO AO ERRO EPISTEMOLÓGICO: UM ESPAÇO PARA AS EMOÇÕES/ Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão/ Paulo Sérgio Emerique	A - Bolema/ES	2000	UNESP	A00
INFLUÊNCIA DE ASPECTOS AFETIVOS NA RELAÇÃO ENTRE PROFESSOR E ALUNOS EM SALA DE AULA DE MATEMÁTICA/ Milene Carneiro Machado/ Cristina Frade/ Jorge Tarcísio da Rocha Falcão	A - Bolema/EF	2010	UFMG	A10
ANÁLISE MATEMÁTICA E AFETIVIDADE: UMA RESENHA DE TRÊS TRABALHOS DE ROBERTA D'ÂNGELA MENDUNI BORTOLOTI (BORTOLOTI, 2003, 2006, 2009)/ Sílvio César Otero-Garcia/ Giovani Cammarota	RES - Bolema/ES	2013	UNESP	RES13
eDucAçÃo MAteMátiCA AefeTIvA: nomes e movimentos em avessos/ Sônia Maria Clareto/ Roger Miarka	A - Bolema/TE	2015	UFJF	A15

Título/Autores	Tipo/Nível	Ano	Instituição	Código
A CONSTRUÇÃO DO APRENDIZADO EM MATEMÁTICA: um enfoque metodológico e afetivo/ Francisco Menegat	D/EF-EM	2006	PUC/RS	D061
AS INTERAÇÕES SUBJETIVAS E A AFETIVIDADE EM SITUAÇÕES DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UM ESTUDO DE CASO EM ÁLGEBRA/ José Nicodemos Ferreira Fernandes	D/ES	2007	ULBRA	D071
A IMPORTÂNCIA DA AFETIVIDADE NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA/ Eline Dias Moreira	D/TE	2007	PUCSP	D072
CULTURA E AFETIVIDADE: INFLUÊNCIAS DE VALORES DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA DIMENSÃO AFETIVA DOS ALUNOS/ Milene Carneiro Machado Mestrado em Educação: Linha de pesquisa- Ed. Mat.	D/EF	2008	UFMG	D081

CULTURA E AFETIVIDADE: UM ESTUDO DA INFLUÊNCIA DOS PROCESSOS DE ENCULTURAÇÃO E ACULTURAÇÃO MATEMÁTICA NA DIMENSÃO AFETIVA DOS ALUNOS/ Diogo Alves de Faria Reis Mestrado em Educação: Linha de pesquisa- Ed. Mat.	D/EF	2008	UFMG	D082
AS RELAÇÕES AFETIVAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NA EJA MEDIADAS PELO QUADRO DE ESCREVER/ Maria do Socorro Alencar Fonseca	D/EJA	2008	UFPA	D0083
AFETOS COMO CONSTRUTORES DE UMA PRÁXIS PEDAGÓGICA NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA/ Amanda Marina Andrade Medeiros	D/EF	2009	UnB	D09
AS INFLUÊNCIAS AFETIVAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA/ Evelyn Rosana Cardoso	D/EF	2010	UEM	D10
A CONTRIBUIÇÃO DA AFETIVIDADE NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA/ Jamille de Andrade Aguiar Alves	D/EF	2014	FUFSE	D14
O PENSAMENTO ANALÓGICO E AFETO NA ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS EM MATEMÁTICA/ Isabel Pereira dos Santos Doutorado em Educação: Linha de pesquisa - Ensino de Ciências e Matemática	T/TE	2014	USP	T14
EXPRESSÕES AFETIVAS NA INTERPRETAÇÃO DE DADOS ESTATÍSTICOS/ Tamires Nogueira de Queiroz	D/ES	2015	UFPE	D15
AFETIVIDADE, GÊNERO E ESCOLA: UM ESTUDO SOBRE A EXCLUSÃO DE MENINOS NO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, COM ENFOQUE NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA/ Evelyn Rosana Cardoso	T/EF	2015	UEM	T15

Fonte: Elaborado pela autora.

Como relatado no primeiro levantamento bibliográfico, cabe esclarecer que, de maneira semelhante, algumas das pesquisas que apresentamos e discutimos ao longo do texto e que não apresentam tais palavras de busca em seus títulos, foram identificadas durante a exploração das investigações encontradas nesse mapeamento a partir de suas referências ou ao longo do texto, num movimento de busca e interpretação, sendo elas apresentadas no Quadro 5, seguindo as mesmas características de organização descritas no Quadro 4.

Quadro 5: Outras pesquisas nacionais identificadas que envolvem o domínio afetivo e a Educação Matemática

Título/Autores	Tipo/Nível	Ano	Instituição	Código
ATRIBUIÇÕES DADAS À MATEMÁTICA E ANSIEDADE ANTE A MATEMÁTICA: O RELATO DE ALGUNS ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL/Alessandra Campanini Mendes/ João dos Santos Carmo	A -Bolema/EF	2014	UFSCar	A14
CONHECIMENTO E ATITUDES: FATORES QUE INFLUENCIAM O ENSINO DA MATEMÁTICA/ Roseline Nascimento de Ardiles Márcia Regina Ferreira de Brito	CC - SIPEM/EF	2006	UNICAMP	CC06
ATITUDES E AUTOCONCEITO EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 5º E DO 7º ANO DAS ESCOLAS PÚBLICAS DE OURO BRANCO/ Edmilson Minoru Torisu/ Ana Cristina Ferreira	CC - SIPEM/ EF	2009	UFOP	CC092
AS ATITUDES DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM RELAÇÃO À GEOMETRIA: ADAPTAÇÃO E VALIDAÇÃO DE ESCALA/ Odaléa Aparecida Viana	CC - ENEM/EM	2004	UNICAMP	CC04
AS ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS E EXERCICIOS ENVOLVENDO FRAÇÕES/ Andresa Maria Justulin /Nelson Antonio Pirola	CC - ENEM/EM	2010	UNESP	CC104
Título/Autores	**Tipo/Nível**	**Ano**	**Instituição**	**Código**
ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA DE PROFESSORES E FUTUROS PROFESSORES/ Paulo Cézar de Faria	T/ES	2006	UFPR	T06

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao realizarmos essa revisão da literatura, ficou evidente o crescente interesse e preocupação com elementos afetivos ligados à Educação Matemática. Observamos uma pluralidade de caracterizações em diferentes perspectivas, no que se refere ao domínio afetivo e elementos que o compõem, resultando contribuições em distintos campos de pesquisa - Educação, Psicologia, Neurobiologia, Educação Matemática. Assim, quanto aos referenciais teóricos empregados ou mencionados nas pesquisas analisadas, os quais abordam elementos do domínio afetivo, destacamos alguns pesquisadores de diferentes áreas: na Educação Matemática - Gómez Chacón (2005); McLeod (1988, 1992) e Brito (1996, 1998, 2002); na Psicologia - González Rey (2005, 2006); Piaget (2005, 2006, 2007, 2014); Wallon (1975); Mahoney e Almeida (2005); Leite e Tassoni (2007) e na Neurobiologia Damásio - (1996, 2004).

Nesse movimento de investigação, envolvendo as ações de identificar, analisar e refletir acerca de objetivos, contextos investigados, problemáticas envolvidas, referenciais teóricos, enfim, de como essas trinta e uma pesquisas selecionadas tratam o domínio afetivo, sendo essas parte do *corpus* para a construção desta investigação, nos próximos parágrafos, trazemos algumas considerações que posteriormente nos permitiram fazer inferências e apontamentos a fim de nos orientar em busca de nossos objetivos. Assim, resumidamente, apresentamos características do contexto de algumas pesquisas. A escolha dessas investigações deu-se por meio de nossas leituras, interpretações e impressões, uma vez que julgamos trazerem conclusões e indicativos pertinentes para entendimentos referentes à afetividade ligada à Educação Matemática na discussão que propomos. São elas (A00; T06; D071; D082; D081; A10; CC091; CC13; D09; CC15; CC16; CC103; D14; T15; CC102; D10 e D15), nessa ordem.

A00 - Gusmão e Emerique (2000) apresentam resultados de uma análise a respeito de emoções de estudantes do Ensino Superior, diante do erro em aulas de Matemática. Nessa pesquisa os autores destacam ser fundamental que professores de Matemática vislumbrem, além de outros elementos, como o social, o cultural, por exemplo, o aspecto emocional e ressaltam a necessidade de reflexões dessa natureza, a fim de provocar questionamentos na formação de futuros professores de Matemática. Por meio das análises, com relação ao erro, enunciam que

> [...] as ideias e reflexões que apresentamos aqui levam-nos a seguinte posição: o erro não deve ser mais visto como uma reprovação. É preciso transcendê-lo para que não evoque sentimentos preconceituosos com relação ao ensino e aprendizagem de matemática; para que não seja provocador de obstáculos e que não se constitua num obstáculo emocional que venha a dificultar o processo de aprendizagem. (GUSMÃO; EMERIQUE, 2000, p. 13).

T06 - No que se refere às atitudes de professores e futuros professores de Matemática, no contexto de sala de aula, Faria (2006) destaca a interferência das atitudes do professor na aprendizagem de seus alunos, afirmando que atitudes negativas referentes à Matemática podem influenciar o desempenho dos alunos, cabendo aos cursos de formação de professores proporcionarem uma atenção especial a essa temática.

D071 - Tendo como objetivo investigar interações subjetivas e a afetividade entre alunos/professor, professor/alunos e alunos/alunos em aulas de Álgebra II, Fernandes (2007) aponta que, a partir da troca de conhecimentos algébricos em sala de aula, ficou evidente a existência e a importância de interações subjetivas e da afetividade entre os sujeitos envolvidos como parte integradora no desenvolvimento de conceitos algébricos, uma vez que essas interações influenciaram positivamente o desenvolvimento cognitivo dos estudantes dessa disciplina.

D082 - Reis (2008), em uma perspectiva afetiva e cultural, investigando a prática de professores e as reações afetivas de seus alunos a fim de identificar o quanto a aprendizagem da Matemática escolar pode ser vista como um processo de enculturação ou como um processo de aculturação, ressalta a importância de que o professor de Matemática esteja ciente sobre os valores que revela em sala de aula e a influência na afetividade dos alunos em suas diferentes manifestações.

D081 - Corroborando as considerações feitas por Reis (2008), Machado (2008), em uma perspectiva afetiva e cultural, investigou as práticas de dois professores de Matemática do Ensino Fundamental e a correspondente reação afetiva de seus estudantes. Posteriormente, em um artigo oriundo da dissertação, Machado, Frade e Falcão (2010) fazem apontamentos pertinentes a essa questão. Nessas investigações (D081 e A10), os resultados apontam que a intensidade e a qualidade da interação entre professor e aluno influencia de maneira significativa as crenças, atitudes e valores desenvolvidos pelos alunos relacionados à Matemática, assim como a percepção deles em relação às suas aprendizagens. Segundo os autores,

> [...] Tais achados sugerem implicações pedagógicas, relevantes no campo de pesquisa sobre desenvolvimento profissional de professores de matemática, acerca de melhor compreensão e consideração da influência exercida pelos valores e atitudes dos professores sobre a aprendizagem dos alunos. (MACHADO; FRADE; FALCÃO, 2010, p. 683-684).

CC091 - Combinando abordagens qualitativas e quantitativas, ao investigar atitudes e autoconceitos em relação à Matemática em alunos do Ensino Fundamental, Torisu e Ferreira (2009) concluem, por meio dessa investigação, que há uma relação de dependência entre autoconceito e atitude em relação à Matemática, indicando que o autoconceito dos alunos em relação à Matemática influencia suas atitudes no que se refere a essa disciplina. Continuando com investigações a respeito do domínio afetivo referente à Educação Matemática, Rodrigues e Ferreira (2013) (CC13) trazem uma análise de pesquisas brasileiras sobre o tema afetividade, no contexto da Educação de Jovens e Adultos (EJA), concluindo que essa temática ainda conta com um número pequeno de teses e dissertações.

D09 - Investigando professores dos anos iniciais a respeito de como levam em consideração os afetos de seus alunos, a fim de favorecer a aprendizagem, Medeiros (2009), em sua dissertação de mestrado, identificou que, durante as interações em sala de aula, os principais afetos observados foram: motivação, desejo, satisfação, frustração e estresse. De acordo com essa investigação, a motivação mostrou-se o elemento afetivo que mais influencia na aprendizagem da Matemática, uma vez que, segundo a autora, para ocorrer a aprendizagem, o aluno precisa de um motivo que o impulsione. As análises também revelam que os tipos de avaliações e metodologias empregadas influenciaram nos afetos manifestados pelas crianças em sala de aula. Ao avançar em investigações nessa perspectiva, a autora traz outras duas pesquisas oriundas dessa (CC15 e CC16).

Em Medeiros (2015), ao investigar estudantes nos anos iniciais, referente à satisfação na aprendizagem da Matemática, emergiram emoções como: felicidade, ânimo e gosto pelo objeto de desejo, no caso, o conhecimento matemático. A autora aponta para a importância da subjetividade na práxis pedagógica e que professores observem de perto as emoções que os alunos manifestam na aprendizagem matemática, sendo essa uma ferramenta que pode contribuir para a efetivação da aprendizagem. Investigando trabalhos de Pós-graduação no Brasil, que tenham como tema central dificuldade de aprendizagem matemática e afetividade, Medeiros e Muniz (2016) revelam que, dentre as pesquisas analisadas, há destaque nos aspectos cognitivos e que esses aspectos

> [...] ainda são estudados de forma separada dos aspectos afetivos, sendo que estes, na maior parte dos trabalhos, não são citados. Os aspectos afetivos e subjetivos, na maior parte das pesquisas, ainda são excluídos do processo de análise da aprendizagem matemática do sujeito. (MEDEIROS; MUNIZ, 2016, p. 9).

CC103 - Cruz e Neves (2010), em uma pesquisa com estudantes do Ensino Fundamental II, acerca de como percebem a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem, revelam que esses estudantes têm construído sentimentos negativos em relação ao aprender Matemática, uma vez que essa disciplina continua sendo culturalmente concebida como digna de poucos. Apontam, ainda, para a influência do professor, sendo que a maneira como trabalha em sala de aula influencia positivamente ou negativamente na relação estabelecida entre o aluno e a Matemática.

D14 - Alves (2014), ao investigar percepções de professores e estudantes do Ensino Fundamental, quanto ao papel da afetividade nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, dentre outros apontamentos, conclui que os professores investigados não reconhecem o papel da afetividade nesses processos e quando o professor mostra-se mais afetivo, os estudantes aproximam-se mais do objeto de estudo (Matemática), contribuindo para a aprendizagem. Outro indicativo refere-se ao gosto pela Matemática ao longo dos níveis de escolaridade, uma vez que parece diminuir do 6º para 9º ano e, segundo as falas dos estudantes, essa característica é marcada pelo tipo de prática de ensino que norteia a aprendizagem.

T15 - Ao investigar dimensões afetivas no processo de exclusão de alunos do sistema escolar, segundo a pesquisadora Cardoso (2015), isso ocorre porque a Matemática é uma das disciplinas mais seletivas na grade curricular; alunos sentem-se fracassados e excluídos também pela não aceitação por parte da escola; a afetividade amplia os espaços de partilha e solidariedade. Em duas pesquisas anteriores com estudantes do Ensino Fundamental (CC102 e D10), sobre a importância da dimensão afetiva no ambiente escolar no ensino de Matemática, Cardoso (2010) e Cardoso, Franco e Benevides-Pereira (2010) enfatizam a influência de aspectos afetivos para o rendimento escolar. Além disso ressaltam que o vínculo afetivo entre professor e aluno é um aspecto importante para a aprendizagem, destacando a necessidade de que os professores observem e ouçam seus estudantes, percebendo-os como seres humanos, emocionais.

E, por fim, trazemos alguns apontamentos de D15 - Investigando expressões afetivas de estudantes de dois cursos de graduação na interpretação de dados estatísticos, Queiroz (2015) evidencia que as expressões afetivas ocupam um papel fundamental durante o processo de interpretação. A autora destaca a necessidade de que esse fator seja considerado para o processo de análise de dados e não seja evitado em pesquisas de Educação estatística.

A partir dessas pesquisas analisadas, aferimos uma quantidade superior de pesquisas que investigam aspectos referentes à afetividade relacionadas à Matemática, com foco nos estudantes, quando comparadas em relação aos professores, sendo que, em geral, as investigações centram-se nas emoções dos estudantes. Dos trabalhos encontrados, de um total de trinta e um, vinte e cinco são investigações de campo (CC06; CC091; CC092; CC15; CC04; CC101; CC102; CC103; CC104; RE16; A20; A10; RES13; A14; D061; T06; D071; D081; D082; D0083; D09; D10; D14; D15; T15) e seis são teóricas (RE13; CC13; CC16; A15; D072; T14). Das pesquisas empíricas, quinze direcionam-se aos estudantes (CC091; CC092; CC15; CC04; CC102; CC103; CC104; RE16; A20; RES13; A14; D0083; D10; D15 e T15), enquanto apenas um (CC06), aos professores e nove investigam elementos do domínio afetivo com professores e estudantes (CC101; A10; D061; T06; D071; D081; D082; D09; D14). Com referência às teses e dissertações, de um total de treze pesquisas, três delas têm como contexto de pesquisa o Ensino Superior (T06; D071 e D15): uma nos anos iniciais (D09); uma na Educação de Jovens e Adultos – EJA (D0083) e as demais nos níveis de ensino da Educação Básica (D061; D072; D0083; D10; D14; D15; T14; T15).

Em geral, nessas pesquisas, as discussões incidem em elementos afetivos dos estudantes, originados ou influenciados a partir de possíveis fontes, como, por exemplo: crenças, valores e atitudes de pais e professores; metodologias inadequadas; questões de gênero; questões culturais; interações entre alunos; entre outros aspectos. Entretanto, uma questão que não encontramos nas pesquisas analisadas refere-se à origem e a manifestação de elementos afetivos, tais como: prazer, ansiedade, frustração, satisfação, intrínsecos à natureza da Matemática, ou seja, ocasionados pela Matemática em si, durante sua aprendizagem. Nesse sentido, a fonte desses elementos refere-se à natureza da Matemática e às relações que o estudante constrói ao longo de sua aprendizagem à medida que conceitos matemáticos tornam-se refinados, requerendo dos estudantes generalizações, flexibilidade e desenvolvimento de relações entre conceitos em diferentes contextos, e outras potencialidades. Nessa investigação, seguimos nessa direção.

Além disso percebemos uma carência de pesquisas que tragam em suas reflexões teóricas indicativos da relação mútua entre afeto e cognição, isto é, que apresentem e discutam aspectos dos domínios afetivo e cognitivo, suas relações e interações com implicações na aprendizagem da Matemática. Com contribuições e indicativos expressivos que refletem a importância e necessidade de pesquisas nesse âmbito, as discussões nas investigações ocorrem, em geral, na importância e influência da afetividade nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, por meio de alguns elementos afetivos, tendo maior destaque as atitudes e emoções. A partir de tais evidências, nesta tese, temos como intenção investigar a relação de reciprocidade entre cognição e afetividade na aprendizagem da Matemática.

Com relação à predominância de investigações desses elementos pertencentes ao domínio afetivo, acreditamos originarem-se da influência do quadro teórico do pesquisador McLeod (1992), pioneiro ao trazer três categorias principais para o domínio afetivo: emoções, atitudes e crenças. De modo geral, as investigações desses elementos referem-se, principalmente, a estudantes nas interações de sala de aula, ao envolverem-se com a Matemática, mediante a alguns contextos específicos: durante a resolução de tarefas de um conteúdo específico; em questionários e entrevistas; diante das notas obtidas em testes; em erros na resolução de tarefas; nas relações entre professores e alunos; em avaliações; em reprovações.

Logo, com tais interpretações, compomos o Quadro 6, que apresenta agrupamentos referentes aos elementos afetivos investigados nessas pesquisas.

Quadro 6: Síntese dos elementos afetivos com foco ou predominância nas pesquisas selecionadas

Elementos afetivos	Pesquisas
Atitudes	CC04; CC06; CC091; CC092; CC103; CC104; RE16; A10; T06; D071; T14
Emoções (sentimentos/satisfação/motivação/ansiedade)	CC15; D09; D061; CC092; CC102; CC103; D10; T15; RE16; A00; A14; RES13; D072; D081; D082; T14
Crenças/Concepções	CC06; CC091; CC092; RE16; A10; D081; D082; T14
Valores	A10; D081; D082
Discute o domínio afetivo sem focar em um de seus elementos	CC16; CC101; CC13; RE13; CC16; A15; D14; D083

Fonte: Elaborado pela autora

Não é nosso intuito discutir e/ou caracterizar diferenças e semelhanças entre os elementos afetivos identificados como foco ou com predominância nas investigações selecionadas. Porém, esse agrupamento foi importante para a compreensão de intenções, gerar conclusões, enfim, como apontamentos e subsídios para o desenvolvimento desta pesquisa.

De acordo com as considerações apresentadas, com a intenção de sintetizar dados numéricos referentes às pesquisas encontradas, apresentamos o Quadro 7.

Quadro 7: Síntese de números encontrados a partir do levantamento bibliográfico

Total de pesquisas analisadas	31	**Pesquisas de campo**	25	15	Pesquisas com foco em estudantes
				9	Pesquisas com foco em professores e estudantes
				1	Pesquisa com foco em professores

Fonte: Elaborado pela autora.

Mesmo que alguns dos apontamentos e conclusões apresentados, a partir dessa busca e análise, sejam caminhos diferentes dos que escolhemos seguir, como, por exemplo, quando destacamos a carência de pesquisas dessa temática com foco no professor, trazemos essas aferições que foram elementos importantes para nossas reflexões e que contribuíram, para nortear nossos objetivos, para realizarmos buscas e estudos de referenciais teóricos e, ainda, são indicativos pertinentes que podem interessar aos leitores deste texto, a fim de gerar outras possibilidades de discussão e reflexão.

Composto o *corpus* desta pesquisa, a partir de sua exploração e análise, retomamos nossas questões norteadoras: *"Que relações podemos estabelecer quando discutimos acerca de "já-encontrados" e afetos no processo de aprendizagem da Matemática?"* e "*Quais indícios de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos podem haver nesse processo?"*

Nesse sentido, a partir desses questionamentos norteadores e motivadores e das evidências e aferições resultantes da análise do levantamento, prosseguimos em busca da constituição desta tese.

2.3 Mudanças: retomando algumas escolhas

Esta subseção traz uma característica do processo de constituição desta tese: algumas decisões e intenções foram reformuladas, outras modificadas e outras, ainda, construídas a partir de nossas reflexões sobre a problemática envolvida, uma vez que

> [...] o plano inicial para a pesquisa não pode ser rigidamente prescrito, e que todas as fases do processo podem mudar ou se deslocar depois que o pesquisador entrar no campo e começar a coletar os dados. Por exemplo, as questões podem mudar, as formas de coleta de dados podem ser deslocadas, e os indivíduos estudados e os locais visitados podem ser modificados [...]. (CRESWELL, 2010, p. 209).

Cabe afirmarmos que, durante essa construção, em meio aos estudos, investigações, reflexões, discussões, sendo individuais e coletivos, relações foram emergindo, caminhos foram redefinidos e nossos interesses e olhares para essa investigação também foram sendo reconstruídos. Logo, por ser parte desse processo, julgamos pertinente, explicitar algumas mudanças e redirecionamentos nesse percurso.

Num primeiro momento, com base em leituras e reflexões, para discutir a afetividade e a cognição no desenvolvimento da aprendizagem de conceitos matemáticos, um de nossos objetivos foi o de trabalharmos por meio de encontros, com *graduandos do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da instituição de ensino - Universidade Estadual de Londrina – UEL.*

Para tanto, trabalharíamos com o intuito de promover reflexões no sentido de incentivarmos e provocarmos os futuros professores a estabelecerem relações das implicações desses domínios nos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos. Com momentos de trabalho individual e coletivo, a dinâmica dos encontros seria: situações envolvendo possíveis "já-encontrados dificultadores" e "já-encontrados colaboradores" apontados em pesquisas científicas com estudantes - dissertações, teses e artigos -, com um caráter de reflexão; discussões teóricas; indagações a respeito de elementos afetivos e cognitivos, influências e efeitos desses nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

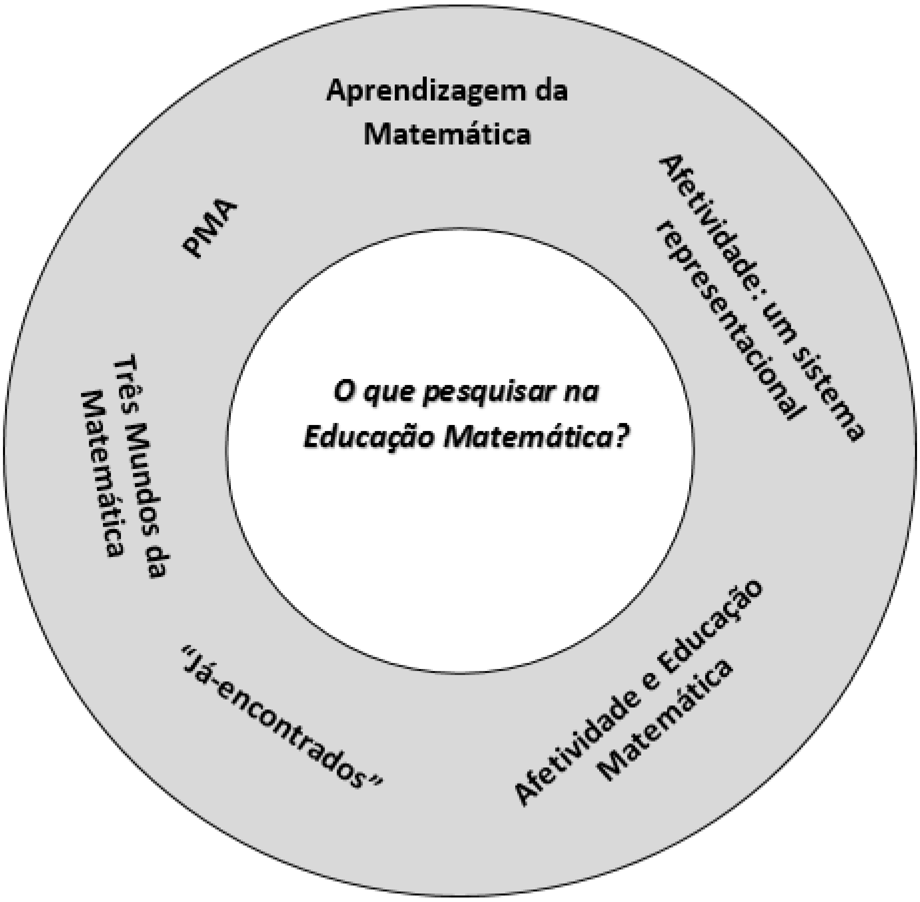
Envolvidos em trilhar por esse caminho, seguimos até o momento em que iniciamos a construção dos encontros. No entanto, durante a reflexão de critérios e objetivos, descrição e preparação dos encontros, percebemos a necessidade de repensarmos e reformularmos algumas intenções como a de *não desenvolvermos os* *encontros com os graduandos do curso de Licenciatura em Matemática nesta investigação.*

Assim, essa nova estratégia e retomada deu-se por conta da necessidade que sentimos de, naquele momento, aprofundarmos nossos estudos de forma a continuarmos em nossas reflexões teóricas. Logo, chegamos a conclusão de que desenvolver os encontros, da maneira como se mostravam, ainda não seria a melhor escolha. Essa decisão emergiu das reflexões quanto à profundidade teórica e da busca pela relação dos conceitos e perspectivas envolvidas.

Nosso foco direcionou-se para a construção de uma pesquisa de natureza teórica, de modo a trazer as ideias dos encontros como uma proposta para estudantes de Licenciatura em Matemática. E, seguindo nessa ideia, mais uma vez, por meio de orientações e reflexões, com discussões voltadas para o processo de aprendizagem da Matemática, para evidenciar e exemplificar interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos nesse processo, norteadas por nosso objetivo, julgamos mais pertinente, construirmos uma situação hipotética em um contexto de sala de aula de Matemática. E seguimos por esse caminho. Cabe dizer que, nesta pesquisa, esse foi o contexto escolhido para exemplificar e dialogar a respeito da problemática em questão, a fim de trazer indícios da relação mútua entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática.

Diante do contexto exposto, descritas as modificações, retomadas e descobertas nesse processo, quanto aos aspectos referentes à natureza desta pesquisa e sobre os procedimentos metodológicos, bem como o campo de investigação, apresentamos a Figura 2. Essa figura traz um esboço da organização da construção desta pesquisa no que se refere aos principais elementos motivadores e orientadores desse caminho, sendo a Educação Matemática nosso “eixo”.

Figura 2: Síntese dos principais elementos que norteiam esta pesquisa.



Fonte: Elaborado pela autora.

Para finalizarmos, cabe explicitarmos o porquê de trazermos os elementos, que norteiam esse caminho, dispostos em uma figura circular. Ainda que as motivações emergiram de contextos de maneira ordenada, as reflexões, interpretações, buscas, discussões, enfim, o processo de construção desta tese, não se configura num movimento linear, pelo contrário, repleto de mudanças, de reconstruções, de retomadas, de incertezas, de idas e vindas em todo campo de investigação, uma vez que esses elementos estão inter-relacionados. Logo, essa figura reflete nossa busca constante por relações e o diálogo entre esses elementos.

Considerando esses elementos, assim como o objetivo que orienta esta pesquisa, uma vez que julgamos necessário retomá-lo - *discutir possibilidades de interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, bem como caracterizar elementos que constituem essa relação mútua* - no capítulo seguinte, trazemos uma discussão acerca do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013), sobretudo, aos "já-encontrados", sendo esse um conceito central nessa teoria cognitiva. Ainda, por meio dele, iniciamos uma discussão a respeito da afetividade ligada à aprendizagem da Matemática.

3 “JÁ-ENCONTRADOS” E AFETIVIDADE: UMA RELAÇÃO

Neste capítulo, trazemos aspectos teóricos referentes à teoria do educador matemático David Tall (2004, 2013). Apresentamos considerações de como o autor concebe o pensamento matemático e sua evolução ao longo das experiências matemáticas vivenciadas pelos indivíduos, assim como apresentado e discutido no livro *“How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics[22]”* - Tall (2013). Iniciamos com algumas reflexões acerca de 1conceitos centrais desse quadro teórico, para, posteriormente, voltarmos nossa atenção ao conceito denominado “já-encontrado” (LIMA, 2007), que fundamenta nossa pesquisa. Ainda com relação às ideias subjacentes a esse conceito, este capítulo “abre” uma possibilidade de reflexão e discussão a respeito de possíveis relações e interações entre os domínios cognitivo e afetivo na aprendizagem da Matemática. Logo, iniciamos uma discussão referindo-nos, também, a aspectos do domínio afetivo.

Assim, delineadas as intenções deste capítulo, nas próximas seções, trazemos noções da teoria mencionada e, a partir dessa premissa, remetemo-nos a reflexões e interpretações no sentido de nossos objetivos.

3.1 Formas diferentes de operar matematicamente: os Três Mundos da Matemática

Após aproximadamente meio século de investigação, Tall (2013) traz uma intensa discussão sobre o desenvolvimento do pensamento matemático em longo prazo, sobre como os indivíduos aprendem a pensar, desde o nascimento, nos primeiros níveis de ensino até o Ensino Superior, que se refere aos estudantes universitários.

De acordo com o autor, os indivíduos iniciam o desenvolvimento do pensamento matemático a partir do nascimento, uma vez que nascemos com uma estrutura em nossa mente, a qual contempla aspectos humanos fundamentais, que compartilhamos em nossas experiências ao longo da vida. Esses aspectos são denominados de “já-estabelecidos[23]*”,* são eles*:* o *reconhecimento* de padrões, de

[22] Como os Humanos Aprendem a Pensar Matematicamente: Explorando os Três Mundos da Matemática (TALL, 2013).
[23] Do inglês, set-before, traduzido por Lima (2013).

semelhanças, de diferenças; a *repetição* de ações até que não precise mais de reprodução e a *linguagem* no desenvolvimento da aprendizagem, sendo esse último, "[...] específico para os humanos e que nos permite desenvolver um pensamento mais sofisticado." (TALL, 2013, p. 24, tradução nossa[24]). Esses atributos são inter-relacionados e essenciais ao desenvolvimento do pensamento matemático (TALL, 2008).

Dessa forma, para o autor, o pensamento matemático inicia-se a partir da percepção de objetos do mundo externo, de ações que ocorrem sobre esses objetos e, por fim, da reflexão, de modo que o indivíduo desenvolva um pensamento cada vez mais refinado. Nesse quadro teórico, Tall (2004, 2013) propõe um modelo que descreve como ocorre o desenvolvimento do pensamento matemático. Esse modelo é denominado "Três Mundos da Matemática": *Conceitual Corporificado; Operacional Simbólico e Formal Axiomático*[25].

O mundo Corporificado, com base nos objetos matemáticos, desenvolve-se a partir do visual, nas experiências dos indivíduos com manipulações de objetos físicos e/ou manipulações mentais. Nas distintas situações envolvendo a Matemática, esse mundo se caracteriza a partir de observações e percepções de propriedades de objetos do mundo externo, implicando no desenvolvimento de construções mentais. Assim, contempla identificação de padrões, de semelhanças, de diferenças, descrições de propriedades de objetos matemáticos, por exemplo, ao identificar e descrever o que diferencia um triângulo isósceles de um triângulo equilátero.

Dessa forma, à medida que os indivíduos se envolvem com situações novas ao lidar com conceitos matemáticos, as percepções e descrições das propriedades dos objetos matemáticos tornam-se mais sofisticadas. Logo, há a necessidade de uma linguagem matemática, a fim de realizar procedimentos simbólicos, bem como o mundo Operacional Simbólico. De tal modo, a fim de exemplificarmos noções desse mundo, analisemos a seguinte situação: "A idade de Carla é igual ao triplo da idade de sua filha Ana. Qual é a idade de Carla e de sua filha, sabendo que juntas têm 60 anos?".

Uma solução possível seria representar a situação por meio de uma equação, assim como a resolução da equação polinomial do primeiro grau

[24] […] specific to Homo sapiens that enables us to develop more sophisticated thinking.
[25] Conceptual Embodiment; Operational Symbolism; Axiomatic Formal (TALL, 2013).

$A + 3A = 60$, sabendo que A representa a idade de Ana. Dessa forma, ao resolver essa equação, por meio do processo de manipulação dos símbolos, o foco não está mais sobre os objetos do mundo físico, mas nas relações entre os próprios símbolos (TALL, 2013). Nesse contexto, há uma mudança de foco, sendo que, durante os procedimentos com os símbolos, não há a necessidade de retomar os significados que representam a situação inicialmente apresentada. Após operar com os símbolos, o foco muda novamente, uma vez que os resultados são interpretados a fim de validar a solução encontrada. Nesse exemplo, há evidências de como esses mundos se complementam, auxiliando os indivíduos na compreensão de conceitos matemáticos, ou seja, das propriedades dos objetos para ações em objetos, isto é, nas operações sendo representadas como símbolos manipuláveis (TALL, 2013).

Ainda que os dois mundos envolvam percepção e ação, no Simbólico o foco está nas ações sobre os objetos, estando presente a linguagem simbólica matemática, sendo esse o mundo dos símbolos e suas manipulações no cálculo da álgebra, aritmética. Nesse sentido, os símbolos utilizados para realizar ações assumem dois papéis: como processo e como conceito. Essa dualidade recebe o nome de "*proceito*", isto é, combinar pensamentos conceituais e processuais para um mesmo símbolo, por exemplo, a contagem (o processo) e o número (o conceito) (TALL, 2004). Assim, os símbolos $4 + 5$ são compreendidos como processo (adição) e conceito (soma). De forma semelhante, procedimentos distintos podem resultar em um mesmo conceito, como por exemplo: $\sqrt{16}$; 2×2; $3 + 1$, nos três casos resultando no conceito de número quatro, representado com símbolos diferentes; ou então, a expressão $x^2 - x - 6$ pode ser reescrita na forma fatorada como $(x + 2).(x - 3)$. Gray e Tall (1993) definem *proceito* "[...] sendo um objeto mental combinado consistindo de um processo, um conceito produzido por esse processo, e um símbolo que pode ser usado para denotar um ou ambos." (GRAY; TALL, 1993, p. 3, tradução nossa[26]).

Manipulação com expressões algébricas e identificação de uma função quadrática da forma $F(x) = ax^2 + bx + c$ a partir de uma dada situação em linguagem corrente, são exemplos que caracterizam o mundo Simbólico e que, no envolvimento com situações matemáticas, ao longo da aprendizagem "[...] o desenvolvimento do simbolismo operacional compreende encontros com números

[26] […] We define a procept to be a combined mental object consisting of a process, a concept produced by that process, and a symbol which may be used to denote either or both.

naturais, frações, negativos, bem como a generalização da aritmética para a álgebra". (TALL, 2013, p.147, tradução nossa[27]).

Na escola, esses dois mundos misturam-se ao longo do desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que "[...] se o vínculo entre corporificação conceitual e simbolismo operacional não for feito, a falta de significado pode fazer com que a criança aprenda as operações de forma mecânica e não consiga construir uma flexibilidade no pensamento em longo prazo [...]". (TALL, 2010, p. 19, tradução nossa[28]).

Com o refinamento da linguagem matemática, a fim de definir e provar conceitos matemáticos, os indivíduos caminham para o mundo *Formal Axiomático,* caracterizado por axiomas, definições e provas de teoremas. Com base na corporificação e simbolismo, esse mundo envolve uma Matemática mais sofisticada, por exemplo, o estudo da Álgebra Axiomática, Análise, uma vez que a transição para esse mundo é marcada pela mudança de conceitos "[...] que surgem de percepções e ações sobre objetos no mundo físico para verbalização de propriedades axiomáticas para definir estruturas formais cujas propriedades adicionais são deduzidas através de uma prova matemática". (TALL, 2015, p. 5, tradução nossa[29]).

Ao longo do tempo, à medida em que os seres humanos vivenciam situações variadas, com experiências em contextos diferentes, vão realizando suas jornadas com construções e reconstruções mentais de conceitos matemáticos por meio de interações entre os Três Mundos da Matemática. Logo, nesse quadro teórico, há uma relação mútua nessas formas distintas de lidar e desenvolver a Matemática.

No desenvolvimento do pensamento matemático, a partir das interações entre os mundos matemáticos, cada mundo apresenta-se com suas particularidades, como a linguagem, a prova, revelando "[...] três formas bastante diferentes de pensar e desenvolver-se [...]". (TALL, 2010, p. 1, tradução nossa[30]), combinando ideias, o que possibilita diferentes formas de operar matematicamente, contribuindo para a compreensão de conceitos, por exemplo: os números reais

---

[27] [...] the development of operational symbolism involves encounters with whole numbers, fractions, negatives, as well as the generalization of arithmetic to algebra.

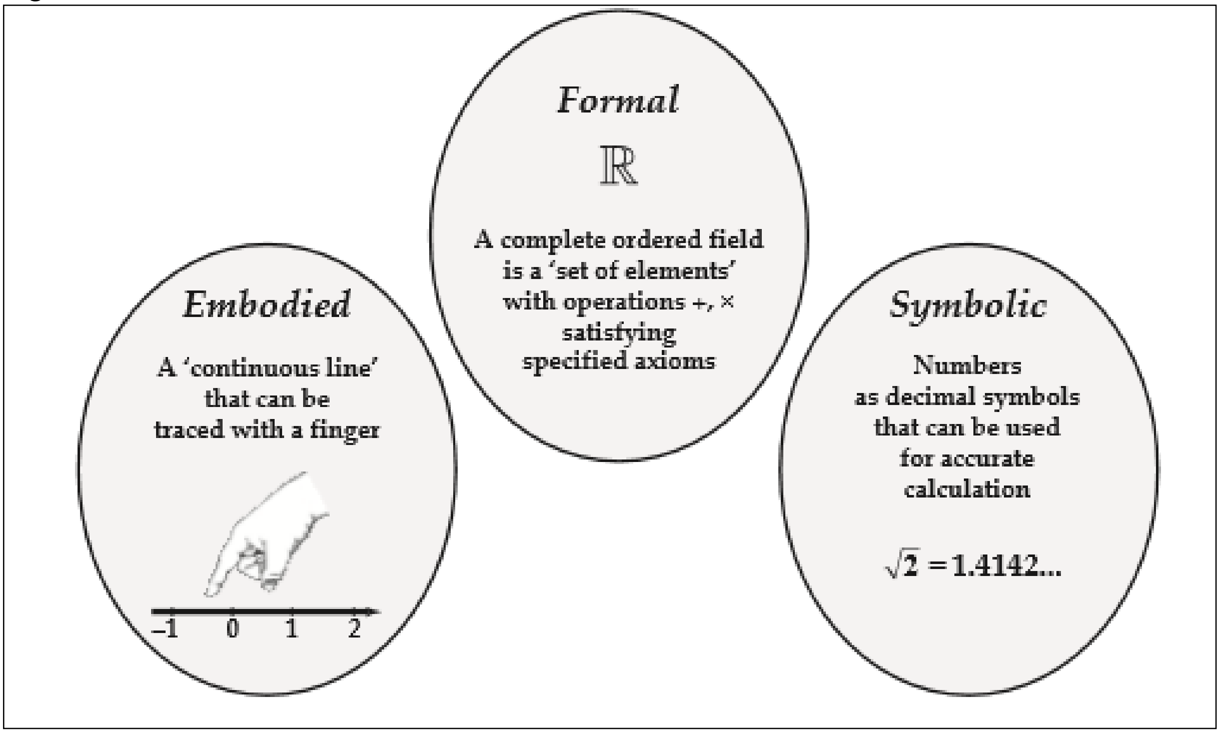
[28] […] if the link between conceptual embodiment and operational symbolism is not made, then the lack of meaning may cause the child to learn operations by rote and fail to build long-term flexibility in thinking […].

[29] […] that arise from perceptions of, and actions on, objects in the physical world to the verbalizing of axiomatic properties to define formal structures whose further properties are deduced through mathematical proof.

[30] […] three quite different forms of thinking and development […].

envolvem experiências em situações distintas: na reta numérica; com símbolos, a fim de realizar cálculos e um conjunto numérico que, munido das operações de adição e multiplicação usuais e a relação de ordem, é tratado como um corpo ordenado completo, isto é, uma mistura de corporificação, simbolismo e formalismo, respectivamente, de modo que possamos construir conceitos desse conjunto numérico. Essas ideias são exemplificadas por meio da Figura 3 a seguir.

Figura 3: Os números reais como uma mistura



Fonte: TALL, 2013, p. 25.

Nesse contexto, considerando que cada indivíduo tem uma forma de desenvolvimento e construção de ideias matemáticas vivenciadas em experiências diferentes, então sua jornada pelos Três Mundos da Matemática é particular e não linear, levando-o a retornar para ideias de mundos já transitados, uma vez que, ao longo da aprendizagem da Matemática, cada sujeito se depara com obstáculos diferentes, "[...] exigindo que ideias anteriores devam ser reconsideradas e reconstruídas [...]". (TALL, 2004, p. 9, tradução nossa[31]). Nesse processo, os estudantes podem desenvolver o pensamento matemático, construindo relações que

[31] […] various obstacles occur on the way that require earlier ideas to be reconsidered and reconstructed […].

os levam a características dos Mundos Corporificado e Simbólico, sem transitar pelo Mundo Formal, por exemplo.

Essa perspectiva apresenta um quadro geral para o desenvolvimento do pensamento matemático por meio da combinação de três mundos diferentes e complementares, os quais se desenvolvem em sofisticação. Esse quadro oferece uma interpretação da aprendizagem da Matemática que vai desde a matemática elementar, nos primeiros níveis da educação, até a matemática formal do Ensino Superior, "[...] com base nos três já-estabelecidos, o reconhecimento, a repetição e a linguagem, com três modos distintos de formação de conceitos matemáticos [...]", e "[...] construção em 'já-encontrados'". (TALL, 2013, p. 24, tradução nossa[32]). Diante do que foi apresentado, enfatizamos a importância e a necessidade de experiências envolvendo conceitos matemáticos em contextos diferentes.

Daremos destaque a esse último termo - "já-encontrado" -, que é apresentado e discutido na próxima seção, a partir do qual iniciamos uma discussão acerca de elementos do domínio afetivo, sendo também intenção de estudo e discussão nesta pesquisa.

3.2 "Já-encontrados": algumas reflexões

Iniciamos esta seção com algumas ponderações: em uma instituição de ensino ou em outro contexto, independentemente do nível de ensino, enquanto estudante, docente ou em outra condição, ao envolver-se com tarefas, conceitos, resolução de problemas, ao lidar de alguma forma com a Matemática, não podemos negar que, nessas ações, estejam presentes diferentes elementos afetivos, como por exemplo: interesses, satisfação, prazer, julgamentos, valores, medo, ansiedade, insegurança, constrangimento, entre outros. Este capítulo "abre as portas" para iniciarmos uma discussão de aspectos pertinentes que também se fazem presentes na Educação Matemática: elementos do domínio afetivo!

Nesse aspecto, refletindo a respeito de algumas considerações apontadas de como os indivíduos desenvolvem e/ou lidam com diferentes formas de operar matematicamente, que são construídas e vivenciadas ao longo do desenvolvimento do pensamento matemático, devemos considerar as experiências

[32] […] based on the three set-befores of recognition, repetition and language, with three distinct ways of forming mathematical concepts […], and […] building on met-befores.

decorrentes dessa construção, ou seja, os conhecimentos anteriores. A essas experiências anteriores Lima e Tall (2008) denominam de "já-encontrados", sendo esse termo:

> Seguindo Tall (2004b), definimos um 'já-encontrado' como uma construção mental que um indivíduo usa em um determinado momento com base em experiências que eles conheceram antes. Um já-encontrado é uma parte específica da imagem conceitual do indivíduo, no entanto, ao fornecer um nome específico, pretendemos que ele seja usado para alunos e professores discutirem abertamente como seu conhecimento prévio pode afetar sua interpretação em um novo contexto. (LIMA; TALL, 2008, p. 4, tradução nossa[33]).

Esse termo é utilizado para descrever e discutir como interpretamos novas situações, em diferentes contextos, a partir do que já vivenciamos, de nossas experiências ao lidarmos com conceitos matemáticos nos Mundos da Matemática, assim como de nossas construções mentais nas diferentes formas de operar matematicamente (TALL, 2013; LIMA, 2011). Assim, a aprendizagem da Matemática ocorre a partir de como consideramos e como lidamos com nossas aprendizagens anteriores para relacioná-las com novas situações, sendo que "O efeito da experiência anterior tem aspectos cognitivo e emocional [...]". (TALL; LIMA; HEALY, 2014, p. 3, tradução nossa[34]).

A fim de corroborar esta discussão, trazemos as afirmações da pesquisadora Lima (2011) ao investigar os "já-encontrados" de estudantes na resolução de equações quadráticas, considera que

> [...] Dependendo da experiência de aprendizado, um já-encontrado pode ter suas bases em qualquer um ou em todos os mundos da Matemática, isto é, qualquer tipo de experiência, corporificada, simbólica ou formal, pode interferir no aprendizado. Em nosso ponto de vista, "já-encontrados" são de grande importância no aprendizado de qualquer conteúdo de Matemática, especialmente em equações, nesse caso, porque eles explicitam que tipo de experiências estão interferindo no aprendizado atual e que tipo de experiências os alunos ainda necessitam. (LIMA, 2011, p. 66).

Esse conceito refere-se ao que fica em nossas mentes a partir das experiências vivenciadas, isto é, à maneira que consideramos nossas experiências anteriores na interpretação de situações atuais, podendo colaborar ou dificultar a

---

[33] Following Tall (2004b), we define a 'met-before' to be a mental construct that an individual uses at a given time based on experiences they have met before. A met-before is a specific part of the individual's concept image, however, by giving it a specific name, we intend that it can be used for students and teachers to discuss openly how their previous knowledge can affect their interpretation of a new context.
[34] […] The effect of previous experience has both cognitive and emotional aspects […].

aprendizagem diante de novos contextos, uma vez que “[...] a mudança para um outro nível pode ser um desafio estimulante para alguns, sendo dificultador para outros”. (TALL, 2013, p. 410, tradução nossa[35]). Diante de uma situação que não é familiar para o estudante, por exemplo, ao iniciar o trabalho com expressões algébricas, ele pode utilizar relações já familiares com operações numéricas, ou a partir de outras relações desenvolvidas em outro contexto, com o intuito de interpretar a nova situação. Nos parágrafos seguintes, discorreremos sobre alguns possíveis exemplos de “já-encontrados” influenciando na aprendizagem de conceitos matemáticos em novos contextos.

Uma situação comum, diz respeito ao axioma de sucessor[36] ao lidar com os números naturais. No que se refere a esse conjunto numérico, cada número natural tem um único sucessor, que também é um número natural, ou seja, um número que vem depois dele, por exemplo, tomando o número 10, seu sucessor é o número 11, garantindo que entre eles não há nenhum outro. No entanto, numa fase posterior, são apresentados aos estudantes outros conjuntos numéricos, não valendo mais esse axioma, podendo gerar dificuldades na aprendizagem da Matemática. Um exemplo é quando os estudantes trabalham com números racionais, uma vez que, nesse conjunto numérico, sempre que escolhemos dois números, por exemplo, os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, na representação fracionária, entre eles não há um único número mas infinitos números racionais, não existindo, assim, o sucessor de $\frac{1}{2}$. Desse modo, uma ideia que fazia sentido anteriormente, pode não fazer sentido em outra condição, ou então, um conceito que foi compreendido de forma incoerente, ou em partes, pode trazer conflitos ao ser evocado em outra situação.

De outro modo, esse mesmo axioma de sucessor, para os números naturais, para outro estudante, pode colaborar na aprendizagem dos números racionais, por exemplo, ao fazer com que ele estabeleça relações entre conjuntos numéricos. Por isso, o autor refere-se a “já-encontrados colaboradores”[37], que podem auxiliar na aprendizagem, e “já-encontrados dificultadores” [38] que podem impedir o progresso. Logo, um mesmo “já-encontrado” pode interferir de formas distintas na

[35] [...] the shift to another level may be a stimulating challenge for some while being problematic for others.
[36] Axiomática de G. Peano para o conjunto dos números naturais. Segundo um de seus cinco axiomas, todo número natural n tem um sucessor $\sigma(n)$. Mais informações consultar (MILIES; COELHO, 2001).
[37] Supportive met-before (TALL, 2013).
[38] Problematic met-before (TALL, 2013).

aprendizagem, positiva ou negativa, ou seja, depende da maneira com que os indivíduos interpretam e lidam com suas experiências anteriores mediante às situações em outros contextos.

Como “já-encontrado dificultador”, podemos refletir sobre a situação em que o estudante tende a atribuir um valor numérico a uma determinada expressão algébrica, por exemplo: $8x + 5$, vez que estava familiarizado em “obter um resultado” para expressões numéricas. Corroborando esse exemplo, faz sentido apresentarmos a reflexão do autor em que as dificuldades dos estudantes na aprendizagem da álgebra “[...] podem ter suas origens na aritmética inicial e se acumulam por meio de experiências sucessivas ao longo dos anos [...]” (TALL, 2016, p. 5, tradução nossa[39]).

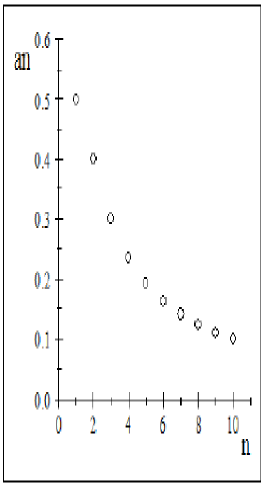
Outro “já-encontrado” que pode ser dificultador na aprendizagem é a ideia de que, na operação de multiplicação, o produto sempre será maior do que seus fatores, o que não é válido para todas as situações, por exemplo, no contexto dos números fracionários (TALL, 2013). A fim de corroborar nossa discussão, apresentamos, de forma sucinta, exemplos de possíveis “já-encontrados” identificados em duas pesquisas com estudantes do Ensino Superior (A15 e A16).

Em A16, trazemos um recorte de uma pesquisa com estudantes de dois cursos de Licenciatura em Matemática (BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, 2016), que estudaram o conteúdo de sequências numéricas na disciplina de Análise Matemática. Os pesquisadores investigaram dificuldades desses estudantes com relação à resolução de uma questão relacionada ao conceito de limite de uma sequência numérica a partir da abordagem dos Três Mundos da Matemática de Tall (2004, 2013). No que se refere aos resultados, nas justificativas apresentadas por meio de registros escritos, os autores concluem que os estudantes investigados manifestaram dificuldades conceituais e procedimentais relacionadas ao objeto de estudo, apontando a influência positiva ou negativa de “já-encontrados”. A Figura 4 expõe a tarefa proposta aos estudantes.

[39] [...] may have their origins in early arithmetic and accumulate through successive experiences over the years.

Figura 4: Tarefa proposta aos estudantes

A sequência $\left(a_n = \dfrac{n}{n^2+1}\right)$ tem os seus primeiros termos representados na figura abaixo.



(a) A figura permite concluir que a sequência é convergente? Por quê?

(b) Considere, também, a definição do seu termo geral e determine qual é o limite desta sequência quando $n \to +\infty$.

Fonte: BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, 2016, p. 367.

Um "já-encontrado", identificado e discutido pelos autores, refere-se à resposta de um estudante ao item *a* da tarefa, ao escrever: "[...] '*Não, pois podemos verificar a convergência da esquerda para a direita, contudo, da direita para a esquerda não é possível*' [...]" (BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, 2016, p. 371, grifo dos autores). Nesse caso, os autores afirmam que essa resposta aponta indícios de que esse estudante fez uma confusão com limite em um ponto (limites laterais) e limite no infinito, possivelmente ocasionada por experiências ao trabalhar com conhecimentos ligados ao conceito de limite. Assim, ao visualizar o gráfico da sequência, pode tê-lo relacionado à representação geométrica de limite de uma função em um ponto, sendo esse o "já-encontrado dificultador".

Segundo os autores, com relação aos registros escritos desse mesmo estudante, ao responder ao item *b*, manifestou um "já-encontrado colaborador", uma vez que A2 registrou: "[...] $'\lim_{n\to\infty} = \frac{n}{n^2+1}'$. Usou incorretamente o sinal de igualdade e não continuou, abandonando a expressão e escrevendo que: *'$n < n^2 + 1$, como o denominador é maior do que o numerador, esta fração irá se aproximar de zero, mas nunca será zero"*. (BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, 2016, p. 370, grifo dos autores). Os autores classificaram essa resposta do estudante como parcialmente correta, sendo que ele não calculou o limite por meio de representações simbólicas; no entanto, utilizou um conhecimento anterior referente às frações, justificando a convergência da sequência. Nesse caso, o conhecimento anterior do estudante de que frações com numeradores e denominadores positivos e denominador maior que o numerador têm quociente entre 0 e 1: é o "já-encontrado colaborador".

Ainda nessa investigação, o "já-encontrado dificultador" identificado diz respeito ao significado atribuído ao sinal de igualdade, pois, nas conclusões dos autores, "Outra dificuldade que pode influenciar negativamente a aprendizagem dos futuros alunos desses licenciandos é relacionada ao sinal de igualdade". (BISOGNIN, BISOGNIN; LEIVAS, 2016, p. 372). Os autores trazem uma discussão referente a, pelo menos, três significados para o sinal de igualdade, sendo: operacional, de equivalência e a noção de relação, relacionando-os em cada um dos Mundos da Matemática: essas ideias podem influenciar tanto de forma positiva como negativa. Nesse sentido, segundo os pesquisadores, na questão proposta aos estudantes, o entendimento de igualdade teve ênfase no significado relacionado à noção operacional, uma vez que "[...] o sinal de igualdade e o símbolo de limite, em seus significados como operadores, podem ter influenciado negativamente as respostas". (BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, 2016, p. 373). A fim de exemplificar, trazemos algumas inferências dos autores nas análises das respostas dos estudantes: "[...] A3 escreveu: "$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+1} = \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n} = 0$". Mostra saber qual procedimento usar, mas erra na linguagem matemática utilizada, visto que abandona o símbolo de limite [...]" (BISOGNIN, BISOGNIN; LEIVAS, 2016, p. 370, grifo dos autores).

Ao confirmar ideias semelhantes aos possíveis "já-encontrados", em A15, os pesquisadores Müller, Cury e Lima (2015) também utilizaram em suas análises a abordagem dos Três Mundos da Matemática, de Tall (2004, 2013). Nessa investigação, os autores trazem um recorte de uma pesquisa maior, em que discutem os erros apresentados por estudantes de Cálculo Diferencial e Integral ao resolverem uma questão pertencente a um teste envolvendo o cálculo de derivada de funções.

Especificamente, nesse artigo, enfocam as dificuldades manifestadas pelos estudantes, relativas à propriedade distributiva. A questão proposta pedia para calcular as derivadas das seguintes funções: *a)* $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+3}$, *b)* $\cos x - x.e^x$ e *c)* $\sqrt{x^3 - 2x + 5}$.

Ao resolverem essa questão, foram identificados erros: na simplificação de fração algébrica; ao calcular o quadrado de um binômio; relacionados à regra de derivação do produto e do quociente de funções; relacionados à operação de potenciação, entre outros. No entanto, o erro com maior destaque nas respostas aos três itens da questão (*a)*, *b)* e *c)*) refere-se à propriedade distributiva, por exemplo: no item *a)* "[...] os alunos erraram, na segunda parcela do numerador, quando deveriam ter usado parênteses em $-(2x-1)$ para multiplicar por $2x$ [...]". (MÜLLER; CURY; LIMA, 2015, p. 254); no item *b),* "[...] pode-se considerar que há um equívoco ao ser criada uma "distributividade" da derivação em relação à operação de multiplicação de funções; no item *c)*, da mesma forma, uma "distributividade" da potenciação em relação à adição ou multiplicação". (MÜLLER; CURY; LIMA, 2015, p. 255). Segundo os autores, compreensões desses estudantes, formadas em experiências anteriores, referentes à propriedade distributiva, influenciaram negativamente nas resoluções da questão, sendo um "já-encontrado dificultador", ocasionando dificuldades na resolução de tarefas envolvendo limites, derivadas ou integrais.

Considerando os "já-encontrados colaboradores", que favorecem a aprendizagem, citamos operações e relações construídas ao lidar com conceitos na aritmética, podendo ser experiências positivas que vão auxiliar estudantes no início do trabalho com a álgebra, apoiando a generalização, por exemplo, quando identificam a propriedade comutativa da adição, generalizando a igualdade $a + b = b + a$. Outro exemplo de experiências anteriores que podem ser positivas é apresentado por Tall (2013):

> [...] Um fato numérico em que 5 + 2 = 7, estabelecido através da contagem é favorável na aprendizagem subsequente, quer seja em aritmética decimal na qual 35 + 2 = 37 ou 20 + 50 = 70, na medição em que 5 metros mais 2 metros é 7 metros, ou mesmo em números complexos, em que 5i + 3 + 2i; é 3 + 7i [...]. (TALL, 2013, p. 88, tradução nossa[40]).

[40] […] A number fact like 5 + 2 = 7 established through counting is supportive in subsequent learning, whether it be in decimal arithmetic where 35 + 2 = 37 or 50 + 20 = 70, in measurement where 5 metres plus 2 metres is 7 metres, or even in complex numbers, where 5i + 3 +2i; is 3 + 7i […].

Também podemos pensar em situações no contexto do Ensino Superior, por exemplo, na aprendizagem de conceitos referentes a espaços vetoriais na disciplina de Álgebra Linear. Na aprendizagem desse conteúdo, ao ser apresentada ao estudante a definição de espaço vetorial como um determinado conjunto V, não vazio, munido de duas operações (uma operação de adição de elementos de V e uma operação de multiplicação de elementos de V por escalares de um corpo) é um espaço vetorial se, e somente se, forem satisfeitas suas oito propriedades[41]. Assim, se ao menos uma das propriedades não for satisfeita, já está garantido que o conjunto não é um espaço vetorial, não tendo a necessidade de provar todas as demais propriedades. Nesse caso, compreender a exigência de que as oito propriedades de um espaço vetorial devem ser satisfeitas, ou de modo análogo, que se uma propriedade não for satisfeita já é suficiente para provar que um conjunto não é espaço vetorial, sem precisar verificar a prova das demais, pode ser um "já-encontrado colaborador" ao lidar com experiências referentes a esse assunto e/ou aprendizagens matemáticas futuras.

Portanto, experiências com a aprendizagem da Matemática podem gerar "já-encontrados" que apoiam ou então causam dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos, sendo que um mesmo "já-encontrado" pode ser colaborador ou dificultador, dependendo da interpretação de cada sujeito. Ou ainda, para um mesmo indivíduo, um determinando conceito matemático pode ter "já-encontrados" colaboradores e dificultadores. Assim, nesse processo de aprendizagem, particular, dinâmico, não linear, podem ocorrer momentos de prazer ao estabelecer relações entre conceitos matemáticos, ou então ao resolver um problema, por exemplo, mas, também, momentos de conflitos.

A maneira como os estudantes interpretam as experiências vivenciadas e as relacionam às novas informações e conhecimentos, ao longo desse processo, é essencial para que tenham sucesso ou apresentem dificuldades na aprendizagem matemática em longo prazo, já que essas dificuldades podem se estender a outros domínios, por exemplo, dificuldades afetivas. Logo, reflexões como essa apontam para a necessidade de que professores de Matemática, pesquisadores, formadores de professores, tenham consciência do papel dos "já-encontrados" na

[41]Mais detalhes podem ser consultadas em Boldrini et al., (1980).

aprendizagem da Matemática, na maneira como os estudantes estão interpretando suas aprendizagens anteriores na construção de novos conhecimentos.

Nessa discussão, ao trazermos e enfatizarmos o conceito de “já-encontrado” (LIMA, 2007; TALL, 2004, 2013), temos como intenção discutir a importância de se considerar e como lidar com as experiências anteriores no processo de aprendizagem da Matemática. Quando tratamos de “experiências anteriores”, a atenção não está na experiência em si, mas ao que fica no conhecimento dessa experiência e como pode influenciar o nosso pensamento diante de novas situações. De acordo com o autor, ressaltamos que a preocupação não se centra somente em interpretar ou identificar evidências das experiências dos estudantes com relação à Matemática, mas trata-se de efeitos dessa experiência na aprendizagem atual e como podem afetá-la futuramente (TALL, 2013).

Assim, na aprendizagem da Matemática, bem como na jornada pelos mundos, os quais consideramos como diferentes maneiras de lidar e interpretar matematicamente, o foco não está somente na aprendizagem futura, mas na forma em que operamos com as experiências anteriores, a fim de que não sejam problemáticas para situações atuais e para o progresso na aprendizagem matemática, uma vez que “À medida que construímos nossa experiência anterior, nós usamos ideias que são familiares para interpretar novas experiências [...]”. (TALL, 2016, p. 3, tradução nossa[42]).

No desenvolvimento do processo de aprendizagem da Matemática, os estudantes deparam-se com desafios, em que as experiências com os conceitos matemáticos ficam cada vez mais refinadas. Dessa maneira, a forma com que lidam e interpretam seus “já-encontrados” pode “[...] causar reações emocionais muito diferentes e diferentes consequências no progresso futuro”. (TALL, 2016, p. 3, tradução nossa[43]). Uma reação emocional que pode interferir negativamente na aprendizagem da Matemática é a ansiedade dos estudantes nas aulas de Matemática e é a reação com maior destaque nas pesquisas referentes à Educação Matemática (GOLDIN, 2014; FRENZEL, 2014).

O quadro teórico de Tall (2013), dos Três Mundos da Matemática, de maneira sutil, considera a influência da afetividade na aprendizagem da Matemática;

[42] As we build on our previous experience, we use ideas that are familiar to interpret new experiences […].
[43] […] cause very different emotional reactions and consequent differences in future progress.

entretanto, não tem como intenção refletir a respeito desse domínio. Ainda que apresente uma estrutura teórica que reúne aspectos cognitivos e afetivos, não discute “já-encontrados” colaboradores e dificultadores e a afetividade na aprendizagem da Matemática, assim como relações entre elementos afetivos e elementos cognitivos. É nessa direção que seguimos com nossa investigação.

Nesse sentido, a discussão que buscamos e, de alguma forma, proporcionamos nesta pesquisa, tem como intenção refletir a respeito de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos no processo de aprendizagem da Matemática, bem como afetos originados ou potencializados por “já-encontrados colaboradores”, que podem favorecer a aprendizagem, ou então, por outro lado, os “já-encontrados dificultadores” que podem tornar-se desfavoráveis, impedindo o progresso. A forma com que cada estudante enfrenta essas experiências anteriores “[...] e os efeitos emocionais decorrentes desempenham um papel importante no desenvolvimento individual do pensamento matemático”. (TALL, 2013, p. 23, tradução nossa[44]).

No processo de aprendizagem da Matemática, “já-encontrados”, tanto colaboradores como dificultadores, podem ocasionar reações emocionais, por exemplo, a ansiedade e a frustração, assim como, o ânimo e o prazer. Muitos estudantes, ao se depararem com dificuldades ao lidar com a Matemática, sem compreenderem a estrutura de conceitos matemáticos, “[...] podem recorrer à aprendizagem processual para ganhar o prazer de passar nos testes [...]”. (TALL, 2016, p. 15, tradução nossa[45]). Em um contexto análogo, nas palavras do educador matemático Goldin (2014), o “[...] desempenho desconectado de conceitos pode levar ao desconforto, aversão e/ou ansiedade à medida que o aluno segue as regras sem saber por que deve fazê-lo [...]”. (p. 394, tradução nossa[46]).

Ao tratarmos de afetividade, com relação à aprendizagem da Matemática, por exemplo, afetos negativos como a ansiedade e o medo, são muitos dos elementos envolvidos que podem desencadear essas reações, incluindo

> [...] imagens negativas da Matemática vindas de professores, pais e outros; privação social; perturbação com as experiências anteriores nas aulas de Matemática; ensino insuficiente baseado em regras de aprendizagem que

---

[44] […] and the resulting emotional effects plays a major role in individual development of mathematical thinking.
[45] […] may resort to learning procedurally to gain the pleasure of passing tests […].
[46] […] Performance disconnected from concepts can lead to discomfort, dislike, and/or anxiety as the student follows rules without knowing why she is to do so […].

> não são compreendidas; má preparação para testes; ansiedade em ser convidado a fazer problemas matemáticos na frente da classe; medo do fracasso; baixa autoestima; memória fraca e assim por diante. (TALL, 2013, p. 123, tradução nossa[47]).

Afetos na aprendizagem da Matemática são complexos e envolvem diversas fontes, com efeito direto no desenvolvimento do pensamento matemático (TALL, 2013). De acordo com Tall (2010, 2013, 2016), muitos currículos centram-se apenas em trabalhar nas salas de aula com os aspectos que vão favorecer a aprendizagem, como suporte, deixando de considerar os fatores negativos, muitas vezes origem das dificuldades manifestadas pelos estudantes e, na presente discussão, os "já-encontrados dificultadores".

Pensar nas origens das dificuldades dos estudantes, em como dão sentido ao que estão trabalhando, no que os levou à construção de determinados conceitos ou nela influenciou é uma maneira de ir além da ideia *"o que esses alunos precisam aprender?"* em termos de conteúdos matemáticos, e que, muitas vezes, os professores ao menos chegam próximos de "onde" os estudantes estão. "[...] Dessa forma, eles podem estar mais bem preparados para ampliar suas abordagens a fim de permitir que estudantes deem sentido à nova Matemática e ajustem seus conhecimentos atuais para lidar com aspectos dificultadores [...]". (TALL, 2010, p. 20, tradução nossa[48]).

Ao encontro dessa ideia, de acordo com McGowen e Tall (2010), em geral, as pesquisas relacionadas à ansiedade em Matemática, nos Estados Unidos, têm como foco fatores externos que se remetem às crenças dos pais de estudantes com relação à Matemática, às atitudes dos professores, ao medo do erro por parte dos alunos, entre outros. No entanto, para os autores, esses fatores dizem respeito apenas aos sintomas da ansiedade matemática, não discutindo as causas do problema, pois "[...] em particular, raramente existem quaisquer referências aos "já-

---

[47] […] negative images of mathematics from teachers, parents and others; social deprivation; disturbing previous experiences in mathematics classes; poor teaching based on learning rules that are not understood; poor preparation for tests; anxiety at being asked to do mathematical problems in front of the class; fear of failure; poor self-image; poor memory and so on.
[48] […] In this way they may be better prepared to broaden their approach to enable learners both to make sense of new mathematics and to adjust their current knowledge to deal with problematic aspects […].

encontrados dificultadores" que possam surgir a partir da natureza da matemática em si". (MCGOWEN; TALL, 2010, p. 8, tradução nossa[49]).

Essa discussão nos leva a refletir que, "Embora fontes gerais de ansiedade possam estar envolvidas, a ansiedade matemática é um problema que, de alguma forma, deve relacionar-se com a própria Matemática e com a relação do indivíduo com a Matemática". (TALL, 2013, p. 124, tradução nossa[50]). Concordamos, ainda, com os pesquisadores, quando discutem a respeito da necessidade de educadores matemáticos terem consciência do problema e refletirem sobre ele, levando em consideração, os "já-encontrados dificultadores" dos estudantes, e não apenas os fatores que dão suporte à aprendizagem.

Muitas vezes, faz sentido pensarmos que, nas salas de aulas de Matemática, os professores enfatizam os aspectos que apoiam a aprendizagem, como, por exemplo, na resolução de equações "[...] os alunos mais bem sucedidos podem perceber que 'fazer a mesma coisa para ambos os lados' mantém a igualdade e, portanto, isso prova ser uma estratégia bem sucedida [...]". (TALL, 2016, p. 14, tradução nossa[51]). Por outro lado, para outros estudantes, esse procedimento pode ser conflituoso, pois, um "já-encontrado" pode ser colaborador para um estudante, e, ao mesmo tempo, pode ser dificultador para outro estudante.

Assim, enquanto alguns constroem conceitos matemáticos de forma coerente, outros são impedidos do progresso por conta de "já-encontrados dificultadores" e, a partir disso, ocasionar afetos negativos no que se refere à aprendizagem da Matemática (TALL, 2016). Ao tratarmos de "já-encontrados dificultadores", mais uma vez, esses podem "[...] incluir ideias que se acumulam ao longo de muitos anos e tornam-se mais difíceis de tratar à medida que as ideias se tornam profundamente enraizadas [...]". (TALL, 2016, p. 14, tradução nossa[52]).

Essa é uma questão complexa, uma vez que, ao lidar com os estudantes, demanda do professor uma sensibilidade para perceber diferentes "já-encontrados" de seus alunos e uma noção dos problemas que estão enfrentando, a

---

[49] […] In particular, there are rarely any references to problematic met-befores that may arise from the nature of the mathematics itself.

[50] Although general sources of anxiety may be involved, mathematics anxiety is a problem that in some way must relate to mathematics itself and to the individual's relationship with mathematics.

[51] […] more successful students may realize that 'doing the same thing to both sides' maintains the equality and so this proves to be a successful strategy […].

[52] […] may include ideas that have accumulated over many years and become more difficult to address as the ideas become deeply ingrained […].

fim de que reflitam acerca de estratégias que possam potencializar a aprendizagem. “[...] Isto sugere a necessidade de que matemáticos, os elaboradores de currículo, professores e alunos tornem-se explicitamente conscientes dos aspectos colaboradores e dificultadores subjacentes da aprendizagem em longo prazo.” (TALL, 2016, p. 15, tradução nossa[53]).

A partir da identificação de um “já-encontrado dificultador” ou então, que pode tornar-se dificultador, o professor aproveita para estabelecer um diálogo com o intuito de transformar o que “seria um problema” - no sentido de que não favorece a aprendizagem naquele determinado contexto - em uma possibilidade de discussão e reflexão com seus alunos, analisando como determinado conceito foi coerente em outra situação, encorajando-os a estabelecerem relações válidas na nova situação, de forma que a Matemática tenha significado e que não seja motivo de tensão, resultando em ansiedade. Confirmando essa ideia, “Aprender a pensar matematicamente é uma experiência cumulativa que depende do que já foi experimentado e a aprendizagem atual afetará o que e como aprendemos no futuro [...]”. (TALL, 2013, p. 402, tradução nossa[54]).

Os pesquisadores e os que compõem os currículos, embora

> “[...] falem de os estudantes terem "equívocos" e "erros", há, uma clara diferença entre cometer um erro, talvez por meio de uma falha aritmética, e fazer uma suposição perfeitamente satisfatória em uma situação anterior, mas que agora requer uma diferença de tratamento.” (TALL, 2010, p. 17, tradução nossa[55]).

Errar ao realizar uma simplificação algébrica, por exemplo, $\frac{4x-5}{4x} = -5$, ou então, ao realizar uma operação de potenciação do tipo, $3^2 = 6$, são interpretações incoerentes, possivelmente de “já-encontrados” oriundos da aprendizagem do estudante, referente às relações estabelecidas pelo estudante, por suas construções mentais aos conceitos matemáticos.

Por outro lado, cometer equívocos em relação a propriedades antes válidas em um determinado contexto, como no caso já discutido acerca do axioma de

[53] This suggests the need for mathematicians, curriculum designers, teachers and learners to become explicitly aware of the underlying supportive and problematic aspects of long-term learning […].
[54] Learning to think mathematically is a cumulative experience that depends on what has already been experienced and current learning will affect what and how we learn in the future […].
[55] […] speak of students having ‘misconceptions’ and ‘making errors’, there is a clear difference between making an error perhaps through faulty arithmetic, and making an assumption that was perfectly satisfactory in an earlier situation but now requires a different treatment.

sucessor dos números naturais, não mais válido para números racionais, são situações de naturezas distintas, com origens diferentes. Outro exemplo é a respeito da propriedade comutativa da multiplicação para números reais (em que a ordem dos fatores não altera o produto, $2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$), mas que, em um momento posterior, não se aplica ao trabalhar com matrizes (em geral, a multiplicação de matrizes não é comutativa, pois a ordem em que são multiplicadas faz diferença).

Nesses dois últimos casos, podemos pensar em confusões oriundas da *Matemática em si*, de sua própria construção, sem relação a um ensino ou a uma aprendizagem conceitual equivocada. Outrossim, podemos pensar em "já-encontrados" ocasionados pelo *ensino da Matemática*, como no caso da "fala" em sala de aula para a resolução de equações polinomiais do primeiro grau, "se trocar de lado então muda o sinal", e por conta disso, é comum encontrarmos resoluções do tipo: $-2x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{2} = 5$.

Com esses exemplos, fica evidente o papel dos "já-encontrados" na aprendizagem da Matemática e, consequentemente, de suas influências no desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que podem ser originados por situações diferentes. Assim, a fim de estabelecer esse diálogo, faz-se importante a percepção de que essa teoria proporciona uma reflexão que vai além das interpretações dos estudantes, uma vez que também enfatiza a necessidade de que possamos ter a consciência de como nossos "já-encontrados" - nós pesquisadores, educadores matemáticos - afetam nossas interpretações e, consequentemente, nosso pensamento. Logo, a noção da expressão "já-encontrado" não se aplica apenas aos estudantes, mas, ao ter como objetivo a compreensão de indícios de como as pessoas pensam e como esses pensamentos influenciam em novas situações, fornece uma interpretação do desenvolvimento da Matemática, na história de como foi desenvolvida, proporcionando um quadro teórico que permite a reflexão e maiores percepções no "[...] pensamento dos matemáticos, educadores matemáticos, cientistas cognitivos, professores de Matemática e na aprendizagem de nossos alunos [...]". (MCGOWEN; TALL, 2010, p. 20, tradução nossa[56]).

Certamente, a forma como professores, educadores, pesquisadores, engenheiros, agrônomos e demais envolvidos com a Matemática, abordam noções

---

[56] […] thinking of mathematicians, mathematics educators, cognitive scientists, mathematics teachers and in the learning of our students […].

que envolvem a Matemática, seus conceitos, enfim, como a discutem, seja com estudantes, por meio de pesquisas, ou de outras formas, por exemplo, em uma conversa entre pai e filho ou entre estudantes na sala de aula; esses diálogos serão embasados na experiência em que cada pessoa teve com a Matemática na formação acadêmica de cada um, o que proporcionará diferentes tratamentos. Logo, faz-se importante refletirmos que o "Estudo de como os matemáticos pensam e como os alunos aprendem a pensar matematicamente merece uma possibilidade de visão mais ampla de como os pensamentos se desenvolvem ao longo do tempo". (TALL, 2010, p. 19, tradução nossa[57]) e as implicações desse desenvolvimento na aprendizagem, decorrentes desse processo.

Com essa discussão, além de enfatizarmos a necessidade de compreensões referentes a indícios de como os estudantes desenvolvem e interpretam conceitos matemáticos a fim de auxiliá-los para que as ideias tenham sentido, não podemos deixar de mencionar, e mais que isso, discutir a respeito de consequências afetivas advindas de "já-encontrados colaboradores" (prazer, satisfação, confiança), auxiliando na relação estabelecida entre o indivíduo e a Matemática, e "já-encontrados dificultadores" (incapacidade, medo, tensão), interferindo negativamente na aprendizagem da Matemática.

Pensemos em uma possível situação: estudantes com dificuldades na aprendizagem de determinado conceito matemático manifestam elementos afetivos desfavoráveis, por exemplo, a insegurança e o medo em lidar com a Matemática, sendo essas reações provenientes de ou intensificadas por experiências anteriores, bem como "já-encontrados dificultadores", oriundos de uma aprendizagem equivocada, de um ensino inadequado ou da própria Matemática. A partir de tais elementos negativos, muitas vezes esses estudantes são movidos a um modo de operar com a Matemática sem a compreensão, sustentados apenas por procedimentos, numa forma em que o medo predomina, impedindo o progresso no desenvolvimento do pensamento matemático. Dessa maneira, podemos dizer que a cognição, bem como processos intelectuais (nesse caso, "já-encontrados dificultadores"), influenciam o domínio afetivo e vice-versa.

Diante do exposto, evidenciado nosso interesse em investigar, também, elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, bem como em trazer

---

[57] A study of how mathematicians think and how students learn to think mathematically deserves the widest possible view of how ideas develop over time.

uma discussão que contemple possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, apresentamos a expressão “já-encontrado afetivo”, como um tipo de “já-encontrado” que compreende significados afetivos que afetam o desenvolvimento do pensamento matemático de maneira positiva ou negativa. Da mesma forma em que a atenção aos “já-encontrados” está no que fica das experiências com a Matemática, nos rastros que deixaram na aprendizagem e não apenas na experiência em si, ao trazermos “já-encontrados afetivos” como uma extensão ao conceito formulado pelos autores Lima e Tall (2008), nosso interesse incide nas consequências de elementos do domínio afetivo, quando os estudantes lidam com conceitos na aprendizagem matemática atual e/ou em contextos futuros.

Assim, caracterizamos um “já-encontrado afetivo” como *significados afetivos construídos em experiências na aprendizagem da Matemática, que carregam sentimentos, emoções, valores, crenças, dentre outros elementos que interferem no desenvolvimento do pensamento matemático. Os significados afetivos podem ser determinados por: medo, tensão, ansiedade, confiança, prazer, satisfação, curiosidade, orgulho, entre outros.*

“Embora o afeto e a cognição possam influenciar um ao outro em qualquer direção, a grande maioria dos estudos pertinentes preocupam-se com as influências dos estados emocionais nas funções cognitivas e motivacionais [...].” (FIEDLER; BEIER, 2014, p. 36, tradução nossa[58]). Nesta investigação, nas discussões que propomos referentes à aprendizagem da Matemática, consideramos uma íntima relação entre os domínios afetivo e cognitivo, sendo que, entre eles, há uma relação de “mão dupla”, em que são influenciáveis e indissociáveis.

Na literatura pesquisada, conforme descrevemos no Capítulo 2 desta pesquisa, analisando as investigações encontradas nas áreas de Educação, Psicologia, Educação Matemática, entre outras, identificamos que há pesquisas que se dedicam em discutir aspectos referentes à relação indissociável entre cognição e afetividade (REIS, 2008; ARANTES, 2012; AFFONSO, 2008; MOREIRA, 2007; entre outros). No entanto, de modo geral, essas discussões incidem na influência do domínio afetivo sobre o domínio cognitivo, não enfatizando ou discutindo a reciprocidade, ou seja, pesquisas que também considerem e “olhem” para a influência

[58] Although affect and cognition can influence each other in either direction, the vast majority of pertinent studies are concerned with influences of emotional states on cognitive and motivational functions […].

de elementos cognitivos nos elementos afetivos. Nessa pesquisa, por meio do exposto, nos aventuramos em considerar e discutir essa relação mútua. É com o intuito de estabelecer essa discussão a respeito da relação mútua entre elementos que pertencem à aprendizagem da Matemática e nela influenciam que esta pesquisa se insere. No próximo capítulo, prosseguimos com apontamentos e reflexões que constituem essa relação e, especialmente, apresentamos considerações acerca da natureza do domínio afetivo sustentadas em uma perspectiva da área da Educação Matemática.

4 AFETIVIDADE E COGNIÇÃO: IMPLICAÇÕES NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Iniciamos este capítulo com alguns questionamentos: há uma ação, seja ela em qualquer contexto, em que somente estão presentes elementos cognitivos? Da mesma forma, há uma ação, seja ela em qualquer contexto, em que somente estão presentes elementos afetivos? Podemos pensar em algum exemplo? Esses domínios - afetivo e cognitivo - são independentes? Essas questões têm sentido para a Educação Matemática? Restringindo o contexto, qual é o peso da afetividade nas ações e relações educacionais?[59] A partir desse questionamento, desdobram-se outros: Como pensar no professor e também no estudante, ao envolverem-se com a Matemática, sem considerar a afetividade nas relações coletivas e individuais? É possível interações entre afetividade e cognição nos processos de ensinar e de aprender? Há implicações na aprendizagem da Matemática? Estamos nos propondo e movidos a iniciar uma discussão dessa natureza, direcionada à aprendizagem da Matemática.

Logo, pensando nessas questões, surgem-nos outras reflexões que parecem ser pertinentes, então vejamos: o que significa falar de Educação Matemática considerando os domínios cognitivo e afetivo relacionados ao processo de aprender? O que significa considerar e discutir a sala de aula como um contexto permeado por múltiplas variáveis as quais têm implicações no processo de aprender?

Essas são algumas inquietações e, ao mesmo tempo, reflexões que nos direcionam e impulsionam a nos debruçarmos nesta investigação. Ora, nessa fala, há questões implícitas que demonstram motivações, objetivos traçados ... enfim, de que natureza são esses elementos?

Ao realizarmos esta investigação de cunho teórico, alguns pesquisadores sustentam e ajudam nessa discussão, sobretudo destacamos os educadores matemáticos (DEBELLIS; GOLDIN, 2006; GOLDIN, 2000, 2002, 2004, 2014) que abordam o desenvolvimento intelectual constituinte de dois componentes - um afetivo e outro cognitivo - presentes em todo desenvolvimento do sujeito. Esses

[59] Esse questionamento surgiu como inspiração a partir da fala da professora Maria Tereza Costa Coelho de Souza – USP em uma mesa-redonda intitulada - Afetividade e Cognição - no IV Colóquio Internacional de Epistemologia e Psicologia Genéticas: Teoria e Prática na Construção do Conhecimento, UNESP – Marília/ SP, 2016.

pesquisadores, assim como outros educadores matemáticos (GÓMEZ-CHACÓN, 2005, 2018; HANNULA, 2012; HANNULA et al., 2014), rompem o pensamento cartesiano, ou seja, a dicotomia entre razão e emoção, e, mais do que isso, dedicam-se a analisar e discutir a importância e a influência de aspectos afetivos na aprendizagem da Matemática.

Dessa forma, na seção e subseção que seguem (4.1 e 4.1.1), trazemos uma discussão preliminar acerca da natureza do domínio afetivo em algumas perspectivas da área da Educação Matemática, para, posteriormente, na seção 4. 2, assumirmos a perspectiva que seguimos nesta tese. Também dedicamos esta seção para discussão e reflexão sobre possíveis relações e interações entre os domínios cognitivo e afetivo no *processo de aprendizagem da Matemática*.

4.1 Considerações teóricas a respeito da natureza do domínio afetivo e suas relações com a cognição

Ao iniciarmos essa discussão, em que temos como interesse apresentar e discutir elementos referentes ao domínio afetivo, bem como sobre sua natureza, comecemos com algumas indagações: Como definir o domínio afetivo[60]? Emoções? Sentimentos? Crenças?

Antes de apresentarmos considerações a respeito de tais indagações, cabe justificarmos a escolha por expormos algumas perguntas em determinados momentos desta tese. Ao longo de toda a pesquisa, muitas foram as dúvidas e os questionamentos que cercavam nossos estudos e reflexões e que nos motivaram a continuar tal investigação. Podemos dizer que as dúvidas, no decorrer de todo o percurso, mesmo que em alguns momentos nos traziam medo, insegurança em continuarmos, impulsionaram-nos para prosseguir nesse desafio.

O termo afetividade "[...] foi interpretado de diferentes maneiras e uma necessidade de aumentar a coesão e comunicação entre os diferentes quadros teóricos tornou-se evidente [...]". (ZAN et al., 2006, p. 2, tradução nossa[61]). Dessa forma, não há um consenso entre os pesquisadores das diferentes áreas e entre estudiosos da mesma área, por exemplo, na Educação Matemática, tão pouco para

[60] Nesta tese estamos considerando os termos "afetividade" e "domínio afetivo" como sinônimos.
[61] […] the term 'affect' has been interpreted in different ways and a need to increase cohesion and communication between different theoretical frameworks has become obvious.

os elementos relacionados a esse domínio: sentimentos; emoções; atitudes; crenças; valores, entre outros que se fazem presentes na literatura pesquisada (HANNULA et al., 2014; PEPIN; ROESKEN-WINTER, 2015; ZAN et al., 2006;). Diante dessa imprecisão, temos uma primeira dificuldade em estudar esse domínio.

A partir da década de 1980, os estudos desse campo ganharam um destaque com autores da Didática da Matemática. Por muito tempo, a afetividade foi considerada como algo separado do pensamento, logo, ignorado das relações educacionais. Arriscamo-nos em afirmar que, em muitas situações referentes ao ensino e à aprendizagem, essa visão dicotômica faz-se presente.

A literatura aponta que essa discussão não é recente, já que pesquisas envolvendo o domínio afetivo e a aprendizagem da Matemática foram iniciadas a partir de 1950, particularmente considerando as atitudes referentes à Matemática (UTSUMI; PRADO, 2013). Nas décadas de 1950, 1960 e 1970 os estudos em Educação Matemática, no que se referem ao domínio afetivo, focaram nas investigações em atitudes e na ansiedade de estudantes em relação à Matemática, empregando teorias psicológicas, utilizando testes em escalas para medição de atitudes (MAAB; SCHLÖGLMANN, 2009; ZAN et al., 2006).

Para a educadora matemática Gómez-Chacón (2005), foi nos anos 1980 que pesquisadores dedicaram-se a entender e a discutir a influência da afetividade nos processos de ensinar e de aprender em Matemática e, de acordo com Carvalho (2009), foi no final dessa década que estudos dessa natureza foram impulsionados pelos trabalhos do educador matemático McLeod (1992). A partir dos primeiros estudos, a fim de responder a algumas inquietações com relação à afetividade ligada aos processos de ensino e de aprendizagem, nos últimos quinze anos, o interesse em pesquisas nesse campo se intensificou no âmbito educacional (PEKRUN; LINNENBRINK-GARCIA, 2014).

Desenvolvendo investigações sobre afetividade e Educação Matemática numa perspectiva social, psicológica e comportamental[62], julgamos conveniente trazer, de forma resumida, algumas leituras pontuais do quadro teórico do educador matemático Hannula (2012, 2017), vez que, para ele, tem sido "amplamente reconhecido que o pensamento matemático não é um raciocínio

---

[62] O autor denomina essa perspectiva de *Enativista*, sendo uma teoria em que "Aprender é a adaptação ao meio ambiente, e ocorre em todos os níveis, desde as células até as relações sociais [...] (HANNULA, 2017, p. 146, tradução nossa).

puramente lógico, mas muito influenciado por características afetivas [...]". (HANNULA et al., 2014, p. 23, tradução nossa[63]).

Segundo esse autor, "[...] A primeira agenda de pesquisa sistemática para estudar o afeto matemático foi iniciada na psicologia social na década de 1970, focalizando a ansiedade matemática como um ramo específico da pesquisa de ansiedade [...]" (HANNULA et al., 2014, p. 23, tradução nossa[64]), sendo essa "[...] uma emoção desagradável de medo [...]". (HANNULA et al., 2014, p. 23, tradução nossa[65]).

Para as emoções, são muitas as definições encontradas na literatura, advindas de três correntes filosóficas: Darwinista, Freudiana e Cognitivista[66] (HANNULA et al., 2004; HANNULA, 2012). No entanto, entre autores em diferentes perspectivas, há um consenso quanto aos processos que constituem a emoção, sendo eles: "[...] processos fisiológicos que regulam o corpo, experiência subjetiva que regula o comportamento e processos expressivos que regulam a coordenação social [...]". (HANNULA et al., 2014, p. 24, tradução nossa[67]).

Além disso, o autor afirma que outra questão consensual entre pesquisadores, no que se refere às emoções, reside no fato de que há uma relação íntima entre as emoções e os objetivos pessoais que os indivíduos têm. Um estudante pode sentir-se frustrado por não conseguir alcançar um objetivo, por exemplo, o de resolver uma tarefa matemática, sendo possível que ele desista da tarefa, com influências negativas em situações futuras (HANNULA et al., 2014). Ou então, ao resolver um exercício, ou ao encontrar a solução para um problema, pode surgir a satisfação, o prazer, a alegria, por exemplo, levando o indivíduo a construções mentais positivas no que se refere à sua relação com a Matemática, acarretando influências que colaborem futuramente no desenvolvimento do pensamento matemático. Corroboramos o pesquisador ao expor que "[...] os efeitos de muita ansiedade (medo) são prejudiciais para um ótimo funcionamento cognitivo". (HANNULA et al., 2014, p. 25, tradução nossa[68]).

---

[63] […] it has been widely acknowledged that mathematical thinking is not purely logical reasoning, but influenced much by affective features […].
[64] […] The first systematic research agenda to study mathematics related affect was initiated within social psychology in the 1970s, focusing on mathematics anxiety as a specific branch of anxiety research […].
[65] […] an unpleasant emotion of fear […].
[66] Não é nosso objetivo aprofundarmos nestas correntes filosóficas. Sugerimos os textos (CARNEIRO, 2007; KINOUCH, 2006; SIMANKE, 2009) como fontes para consulta.
[67] […] physiological processes that regulate the body, subjective experience that regulates behavior, and expressive processes that regulate social coordination […].
[68] […] the effects of high anxiety (fear) are detrimental for optimal cognitive functioning.

Hannula et al., (2014) distingue as emoções em dois tipos: estados emocionais e traços emocionais. O primeiro tipo refere-se "[...] à emoção que surge em uma determinada situação, ou seja, é contextual e pode mudar rapidamente [...]". (HANNULA et al., 2014, p. 23, tradução nossa[69]). Como exemplo, podemos pensar em uma situação comum em aulas de Matemática, quando os estudantes vão à frente da turma para resolver um exercício. Nesse caso, essa situação pode provocar um estado de ansiedade nos estudantes. Essas emoções são momentâneas, dependentes do contexto vivenciado. No entanto, emoções momentâneas, acarretadas por situações específicas, podem codificar "já-encontrados afetivos", implicando em outras situações em contextos de aprendizagem da Matemática.

Já os traços emocionais estão relacionados às emoções que os indivíduos têm, independente de um contexto específico, ou seja, "[...] referem-se à tendência de uma pessoa de experimentar certos estados emocionais em uma variedade de situações". (HANNULA et al*.,* 2014, p. 23, tradução nossa[70]). Alguns traumas referentes à Matemática e crenças de que essa é a disciplina mais complexa, são alguns exemplos, sendo esses "já-encontrados afetivos" que interferem no processo de aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, tanto os estados emocionais mais instáveis, como também os traços emocionais mais estáveis, estão presentes nas ações dos estudantes durante a aprendizagem da Matemática, e mais que isso, regulam e influenciam ações futuras. Assim, elementos afetivos influenciam a aprendizagem dos estudantes com relação ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos, uma vez que ansiedade, curiosidade, insegurança, medo, crenças, podem, por exemplo, fazer com que estudantes envolvam-se e "vejam" a Matemática como inacessível, no sentido de "ser algo apenas para poucos". Por conta disso, ainda que alguns tenham prazer momentâneo, muitas vezes, estudantes não sentem prazer em sua aprendizagem.

Nas relações estabelecidas entre o estudante e a aprendizagem da Matemática, destacamos "já-encontrados afetivos", decorrentes de experiências ao lidar com a Matemática, que carregam significados afetivos que influenciam na aprendizagem, muitas vezes deixando marcas que interferem no desenvolvimento do pensamento matemático atual e em longo prazo.

---

[69] […] to the emotion that arises in a certain situation, i.e., it is contextual and may change rapidly […].
[70] […] refer to a person's tendency to experience certain emotional states across a variety of situations.

Nessa discussão, não podemos deixar de mencionar e de trazer breves considerações a respeito de McLeod (1992), um dos pioneiros em dedicar seus estudos a respeito do domínio afetivo, com influência na pesquisa em Educação Matemática, em investigações iniciadas sobre a afetividade na resolução de problemas matemáticos (GOLDIN, 2014; HANNULA et al., 2014; RADFORD, 2015). Para esse autor, o domínio afetivo compõe-se de três descritores principais: as emoções, as crenças e as atitudes, cada uma é caracterizada segundo a estabilidade, intensidade e envolvimento cognitivo. Por exemplo, as emoções são altamente afetivas e mais dependentes do contexto, ou seja, mudam rapidamente, sendo menos estáveis quando comparadas com atitudes (mais cognitivas) e crenças, sendo essa última, a categoria mais estável e com envolvimento altamente cognitivo e afetivo.

A partir da literatura pesquisada, suscitando-nos interpretações e reflexões, seguimos com a intenção de discutir, por meio de elementos teóricos, a presença ativa da afetividade no processo de aprendizagem da Matemática, consequentemente, interagindo com elementos cognitivos. Muitas vezes, em discussões no âmbito educacional, essa ideia não é contemplada, sendo que, em geral, o foco está em conteúdos, metodologias, entre outras questões (LAVY; SHRIKI, 2009).

Nesse contexto, para sustentar a discussão a respeito do domínio afetivo, iniciada no capítulo anterior e contribuir com a mesma, trazemos considerações da perspectiva de dois educadores matemáticos, quanto ao domínio afetivo e à Educação Matemática, com publicações mais recentes quando comparados com McLeod (1992), sendo eles DeBelis e Goldin (2006) e Goldin (2000, 2002, 2004, 2014). É pertinente abordar noções conceituais desses autores por apresentarem um quadro teórico que considera a relação indissociável entre cognição e afetividade na aprendizagem da Matemática.

No entanto, antes de apresentarmos e discutirmos algumas ideias do quadro teórico desses autores, os quais também constituem como referencial teórico desta tese, faremos um "parêntese", a fim de mencionarmos algumas questões quanto ao desenvolvimento da afetividade ligada à Educação Matemática.

4.1.1 Alguns achados: afetividade e a Educação Matemática

Uma vez que esta seção é dedicada a abordar questões ligadas à natureza do domínio afetivo em algumas perspectivas da área da Educação Matemática e suas relações com o domínio cognitivo, nesse momento retomamos uma fala apresentada na introdução desta pesquisa (p. 20), quanto às investigações referentes ao afeto no campo de Educação Matemática: *"Esse cenário vem sendo alterado, tendo em vista que o número de pesquisas na área de Educação, por exemplo, que se dedicam a estudar elementos da afetividade atrelados aos processos de ensino e de aprendizagem é crescente. Isso também se revela nas pesquisas do campo da Educação Matemática. Contudo, de acordo com o levantamento das pesquisas brasileiras que realizamos, e considerando o que afirmam os autores que se debruçam nesse campo, as investigações nesse domínio, principalmente no Brasil, ainda permanecem tímidas, quando comparadas com outras temáticas de investigação (PEKRUN; LINNENBRINK-GARCIA, 2014; PEPIN; ROESKEN-WINTER, 2015)".*

Como apresentado, no Brasil essa discussão nos eventos de Educação Matemática e/ou Ensino de Matemática está bastante acanhada, para não dizermos inexistente. Apresentamos dois eventos, no exterior, que abordam em suas discussões a afetividade na Educação Matemática, sendo eles: o Congress of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME[71] e o International Conference on Mathematical Views - MAVI[72].

O primeiro deles - CERME - é um Congresso da Sociedade Europeia de Pesquisa em Educação Matemática que tem como objetivo promover a comunicação, cooperação e colaboração em investigações na Educação Matemática, por meio de discussões de pesquisas em Grupos de Trabalho Temáticos. Assim, acreditamos que, por sua estrutura, esse evento assemelha-se com o SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, no Brasil. No entanto, o que nos chamou a atenção foi que o congresso citado, que ocorre a cada três anos e iniciado em 1988, conta com um Grupo de Trabalho, desde 2004, intitulado "Afeto e Pensamento Matemático[73]", com pesquisas e discussões em torno de três temas principais:

---

[71] Congresso da Sociedade Européia de Pesquisa em Educação Matemática. Disponível em: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/index.php?slab=conferences.

[72] Conferência Internacional sobre Visões Matemáticas. Disponível em: http://blogs.helsinki.fi/mavi-2012/program/

[73] Affect and mathematical thinking

> [...] a) a teorização de fatores afetivos e o esclarecimento de construções afetivas b) a análise da relação mútua entre as construções afetivas e sua conexão com a cognição e outras construções estudadas em Educação Matemática e c) a descrição de programas para promover aspectos dos afetos. (PANTZIARA et al., 2013, p. 1, tradução nossa[74]).

Na área de Educação Matemática, esse grupo de pesquisadores, em especial a pesquisadora Inés M. Gómez-Chacón, tem como intenção discutir e aprofundar a compreensão de questões de variadas dimensões, em diferentes níveis de ensino, ligadas ao papel do afeto no pensamento matemático e nos processos de ensino e de aprendizagem.

Com uma estrutura diferente do evento anterior, porém com objetivos em comum, ou seja, abordar a afetividade na Educação Matemática, a Conferência Internacional sobre Visões Matemáticas - MAVI (Mathematical Views) - foi criada em 1995, inicialmente com uma equipe de pesquisadores da Alemanha e da Finlândia num esforço para promover um fórum de discussão e apresentar resultados de investigações sobre o afeto e a Educação Matemática. Desde então, esse evento anual reúne pesquisadores interessados em discutir elementos desse tema de pesquisa, por exemplo, a vigésima terceira conferência, em outubro de 2017 teve como tema "O papel das crenças na sala de aula"[75].

Assim, esses eventos reforçam a importância e pertinência em abordar o afeto na Educação Matemática como uma temática de pesquisa em desenvolvimento, com investigações científicas e construções teóricas que vão além de aspectos do domínio cognitivo no desenvolvimento do pensamento matemático, tendo como intuito compreender a complexidade envolvida nos processos de ensinar e de aprender a Matemática. Embora haja um avanço no reconhecimento e nas investigações sobre a afetividade no ensino e na aprendizagem da Matemática, enfatizamos a necessidade de "espaços" para discussões nessa perspectiva em eventos no Brasil.

Ainda, antes de fecharmos esse "parêntese", de forma breve, porém com a intenção de enfatizar, na sequência, fazemos menção a algumas obras: "Beliefs

---

[74] […] a) the theorisation of affective factors and the clarification of affective constructs b) the analysis of the mutual relationship between affective constructs and their connection to cognition and other constructs studied in mathematics education and c) the description of programs for promoting aspects of affect.

[75] https://www.uni-due.de/didmath/mavi23.php

and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results"[76], organizado por Maab e Schlöglmann (2009), e resultado de discussões na conferência MAVI em 2008; "Emotions and Learnin"[77], organizado por Pekrun (2014) e desenvolvido pela Academia Internacional de Educação (IAE); "International Handbook of Emotions in Education"[78], organizado por Pekrun e Linnenbrink-Garcia (2014), contando com a participação do educador matemático Goldin; "From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education: Exploring a mosaic of relationships and interactions"[79], organizado por Pepin e Roesken-Winter (2015) e que também conta com a participação de educadores matemáticos, por exemplo, Goldin, Hannula, Radford, Zan, Di Martino, Gómez-Chacón, entre outros. Com a participação de educadores matemáticos, apresentando discussões ligadas ao domínio afetivo e suas relações com os processos de ensino e de aprendizagem, especificamente no que se refere à Matemática, por meio de nossas análises, consideramos essas obras importantes fontes de discussão desse tema para a Educação Matemática.

4.2 Afetividade como um sistema interno com função representacional

Ao retomar discussões sobre o domínio afetivo, iniciadas em momentos anteriores desta investigação, nessa seção assumimos as ideias dos educadores matemáticos cognitivistas, DeBellis e Goldin (2006) e Goldin (2000, 2002, 2004, 2014), que tratam o domínio afetivo como um sistema interno de representação que interage na troca de informações com outros sistemas de representação (DEBELLIS; GOLDIN, 2006).

Cabe explicitar que, segundo Goldin (2000), nessa perspectiva teórica, o estudo do domínio afetivo faz parte de um modelo, iniciado por Goldin (1988), com sua primeira publicação utilizando o termo afetividade ligado à Educação Matemática. Posteriormente, em colaboração com a pesquisadora Valerie DeBellis, seguiu com investigações sistemáticas sobre a afetividade na aprendizagem da Matemática. No quadro teórico, DeBellis e Goldin (2006) apresentam cinco sistemas

---

[76] Crenças e Emoções na Educação Matemática: Novos Resultados de Pesquisa.
[77] Emoções e Aprendizagem.
[78] Manual Internacional de Emoções na Educação.
[79] De crenças a sistemas de afetos dinâmicos na Educação Matemática: explorando um mosaico de relacionamentos e interações.

de representação internos para investigar a competência na resolução de problemas matemáticos, sendo:

> [...] (a) sistemas verbais/sintáticos, compreendendo linguagem natural, gramática e sintaxe; (b) sistemas imagísticos, incluindo a codificação interna visual/espacial, auditiva/rítmica, e tátil/cinestésica, (c) sistemas de notação formal, por exemplo, sistemas de numeração, notações para aritmética, álgebra e cálculo, gráficos cartesianos, etc.; (d) um sistema de planejamento e controle executivo, que regula a tomada de decisão heurística e estratégica durante a resolução de problemas; e (e) um sistema afetivo, envolvendo emoções, atitudes, crenças, moral, valores e ética [...]. (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 132, tradução nossa[80]).

Esses sistemas são complexos e desenvolvem-se nos indivíduos ao longo dos anos, sobretudo durante a resolução de problemas matemáticos. Dessa forma, os seres humanos constituem-se de estruturas[81] cognitivas, assim como afetivas interligadas, ocorrendo simultaneamente no desenvolvimento do pensamento, não havendo entre elas uma supremacia, uma vez que sistemas de representação internos interagem e comunicam-se durante as mais variadas ações, em especial, na aprendizagem da Matemática.

É importante destacarmos que, nesta pesquisa, nosso interesse está no quinto sistema de representação, o *sistema afetivo*, e são elementos desse sistema que abordamos neste capítulo da investigação. De acordo com Goldin e Kaput (1996), em uma investigação conjunta a respeito da representação em Matemática, discutir a afetividade como um sistema representacional é necessário não apenas para investigar questões referentes à aprendizagem da Matemática, em especial na resolução de problemas, mas para permitir discussões direcionadas aos objetivos educacionais, considerando os domínios cognitivo e afetivo.

Para Goldin (2000), a maioria das pesquisas com foco na resolução de problemas em Matemática não desprezou a existência do afeto, porém desconsiderou sua interferência, tida como algo irrelevante. Entretanto, ao investigar competências na resolução de problemas, no contexto de aprendizagem da

---

[80] […] (a) verbal/syntactic systems, comprising natural language, grammar, and syntax; (b) imagistic systems, including internal visual/spatial, auditory/rhythmic, and tactile/kinesthetic encoding, (c) formal notational systems, e.g. numeration systems, notations for arithmetic, algebra, and calculus, Cartesian graphs, etc.; (d) a system of planning and executive control, governing heuristic and strategic decision making during problem solving; and (e) an affective system, involving emotions, attitudes, beliefs, morals, values, and ethics […].

[81] Segundo Goldin (2011), o termo “estrutura” sugere um conjunto de componentes que interagem dinamicamente e simultaneamente, formando uma “[...] construção coerente que é ‘mais do que a soma das partes.’” (GOLDIN, 2011, p. 549, tradução nossa).

Matemática, os autores DeBellis e Goldin (2006) consideram a afetividade como um aspecto atuante e influenciador na aprendizagem da Matemática.

Esses pesquisadores trazem um quadro de referência para elementos afetivos dos indivíduos na aprendizagem da Matemática, especialmente na resolução de problemas. Nessa perspectiva, considerando o contexto de aprendizagem da Matemática, sistemas de representação internos, sejam afetivos ou cognitivos, trocam informações, à medida que o estudante se envolve com a Matemática, sendo essas interações essenciais “[...] à compreensão matemática e ao desempenho da resolução de problemas”. (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 2, tradução nossa[82]).

Por exemplo, durante a resolução de um problema matemático, os indivíduos podem sentir-se frustrados ao não conseguir resolvê-lo, podendo impedir o progresso, pois “[...] a frustração pode codificar informações gerais sobre o indivíduo na situação [‘Eu nunca consigo pensar claramente durante os testes’ ...]. O sentimento pode rapidamente dar lugar à ansiedade ou ao desespero e evocar estratégias de evasão [...]”. (DEBELLIS; GOLDIN; 2006, p. 3, tradução nossa[83]). Ou então, por outro lado, sentirem-se encorajados e desafiados e traçar outras estratégias que os levem ao sucesso da resolução. Dessa forma, a afetividade pode

> [...] capacitar ou destituir os estudantes em relação à Matemática. O poder do afeto serve como um ímpeto para perseverar, assumir riscos, interagir com novas representações externas e internas, fazer perguntas ou construir novos planos heurísticos [...]. (DEBELLIS; GOLDIN; 2006, p. 3, tradução nossa[84]).

Nesse sentido, sendo a afetividade um sistema interno com função representacional, que codifica informações de maneira significativa, então, quando os estudantes estão envolvidos na aprendizagem da Matemática, esse sistema vai além de apenas acompanhar a cognição, é central (GOLDIN, 2002). De outra maneira, com o mesmo objetivo de enfatizar a importância da afetividade no envolvimento com a Matemática, “[...] O afeto faz muito mais do que informar e motivar indivíduos. Ele serve também como uma *linguagem evolutiva* extraordinariamente poderosa para a

---

[82] […] essential to mathematical understanding and problem-solving performance.
[83] […] frustration may encode general information about the individual in the situation [“I can never think clearly during tests …”]. The feeling may rapidly give way to anxiety or despair, and evoke avoidance strategies […].
[84] […] empower or disempower students in relation to mathematics. Empowering affect serves as an impetus to persevere, take risks, engage with new external and internal representations, ask questions, or construct new heuristic plans […].

comunicação, que é essencialmente humana [...]" (GOLDIN, 2002, p. 61, tradução nossa)[85], funcionando por meio de "[...] 'linguagem corporal', contato visual, expressões faciais, tom de voz e perfume, bem como linguagem falada, gritos, risos e outros ruídos e interjeições [...]". (GOLDIN, 2002, p. 61, tradução nossa)[86].

Ao considerar as interações entre os sujeitos, no contexto de aprendizagem em sala de aula, composto por indivíduos diferentes e, consequentemente, recheado de intenções, valores, emoções, atitudes, crenças, interesses distintos, então, elementos afetivos de estudantes e professores, atuam de forma dinâmica entre si, trocando informações com sistemas afetivos e outros sistemas dos sujeitos envolvidos. Logo, há uma mistura de afetos durante a aprendizagem da Matemática, bem como de "já-encontrados afetivos", pois as emoções dos estudantes, assim como outros elementos afetivos partilhados, carregam significados do contexto vivenciado, uma vez que "[...] O compartilhamento de afetos entre pares ou grupos de pessoas é geralmente *essencial para a sobrevivência humana* [...]". (GOLDIN, 2002, p. 61, tradução nossa[87]).

Ao longo dos anos, muitos são os elementos de domínios diferentes que interferem no processo de aprendizagem. Voltamos a nos referir aos "já-encontrados" dificultadores e colaboradores e aos "já-encontrados afetivos", oriundos de experiências na aprendizagem Matemática, os quais interagem simultaneamente, deixando "rastros", comprometendo ou então influenciando de forma a colaborar em aprendizagens futuras. Na aprendizagem de novos conceitos,

> [...] (por exemplo, frações, números negativos, incógnitas em álgebra, provas em geometria formal, funções, limites, derivadas e integrais) introduzidos pela primeira vez, eles normalmente requerem reestruturação cognitiva, a reinterpretação de representações existentes ou a construção de novas [...]. (GOLDIN, 2014, p. 394, tradução nossa[88]).

Assim, esses "rastros" podem interferir durante interpretações de conceitos matemáticos em novas situações, bem como na aprendizagem de novos

---

[85] [...]Affect does much more than inform and motivate individuals. It serves also as an extraordinarily powerful evolutionary language for communication that is essentially human [...].
[86] [...] "body language", eye contact, facial expressions, tone of voice, and scent, as well as spoken language, cries, laughter, and other noises and interjections [...].
[87] [...] The sharing of affect among pairs or groups of people is generally essential to human survival [...].
[88] [...] (e.g., fractions, negative numbers, unknowns in algebra, formal geometry proofs, functions, limits, derivatives, and integrals) are first introduced, they typically require cognitive restructuring, the reinterpretation of existing representations or construction of new ones [...].

conceitos. Um exemplo é o caso em que, em geral, nos anos finais da Educação Básica, aos estudantes é apresentado o conjunto dos números complexos, em que é válida a operação $i^2 = -1$, sendo que, em contextos anteriores, aprenderam que "qualquer número real elevado à segunda potência (ao quadrado) tem como resultado um número positivo", ou seja, quando a base tem expoente par, mesmo que a base seja um número negativo, o resultado será positivo. Como consequência, por exemplo, ao resolverem a potência i^6, apresentam como resultado $i^6 = 1$, já que o expoente é um número par, sendo que a resposta correta seria -1. Dessa forma, esse "já-encontrado" de que "todo número real elevado à segunda potência (ou a um expoente par) tem como resultado um número positivo", quando relacionado a esse novo contexto, pode desencadear conflitos na aprendizagem de operações nesse conjunto numérico, acarretando em "já-encontrados afetivos" que podem dificultar a aprendizagem atual e futura.

No exemplo apresentado, ao serem apontados aos estudantes, erros nesse contexto, eles podem sentir-se confusos, desmotivados, uma vez que relações aprendidas anteriormente, agora não são mais satisfeitas. Com isso, levando-os a reforçarem a ideia muitas vezes propagada de que "a Matemática é um bicho papão, somente para alguns", sendo esses possíveis "já-encontrados afetivos" que afetam negativamente a aprendizagem em longo prazo. Em contrapartida, esse mesmo "já-encontrado dificultador", para outro estudante, pode ser colaborador no sentido de despertá-lo a "conhecer" mais sobre esse novo contexto, motivando-o a construir relações entre diferenças e pontos comuns de conjuntos numéricos, acarretando em "já-encontrados afetivos" contribuindo para aprendizagens futuras.

Assim, por meio de experiências semelhantes a essa, estudantes constroem diferentes significados afetivos referentes à Matemática ou então à maneira com a qual se relacionam com a Matemática, ou seja, como se veem em sua aprendizagem. Por exemplo, nesse caso específico mencionado, podemos pensar tais "já-encontrados afetivos": a *frustração* em não compreender o porquê de uma propriedade antes válida, agora não ser satisfeita; o *interesse* e *curiosidade* em aprender mais sobre esse conjunto numérico, propriedades específicas e as que ainda são válidas; o *medo* em lidar com o erro em situações matemáticas futuras; o *desinteresse* por cometer erros; o *medo* de errar diante de amigos e do professor, entre outros.

Por ser a afetividade um sistema com função representacional, logo, representações afetivas originadas mediante experiências na aprendizagem da Matemática, isto é, *"já-encontrados afetivos",* carregam significados que interferem, de alguma forma, no desenvolvimento do pensamento matemático. Dessa maneira, enfatizamos a importância da consciência da presença e da influência de elementos afetivos durante o envolvimento com a Matemática, os quais podem ser positivos ou negativos. Além disso, é necessário "[...] compreender como as emoções afetam o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes em longo prazo [...] (GOLDIN; 2014, p. 393, tradução nossa[89]) e que muitas vezes, "O desempenho desconectado dos conceitos pode levar ao *desconforto, aversão* e/ou *ansiedade* à medida que o aluno segue as regras sem saber por que deve fazê-lo [...]". (GOLDIN, 2014, p. 394, tradução nossa[90]).

É nesse sentido que enfatizamos e acreditamos na pertinência em considerarmos os afetos dos estudantes como um tema de estudo necessário quando se pretende investigar e compreender indícios de como os indivíduos aprendem, a fim de potencializar o ensino e a aprendizagem da Matemática, e que, nesta pesquisa, nossas reflexões incidem nesse último processo.

O levantamento bibliográfico que realizamos, aponta que, nos últimos anos, uma quantidade considerável de pesquisas foi e é influenciada pelo quadro proposto por McLeod (1992), o qual traz três categorias principais para a afetividade relacionadas à Matemática: emoções, atitudes e crenças. Nesta pesquisa, consideramos o que os autores DeBellis e Goldin (2006) e Goldin (2000, 2002, 2004, 2014) sugerem para abordar o afeto referente à Matemática. Assim, partindo do quadro teórico de McLeod (1992), os autores apresentam o domínio afetivo como um modelo composto por quatro subdomínios: emoções, atitudes, crenças e valores (moral e ética).

Nesse sentido, sendo o afeto um sistema complexo, dinâmico e representacional, não somente composto por reações fisiológicas, seus subdomínios são definidos como:

> (1) emoções (estados de sensação que mudam rapidamente, de leve a muito intenso, que geralmente são locais ou incorporados no contexto), (2) atitudes (predisposições moderadamente estáveis para modos de sentir em classes

---

[89] […] understanding how emotions affect students' longer term mathematical development […].
[90] Performance disconnected from concepts can lead to discomfort, dislike, and/or anxiety as the student follows rules without knowing why she is to do so […].

> de situações, envolvendo um equilíbrio de afeto e cognição), (3) crenças (representações internas às quais o titular atribui verdade, validade ou aplicabilidade, geralmente estáveis e altamente cognitivas, podem ser altamente estruturadas) e (4) valores, ética e moral (preferências profundas, possivelmente caracterizadas como "verdades pessoais", estáveis, altamente afetivas e cognitivas, também podem ser altamente estruturada). (GOLDIN, 2002, p. 61, tradução nossa[91]).

Esses elementos afetivos ou subdomínios estão inter-relacionados durante a resolução de problemas matemáticos e na aprendizagem da Matemática, formando estruturas afetivas, assim como existem estruturas cognitivas, sendo em que "[...] cada pessoa constrói redes complexas de caminhos e competências afetivas, aumentando ou diminuindo o poder da resolução de problemas matemáticos, e carregando significados dependentes do contexto para o indivíduo [...]". (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 134, tradução nossa[92]). Portanto, esses subdomínios fazem-se presentes no processo de aprendizagem dos indivíduos, apoiando ou então interferindo de maneira negativa, ficando explícito o diálogo existente entre afetividade e cognição nas ações dos indivíduos, sobretudo no desenvolvimento do pensamento matemático.

A diferença entre esses elementos é sutil. Por exemplo, os valores são um dos motivadores mais poderosos dos indivíduos (GOLDIN, 2002), referem-se às escolhas pessoais, às verdades, isto é, com o que se considera desejável, e "[...] ajudam a motivar escolhas de longo prazo e prioridades de curto prazo". (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 135, tradução nossa[93]) e as crenças, "[...] também podem ser altamente estruturadas, formando sistemas de valores". (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 135, tradução nossa[94]).

Ao longo do processo de aprendizagem, no desenvolvimento do pensamento matemático, esses elementos são compartilhados, influenciando, sendo influenciados por sistemas afetivos e cognitivos de outros indivíduos e reestruturados o tempo todo. "Crenças específicas, incluindo equívocos, sobre fatos matemáticos,

---

[91] (1) emotions (rapidly changing states of feeling, mild to very intense, that are usually local or embedded in context), (2) attitudes (moderately stable predispositions toward ways of feeling in classes of situations, involving a balance of affect and cognition), (3) beliefs (internal representations to which the holder attributes truth, validity, or applicability, usually stable and highly cognitive, may be highly structured), and (4) values, ethics, and morals (deeply-held preferences, possibly characterized as "personal truths", stable, highly affective as well as cognitive, may also be highly structured).
[92] […] each person constructs complex networks of affective pathways and competencies, augmenting or diminishing mathematical problem-solving power, and carrying context-dependent meanings for the individual […].
[93] […] help motivate long-term choices and shorter-term priorities.
[94] […] may also be highly structured, forming value systems.

regras, equações, teoremas, etc. [...]", por exemplo, [...] a ideia de que 'a multiplicação sempre torna maior'" (GOLDIN, 2002, p. 67, tradução nossa[95]) são exemplos de crenças referentes à Matemática, as quais estão presentes no contexto de ensino e de aprendizagem, influenciando esses processos. Já abordamos, nesta tese, o possível "já-encontrado dificultador" de que "a multiplicação sempre resulta em um número maior que seus fatores", tornando-se, muitas vezes, uma crença matemática compartilhada por indivíduos em diferentes contextos. De maneira semelhante, "já-encontrados afetivos" são partilhados por indivíduos, podendo trazer implicações de alguma maneira na aprendizagem da Matemática. Assim, construções afetivas durante a aprendizagem da Matemática podem

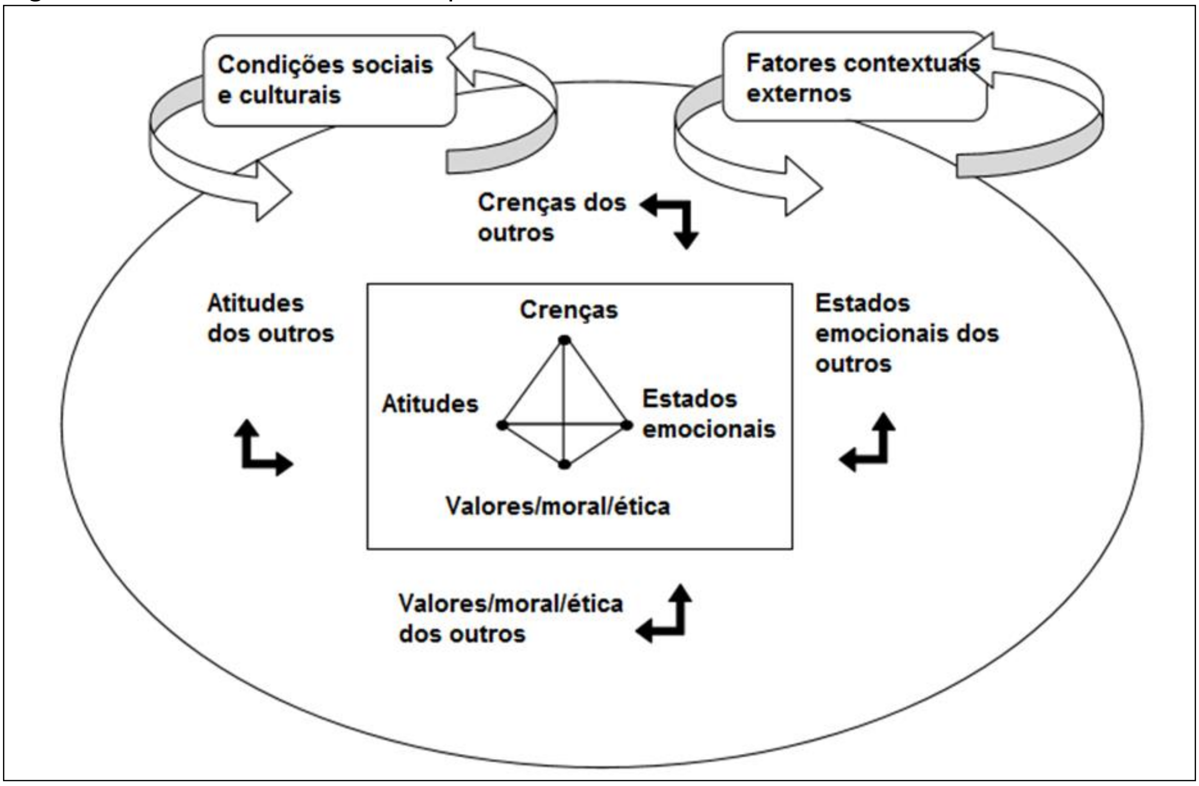
> [...] capacitar ou destituir os estudantes em relação à Matemática. O poder do afeto serve como um ímpeto para perseverar, assumir riscos, interagir com novas representações externas e internas, fazer perguntas ou construir novos planos heurísticos [...]. (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 134, tradução nossa[96]).

No envolvimento com a aprendizagem da Matemática, os autores também fazem uma distinção em relação aos estados emocionais, caracterizando-os em afetos locais e afetos globais. O primeiro refere-se aos estados emocionais que são dependentes do contexto e mais instáveis, as emoções, por exemplo, o estudante ficar nervoso, ansioso ou com medo durante uma prova. Já os afetos globais são estados emocionais mais estáveis e não dependem apenas do contexto, ou seja, são construções do indivíduo em longo prazo, na maior parte, estáveis, o que inclui autoconceitos positivos ou negativos, por exemplo, crenças de si mesmo em relação à Matemática "eu nunca serei bom em Matemática" ou então "a Matemática é para os inteligentes".

Na sequência, diante do que foi exposto com relação ao sistema afetivo proposto por DeBellis e Goldin (2006) e Goldin (2000, 2002, 2004, 2014), apresentamos a Figura 5. Esta figura traz o que os autores denominam de *modelo tetraédrico*, referente à perspectiva representacional do afeto, expondo as interações e dinâmica dos elementos que o compõe.

[95] Specific beliefs, including misconceptions, about mathematical facts, rules, equations, theorems, etc. […] ([…] the idea that "multiplication always makes larger").
[96] […] empower or disempower students in relation to mathematics. Empowering affect serves as an impetus to persevere, take risks, engage with new external and internal representations, ask questions, or construct new heuristic plans […].

Figura 5: Um modelo tetraédrico que descreve os domínios do afeto



Fonte: DeBellis e Goldin (2006), adaptado pela autora.

Por meio dessa representação, podemos observar que, no centro da figura, os elementos de cada indivíduo, presentes em cada vértice do tetraedro, interagem entre si e com os elementos de outros indivíduos, de modo que “[...] nossos estados emocionais influenciam e são influenciados por nossas atitudes, crenças e valores [...]” (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 136, tradução nossa[97]), como também há interações por afetos de outros indivíduos em variados contextos, influenciando e sendo influenciados.

Esse modelo apresenta a relação dinâmica entre os elementos do domínio afetivo na aprendizagem do indivíduo. Assim, “Esta perspectiva nos permite focar as *interações* afetivas do indivíduo com a cultura circundante, sem levar o indivíduo ou a cultura a ser o único nível de análise”. (GOLDIN, 2002, p. 68, tradução nossa[98]).

Nesse modelo, sendo a afetividade um sistema interno e representacional, que considera as interações dos afetos dos indivíduos, assim como as relações estabelecidas entre os afetos dos outros indivíduos no contexto

[97] […] Thus our emotional states influence and are influenced by our attitudes, beliefs, and values […].
[98] This perspective allows us to focus on affective *interactions* of the individual with the surrounding culture, without taking either the individual or the culture to be the sole level of analysis.

vivenciado, os autores DeBellis e Goldin (2006) incluem alguns conceitos que são essenciais para o sucesso na resolução de problemas matemáticos e para a aprendizagem da Matemática, sendo denominados de: intimidade matemática; integridade matemática e meta-afeto[99].

A intimidade matemática está relacionada às experiências pessoais dos indivíduos e seu envolvimento afetivo com a Matemática, bem como aos significados que atribui às experiências em sua aprendizagem e à maneira com que lida com seus afetos ao desenvolver alguma atividade matemática. Por exemplo, observemos duas possíveis situações: diante do erro, em experiências na aprendizagem de conceitos matemáticos, estudantes podem atribuir significados positivos ou negativos, como "*eu não sou bom nisso*" (bloqueando-o em continuar) ou "*o erro faz parte do processo de aprendizagem*" (impulsionando-o a continuar); mesmo sem saber como resolver uma situação-problema na aprendizagem da Matemática, o estudante pode pedir ajuda, tentar resolvê-la sozinho, ou então, ficar nervoso ao ponto de não conseguir dominar-se para definir uma estratégia e resolver o problema, criando um bloqueio. Assim, dependendo do contexto na aprendizagem da Matemática, esse elemento afetivo refere-se à autoestima, à autonomia em resolver problemas, à forma em que se veem diante de situações que envolvem a Matemática.

Nesse sentido, ao longo do processo de aprendizagem, o contexto de sala de aula tem uma grande influência na construção desse elemento nos indivíduos, sendo essa construção vulnerável a mudanças. Um estudante com uma intimidade matemática com significados positivos, dependendo de suas experiências e da maneira com que as manipula, está sujeito a mudanças em seu envolvimento íntimo com a Matemática, uma vez que "[...] pode sentir-se desapontado, irritado ou traído na intimidade por resultados inesperados, falhas, reações negativas de seus entes queridos, repreensão de um professor de confiança ou desprezo de colegas [...]". (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 138, tradução nossa[100]).

A integridade matemática diz respeito à consciência do estudante ao resolver uma situação matemática e reconhecer um erro, ou então, incoerências em busca da compreensão e do acerto. "Assim, envolve, em relação à Matemática, o compromisso da pessoa com a 'verdade' e a compreensão, e, possivelmente, com o

---

[99] Mathematical intimacy; mathematical integrity; meta-affect.
[100] […] may feel disappointed, angry, or betrayed in intimacy by unexpected outcomes, failures, negative reactions from loved ones, rebuke from a trusted teacher, or scorn from peers […].

senso de caráter moral. Isso implica honestidade e um certo grau de abertura [...]". (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 138, tradução nossa[101]). Segundo os autores, estudantes que apresentam estruturas de integridade matemática bem desenvolvidas têm maior chance de sucesso na resolução de problemas e no desenvolvimento do pensamento matemático, sobretudo, dependendo da interação dessa estrutura com a intimidade matemática.

Trabalhar com aspectos relacionados a esse conceito em sala de aula, por exemplo, sobre: a consciência e o reconhecimento de um erro e como lidar com situações problemáticas; a honestidade de compreensão conceitual; a tomada de decisão na mudança de estratégia; e "[...] a forma como a integridade é influenciada ou desenvolvida no ambiente social e cultural são questões de pesquisa essenciais para entender a aprendizagem matemática e promover a capacidade matemática dos alunos". (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p, 139, tradução nossa[102]).

O terceiro conceito, denominado de meta-afeto, segundo os autores, é o aspecto central do sistema afetivo e refere-se "[...] ao afeto sobre o afeto, o afeto sobre e dentro da cognição sobre o afeto, e o monitoramento individual do afeto através da cognição (pensando na direção de seus sentimentos) [...]". (DEBELLIS, GOLDIN, 2006, p. 136, tradução nossa[103]).

Esse conceito está diretamente relacionado ao autocontrole do estudante, dependendo do contexto, ao envolver-se com a Matemática, bem como as suas decisões, estratégias, atitudes, em como lidar com emoções negativas, enfim, ao gerenciamento e reflexão de seus elementos afetivos em situações que envolvem a Matemática. Porém, esse conceito vai além do autocontrole dos afetos, pois "[...] incorpora a ideia, familiar da experiência cotidiana, de que a experiência de uma emoção pode ser inteiramente transformada pelas emoções que se tem sobre a emoção [...]" (GOLDIN, 2014, p. 408, tradução nossa[104]), uma vez que aprendemos com emoções boas e ruins e essas podem ser transformadas em uma outra experiência, em um contexto semelhante.

---

[101] Thus it involves, in relation to mathematics, the person's commitment to 'truth' and understanding, and, possibly, sense of moral character. It entails honesty and a degree of openness […].
[102] […] and how integrity is influenced by or develops within the social and cultural environment, are forusessentialresearchquestionsforunderstandingmathematicallearning and fostering students' mathematical ability.
[103] […] to affect about affect, affect about and within cognition about affect, and the individual's monitoring of affect through cognition (thinking about the direction of one's feelings) […].
[104] […] it incorporates the idea, familiar from everyday experience, that the experience of an emotion can be wholly transformed by the emotions one has about the emotion […].

Nesse sentido, a cognição desempenha uma importante função nesse conceito, uma vez que “Aprender a sobreviver intacto é uma capacidade meta-afetiva, possivelmente distinguindo indivíduos que caracterizamos como talentosos [...]”. (DEBELLIS; GOLDIN, 2006, p. 138, tradução nossa[105]). Por exemplo, quando um estudante se sente frustrado por não conseguir resolver um problema matemático, uma gama de meta-afetos interagem, sendo que, para alguns, essa situação pode caracterizar-se por um contexto meta-afetivo negativo, com o medo e a ansiedade. Por outro lado, para outro estudante, resolvendo o mesmo problema, a frustração

> [...] pode envolver meta-afetos positivos. O aluno antecipa o sucesso, ou pelo menos uma experiência de aprendizagem satisfatória. O efeito local dos sinais de frustração (ou seja, representa) que o problema é não trivial, profundo ou interessante e aumenta a expectativa de aproveitar o sucesso [...]. (GOLDIN, 2002, p. 63, tradução nossa[106]).

Logo, saber lidar com as situações de cada contexto é, muitas vezes, determinante para o sucesso no desenvolvimento do pensamento matemático, por exemplo, saber lidar com “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos”. “[...] Em muitas situações, o meta-afeto é realmente o aspecto mais importante do afeto.” (GOLDIN, 2002, p. 62, tradução nossa[107]).

As crenças, assim como os valores, influenciam no meta-afeto dos estudantes, na maneira como vivenciam, ‘encaram’ a Matemática na sala de aula, por exemplo. Avaliamos que a “unidade entre as emoções e o intelecto é parte essencial para tentarmos compreender os processos de aprendizagem no sujeito e, consequentemente, como ocorre a superação das dificuldades de aprendizagem.” (MEDEIROS; MUNIZ, 2016, p. 10). Por exemplo, diversas são as crenças a respeito da Matemática e implicações em sua aprendizagem, sendo que, frequentemente, “[...] é amplamente vista como exigindo habilidade especial, inteligência ou gênio, frequentemente acreditada como sendo herdada ou inata [...]” (GOLDIN, 2014, p. 395,

---

[105] Learning how to survive it intact is a meta-affective capability, possibly distinguishing individuals we would characterize as talented.
[106] […] may involve meta- affect that is positive. The student anticipates success, or at least a satisfying learning experience. The local affect of frustration signals (i.e., represents) that the problem is nontrivial, deep, or interesting, and heightens the anticipation of joy in success […].
[107] [...] In many situations, the meta-affect is actually the most important aspect of the affect.

tradução nossa[108]), sendo essa uma crença que aumenta a pressão aos interessados em aprender, podendo acarretar efeitos na aprendizagem.

Nas situações de sala de aula, em que os indivíduos estão inseridos em uma cultura, mediados por algumas regras e condições sociais, as emoções, as atitudes, as crenças e os valores de seus professores e de seus amigos são compartilhados e interagem o tempo todo com os afetos de cada indivíduo, proporcionando a representação de diferentes significados afetivos e cognitivos, por meio de sistemas internos diferentes de cada sujeito. Assim, há uma troca e influência mútua entre elementos afetivos e cognitivos nas relações e interações no contexto de sala de aula entre os sujeitos envolvidos. Logo, “[...] as emoções devem ser consideradas nos processos educacionais, e de forma especial aqui, na aprendizagem Matemática [...]”. (VARGAS, 2013, p. 10).

Relações e interações entre os domínios afetivo e cognitivo podem ser determinantes para o sucesso na aprendizagem; destacamos, neste caso, a Matemática, sendo nosso interesse de investigação, uma vez que apresenta um alto índice de fracasso, desistência e por ser considerada uma “barreira” para muitos (UTSUMI; PRADO, 2013; UTSUMI; SANTOS, 2004; MORAES; BARGUIL, 2015).

Compreendendo o indivíduo como constituinte de vários elementos, acreditamos ser necessário - o que para nós faz-se pertinente -, uma discussão direcionada aos “domínios afetivo e cognitivo x a aprendizagem da Matemática”, uma vez que “[...] a escola não é apenas um espaço de aprendizagem das ciências, mas também um espaço de cobranças, de valores, de diferenças culturais, de olhares reprovadores [...]”. (MEDEIROS; MUNIZ, 2016, p. 2). Muitas vezes, é comum um estudante deixar de fazer uma pergunta para tirar uma dúvida, pelo medo do julgamento dos colegas e também do seu professor.

Sobre as implicações das interações de elementos desses domínios na aprendizagem da Matemática, confirmando as palavras de Goldin (2014), os pesquisadores Hannula et al. (2004) discutem a necessidade de incluir questões afetivas na formação de professores. Nesse sentido, outra consideração importante refere-se ao papel do professor, no que diz respeito ao seu conhecimento e consciência ao lidar, também, com elementos afetivos de seus estudantes. Mesmo não sendo nosso objetivo neste estudo, ressaltamos a necessidade de pesquisas

---

[108] […] is widely seen as requiring special ability, intelligence, or genius, often believed to be inherited or innate […].

nessa direção, com futuros professores e com professores que exercem a prática docente.

Considerando que elementos afetivos estão presentes em qualquer comportamento do indivíduo, assim como elementos cognitivos, e tendo a intenção de que ocorra a aprendizagem, bem como que esse processo seja frutífero, há a necessidade de um equilíbrio entre cognição e afetividade (FRENZEL, 2014). Logo, tornam-se pertinentes discussões dessa natureza nas pesquisas do campo de Educação Matemática. Dessa forma, esta pesquisa propõe um espaço para discutir uma questão que está e sempre esteve presente, permeando e influenciando as salas de aula de Matemática, especialmente no que se refere à aprendizagem. Ao dialogarmos sobre elementos dos domínios afetivo e cognitivo, a partir de alguns conceitos de referenciais teóricos que julgamos pertinentes, também é nossa intenção deixarmos provocações e implicações para a Educação Matemática.

Para finalizar esse capítulo, ressaltamos, mais uma vez, a necessidade do desenvolvimento de pesquisas científicas a respeito da afetividade ligada à Educação Matemática e à “abertura” para discussões nesse contexto, no Brasil. Propomos discussões dessa natureza, a fim de que possamos avançar na compreensão de processos envolvidos nesse domínio, suas interações e relações com outros domínios, trazendo implicações para o desenvolvimento de currículo; para a formação inicial de professores; para a formação continuada de professores, entre outras questões. Assim, no próximo capítulo, faremos alguns apontamentos na busca por contemplar algumas possibilidades discutidas ao longo desta pesquisa.

5 PARA ALÉM DO QUE JÁ FOI DITO: ALGUMAS POSSIBILIDADES

Neste capítulo, com a finalidade de suscitar indicativos e considerações que nos levam a uma caracterização para a relação mútua entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, trazemos o que consideramos como principais discussões e reflexões a partir das teorias que sustentam esta investigação, bem como possíveis interações entre elas. Para tanto, julgamos necessário retomarmos alguns caminhos trilhados e, assim, seguimos nessa busca com esse objetivo.

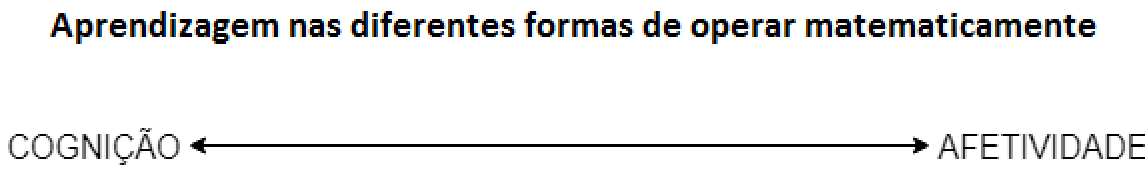
Neste trabalho, como já mencionamos e discutimos ao longo dos capítulos e subseções que o compõem, consideramos que na aprendizagem da Matemática, há uma relação mútua entre elementos cognitivos e elementos afetivos. Para discutir esses elementos pertencentes a essa relação e que a caracterizem, apresentamos conceitos advindos de teorias diferentes: os "já-encontrados" presentes nas experiências durante a aprendizagem da Matemática, ou seja, nos Três Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013) e, como uma extensão desse conceito, os "já-encontrados afetivos"; o meta-afeto, central no domínio afetivo, sendo esse sistema interno e representacional, composto por seus subdomínios e conceitos entrelaçados, bem como as estruturas de integridade matemática e intimidade matemática, as quais interagem e desenvolvem-se juntamente com elementos do domínio cognitivo (DEBELLIS; GOLDIN, 2006; GOLDIN, 2000, 2002, 2004, 2014). Com o intuito de constituir e problematizar essa relação na aprendizagem da Matemática, partimos desses quadros teóricos e prosseguimos nessa busca, isto é, envolvidos em investigar interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos no processo de aprendizagem da Matemática, assim como apresentar uma possibilidade de relação entre elementos desses quadros teóricos. A partir de leituras, de estudos, de discussões, sobretudo, do referencial teórico e metodológico que orienta e sustenta este trabalho, apresentamos construções teóricas no que se refere à aprendizagem da Matemática, bem como relações presentes nesse processo e que o influenciam.

Dessa maneira, a interpretação na pesquisa qualitativa "[...] pode assumir muitas formas, ser adaptada para diferentes tipos de projetos e ser flexível para comunicar significados pessoais, baseados na pesquisa e ação". (CRESWELL, 2010, p. 224). Segundo a perspectiva de pesquisa do tipo teórica e especulativa, as ações de *interpretação* e *argumentação* não são suficientes, demandando um terceiro eixo que complementa essas ações, o *recontar*, propondo uma nova análise baseada em textos anteriores (MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001).

Acreditamos que não há dificuldades na compreensão da seguinte afirmação *“no processo de aprendizagem da Matemática estão presentes elementos dos domínios cognitivo e afetivo.”* Mas, por outro lado, retomando nossas questões norteadoras: *“Que relações podemos pensar quando discutimos acerca de “já-encontrados” e afetos no processo de aprendizagem da Matemática?”* e, de acordo com os quadros teóricos que nos apoiam, “*Quais indícios de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos podem haver nesse processo?”*

Elementos desses domínios comunicam-se de forma indissociável, trocando informações entre suas estruturas cognitivas e estruturas afetivas, influenciando no desenvolvimento do pensamento matemático, sendo essa, a hipótese inicial desta pesquisa. Assim, trazemos a Figura 6, que representa a interação entre esses domínios na aprendizagem da Matemática, para então, prosseguirmos com argumentações que nos direcionem a indícios dessa relação mútua. Dessa forma, ao longo das páginas que seguem, essa figura vai se aprofundando, ou seja, com a inserção e discussão de novos elementos que constituem e interferem nessa relação.

Figura 6: Comunicação entre os domínios cognitivo e afetivo no processo de aprendizagem da Matemática



Fonte: Elaborado pela autora.

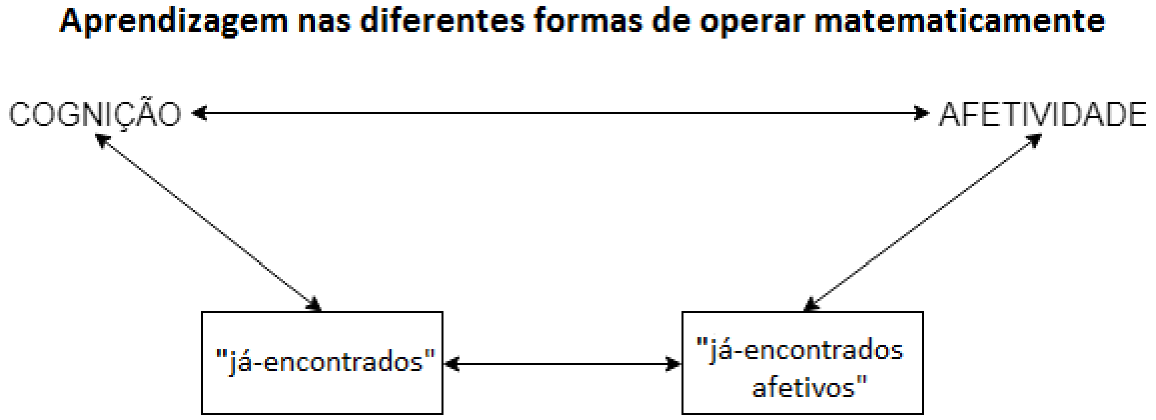
Durante a aprendizagem da Matemática, há uma correspondência entre elementos cognitivos e elementos afetivos, implicando em codificações de significados referentes às experiências vivenciadas nas diferentes formas de operar matematicamente. Nessa interação, no que se refere a elementos do domínio cognitivo, destacamos os “já-encontrados colaboradores” e “já-encontrados dificultadores”, uma vez que, como apresentamos nesta tese, deixam rastros que interferem na aprendizagem atual e em longo prazo. No Capítulo 3 desta pesquisa, discutimos situações que exemplificam possíveis “já-encontrados” e seus efeitos na aprendizagem de conceitos matemáticos diante de novos contextos, interferindo de maneira positiva ou negativa.

No que se refere a esse conceito, trazemos discussões que se estendem para outro domínio, ou seja, contemplando efeitos de seus rastros na afetividade dos estudantes. Quando o estudante está envolvido em situações de aprendizagem da Matemática, ao lidar com determinado conceito, “já-encontrados dificultadores” e/ou “já-encontrados colaboradores” podem ocasionar elementos afetivos como a curiosidade, a ansiedade, a segurança, o medo, por exemplo, ou, ainda, intensificar elementos afetivos existentes nas duas ações, codificando significados para situações futuras. Assim, no processo de aprendizagem da Matemática, ao longo dos anos, também estão presentes construções afetivas, muitas vezes decorrentes de “já-encontrados” colaboradores e/ou dificultadores, carregando significados que influenciam na aprendizagem da Matemática. Nesse sentido, enfatizamos a influência de elementos cognitivos no desenvolvimento de elementos afetivos.

Ao considerar a correspondência entre elementos cognitivos e elementos afetivos, a partir do conceito de “já-encontrados”, segundo apresentam os autores Lima e Tall (2008) e Tall (2004, 2013), trazemos os “já-encontrados afetivos”, como um tipo de “já-encontrados”, caracterizando-os como: *significados afetivos construídos em experiências na aprendizagem da Matemática, que carregam sentimentos, emoções, valores, crenças, dentre outros elementos que interferem no desenvolvimento do pensamento matemático. Os significados afetivos podem ser determinados por: medo, tensão, ansiedade, confiança, prazer, satisfação, curiosidade, orgulho, entre outros.*

Diante dessa caracterização, uma vez que no processo de aprendizagem do estudante elementos de estruturas cognitivas interagem com elementos de estruturas afetivas, bem como entre “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos”, reestruturamos a Figura 6. A seguir, trazemos a Figura 7 representando a interação entre esses conceitos na aprendizagem Matemática.

Figura 7: Interação entre “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos” na aprendizagem da Matemática



Fonte: Elaborado pela autora.

Nesta investigação, em capítulos anteriores (Capítulos 3 e 4), apresentamos alguns exemplos da relação de troca de informações e de influência mútua entre “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos” em experiências na aprendizagem da Matemática. Dessa forma, nessas experiências, mediando, e muitas vezes, determinando significados estabelecidos nessa relação, trazemos o conceito denominado de meta-afeto, proposto por DeBellis e Goldin (2006) e Goldin (2000, 2002, 2004, 2014).

Para os autores, o meta-afeto, muitas vezes, é o elemento mais importante do domínio afetivo (DEBELLIS; GOLDIN, 2006). Esse elemento, também caracterizado como uma estrutura afetiva, gerencia a maneira em que estudantes interpretam e lidam com os rastros de seus “já-encontrados”, consequentemente, interagindo com e influenciando nos “já-encontrados afetivos”, determinando, assim, um contexto meta-afetivo. Nessa perspectiva, o que pode determinar o meta-afeto de indivíduos? Segundo os autores, a cognição exerce uma importante função no desenvolvimento desse conceito. Por exemplo, crenças e valores de indivíduos interferem em seu meta-afeto e que, por sua vez, “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos” influenciam na construção de crenças, valores e atitudes referentes à Matemática, em diferentes situações.

Em uma situação em que o estudante está diante de um desafio matemático, ele pode ter um contexto meta-afetivo, determinado por: curiosidade, medo, satisfação, ansiedade, sucesso, entre outros elementos afetivos. Para alguns estudantes, estar diante de uma situação sem saber como solucioná-la, ou não ter a compreensão de um conceito, num primeiro momento, pode representar o fracasso, predominando o medo, o desespero, muitas vezes impedindo que prossigam em busca da solução e da compreensão. Por outro lado, para outros estudantes, esse mesmo contexto pode ser provocativo no sentido de que a situação é desafiante, trazendo expectativas, interesse, determinando um contexto meta-afetivo que contribui para a aprendizagem.

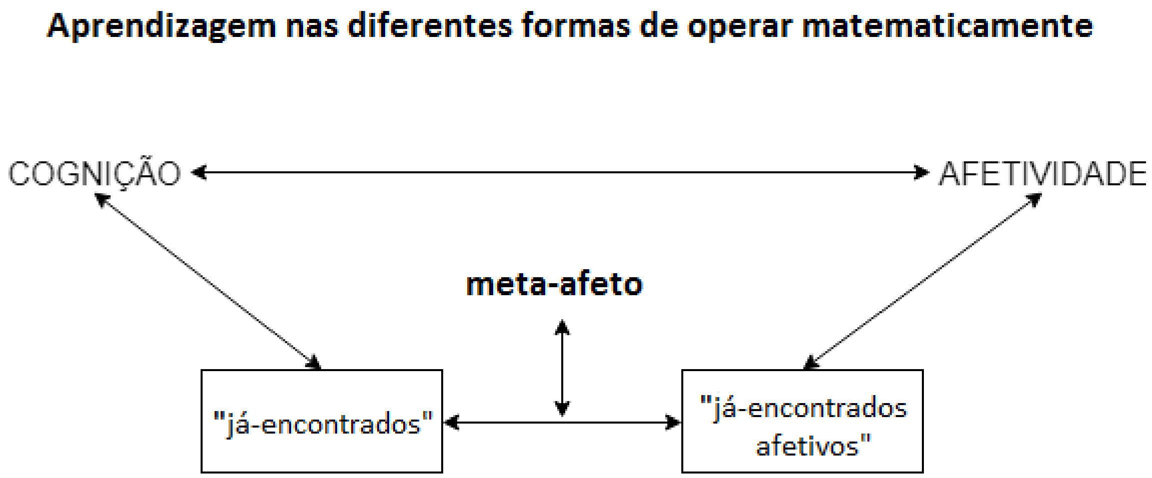
Dessa forma, esse conceito diz respeito à maneira com que cada estudante enfrenta e reage diante de condições envolvendo a aprendizagem da Matemática, isto é, como gerencia seus afetos em tais contextos. Refere-se, também, à reflexão sobre experiências vivenciadas, bem como acerca da consciência durante e após momentos de aprendizagem da Matemática no sentido da busca pela compreensão de suas ações nessas situações, muitas vezes, situações boas e outras nem tanto.

Sintetizando: a maneira com que os estudantes se relacionam-se em situações de aprendizagem da Matemática é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático, bem como para o sucesso em sua aprendizagem. “Já-encontrados colaboradores” e “já-encontrados dificultadores” podem desencadear “já-encontrados afetivos”, por exemplo, o entusiasmo, a ansiedade, a segurança, a insegurança, e o que futuramente, a partir de codificações em longo prazo, podem tornar-se crenças referentes à Matemática, assim como, originar outras emoções, atitudes, crenças, valores, constituindo um contexto meta-afetivo. Esses subdomínios do domínio afetivo, como propõem os autores DeBellis e Goldin (2006), interagem de forma dinâmica durante a aprendizagem da Matemática. Dessa interação, ressaltamos os “já-encontrados afetivos”, que carregam elementos afetivos, interferindo na aprendizagem de conceitos matemáticos, contribuindo ou então dificultando o progresso no desenvolvimento do pensamento matemático.

Assim, o que os estudantes codificam, a partir de experiências matemáticas, dos rastros que ficam dessas situações, bem como de “já-encontrados colaboradores”, “já-encontrados dificultadores” e “já-encontrados afetivos”, contribui para um *meta-afeto poderoso*, como denominam os autores DeBellis e Goldin (2006), superando elementos afetivos negativos presentes nesse processo e que, muitas vezes, impedem a aprendizagem. Logo, “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos” desempenham um papel importante para a capacidade meta-afetiva.

À luz de DeBellis e Goldin (2006), Goldin (2000, 2002, 2004, 2014) e Tall (2004, 2013), apresentamos a Figura 8, uma composição das figuras 6 e 7, expostas anteriormente. Com o conceito de meta-afeto, juntamente aos "já-encontrados" e "já-encontrados afetivos", nesta figura, representamos a caracterização do que consideramos como relação mútua entre elementos dos domínios cognitivo e afetivo na aprendizagem da Matemática.

Figura 8: Relação mútua entre elementos afetivos e elementos cognitivos na aprendizagem da Matemática



Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa representação trazemos uma possibilidade de interação entre elementos afetivos e elementos cognitivos presentes na aprendizagem de conceitos matemáticos, ou seja, nas experiências ao longo da jornada pelos Mundos da Matemática (TALL, 2004, 2013). A partir dessa ideia, é fundamental "olhar" para esses elementos na aprendizagem dos estudantes, a fim de compreender indicativos e possibilidades dessa relação mútua, uma vez que se comunicam e influenciam-se, deixando marcas nesse processo. Essa é, portanto, a tese que defendemos nesta pesquisa.

Da literatura em que nos baseamos e posteriores interpretações e reflexões, enfatizamos que a aprendizagem compreendida como um processo dinâmico, constitui-se de aspectos afetivos e cognitivos, e que, a maneira com que interpretamos e, consequentemente, lidamos com elementos desses domínios, em experiências na aprendizagem da Matemática, ou seja, o que codificamos dessas situações, muitas vezes determina o sucesso nesse processo. A partir de tal consideração, trazemos o conceito de meta-afeto como mediador da interação entre afeto e cognição, no sentido de um autocontrole e autorreflexão sobre a comunicação e interferência mútua entre elementos desses domínios na aprendizagem da Matemática. Portanto, na Figura 8, justificamos a escolha do *meta-afeto* disposto no centro da figura, dialogando constantemente com outros elementos e muitas vezes determinando-os.

Nesse sentido, com referência aos elementos que compõem a caracterização apresentada e representada na Figura 8, não podemos deixar de ressaltar as estruturas de *integridade* e *intimidade matemática*, que são, também, determinantes para o sucesso na aprendizagem matemática, bem como para construção do meta-afeto.

Temos um ciclo dinâmico, em que estruturas afetivas e cognitivas estão inter-relacionadas, influenciando-se durante a aprendizagem. Nesse sentido, compreender alguns elementos presentes na aprendizagem da Matemática, bem como sobre a maneira com que os indivíduos lidam com elementos desse processo, no que diz respeito às suas construções afetivas e cognitivas, são indicativos que consideramos fundamentais para possíveis pistas e orientações que, se trabalhadas e refletidas, podem ocasionar implicações frutíferas, no que se refere ao desenvolvimento do pensamento matemático.

Ressaltamos que ao apresentarmos esses elementos, constituindo a relação mútua entre cognição e afeto na aprendizagem da Matemática, as experiências com a Matemática estão relacionadas a e influenciadas, de alguma forma, por crenças, valores, emoções pessoais dos estudantes e também por elementos afetivos de outros indivíduos que compõem o contexto de sala de aula, assim como em outras situações fora da escola. Cabe ressaltar que nesta investigação, o contexto que nos interessa é o meio escolar. Ainda que consideremos influências de elementos do contexto externo, nosso olhar volta-se ao indivíduo e suas relações com a aprendizagem da Matemática.

Na sequência, apresentamos um diálogo hipotético, a fim de evidenciar o que caracterizamos enquanto relação mútua entre afeto e cognição, por ser esta a forma que encontramos de, nesse momento, abordar considerações teóricas contempladas nos capítulos que compõem esta pesquisa.

5.1 Uma possibilidade

Retomamos as intenções desta pesquisa: nosso objetivo geral é *discutir possibilidades de interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, bem como caracterizar elementos que constituem essa relação mútua.*

Na busca por reflexões que caminhem nessa direção, trazemos uma maneira de exemplificar e inferir indicativos de interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos, conforme representamos na Figura 8. Exemplificamos, por meio de um diálogo hipotético[109] com estudantes, em um contexto de sala aula, na aprendizagem da Matemática.

Dessa maneira, retomadas nossas intenções iniciais, as quais nos orientam com relação aos passos seguidos nesta investigação, na subseção seguinte, apresentamos especificidades e justificações do contexto escolhido para o diálogo.

5.1.1 Sobre o contexto escolhido: uma leitura das motivações para a construção do diálogo

As discussões que constituem o diálogo foram inspiradas e orientadas por: experiências da autora, anteriores a essa pesquisa na condição de estudante e de docente; teorias estudadas; experiências em conversas com amigos; vivências ao longo desse processo (participação em eventos, leituras e reflexões individuais e em grupos, participação em aulas, entre outros), enfim, a partir da reflexão de algumas situações.

A seguir, expomos, de forma breve, algumas ocorrências que julgamos como principais motivações para a discussão proposta no diálogo.

- No ano de 2017, ao longo da trajetória desta pesquisa, aos integrantes do grupo de pesquisa GEPPMat, solicitamos uma tarefa piloto, a seguir explicitada[110]:

---

[109] Em uma conversa sobre os encaminhamentos desta pesquisa, alguns dias após o exame de qualificação, o membro da banca Henrique Rizeki Elias sugeriu a construção de encontros fictícios como uma possibilidade de exemplificar a relação mútua entre cognição e afetividade na aprendizagem da Matemática. Assim, consideramos essa ideia frutífera para evidenciar tal relação. Nossos agradecimentos ao professor Henrique!

[110] No momento em que a tarefa foi solicitada, nosso intuito foi de conhecer um pouco das experiências anteriores dos participantes, referentes à Matemática, a fim de trazer indícios que pudessem nortear a

Tarefa: elaboração de um texto escrito.
Elabore um texto escrito que seja norteado pela seguinte questão: *Conte um pouco a respeito de sua formação, sobre suas experiências com a Matemática (como estudante e/ou como professor).*

A partir da tarefa solicitada, o relato de um dos integrantes do grupo de pesquisa sobre duas experiências vivenciadas, suscitou-nos reflexões acerca de discussões envolvendo a operação de raiz quadrada. Uma delas foi durante uma disciplina do Programa de Pós-graduação[111]; a partir de uma discussão com outros dois colegas da turma a respeito da seguinte questão: $\sqrt{4} = \pm 2$ ou $\sqrt{4} = 2$? A outra situação foi na condição de professor do Ensino Superior, em uma aula de Cálculo Diferencial e Integral I, envolvendo novamente a discussão da resolução da operação $\sqrt{4}$ ser ± 2 ou 2;

- Corroborando discussões evidenciadas no relato da tarefa, algumas pesquisas com estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior, evidenciam confusões de estudantes ao efetuarem, por exemplo, a operação de raiz quadrada (LIMA, 2007; ROSA; REZENDE, 2014; REZENDE; ROSA, 2015);

- A autora desta tese acompanhou as publicações de um educador matemático ao trazer uma discussão por meio de uma rede social[112]. Nessa discussão, iniciada com o relato de uma experiência realizada com estudantes em formação inicial, a respeito da operação $\sqrt{9}$ ser 3 ou ± 3, pesquisadores da área de Educação Matemática debateram sobre essa questão;

- E, a partir de uma conversa, por mensagens instantâneas entre alguns integrantes do grupo GEPPMat, gerada pela seguinte definição para a operação de raiz quadrada:

> O estudo completo da radiciação, que o leitor fará sem dificuldades, à luz das definições dadas, leva aos resultados seguintes:
>
> *Radicando positivo* $\begin{cases} \text{\underline{\textit{índice par – duas raízes, uma positiva outra negativa}}} \\ \text{\textit{índice ímpar – uma raiz, positiva}} \end{cases}$

---

nossa discussão. Cabe dizer que, nessa fase, outros objetivos guiavam esta pesquisa (explicitados no Capítulo 2, seção 2.3).

[111] Estudante de mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PECEM, UEL.

[112] Grupo público da rede social Facebook, denominado EDUMAT_PR.

Radicando negativo $\begin{cases} \textit{índice par – nenhuma raiz} \\ \textit{índice ímpar – uma raiz, negativa.} \end{cases}$ (CARAÇA, 1951, p. 103, grifo nosso).

Com relação a essa definição, apresentada no livro do autor Caraça (1951), a discussão incide para a definição de radiciação para radicando positivo e com índice par. Nesse caso, de acordo com esse resultado, temos que $\sqrt{4} = \pm 2$, por exemplo, o que não é verdade.

Assim, por conta dessas situações, iniciamos uma conversa motivadora para trazermos a discussão envolvendo essa operação, problematizando o diálogo hipotético.

Assim, mesmo que o diálogo traga discussões hipotéticas, partimos de inspirações vivenciadas em e/ou narradas a partir de experiências reais, em diferentes contextos, no que se refere à aprendizagem da Matemática.

5. 2 Um diálogo em uma aula de Matemática: uma situação hipotética

Essa situação apresenta um contexto de sala de aula na aprendizagem da Matemática, em que estudantes se envolvem com situações e conceitos matemáticos. Com a narrativa, temos como objetivo exemplificar indícios da relação mútua entre elementos cognitivos e elementos afetivos, bem como evidenciar características que transpareçam nessa relação. Para tanto, ao longo do diálogo, produzimos significados a partir de inferências teóricas, que apresentamos por meio de “caixas de texto”.

Como mencionamos na subseção anterior, algumas foram as situações que motivaram a escolha do tema para esse diálogo, introduzido a partir de uma delas. Assim, ainda que esta pesquisa configure-se como teórica, para iniciarmos a narrativa, damos continuidade a um trecho de uma situação relatada por um pesquisador, educador matemático, em uma experiência vivenciada, na condição de professor, em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Consideremos uma sala de aula, no Ensino Superior, podendo ser de diferentes cursos, contemplando essa disciplina, em que surge a seguinte situação:

“Em um outro dia, num outro contexto, estava eu dando aula de Cálculo 1 na faculdade em que trabalho e escrevi na lousa que $\sqrt{4}=2$. Foi quando um estudante questionou: “professor, também pode ser -2” e eu disse que não [...]. Dei sequência na aula. Chegando em casa, encontrei um livro que explicava que $\sqrt{4}=2$ e enviei por e-mail para toda a turma.”

E seguimos nesse contexto ... (o episódio prossegue com discussões hipotéticas, em uma aula posterior, a partir do questionamento feito por um estudante sobre a operação de raiz quadrada de quatro).

Mediante ao ocorrido, o professor, em suas reflexões após a aula, recordando os “olhares” e o silêncio dos outros estudantes diante do questionamento do colega, avaliou a necessidade desse assunto ser retomado, sendo que essa operação, possivelmente surgirá em outras situações nessa disciplina e em outras disciplinas ao longo da formação desses estudantes. Além disso, outra motivação para essa retomada foi no momento em que o professor percebeu que seus alunos não ficaram convencidos de que a raiz quadrada de quatro não pode ser -2. Na aula seguinte, passados dois dias e estando o professor com a intenção de retornar às discussões sobre essa questão, a fim de que os alunos compreendessem as justificativas para a raiz quadrada de quatro ser apenas dois, discutidas brevemente em sala de aula e enviadas por e-mail, iniciou a aula, retomando esse assunto.

Ao entrar na sala, após uma breve saudação à turma, o professor escreveu no centro da lousa, $\sqrt{25}$; na sequência, pediu que registrassem o resultado dessa operação com justificativas. Após um tempo, iniciou-se uma discussão coletiva em torno dos resultados da turma:

- Professor: Quem gostaria de compartilhar seu resultado e justificativa?

Rapidamente, o mesmo aluno que fez o questionamento na aula anterior, diz:

- **Aluno A:** Professor, eu li o que enviou por e-mail, mas não compreendi direito ... Eu acho que $\sqrt{25}$=± 5, também pode ser -5.

Essa afirmação do estudante (Eu acho que $\sqrt{25}$=± 5) pode ter origem em um “já-encontrado dificultador” oriundo do ensino da Matemática (muitas vezes, a partir da fala comum em sala de aula de que “a raiz quadrada de um número x, é o número que elevado ao quadrado dá x"). Por outro lado, também pode ser oriundo de uma aprendizagem equivocada do estudante.

- Professor: **A:** como você justifica $\sqrt{25}$ ser -5?

- Aluno A: Olha professor, eu aprendi assim, acho que sempre foi assim ... lembro disso no Ensino Médio, eles sempre diziam que (referindo-se aos professores da Educação Básica) “*para descobrir a raiz quadrada de um número, preciso encontrar um número que, elevado ao quadrado, dá esse número”*, logo, $\sqrt{25} = \pm 5$, já que $(-5).(-5)$ também dá 25. Eu sempre fiz assim!

Nessa fala, fica evidente um “já-encontrado dificultador” oriundo do ensino.

- Professor: O que os outros acham disso? Como fizeram e justificaram?

Nesse momento, alguns contam ter respondido $\sqrt{25} = 5$ por conta das discussões da outra aula em que se debateu que a raiz quadrada de quatro ser apenas dois, ficando evidente a influência da conversa anterior para resolver a operação proposta nessa aula. No entanto, o professor percebe que muitos ainda não estão convencidos de que o resultado para a operação é apenas 5. O professor insiste:

- Professor: Concordam com a resposta de **A**?

Outro aluno diz:

- Aluno B: Por conta da aula anterior, porque $\sqrt{4} = 2$, então concordo com A. Isso nós vimos desde o Ensino Fundamental. Não lembro de ter tido dúvidas sobre isso. Eu também respondi $\sqrt{25} = 5$, mas acho que antes da aula passada, também aceitaria -5 como resposta pra raiz quadrada de vinte e cinco, pois sempre pensei assim (refere-se à fala de professores em sua vivência na Educação Básica: *“preciso encontrar um número que, elevado ao quadrado, dá esse número”*). Sempre foi assim, tipo, pra raiz de cem, então eu pensava em que número vezes ele dá cem, aí dá certo o dez, mas também o menos dez. Como entender e justificar isso?!

Nas falas de **A** e **B**, aparece o mesmo “já-encontrado dificultador” oriundo do ensino da Matemática. Esse “já-encontrado” é problemático, uma vez que fez os estudantes errarem, nesse caso, considerar -5 como resposta para a operação $\sqrt{25}$. No entanto, nessa discussão, partindo do que esses estudantes consideram para essa operação, ou seja, o que ficou das experiências ao lidarem com esse conceito em contextos de aprendizagem na Educação Básica, eles manifestam curiosidade e interesse em saber mais sobre essa operação, o que contribuiu para a situação e aprendizagem. A experiência vivenciada nessa aula pode ocasionar “já-encontrados afetivos”, com implicações em situações futuras e em outros contextos, como, por exemplo, o encorajamento, a curiosidade, a satisfação. Nessa aula, esses estudantes compartilham ideias sem receios do professor e da turma, sendo sinceros ao assumirem suas dúvidas, buscando uma compreensão para a situação em que estão lidando. Temos um exemplo de meta-afeto poderoso, interagindo com estruturas bem desenvolvidas de integridade matemática e intimidade matemática. Nesse contexto, esses estudantes demonstram saber lidar com seus “já-encontrados”, sendo corajosos e sinceros ao expor suas respostas, sem deixar que a ansiedade e/ou o medo em não compreender uma situação que os impeçam de participar da discussão em busca da aprendizagem, apresentando, ainda, um compromisso com a verdade e com a compreensão. Nesse caso, esses estudantes não demonstram medo diante da situação proposta, uma vez que essa é apenas uma conversa a partir de uma dúvida aparentemente coletiva, não se caracterizando como um desafio. Entretanto, em contextos de avaliação, por exemplo, é comum a presença do medo, muitas vezes criando um bloqueio, ou então, por outro lado, o desafio pode tornar-se algo prazeroso, sendo que o meta-afeto permite que o estudante experimente uma situação de medo e de desafio como algo prazeroso (DEBELLI; GOLDIN, 2006).

No que se refere ao “já-encontrado dificultador”, que fez os estudantes errarem ao resolver essa operação, suscitando em algumas dúvidas, também pode tornar-se em um “já-encontrado afetivo” colaborador no sentido de despertar o interesse em “conhecerem” mais sobre essa operação, motivando-os a construírem relações que vão além da questão proposta, podendo acarretar em outros “já-encontrados afetivos” contribuindo para a aprendizagem atual e/ou futura. Assim, a maneira com que os estudantes lidam com seus “já-encontrados”, bem como com seus afetos a partir desses, é fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

Aluno C: Tá bom gente, $\sqrt{25}$ é 5 e pronto, que rolo para isso!! Se o professor já falou que é ... Já mandou até por e-mail. Pra quê saber o porquê? Não pode ser -5 e está tudo certo.

Essa fala demonstra indícios de um possível desinteresse em busca da compreensão. Tal fato pode ser decorrente de vários motivos, por exemplo: das construções em experiências pessoais com relação à aprendizagem matemática, bem como dos significados atribuídos a essas experiências e da maneira com que lida com seus afetos ao desenvolver alguma atividade matemática, ou seja, sobre sua intimidade matemática; da consciência ao resolver uma situação matemática e reconhecer um erro, ou então, ao reconhecer incoerências (integridade matemática); do gerenciamento e reflexão de elementos afetivos e elementos cognitivos em situações que envolvem a Matemática, bem como de suas decisões, estratégias, atitudes, por exemplo, ao lidar com afetos negativos (meta-afeto). Segundo os autores DeBellis e Goldin (2006), estudantes que apresentam estruturas de integridade matemática e intimidade matemática bem desenvolvidas, têm maiores chances de sucesso na resolução de problemas e no desenvolvimento do pensamento matemático, sobretudo na interação dessas estruturas, consequentemente, determinando o contexto meta-afetivo.

- Professor: E os outros, como fizeram?

Nesse momento, poucos estudantes mostram-se interessados, enquanto a maioria demonstra desinteresse em participar da discussão.

Assim como na fala de **C**, as causas de tal desinteresse podem estar relacionadas a muitos fatores, conforme mencionamos; por exemplo: ao medo à exposição e ao erro, às incompreensões com a situação proposta, à falta de hábito em questionar o porquê diante de situações envolvendo conceitos matemáticos, ou então, simplesmente por falta de empatia com a discussão.

O professor continua incentivando a discussão.

- Aluno D: Professor, ela fez um desenho (apontando para a colega E ao lado).

- Professor: Como você fez **E**? Venha na lousa mostrar!

- Aluna E: Foram umas coisas que recordei da Educação Básica. Não precisa ... Acho que nem está correto.

- Aluno D: Vai lá mostrar, você sabe!

Com a reação da estudante, há indícios de que o convite para expor suas ideias à turma deixa-a muito constrangida, uma vez que seu rosto fica vermelho e sua cabeça volta-se para baixo. Mas, de tanto alguns da turma insistirem, ela levanta-se e vai à frente da sala.

- Aluna E: Então, não sou boa para explicar. É eu pensei em ..., ai, deu um branco. Pede pra outra pessoa, professor.

- Professor: Fica tranquila, conte-nos o desenho que fez.

- **Aluna E:** Então, é ..., minha resposta é $\sqrt{25} = 5$. Ah professor, eu não sei (Fala enquanto vai caminhando para o seu lugar).

É possível que ao iniciar sua justificativa, preferiu dizer que não sabia por estar muito nervosa. O professor, percebendo seu nervosismo não insiste. Com olhares para baixo, outros estudantes também demonstram medo de ter que ir à frente da sala ou até mesmo, de seus lugares, compartilhar suas ideias.

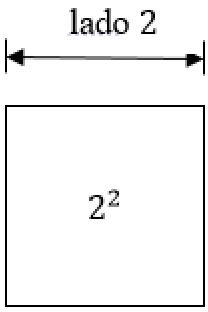
Possivelmente, nesse momento, a timidez, o medo ou a ansiedade em situações específicas ao lidar com a Matemática, atrapalham a estudante, que não consegue explicar à turma suas justificativas de como resolveu a operação. Na fala de **E** também há sinais de insegurança, possivelmente impedindo-a em participar ativamente da discussão. Por conta do medo do erro, por exemplo, muitos estudantes acreditam que não têm capacidade para a aprendizagem da Matemática. Nessa situação específica de **E**, diversos podem ser os elementos que levam a estudante a não querer expor sua resposta. No entanto, de modo geral, atitudes como essa são comuns em salas de aula, na aprendizagem da Matemática. Em contextos semelhantes a esse, destacamos “já-encontrados afetivos”, sendo que elementos afetivos decorrentes de experiências ao lidar com a Matemática, bem como ocasionados por “já-encontrados” carregam significados que têm influência em sua aprendizagem, muitas vezes deixando marcas que afetam o desenvolvimento do pensamento matemático atual, em longo prazo e em variados contextos. Essas marcas podem ser negativas ou positivas. Experiências na aprendizagem de conceitos matemáticos podem levar estudantes a desenvolverem significados afetivos desfavoráveis, por exemplo, a insegurança e o medo atrelado à aprendizagem da Matemática. A partir desses "já-encontrados afetivos", muitas vezes, esses estudantes são movidos a um modo de operar com a Matemática em que prevalece estratégias de evasão (DEBELLIS; GOLDIN; 2006), desencorajados em "buscar" a compreensão, numa forma em que o medo predomina. Assim, podemos dizer que a cognição, bem como elementos cognitivos, também influenciam o domínio afetivo e vice-versa. Nesse sentido, tanto elementos afetivos quanto elementos cognitivos, estão presentes, influenciando na aprendizagem da Matemática, e, mais que isso, interferindo em ações futuras.

Quando **E** estava ao lado do professor, esse identificou no caderno da aluna, o desenho de um quadrado e alguns escritos que poderiam representar o conceito de área, o que possivelmente seria a representação geométrica para a raiz quadrada, sendo uma justificativa de que $\sqrt{25}$ é apenas 5. Diante disso, o professor provoca a turma para essa questão:

> **- Professor:** E a representação geométrica para a raiz quadrada? Já pensaram nisso? Recordam algo sobre isso da Educação Básica? Como seria?

Alguns comentam não se lembrar, outros respondem balançando a cabeça e outros não se manifestam. Então, o professor inicia uma explicação da representação geométrica para a raiz quadrada.

> **- Professor:** Geometricamente, a raiz quadrada de um número representa a medida do lado do quadrado cuja área é representada por esse número. Por exemplo, $\sqrt{4} = 2$. Geometricamente, (desenha na lousa):



- Professor: Essa é uma outra maneira que podemos pensar que $\sqrt{4}$, por exemplo, é apenas 2 e não pode ser -2.

- Aluno D: Ah, por isso, quadrado perfeito, cubo perfeito! Eu lembro alguma coisa sobre isso.

Nessa explicação do professor, motivada pelo o que viu da resolução de **E**, fica evidente um "já-encontrado colaborador", ou seja, a representação geométrica para raízes quadradas, e, naquele momento, há indícios de que a estudante não conseguiu gerenciar suas emoções, a afim de explicar à turma sua resposta. Ressaltamos o meta-afeto enquanto gerenciador entre cognição e afeto, pois a cognição desempenha uma importante função nesse conceito. Em um contexto meta-afetivo, com predominância de afetos negativos, possivelmente há dificuldades na construção de relações e no desenvolvimento do pensamento matemático, por exemplo, ao deixar de expor, honestamente, dúvidas, erros e questionamentos. Esse contexto, em muitas situações, impossibilita o professor de "chegar mais próximo" do estudante, para auxiliá-lo. A atitude de **E** traz evidências da importância do meta-afeto e do diálogo entre afeto e cognição, porque se influenciam mutuamente na aprendizagem da Matemática.

- Professor: Quem mais se lembra? O que você acha **A**? Foi assim que você fez, **E**?

A estudante **E** balança a cabeça apontando que sim e, imediatamente, sai para ir ao banheiro. Essa atitude de se retirar da sala pode ser por medo da possibilidade em ter que retornar à frente da turma. Como o professor já conhecia a turma há uns meses, também percebe a falta de envolvimento de alguns estudantes por medo do erro, por vergonha de expor dúvidas, por falta de entendimento, entre outras possibilidades. Esses elementos ficam evidentes!

O *medo* do erro, a *ansiedade* e a *fuga*, por exemplo, em muitos casos, especificamente em situações envolvendo a aprendizagem da Matemática, interferem negativamente na busca pela compreensão e no seu processo de aprendizagem. Esses elementos são “já-encontrados afetivos”. Muitas vezes, o medo sinaliza a antecipação do fracasso, bloqueando o estudante a estar “aberto” à aprendizagem e a buscar pela compreensão, sem receios. Por outro lado, por meio da reflexão de uma experiência anterior em que prevaleceu o medo, por exemplo, estudantes podem sentir-se encorajados e desafiados, traçando estratégias que os levem ao sucesso. Assim como um mesmo “já-encontrado” pode ser colaborador para um estudante e dificultador para outro estudante, o mesmo ocorre com “já-encontrados afetivos”.

- Aluno A: É ..., mas mesmo assim, $(-2).(-2)$ também dá 4.
- Aluno B: Mas **A**, se a raiz de quatro é a medida do lado do quadrado, então como uma medida pode ser negativa? Não faz sentido isso! A Matemática é cheia de pegadinhas, hein!

Esses estudantes (**A**, **B** e **D**) continuam se expondo na discussão proposta. Saber lidar com as situações de cada contexto é, muitas vezes, determinante para o sucesso no desenvolvimento do pensamento matemático, por exemplo, saber lidar com “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos”. Para **B**, a discussão da representação geométrica da raiz quadrada torna-se um “já-encontrado colaborador” para o diálogo com seu colega.

- Professor: Assim, quando nos referimos à raiz quadrada de quatro, por definição, considera-se apenas a raiz positiva, ou seja, a raiz quadrada de quatro é dois. A raiz quadrada de um número x é um número único e não negativo que, multiplicado por ele mesmo, é igual a x.
- Aluno A: Hum...
Ainda tem alguns olhares que indicam o não convencimento.

- Aluno B: Eu acho que entendi. Professor, se essa é uma operação e se operações matemáticas sempre têm um resultado único, então tem que ser um número só, não é mesmo?

Na fala de **B** fica evidente um "já-encontrado colaborador", ou seja, a ideia de que as operações matemáticas, por exemplo, no caso da adição e da subtração, têm um único resultado.

O diálogo prossegue apenas com a participação de alguns estudantes E o professor insiste!

- Professor: Vamos pensar juntos! (escreve na lousa)

- *Qual é número que elevado ao quadrado resulta em 9?*
- *Qual é a raiz quadrada de 9?*

- Professor: Tem diferença entre as respostas?

- Aluno A: Na primeira frase pode ser -3 e 3, e na raiz de nove, acho que é -3 e 3 também, mas você já falou que é só o positivo, então 3. Sei que deve ter diferença, mas ainda não entendi.

A continua insistindo em seus raciocínios, demonstrando curiosidade e buscando a compreensão, sem medo ou receio de errar. Mais uma vez, ressaltamos que essas atitudes caracterizam indícios de estruturas de integridade matemática e intimidade matemática bem desenvolvidas, assim como um meta-afeto poderoso. Nesse caso, o fato de o estudante não compreender e/ou concordar com o resultado para a operação e continuar insistindo em expor suas dúvidas, representa interesse, o que contribui para a aprendizagem, nesse caso específico, para a compreensão da operação de raiz quadrada.

Alguns murmuram em tom baixo de voz: "nossa que insistência, aceita isso e pronto!"

- Professor: Bom, para a primeira afirmação, todos concordam que tanto pode ser 3 quanto pode ser -3! Pode ser 3, pois $3^2 = 9$ e pode ser -3, já que $(-3)^2 = 9$. Agora, antes de pensarmos sobre a raiz quadrada de nove, vamos escrever com linguagem matemática o que estão dizendo (determinar um número que elevado ao quadrado resulte em 9). Como podemos escrever?

Alguns falam em voz alta: x ao quadrado é igual a nove.

- Professor: Certo!

Então o professor escreve na lousa:

$$x^2 = 9$$

- Professor: E como resolvemos?

Alguns dizem: “passa a raiz e dá mais ou menos três!”

- Professor: Assim?

$$x = \pm 3.$$

A turma concorda com o professor.

- Professor: Quais os passos que estão omissos nessa resolução?

- Aluno D: Nossa, como assim?

Pelos olhares, falas e gestos, a turma demonstra um desconforto em relação ao questionamento do professor. Nesse caso, há indícios de que a resolução de equações polinomiais do segundo grau do tipo $x^2 - c = 0$, para alguns estudantes, pode ser um “já-encontrado dificultador”, interferindo no entendimento da operação de raiz quadrada.

- Professor: Quais são os passos entre $x^2 = 9$ e a resposta $x = \pm 3$?

- Aluno B: Agora o “bicho” pegou, hein!

- Professor: Vamos lá! De acordo com as regras matemáticas, temos alguns passos a seguir:

$$x^2 = 9$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$$

$$|x| = \sqrt{9}$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

- Professor: Percebam que o $\pm$ vem da definição de módulo e não de $\sqrt{9}$, sendo $\sqrt{x^2} = |x|$. Continuando,

$$x = \pm\sqrt{9}$$
$$x = \pm 3$$

- Professor: Reparem que não temos $\sqrt{9} = \pm 3$, e sim, $\pm\sqrt{9} = \pm 3$. Assim, pela construção da Matemática, há, portanto, diferença entre a raiz quadrada de nove, que é 3, e determinar o *número que elevado ao quadrado resulta em 9,* nesse caso, ± 3. Logo, para ambos os resultados, $\pm\sqrt{9} = \pm 3$, diferente de $\sqrt{9} = 3$.

- Aluno B: Hum, interessante isso!

- Aluno A: Nossa, professor, acho que nunca tinha pensado nisso. Porque ali (apontando para $x^2 = 9$) temos uma equação, aí tem a questão de encontrarmos dois resultados, o x' e o x'', porque é uma equação do segundo grau, então tem "dois" x.

Na fala de **A**, o estudante refere-se às raízes de equações polinomiais do segundo grau, o que, nesse caso, é um "já-encontrado colaborador" para o entendimento da operação de radiciação e a explicação do professor acerca da diferença entre $x^2 = 9$ e $\sqrt{9}$ é que, como mencionamos anteriormente, para outros estudantes, pode ser dificultador. Assim, um mesmo "já-encontrado" pode favorecer a aprendizagem, ou então, por outro lado, para um estudante diferente, pode tornar-se desfavorável, impedindo o progresso. A forma com que cada estudante enfrenta esses elementos "[...] e os efeitos emocionais decorrentes desempenham um papel importante no desenvolvimento individual do pensamento matemático". (TALL, 2013, p. 23, tradução nossa).

- Professor: Pois é, essas são duas questões de naturezas distintas. Temos uma questão algébrica, em que buscamos pelo resultado que satisfaça a equação, nesse caso, levando a duas respostas. A outra, temos um número, a raiz quadrada de nove.

- Aluno B: Eu sempre resolvi equações do segundo grau sem saber desses passos aí ... Mas eu disse que tem que ser um número só!

Mais uma vez, nas falas de **A** e **B** fica evidente que esses estudantes não têm medo de errar, de expor suas dúvidas, suas ideias. Pelo contrário, o fato de não estarem convencidos e a busca pela compreensão da situação proposta impulsiona-os para que assumam riscos, interagindo sem medo. Nesse sentido, enfatizamos que o afeto pode assim "[...] capacitar ou destituir os estudantes em relação à Matemática. O poder do afeto serve como um ímpeto para perseverar, assumir riscos, interagir com novas representações externas e internas, fazer perguntas ou construir novos planos heurísticos [...]". (DEBELLIS; GOLDIN; 2006, p. 3, tradução nossa). Enquanto estudantes sentem-se frustrados por errarem a resolução de um problema, por exemplo, ou então, por não o compreenderem, antecipando o fracasso, com emoções negativas que os acompanham, para outros, ao resolver o mesmo problema, a experiência de frustração pode envolver meta-afetos positivos. Nesse caso, uma estrutura meta-afetiva bem desenvolvida pode antecipar o sucesso, ou pelo menos uma experiência de aprendizagem satisfatória, despertando a curiosidade e expectativa em resolver um problema interessante, não trivial, o que se torna um desafio (GOLDIN, 2002).

- Professor: Isso mesmo, B. E como representar $\sqrt{9}$ na reta real? Vamos representar esse número em dois lugares? Em -3 e em 3? Essa é uma questão para pensarmos ...

Alguns estudantes parecem querer participar do diálogo, mas talvez por insegurança, medo do erro, não se manifestam. São muitos os elementos envolvidos!

- Professor: Pensando na construção da Matemática, em suas regras, definições, teoremas, enfim, quais problemas teremos ao aceitar que $\sqrt{9} = \pm 3$, por exemplo?

- Aluno A: Hum ... Certo, mas uma coisa que fiquei pensando, já entendi que a raiz quadrada de nove é só três, que a raiz de vinte e cinco é só cinco, que é um número positivo. Mas, de onde vem isso, professor? Essas regras aí?

Nesse momento alguns estudantes reclamam novamente dos questionamentos de **A**. Um deles fala em um tom mais baixo (sem que o professor perceba):

- Aluno H: Nossa, quantas perguntas, **A**. Esse aí sempre quer saber de tudo, sempre querendo aparecer!

Manifestam-se reações contrárias e preconceituosas para com os estudantes que demonstram interesse na aprendizagem. Felizmente, **A,** ainda que perceba os comentários, não se abala, continua questionando e expondo suas ideias sem receio.

- Professor: Então pessoal, essa é uma questão de definição. Na verdade, na Matemática, temos acordos, convenções, pois é uma criação humana.

- Aluno C: Nossa, que coisa estranha!

- Aluno B: Nunca tinha pensado assim ... Então vale o que se combina para dar certo nas fórmulas, né!

Nesse diálogo, nas falas desses estudantes e do professor, por exemplo, nas falas de **A**, "*Mas, de onde vem isso, professor? Essas regras aí?"* (interesse por questões sobre a natureza da Matemática) e "*Sei que deve ter diferença, mas ainda não entendi*." (busca por compreensões), há indícios de elementos do domínio afetivo, especialmente uma relação de influência mútua entre crenças e atitudes referentes à Matemática. Tendo em vista que atitudes e crenças são elementos afetivos altamente cognitivos (DEBELLIS; GOLDIN, 2006) e que "já-encontrados" e "já-encontrados afetivos" influenciam na construção de crenças, valores e atitudes referentes à Matemática, em diferentes situações, destacamos uma interação constante entre elementos afetivos e elementos cognitivos, com implicações no processo de aprendizagem da Matemática.

- Professor: Isso, uma convenção intencional, para manter a coerência com a definição da operação.

- Professor: Para encerrarmos, na Matemática, quais problemas teremos se aceitarmos que $\sqrt{9} = \pm 3$, por exemplo?

- Aluno B: Ah deve ter muitos, se é uma regra, vai dar errado em alguma fórmula!

- Aluno A: Ah, professor, lembrei daquelas tabelas que estudei trigonometria, aquelas dos valores do seno e do cosseno. Tinha raiz de dois.

- Aluno B: Nossa, eu era péssimo nisso, nem quero pensar nisso. Eu errava tudo, nunca compreendi aquele círculo que o professor fazia. Não gosto de lembrar disso aí. Hoje percebo o quanto passava mal na aula do professor “X”, por isso não compreendia nada. E não era só eu (termina a fala com tom de risos).

Lembranças como essa carregam significados, bem como “já-encontrados afetivos” que podem atrapalhar o desenvolvimento de estudantes, por exemplo, ao codificarem a ideia de que “*eu não sou bom nisso*”, referindo-se à Matemática, impedindo sua participação ativa em situações de aprendizagem da Matemática. No caso de **B**, mesmo com lembranças ruins na aprendizagem desse conceito, esse estudante mantém o controle, trazendo uma reflexão com consciência de seus sentimentos sobre um contexto com emoções negativas envolvendo a Matemática. Além da importância do autocontrole na interação entre elementos cognitivos e elementos afetivos, em uma dada situação, ainda que, em alguns momentos, atitudes e emoções negativas saiam do controle, ocasionando algum bloqueio, destacamos que aprendemos com situações boas e ruins e que, pela consciência, elas podem ser transformadas em uma nova experiência semelhante (GOLDIN, 2014). Nesse contexto, inferimos que **B** tem um meta-afeto bem desenvolvido, assim como estruturas de integridade e intimidade matemática. Para outro indivíduo, experiências como essa (sobre o relato de **B**), ou ainda, a partir dessas experiências, “já-encontrados dificultadores” poderiam acarretar em “já-encontrados afetivos”, bloqueando a aprendizagem da Matemática, em outros contextos.

A partir do relato de **B**, alguns estudantes fazem “cara feia”, demonstrando indícios de lembranças ruins.

Com relação ao sistema afetivo, enquanto um sistema comunicativo, ele também funciona por meio de “[...] ‘linguagem corporal’, contato visual, expressões faciais, tom de voz e odor, bem como linguagem falada, gritos, risos e outros ruídos e interjeições [...]”. (GOLDIN, 2002, p. 61, tradução nossa).

- Professor: Pois é, esse é um exemplo. Temos que $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, assim, $\cos 45°$ teria dois valores um positivo e outro negativo. Ou então, teríamos que pensar no módulo.

- Aluno A: Nossa, verdade hein, tinha até uma musiquinha pra decorar isso ...

- Professor: Muito bem, deu nosso horário.

Antes de sair da sala de aula, enquanto os outros saem para o intervalo, o estudante **L** pede para o professor esperar um pouquinho, indagando:

- Aluno L: Professor, posso te mostrar como fiz?

- Professor: Sim, claro!

- Aluno L: Quando você falou sobre a equação do segundo grau, lembrei das raízes, da questão do mais ou menos da fórmula de Bháskara, aí fiz assim (o estudante mostra em seu caderno, a representação gráfica da parábola $x^2 - 9 = 0$, destacando os pontos -3 e 3, e associado a cada ponto, uma anotação de $-\sqrt{9}$ e $\sqrt{9}$, respectivamente.

- Professor: Isso mesmo, (aponta para o ponto -3) temos $-\sqrt{9}$ e (aponta para o ponto 3), temos $\sqrt{9}$. Por que você não participou da discussão?

Podemos inferir um “já-encontrado colaborador” ao trabalhar com equação polinomial do segundo grau, especificamente a representação gráfica das raízes da equação, contribuindo para o entendimento de que $\sqrt{9} = 3$.

- Aluno L: Ah professor, não gosto de falar em público sobre coisas de Matemática, fico muito atrapalhado, sempre confundo as coisas, vai que eu erro. Eu gosto de Matemática, mas me confundo muito e também acho que é muito difícil. Outra coisa, essa turma é muito complicada, ficam “zoando” os que perguntam muito. Prefiro deixar quieto.

Na fala desse aluno, há indicativos que evidenciam implicações do medo na aprendizagem da Matemática. Por exemplo, o medo em errar perante os amigos pode atuar como um bloqueio para que estudantes discutam abertamente sobre seus raciocínios, suas dúvidas, enfim, que atuem ativamente em busca de compreensões, fundamental para o sucesso na aprendizagem da Matemática. No caso específico de **L**, mesmo com o medo e a insegurança em falar coletivamente, evidenciamos um “já-encontrado” que foi colaborador no entendimento da discussão proposta (a representação gráfica das raízes da equação polinomial do segundo grau). Possivelmente, em busca da aprovação do professor, nesse contexto, uma autoridade, esse “já-encontrado” influenciou encorajando-o em “mostrar” como fez ou no que pensou para seu professor. Ainda com relação a esse estudante, “já-encontrados afetivos” também podem ter influenciado, implicando nessa atitude em não participar do diálogo em sala de aula, nesse caso, não sendo um desinteresse pela situação, uma vez que, posteriormente, o mesmo procura o professor, explicitando seu raciocínio. Mais uma vez, enfatizamos uma interação entre elementos dos domínios cognitivo e afetivo.

E a aula termina ...

5.2.1 Um olhar para o diálogo apresentado

Nesse episódio hipotético, considerando o contexto escolhido e nossa intenção em exemplificar indícios da relação mútua entre cognição e afeto quando estudantes lidam com a Matemática, evidenciamos indícios de elementos afetivos e de elementos cognitivos, tais como: “já-encontrados” colaboradores e dificultadores; “já-encontrados afetivos”; estruturas meta-afetivas bem desenvolvidas, assim como estruturas de integridade e intimidade matemática; ansiedade; medo; encorajamento; insegurança; desconforto; curiosidade; interesse; desinteresse; satisfação.

Além disso, no envolvimento com a situação proposta, consideramos que esse contexto permitiu-nos identificar indícios da manifestação de interações entre elementos afetivos e cognitivos, sendo estes elementos presentes, influenciadores e essenciais para o sucesso na resolução de problemas matemáticos, e, consequentemente, para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Ao longo da narrativa, com as reflexões e inferências apresentadas, ressaltamos que, ao trazermos uma discussão envolvendo elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem matemática, temos uma via de mão dupla, sendo que os elementos envolvidos nesse processo dialogam e são influenciados entre si. A sala de aula é também um ambiente afetivo, o que nos direciona a considerar elementos desses domínios como tema de investigação, sendo essencial para a compreensão e implicações na aprendizagem da Matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nem todos os problemas do mundo podem ser resolvidos por nossas mãos, porém nunca podemos perder a esperança de um futuro melhor para a humanidade.

Luís Erlin Gomes Gordo

Em alguns momentos desse último capítulo, assim como no início desta tese (Capítulo 1), as falas transitam ora em primeira pessoa do singular, quando apresento considerações referentes ao meu caminho trilhado, e ora na primeira pessoa do plural, ao caminho traçado pelas duas pesquisadoras, minha orientadora e eu. No próximo parágrafo, iniciamos, com breves considerações, o que julgamos como principais momentos desta pesquisa, bem como uma visão geral do caminho percorrido a partir das motivações e objetivos norteadores.

No início deste processo, muitos foram os questionamentos com relação ao que investigar e como iniciar esta pesquisa. Dessa maneira, com estudos teóricos no grupo GEPPEMat, meu primeiro interesse voltou-se para o quadro teórico denominado "Três Mundos da Matemática" (TALL, 2004, 2013). A partir de então, com interesse nessa teoria, propus-me a conhecer as investigações desse autor e seus colaboradores. Seguindo por esse caminho, estudando textos desse autor, um dos conceitos centrais, intitulado *"*já-encontrado*"* (LIMA, 2007; TALL, 2013) chamou-me a atenção para a possibilidade de um estudo mais aprofundado, e foi o que fizemos, levando-nos à compreensão e à reflexão desse conceito, a partir de desdobramentos de possíveis relações com o domínio afetivo. Nesse sentido, senti-me encorajada a iniciar uma investigação que envolvesse elementos cognitivos e elementos afetivos na Educação Matemática.

Depois de leituras, estudos, interpretações, mudanças e reconstruções, traçamos como objetivo *discutir possibilidades de interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, bem como caracterizar elementos que constituem essa relação mútua.* Para atender a esse objetivo, duas questões nortearam essa investigação, como: *"Que relações podemos estabelecer quando discutimos acerca de "já-encontrados" e afetos no processo de aprendizagem da Matemática?"* e "*Quais indícios de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos podem haver nesse processo?"*

Direcionadas por esse caminho, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, de natureza teórica, inspirada na perspectiva especulativa (VAN DER

MAREN, 2004; MARTINEAU; SIMARD; GAUTHIER, 2001), sendo nosso material de análise, bem como nosso campo de pesquisa: a realização de dois levantamentos bibliográficos referentes a pesquisas na Educação Matemática (um panorama nacional de pesquisas que envolve o quadro dos Três Mundos da Matemática e um panorama nacional de pesquisas que envolve o domínio afetivo), assim como outras pesquisas identificadas a partir desses levantamentos; e, sobretudo, pautados nos quadros teóricos dos educadores matemáticos, Tall (2004, 2013), para discutir o domínio cognitivo e DeBellis e Goldin (2006) e Goldin (2000, 2002, 2004, 2014), para elementos do domínio afetivo.

Ao retomar nossas intenções e alguns caminhos, sobre o objetivo proposto e questões norteadoras, uma vez que estão correlacionadas, na sequência trazemos considerações a respeito do que queremos destacar quanto aos resultados obtidos, e, a partir deles, possibilidades de estudos para a Educação Matemática.

Ao considerar nosso material de análise, evidenciamos que há poucas pesquisas discutindo elementos afetivos na Educação Matemática, ainda que, nos últimos anos, essa temática tenha crescido. Destacamos, especialmente, uma carência em pesquisas teóricas que abordem elementos desse domínio no processo de aprendizagem da Matemática; além disso, nesse processo, pesquisas que considerem e "olhem" para a influência de elementos cognitivos na afetividade dos estudantes.

Nesse contexto, com tais evidências, delineamos três objetivos específicos:

(1) - discutir e construir argumentos sobre a importância em considerar, do ponto de vista de teorias de aprendizagem, elementos dos domínios cognitivo e afetivo na aprendizagem da Matemática, bem como sobre a relação mútua entre esses domínios;

(2) - discutir e construir argumentos sobre a influência dos "já-encontrados" na aprendizagem da Matemática, dialogando acerca da importância de se considerar e compreender os "já-encontrados" dos estudantes atrelados a elementos do domínio afetivo;

(3) - trazer indicativos de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática por meio de uma situação hipotética, em um contexto de aprendizagem matemática.

Tendo em vista atingir os objetivos específicos (1) e (2), num exercício de interpretação e argumentação, nesta pesquisa, por meio de conceitos, de quadros teóricos diferentes e de naturezas distintas, apresentamos e enfatizamos uma discussão contemplando interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos, pertencentes e pertinentes ao processo de aprendizagem da Matemática. Trazemos discussões referentes ao conceito do termo “já-encontrado”, formulado pelos autores Lima e Tall (2008), expandindo-o para o domínio afetivo, com implicações na aprendizagem da Matemática.

Com o objetivo de também discutir elementos do domínio afetivo, direcionamos nossa atenção a considerações referentes à natureza do domínio afetivo, o que nos levou a expor um breve apanhado de eventos e obras internacionais que investigam a afetividade ligada à Educação Matemática. Com esse apanhado, nossa intenção é ressaltar a necessidade para discussões nesse contexto, no Brasil, ou seja, a abertura para discussões dessa natureza, a fim de que possamos avançar na compreensão de processos envolvidos nesse domínio, suas interações e relações com outros domínios, trazendo implicações para o desenvolvimento de currículo; para a formação inicial de professores; para a formação continuada de professores, entre outras questões.

Assim, apresentamos o termo *“já-encontrado afetivo”* como uma extensão ao conceito de “já-encontrado”, sendo que, a partir desse termo, nosso interesse incide nas consequências de elementos do domínio afetivo quando os estudantes lidam com conceitos na aprendizagem matemática atual e/ou em contextos futuros. Logo, caracterizamos um “já-encontrado afetivo” como: *significados afetivos construídos em experiências na aprendizagem da Matemática, que carregam sentimentos, emoções, valores, crenças, dentre outros elementos que interferem no desenvolvimento do pensamento matemático. Os significados afetivos podem ser determinados por: medo, tensão, ansiedade, confiança, prazer, satisfação, curiosidade, orgulho, entre outros.*

A partir dessas discussões, à luz de DeBellis e Goldin (2006), Goldin (2000, 2002, 2004, 2014) e Tall (2004, 2013), a fim de atender nosso objetivo geral, apresentamos uma caracterização do que consideramos como uma possibilidade de relação mútua entre elementos dos domínios cognitivo e afetivo na aprendizagem da Matemática, sendo esses elementos: o conceito de *meta-afeto*, juntamente aos *“já-encontrados”* e *“já-encontrados afetivos”*.

Respondendo às questões norteadoras *“Que relações podemos estabelecer quando discutimos acerca de “já-encontrados” e afetos no processo de aprendizagem da Matemática?”* e “*Quais indícios de possíveis interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos podem haver nesse processo?”,* trazemos considerações nos próximos parágrafos.

Ao discutirmos sobre a influência de “já-encontrados” no processo de aprendizagem da Matemática, aos rastros que ficam de experiências desse processo, também estão presentes construções afetivas, que carregam elementos afetivos e que, muitas vezes, são decorrentes de “já-encontrados” colaboradores e/ou dificultadores, que por sua vez, futuramente, a partir de codificações em longo prazo, podem tornar-se crenças referentes à Matemática, assim como, originar outros afetos, sendo significados influenciadores na aprendizagem da Matemática. Nas muitas experiências na jornada pelos Mundos da Matemática, a partir de interações entre elementos afetivos e elementos cognitivos, estudantes codificam significados. Nesse sentido, na aprendizagem da Matemática, ao longo dos anos, há uma relação de troca de informações e de influência mútua entre “já-encontrados” e “já-encontrados afetivos, interagindo de forma dinâmica.

Gerenciando essa relação, trazemos o conceito denominando de *meta-afeto*, sendo este mediador da interação entre afeto e cognição, no sentido de um autocontrole e autorreflexão sobre a comunicação e a interferência mútua entre elementos desses domínios na aprendizagem da Matemática. Assim, a maneira em que estudantes interpretam e lidam com os rastros de seus “já-encontrados”, consequentemente, interagindo e influenciando nos “já-encontrados afetivos”, desempenha um papel importante para a capacidade *meta-afetiva*, sendo essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático. Logo, esses conceitos e suas relações indicam indícios de uma possibilidade de interação entre cognição e afetividade na aprendizagem da Matemática.

Tendo a intenção de exemplificar e evidenciar indicativos da relação mútua entre esses elementos (“já-encontrados”, “já-encontrados afetivos” e meta-afeto), trazemos um contexto hipotético na aprendizagem da Matemática (objetivo específico (3)). Por meio da construção desse contexto, realizamos algumas inferências, por exemplo, a insegurança e o medo dos estudantes **L** e **B**, especificamente em situações envolvendo a Matemática, revelados por meio das falas: *“Ah professor, não gosto de falar em público sobre coisas de Matemática, fico* *muito atrapalhado, sempre confundo as coisas, vai que eu erro. Eu gosto de Matemática, mas me confundo muito e também acho que é muito difícil."* e *"Nossa, eu era péssimo nisso, nem quero pensar nisso. Eu errava tudo, nunca compreendi aquele círculo que o professor fazia. Não gosto de lembrar disso aí. Hoje percebo o quanto passava mal na aula do professor "X", por isso não compreendia nada"*. Nesse processo, pensar na afetividade, em seus elementos, ou ainda, como interagem com elementos de outros domínios, é também refletir sobre a aprendizagem da Matemática.

Essas foram algumas impressões que certamente não se esgotam com esse estudo, principalmente no que se refere aos elementos que compõem a caracterização da relação mútua entre elementos dos domínios cognitivo e afetivo que construímos nesta pesquisa. Quero destacar que essa é uma possibilidade que acreditamos, uma vez que, em outras condições e por outras pessoas, certamente seriam outras possibilidades.

Chegando ao final desta tese, sendo esse o último capítulo, então é o momento para alguns questionamentos: A quem essa pesquisa pode interessar? Em que avançar? A partir desses resultados, para que elementos "olhar"? Qual o efeito das reflexões e discussões suscitadas para a área de Educação Matemática? Essas indagações levam-nos a refletir a respeito de possíveis contribuições e implicações desta pesquisa para a área de Educação Matemática, assim como, sobre pontos não alcançados e possibilidades que podemos avançar. Nos parágrafos seguintes explicitamos algumas impressões à luz dessas indagações.

Considerando sua natureza qualitativa e teórica, esta investigação permite uma contribuição para a área de Educação Matemática ao trazer como objeto de estudo possibilidades de interações entre cognição e afetividade no processo de aprendizagem da Matemática. Como consequência, num exercício de construir declarações teóricas sobre outras declarações teóricas, trazemos aproximações envolvendo dois quadros teóricos: os Três Mundos da Matemática e o domínio Afetivo como um sistema interno com função representacional. Estabelecendo relações entre esses quadros teóricos, sobretudo, entre alguns conceitos específicos, apresentamos como construção teórica uma caracterização para o conceito que intitulamos de "já-encontrados afetivos", constituindo uma extensão da teoria dos Três Mundos da Matemática para outro domínio, neste caso, o domínio afetivo. Assim, com esse conceito, e relações a partir de outros, referentes às teorias mencionadas, trazemos uma caracterização para a relação mútua entre elementos afetivos e elementos cognitivos na aprendizagem da Matemática, implicando em possibilidades de pesquisas futuras.

Já apresentamos em uma seção desta pesquisa (seção 2.3), que, ao longo do processo de constituição desta tese, muitas foram as dificuldades encontradas, por exemplo, como abordar uma discussão contemplando elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática, e, com isso, alguns caminhos e objetivos foram reformulados e modificados. Dessa forma, neste processo trilhado, dada a escolha por uma pesquisa qualitativa e teórica, acreditamos que alguns pontos podem ser avançados. Por exemplo, para uma agenda futura, consideramos pertinente um levantamento internacional de pesquisas na Educação Matemática envolvendo o quadro dos Três Mundos da Matemática e pesquisas sobre o domínio afetivo. Quanto à pluralidade de definições para a afetividade, em diferentes áreas, uma possibilidade de avanço refere-se à delimitação e caracterização de elementos do domínio afetivo, a fim de proporcionar maiores entendimentos quanto a interações entre elementos cognitivos e elementos afetivos na aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, um caminho que julgamos pertinente, diz respeito à investigação direcionada às crenças matemáticas e suas implicações na aprendizagem dos indivíduos. Ainda, investigar em ação, ou seja, em contextos de aprendizagem da Matemática, indícios de como elementos desses domínios interagem e como podem interferir nesse processo de aprendizagem, assim como considerar as influências de interações entre estudantes e professores, como também o papel do professor na construção dessa relação e implicações no desenvolvimento do pensamento matemático.

Julgamos que avançar em discussões que problematizem relações entre elementos afetivos e elementos cognitivos no processo de aprender permite a abertura de possibilidades que gerem frutos no que se refere ao desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes. Logo, nesta pesquisa, ainda que consideremos a existência e pertinência de muitos elementos interferindo no processo de aprendizagem da Matemática, por exemplo, o social, nosso foco esteve no indivíduo em si, em suas construções e relações estabelecidas ao envolver-se em contextos de aprendizagem da Matemática. Pesquisas futuras podem considerar outros elementos, por exemplo, as interações entre estudantes e o contexto social.

Com esses resultados, podem-se desenvolver pesquisas investigando, por um determinando período, estudantes na aprendizagem da Matemática, evidenciando indícios de interações entre os elementos: "já-encontrados", "já-encontrados afetivos", meta-afetos, integridade matemática e intimidade matemática.

A partir desse estudo, destacamos, também, a possibilidade de pesquisas que investiguem a afetividade e a formação inicial de professores de Matemática, bem como um trabalho envolvendo estudantes em formação inicial, voltado para a vivência de experiências e de discussão de interações entre elementos afetivos e elementos cognitivos, assim como efeitos dessas interações nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, um dos objetivos iniciais desta pesquisa, o qual foi modificado.

Quando o professor reflete e traça estratégias na sua prática docente, a fim de nortear e potencializar a aprendizagem de seus estudantes, um ponto que consideramos contribuir para tais ações é a consciência da presença e da interação entre elementos afetivos e elementos cognitivos e suas influências na aprendizagem. Considerar o que estudantes descrevem, como fizeram, porque fizeram, suas dúvidas, levam os estudantes a contarem/explicitarem sobre seus raciocínios, podendo emergir "já-encontrados" e "já-encontrados afetivos", sendo essa forma de comunicação, muitas vezes, determinante para o progresso na aprendizagem, bem como para um meta-afeto poderoso. Assim, em sala de aula, durante uma conversa com seu aluno, o professor pode identificar possíveis conflitos ao lidar com determinados conceitos matemáticos, os "já-encontrados dificultadores", por exemplo; e, a partir dessa premissa, traçar estratégias que maximizem a aprendizagem e impeçam futuros conflitos, bem como, ao realizar uma *intervenção didática,* a fim de contribuir na aprendizagem matemática em contextos específicos (LIMA; HEALY; KOCH, 2017).

Acreditamos que reflexões nessa direção podem despertar o interesse e a conscientização de que se fazem necessárias investigações envolvendo também elementos do domínio afetivo, a fim de trazer indicativos pertinentes para os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, com o intuito de aprofundar em pesquisas nessa perspectiva, proporcionando avanços para a Educação Matemática.

Antes de encerrar, como autora desta investigação, de maneira breve, quero dizer que nesse longo caminho, pensando em minha caminhada, talvez esta tese se resuma em: uma jornada em que tive a oportunidade, ou então, em que fui motivada a externalizar ideias, crenças, valores, atitudes, enfim, “tijolinhos”, que muitas vezes, ficam guardados comigo. Encerro este trabalho com a seguinte afirmação “*a aprendizagem não é uma linha, é uma teia complexa, tudo está interligado”*.

REFERÊNCIAS

ALVES, J. A. A. **A contribuição da afetividade no ensino e aprendizagem da Matemática**. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência Naturais e Matemática). Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2014.

AFFONSO, S. A. B. **Estados Emocionais e os Modelos Organizadores do Pensamento:** um estudo sobre violência de gênero. 2008. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

ARANTES, V. A. **Modelos Organizadores do Pensamento e o seu desenvolvimento teórico-metodológico**: Estudos de Psicologia e Educação. 2012.Tese (Doutorado em Filosofia da Educação e Ciências da Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; LEIVAS, J. C. P. Aprendizagem de sequências numéricas: pesquisa sobre dificuldades de Licenciandos em Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 24, n. 3, p.361-377, set./dez. 2016.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa:** Tipografia Matemática, 1951.

CARDOSO, E. R. **As Influências Afetivas no Ensino e Aprendizagem de Matemática**. 2010. 99 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

CARDOSO, E. R. **Afetividade, gênero e escola**: um estudo sobre a exclusão de meninos no sexto ano do ensino fundamental, com enfoque na disciplina de matemática. 2015. 225 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

CARDOSO, E. R; FRANCO, V. S. BENEVIDES-PEREIRA, A. M. T. Relações afetivas nas aulas de Matemática: um aspecto relevante para o processo ensino-aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Salvador, 2010.

CARVALHO, S. M. F. T. Afetividade na aprendizagem de Matemática: a questão da transferência. In: FROTA, M. C. R; NASSER, L. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior:** Pesquisas e Debates. 22. ed. Recife: SBEM, 2009. p. 127-145.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: método qualitativo, quantitativo e misto. Tradução: Magda Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CRUZ, M. R. S.; NEVES, R, S. P. Uma análise dos afetos, das atitudes e da prática docente em Matemática, a partir das falas de estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Salvador, 2010.

DEBELLIS, V. A.; GOLDIN, G. A. Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. **Educational Studies in Mathematics**, Holanda, v. 63, n. 2, p. 131-147, out. 2006.

FARIA, P. C. **Atitudes em relação à Matemática de professores e futuros professores.** 2006. 332 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

FERNANDES, J. N. **As interações subjetivas e a afetividade em situações de ensino e aprendizagem**: um estudo de caso em Álgebra. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2007.

FIEDLER, K.; BEIER, S. Affect and cognitive processes in educational contexts. In: PEKRUN, R.; LINNENBRINK-GARCIA, L. (Orgs.). **International Handbook of Emotions in Education**. 1. ed. New York: Routledge, 2014. p. 36-55. Disponível em: <file:///C:/Users/Daniele/Downloads/RoutledgeHandbooks-9780203148211-chapter3%20(3).pdf>. Acesso em 10 jun. 2017.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

FRENZEL, A. C. Teacher emotions. In: PEKRUN, R.; LINNENBRINK-GARCIA, L. (Orgs.). **International Handbook of Emotions in Education**. 1. ed. New York: Routledge, 2014. p. 494-519.

GATTI, B, A. Algumas considerações sobre procedimentos metodológicos nas pesquisas educacionais. **EccoS Revista Científica**, São Paulo, vol. 1, n. 1, p. 63-79, 1999.

GOLDIN, G. A.; KAPUT, J. J. A Joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In: STEFFE, L. P. et al. **Theories of Mathematical Learning**. Mahwah: Erlbaum, 1996. p. 397- 430.

GOLDIN, G. A. Affective Pathways and Representation in Mathematical Problem Solving. **Mathematical Thinking and Learning**, Filadélfia, v. 2, n. 3, p. 209-219, jun. 2000.

GOLDIN, G. A. Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. In: LEDER, G. C.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (Eds). **Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?** Holanda: Springer, 2002. p. 59-72. Disponível em: <https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-306-47958-3_4>. Acesso em: 15 jan. 2017.

GOLDIN, G. A. Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics. **ZDM Mathematics Education**, New Brunswick, v. 36, n. 2, p. 56-60, 2004.

GOLDIN, G. A.; RÖSKEN, B; GÜNTER, T. Beliefs - no longer a hidden variable in mathematical teaching and learning processes. In: MAAB, J.; SCHLÖGLMANN, W. (Orgs.). **Beliefs and Attitudes in Mathematics Education:** New Research Results. Taipei: Sense Publishers, 2009. p. 1-18.

GOLDIN, G. A. et al. Beliefs and engagement structures: behind the affective dimension of mathematical learning. **ZDM Mathematics Education**, Karlsruhe, n. 43, p. 547-560, jun. 2011.

GOLDIN, G. A. Perspectives on Emotion in Mathematical Engagement, Learning, and Problem Solving. In: PEKRUN, R.; GARCIA, L. L. (Orgs.). **International Handbook of Emotions in Education**. 1. ed. New York: Routledge, 2014. p. 391-414.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. **Matemática Emocional**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Hidden Connections and Double Meanings: A Mathematical Viewpoint of Affective and Cognitive Interactions in Learning. In: KAISER, G. et al. (Orgs.) **Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education**. Monographs: Springer, 2018. p. 155-174. Disponível em: <https://researchmgt.monash.edu/ws/portalfiles/portal/243003698/243003598_oa.pdf>. Acesso em jul. 2018.

GRAY, E.; TALL. D. Success and Failure in Mathematics: The Flexible Meaning of Symbols as Process and Concept. **Mathematics Teaching**, Warwick, v.142, p. 6-10, 1993.

GUSMÃO, T. C. R. S.; EMERIQUE, P. S. Do Erro Construtivo ao Erro Epistemológico: um espaço para as emoções. **Bolema**, Rio Claro, v. 13. n. 14, 2000.

HANNULA, M. S. et al. Affect in Mathematics Education - exploring theoretical frameworks. **International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Bergen: Norway, v.1, p 107–136, 2004. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=ED489193>. Acesso em: 10 jul. 2016.

HANNULA, M. S. Exploring new dimensions of mathematics-related affect: embodied and social theories. **Research in Mathematics Education,** v. 14, n. 2, p. 137-161, jul., 2012.

HANNULA, M. S. et al. A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. In: OESTERLE, S. et al. (Orgs.). **Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36**. v. 1. Vancouver: PME, 2014. p. 249-256. Disponível em: <https://www.uni-kassel.de/fb10/fileadmin/datas/fb10/mathematik/didaktik/YERME_Summer_School/Experts/RR_Bofah.pdf>. Acesso em 22 jun. 2016.

HANNULA, M. S.; PANTZIARA, M.; DI MARTINO, P. Affect and mathematical thinking: Exploring Developments, Trends, and Future. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10, 2017, Dublin. **Anais...** Dublin, 2017.

LAVY, I.; SHRIKI, A. Emotional knowledge of mathematics teachers - retrospective perspectives of two case studies. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6, 2009, Lyon. **Anais...** Lyon, 2009.

LIMA, R. N. de. **Equações Algébricas no Ensino Médio: uma jornada por diferentes mundos da matemática**. 2007. 358 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

LIMA, R. N. de.; TALL, D. Procedural embodiment and magic in linear equations. **Educational Studies in Mathematics**, Holanda, v. 6, n. 1, p. 3-18, 2008. Disponívem em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2008a-lima-linear-equations.pdf>. Acesso em 10 jul. 2018.

LIMA, R. N. de. Equações quadráticas e a fórmula de Bhaskara: Sucesso garantido? **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 25, p. 63-72, 2011.

LIMA, R. N. de. Resenha: How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics. **Educação Matemática em Revista**, v.40, p. 65-68, 2013.

LIMA. R. N. de.; D.; HEALY, L.; KOCH, M. O ensino de equações quadráticas: como “costurar” o corte didático**? Acta Scientiae**, v.19, n.5, p.759-781, set./out. 2017.

MAAB, J.; SCHLÖGLMANN, W. (Orgs.). **Beliefs and Attitudes in Mathematics Education:** New Research Results. 1. ed. Rotterdam: Sense Publishers, 2009. Disponível em: <https://www.sensepublishers.com/media/103-beliefs-and-attitudes-in-mathematics-education.pdf>. Acesso em: 17 nov. 2017.

MACHADO, M. C. **Cultura e afetividade**: influências de valores dos professores de matemática na dimensão afetiva dos alunos. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

MACHADO, M. C.; FRADE, C.; FALCÃO, J. T. R. Influência de Aspectos Afetivos na Relação entre Professor e Alunos em Sala de Aula de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 36, p. 683 - 713, 2010.

MARTINEAU, S.; SIMARD, D.; GAUTHIER, C. Recherches théoriques et spéculatives: considérations méthodologiques et épistémologiques. **Recherches Qualitatives**, Montreal, v. 22, n. 3, p. 1-32, 2001.

MCGOWEN, M.; TALL, D. Metaphor or Met-before? The effects of previous experience on the practice and theory of learning mathematics. **Journal of Mathematical Behavior,** v. 29, p. 169-179, 2010.

MCLEOD, D. B. Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Nova York: Macmillan, 1992. p. 575-596.

MEDEIROS, A. M. A. 2009. **Afetos como construtores de uma práxis pedagógica no ensino-aprendizagem de Matemática**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

MEDEIROS, A. M. A. Satisfação e Conhecimento Matemático: Uma Pesquisa Sobre Afetos com Alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em uma Escola Pública do Distrito Federal, Brasil. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6, 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis, 2015.

MEDEIROS, A. M. A; MUNIZ, C. A. Dificuldade de aprendizagem matemática e afetividade nos trabalhos de pós-graduação no Brasil. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA,12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2016.

MORAES, F. R. F.; BARGUIL, P. M. A formação do professor de Matemática: contribuições do Estágio Supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Regional do Cariri - URCA. **Educação Brasileira: cenários e versões**. Curitiba: CRV, p. 133-143, 2015.

MOREIRA, E. D. **A importância da afetividade no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.** 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MÜLLER, T. J. **Objetos de aprendizagem multimodais e ensino de cálculo:** uma proposta baseada em análise de erros. 2015. 203 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

MÜLLER, T. J.; CURY, H. N.; LIMA, J. V. Análise de Dificuldades em relação à Propriedade Distributiva: uma discussão em um fórum no ambiente MOODLE. **Perspectivas da Educação Matemática**, UFMS, v. 8, n. 17, p. 246-264, 2015.

PANTZIARA, M. et al. CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION: **Working Group 8 Affect and mathematical thinking**, 7, 2013, Dublin. Institute of Education Dublin City University, Dublin, 2017. Disponível em: <http://www.mathematik.unidortmund.de/~erme/index.php?slab=conferences>. Acesso em 10 jun. 2017.

PEKRUN, R.; LINNENBRINK-GARCIA, L. (Org.). **International Handbook of Emotions in Education.** 1. ed. New York: Routledge, 2014.

PEKRUN, R. (Org.). **Emotions and Learning**. Genebra: Educational Practices Series, 2014. Disponível em: <http://www.ibe.unesco.org/>. Acesso em: 15 nov. 2016.

PEPIN, B.; ROESKEN-WINTER, B. (Org.). **From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education**: exploring a mosaic of relationships and interactions. Advances in Mathematics Education .1. ed. New York: Springer, 2015.

QUEIROZ, T. N. **Expressões afetivas na interpretação de dados estatísticos**. 2015. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

RADFORD, L. Of Love, Frustration, and Mathematics: A Cultural-Historical Approach to Emotions in Mathematics Teaching and Learning. In: PEPIN, B.; ROESKEN-WINTER, B. (Org.). **From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education**: exploring a mosaic of relationships and interactions. Advances in Mathematics Education, New York: Springer, 2015. p. 25-49. Disponível em: <http://www.luisradford.ca/pub/2015%20-%20Of%20love,%20frustration%20and%20mathematics.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2018.

REIS, D. A. F. R. **Cultura e afetividade: um estudo da influência dos processos de enculturação e aculturação matemática na dimensão afetiva dos alunos**. 2008. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

REZENDE, V.; ROSA, R. X. Conhecimentos de alunos do 1º ano do Ensino Médio a respeito do conceito de raiz quadrada. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 2, n. 16, p. 127-136, 2015.

RIBEIRO, M. L. A afetividade na relação educativa. **Estudos de Psicologia**, Campinas, v. 27, n. 3, p. 403-412, julho/setembro. 2010.

RODRIGUES, C. S.; FERREIRA, A. C. O papel da afetividade na aprendizagem matemática de jovens e adultos: o que tem sido produzido no brasil? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2013.

ROSA, R. X.; REZENDE, V. O conceito de raiz quadrada na Educação Básica: um estudo de teoremas em ação falsos mobilizados por alunos do 1º ano do Ensino Médio. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 9, 2014, Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão, 2014.

SANTOS, R. P. **O papel do software aplusix na transição de equações de avaliação para equações de manipulação:** o caso das equações quadráticas. 2011. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

TALL, D. Introducing the three worlds of mathematics. **For the Learning of Mathematics**, Fredericton, Canadá, v. 23 n. 3, p. 29-33, 2004a. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2004a-3worlds-flm.pdf>. Acesso em 10 jul. 2015.

TALL, D. Thinking through three worlds of mathematics. **Proceedings of the 28th Conference of PME**, Bergen, Norway, 281-288, 2004b. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2004d-3worlds-pme.pdf>. Acesso em 10 jul. 2015.

TALL, D. **Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof.** International Colloquium on Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood, Belgium, p. 5-7, 2005. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2005e-crem-child-adult.pdf>. Acesso em 10 jul de 2015.

TALL, D. The Transition to Formal Thinking in Mathematics. **Mathematics Education Research Journal**. v. 20, n. 2, p. 2-24, 2008. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2008e-merj-3worlds.pdf>. Acesso em 10 jul. 2015.

TALL, D. **Perceptions, Operations and Proof in Undergraduate Mathematics.** Community for Undergraduate Learning in Mathematical Sciences Newsletter, New Zealand, p. 21-28, 2010a. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2010d-undergraduate-math.pdf>. Acesso em 20 jul. 2016.

TALL. D. Mathematical and emotional foundations for lesson study in mathematics. In: Plenary presented at the APEC **Lesson Study Conference**, Chiang Mai, Thailand, nov. 2010b. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2010c-lesson-study-chiang-mai.pdf>. Acesso em 20 jul. 2016.

TALL, D. **How Humans Learn to Think Mathematically:** Exploring the Three Worlds of Mathematics. 1a. ed. New York: Cambridge University Press, 2013.

TALL, D. Integrating History, Technology and Education in Mathematics. In: PLENARY PRESENTATION: VI HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 2013, São Carlos. **Anais...** São Carlos, 2013. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2013d-htem-plenary.pdf>. Acesso em 10 jul. 2017.

TALL, D.; LIMA. R. N. de.; HEALY, L. Evolving a Three-world Framework for Solving Algebraic Equations in the Light of What a Student Has Met Before. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 34, p. 1-13, 2014. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2014b-Tall-Lima-Healy-quadratic-equations.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2016.

TALL, D. Long term effect of sense-making and anxiety in algebra. In: STEWART, S. (Ed.) **And the rest is just algebra**, New York: Springer, 2016. Disponívem em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2016b-long-term-sense-algebra.pdf>. Acesso em 17 jul. 2017.

TALL, D. Making sense of elementary arithmetic and algebra for long-term success. **Draft chapter prepared for teachers of Elementary Mathematics in Japan**, out. 2017. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2018a%20long-term-sense-making.pdf>. Acesso em jan. 2018.

TORISU, E. M.; FERREIRA, A. C. Atitudes e autoconceito em relação à Matemática: um estudo com alunos do 5º ano e do 7º ano das escolas públicas de Ouro Branco. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2009, Brasília. **Anais...** Brasília, 2009.

UTSUMI; SANTOS, G. G. Um estudo sobre a formação de professores e sua percepção a respeito da prática pedagógica. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 12, 2004, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2004.

UTSUMI, M. C.; PRADO, E. P. A. As variáveis afetivas e a aprendizagem em Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2013.

VAN DER MAREN, J.-M. **Méthodes de recherche pour l'éducation**. Bruxelles: De Boeck and Larcier, 2004. Disponível em: <http://classiques.uqac.ca/contemporains/Van_der_Maren_jean-marie/methodes_recherche_education/methodes_recherche_education.pdf>. Acesso em 10 jul. 2018.

VARGAS, R. P. O papel da emoção no neuroprocessamento da aprendizagem Matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6, 2013, Canoas. **Anais...** Canoas, 2013.

VIANA, O. A. As atitudes de alunos do Ensino Médio em relação à Geometria: adaptação e validação de escala. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. **Anais...** Recife, 2004.

ZAN, R. et al. Affect in mathematics education: an introduction**. Educational studies in mathematics**, v. 2, n. 63, p. 113-121, 2006. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-006-9028-2>. Acesso em: 10 jan. 2017.