



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

MARISA MARTINEZ TARRAN

A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA:
UMA ANÁLISE ACERCA DE CRITÉRIOS DE
INVESTIGAÇÃO

MARISA MARTINEZ TARRAN

A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA:
UMA ANÁLISE ACERCA DE CRITÉRIOS DE
INVESTIGAÇÃO

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Professora Doutora Angela Marta Pereira das Dores Savioli.

Londrina
2026

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Tarran, Marisa Martinez.

A criatividade matemática : uma análise acerca de critérios de investigação / Marisa Martinez Tarran. - Londrina, 2026.
156 f. : il.

Orientador: Angela Marta Pereira das Dores Savioli.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2026.

Inclui bibliografia.

1. Criatividade matemática - Tese. 2. Proposição de problemas - Tese. 3. Critérios de investigação - Tese. 4. Licenciatura em Matemática - Tese. I. Savioli, Angela Marta Pereira das Dores. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 37

MARISA MARTINEZ TARRAN

A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA:
UMA ANÁLISE ACERCA DE CRITÉRIOS DE
INVESTIGAÇÃO

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dra. Angela Marta Pereira das
Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Christian James de Castro Bussmann
Universidade Estadual do Norte do Paraná -
UENP

Prof. Dr. Geraldo Aparecido Polegatti
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de Mato Grosso - IFMT

Prof. Dr. Henrique Rizek Elias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná –
UTFPR

Prof. Dr. Osvaldo Inarejos Filho
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 31 de março de 2026.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, pela confiança e por ter me acolhido e me guiado com tanta sabedoria e generosidade.

Aos colegas do GEPPMat, por terem me recebido tão bem desde os primeiros encontros, quando eu ainda não era aluna regular do programa, e pelas conversas e discussões tão enriquecedoras.

Aos professores do PECEM, por terem contribuído tão significativamente para a minha formação.

Aos membros da banca examinadora, pela disponibilidade, generosidade e pelas contribuições, sugestões e críticas valiosas.

Aos colegas que conheci durante os anos do doutorado, pelo companheirismo e colaboração.

Ao meu marido e à minha família, pelo apoio incondicional, sem o qual esta pesquisa não seria possível.

Aos meus amigos, por estarem comigo nos momentos de descanso e por sempre compreenderem a minha ausência quando ela se fez necessária.

Aos participantes da pesquisa, por terem aceitado o meu convite e colaborado de forma tão importante e decisiva para este trabalho.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

RESUMO

TARRAN, Marisa Martinez. **A criatividade matemática:** uma análise acerca de critérios de investigação. 2026. 156 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2026.

Esta tese tem como tema a criatividade matemática. A sua importância é amplamente reconhecida entre os pesquisadores da área, que entendem que um ser humano criativo tem mais capacidade de adaptação e é mais autônomo e crítico. Não obstante, esse assunto ainda é pouco estudado no Brasil e no mundo. As poucas pesquisas relacionadas ao tema em geral são desenvolvidas com foco no Ensino Básico, ficando o nível de ensino superior quase à margem da discussão. A revisão bibliográfica mostra, ainda, que grande parte das pesquisas relacionadas ao tema se concentram em torno de critérios utilizados para avaliar/analisar/mensurar a criatividade matemática. Assim, estabeleceu-se como objetivo desta pesquisa analisar critérios de investigação da criatividade matemática. Tal análise se deu por meio de um instrumento de pesquisa composto de situações matemáticas a partir das quais os estudantes deveriam propor problemas matemáticos, que foram classificados, por meio de condicionantes, em válidos ou não válidos. A análise considerou apenas os problemas matemáticos válidos. Esse instrumento contemplou situações livres, semiestruturadas e estruturadas e foi aplicado a estudantes do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade do norte do Paraná. Os critérios adotados para a investigação dos problemas propostos foram originalidade, relação entre ideias até então não relacionadas e transferência distante. A partir da observação e análise dos dados resultantes da aplicação da pesquisa de campo, pôde-se concluir que os critérios de originalidade e transferência distante são adequados para a investigação da criatividade matemática. Quanto ao critério de relação entre ideias até então não relacionadas, não foi possível tirar conclusões definitivas e pesquisas futuras podem colaborar nessa direção. Espera-se que os resultados obtidos ajudem a trazer um pouco mais de compreensão a respeito deste tema ainda pouco valorizado no contexto educacional.

Palavras-chave: Criatividade matemática; Proposição de problemas; Critérios de investigação; Educação Matemática; Licenciatura em Matemática.

ABSTRACT

TARRAN, Marisa Martinez. **Mathematical creativity**: an analysis of research criteria. 2026. 156 f. Thesis (Doctorate in Science Teaching and Mathematics Education) – Center of Exact Sciences, State University of Londrina, Londrina, 2026.

This thesis focuses on mathematical creativity. Its importance is widely recognized among researchers in the field, who understand that a creative human being has greater adaptability and is more independent and critical. However, this subject is still under-researched in Brazil and worldwide. The few studies related to the topic are generally focused on basic education, leaving higher education almost on the margins of the discussion. The literature review also shows that a large part of the research related to the topic focuses on the criteria used to evaluate/analyze/measure mathematical creativity. Thus, the aim of this research was to analyze criteria for investigating mathematical creativity. This analysis was carried out using a research instrument composed of mathematical situations from which students were to propose mathematical problems. These problems were then classified, using specific criteria, as valid or invalid. The analysis considered only valid mathematical problems. This instrument encompasses free, semi-structured and structured situations and was applied to undergraduate Mathematics students at a university in northern Paraná. The criteria adopted for investigating the posed problems were originality, relationship between previously unrelated ideas, and far transfer. Based on the observation and analysis of the data resulting from the application of the field research, it was possible to conclude that the criteria of originality and far transfer are adequate for investigating mathematical creativity. Regarding the criterion of relationship between previously unrelated ideas, it was not possible to draw definite conclusions and future research may contribute to this. It is hoped that the results obtained will help to bring a greater understanding of this topic, which is still undervalued in the educational context.

Key-words: Mathematical Creativity; Problem Posing; Investigation criteria; Mathematics Education; Degree in Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Desenho da pesquisa.....	19
Figura 2 -	Visualização da solução.....	60
Figura 3 -	Eixos estruturantes de elaboração do instrumento de pesquisa	64
Figura 4 -	Situação 1/Parte 1.....	67
Figura 5 -	Situação 2/Parte 1.....	69
Figura 6 -	Questionamentos da Parte 2.....	70
Figura 7 -	Situações 3 e 4/Parte 2	71
Figura 8 -	Item 1/Parte 3.....	72
Figura 9 -	Situações 2 e 3/Parte 3	73
Figura 10 -	Questionamento 4/Parte 3	74
Figura 11 -	Problema proposto por E1 em S1P1.....	96
Figura 12 -	Problema proposto por E2 em S1P1.....	96
Figura 13 -	Problemas propostos por E4, E5 e E2, relacionados à figura 1, à figura 2 e à figura 3, respectivamente, em S1P1	99
Figura 14 -	Problema proposto por E8 em S1P1.....	100
Figura 15 -	Problema proposto por E16 em S1P1-figura 1.....	103
Figura 16 -	Problema proposto por E5 em S1P1-figura 1.....	106
Figura 17 -	Problema proposto por E2 em S1P1-figura 1.....	107
Figura 18 -	Problema proposto por E4 em S1P1-figura 1.....	108
Figura 19 -	Problema proposto por E5 em S1P1.....	109
Figura 20 -	Problema proposto por E1 em S1P1-figura 1.....	110
Figura 21 -	Problema proposto por E8 em S1P1-figura 1.....	111
Figura 22 -	Problema proposto por E8 em S1P1-figura 1.....	112
Figura 23 -	Problema proposto por E6 em S1P1-figura 1.....	113
Figura 24 -	Problema proposto por E2 em S3P2.....	118
Figura 25 -	Problema proposto por E13 em S3P2.....	119
Figura 26 -	Problema proposto por E4 em S3P2.....	120
Figura 27 -	Problema proposto por E12 em S3P2.....	120
Figura 28 -	Categorias de análise da transferência distante	121
Figura 29 -	Problemas propostos por E5 e E8, respectivamente, em S2P1.....	129
Figura 30 -	Problema proposto por E8 em S3P2.....	130
Figura 31 -	Problema proposto por E8 em S2P3.....	134

Figura 32 - Problemas propostos por E5 e E15, respectivamente, em S3P3.....	136
Figura 33 - Problema proposto por E13 em S3P3.....	137

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Codificação das situações matemáticas	76
Tabela 2 -	Codificação dos estudantes e suas presenças em cada encontro	77
Tabela 3 -	Quantidade de problemas propostos em cada etapa da Parte 1	81
Tabela 4 -	Quantidade de problemas propostos em cada etapa da Parte 2	88
Tabela 5 -	Quantidade de problemas propostos em cada etapa da Parte 3	91
Tabela 6 -	Distribuição dos problemas propostos em S1P1 de acordo com os condicionantes	95
Tabela 7 -	Distribuição dos problemas propostos em S1P1 - figura 1 de acordo com os condicionantes.....	102
Tabela 8 -	Contextos dos problemas propostos em S1P1 - figura 1	105
Tabela 9 -	Conteúdos envolvidos nos problemas propostos em S1P1 - figura 1	108
Tabela 10 -	Distribuição dos problemas propostos em S3P2 de acordo com os condicionantes	116

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Análise desenvolvida em cada etapa do instrumento de pesquisa	78
Quadro 2 - Transcrição das respostas ao questionamento 1-a.....	82
Quadro 3 - Transcrição das respostas ao questionamento 1-b.....	84
Quadro 4 - Transcrição das respostas ao questionamento 1-c.....	86
Quadro 5 - Transcrição das respostas ao questionamento 4.....	91
Quadro 6 - Coerência e consistência dos problemas propostos em S1P1	93
Quadro 7 - Coerência e consistência dos problemas propostos em S1P1 - figura 1	101
Quadro 8 - As três dimensões de cada problema proposto em S1P1 - figura 1	103
Quadro 9 - Quantidade de problemas originais por estudante em S3P2	114
Quadro 10 - Coerência e consistência dos problemas propostos em S3P2	115
Quadro 11 - Categoria na qual cada problema proposto foi inserido em S3P2	121
Quadro 12 - Comparativo entre as investigações baseadas em transferência distante e fluência com relação a S3P2	125
Quadro 13 - Comparativo entre as investigações baseadas em originalidade e fluência com relação a S1P1 - figura 1.....	127

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	11
1	SOBRE ESTA PESQUISA	13
2	CRIATIVIDADE MATEMÁTICA.....	22
2.1	Panorama histórico - fase I (1900-1950)	22
2.2	Panorama histórico - fase II (1950-2000)	28
2.3	Panorama histórico - fase III (2000-2025)	35
2.4	A busca por critérios de mensuração da criatividade matemática	38
3	OS PROBLEMAS MATEMÁTICOS E A CRIATIVIDADE	43
3.1	Proposição de problemas e a criatividade matemática	44
4	ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS.....	53
4.1	Pesquisa de campo.....	55
4.2	Críticos de investigação dos problemas propostos	57
4.3	Instrumento de pesquisa	63
5	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	75
5.1	Observações gerais a respeito da aplicação do instrumento de pesquisa	79
5.2	Relação entre ideias até então não relacionadas	92
5.3	Originalidade	101
5.4	Transferência distante	115
5.5	Fluência e flexibilidade	123
5.6	Relatos de casos	128
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	138
	REFERÊNCIAS	142

APÊNDICES	148
APÊNDICE A - Definições de criatividade e de criatividade matemática.....	149
APÊNDICE B - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	151
APÊNDICE C - Instrumento de Pesquisa	154

INTRODUÇÃO

No decorrer da minha formação escolar, sempre fui daquelas alunas que tinham a resposta pronta para quando me perguntassem a respeito da minha matéria preferida. A Matemática era o universo no qual eu tinha grande prazer em mergulhar e, assim, gastava muitas horas de estudo, satisfeita em buscar soluções para os problemas propostos na escola. Na época, eu não me questionava acerca dos motivos dessa predileção e, com o passar dos anos, continuei alimentando o meu interesse, que foi crescendo cada vez mais. Apesar da afinidade incontestável, escolhi perseguir uma carreira que pouco tinha a ver com a Matemática e relação nenhuma guardava com a área da Educação. A faculdade de Arquitetura e Urbanismo na qual ingressei acabou me levando para caminhos que, mais tarde, não gostei de trilhar e, alguns anos depois, me vi sentada em uma sala de aula dando os primeiros passos para a formação em licenciatura em Matemática.

Os motivos que me faziam adorar a minha matéria preferida da escola continuavam obscuros, mas o gosto e a admiração cresceram exponencialmente ao longo da segunda graduação. Acredito que o que me fascinava era a possibilidade de encontrar a *resposta correta* para os problemas que me propunha a resolver e, com o interesse crescendo cada vez mais, dei sequência à minha formação da única maneira que parecia fazer sentido: ingressei no mestrado em Matemática.

Os desafios dessa nova etapa foram marcantes, e as descobertas também. A minha ingenuidade gritava - como era possível existir tanta Matemática para além daquilo que eu já havia aprendido na escola e na faculdade? O curso de graduação e, especialmente, o mestrado, foram os responsáveis por solidificar em mim, de uma vez por todas, a paixão antiga pela disciplina e eu passei a reforçar, cada vez mais, a visão que eu carregava da Matemática como aquele universo em que as perguntas sempre levam a uma única resposta correta.

E, assim, a minha vida acadêmica mudou de rumo mais uma vez. A mudança foi menos brusca do que antes porque eu já havia fincado os dois pés na Matemática para não mais tirar, mas abandonei, pelo menos por ora, os estudos na costumeiramente chamada Matemática Pura, para me aventurar em um doutorado na Educação Matemática.

Depois de percorrer o caminho acadêmico que mencionei até aqui e de dar aulas pelo curto período de dois anos em alguns cursos de graduação, tenho

mais dúvidas do que certezas. A segurança das respostas corretas que a Matemática sempre me ofereceu começou a ser questionada por mim em algum momento. Eu passei a me questionar se tais respostas corretas eram mesmo únicas. O que dizer daquelas perguntas para as quais há muitas respostas? Mais do que isso, é possível ser criativo nessa área do conhecimento? Essa possibilidade pode parecer um tanto remota, se pensarmos que o termo “criatividade” costuma estar associado às artes. Mas e quanto à Matemática? Será que existe algo como a criatividade em Matemática? Os questionamentos são inúmeros, mas a possibilidade de uma resposta positiva para a última pergunta foi o que me motivou a querer investigar a criatividade matemática. As leituras que comecei a fazer a partir de então me revelaram, mais uma vez, um universo que me era até então desconhecido, multiplicando o meu interesse e revelando a importância indiscutível desse tema para a área da Educação Matemática. Por ora, ainda é cedo para aprofundar esse assunto, mas as pontas soltas serão atadas no momento certo.

Assim, munida dessa motivação inicial, parti, juntamente com a minha orientadora, para o desafio de desenvolver essa pesquisa, que passa a ser descrita nos próximos capítulos.

No Capítulo 1 desta tese, faremos uma breve introdução ao tema da criatividade matemática e apresentaremos as razões pelas quais acreditamos que é importante investigá-la. Além disso, abordaremos o objetivo pretendido. No Capítulo 2, o tema central será mais detalhado, de forma cronológica, enfatizando as principais características das abordagens feitas em cada período histórico. No Capítulo 3, abordaremos a relação da criatividade matemática com as atividades de resolução de problemas e proposição de problemas, com ênfase às últimas, uma vez que o instrumento de pesquisa é construído com base nelas. O Capítulo 4 é dedicado aos encaminhamentos metodológicos do estudo, em que apresentaremos informações acerca da etapa de coleta de dados, do instrumento de pesquisa e dos critérios a serem utilizados na análise. No Capítulo 5, apresentaremos os dados e os resultados das análises. O Capítulo 6 fecha este trabalho e é nele que traremos algumas considerações finais.

1 SOBRE ESTA PESQUISA

O termo “criatividade” pode ser encontrado com facilidade em diferentes contextos. Ele aparece inserido no universo das artes com grande frequência e o significado que lhe atribuímos costuma ser positivo e desejável. É muito comum elogiarmos o diretor de um filme por considerá-lo criativo, por exemplo. Livros ou músicas também costumam ser caracterizados assim. Segundo Paul e Kaufman (2014, p. 7, tradução nossa, grifos dos autores), a arte “[...] ainda é o paradigma de um domínio criativo, já que ‘criativo’ às vezes é usado mais ou menos como sinônimo de ‘artístico’ [...]”. Mais do que isso, “a arte foi considerada por muito tempo como detentora do monopólio da criatividade humana” (Tatarkiewicz, 1980 *apud* Paul; Kaufman, 2014, p. 7, tradução nossa). Com base no senso comum, não há dúvidas de que praticamente qualquer pessoa seria capaz de descrever o significado que atribui ao termo “criatividade” sem grandes dificuldades, baseada na sua experiência cotidiana. Mas, em termos acadêmicos, o que significa, de fato, ser criativo? Para além disso, parece razoável sugerir que isso não seja uma exclusividade do mundo artístico e que a criatividade possa ser identificada em outras áreas do conhecimento, como na Educação Matemática, especificamente, que é o campo em que esta pesquisa se insere. Com base nessa convicção, seria interessante iniciar este capítulo apresentando a definição do termo “criatividade matemática”.

Mal começamos e já nos deparamos com a primeira dificuldade que o tema impõe: muitos autores afirmam não haver consenso sobre essa definição (Sriraman, 2005; Mann, 2005). “A maioria das definições existentes de criatividade matemática encontradas na literatura de matemática e de educação matemática são vagas ou evasivas, o que pode ser atribuído à dificuldade de descrever esse constructo complexo” (Sriraman, 2005, p. 23, tradução nossa). A complexidade descrita é tão grande que a dificuldade, além daquela de encontrar uma definição única, diz respeito, mais profundamente, à própria natureza do termo, e essa complexidade se inicia no contexto mais amplo da Psicologia e da Educação de forma geral. Ao pesquisarem o pensamento criativo, Treffinger, Renzulli e Feldhusen (1971) se referem à criatividade como “certos processos psicológicos únicos” (p. 105, tradução nossa), além de afirmarem que o processo criativo tem natureza multidimensional e complexa. Eles ainda asseguram que muitas das dificuldades com as quais os educadores são confrontados, como a de estabelecer uma definição

operacional útil, por exemplo, podem ser resultado da falta de uma teoria da criatividade unificada e amplamente aceita. Balka (1974) afirma que “[...] é difícil de usar o conceito de criatividade por causa das várias conotações do termo [...]” (p. 634, tradução nossa). Guilford (1950) se refere à criatividade, antes de tudo, como um “conjunto de habilidades”. MacKinnon (1970 *apud* Haylock, 1987, p. 63, tradução nossa) prefere chamar de “um fenômeno multifacetado”. Haylock (1997) afirma que “a criatividade em geral é uma noção que abrange uma ampla gama de estilos cognitivos, categorias de desempenho e tipos de resultados” (p. 68, tradução nossa). No contexto mais específico da Educação Matemática, Sriraman (2005) a trata como um “constructo”. A grande variedade de abordagens e definições fica evidente por meio dessas poucas afirmações e, ainda que estejamos nos referindo tanto à criatividade de forma geral¹ quanto à criatividade matemática, essas diferentes formas de dar significado a um mesmo termo podem ser um claro sintoma das indefinições que ainda permeiam essa teoria.

Assim, este capítulo tem por objetivo conscientizar o leitor a respeito de alguns dos obstáculos que envolvem o estudo do assunto e tranquilizá-lo com relação ao fato de que as questões teóricas começarão a ficar mais claras a partir do próximo capítulo, em que faremos um breve panorama histórico acerca das pesquisas envolvendo a criatividade matemática e será possível compreender um pouco de como o tema foi tratado ao longo do último século. Por ora, não aprofundaremos o assunto. Tentaremos, por enquanto, nos agarrar à noção intuitiva que provavelmente todos nós temos a respeito da criatividade e, assim, avançaremos neste trabalho até que tenhamos, mais adiante, um retrato um pouco mais fiel acerca da criatividade matemática.

Além de as primeiras leituras terem revelado uma grande variedade de definições para o termo, o que acabou causando uma confusão inicial, ainda nutríamos algumas dúvidas com relação à real contribuição de um estudo sobre criatividade matemática para o campo da Educação Matemática. Felizmente, as leituras subsequentes começaram, por fim, a convencer de que a criatividade, mais do que especificamente a criatividade matemática, não só é importante, como também é desejável, tanto na vida como, sobretudo, no contexto educacional. Alencar (2007), com relação às razões pelas quais se deve cultivar a criatividade, afirma:

¹ A partir daqui, vamos adotar o termo “criatividade geral” para fazer referência à criatividade, quando não estivermos nos referindo, especificamente, à criatividade matemática.

[...] a necessidade de criar é uma parte saudável do ser humano, sendo a atividade criativa acompanhada de sentimentos de satisfação e prazer, elementos fundamentais para o bem-estar emocional e saúde mental. Uma segunda razão diz respeito ao cenário atual, caracterizado por incerteza, complexidade, progresso e mudanças que vêm ocorrendo em um ritmo exponencial, gerando desafios e problemas imprevisíveis, que requerem soluções criativas. Uma terceira é que sufocar o desenvolvimento do potencial criador equivale a limitar as possibilidades de uma realização plena e a expressão de talentos diversos (p. 45).

Além disso, quando nos referimos especificamente à Educação Matemática, as razões se somam e se complementam. O mundo dinâmico, com mudanças acontecendo de forma cada vez mais rápida e intensa, parece uma constante nas justificativas dos pesquisadores com relação à necessidade de aprofundamento nesse tema. Leikin (2013) comenta acerca da importância da criatividade matemática para que possamos nos adaptar a essas mudanças, bem como para fazermos progredirem os avanços tecnológicos:

A criatividade matemática é um tipo específico de criatividade cuja importância é óbvia. Por um lado, os avanços em diferentes ramos da matemática, que os matemáticos pesquisadores dão vida, refletem o intelecto humano. Por outro lado, a matemática é uma das áreas científicas centrais que permitem sustentar o progresso social, tecnológico e científico em diversas áreas oferecendo aos cientistas e aos especialistas em alta tecnologia um poderoso aparato e modelos para análise de situações, prognósticos e processos. A matemática escolar deveria fornecer a todos os estudantes oportunidades de experimentar a criatividade matemática e compreender o seu potencial criativo em matemática (p. 386, tradução nossa).

Apesar de as mudanças a que nos referimos acontecerem de forma muito mais rápida e intensa no século atual, as vozes que clamavam por pessoas criativas já encontravam eco muitas décadas atrás. Guilford (1950) alertava para a grande quantidade de novos profissionais saindo das universidades aptos a desenvolver com maestria vários tipos de tarefas aprendidas, sem a capacidade, no entanto, de resolver problemas para os quais novos caminhos e soluções se faziam necessários. Naquele momento histórico, a urgência pelo pensamento criativo ficava evidente ao passo que a humanidade avançava rumo ao desenvolvimento dos primeiros computadores, ou, segundo Guilford (1950), das “novas máquinas pensantes” (p. 446, tradução nossa). Apesar dos prenúncios de uma grande revolução, que colocava em risco o emprego de uma multidão de profissionais em decorrência do surgimento dessas máquinas pensantes, “provavelmente, ainda haveria a necessidade de cérebros humanos para operar as máquinas e para inventar

outras melhores” (p. 446, tradução nossa). Assim, com base em ideias como essas, a importância da pesquisa acerca da criatividade geral e da criatividade matemática vem se afirmando, década após década.

Partindo dessa premissa, isto é, concordando com esses autores e acreditando que o ser humano criativo tem mais capacidade de adaptação e é mais autônomo e crítico, uma vez que tem ferramentas para buscar por novas soluções e não apenas executar tarefas, entendemos que investigar a criatividade na Educação Matemática pode trazer contribuições à área. A revisão bibliográfica mostra, no entanto, que as pesquisas relacionadas ao tema ainda são pouco numerosas (Haylock, 1987; Leikin, 2013), o que se soma à razão já mencionada para o nosso esforço nesse sentido. Além disso, ao aprofundarmos ainda mais as leituras, constatamos que uma grande parte dessas pesquisas são desenvolvidas no âmbito do Ensino Básico, sobretudo no Brasil.

Em uma busca pelo termo “criatividade matemática” na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, foram encontrados 36 trabalhos envolvendo pesquisas desenvolvidas com estudantes, dos quais 32 focavam algum nível do Ensino Básico, desde os Anos Iniciais até o Ensino Médio. Apenas quatro, ou seja, menos de 12% do total, estavam relacionados ao Ensino Superior. Desses quatro trabalhos, dois possuem relação com o tema da Modelagem Matemática. O primeiro deles, uma dissertação de mestrado, descreve uma pesquisa desenvolvida com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática visando identificar os momentos de geração de ideias durante atividades de Modelagem Matemática. Segundo o autor da pesquisa, esses momentos estão diretamente ligados à criatividade e a sua análise tinha como objetivo responder a questões acerca do papel do professor na geração de ideias e dos momentos em que tal geração acontece, entre várias outras (Dal Pasquale Junior, 2019).

O segundo trabalho é uma tese de doutorado, também desenvolvida com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, que focava em compreender como se constitui a ação criativa desses estudantes ao lidarem com atividades de Modelagem Matemática (Setti, 2022). Há, ainda, a tese de doutorado que visava investigar conhecimentos e concepções de estudantes de licenciatura em Matemática acerca da criatividade matemática e suas aplicações para o ensino de funções. Essa pesquisa aconteceu no contexto de uma disciplina desenvolvida de forma remota em que foi utilizado um modelo de oficinas de estímulo ao pensamento

crítico e criativo em Matemática (Araújo Neto, 2022). Por fim, o último trabalho dessa lista é uma tese de doutorado cujo objetivo era verificar de que forma as ideias presentes na obra *Arithmetica Infinitorum*, de John Wallis, especificamente o exercício criativo empreendido por ele à época, poderiam contribuir para o encaminhamento conceitual e didático do conteúdo de limite nos cursos de licenciatura em Matemática (Lopes, 2017).

Assim, os quatro trabalhos relacionados ao Ensino Superior encontrados pela busca da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações focam em cursos de licenciatura em Matemática, dos quais dois têm relação com a Modelagem Matemática. Esse nível de ensino, conta, portanto, com pouquíssimos estudos relacionados ao tema. Além disso, acreditamos na importância de lançar um olhar cuidadoso para os cursos de licenciatura em Matemática, uma vez que a promoção de uma sala de aula criativa depende fortemente do professor. Romey (1970) afirma, com relação a essa atividade:

A investigação e a descoberta devem desenvolver um hábito de atividade criativa, e a capacidade de criar, como outras habilidades humanas, deve crescer quando devidamente exercitada e nutrida. [...] Isto levanta a questão crítica: [...] até que ponto podemos fazer com que a 'criatividade' permeie nossas salas de aula? (p. 3, tradução nossa, grifo do autor).

Assim, compreendemos a importância de investigar a criatividade matemática em meio aos estudantes do nível de ensino superior, mais especificamente dos cursos de licenciatura em Matemática. Romey (1970) ainda acrescenta, “[...] para estimular a atividade criativa entre os estudantes em sala de aula regularmente, os professores devem exercitar a sua própria criatividade de diversas maneiras” (p. 5, tradução nossa). Mas, de acordo com Alencar e Fleith (2010, p. 203), “apesar da importância da educação superior para o fomento da criatividade, constata-se que pouca atenção tem sido dada ao desenvolvimento das habilidades criativas do estudante neste nível de ensino”. Ainda:

A grande maioria dos professores universitários desconhece o que vem sendo pesquisado a respeito de criatividade, o que dificulta a organização de programas e ambientes de aprendizagem, ensino e avaliação que contribuam para que estudantes de cursos superiores tomem consciência de seu potencial para criar e desenvolvam e expressem a sua criatividade (p. 203).

Dessa forma, com base na escassez de pesquisas mencionada e nas justificativas desenvolvidas nos parágrafos anteriores, entendemos que investigar a criatividade matemática, sobretudo no nível de ensino superior, pode trazer

contribuições importantes para a área. Assim, definimos, agora, o contexto em que essa pesquisa se desenvolveu: com alunos de um curso de licenciatura em Matemática.

Até aqui, esperamos terem ficado claros para o leitor não só o tema central deste estudo – a criatividade matemática – e o contexto em que ele se desenvolveu – com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, mas também as razões que fundamentam e motivam essas duas escolhas. Falta explicitar, no entanto, de maneira que não restem dúvidas quanto ao desenho desta pesquisa, qual era o objetivo a ser perseguido e de que forma tal objetivo foi atingido. Vale alertar previamente que os significados exatos dessas informações só serão bem compreendidos mais adiante, nos Capítulos 2, 3 e 4 desta tese, em que o referencial teórico ajudará a construir o caminho necessário para o entendimento pleno. Ainda assim, é necessário informar, desde já, o desenho completo da pesquisa.

Assim, estabelecemos como objetivo final analisar critérios de investigação da criatividade matemática, o que foi feito, como já mencionado, com a participação de estudantes de um curso de licenciatura em Matemática. O motivo pelo qual decidimos observar mais de perto esses critérios se deu após a constatação de que esse tema é central nas pesquisas a respeito do assunto, mas isso será aprofundado no próximo capítulo. A forma que encontramos para buscar o objetivo estabelecido foram atividades de proposição de problemas, tema ao qual se dedica a Seção 3.1. De maneira mais específica: os estudantes do curso em questão propuseram problemas matemáticos a partir de situações matemáticas organizadas em um instrumento de pesquisa. Tais problemas foram investigados, posteriormente, por meio dos critérios adotados, os quais serão detalhados na Seção 4.2. Gostaríamos de explicar, desde já, que os problemas, apesar de oferecerem inúmeras e valiosas informações acerca do tema central, não são o foco final do nosso estudo, eles são apenas a forma que encontramos para analisar os critérios escolhidos – estes, sim, o foco de nossa atenção. Portanto, as conclusões que resultaram da pesquisa dizem respeito, sobretudo, aos critérios adotados, e não aos problemas propostos pelos estudantes.

A Figura 1 ajuda a ilustrar, de forma esquematizada, o desenho desta pesquisa. Os números de capítulos e seções que aparecem em cada caixa indicam em que local da tese cada assunto é mais detalhado ou justificado.

Figura 1 - Desenho da pesquisa

Fonte: as autoras.

É com foco no objetivo estabelecido que nos encaminhamos para o Capítulo 2, em que algumas das ideias já produzidas acerca do tema da criatividade matemática serão apresentadas em formato cronológico. Mas, antes, dois breves comentários ainda precisam ser feitos.

O primeiro deles diz respeito ao fato de a criatividade matemática estar inserida em dois campos distintos do conhecimento: a Matemática e a Psicologia. Hadamard (1945) discorre a respeito dessa questão ao abordar, de forma breve, a necessidade de um pesquisador ser tanto matemático quanto psicólogo para conseguir tratar do assunto de maneira adequada, mas admite a dificuldade dessa conjunção de fatores, o que faz com que o assunto seja tratado, geralmente, por pesquisadores que são matemáticos ou psicólogos, mas não os dois ao mesmo tempo. Essa questão foi motivo de reflexão durante todo o período da pesquisa e trouxe dificuldades e obstáculos em muitos momentos, mas estamos certas de que tentamos lidar com ela da melhor forma possível. Tentaremos concentrar nossa atenção na parte matemática do processo, mas muitos pontos de intersecção com a Psicologia surgirão no caminho.

O segundo ponto que me propus a abordar aqui guarda alguma relação com o primeiro. Ao longo dos anos durante os quais esta tese se desenvolveu, um pensamento, que permaneceu latente ao longo de todo o processo, interrompia, de tempos em tempos, seu período de dormência me² fazendo lembrar que era preciso refletir a respeito do assunto. Essa inquietação tem a ver com a *capacidade* de avaliar, entender, descrever o processo, ou parte dos processos cognitivos de um determinado sujeito. De forma clara, objetiva e talvez até ingênua demais, a questão

² Aqui, tomei a liberdade de falar em primeira pessoa do singular, pois a inquietação a que me refiro é algo pessoal e que não expus, em um primeiro momento, à minha orientadora.

que rodeia as minhas ideias é: será possível acessar de forma inequívoca o que está na mente de alguém? Esta pesquisa não se debruçou sobre este assunto, mas acredito que a resposta, quase sem chance de erro, seja não. Quando nos propomos a investigar algo como a criatividade matemática, devemos estar cientes de que tudo aquilo de que dispomos são indícios. Precisamos ter consciência, por mais frustrante que isso possa parecer, da dificuldade, para não dizer impossibilidade, de acessar a essência dos processos cognitivos na sua inteireza. Aparentemente, e admito a possibilidade de estar enganada, não há evidências definitivas de coisa alguma quando o assunto é criatividade matemática. Nesses casos, os que envolvem os processos cognitivos, não há um exame de imagem, como uma radiografia, por exemplo, capaz de atestar se um indivíduo é ou não é criativo e em que grau essa criatividade se manifesta. Pelo contrário, na ausência de demonstrações físicas detectáveis, eles permanecem na obscuridade da mente humana, obrigando os pesquisadores a buscarem pelos seus indícios na tentativa de extrair deles o máximo de informações possíveis.

Já houve, ao longo de décadas de pesquisas, quem tentasse associar características individuais físicas a processos psicológicos. Hadamard (1945) discorre acerca de uma dessas tentativas ao mencionar o “mathematics bump”³, isto é, uma alteração no formato do crânio decorrente de um “inchaço” em um local específico do cérebro que supostamente indicaria habilidade em Matemática. Tal ideia faz parte de uma teoria, hoje considerada pseudociência, chamada Frenologia, de autoria do médico alemão Franz Joseph Gall, que viveu, vale destacar, entre os séculos XVIII e XIX. De acordo com Hadamard (1945), os princípios da Frenologia se baseiam na “conexão de todas as aptidões mentais com um desenvolvimento maior não apenas de alguma parte do cérebro, mas também da parte correspondente do crânio” (p. 3, tradução nossa). Assim, “a habilidade matemática deveria ser caracterizada por um ‘inchaço’ específico na cabeça” (p. 3, tradução nossa, grifo do autor). Vale ressaltar que não estamos afirmando, pois não temos capacidade para tanto, que os processos psicológicos não podem de forma alguma estar relacionados a características físicas, pois sabemos que a evolução da medicina, bem como de muitas outras áreas relacionadas à saúde, já nos permite fazer afirmações que pouco tempo atrás não imaginaríamos. No entanto, julgamos este exemplo bem ilustrativo do desejo por

³ A tradução para a palavra “bump” é “inchaço” ou “ressalto”. Assim, “mathematics bump” faria referência a um inchaço na cabeça associado a uma habilidade específica em Matemática.

encontrar concretude naquilo que nada, ou quase nada, tem de concreto, e isso faz parte da natureza humana. Essa preocupação, no entanto, pode ser aliviada ao simplesmente considerarmos o que pode ser o cerne das diferenças entre as pesquisas qualitativas e as quantitativas. Bogdan e Biklen (1994) ajudam a elucidar essa questão ao afirmar que os investigadores

[...] qualitativos não entendem o seu trabalho como consistindo na recolha de 'factos' sobre o comportamento humano, os quais, após serem articulados, proporcionariam um modo de verificar e elaborar uma teoria que permitisse aos cientistas estabelecer relações de causalidade e predizer o comportamento humano. Os investigadores pensam que o comportamento humano é demasiadamente complexo para que tal seja possível, considerando a busca de causas e predições negativamente, no sentido de que esta dificulta a capacidade de apreender o carácter essencialmente interpretativo da natureza e experiência humanas (p. 70, grifo dos autores).

Apoiada nessa nova convicção, decidi, então, aceitar o mal irremediável que é a essência subjetiva da questão. Com resignação, me submeti a essa realidade, desafiadora em um primeiro momento, e passei a vislumbrar nela a beleza frutífera das questões subjetivas. Acreditamos que há muito com o que contribuir, apesar dessas ressalvas.

Encerraremos este capítulo inicial com a seguinte afirmação, que evidencia, mais uma vez, como o tema da criatividade esteve, ao longo das décadas, envolto em uma grossa camada de dúvidas e mistérios, mas que nem por isso deixou de fascinar e instigar a curiosidade daqueles que se propuseram a investigá-la.

Eu afirmo que a criatividade nunca será uma ciência - na verdade, grande parte dela será para sempre um mistério - tanto um mistério quanto 'o que faz o nosso coração bater?' Ao mesmo tempo, eu afirmo que a criatividade é uma arte - uma arte aplicada - uma arte ensinável - uma arte que pode ser aprendida - uma arte na qual todos nós podemos nos tornar mais e mais proficientes, se nós quisermos (Osborn, 1955 *apud* Rhodes, 1961, p. 308, tradução nossa).

2 CRIATIVIDADE MATEMÁTICA

Diante do desafio inicial apresentado no capítulo anterior, vamos desviar da tarefa de encontrar uma definição pronta. Iniciaremos este aporte teórico apresentando um breve panorama histórico dos estudos acerca da criatividade matemática, que visa mostrar como este tema foi tratado ao longo dos anos, evidenciando os contextos históricos em que esteve inserido e as transformações pelas quais passou. Esse processo tem como objetivo induzir a uma melhor compreensão do assunto, apesar da ausência de uma definição única – ou da presença de muitas delas, como a leitura desta tese vai mostrar. No decorrer deste trabalho, serão apresentadas algumas dessas muitas definições de criatividade matemática, bem como de criatividade geral, já elaboradas ao longo dos anos. Todas elas, bem como algumas outras, estão organizadas no Apêndice A. Apesar desta pesquisa não focar a definição do termo, a elaboração deste apêndice se deu por conta da nossa necessidade de agrupar algumas definições para visualizar melhor as suas semelhanças e diferenças, uma vez que, ao longo do texto, elas aparecem inseridas em diferentes contextos de acordo com a organização da tese.

Antes de nos aprofundarmos neste panorama histórico, é preciso destacar um detalhe importante. O estudo da criatividade matemática está intimamente ligado ao estudo da criatividade geral, o que é um sintoma do que foi mencionado no final do capítulo anterior. Como, nesse campo, Psicologia e Educação Matemática se misturam, muitos dos conceitos utilizados por pesquisadores da criatividade matemática advêm da Psicologia e do estudo da criatividade geral. Essa fusão se fará presente ao longo de toda a tese. O esforço de tentar evitá-la é inútil, e diríamos até desnecessário.

2.1 PANORAMA HISTÓRICO - FASE I (1900-1950)

Grande parte da literatura acerca da criatividade divide a sua história em duas partes: antes e depois de 1950 (Amaral, 2016). Enquanto antes dessa data as pesquisas pouco mencionavam o assunto, a partir dela, com a fala do psicólogo americano Joy Paul Guilford como presidente da Associação Americana de Psicologia, o tema ganhou força. Em seu discurso, ele alertou para a importância da criatividade como um tema de pesquisa, bem como para a escassez de publicações

relacionadas ao assunto. Esse importante chamado ao campo da Psicologia é um dos motivos pelos quais Guilford é lembrado ainda hoje (Barlow, 2000). O teor desse discurso, bem como o que se seguiu a partir dele, é tema para a próxima seção. Por ora, é importante destacar que a fusão entre Matemática e Psicologia, mencionada no parágrafo anterior ao início desta seção, começa a ficar bastante evidente, ao passo que constatamos que o primeiro autor mencionado no referencial teórico desta tese é um psicólogo. Tal fusão fica ainda mais explícita ao percebermos que, não obstante os primeiros estudos incentivados pela fala de Guilford tenham sido direcionados para a criatividade geral, os efeitos que esses esforços promoveram também puderam ser sentidos no estudo da criatividade matemática, que herdou, inclusive, alguns conceitos oriundos da Psicologia. Essas ideias ficarão mais claras na próxima seção. Aqui, apresentaremos algumas das mais importantes abordagens à criatividade matemática produzidas antes de 1950.

Optamos por iniciar este panorama com Henri Poincaré, o matemático, físico e filósofo francês que viveu entre 1854 e 1912, já que alguns autores o citam como o pioneiro a abordar o assunto (Sriraman, 2004; Chamberlin; Payne, 2022). Para ele, “a gênese da criação matemática⁴ é um problema que deveria interessar intensamente aos psicólogos. É a atividade na qual a mente humana parece pegar o mínimo do mundo exterior, na qual ela age ou parece agir apenas de si mesma e em si mesma” (Poincaré, 1913, p. 383, tradução nossa). Essa explicação evidencia o caráter individualista da sua visão acerca da criatividade matemática. Tal caráter é reforçado no decorrer da sua obra, em que ele relata sua própria experiência com as criações matemáticas pelas quais ganhou notoriedade ao longo da vida. É possível perceber que os seus relatos e a sua abordagem da criatividade matemática (ou criação matemática, como ele prefere chamar) não têm o mesmo viés e nem o mesmo direcionamento que as pesquisas mais recentes possuem e que serão relatadas posteriormente neste trabalho. O capítulo escrito por ele a respeito da Criação Matemática está inserido em um livro que aborda, de forma bastante filosófica, muitos outros temas, que vão desde a natureza do raciocínio matemático, formas de demonstração, intuição e lógica, até temas relacionados à Matemática e à Física,

⁴ Poincaré (1913) utiliza o termo “mathematical creation”, traduzido por nós como “criação matemática”. O termo “criatividade matemática” ainda não era amplamente utilizado. Algumas variações, como “criatividade em Matemática” e “invenção matemática”, também podem ser encontradas na literatura e aparecerão em algumas citações neste trabalho. Para a tese, optamos por utilizar “criatividade matemática”, por ser o termo mais recorrente.

como geometrias não-euclidianas e termodinâmica, por exemplo. Ao abordar as criações matemáticas, ele o faz inserindo as suas reflexões no contexto maior do raciocínio matemático e relacionando-as ao processo de compreender ou desenvolver uma demonstração.

Assim, um termo importante aparece em seu discurso: a intuição. Para ele, um matemático possui apenas duas maneiras de se orientar entre as premissas e conclusões de uma demonstração matemática: uma delas é possuindo uma excelente memória e a outra é guiando-se pelo raciocínio. Um vislumbre de tal raciocínio, por sua vez, depende da intuição.

Uma demonstração matemática não é uma simples justaposição de silogismos, são silogismos *colocados em uma certa ordem*, e a ordem na qual esses elementos são colocados é muito mais importante que os próprios elementos. Se eu tiver o sentimento, a intuição, por assim dizer, dessa ordem, para perceber em um relance o raciocínio como um todo, eu não preciso mais ter medo de esquecer um desses elementos, pois cada um deles tomará o seu devido lugar na sequência, e isso sem nenhum esforço da minha memória (Poincaré, 1913, p. 385, tradução nossa, grifo do autor).

Esse parágrafo pode levar à interpretação de que a intuição é o que basta para um indivíduo ser capaz de lidar com demonstrações de forma eficaz. No entanto, ele acrescenta que nem todas as pessoas possuem “esse sentimento delicado tão difícil de definir” (Poincaré, 1913, p. 385, tradução nossa). As que não possuem, mas tem, por outro lado, uma memória excelente, podem obter algum sucesso ao compreender demonstrações matemáticas, mas nunca poderão criar. Já as pessoas dotadas dessa intuição, seja em menor ou maior grau, poderão ser criadoras, mesmo sem ter uma memória extraordinária. O sucesso dessas criações seria determinado pelo nível de desenvolvimento da intuição nessas pessoas. Isso permite a interpretação de que Poincaré acreditava que a intuição poderia, sim, ser desenvolvida. Além disso, sobre a criação matemática, ele afirma que

[...] não consiste em fazer novas combinações com entidades matemáticas já conhecidas. Qualquer um poderia fazer isso, mas as combinações então feitas seriam infinitas em número e a maioria delas absolutamente sem interesse. Criar consiste precisamente em não fazer combinações inúteis e em fazer aquelas que são úteis e que são apenas uma pequena minoria. *Invenção é discernimento, escolha* (Poincaré, 1913, p. 386, tradução nossa, grifo nosso).

O que podemos apreender destas afirmações é que a capacidade de criar matematicamente está relacionada à capacidade de discernir entre combinações frutíferas e combinações estéreis.

Ainda na mesma obra, Poincaré utiliza a própria experiência para exemplificar o processo de criação matemática. Ele coloca em evidência outro ponto importante e que pode levar à errada interpretação de que a forma pela qual o processo criativo se manifesta é repentina e inesperada:

Por quinze dias eu me esforcei para provar que não poderia existir nenhuma função como aquelas que eu tinha então chamado de funções fuchsianas. [...] Uma noite, contrariando meu costume, eu tomei café preto e não consegui dormir. Ideias surgiram em multidões; eu as senti colidindo até que os pares se interligaram, por assim dizer, formando uma combinação estável. Na manhã seguinte eu tinha estabelecido a existência de uma classe de funções Fuchsianas, aquelas que vêm das séries hipergeométricas; eu tive apenas que escrever os resultados, o que levou apenas algumas horas (Poincaré, 1913, p. 387, tradução nossa).

Ele deixa claro, no entanto, que essa aparente iluminação, termo sugerido posteriormente por Wallas (1926), é o resultado de um trabalho inconsciente da mente e este, por sua vez, só é possível após grande esforço consciente. Essa característica é destacada várias vezes ao longo de sua obra, como ao afirmar, com relação às funções fuchsianas e a outros temas matemáticos: “no momento em que eu pus meu pé no degrau a ideia veio para mim, sem que nada em meus pensamentos anteriores parecesse ter pavimentado o caminho para isso” (Poincaré, 1913, p. 387, tradução nossa). Ou então: “uma manhã, andando pela ribanceira, a ideia veio para mim, com exatamente as mesmas características de brevidade, subitaneidade, e certeza imediata” (p. 388, tradução nossa). Ainda, com relação ao “eu inconsciente”: “ele sabe melhor como adivinhar do que o ‘eu consciente’, já que ele obtém sucesso onde o outro falhou” (p. 390, tradução nossa, grifo nosso).

Algumas décadas mais tarde, o matemático francês Jacques Hadamard aborda o tema e demonstra concordância com algumas das ideias de Poincaré, cujo trabalho, segundo ele, serviu para iluminar as relações entre o consciente e o inconsciente. Hadamard (1945) inicia seu livro *The Psychology of Invention in the Mathematical Field* (ou, traduzindo para o português, *A Psicologia da Invenção no Campo Matemático*) afirmando que a invenção, como ele escolhe chamar, também existe em outros campos do conhecimento, além do universo artístico, mas afirma que ela não ocorre da mesma maneira em todos eles. Citando Soriau, Hadamard (1945) afirma:

[...] existe, entre o domínio artístico e o científico, a diferença que a arte goza de uma liberdade maior, já que o artista é governado apenas pela sua própria fantasia, de modo que as obras de arte são

verdadeiramente invenções. [...] O cientista se comporta de forma bem diferente e seu trabalho diz respeito propriamente a descobertas⁵ (p. xii, tradução nossa).

Haylock (1987) vai além e afirma que as ideias no campo da Matemática só podem ser consideradas criativas se forem apropriadas à situação em questão por meio de critérios matemáticos bem definidos. Para tornar as suas ideias mais claras, ele utiliza um exemplo simples: a operação $9 \times 8 = 56$ pode até ser considerada uma ideia original, mas não é criativa porque é inapropriada segundo os critérios matemáticos. Aqui, tomamos a liberdade de inserir um autor do final do século XX fora da ordem cronológica apropriada, pois o seu exemplo ilustra de forma bem didática a questão das restrições que o campo da Matemática impõe à criatividade.

Mencionando muitos relatos de Poincaré, a quem Hadamard (1945, p. 12, tradução nossa) chama de “o maior gênio que a nossa ciência conheceu durante a última metade do século”, ele se aprofunda no tema do inconsciente e cita relatos de autores de outras áreas do conhecimento. Tais relatos reforçam a ideia de “iluminação súbita” que foi mencionada anteriormente. Gauss (1886 *apud* Hadamard, 1945, p. 15, tradução nossa), com relação a um problema de aritmética que vinha tentando resolver havia algum tempo, relata:

Finalmente, dois dias atrás, eu obtive sucesso, não por conta dos meus esforços dolorosos, mas pela graça de Deus. Como um relâmpago repentino, o enigma foi resolvido. Eu mesmo não consigo dizer qual foi o fio condutor que conectou o que eu sabia previamente com o que tornou o meu sucesso possível.

Na área da música, Mozart (*apud* Hadamard, 1945, p. 16, tradução nossa) faz um relato muito semelhante:

Quando me sinto bem e com um bom humor, ou quando eu estou dando um passeio ou andando depois de uma boa refeição, ou à noite quando eu não consigo dormir, pensamentos se aglomeram na minha mente tão facilmente quanto você poderia desejar. De onde e como eles vêm? Eu não sei e eu não tenho nada a ver com isso. Aqueles que me agradam, eu mantenho na minha cabeça e cantarolo.

Insistindo no tema do inconsciente, Hadamard ainda traça uma analogia com acontecimentos ordinários da vida, como quando estamos tentando lembrar o nome de alguém, mas só conseguimos em outro momento, quando já paramos de tentar.

Alguns autores caminham em uma direção distinta. Para esses, as criações não acontecem dessa forma, isto é, pelo trabalho do inconsciente depois de

⁵ Hadamard (1945) faz uma distinção entre invenção e descoberta na página xi.

um longo esforço consciente. Um exemplo é o de que a criação “não deve nada à lógica ou à razão. *O ato da descoberta é um acidente*” (Nicolle *apud* Hadamard, 1945, p. 19, tradução nossa, grifo nosso). Assim, autores como ele acabam atribuindo as descobertas e invenções ao acaso, ideia com a qual Hadamard não concorda, apesar de citar em sua obra.

Como vimos, Poincaré e Hadamard tratam o tema das criações matemáticas (ou invenções matemáticas), com o olhar bastante voltado para os processos cognitivos que ocorrem no cérebro do indivíduo. A existência de uma grande variedade de abordagens, tanto por psicólogos quanto por matemáticos, fica evidente. O psicólogo inglês Graham Wallas, contemporâneo de Poincaré e Hadamard, aborda a criatividade geral, e segue na mesma linha de pensamento dos outros dois autores. Wallas (1926), que sugeriu chamar de iluminação àquele momento em que uma ideia surge “repentinamente” na mente de um indivíduo, cita relatos de profissionais de diferentes áreas a respeito dos seus próprios processos de descoberta. O físico alemão Helmholtz (*apud* Wallas, 1926), relata que, depois de investigar um problema em todas as direções,

[...] ideias felizes vêm inesperadamente sem esforço, como uma inspiração. No que me diz respeito, elas nunca vieram a mim quando minha mente estava fatigada, ou quando eu estava na minha mesa de trabalho... Elas vieram particularmente rapidamente durante a subida lenta de colinas arborizadas em um dia ensolarado (p. 80, tradução nossa).

Wallas (1926) utiliza esse relato para exemplificar os estágios de formação de um novo pensamento, os quais ele viria a formular:

1. Preparação: estágio durante o qual o problema é investigado de todas as formas possíveis. “O estágio de preparação consiste em observar, ouvir, perguntar, ler, coletar, comparar, contrastar, analisar, e relacionar todos os tipos de objetos e informações” (Rhodes, 1961, p. 308, tradução nossa);
2. Incubação: estágio em que o indivíduo não necessariamente pensa conscientemente a respeito do problema;
3. Iluminação: momento do aparecimento da ideia e dos eventos psicológicos que a precedem;
4. Verificação: estágio em que a validade da nova ideia é testada e os cálculos são feitos com o objetivo de reduzir a ideia à sua forma exata. “É um período de trabalho duro. É o processo de converter uma ideia em um objeto ou em uma forma articulada” (Rhodes, 1961, p. 308, tradução nossa).

Os autores citados aqui foram os principais nomes que trataram do tema da criatividade geral e, mais especificamente, da criatividade matemática na primeira metade do século XX. Por esse motivo, optamos por apresentá-los aqui, uma vez que as suas ideias ressoaram por muito tempo e com bastante intensidade. Abordagens que resvalaram no tema da criação, da invenção ou da imaginação, sem terem, no entanto, sido aprofundadas, foram feitas por Freud, Vygotsky e Einstein, por exemplo (Amaral, 2016).

É possível perceber, nas obras dos autores da primeira metade do século XX apresentados aqui, que as abordagens eram predominantemente centradas nos processos cognitivos individuais. Uma mudança perceptível começou a ocorrer com o passar das décadas e houve o surgimento de novas pesquisas que passaram a tratar do assunto sob diferentes vieses. Aos poucos, a criatividade matemática passou a ser tema de um debate que não estaria mais restrito ao contexto dos matemáticos profissionais e suas invenções ou descobertas, mas envolveria também os estudantes em fase escolar.

2.2 PANORAMA HISTÓRICO - FASE II (1950-2000)

Uma mudança significativa na maneira de abordar a criatividade começa a ser observada por volta da década de 1950. Segundo Barlow (2000), pouco antes dessa época, o psicólogo estadunidense Joy Paul Guilford, envolvido nos acontecimentos da Segunda Guerra Mundial, passa a desenvolver diversos testes para selecionar candidatos para atuarem como pilotos. Durante esse processo, seu interesse em testar diversas habilidades do pensamento aumenta e ele passa, então, a criar seu próprio modelo de pesquisa. Como já foi mencionado no início da seção anterior, por causa de seu discurso enquanto presidente da Associação Americana de Psicologia, Guilford costuma ser considerado o responsável por fazer o campo da Psicologia passar a observar o tema da criatividade com mais atenção, uma vez que, até então, ela era tida como um resultado natural da inteligência, mensurada pelos testes de QI, forma abreviada para Quociente de Inteligência. Com relação à escassez de pesquisas relacionadas à criatividade publicadas à época, Guilford (1950) afirma que, dos aproximadamente 121.000 títulos listados nos 23 anos anteriores nos

Psychological Abstracts⁶, apenas 186 haviam sido indexados como tendo relação com o tema da criatividade. Além disso, ele tece críticas ao vínculo que grande parte dos psicólogos da época parecem acreditar existir entre inteligência e criatividade. Apesar de não descartar a existência de tal relação, ele afirma que a sua extensão ainda não é inteiramente conhecida, uma vez que, “quando olhamos para a natureza dos testes de inteligência, nós encontramos muitas dúvidas a respeito da sua cobertura de habilidades criativas” (Guilford, 1950, p. 447, tradução nossa). Para o autor, a inteligência vem sendo tratada, e isso fica evidente nos testes de mensuração de QI, como um conjunto de grandes habilidades em leitura e aritmética, por exemplo, e esses são assuntos que não demandam grandes níveis de talento criativo. Ele acrescenta:

Provavelmente, alguns dos fatores mais cruciais para a performance criativa ainda não foram descobertos em nenhum tipo de teste. Em outras palavras, nós devemos olhar muito além dos limites do QI se quisermos compreender o domínio da criatividade (Guilford, 1950, p. 447, tradução nossa).

Segundo Rhodes (1961), o avanço das pesquisas acerca da criatividade, impulsionado pelo discurso de Joy Paul Guilford, foi responsável por desmistificar muitas das ideias que, mesmo sem terem recebido o necessário esforço de aprofundamento, eram, até então, tidas como verdadeiras. Ele cita alguns exemplos, como

[...] a ideia de que o QI é um montante fixo e constante, [...] a ideia de que as pessoas nascem para ser criativas ou sem habilidade criativa alguma, a noção de que a criatividade é mais uma forma de sentir do que uma forma de pensar, a ideia de que a criatividade é algo misterioso, e a noção de que a palavra criatividade se aplica a um simples e descomplicado processo mental que opera sem restrições (Rhodes, 1961, p. 306, tradução nossa).

Antes de avançarmos cronologicamente neste panorama histórico, é necessário um breve aprofundamento nas ideias e conceitos que Guilford apresentou, dada a importância que tiveram para o estudo da criatividade nas décadas seguintes. Como o leitor já deve ter deduzido pelo que foi escrito até aqui, esse autor não tratou da criatividade no campo da Matemática, especificamente, uma vez que a sua área de atuação foi a Psicologia, mas sim da criatividade geral. Ainda assim, grande parte das pesquisas acerca da criatividade matemática que viriam a surgir nas décadas seguintes tiveram suas ideias como base, e é por este motivo que os próximos

⁶ Psychological Abstracts era um índice produzido mensalmente que continha dados acerca de publicações de língua inglesa da área de Psicologia, como o resumo e informação bibliográfica.

parágrafos se fazem necessários. Independentemente das críticas que viriam a receber, alguns dos modelos e conceitos que Guilford desenvolveu ganharam grande visibilidade, e alusões a eles, em maior ou menor grau, podem ser encontradas em pesquisas desenvolvidas desde o início da segunda metade do século XX até os dias atuais.

Apesar da grande repercussão que o discurso de Guilford (1950) teve no ambiente acadêmico à época, o seu conteúdo é menos do que um conjunto de resultados de pesquisas empíricas, como talvez se pudesse esperar, e mais, como o próprio autor afirma, um resultado de suas reflexões acerca do tema da criatividade, bem como os seus planos para pesquisas futuras. Para que se possa compreender melhor alguns dos conceitos que iremos apresentar mais adiante nesta seção, é interessante, primeiro, entender como o psicólogo americano se referia à criatividade e que definição atribuía a esse termo.

Para Guilford (1950), a criatividade se refere, antes de tudo, a um conjunto de habilidades, que, quando presentes em um indivíduo, o tornam capaz de exibir um comportamento criativo, a depender, ainda, de características temperamentais e motivacionais. Assim, para o autor, a questão de pesquisa dos psicólogos nesta área do conhecimento deve ser a da “*personalidade criativa*” (p. 444, tradução nossa, grifo nosso), e este termo chama a atenção para a perspectiva segundo a qual Guilford desenvolveu os seus estudos: a criatividade, ainda que ligada a outros fatores, depende, antes de tudo, de um conjunto de habilidades que os indivíduos podem possuir ou não, adquiridas de forma hereditária ou por determinação ambiental – ou, como o autor prefere afirmar, por uma interação desses dois fatores. Ele acredita, ainda, que “todos os indivíduos possuem em algum grau todas as habilidades, exceto pela ocorrência de patologias. Atos criativos podem, portanto, ser esperados, não importa quão fracos ou quão infrequentes, de quase todos os indivíduos” (p. 446, tradução nossa). Tendo definido a criatividade em termos da personalidade individual, e a personalidade, por sua vez, como um padrão único de características - ou fatores⁷ - Guilford (1950) coloca em evidência o aspecto

⁷ Em alguns momentos, Guilford utiliza os termos fator, habilidade, ou ainda variável para se referir a essas características da personalidade. Ele afirma, em alguns momentos, ao se referir a uma delas, não se preocupar se aquilo a que se refere é melhor descrito como uma habilidade ou uma característica do temperamento, por exemplo. Assim, optamos, nesta tese, por nos referir a esses termos como fatores. Tomamos esta decisão com o intuito de não causar confusão e por entender que seria necessário um aprofundamento maior para poder diferenciar com mais propriedade tais termos, que estão inseridos, vale lembrar, no universo da Psicologia.

psicométrico da sua abordagem ao sugerir mensurar diferentes características da personalidade dos indivíduos por meio de testes. É por conta dessa visão que ele critica abordagens como a de Wallas (1926), mencionada anteriormente nesta tese e que sugere os estágios de preparação, incubação, iluminação e verificação para o processo criativo. Ele afirma:

[...] tal análise é muito superficial do ponto de vista psicológico. É mais dramático do que sugere uma hipótese testável. Não nos diz quase nada acerca das operações mentais que realmente ocorrem. Os conceitos não levam diretamente a ideias testáveis. Na tentativa de distinguir entre pessoas com diferentes graus de talento criativo, vamos dizer, por exemplo, que alguns indivíduos são melhores incubadores do que outros? E como alguém faria para testar a habilidade de incubação? (Guilford, 1950, p. 451, tradução nossa).

Assim, Guilford apresenta alguns fatores que seriam, segundo ele, sensíveis às diferenças individuais e, portanto, testáveis de alguma maneira. Apesar de mencionar outros, como sensibilidade aos problemas, capacidade de sintetizar e capacidade de avaliar, por exemplo, os fatores descritos por ele que tiveram grande repercussão e que podem ser encontrados até hoje em diversas pesquisas acerca da criatividade e da criatividade matemática são a fluência, a flexibilidade e a originalidade. Tais fatores, segundo Guilford, têm grande potencial de influenciar o talento criativo.

A fluência é descrita como a quantidade de ideias geradas em resposta a um estímulo. Isso não significa que Guilford acreditasse que todos os criadores têm que produzir rapidamente, sob pressão, mas que “é provável que a pessoa que é capaz de produzir um grande número de ideias por unidade de tempo [...] tenha uma chance maior de ter ideias significativas” (p. 452, tradução nossa). O segundo fator citado é a originalidade, ou seja, a capacidade que uma pessoa tem de gerar ideias novas, originais, o que “pode ser testado em termos da frequência de respostas incomuns, mas aceitáveis, a itens” (p. 452, tradução nossa). Por fim, a flexibilidade da mente pode ser entendida como “a facilidade que um indivíduo tem de alterar o seu padrão de pensamento” (p. 452, tradução nossa). Esse fator pode ser mais facilmente entendido por meio da compreensão do seu oposto, a rigidez, isto é, a insistência em utilizar padrões de pensamento já conhecidos e habituais ao invés de se aventurar por novos canais de pensamento. Guilford apresenta, ainda, alguns outros fatores que ele julga serem capazes de influenciar o pensamento criativo, mas

esses três, como já mencionado, foram os que deram corpo aos inúmeros testes psicométricos da criatividade que surgiram nas décadas seguintes.

Vale ressaltar que Guilford (1950) tinha em mente certos tipos de pessoas criativas – o cientista e o tecnólogo – ao sugerir esses fatores, já que os que podem contribuir para a criatividade de uns podem não ser os mesmos que contribuem para a criatividade de outros. “O que é preciso para tornar o inventor, o escritor, o artista, e o compositor criativos pode ter algum fator em comum, mas há muito espaço para variação de padrão de habilidades” (p. 451, tradução nossa). Essa afirmação nos faz refletir, mais uma vez, acerca da existência de diferenças entre criatividade e criatividade matemática.

Em outra obra importante, *The Structure of Intellect* (ou, traduzindo para o português, *A Estrutura do Intelecto*), Guilford (1956) apresenta a sua ideia da estrutura do intelecto de um humano adulto em termos dos já mencionados fatores. Em meio a muitos deles, como orientação espacial, compreensão verbal, visualização e facilidade numérica, por exemplo, podemos encontrar os fatores de fluência, flexibilidade e originalidade, todos classificados como fatores de produção⁸, e dentro, ainda, do subgrupo de pensamento divergente. Os fatores de produção levam esse nome por terem relação com a produção de algum resultado final. Já a diferenciação entre pensamento divergente e pensamento convergente é mais uma das ideias de Guilford que ganhou grande visibilidade e pode ser encontrada em diversas pesquisas ao redor do mundo. Segundo o autor,

[...] no pensamento convergente, geralmente há uma conclusão ou resposta que é considerada única, e o pensamento é canalizado ou controlado na direção dessa resposta [...]. No pensamento divergente, por outro lado, há muita busca ou saídas em várias direções. Isso é mais claramente visto quando não há uma conclusão única (Guilford, 1956, p. 274, tradução nossa).

Na área da Matemática, um exemplo de problema que prioriza o pensamento divergente é, como sugerido por Haylock (1984): com relação aos números 16 e 36, “escreva o máximo de coisas que você consegue pensar que esses dois números têm em comum” (p. 373, tradução nossa).

⁸ Guilford (1956) propôs um modelo do intelecto humano composto por muitos fatores divididos em duas grandes categorias: os fatores de pensamento e os fatores de memória. Dentro da categoria de fatores de pensamento, estão localizadas outras subcategorias: fatores de cognição, fatores de produção e fatores de avaliação. Os fatores de produção, por sua vez, estão subdivididos em habilidades de pensamento convergente e habilidades de pensamento divergente. O modelo completo com detalhes pode ser encontrado em Guilford (1956).

É importante notar que a estrutura proposta por Guilford (1950) e mencionada aqui não tem a ver, especificamente, com a criatividade. Mais do que isso, ela contempla todo o intelecto humano, o que abrange, em particular, os fatores de fluência, flexibilidade e originalidade concebidos por Guilford como tendo relação com a criatividade. Há, ainda, um quarto fator, o da elaboração, que, assim como os outros três, acabou ganhando visibilidade, mesmo que menor. A ele está relacionada a habilidade de fornecer mais detalhes depois que um esboço foi concluído.

Apesar de os seus métodos estatísticos terem sido bastante criticados, o que fez com que o modelo proposto recebesse pouca atenção, o conceito de pensamento divergente foi o que realmente chamou a atenção dos pesquisadores da época. Esse conceito, bem como os de fluência, flexibilidade e originalidade, são utilizados e citados amplamente até os dias atuais (Runco; Acar, 2019).

Apesar desse breve aprofundamento, justificado pela forte influência que Guilford exerceu nos estudos acerca do tema, não iremos nos deter mais nos detalhes de suas ideias, pois elas envolvem teorias e conceitos muito específicos da Psicologia, e isso foge dos objetivos desta tese. O que deve ficar claro é que, a partir das ideias desse autor, inúmeros testes passaram a ser desenvolvidos para mensurar a criatividade. Talvez o mais importante deles, em termos de alcance, tenha sido o “Torrance Tests of Creative Thinking”, abreviado como TTCT - (ou, traduzindo para o português, “Teste Torrance de Pensamento Criativo”), em que Torrance adota os três principais fatores concebidos por Guilford para propor o seu modelo de mensuração da criatividade, e que costuma ser considerado, segundo Almeida *et al.* (2008), uma das melhores formas de mensuração da criatividade já elaboradas.

Assim, investigações como essas começaram a ser feitas também na área da Matemática, muitas delas utilizando os testes já então produzidos para a criatividade geral, enquanto outros instrumentos passaram a ser desenvolvidos com o propósito específico de mensurar a criatividade matemática. Balka (1974), por exemplo, estabeleceu seis critérios para mensurar a habilidade criativa em Matemática com base nas respostas de professores de Matemática do Ensino Básico, educadores matemáticos e matemáticos. Esses profissionais foram expostos a uma lista com vinte e cinco critérios comumente utilizados para a mensuração da criatividade geral e indicaram quais deles eram apropriados para a mensuração da criatividade matemática. Os critérios que foram mencionados por pelo menos 80% de qualquer dos três grupos entraram para a lista, que passou a conter:

- 1) Habilidade de formular hipóteses matemáticas a respeito de causa e efeito em uma situação matemática (divergente).
- 2) Habilidade de determinar padrões em situações matemáticas (convergente).
- 3) Habilidade de romper com padrões de pensamento estabelecidos para obter soluções em uma situação matemática (convergente).
- 4) Habilidade de considerar e avaliar ideias matemáticas não usuais, de pensar em suas consequências para uma situação matemática (divergente).
- 5) Habilidade de perceber o que está faltando em uma situação matemática dada e fazer perguntas que permitirão preencher as informações matemáticas que faltam (divergente).
- 6) Habilidade de dividir problemas matemáticos gerais em subproblemas específicos (divergente) (Balka, 1974, p. 634, tradução nossa).

Podemos perceber que, apesar de não utilizar os conceitos de fluência, flexibilidade e originalidade sugeridos por Guilford (1950), Balka (1974) utiliza as noções de pensamento/produção divergente e pensamento/produção convergente para formular a sua lista de critérios para mensurar a criatividade matemática, noções também concebidas por Guilford (1950).

Com o crescente interesse pelo tema da criatividade, algumas críticas passaram a surgir com relação à grande quantidade de testes psicométricos produzidos na época. Treffinger, Renzulli e Feldhusen (1971) veem a profusão de diferentes testes, todos com o mesmo intuito de mensurar a criatividade, como um problema. Segundo os autores, a origem desse problema está na falta de unidade teórica acerca do tema, de tal forma que “cada instrumento espelha o conjunto particular de crenças e preconceitos do seu criador a respeito da natureza da criatividade” (p. 106, tradução nossa). Um questionamento que podemos fazer a partir dessas afirmações é: em que medida essa crítica se estende para os testes psicométricos da criatividade matemática, uma vez que grande parte desses testes têm origem em conceitos advindos da Psicologia? Por ora, vamos abandonar este debate, mas o retomaremos na seção 2.4.

Apesar de tudo o que se produziu relacionado ao tema da criatividade ao longo dos cinquenta anos a que se refere esta seção, as menções ao termo “criatividade matemática” ainda eram consideradas poucas no contexto da Educação Matemática. Haylock (1987) afirma que “em março de 1985 o banco de dados ERIC⁹

⁹ ERIC faz referência a Education Resources Information Center, um banco de dados on-line para pesquisas na área da Educação. Para mais informações, visite o site <https://eric.ed.gov>.

continha 4732 artigos e relatórios referentes ao tema da criatividade escritos desde 1966, embora apenas alguns deles se relacionassem com a matemática” (p. 60, tradução nossa). Leikin (2013) concorda e constata que o número de publicações relacionadas à criatividade matemática era muito pequeno nas principais revistas de pesquisas entre 1999 e 2009. No Brasil, os estudos acerca do tema são ainda menos numerosos e se concentram majoritariamente nos últimos vinte anos, período que é tema da próxima seção.

2.3 PANORAMA HISTÓRICO - FASE III (2000-2025)

A fase III deste panorama histórico direciona suas atenções para as últimas duas décadas, com o intuito de apresentar um pouco das pesquisas mais recentes acerca do tema da criatividade matemática. É nesta seção que aparecem, também, os primeiros autores brasileiros, já que eles assinam poucas publicações anteriores ao ano de 2000. Ficará evidente, após a leitura desta seção, que a entrada no terceiro milênio trouxe novas formas de abordar o assunto, com outros enfoques e perspectivas, diversos daqueles que vimos até aqui.

Neste ponto da cronologia que estamos tentando traçar, já nos deparamos com visões muito distintas a respeito da criatividade, bem como da criatividade matemática. Poincaré, por exemplo, e outros autores contemporâneos a ele, lidaram com o tema ao analisarem a si mesmos enquanto matemáticos profissionais e refletirem sobre seu próprio processo criativo. Encontramos, por outro lado, autores que desenvolveram modelos de testes psicométricos cujo intuito era mensurar não a sua própria criatividade matemática ou a criatividade matemática de pessoas consideradas excepcionais, mas a de indivíduos quaisquer, e isso poderia ser aplicado, inclusive, a crianças e adolescentes em fase escolar. Poderíamos nos questionar, então: qual é o perfil a que nos referimos quando falamos de pessoas matematicamente criativas? Estamos falando do “gênio” a quem se atribui a façanha de ter produzido a prova definitiva para um teorema importante ou do aluno que propôs uma resolução para um problema matemático considerada diferente em relação aos colegas de classe? Como o leitor deve supor, baseado em tudo o que já foi exposto até aqui, não há uma resposta correta. A profusão de definições de criatividade matemática muito distintas entre si não nos permite dar uma resposta definitiva para esta pergunta. O que temos, por outro lado, são muitas respostas relativas, uma vez

que cada autor trata desse assunto sob uma ótica diferente, baseado nas premissas que escolheu adotar. Isso vai ao encontro do que Rhodes (1961) afirma, ainda na segunda metade do século XX. Segundo o autor, antes do impulso que o tema ganhou devido ao discurso de Guilford em 1950, o termo “criatividade” foi utilizado à vontade, e talvez até levianamente e sem critério. Ele ainda afirma que, em muitos casos, o termo “criativo” se refere a nada além de relaxamento de tensões, desinibição ou liberdade emocional, por exemplo. Para Rhodes (1961, p. 306, tradução nossa), “a palavra que deveria ser reservada para nomear um fenômeno complexo e multifacetado é mal utilizada para nomear apenas uma parte de um fenômeno”. Ainda, “se pequenos talentos são criativos, então já que todo mundo os tem, todo mundo tem uma mente como a de Leonardo” (Barzun *apud* Rhodes, 1961, p. 306, tradução nossa). Não precisamos concordar com tudo o que Rhodes afirma, mas estamos diante de um fato: há, sim, na literatura, uma grande variedade de vieses sob os quais a criatividade matemática foi tratada ao longo dos anos. Mais do que isso, ousamos dizer que as afirmações de Rhodes seguem fazendo sentido para além da década de 1960, que é onde a sua fala se situa temporalmente.

Csikszentmihalyi (1988), ainda no final do século XX, elabora alguns conceitos que podem ajudar a responder ao questionamento que levantamos no parágrafo anterior. Ao apresentar as ideias de Big-C e little-c, o autor encontra uma maneira de diferenciar, bem como de validar, cada uma das formas de criatividade, o que significa dizer que todas elas são possíveis, desde as manifestações infantis mais simples até os feitos mais extraordinários. Little-c faz referência à criatividade de todo dia, que pode ocorrer em casa ou no ambiente de trabalho. Já Big-C tem a ver com a criatividade em um nível mais elevado, que pode ser capaz de afetar toda uma disciplina ou cultura (Simonton, 2013).

Avançando cronologicamente para o período a que se refere esta seção, Leikin (2013) elabora dois conceitos que vão na mesma direção dos concebidos por Csikszentmihalyi (1988), mas no contexto da Educação Matemática. A autora propõe fazer uma diferenciação entre criatividade absoluta e criatividade relativa. “A *criatividade absoluta* está associada a descobertas que fazem avançar a matemática como ciência. A *criatividade relativa* faz referência a descobertas de uma pessoa específica dentro de um grupo de referência específico” (p. 387, tradução nossa, grifos da autora). Boden (2004) acrescenta: “As crianças podem ter ideias que são novas para elas, mesmo que já estejam nos livros didáticos há anos. Alguém que

tem uma ideia brilhante não é necessariamente menos criativo só porque alguém a teve antes” (p. 2, tradução nossa).

Assim, segundo esse quadro teórico, mais abrangente e inclusivo, podemos dizer que diferentes perfis de indivíduos são contemplados de alguma forma pela definição de criatividade matemática. Sriraman (2004) aponta na mesma direção ao sugerir que os muitos modelos existentes de pesquisa na área sejam adaptados para incluir amostras de criatividade produzidas nas escolas, uma vez que grande parte dos estudos já desenvolvidos focam apenas naqueles indivíduos responsáveis por grandes descobertas. O autor deixa claro que até mesmo a definição de criatividade matemática depende do contexto em questão. Para ele, ela é “o processo que resulta em soluções incomuns e perspicazes¹⁰ de um determinado problema, independentemente do nível de complexidade” (Sriraman, 2004, p. 20, tradução nossa), mas, no contexto que envolve os matemáticos profissionais, “a criatividade é definida como a publicação de resultados originais em revistas de pesquisa matemática proeminentes” (Sriraman, 2004, p. 20, tradução nossa).

Com relação às pesquisas brasileiras, elas são bem menos numerosas, como já foi mencionado anteriormente. Para citar um pouco do que vem sendo pesquisado no cenário nacional, há publicações com enfoque sobre os aspectos coletivos da criatividade matemática (Carvalho; Gontijo; Fonseca, 2023) e sobre o potencial da proposição de problemas no desenvolvimento da criatividade matemática (Vieira; Possamai; Allevato, 2023), por exemplo. Gontijo (2006) define a criatividade em Matemática como

[...] a capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma seqüência de ações (p. 4).

Como podemos ver, esta definição é mais detalhista e específica do que a apresentada por Sriraman (2004), apesar de os dois autores serem contemporâneos e de ambos apontarem a necessidade de se incluir os estudantes no

¹⁰ Aqui, optamos por traduzir “insightful” como “perspicazes” por entender que talvez não haja uma tradução exata para o português do adjetivo que caracteriza algo que foi gerado por meio de um insight.

universo de pesquisas que envolvem a criatividade matemática. Isso só mostra, mais uma vez, a profusão de diferentes definições existentes para o mesmo termo.

Outro enfoque que vem recebendo atenção é o que relaciona a criatividade matemática à superdotação, assunto que ficou ainda mais em evidência a partir de 2008, quando foi criado o International Group for Mathematical Creativity and Giftedness (ou, traduzindo para o português, Grupo Internacional para a Criatividade Matemática e a Superdotação). Por meio das conferências realizadas por esse grupo, a cada dois anos, aproximadamente, são divulgadas pesquisas acerca da criatividade matemática, da superdotação, ou da relação entre os dois temas.

Além disso, podemos citar os estudos referentes aos tipos de problemas matemáticos e sua relação com a criatividade matemática, enfatizando, acima de tudo, os tipos de problemas que têm potencial para desenvolvê-la. Esse assunto, no entanto, será abordado de forma mais profunda no próximo capítulo.

Vale ressaltar, antes de encerrar esta seção, que as pesquisas utilizando os conceitos de fluência, flexibilidade e originalidade, surgidos na segunda metade do século XX, continuam a ser desenvolvidas em grande quantidade até os dias de hoje. Muitas dessas pesquisas têm aspecto psicométrico, como Leikin (2013), Shriki (2013), Arefi e Jalali (2016), Amaral (2016) e Walia e Walia (2017), mas uma grande quantidade delas tem outros objetivos, apesar de utilizarem a mesma base teórica elaborada por Guilford na segunda metade do século XX. Um exemplo é o estudo desenvolvido por Amaral e Carreira (2017), em que os parâmetros de fluência, flexibilidade e originalidade são utilizados como referencial teórico adaptados à resolução de problemas matemáticos, mas cujo objetivo não é o da busca por maneiras de mensurar a criatividade matemática dos participantes da pesquisa, e sim “descrever, caracterizar e compreender a criatividade matemática manifestada nas respostas produzidas por alunos do Ensino Básico” (p. 880).

2.4 A BUSCA POR CRITÉRIOS DE MENSURAÇÃO DA CRIATIVIDADE MATEMÁTICA

Antes de dar início, de fato, a esta seção, devemos fazer um esclarecimento com relação ao termo “mensuração”. Na literatura em língua inglesa, é muito comum encontrarmos o termo “measurement” para fazer referência ao processo de medição, ou mensuração, da criatividade. Em português, o que

encontramos com mais frequência é o termo “avaliação”. Segundo Gontijo *et al.* (2019),

[...] o sentido da avaliação realizada no cotidiano escolar difere do sentido que empregamos aqui ao nos referirmos à avaliação da criatividade. No primeiro caso, a avaliação é processual, recorrente, e envolve a aplicação de múltiplos instrumentos e procedimentos a fim de acompanhar as aprendizagens dos estudantes. O sentido aqui empregado remete à aplicação de testes e levantamento de escores de acertos e erros. Mesmo reconhecendo que esses dois tipos de avaliação são distintos, optamos por utilizar o termo avaliação da criatividade quando, de fato, estamos nos referindo a mensuração de criatividade (p. 79).

Nesta tese, optamos por usar “mensuração” – e é o que faremos daqui em diante, exceto nos casos em que o autor citado utilize outro termo - por acreditarmos que é um termo mais preciso e livre de ambiguidades, já que o contexto a que estamos nos referindo tem relação com os aspectos psicométricos da criatividade matemática.

A ideia de escrever esta seção surgiu da constatação, após um longo período de leituras e pesquisas, de que uma parte muito importante da literatura a respeito do nosso tema central recai sobre métodos e critérios de mensuração da criatividade matemática, o que muitos autores chamam de testes psicométricos da criatividade matemática e que tem sua origem nos testes psicométricos da criatividade geral. Grande parte desses testes foram desenvolvidos a partir dos já citados critérios de fluência, flexibilidade e originalidade, ainda que muitos outros tenham sido produzidos com base em outros fatores. Independentemente dos critérios adotados em cada teste, o que queremos enfatizar aqui é a sua essência psicométrica, o que significa que, por meio de diferentes escalas e modelos, eles têm como objetivo mensurar a criatividade – ou criatividade matemática - de um determinado grupo de indivíduos, fazendo a atribuição, muitas vezes, de uma pontuação para cada participante da pesquisa. São, portanto, estudos essencialmente quantitativos. Inicialmente, o assunto atraiu nossa atenção e nossa curiosidade, dada a quantidade de trabalhos publicados com esse enfoque, dos quais a maioria faz uso dos critérios concebidos por Guilford. No entanto, o amadurecimento da nossa pesquisa nos fez refletir acerca de algumas questões, e foi nesse processo de reflexão e aprofundamento que encontramos críticas aos inúmeros testes psicométricos da criatividade que borbulharam na segunda metade do século XX, assunto sobre o qual já falamos brevemente na seção 2.2 e retomaremos agora.

Com relação à criatividade geral, Plucker e Runco (1998) afirmam, já perto da virada do milênio, que a visão mais contemporânea acerca do tema vinha se afastando da abordagem psicométrica. Segundo Treffinger, Renzulli e Feldhusen (1971), um dos motivos para esse afastamento era a falta de unidade teórica a respeito do assunto, resultando em inúmeros diferentes testes, modelados de acordo com as crenças de cada autor. Além disso, muitas críticas também foram feitas com base na validade e na confiabilidade desses testes (Haylock, 1987). Assim, “praticamente todo o trabalho atual sobre criatividade é baseado em metodologias que são de natureza psicométrica ou foram desenvolvidas em resposta a fraquezas percebidas na mensuração da criatividade” (Plucker; Runco, 1998, p. 36, tradução nossa). Alguns autores do final do século XX e início do século XXI, como Treffinger e Poggio (1972), Plucker e Runco (1998) e Piffer (2012) se aprofundam nessa questão, trazendo suas opiniões por vezes contra, por outras em favor dos testes psicométricos da criatividade e, aqui, mais uma vez, não iremos nos aprofundar, pois o debate adentra os limites da Psicologia. Como podemos ver, independentemente das respostas que esses estudos possam oferecer, criatividade geral e criatividade matemática, bem como Psicologia e Educação Matemática, acabam, mais uma vez, se entrelaçando. A impressão que temos é a de que é extremamente difícil tratar de aspectos psicométricos da criatividade matemática sem precisar lidar com os aspectos psicológicos da criatividade geral.

A explicação apresentada no parágrafo anterior tem como único objetivo expor os motivos pelos quais decidimos não trilhar esse caminho – o da mensuração da criatividade matemática, com a ajuda de testes psicométricos. Em primeiro lugar, a grande quantidade de pesquisas já existentes com a finalidade de mensurar a criatividade matemática de estudantes, ainda que poucas no Ensino Superior, nos fez refletir acerca da utilidade e da contribuição que a nossa pesquisa poderia oferecer. Além disso, o debate acerca da confiabilidade dos testes acaba ficando muito restrito à área da Psicologia e, dessa forma, não nos sentimos aptas a compreender com profundidade todas as nuances que a questão exige. Por fim, não estamos convencidas da importância de se *mensurar* a criatividade matemática de indivíduos, uma vez que não temos interesse em ranqueá-los do mais ao menos criativo. Além disso, o tipo de abordagem quantitativa dos testes psicométricos interessa a nós, inseridas no contexto da Educação Matemática, muito menos do que as abordagens qualitativas. Acreditamos que mais importante do que mensurar é

tentar compreender o processo de criatividade matemática, com toda a complexidade que lhe é inerente. Esse processo de compreensão mais ampla pode nos permitir, em algum momento, atingir objetivos mais ambiciosos, descobrindo como estimular a criatividade matemática, criando condições e ambientes favoráveis às suas manifestações. Estamos tratando de um fenômeno influenciado por diversos fatores, muitos deles de caráter subjetivo, o que dificulta a tarefa, que os estudos quantitativos exigem, de isolar o fenômeno em questão para mensuração. Ainda, segundo Sriraman (2004), a abordagem psicométrica se baseia, basicamente, em *quantificar* a noção de criatividade com o auxílio de tarefas que envolvem papel e lápis. Esse tipo de abordagem, que resulta em pontuações numéricas, falha em capturar o conceito de criatividade. Alguns pesquisadores defendem que se use outros tipos de produções, mais significativas, e que elas possam ser avaliadas de forma subjetiva por um painel de especialistas, ao invés de simplesmente confiar em uma medida numérica (Sternberg; Lubart, 1999; Sriraman, 2004).

Assim, pelos motivos expostos até aqui, entendemos que precisamos nos afastar das abordagens psicométricas tão comuns nesse contexto e, lembrando o termo utilizado na frase que delimita o objetivo desta pesquisa – investigação, ao invés de mensuração – vamos retomar esse assunto de forma breve antes de encerrar a seção.

No Capítulo 1, apresentamos o desenho da nossa pesquisa. Lá, definimos quatro elementos estruturantes – o tema central, o contexto, o objetivo e a forma, e estabelecemos as justificativas para os dois primeiros. Agora, queremos justificar o terceiro deles: o objetivo de analisar critérios de investigação da criatividade matemática.

O interesse pelos critérios surgiu aos poucos, conforme avançamos nas leituras e percebemos a posição central que esse tema ocupa na bibliografia a respeito do assunto. Como deve ter ficado evidente após a leitura deste capítulo, grande parte das pesquisas envolve, de alguma forma, critérios, que podem ser utilizados para mensurar a criatividade matemática, na maioria dos casos, mas também para tentar descrevê-la ou para investigá-la mais a fundo. Apesar da predominância do trio de critérios elaborados por Guilford (1950) – fluência, flexibilidade e originalidade – no cenário das pesquisas acerca do tema, nós não estamos convencidas de que eles são, de fato, os mais adequados para tratarmos da criatividade matemática. Parece-nos que há outras possibilidades que ainda não

foram colocadas à prova. Assim, entendemos que podemos contribuir com as pesquisas ao seguir por este caminho.

Com relação à mensuração, nossa opinião já foi exposta, e ela é o motivo pelo qual decidimos, no nosso objetivo de pesquisa, utilizar o termo “investigação”, já que os critérios que queremos analisar não serão aplicados aos problemas propostos como forma de mensurá-los, mas sim como uma forma de investigá-los.

O próximo capítulo tratará do quarto e último elemento do nosso desenho de pesquisa: a forma.

3 OS PROBLEMAS MATEMÁTICOS E A CRIATIVIDADE

As possibilidades de abordagem ao estudo da criatividade matemática, como já pudemos ver, são muitas, mas as pesquisas que relacionam o tema à Matemática escolar estão, geralmente, associadas à resolução de problemas e, mais recentemente, à proposição de problemas¹¹. Silver (1997) assegura que há uma conexão entre esses tipos de atividades e aspectos importantes da criatividade matemática. O autor ainda reforça a sua opinião traçando uma comparação entre o que ele chama de visão clássica da criatividade matemática, ou seja, aquela em que os atos criativos são tidos como feitos raros produzidos por gênios, e o que denomina de visão contemporânea, isto é, aquela que sugere que a criatividade não ocorre por meio de insights¹² repentinos, mas é, por outro lado, resultado de grande esforço e reflexão:

As visões clássica e contemporânea da criatividade diferem com respeito à natureza de aspectos da criatividade tais como “insight” e com relação à distribuição da capacidade de atividade criativa na população. Mas há pouca discordância entre essas visões de criatividade quanto à centralidade dos processos generativos de proposição de problemas e resolução de problemas na atividade criativa (Silver, 1997, p. 76, tradução nossa, grifo do autor).

No Brasil, Gontijo (2006) destaca que, na literatura referente ao tema, podemos encontrar publicações que vêm privilegiando estratégias como a resolução de problemas e a formulação de problemas tanto para o desenvolvimento da criatividade matemática quanto como meio para a sua avaliação. Haylock (1984) desenvolve uma bateria de testes utilizando essas duas estratégias, além da redefinição¹³, para investigar a criatividade matemática de estudantes com idades

¹¹ Aqui, cabe esclarecer que o termo “resolução de problemas” faz referência à atividade de resolução de problemas matemáticos, e não especificamente à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Quanto ao termo “proposição de problemas”, algumas variações poderão ser encontradas ao longo desta tese, como “elaboração de problemas”, “formulação de problemas” e “criação de problemas”, o que depende do autor citado. Na próxima seção, esclareceremos qual termo será utilizado por nós nesta pesquisa.

¹² O termo “insight” costuma aparecer em textos relacionados à criatividade, tanto em inglês quanto em português. Entendemos que o seu significado é análogo ao da “iluminação”, já mencionada neste trabalho anteriormente, no momento em que a discussão girava em torno do fato de a iluminação ocorrer de forma repentina ou após um grande esforço consciente.

¹³ A redefinição é definida por Haylock (1984) como sendo mais uma das formas segundo as quais a produção divergente de crianças em idade escolar pode ser avaliada. Isso acontece ao fornecer para os estudantes “situações às quais eles podem responder de muitas maneiras diferentes e originais somente redefinindo continuamente os elementos da situação em termos de seus atributos matemáticos” (p. 67, tradução nossa). O problema relacionado aos números 16 e 36 e que está descrito na página 31 desta tese é um exemplo de redefinição fornecido pelo próprio autor.

entre 11 e 12 anos. Vieira, Possamai e Allevato (2023) desenvolvem uma atividade de proposição de problemas com uma turma de estudantes do primeiro ano do Ensino Fundamental e concluem que tal atividade possui grande potencial de desenvolver a criatividade matemática. Outros exemplos de pesquisas em que a criatividade matemática está relacionada às atividades de resolução e/ou de proposição de problemas podem ser encontrados em Shriki (2013), Amaral (2016), Amaral e Carreira (2017).

Assim, com base nessas afirmações e na sugestão que elas fornecem de que a relação entre os tipos de atividades em questão e a criatividade matemática realmente existe, nós decidimos utilizar atividades de proposição de problemas como forma de atingir o nosso objetivo de pesquisa. Ainda que não estejamos lidando com níveis do Ensino Básico, como alguns dos autores aqui citados, acreditamos que a relação mencionada nos últimos parágrafos também é válida para o Ensino Superior.

Na próxima seção, iremos nos aprofundar no tema da proposição de problemas e suas relações com a criatividade matemática, mas ainda falta justificar, como o leitor pode estar imaginando, a nossa decisão por optar pela proposição de problemas como forma de investigação em detrimento da resolução de problemas. Essa decisão se deu por motivos que vamos esclarecer a seguir.

3.1 PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS E A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA

Apesar de termos apresentado alguns trabalhos que utilizam a proposição de problemas para investigar, avaliar, desenvolver a criatividade matemática, ela não é a estratégia mais utilizada, e só passou a figurar nas publicações mais recentemente. Segundo Singer e Voica (2015), a resolução de problemas é, tradicionalmente, o contexto mais utilizado para estudar a criatividade dos estudantes. No entanto, tem havido críticas acerca do fato de que eles são raramente motivados a propor os seus próprios problemas, atividade que, segundo correntes construtivistas contemporâneas, deveria fazer parte do currículo de Matemática (Silver, 1994), o que já acontece há anos com a resolução de problemas (Silver; Cai, 2005). A proposição de problemas, por outro lado, sempre recebeu menos atenção da comunidade acadêmica, mas esse quadro vem mudando recentemente graças a um interesse nesse tipo de atividade tanto como um meio de instrução quanto como um objeto de instrução.

Csikszentmihalyi (1988), no campo da Psicologia, faz uma conexão entre a proposição de problemas e a criatividade. O autor, ao relacionar a criatividade às descobertas científicas, critica a afirmação de que “a criatividade nada mais é do que resolver problemas” (p. 160, tradução nossa) e destaca que a “propriedade exclusiva da descoberta científica é a proposição de problemas, e não a resolução de problemas” (p. 160, tradução nossa). Ele se apoia no argumento de que o processo racional de resolução de um problema pode ser executado até por um computador, desde que alimentado com os dados corretos. Neste ponto, podemos encontrar convergências entre as suas ideias e as de Poincaré, quando o último afirma que “invenção é discernimento, escolha (Poincaré, 1913, p. 386, tradução nossa).

Laycock (1970), ao refletir quanto a uma definição clara de “matemática criativa”, questiona: “se ensinamos uma matemática que pede apenas respostas corretas, por que desperdiçar nosso tempo? Computadores podem fazer isso. No entanto, a tecnologia exige que nós eduquemos as crianças para resolver problemas que ainda não foram propostos” (p. 325, tradução nossa), ou poderíamos acrescentar à fala da autora: para propor os problemas que ainda não foram propostos. As críticas vão além:

A formulação de um problema é frequentemente mais essencial do que a sua solução, que pode ser apenas uma questão de habilidade matemática ou experimental. Levantar novas questões, novos problemas, considerar velhos problemas a partir de um novo ângulo, requer imaginação criativa e marca avanços reais na ciência (Einstein; Infeld, 1938 *apud* Csikszentmihalyi, 1988, p. 160, tradução nossa).

Na mesma direção, Sternberg e Lubart (1991) afirmam que

[...] indivíduos criativos são frequentemente mais renomados não por resolverem problemas, mas por formulá-los. Não é que eles tenham encontrado as respostas “certas” (muitas vezes não há nenhuma); em vez disso, eles fizeram as perguntas certas – eles reconheceram problemas significativos e substanciais e optaram por abordá-los (p. 609, tradução nossa, grifos dos autores).

No entanto, é raro que as escolas deem essa oportunidade aos estudantes. O que ocorre, na maioria das vezes, é que eles sejam solicitados a resolver os problemas que lhes são propostos e, caso o façam de formas alternativas àquelas pensadas por quem os propôs, as respostas são simplesmente tidas como incorretas (Sternberg; Lubart, 1991).

Assim, é com base nesses autores que justificamos a nossa decisão por direcionar a pesquisa para a proposição de problemas. Antes de nos

aprofundarmos no assunto, no entanto, é necessário fazer um esclarecimento a respeito dos vários termos utilizados nesse contexto.

Segundo Allevato e Possamai (2022), há diversas maneiras por meio das quais a atividade de criação de problemas matemáticos vem sendo nomeada. Em inglês, é comum que encontremos o termo “problem posing¹⁴”. Em português, podemos encontrar os termos “elaboração”, “proposição” e “formulação”, mas sem um aprofundamento maior com relação aos seus significados. As autoras afirmam:

[...] estamos utilizando a expressão *proposição de problemas* para denotar todo o conjunto de ideias que constitui os processos envolvendo a *criação de problemas*, que inicia com a organização e construção das primeiras ideias matemáticas e da estrutura de constituição de problema – *formulação*; e avança para a sua expressão, na qual se estabelece o enunciado, associando as linguagens materna e matemática – *elaboração*. Então, a proposição segue para a *apresentação* do problema criado a um potencial resolvidor (Allevato; Possamai, 2022, p. 156, grifos das autoras).

Assim, tomando como referência as autoras acima mencionadas, optamos por adotar o termo “proposição de problemas” nesta tese. Além de ser um termo já utilizado na língua portuguesa, acreditamos que é a melhor opção de tradução para o termo “problem posing”, o mais utilizado na língua inglesa.

Com relação à definição do termo, encontramos alguma variedade. Vamos apresentar, a seguir, alguns autores que se dedicaram ao tema, abordando as suas definições e alguns exemplos, com o objetivo de facilitar a compreensão do assunto.

Vieira, Possamai e Allevato (2023) assumem que a proposição de problemas é uma atividade na qual tanto professores quanto estudantes podem assumir o papel de criadores de problemas matemáticos, isto é, a criação de um problema matemático deixa de ser exclusividade dos professores e passa a ser uma possibilidade também para os estudantes.

Para Silver (1994), a “proposição de problemas se refere tanto à geração de novos problemas quanto à reformulação de problemas dados” (p. 19, tradução nossa). Para o autor, a reformulação de problemas dados é uma etapa do processo de resolução de problemas e consiste em formular vários novos problemas mais simples, a partir daquele original, com o intuito de conseguir resolvê-lo. Há casos,

¹⁴ Outros termos que podem ser encontrados na língua inglesa são “problem finding”, “problem sensing”, “problem formulating”, “creative problem-discovering”, “problematising”, “problem creating”, “problem envisaging” (Singer; Pelczer; Voica, 2011).

no entanto, em que não se quer resolver um problema, mas sim criar um novo. Nessas situações, a proposição de problemas se dá ao imaginar novos problemas que poderiam surgir a partir de um problema original já resolvido. Segundo Silver (1994, p. 20, tradução nossa), a pergunta “que conduz esses tipos de proposição de problemas é: Que novos problemas são sugeridos por essa situação, problema ou experiência?”.

Para Stoyanova (1997), a proposição de problemas matemáticos é definida “como o processo pelo qual, com base em sua experiência matemática, estudantes constróem interpretações pessoais de situações concretas e as formulam como significativos problemas matemáticos bem estruturados” (p. 5, tradução nossa), em que, segundo a autora, problemas matemáticos são bem estruturados quando o seu objetivo pode ser determinado por todos os elementos fornecidos, bem como pelas relações existentes entre esses elementos. Nessa obra, a autora faz uma classificação das situações que envolvem a proposição de problemas em três grandes categorias, e segundo ela, todas as situações podem ser enquadradas em uma das três: livre, semiestruturada ou estruturada. Aqui, vamos utilizar os nomes das categorias no feminino porque cada uma delas abrange um conjunto de situações matemáticas que envolvem a proposição de problemas.

Nesse contexto, uma situação matemática “é descrita como livre quando os estudantes são simplesmente solicitados a propor um problema a partir de uma situação artificial ou natural” (Stoyanova, 1997, p. 6, tradução nossa). Nesses casos, a estrutura da situação é aberta e algumas direções podem ser fornecidas, como pedir para os estudantes proporem um problema para uma competição matemática ou então pedir que proponham um problema que eles gostem de resolver. Como exemplo dessa categoria, Stoyanova (1997) sugere uma situação que envolve o uso de um conceito específico: “Invente alguns problemas relacionados ao triângulo retângulo” (p. 64, tradução nossa).

Uma situação é chamada de “semiestruturada quando os estudantes recebem uma situação por meio da qual são convidados a explorar e formular um problema que se baseie no conhecimento, nas habilidades, nos conceitos e nos padrões adquiridos em suas experiências matemáticas anteriores” (p. 6, tradução nossa). A autora propõe:

Ontem à noite houve uma festa e a campainha do anfitrião tocou 10 vezes. Na primeira vez que a campainha tocou apenas um convidado

chegou. A cada vez que a campainha tocava depois disso, chegavam três convidados a mais do que haviam chegado no toque anterior. Proponha quantas questões puder. Tente colocá-las em uma ordem adequada (p. 66, tradução nossa).

Ou ainda, “invente alguns problemas que podem ser resolvidos usando o cálculo: $2 \times 15 + 10 \div 2 - 4$ ” (p. 67, tradução nossa).

Por fim, uma situação matemática é descrita como “estruturada quando as atividades de proposição de problemas são baseadas em um problema ou solução específicos” (p. 6, tradução nossa). Por exemplo, “no problema abaixo adicione ou altere alguma informação de tal forma que a abordagem da solução seja afetada: de quantas maneiras 2 meninas e 3 meninos podem ficar em uma fila?” (p. 73, tradução nossa).

É importante deixar claro, como a autora faz questão de afirmar, que os limites entre as três categorias nem sempre estão bem definidos, mas elas ainda assim são úteis na função de ajudar os pesquisadores a fazerem escolhas adequadas de acordo com seus objetivos. Muitos outros exemplos podem ser encontrados em Stoyanova (1997).

Para Zhang e Cai (2021), que desenvolveram um estudo com professores para compreender melhor como se dá o ensino de Matemática por meio de atividades de proposição de problemas,

[...] a proposição de problemas matemáticos é o processo de formular e expressar um problema dentro do domínio da matemática. Ao contrário da resolução de problemas, o foco na proposição de problemas está na geração de problemas baseados em situações, e os problemas são os objetos de estudo (p. 2, tradução nossa).

Na pesquisa em questão, a proposição de problemas pode acontecer de duas formas distintas, conforme definição dos autores. Na primeira delas, os estudantes devem propor problemas alterando problemas existentes, isto é, reformulando-os. Na segunda, os estudantes devem propor problemas baseados em situações dadas, o que pode incluir diagramas ou expressões matemáticas. Um exemplo do segundo caso fornecido pelos autores é o que envolve equações. Este conteúdo foi escolhido por um dos professores durante a pesquisa porque, “no passado, os estudantes conseguiam resolver equações mas talvez não entendessem o significado da resolução de equações para resolver problemas da vida real” (p. 8, tradução nossa). O que normalmente acontece quando não se usa a proposição de problemas é que os estudantes recebem problemas e devem resolvê-los montando equações. Zhang e Cai (2021) ainda acrescentam que “fornecer equações e pedir aos

alunos que propusessem problemas matemáticos foi um desafio para os estudantes porque isso representa uma espécie de pensamento inverso” (p. 8, tradução nossa).

De acordo com Zhang e Cai (2021), as atividades que envolvem proposição de problemas têm muitos benefícios a oferecer aos estudantes, como o fato de serem cognitivamente exigentes, já que requerem uma reflexão acerca dos aspectos que dizem respeito à estrutura e ao objetivo do problema. Além disso,

[...] podem proporcionar aos estudantes oportunidades de aprendizagem com piso baixo e teto alto. Há um piso baixo porque todos os estudantes e professores estudados foram capazes de propor problemas. Há um teto alto porque estudantes e professores podem usar todo o seu potencial para entender a situação de proposição de problemas e depois propor problemas complexos (p. 2, tradução nossa).

É importante notar que alguns dos autores apresentados aqui se dedicaram ao estudo da proposição de problemas, mas não necessariamente à sua relação com a criatividade matemática. Stoyanova (1997), por exemplo, utiliza quase um capítulo inteiro de sua tese para abordar os impactos das atividades de proposição de problemas no ensino da Matemática – como um componente da avaliação dos estudantes, como uma forma de aprimorar as habilidades deles na resolução de problemas, como uma forma de ampliar a sua compreensão a respeito de importantes conceitos matemáticos, entre outros. Assim, o seu foco é essencialmente a proposição de problemas, sem tratar da sua relação com a criatividade matemática.

Singer, Pelczer e Voica (2011), por outro lado, tratam diretamente da relação entre criatividade matemática e proposição de problemas. Os autores desenvolveram um estudo com 120 crianças romenas que haviam participado de um acampamento de verão, para o qual foram selecionadas entre milhares de outras crianças por meio de uma competição nacional, ou seja, todos os 120 participantes da pesquisa eram crianças com experiência em resolução de problemas. A elas foi solicitado que criassem dois problemas: um fácil e um difícil. Também foram solicitadas que entregassem suas propostas alguns dias depois, incluindo as soluções dos problemas. A análise dos dados, feita após entrevista com 40 das 120 crianças, revelou situações interessantes. Na busca por originalidade, os autores da pesquisa iniciaram a análise pelos problemas que pareciam se situar mais longe dos problemas escolares convencionais. A título de exemplo, um problema convencional exposto pelos autores foi: “Quais são os valores de x se: a) $7 + x \leq 40 - 5 \times 5 + 30$ e b) $x - 4 + 7 \geq 30 + 5 - 20 \div 4$ ” (p. 4, tradução nossa). Outra criança propôs: “Eu tenho 13

anos e a minha irmã é 3 anos mais nova do que eu. Qual será a diferença de idade entre nós daqui a 5 anos?” (p. 5, tradução nossa). Claramente, como afirmam os autores, trata-se de uma charada, já que a diferença de idade entre as irmãs permanecerá sempre a mesma. No entanto, a solução dada pela criança – a resolução de uma equação que acaba, por fim, fornecendo o valor 3 – sugere que ela não estava ciente desse fato. Na avaliação de Singer, Pelczer e Voica (2011), o problema sugerido por esta criança se afasta dos convencionais, mas eles questionam: “isso é o resultado de uma capacidade criativa ou apenas a consequência de um treinamento intensivo?” (p. 5, tradução nossa). Eles ainda defendem que um problema não deve ser formulado apenas pelos seus algebrismos e que, no caso desse problema, eles são apenas uma forma de criptografar o que pode ser deduzido por meio do texto. “Esse exemplo é um argumento em favor da suposição de que o grau de convencionalidade de um problema não é suficiente para decidir se o estudante age ou não criativamente ao conceber um problema”. O trabalho desses autores é muito mais extenso do que o que está sendo apresentado aqui, mas as conclusões a que eles chegam por meio da primeira análise dos problemas propostos é que

[...] ao se depararem com uma atividade de proposição de problemas, os estudantes procedem por analogia. Eles partem de um problema conhecido e variam um ou mais parâmetros, obtendo uma reformulação do problema inicial. Assim, eles recorrem a uma transferência, geralmente uma transferência próxima¹⁵, mais frequentemente baseada em analogia. No entanto, uma categoria mais restrita de estudantes tenta criar novos contextos dentro da atividade de proposição de problemas (Singer; Pelczer; Voica, 2011, p. 7, tradução nossa).

Antes de finalizar o capítulo, é preciso deixar claro que, se para alguns autores, que já foram mencionados anteriormente, a relação entre criatividade matemática e proposição de problemas parece óbvia, para outros ainda restam dúvidas quanto à natureza dessa relação. Silver (1994) afirma que ela não é assim tão evidente. Singer, Pelczer e Voica (2011) questionam: “em que medida a produção de problemas valida ou não as capacidades criativas dos estudantes?” (p. 2, tradução nossa). Na tentativa de encontrar uma relação, alguns estudos começaram a ser desenvolvidos (Leung, 1997). Yuan e Sriraman (2011) realizam testes com crianças dos Estados Unidos e da China para investigar a relação entre a proposição de

¹⁵ Transferência próxima é a forma como traduzimos o termo “near transfer”. Mais detalhes serão fornecidos no próximo capítulo, em que apresentaremos os critérios para a análise dos dados desta pesquisa.

problemas e a criatividade matemática, entre outros objetivos. Nesse caso, a criatividade matemática é avaliada por meio do TTCT (Torrance Tests of Creative Thinking), já mencionado no capítulo 2, utilizando os critérios de fluência, flexibilidade e originalidade. A conclusão a que eles chegam é que existem diferenças entre o grupo de estudantes estadunidenses e o grupo de estudantes chineses no que diz respeito à relação entre habilidades na proposição de problemas e a criatividade matemática. Portanto, os autores sugerem que pode até haver uma relação, mas afirmam que isso é uma conjectura e que mais pesquisas precisam ser desenvolvidas para que algo possa ser afirmado com mais certeza. Eles ainda afirmam que “pode não haver correlações consistentes entre criatividade e habilidades de proposição de problemas matemáticos, ou, pelo menos, que as correlações entre criatividade e habilidades de proposição de problemas matemáticos são complexas” (Yuan; Sriraman, 2011, p. 25, tradução nossa).

Nós tendemos a concordar com os autores que afirmam que criatividade matemática e proposição de problemas se relacionam de forma positiva, mas aceitamos o fato de que os estudos que se aprofundam nessa relação são escassos, e esse é um dos motivos pelos quais decidimos percorrer esse caminho na nossa pesquisa.

Para finalizar este capítulo, vamos voltar a abordar brevemente alguns detalhes com relação à definição de criatividade matemática, visando fazer uma preparação para o que vem a seguir, no capítulo referente aos encaminhamentos metodológicos. Tal questão segue sem consenso e é tema de muitos debates, ainda hoje. A nossa decisão de não insistir nessa busca está baseada no fato de que acreditamos, após muitas leituras, que o tema pode ser desenvolvido a despeito da ausência de uma definição única, como vem acontecendo há décadas. MacKinnon (1970 *apud* Haylock, 1987) afirma que

[...] a criatividade é melhor concebida como um fenômeno multifacetado do que como uma construção teórica a ser definida precisamente. Uma abordagem para o estudo da criatividade matemática em crianças em idade escolar seria não começar com uma definição claramente formulada, mas considerar ideias associadas à criatividade em geral e selecionar aquelas ideias consideradas mais relevantes para crianças que fazem matemática nas escolas (p. 63, tradução nossa).

Acreditamos nisso e julgamos poder transpor essa realidade para o universo dos estudantes do Ensino Superior. Assim, o que veremos no início do

próximo capítulo, que trata da metodologia da pesquisa, não é a nossa definição categórica de criatividade matemática, pois isso demandaria um esforço que constituiria uma pesquisa à parte. Alternativamente, o que encontraremos é a definição que escolhemos adotar neste momento e que nos serviu como fio condutor, juntamente com a definição de proposição de problemas adotada, para a elaboração dos critérios que foram utilizados na investigação dos problemas propostos.

4 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

Iniciaremos este capítulo explicando a sua divisão em três partes: na primeira delas, apresentaremos as informações referentes à aplicação da pesquisa de campo; na sequência, abordaremos os critérios que foram utilizados para a investigação dos problemas propostos; por fim, apresentaremos o instrumento de pesquisa e as razões pelas quais escolhemos cada atividade que o compõe. Mas, antes disso, faremos algumas breves e importantes considerações prévias acerca de definições e posicionamentos que orientaram o restante do trabalho.

A esta altura, já deve estar claro que esta pesquisa se apoia essencialmente em duas grandes bases teóricas. A primeira delas é a da criatividade matemática, que, por ser o tema da tese, é o assunto no qual nos aprofundamos mais. A segunda base teórica é a proposição de problemas, que se configura, neste contexto, como a forma que encontramos para realizar a investigação que estamos propondo. Antes de tecer alguns comentários a respeito dessas duas bases teóricas, vale ressaltar que tão importante quanto considerá-las separadamente é considerar a relação entre elas e os seus desdobramentos. Assim, tudo o que será apresentado daqui em diante foi pensado levando em consideração essa relação.

Quanto à criatividade matemática, muito já foi esclarecido no panorama histórico que traçamos, como definições e diferentes perspectivas segundo as quais o assunto foi tratado ao longo dos anos. Entendemos que agora é o momento de apresentarmos a nossa posição com relação ao tema. Isso é o que faremos nos próximos parágrafos.

Com relação às várias perspectivas segundo as quais se pode abordar o assunto, escolhemos seguir aquela mais alinhada à visão contemporânea, que, de acordo com Silver (1997), é oposta à “genius view”, ou, traduzindo para o português, uma visão segundo a qual a criatividade matemática é tida como “coisa de gênios”. Segundo a visão contemporânea, “a criatividade é frequentemente associada a longos períodos de trabalho e reflexão, em vez de insights rápidos e excepcionais; e é suscetível a influências instrucionais e experienciais” (p. 75, tradução nossa). Ainda, “essa visão sugere que o ensino enriquecido pela criatividade pode ser apropriado para uma ampla gama de estudantes, e não apenas para alguns indivíduos excepcionais” (p. 76, tradução nossa). Nesta tese, optamos por adotar essa visão por acreditarmos que, dessa forma, temos mais a contribuir. Além disso, se a

“necessidade de criar é uma parte saudável do ser humano”, conforme afirma Alencar (2007, p. 45), é natural que a visão adotada para desenvolver esta pesquisa seja mais inclusiva e que não considere apenas aqueles indivíduos tidos como excepcionais.

Com relação à definição de criatividade matemática, um pouco já foi dito no capítulo anterior. Tomamos a decisão de não buscar uma definição única, que contemple todos os contextos e que abarque todas as características que podem estar relacionadas a ela. Basta observar o Apêndice A para notar como este trabalho pode ser desafiador. Assim, optamos por indicar aqui uma definição sugerida por Sriraman (2004) que consideramos ampla e menos restritiva: a criatividade matemática é “o processo que resulta em soluções incomuns e perspicazes para um determinado problema, independentemente do nível de complexidade” (p. 20, tradução nossa). Entendemos que essa definição não se aplica somente à resolução de problemas, uma vez que o ato de propor problemas a partir de determinadas situações também pode ser caracterizado como um problema. Queremos ressaltar, ainda, que essa definição nos serviu como um fio condutor para a elaboração dos critérios de investigação dos problemas, o que não quer dizer que a tenhamos adotado como única e definitiva – os motivos para isso já foram bem relatados aqui. O próprio autor deixa margem para a interpretação de que a adoção de uma única definição pode não ser adequada, já que ele afirma, mais adiante no mesmo texto, que, no contexto do estudo em questão – o dos matemáticos profissionais – “a criatividade matemática é definida como a publicação de resultados originais em periódicos importantes de pesquisa matemática” (Sriraman, 2004, p. 20, tradução nossa).

Com relação à nossa outra base teórica, a proposição de problemas, adotamos a definição de Silver (1994), já citada antes, de que a “proposição de problemas se refere tanto à geração de novos problemas quanto à reformulação de problemas dados” (p. 19, tradução nossa), pois ela é ampla e abarca uma infinidade de possibilidades. Como o nosso objetivo é analisar critérios de investigação da criatividade matemática dos estudantes, acreditamos que tanto melhor quanto mais liberdade tivermos de explorar diversos caminhos dentro do universo da proposição de problemas. Além da definição, nos guiamos pela categorização utilizada por Stoyanova (1997), composta por situações matemáticas livres, semiestruturadas ou estruturadas. Essa categorização nos orientou na produção do instrumento, que, composto por vários tipos de situações, desde as mais livres até as mais estruturadas,

ofereceu um potencial maior de nos trazer informações acerca do que estamos querendo investigar.

Assim, com base na definição de criatividade matemática adotada como fio condutor e na definição de proposição de problemas que escolhemos seguir, pudemos elaborar o conjunto de critérios que foram utilizados para investigar os problemas propostos. Antes de apresentá-los, faremos, na próxima seção algumas considerações acerca da pesquisa de campo.

4.1 PESQUISA DE CAMPO

A pesquisa de campo foi realizada com estudantes do terceiro ano de uma turma do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade do norte do Paraná. O número de matriculados nessa turma à época era de 16 estudantes, e cabe ressaltar que todos eles aceitaram participar da pesquisa, que aconteceu por meio de três encontros de aproximadamente uma hora e meia cada um, em dias e horários em que os estudantes tinham aulas na universidade, entre os meses de setembro e outubro de 2025.

No primeiro encontro, antes da aplicação do instrumento, os estudantes receberam todas as informações acerca da pesquisa e dos seus direitos enquanto participantes, o que incluía a não obrigatoriedade em participar e a possibilidade de desistir da participação em qualquer momento, sem que isso acarretasse prejuízos de qualquer espécie. Todas essas informações estão presentes no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que aparece no Apêndice B deste trabalho e que foi assinado por todos os estudantes da turma. Na sequência, cada participante recebeu o instrumento de pesquisa impresso em folhas sulfite, ficando dispensado o uso de computadores, telefones celulares ou qualquer outro tipo de tecnologia, mas o uso destes equipamentos não foi proibido. O desenvolvimento das atividades se deu de forma individual e durante o período da aula, não sendo necessário o deslocamento em horários alternativos.

Antes de avançar para os detalhes referentes aos critérios de investigação, gostaríamos de salientar a razão do nosso interesse em desenvolver esse estudo com todos os estudantes da turma em questão, sem a aplicação de quaisquer critérios de seleção entre eles.

Na seção 2.3, destacamos que o foco das pesquisas acerca da criatividade matemática passou a incluir, entre a segunda metade do século XX e o século XXI, a criatividade do dia a dia, observada nas escolas e entre os alunos de todas as idades, e não mais restrita aos “gênios” e aos matemáticos profissionais. Essa perspectiva de abordagem não só nos interessa, como é a que escolhemos adotar para esta tese, como já foi explicitado antes. Mas revisitando muitos dos trabalhos que nos serviram como base teórica, concluímos que alguns deles desenvolveram suas pesquisas com estudantes que passaram, muitas vezes, por várias etapas de seleção. É bem verdade que, ainda assim, são estudantes em fase escolar, o que nos permite afirmar que esses estudos tratam, sim, da criatividade que se manifesta fora do círculo dos “gênios” e dos matemáticos profissionais. Por outro lado, são estudantes selecionados e normalmente considerados talentos na Matemática. Esse fator impõe, com toda a certeza, um viés a essas pesquisas: de alguma forma, elas relacionam a criatividade a estudantes matematicamente experientes, ainda que comuniquem essas escolhas com transparência. Algumas delas tratam, em última instância, da relação entre a criatividade matemática e a superdotação, importante linha de pesquisa já mencionada anteriormente. Voica e Singer (2013), por exemplo, desenvolvem sua pesquisa com estudantes que possuem entre 11 e 13 anos e que estão entre os ganhadores de competições nacionais de Matemática, e por isso considera-se que possuem habilidades matemáticas acima da média. Singer e Voica (2017) consideram os participantes de sua pesquisa, cujas idades variam de 9 a 18 anos, como sendo talentos promissores na Matemática, uma vez que estão entre os vencedores de uma competição anual disputada em duas etapas, das quais a última é considerada muito seletiva. Podemos citar, ainda, Leikin (2013), que propõe um modelo de avaliação da criatividade matemática aplicado a estudantes com diferentes níveis de excelência em Matemática, incluindo os classificados como superdotados.

Por esse motivo, damos ainda mais importância à decisão de não impor critérios à seleção dos estudantes que participaram desta pesquisa. Isso garantiu que tenhamos lidado com a realidade da turma de licenciatura em Matemática com que trabalhamos, abarcando toda a sua pluralidade. Mas é importante destacar que não estamos desprezando o valor das pesquisas que foram mencionadas acima. Pelo contrário, acreditamos na sua importância. O que fizemos aqui foi explicar as razões para as decisões que nós decidimos tomar.

Avançaremos, agora, para a próxima seção, em que os critérios escolhidos para realizar a investigação dos problemas propostos serão apresentados.

4.2 CRITÉRIOS DE INVESTIGAÇÃO DOS PROBLEMAS PROPOSTOS

Com base nas informações já apresentadas, os critérios escolhidos para investigar os problemas propostos pelos estudantes são: *originalidade*, *relação entre ideias até então não relacionadas* e *transferência distante*. Detalharemos, a seguir, cada um deles, bem como as razões que justificam a sua adoção.

A originalidade, conforme definida por Guilford (1950), isto é, como a capacidade demonstrada por um indivíduo de gerar ideias novas ou incomuns, talvez seja a característica mais frequentemente associada à criatividade matemática, o que pode ser verificado na lista de definições que organizamos no Apêndice A. De acordo com Paul e Kaufman (2014), “há um consenso emergente de que um produto deve atender a duas condições para ser criativo. Deve ser *novo*, claro, mas como a novidade pode ser inútil (como uma sequência de letras sem sentido), também deve ter *valor*” (p. 6, tradução nossa, grifos dos autores). Segundo os autores, há outras formas por meio das quais alguns pesquisadores eventualmente expressam o adjetivo de algo que tem valor, como “útil”, “apropriado” ou “efetivo”, e essa característica, apesar de figurar em muitas definições de criatividade, é contestada por alguns pesquisadores. Eles alegam que é mais interessante utilizar uma definição mais minimalista de criatividade, uma que envolva a originalidade, mas não o valor. Nós, nesta pesquisa, entendemos que o valor, ou a utilidade, é algo muito subjetivo. Como se pode discernir entre o que tem valor e o que não tem? E o valor a que nos referimos é atribuído tendo como base qual contexto histórico? Sriraman (2004) afirma que os matemáticos poderiam encontrar muitos argumentos contra a definição de criatividade que envolve a utilidade, pois “os resultados do trabalho criativo podem nem sempre ter implicações que são úteis em termos de aplicabilidade no mundo contemporâneo” (p. 20, tradução nossa).

Assim, com relação à originalidade, optamos por adotá-la como o critério principal de análise dos dados por acreditar que não há como falar em criatividade matemática sem falar em originalidade. Além do fato de esse critério ser mencionado por grande parte dos autores, entendemos que a característica de algo que é novo ou incomum está no cerne do conceito da criatividade geral, bem como da

criatividade matemática. A forma segundo a qual esse critério foi aplicado aos produtos finais apresentados pelos estudantes participantes da pesquisa foi identificando a frequência de problemas incomuns em meio ao conjunto de todos os problemas apresentados, ou seja, considerando o que poderíamos chamar de originalidade relativa ao fazer uma analogia com o conceito de criatividade relativa de Leikin (2013), isto é, aquela que “faz referência a descobertas de uma pessoa específica dentro de um grupo de referência específico” (p. 387, tradução nossa).

O segundo critério, a relação entre ideias até então não relacionadas, tem nome autoexplicativo. Sternberg e Lubart (1991) fazem referência a um

[...] tipo de insight que envolve perceber como combinar diferentes fragmentos de informação cuja conexão não é óbvia e é geralmente ilusória. Por exemplo, provar teoremas matemáticos requer ver como encaixar vários axiomas e teoremas em uma prova coerente. Interpretar dados de um experimento científico geralmente envolve dar sentido a informações aparentemente diferentes (p. 609, tradução nossa).

Tammadge (1979) afirma que a criatividade matemática “inclui a habilidade de ver novas relações entre técnicas e áreas de aplicação, algumas existentes, mas outras ainda a serem criadas” (p. 51, tradução nossa). Romey (1970), por sua vez, define a criatividade como sendo “a habilidade de combinar ideias, coisas, técnicas, ou abordagens de um jeito novo” (p. 4, tradução nossa). Esses autores apontam para uma ideia associada à criatividade matemática que, no nosso ponto de vista, não deve ser ignorada, e a qual nós acreditamos estar intimamente relacionada à definição que adotamos. No caso desta pesquisa, esse critério foi aplicado em problemas propostos a partir de situações matemáticas compostas de imagens diferentes que não tinham relação preestabelecida entre si.

O terceiro e último critério, a transferência distante, tem como base a forma como Singer, Pelczer e Voica (2011) utilizam os conceitos de transferência próxima e transferência distante. Na pesquisa realizada pelos autores, já mencionada no capítulo anterior, os estudantes, com idades entre 11 e 13 anos, foram solicitados a propor dois problemas, sendo que um deles deveria ser fácil e o outro difícil. Uma das conclusões é que, ao serem envolvidos nesse tipo de atividade, eles geralmente partem “de um problema conhecido e variam um ou mais parâmetros, obtendo uma reformulação do modelo inicial” (p. 7, tradução nossa), o que pode ser considerado uma transferência próxima, frequentemente baseada em analogia. Poucos estudantes tentam criar novos contextos, o que caracterizaria uma transferência distante. Um

exemplo de transferência próxima apresentado pelos autores é o problema proposto por Stefan:

Andrei e Bogdan jogam o seguinte jogo. Cada um deles tem uma caixa de doces. Eles alternativamente pegam um número de doces de 1 a 6, inclusive, e os colocam em uma urna. Aquele que colocar primeiro o 100° doce, ganha. Andrei começa. Quantos doces ele deve colocar na urna pela primeira vez para garantir sua vitória? (Singer; Pelczer; Voica, 2011, p. 6, tradução nossa).

Os autores afirmam que essa é uma variação de um conhecido jogo em que “duas crianças dizem sucessivamente números de 1 a 9, os quais adicionam à soma anterior. O vencedor é aquele que primeiro chega a 100” (p. 6, tradução nossa). Nesse caso, pode-se dizer que o estudante realizou uma transferência próxima, pois procedeu à analogia, alterando os dados e o contexto, mas mantendo a ideia central do problema já conhecido. Por outro lado, o seguinte exemplo, apresentado por outro estudante, foi considerado um caso de transferência distante, pois pareceu não ter sido originado em um modelo prévio, o que foi confirmado durante entrevista: “Andrei vai à loja e compra 10 chocolates. Por cada chocolate, ele ganha um cupom e com dois cupons ele pode comprar um novo chocolate [e, claro, um novo cupom]. Quantos chocolates Andrei ganha?” (p. 6, tradução nossa).

O critério de transferência distante foi aplicado à nossa pesquisa no contexto das situações estruturadas, isto é, daquelas em que os alunos são solicitados a propor um novo problema a partir de um problema inicial apresentado. Acreditamos ser esse o contexto ideal para a aplicação do critério em questão. Os detalhes serão melhor compreendidos nas próximas seções.

A decisão por não utilizarmos os outros dois critérios frequentemente adotados em pesquisas como essa – fluência e flexibilidade - se deu pelos motivos que vamos esclarecer a seguir. A fluência, conforme definida por Guilford (1950), é a quantidade de ideias geradas em resposta a um estímulo, e ele ainda acrescenta que “é provável que a pessoa que é capaz de produzir um grande número de ideias por unidade de tempo [...] tenha uma chance maior de ter ideias significativas” (p. 452, tradução nossa). Como o próprio autor afirma, *é provável* que isso aconteça, mas pode-se esperar que haja casos em que o estudante apresente apenas uma ideia e esta seja considerada original, incomum, e, por fim, criativa. Não acreditamos que trabalhar com a probabilidade seja interessante nesse caso, pois o contrário também poderia ocorrer: o caso de um estudante que apresente inúmeras ideias e nenhuma delas seja considerada criativa.

Considerando a resolução de problemas, por exemplo, imaginemos que um grupo de estudantes seja solicitado a resolver o seguinte problema, proposto por Eryvnyck (2002):

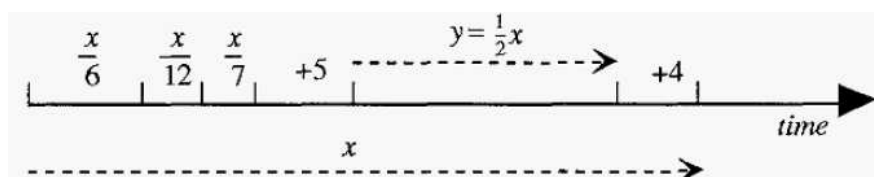
Um homem foi criança durante um sexto da sua vida, um jovem durante um doze avos da sua vida e solteiro durante um sétimo da sua vida. O seu filho nasceu cinco anos depois do seu casamento e morreu quatro anos antes do pai dele. O tempo de vida do filho foi a metade do tempo de vida do pai. Quantos anos tinha o pai quando morreu? (p. 44, tradução nossa).

Vamos supor que esses estudantes sejam solicitados a resolver o problema acima de tantas maneiras quantas conseguirem. Agora, observemos as três resoluções a seguir, propostas pelo autor. A primeira delas é considerada como tendo um baixo nível de criatividade matemática e se baseia no fato de que a situação proposta pode ser modelada por um sistema de equações algébricas, recurso comumente utilizado. Considerando x como sendo a idade do pai ao morrer, y como sendo o tempo durante o qual o pai esteve casado e z como sendo a idade do filho ao morrer, teríamos as equações algébricas compondo um sistema, com solução $x = 84$:

$$\begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + y = z \\ 5 + z + 4 = y \\ z = \frac{x}{2} \end{cases}$$

A segunda forma de resolução apresentada por Eryvnyck (2002) é definida por ele como tendo um nível de criatividade um pouco mais elevado e se baseia na visualização do problema por meio de uma linha cronológica, na qual todos os eventos mencionados podem ser localizados, como na Figura 2 abaixo. A interpretação adequada da imagem leva à formulação da equação $\frac{x}{2} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7}\right)x + 9$, cuja resolução leva a $x = 84$.

Figura 2 – Visualização da solução



Fonte: Eryvnyck (2002).

Por fim, a terceira forma de resolução, definida por Ervynck (2002) como pertencente a um terceiro e mais sofisticado nível de criatividade matemática, está muito mais baseada na experiência e na intuição. O primeiro passo dessa forma de resolução é perceber que uma idade – que é o que está sendo pedido no problema – é normalmente expressa como um número inteiro que está, provavelmente, localizado entre 0 e 100. O segundo passo é perceber que as frações $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ e $\frac{1}{7}$ fazem referência a períodos na vida do pai, que também são, provavelmente, números inteiros. Por fim, deve-se perceber que os denominadores 6, 12 e 7 têm poucos múltiplos comuns entre 0 e 100. Calcular o mínimo entre eles – e, na verdade, o único nesse intervalo – nos dá a resposta procurada, que é 84.

Entendemos que as duas primeiras formas de resolução, apesar de terem sido alocadas pelo autor em níveis diferentes de criatividade matemática, são parecidas porque baseiam-se na resolução de equações algébricas. A linha cronológica que foi apresentada é uma maneira de auxiliar a visualização do problema, que leva, no final, ao mesmo tipo de solução.

Voltando ao nosso suposto grupo de estudantes confrontados por esse problema, imaginemos que muitos deles utilizem as duas primeiras formas de resolução, bem como qualquer outra que se baseie na resolução de equações ou sistemas de equações algébricas, e que um estudante, por outro lado, apresente somente uma forma de resolução, mas que esta seja como a terceira que foi apresentada. Ao analisarmos as resoluções quanto à fluência, todos os estudantes que apresentaram mais de uma resolução estariam à frente do que aquele que apresentou apenas uma, mesmo que esta seja considerada incomum com relação às outras. Além disso, as várias formas de resolução podem ser resultado do ensino, que pode ter treinado os estudantes a desenvolverem mais de uma maneira de resolver um certo tipo de problema. Isso não é, de forma alguma, ruim. Mas entendemos, no contexto desta pesquisa, que não é um critério importante para a investigação da criatividade matemática.

Quanto à flexibilidade, vale lembrar que ela é definida por Guilford (1950) como a facilidade que um indivíduo tem de alterar os seus padrões de pensamento, e pode, segundo Leikin e Pitta-Pantazi (2013), ser identificada com base no número de diferentes categorias de respostas. Entendemos que esse critério não deva figurar no conjunto daqueles adotados nesta pesquisa por motivos semelhantes

aos mencionados acima, quando nos referíamos à fluência. Além disso, poderíamos levantar os seguintes questionamentos: a flexibilidade, bem como a fluência, não seriam habilidades matemáticas, não necessariamente associadas à criatividade? E o que são habilidades matemáticas? Essa discussão, obviamente, constituiria uma pesquisa à parte e, por isso, não nos aprofundaremos, mas vale ressaltar que é um tema que foi tratado por Guilford (1950) ao abordar as habilidades criativas no contexto da criatividade geral. Com referência mais especificamente ao contexto da Educação Matemática, a questão da relação entre habilidade matemática e criatividade matemática também vem sendo debatida por autores como Kattou *et al.* (2012).

Por esses motivos, decidimos não incluir a fluência e a flexibilidade no conjunto de critérios adotados nesta análise. Expusemos essa decisão aqui por conta da relevância que elas tiveram ao longo da história da pesquisa em criatividade matemática. Detalhes acerca dessa questão serão retomados na Seção 5.5, em que revelaremos as nossas conclusões com relação a essa decisão.

Além dos critérios definidos e já mencionados, estabelecemos, com base em Voica e Singer (2013), algumas condições que os problemas deveriam satisfazer para serem considerados válidos, isto é, passíveis de investigação, às quais chamamos de *condicionantes*. O primeiro deles é a *coerência*, que atesta se todos os elementos de um problema estão correlacionados e sem ambiguidades. Um problema coerente pode ter solução ou não.

A *coerência* de um problema se refere à sua sintaxe; refere-se às regras e princípios que regem a estrutura de um problema matemático. Mais especificamente:

- Os componentes do texto (dados, operações, restrições) estão presentes ou podem ser identificados no texto.
- Os componentes do texto (dados, operações, restrições) são reconhecíveis como cumprindo suas funções específicas.
- Os dados não são redundantes nem estão faltando. (Voica; Singer, 2013, p. 270, tradução nossa, grifo dos autores).

O segundo condicionante, a *consistência*, está mais relacionado ao significado matemático do problema em questão. Ele faz referência à existência de ligações matematicamente significativas entre os elementos do problema, que não pode ter dados contraditórios e que deve ter ao menos uma solução – ou uma prova de que não há nenhuma (Singer; Voica; Pelczer, 2017; Geteregechi, 2022).

A *consistência* de um problema se refere à sua semântica; ela pressupõe a existência de ligações significativas entre os elementos do problema. Mais especificamente:

- Os dados do problema não são contraditórios.
- Os componentes do texto (dados, operações, restrições) estão correlacionados.
- Os elementos do texto satisfazem um determinado modelo matemático assumido.
- A informação fornecida leva a pelo menos uma solução do problema (ou à prova de que não há solução). (Voica; Singer, 2013, p. 270, tradução nossa, grifo dos autores).

Além disso, quando a proposição de problemas ocorre com base na modificação de problemas existentes, Voica e Singer (2013) ainda acrescentam um último pré-requisito para que um problema seja considerado consistente: o de que pelo menos um dos elementos matemáticos que estavam presentes no problema original possa ser identificado.

É importante ressaltar que fizemos a análise com relação à coerência e consistência dos problemas propostos porque acreditamos que um problema deve estar bem formulado e possuir solução (ou prova de ausência de solução) para que possa ser investigado segundo os critérios estabelecidos. No entanto, adiantamos que não descartamos definitivamente os problemas inconsistentes e incoerentes, já que alguns deles poderiam contribuir, de alguma forma, com a análise.

Na seção a seguir, abordaremos os detalhes referentes ao instrumento de pesquisa.

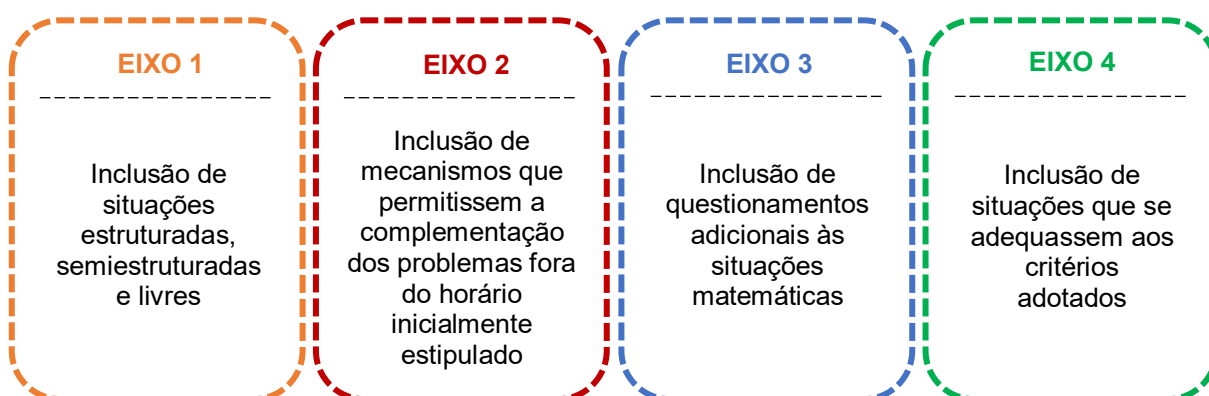
4.3 INSTRUMENTO DE PESQUISA

Nesta seção, vamos abordar as situações matemáticas e os questionamentos que integram o instrumento de pesquisa. Os motivos que levaram à escolha de cada um deles também serão apresentados aqui. O instrumento de pesquisa na sua forma final, conforme foi proposto para os participantes, aparece no Apêndice C.

Antes de nos aprofundarmos nesta etapa do processo, vale ressaltar que o termo “situação matemática” está sendo utilizado com base em Stoyanova (1997), que adota o termo “problem-posing situations” para se referir às situações matemáticas que envolvem a proposição de problemas. Em alguns momentos, vamos utilizar somente a forma mais curta “situação” para fazer referência à mesma ideia.

Para uma melhor compreensão do processo de desenvolvimento do instrumento de pesquisa, apresentaremos, a seguir, os quatro eixos em torno dos quais esse processo se estruturou, conforme ilustrado na Figura 3. Todos os quatro são pontos que identificamos como necessários à construção do instrumento e não estão organizados em ordem de importância.

Figura 3 – Eixos estruturantes de elaboração do instrumento de pesquisa



Fonte: as autoras.

O primeiro eixo a ser abordado é o que definiu a estrutura básica do instrumento e que norteou a sua construção, isto é, a sua divisão em situações estruturadas, semiestruturadas e livres. A ideia inicial era propor uma situação de cada uma dessas categorias, para que conseguíssemos, depois, comparar os resultados e obter o maior número possível de informações. Assim, pensamos em um instrumento baseado em três partes, 1, 2 e 3, sendo que cada uma delas seria proposta em um dia diferente, totalizando os três encontros inicialmente programados. Dessa forma, a Parte 1 seria composta de uma situação estruturada, a Parte 2 seria composta de uma situação semiestruturada e a Parte 3, de uma situação livre. Assim, iniciamos a busca por situações que pudessem integrar o instrumento. Inicialmente, selecionamos uma de cada categoria, o que significaria uma situação por encontro, mas refletindo acerca dos possíveis cenários, chegamos à conclusão que os estudantes poderiam concluí-la rápido demais, desperdiçando o restante do tempo. Decidimos, então, incluir duas situações por encontro, ambas pertencentes à mesma categoria.

O segundo eixo surgiu após algum tempo de reflexão, pensando a respeito da dinâmica de desenvolvimento das atividades. Por um lado, pensávamos ser essencial que os estudantes tivessem tempo suficiente para elaborar os problemas, dado que muitas vezes a criatividade matemática não se manifesta com

tempo reduzido e sob pressão. Assim, seria ideal se pudéssemos apresentar as situações em sala de aula e deixar que desenvolvessem os problemas em casa ou quando achassem mais apropriado, dispondo de tempo suficiente para isso. Por outro lado, sabemos da dificuldade de muitos estudantes em encontrar tempo para desenvolver atividades fora do horário das aulas, já que a maioria trabalha durante todo o dia e estuda à noite. Essa realidade, não muito favorável ao que estamos querendo propor, trouxe o primeiro dilema que tínhamos que resolver. A solução que encontramos foi manter o desenvolvimento das atividades no horário das aulas, mas com instruções que possibilitassem que os estudantes pensassem a respeito das situações em casa e completassem as suas respostas no encontro seguinte, caso desejassem. Essa estratégia possibilitaria que os participantes amadurecessem as ideias depois dos encontros, em suas casas ou em quaisquer lugares em que se sentissem mais relaxados.

O terceiro eixo surgiu da reflexão acerca da posterior eventual necessidade em sanar dúvidas que poderiam ser originadas com os problemas propostos. Uma alternativa seria complementar a pesquisa com entrevistas feitas posteriormente com todos os participantes ou com participantes selecionados, mas entendemos que possivelmente não tínhamos tempo para isso. Decidimos, então, incluir no instrumento, para além das situações matemáticas previstas, questionamentos adicionais que dessem conta de sanar essas possíveis dúvidas.

Por fim, o quarto eixo está diretamente relacionado aos critérios que foram escolhidos para serem aplicados aos problemas propostos. O critério da relação entre ideias até então não relacionadas, por exemplo, deveria ser aplicado a problemas oriundos de situações em que mais de uma ideia fosse apresentada, conforme explicado na seção anterior. Para que isso fosse possível, situações adequadas deveriam ser elaboradas.

Agora que os quatro eixos em torno dos quais o instrumento se desenvolveu foram explicitados, vamos apresentar cada uma das três partes dele, na ordem em que aparecem na sua forma final.

Parte 1 – Situações semiestruturadas

A Parte 1 do instrumento de pesquisa foi pensada para ser a primeira de todas as três, e foi proposta no dia 29 de setembro de 2025. Em um primeiro

momento, havíamos tomado a decisão de utilizar a seguinte ordem: no primeiro encontro, seriam propostas as situações estruturadas, no segundo encontro, as situações semiestruturadas e, no terceiro encontro, as situações livres. Essa ordem havia sido pensada com base na crença de que as situações estruturadas ofereceriam um menor grau de complexidade, enquanto as livres poderiam parecer difíceis para os estudantes em um primeiro momento, dado que possivelmente eles não estariam habituados a lidar com atividades de proposição de problemas e criatividade matemática. Depois, refletindo pela segunda vez acerca da ordem mais apropriada de apresentação, passamos a acreditar que os dois extremos, ou seja, tanto as situações estruturadas quanto as livres, poderiam oferecer um certo grau de complexidade para os estudantes: as situações estruturadas, por oferecerem um contexto bastante restrito, e as situações livres por, pelo contrário, oferecerem um contexto praticamente sem restrições, deixando inúmeras possibilidades em aberto. Dessa forma, entendemos que deveríamos iniciar as atividades pelas situações semiestruturadas, seguidas das estruturadas e, por fim, das livres. Com base nessas premissas preestabelecidas, partimos para a busca de duas situações semiestruturadas para compor a Parte 1 do instrumento de pesquisa.

Antes, relembremos o que são situações semiestruturadas. Com base em Stoyanova (1997), uma situação é chamada de “semiestruturada quando os estudantes recebem uma situação por meio da qual são convidados a explorar e formular um problema que se baseie no conhecimento, nas habilidades, nos conceitos e nos padrões adquiridos em suas experiências matemáticas anteriores” (p. 6, tradução nossa). Essa definição deixa algum espaço para interpretação, mas vamos seguir a mesma linha pensada por Stoyanova (1997) e expressa por ela por meio dos exemplos expostos em sua tese, alguns dos quais apresentamos na seção 3.1.

Com isso em mente, elaboramos a primeira situação matemática, a Situação 1, ilustrada na Figura 4 a seguir, integrante da Parte 1 do instrumento de pesquisa. Ela é composta de três figuras e a ideia é que os estudantes se sintam livres para elaborar problemas utilizando apenas uma das imagens ou mais de uma imagem de forma combinada. Entendemos que essa proposta se encaixe na categoria de situações semiestruturadas, já que oferecem um ponto de partida bem definido para a elaboração de problemas, ao mesmo tempo em que impõem poucas restrições.

A figura da esquerda foi adaptada de um problema encontrado em OBMEP (2020), cujo enunciado apresentamos a seguir.

Na figura, temos um alvo no qual lançam-se dardos. O círculo interno vale 10 pontos, o anel intermediário vale 5 pontos, o anel externo vale 3 pontos e a área externa vale 0. Caso o dardo acerte uma linha, a pontuação será a média dos pontos das regiões que são divididas pela linha. Em cada jogada, o participante lança 4 dardos (p. 13).

Assim, em sua forma original, o problema apresenta o enunciado acima acompanhado da mesma figura que inserimos em nosso instrumento de pesquisa e seguido de alguns questionamentos. Aqui, alternativamente, apresentamos apenas a figura, sem contexto algum, o que possibilitará aos participantes da pesquisa inúmeras formas de interpretação e proposição de diferentes tipos de problemas.

Figura 4 – Situação 1/Parte 1

1. Observe as figuras abaixo.

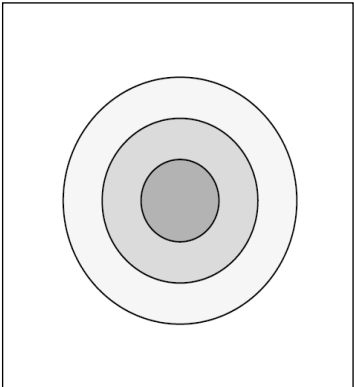


Figura 1

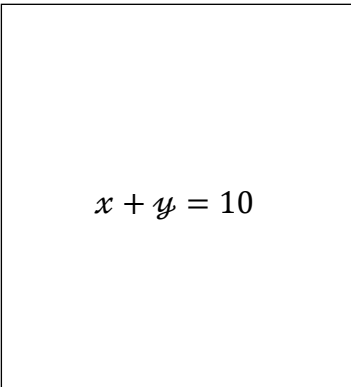


Figura 2

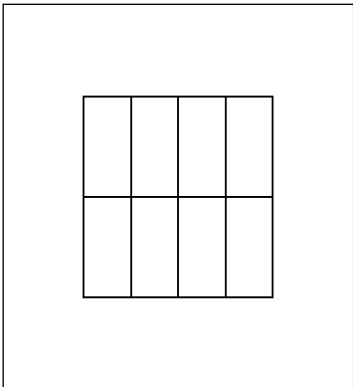


Figura 3

- A partir delas, proponha quantos problemas matemáticos puder. Os problemas propostos podem envolver apenas uma das figuras ou mais de uma. Por exemplo, você pode propor um problema envolvendo a Figura 1 e cinco problemas envolvendo a Figura 3; você pode propor quatro problemas envolvendo apenas a Figura 2; você pode propor um único problema que envolva todas as três figuras ao mesmo tempo; você pode propor um problema envolvendo cada uma das figuras. Sinta-se livre. O conteúdo das figuras deve aparecer de alguma forma no problema proposto, seja no enunciado ou na forma de resolução. Os problemas propostos por você podem ter o nível de complexidade que você quiser e abordar o conteúdo que você desejar. Você pode acrescentar quantas informações forem necessárias às figuras.
- Explique como você chegou a cada um dos problemas propostos.

Fonte: as autoras.

A figura do meio foi elaborada a partir do exemplo formulado por Stoyanova (1997) e exposto aqui neste trabalho na página 47. Nesse caso, é solicitado que se proponha problemas que podem ser resolvidos usando o cálculo apresentado. No instrumento de pesquisa, optamos por utilizar essa mesma ideia, mas propondo uma equação ao invés de um cálculo para observar como os estudantes responderiam à provocação como a que foi feita por Zhang e Cai (2021), que afirmam que “fornecer equações e pedir aos alunos que propusessem problemas matemáticos foi um desafio para os estudantes porque isso representa uma espécie de pensamento inverso” (p. 8, tradução nossa), o que já foi exposto aqui anteriormente.

Por fim, a figura da direita, também adaptada de OBMEP (2020), fazia parte, originalmente, de um problema a respeito de um terreno quadrado dividido em oito partes iguais:

Jonas dividiu um terreno quadrado em oito partes retangulares iguais [...] dando uma parte para cada um dos seus oito filhos. Para cercar sua parte, Antônia verificou que o seu perímetro era 120m.

- a) Qual a área do terreno que Jonas dividiu?
- b) Se representarmos o perímetro de um dos terrenos menores por P , qual a área original do terreno em função de P ? (p. 14).

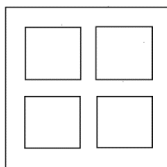
Aqui, mais uma vez, optamos por inserir apenas a figura e deixar que os estudantes propusessem problemas envolvendo o conteúdo que quisessem, assim como fizemos com a figura da esquerda.

A razão pela qual decidimos incluir três figuras em uma mesma situação matemática era observar as possíveis tentativas de combiná-las – duas delas ou todas as três - em um único problema, o que nos permitiria analisar o critério da relação entre ideias até então não relacionadas, atendendo ao eixo 4 do processo de construção do instrumento de pesquisa. Além disso, para atender ao eixo 3, finalizamos o texto da situação matemática perguntando aos estudantes como eles chegaram aos problemas propostos, com o objetivo de fornecer um espaço para que relatassem como o processo de criação dos problemas ocorreu.

A Situação 2, ilustrada na Figura 5 a seguir, também foi incluída na categoria das situações matemáticas semiestruturadas, por motivos que já foram bem esclarecidos.

Figura 5 – Situação 2/Parte 1

2. Observe a figura abaixo.



- A partir dela, proponha diferentes problemas matemáticos, quantos conseguir. Você pode acrescentar quantas informações forem necessárias à figura.
- Para cada problema elaborado por você, explique qual é o conteúdo abordado e qual é o objetivo por trás do problema.

Fonte: as autoras

Nesse caso, a inclusão de uma figura única possibilitará que os estudantes concentrem todos os seus esforços nela, permitindo-nos observar eventuais diferenças com relação à Situação 1. O problema original de onde foi adaptada a figura trata de um passeio de bicicleta (OBMEP, 2007):

O passeio do Matias – Matias passeia em volta de 4 quarteirões perto de sua casa. O seu passeio consiste em fazer o maior percurso possível de bicicleta, respeitando as seguintes condições: ele pode passar várias vezes pelos cruzamentos das ruas, mas ele não pode passar mais do que uma vez pela mesma quadra. Quando ele não pode mais respeitar essas condições, ele tem que saltar da bicicleta e voltar a pé. Ele parte de P e deve voltar a P . Os quatro quarteirões são quadrados com 100 metros de lado em cada quadra. Qual o maior percurso que ele pode fazer? A largura das ruas é desprezível (p. 2).

Na imagem original, um ponto P é posicionado em um local específico de uma das ruas, de onde o ciclista deve partir e ao qual deverá retornar. Aqui, optamos por, mais uma vez, utilizar apenas a imagem, sem texto algum, e dela retiramos o ponto P na esperança de não induzir os estudantes a pensar em um tipo de problema específico.

Novamente, para atender ao eixo estruturante número 3, alguns questionamentos foram inseridos após a Situação 2, com o objetivo de tentar obter alguns esclarecimentos relacionados ao conteúdo abordado por meio dos problemas e à intenção por trás de cada um deles. Com relação ao eixo 4, o critério da originalidade se adequa bem a essa situação, uma vez que oferece um ponto de partida comum para todos os participantes e permite a análise da originalidade de forma relativa, conforme apresentamos na Seção 4.2 com base em Leikin (2013). Isso

não ocorre na Parte 3 do instrumento de pesquisa, como ficará claro mais adiante, já que ela contempla as situações livres.

Parte 2 – Situações estruturadas

Abordaremos, agora, a Parte 2, que foi proposta uma semana após a Parte 1, em 6 de outubro de 2025, e é composta das situações matemáticas estruturadas. Como já exposto na seção 3.1, uma situação matemática é descrita como “estruturada quando as atividades de proposição de problemas são baseadas em um problema ou solução específicos” (Stoyanova, 1997, p. 6, tradução nossa). Além disso, lembrando a definição de proposição de problemas que decidimos adotar, Silver (1994) afirma que ela pode se referir à geração de problemas novos, mas também à reformulação de problemas dados. Assim, pensando na reformulação de problemas dados, decidimos propor situações estruturadas baseadas em problemas completos, para os quais os estudantes deveriam propor alterações. Dessa forma, seria possível analisarmos o critério de transferência distante.

Antes de apresentarmos as situações matemáticas, inserimos alguns questionamentos na tentativa de entender as percepções dos estudantes com relação às atividades da Parte 1, como aparece no primeiro questionamento da Figura 6 abaixo.

Figura 6 – Questionamentos da Parte 2

1. Com relação à atividade do encontro passado:
 - a. Você teve dificuldades para desenvolver as atividades propostas? Por quê?
 - b. Você teve mais dificuldade/facilidade para desenvolver a atividade 1 ou a atividade 2? Explique os motivos.
 - c. Na sua rotina (na universidade ou no seu trabalho), você costuma se envolver em atividades que requeiram a proposição/criação de problemas matemáticos?

2. Ao longo da semana que passou, você pensou em algum problema diferente que poderia ter sido proposto na semana passada? Se sim, você pode escrevê-lo (s) agora. Além disso, explique como essas novas ideias surgiram para você (por exemplo, o que fazia no momento em que pensou nelas? Você pensava a respeito da atividade? Conversava com colegas de classe? Simplesmente descansava?). Caso contrário, siga direto para a próxima atividade.

Fonte: as autoras.

Além disso, conforme explicitado pelos eixos estruturantes, queríamos dar aos participantes da pesquisa a oportunidade de refletir acerca das situações matemáticas com menos pressão e mais tempo. Por isso, oferecemos um espaço para que pudessem acrescentar possíveis novas ideias referentes à Parte 1 que eventualmente surgissem ao longo da semana compreendida entre o primeiro e o segundo encontros, conforme o item 2 da Figura 6.

Decidimos não os informar a respeito desse espaço no primeiro encontro para que não ficassem tentados a não produzir nada durante a aula, deixando para apresentar os problemas no encontro seguinte. Mesmo sem esse aviso, acreditamos que ideias pudessem se manifestar ao longo da semana.

Após os questionamentos preliminares, apresentamos a Situação 3 e, em seguida, a Situação 4, ambas ilustradas na Figura 7. O objetivo pretendido com essas situações era que os alunos compreendessem a essência de cada problema e apresentassem formas de alterá-los, propondo novos problemas a partir das premissas estabelecidas. A Situação 3 foi adaptada de Stoyanova (1997) e a Situação 4 foi adaptada de OBMEP (2007).

Figura 7 – Situações 3 e 4/Parte 2

3. Observe o problema a seguir.

“Quatro amigos *A*, *B*, *C* e *D* descem correndo um lance de escadas. *A* desce dois degraus de cada vez, *B* desce três degraus de cada vez, *C* desce quatro degraus de cada vez e *D* desce cinco degraus de cada vez. Os únicos degraus nos quais todos os quatro pisam são o primeiro e o último.”

- Que problemas você poderia propor a partir dessa situação? Um exemplo seria: “quantos degraus foram pisados exatamente uma vez?” Sugira quantos problemas puder. Você está livre para alterar detalhes das premissas.
- Que conteúdo pode ser abordado a partir de cada um dos problemas que você propôs?

4. O preço do quilo de frango era R\$ 1,00 em janeiro de 2000 e começou a triplicar a cada 6 meses. Quando ele atingirá R\$ 81,00?

- Sugira formas de mudar esse problema, isto é, proponha novos problemas a partir deste. Você está livre para alterar detalhes das premissas e para propor quantos novos problemas quiser.

Caso você tenha novas ideias ao longo da semana, você poderá registrá-las no próximo encontro.

Fonte: as autoras.

É possível ver que um recado foi inserido após as situações matemáticas 3 e 4. O objetivo desse recado é o mesmo já exposto anteriormente: oferecer a oportunidade de os estudantes refletirem acerca das situações matemáticas em outro momento e lugar, sem a pressão da sala de aula. A diferença é que, nesse encontro, optamos por avisá-los dessa oportunidade previamente, de forma que consigamos observar se essa alteração produzirá resultados diferentes.

Parte 3 – Situações livres

Por fim, apresentaremos, agora, a terceira e última parte do instrumento de pesquisa, que foi proposta no dia 13 de outubro de 2025 e é composta de situações matemática livres. Relembrando o referencial teórico adotado, uma situação matemática “é descrita como livre quando os estudantes são simplesmente solicitados a propor um problema a partir de uma situação artificial ou natural” (Stoyanova, 1997, p. 6, tradução nossa). Mais uma vez, afirmamos, assim como a autora o fez, que os limites entre as categorias nem sempre estão muito bem definidos, deixando espaço para alguma interpretação. Neste trabalho, entendemos que as situações livres são aquelas em que um comando bastante amplo é fornecido como ponto de partida, de tal forma que os estudantes tenham bastante liberdade para propor os seus problemas.

Iniciamos a Parte 3 com o mesmo questionamento feito no começo da Parte 2 – e que aparece ilustrado novamente na Figura 8 abaixo. Assim, os estudantes tiveram a oportunidade de expressar as suas novas ideias, caso elas tenham se manifestado entre o segundo e o terceiro encontros.

Figura 8 – Item 1/Parte 3

1. Durante a semana que passou desde o encontro anterior, você pensou em algum problema diferente que poderia ter sido proposto na semana passada? Se sim, você pode escrevê-lo (s) agora. Além disso, explique como essas novas ideias surgiram para você (por exemplo, o que fazia no momento em que pensou nelas? Você pensava a respeito da atividade? Conversava com colegas de classe? Simplesmente descansava?). Caso contrário, siga direto para a próxima atividade.

Fonte: as autoras.

Após esse espaço, propusemos a Situação 2 e a Situação 3, ilustradas na Figura 9. A Situação 2 deixava muito espaço para a criatividade se manifestar, uma vez que os estudantes tiveram a liberdade de escolher até mesmo o conteúdo que queriam abordar, ao contrário da rigidez estabelecida pelas situações matemáticas estruturadas propostas na Parte 2. Decidimos pedir que os participantes propusessem quantos problemas pudessem relacionados ao mesmo conteúdo escolhido, e que apresentassem a solução de pelo menos um deles, para que pudéssemos observar diferenças em relação às situações em que as resoluções não foram solicitadas. A decisão de pedir que os estudantes escolhessem um único conteúdo para propor todos os problemas é que eles pudessem se concentrar em uma única direção. Pensamos que deixar a situação ainda mais livre do que isso poderia atrapalhar o processo.

A Situação 2 foi elaborada tomando como base alguns exemplos, como: proponha dois problemas, um fácil e o outro difícil (Singer; Pelczer; Voica, 2011); “proponha um problema a ser resolvido pelo seu professor” ou, ainda, “proponha qualquer problema que quiser” (Stoyanova, 1997, p. 64, tradução nossa).

Seguindo nessa mesma linha, elaboramos a Situação 3, que solicitava que os estudantes propusessem problemas com mais de uma solução. Decidimos incluir essa situação para observar como eles se saíam frente à exigência de propor problemas que possuem duas ou mais soluções, ideia que pode ser relacionada à criatividade e não costuma ser encontrada com frequência em aulas de Matemática. Além disso, enfatizamos que eles deviam propor apenas um problema, em oposição a todas as outras situações matemáticas propostas até aqui, em que solicitamos que os estudantes propusessem tantos problemas quantos conseguissem. Nosso objetivo era observar se essa mudança poderia retornar resultados diferentes, na medida em que os estudantes teriam que focar na produção de apenas um problema.

Figura 9 – Situações 2 e 3/Parte 3

- | |
|--|
| <p>2. Escolha um conteúdo específico e proponha quantos problemas puder que envolvam esse conteúdo. Tente ser o mais criativo possível. Escolha um dos problemas propostos e apresente a sua resolução.</p> <p>3. Proponha <u>um</u> problema que tenha mais de uma solução.</p> |
|--|

Fonte: as autoras.

Por fim, a Figura 10 a seguir ilustra o questionamento 4, que foi o último apresentado aos estudantes e tinha como objetivo tentar capturar um pouco das impressões deles acerca de tudo o que produziram nos três encontros.

Figura 10 – Questionamento 4/Parte 3

4. Hoje, estamos finalizando as atividades que foram programadas para esta pesquisa. Dos três tipos de atividades propostas, qual foi a mais desafiadora para você? Aquela na qual você deveria propor problemas a partir de figuras (1º encontro), aquela na qual você deveria modificar problemas já existentes (2º encontro) ou aquela na qual você deveria propor problemas de forma mais livre, com poucos pré-requisitos (3º encontro)? Por quê?

Fonte: as autoras.

No próximo capítulo, faremos a apresentação e a análise dos resultados obtidos por meio da aplicação do instrumento de pesquisa.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo está dividido em seis seções. Na primeira, que está, por sua vez, subdividida em três partes – uma delas referente à Parte 1 do instrumento de pesquisa, outra referente à Parte 2 e a última, à Parte 3 – faremos observações gerais referentes à aplicação do instrumento. Nas três seções seguintes, investigaremos os problemas propostos por meio dos três critérios já selecionados. A seguir, na quinta seção, retomaremos a discussão iniciada na Seção 4.2 acerca dos critérios de fluência e flexibilidade, que ficaram fora do conjunto dos critérios escolhidos para desenvolver esta pesquisa. Na sexta e última seção deste capítulo, apresentaremos alguns casos de problemas propostos que não entraram nas análises principais.

Antes de iniciarmos a apresentação dos resultados, no entanto, é necessário apresentar o modo segundo o qual fizemos a codificação, tanto das situações matemáticas propostas nos encontros quanto dos estudantes que participaram da pesquisa. Essa codificação tornará o processo de análise mais prático e servirá como forma de proteger a privacidade dos participantes.

O instrumento de pesquisa é composto das situações matemáticas, sua parte principal, mas também de alguns questionamentos que foram inseridos com o intuito de tentar obter mais informações a respeito das impressões dos estudantes com relação ao que estava sendo proposto. Quanto aos questionamentos, eles não foram codificados, já que aparecem em número menor e a ausência de codificação não afeta a organização. As situações matemáticas, por sua vez, foram codificadas pela letra S seguidas do número com o qual foram identificadas no instrumento de pesquisa – que pode ser consultado no Apêndice C, bem como na seção 4.3 de forma fragmentada. Como os números das situações reiniciam a cada encontro, poderíamos ter códigos iguais fazendo referência a situações diferentes. Para que isso não acontecesse, diferenciamos os seus códigos acrescentando a eles a parte do instrumento de pesquisa em que as situações estão inseridas. Por exemplo: quando nos referirmos à situação matemática de número 3, inserida na Parte 2 do instrumento, utilizaremos o código S3P2; quando nos referirmos à situação matemática de número 3 inserida na Parte 3 do instrumento de pesquisa, utilizaremos o código S3P3. Além de evitar ambiguidades, essa estratégia ajudará a compreender, de forma rápida, a que parte do instrumento de pesquisa estamos nos referindo: à Parte 1, das situações

semiestruturadas, à Parte 2, das situações estruturadas ou à Parte 3, composta pelas situações livres.

Assim, a Tabela 1 abaixo resume o sistema de codificação das situações matemáticas que integram esta pesquisa.

Tabela 1 – Codificação das situações matemáticas

Parte	Situação matemática	Código
Parte 1	Situação matemática 1	S1P1
	Situação matemática 2	S2P1
Parte 2	Situação matemática 3	S3P2
	Situação matemática 4	S4P2
Parte 3	Situação matemática 2	S2P3
	Situação matemática 3	S3P3

Fonte: as autoras.

Além disso, fizemos a codificação dos estudantes para que seus nomes não fossem expostos. A turma em que a pesquisa foi desenvolvida é composta por 16 alunos matriculados. Assim, codificamos da forma mais simples e intuitiva possível: estudante 1, estudante 2, e assim por diante. Da mesma forma como já fizemos anteriormente, optamos por utilizar somente a letra inicial da palavra “estudante”, o que resultou em uma lista de 16 códigos, que começa em E1 e termina em E16. Os nomes dos estudantes foram distribuídos entre os códigos de forma aleatória, ou seja, não levamos em conta a ordem alfabética, tampouco algum outro critério. A Tabela 2 abaixo apresenta essa codificação, bem como a presença dos estudantes em cada encontro. Vale ressaltar que, nela, aparecem 15 estudantes presentes no encontro 2, apesar de terem comparecido apenas 14. Isso se deve ao fato de que um dos participantes que não estiveram presentes nesse dia quis desenvolver as atividades referentes a ele no encontro seguinte. Ao longo dos três encontros durante os quais o desenvolvimento da pesquisa se deu, 16 estudantes estiveram presentes, mas esse número não foi atingido em nenhum dos dias de aplicação.

Tabela 2 – Codificação dos estudantes e suas presenças em cada encontro

Código	Encontro 1	Encontro 2	Encontro 3
E1	x	x	
E2	x	x	x
E3		x	
E4	x	x	x
E5	x	x	x
E6	x	x	
E7		x	x
E8	x	x	x
E9	x	x	x
E10	x	x	x
E11	x		x
E12	x	x	
E13	x	x	x
E14	x	x	
E15	x	x	x
E16	x	x	

Fonte: as autoras.

Antes de avançarmos, vale destacar que nem todas as situações matemáticas propostas resultaram em problemas que entraram no processo de análise. O primeiro motivo para essa decisão é que o nosso objetivo era analisar cada critério em si, e como se daria, na prática, a sua aplicação a um problema. Assim, entendemos que analisar várias situações com relação a um mesmo critério poderia não fazer sentido. O segundo motivo é que, na nossa visão, isso se justificaria apenas se o nosso foco fosse *avaliar o problema* quanto à criatividade – e não *o critério*. Além disso, no momento da construção do instrumento de pesquisa, decidimos pela inclusão de várias situações diferentes para que pudéssemos observar os resultados que seriam obtidos, mas concluímos que, em determinados casos, a situação matemática proposta não serviria para a análise de nenhum dos critérios que sugerimos, o que ocorreu na Parte 3. Isso ficará claro mais adiante, quando for

apresentado um panorama geral da aplicação de cada parte do instrumento de pesquisa.

Para tentar estruturar o texto de forma mais clara e induzir a uma compreensão mais fácil do processo de análise, elaboramos o Quadro 1 abaixo, que evidencia quais critérios foram analisados em quais etapas do instrumento de pesquisa. Pode-se verificar que S1P1 possui três subdivisões – em figura 1, figura 2 e figura 3 – já que esse desmembramento foi necessário para a análise de um dos critérios, como ficará claro no momento oportuno. O quadro mostra, ainda, que cada um dos critérios foi aplicado a uma situação matemática diferente. Com relação às situações restantes, serão feitas observações gerais, de forma menos aprofundada, ao longo da próxima seção, que se inicia a seguir.

Quadro 1 – Análise desenvolvida em cada etapa do instrumento de pesquisa

Parte	Situação matemática	Subdivisões	Análise	
Parte 1 (P1)	Situação 1 (S1P1)	Figura 1	Originalidade (Seção 5.3)	Relação entre ideias até então não relacionadas (Seção 5.2)
		Figura 2	Observações gerais (Seção 5.1)	
		Figura 3	Observações gerais (Seção 5.1)	
	Situação 2 (S2P1)	-	Observações gerais (Seção 5.1)	
Parte 2 (P2)	Situação 3 (S3P2)	-	Transferência distante (Seção 5.4)	
	Situação 4 (S4P2)	-	Observações gerais (Seção 5.1)	
Parte 3 (P3)	Situação 2 (S2P3)	-	Observações gerais (Seção 5.1)	
	Situação 3 (S3P3)	-	Observações gerais (Seção 5.1)	

Fonte: as autoras.

5.1 OBSERVAÇÕES GERAIS A RESPEITO DA APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO DE PESQUISA

Esta seção está subdividida em três partes, cada uma delas relacionada a cada uma das partes do instrumento de pesquisa.

Aplicação do instrumento de pesquisa – Parte 1

A Parte 1 do instrumento de pesquisa é composta das situações semiestruturadas, propostas para os estudantes no primeiro encontro. Nesse dia, iniciamos as atividades poucos minutos mais tarde do que o planejado, pois os alunos estavam finalizando uma prova de Análise Real que havia sido iniciada na primeira aula, atravessado todo o intervalo e invadido o início da segunda aula. Por isso, a professora da turma e eu entramos na sala por volta de dez minutos depois do horário normal.

Instantaneamente, percebi que os alunos estavam um pouco abatidos, o que, sabemos, é bastante comum depois de provas longas como havia sido essa que eles acabavam de fazer. Sabendo que isso poderia afetar negativamente o desenvolvimento da pesquisa que eu estava prestes a começar, não tive outra escolha a não ser iniciar o processo.

Depois de me apresentar e explicar aos estudantes qual era o meu propósito naquele dia, o que já tinha sido antecipado pela professora da turma, falei a respeito das informações contidas no TCLE e os 14 presentes aceitaram os seus termos e o assinaram. Fui informada que as duas estudantes que faltavam para completar a lista de chamada composta por 16 nomes haviam ido embora após a prova. Assim, apresentei para a turma a parte do instrumento de pesquisa reservada para aquele dia e eles iniciaram o seu desenvolvimento. Pedi que tentassem relaxar, principalmente porque ainda estavam um pouco tensos em decorrência da prova que haviam feito, e que não encarassem aquilo que iriam fazer como um teste, e sim como uma atividade a ser desenvolvida com mais leveza. Deixei claro, também, que eles poderiam consultar os seus materiais e, assim, eles iniciaram as atividades por volta das 21h30.

Todo o processo se deu de forma tranquila. Os estudantes conversaram muito pouco entre si, sempre com relação à atividade em desenvolvimento e de forma descontraída, a que eu não me opus. Como eu já havia

apresentado o instrumento previamente, eles não tiveram muitas dúvidas com relação a ele, mas em determinado momento, uma participante perguntou: “a figura 2 é uma figura mesmo?”. Expliquei a ela que era composta de uma equação que deveria ser incorporada aos problemas propostos assim como as outras duas figuras.

Eles levaram, em média, uma hora para a realização das atividades. A primeira participante finalizou às 22h15 e o último saiu às 22h30. O horário oficialmente estipulado para a aula vai das 21h às 22h40.

Passaremos, agora, para algumas observações referentes aos resultados obtidos por meio da aplicação da Parte 1. Como o instrumento de pesquisa já foi detalhado na seção 4.3 e no Apêndice C, não vamos apresentá-lo novamente aqui. Apenas faremos referência aos códigos, e a situação matemática correspondente pode ser consultada tanto na seção quanto no apêndice mencionados. Essa observação também valerá para as próximas três seções.

Para esse encontro, duas situações matemáticas semiestruturadas foram propostas: S1P1, envolvendo três diferentes figuras, e S2P1, composta de uma figura só, a partir das quais os estudantes deveriam propor quantos problemas pudessem.

Quanto a S1P1, ela será melhor detalhada na seção 5.2 com relação ao critério da relação entre ideias até então não relacionadas. Apenas para lembrar, a escolha do critério a ser aplicado em cada caso não foi aleatória. No caso de S1P1, ela foi construída com base em três diferentes figuras para que pudssemos observar se os estudantes iriam relacioná-las e como isso seria feito.

Ao observar os problemas propostos a partir de S1P1, percebemos que quase a totalidade dos participantes propôs problemas envolvendo apenas uma das figuras que a compunham, e não fazendo uma combinação delas. Assim, optamos por subdividir essa situação, isolando os problemas propostos envolvendo a figura 1 (círculos inseridos um dentro do outro) e os analisando separadamente com relação ao critério da originalidade, o que será detalhado na Seção 5.3. Esse critério se ajusta bem a esse caso, porque, como estamos considerando a originalidade de forma relativa, como já explicado na Seção 4.2, um dos pré-requisitos é que os estudantes partam de pressupostos parecidos, senão iguais – nesse caso, a figura composta pelos círculos. Esse pré-requisito não se observa nas situações matemáticas integrantes da Parte 3, por exemplo, que voltaremos a mencionar mais adiante.

Com relação às figuras 2 e 3 de S1P1, não faremos análise mais aprofundada.

No final do texto que enunciava S1P1, havia um questionamento a respeito de como os estudantes chegaram aos problemas propostos. Nosso objetivo era tentar apreender algum detalhe acerca do processo de criação pelo qual os estudantes passaram durante a proposição dos problemas. Muitos deles não fizeram esse relato, mas o que pudemos constatar é que, na maior parte dos textos apresentados, as ideias vieram de experiências anteriores recentes, como, por exemplo: “eu resolvi um problema parecido com esse semana passada”, “logo que olhei a imagem lembrei de fração, pois aprendi inicialmente fração dessa forma”, “ao ver a expressão, eu logo pensei em uma relação entre idades. Não sei dizer se tem relação com ser o que mais vemos no dia a dia” e “esse problema vi um parecido no nivelamento do terceiro ano”. Fica evidente que, ao menos nesses casos, os estudantes não buscaram necessariamente ideias diferentes, incomuns ou originais para propor problemas. Por outro lado, recorreram a experiências prévias recentes relacionadas às atividades da graduação ou ao trabalho nas escolas.

A segunda situação matemática da Parte 1 (S2P1) exibia apenas uma figura, a partir da qual os estudantes deveriam propor seus problemas. Como mostra a Tabela 3 abaixo, houve 17 problemas propostos a partir dela, mas eles não entraram na análise de nenhum dos critérios escolhidos. Alguns deles serão exibidos na seção 5.6 de forma isolada.

Tabela 3 – Quantidade de problemas propostos em cada etapa da Parte 1

Situação matemática	Subdivisões	Quantidade de problemas propostos	
S1P1	Figura 1	19	50
	Figura 2	15	
	Figura 3	15	
S2P1	-	17	

Fonte: as autoras.

Ao somar o número de problemas que envolvem cada uma das figuras de S1P1, o resultado indica que apenas um problema foi proposto envolvendo mais de uma figura de forma combinada, mas isso é assunto para a próxima seção.

A escolha da figura 1 de S1P1 para a análise segundo o critério da originalidade – e não as figuras 2 ou 3 ou S2P1 - se deu porque mais problemas foram propostos relativamente à figura 1.

Além das situações matemáticas que integravam o instrumento de pesquisa, foram feitos alguns questionamentos a fim de tentar compreender um pouco mais das impressões dos estudantes acerca das atividades desenvolvidas. Observar essas respostas não é o foco do nosso trabalho, mas acreditamos que elas podem ajudar, ainda que de maneira indireta, na compreensão do assunto de forma geral. Na Parte 1, nada foi perguntado, mas vamos apresentar nesta seção as respostas obtidas por meio dos questionamentos feitos na Parte 2, já que eles se referem a S1P1 e S2P1.

Nos três quadros a seguir, estão as transcrições das respostas obtidas por meio dos questionamentos 1-a, 1-b e 1-c. Elas serão apresentadas da maneira exata em que aparecem nos textos originais escritos pelos estudantes. Faremos, depois, alguns breves comentários. Os espaços vazios que aparecem nos três quadros correspondem a estudantes que não compareceram ao encontro em que os questionamentos foram feitos ou não estavam presentes no dia em que as atividades às quais os questionamentos fazem referência aconteceram.

Primeiro, vamos observar as respostas ao questionamento 1-a, apresentadas no Quadro 2 abaixo.

Quadro 2 – Transcrição das respostas ao questionamento 1-a

Código	Transcrição das respostas ao questionamento 1-a <i>Com relação à atividade do encontro passado: você teve dificuldades para desenvolver as atividades propostas? Por quê?</i>
E1	De certa forma sim, primeiramente ao pensar como utilizar as imagens e que conteúdos relacionar, e após como adaptar a imagens ao conteúdo.
E2	Dificuldade acho que não muito, mas eu tenho preguiça. Porque eu prefiro pegar atividades prontas, visto que existem os materiais didáticos e slides com exercícios. Mas claro, sempre dando uma revisada antes e resolver os exercícios antes de aplicar em sala de aula. Eu percebo que eu não tenho muito o pensamento crítico de ‘como o aluno resolveria os exercícios’. Porque como eu sei fazer, eu penso que ensinar a forma que eu faço é mais simples do que ficar pensando de que forma o aluno resolveria. Eu percebi isso na regência do estágio, pois como foi feito em dupla, a minha dupla sempre resolvia os exercícios pensando em como os alunos iam resolvê-los.
E3	-

E4	Um pouco. Acho que tive um pouco de dificuldade pois estava cansada pois tinha acabado de fazer uma prova.
E5	Inicialmente, não sabia muito bem o que fazer. Depois que desenvolvi a primeira atividade ficou mais tranquilo. Como a atividade proposta era 'aberta' (3 figuras como base e sem exemplo), acho que seja comum uma dificuldade até entender e desenvolver as ideias.
E6	A dificuldade varia se você tem um tempo determinado para desenvolvimento ou tem um tempo que você mesmo controla.
E7	-
E8	A dificuldade foi tornar a ideia que tive em uma atividade que seja bem estruturada.
E9	Sim, para pensar em uma forma diferente de criar as questões e ainda pensar no objetivo que iria atingir com ela.
E10	Tive dificuldade para utilizar a primeira figura do primeiro problema. Pensei em desenvolver algum problema de geometria, mas acho que me faltaram alguns conceitos para fazê-lo. Para além disso também senti dificuldade no problema 2.
E11	-
E12	Sim. Normalmente eu penso em diferentes formas de resoluções e não problemas.
E13	Um pouco, pois havia acabado de sair de uma prova difícil.
E14	Sim, tive dificuldades, porque não sou acostumado a trabalhar a criatividade.
E15	Sim, não me considero uma pessoa criativa, e, ao mesmo tempo, sou ansioso. Nesse sentido queria criar questões que possuíam grande potencial para serem trabalhadas, mas demorei para pensar em algo.
E16	Sim, um pouco, porque não estou acostumado a criar atividades.

Fonte: as autoras.

Examinando as respostas fornecidas, a primeira observação que podemos fazer é que, em geral, eles encontraram algumas dificuldades para desenvolver as atividades propostas, e as razões para isso são bastante variadas. Entre elas, podemos elencar: esgotamento mental após fazer uma prova difícil, habilidade maior em resolver problemas e menor em criá-los, falta de hábito em criar atividades/trabalhar a criatividade, preguiça, tempo limitado, dificuldade para articular ideias novas e objetivos de forma bem estruturada. Todas as questões apresentadas pelos estudantes levam a reflexões, algumas das quais previstas por nós quando o instrumento de pesquisa ainda estava em fase de construção. A maioria delas, senão todas, constituiriam pesquisas à parte.

A segunda observação é que a maioria dos estudantes relata dificuldades na atividade de proposição de problemas, mas poucos citam a

criatividade. Apenas E9, E14 e E15 mencionam a criatividade de forma explícita e nos levam a entender que, para eles, a dificuldade reside nesse aspecto. A impressão que temos ao ler as respostas é que o ato de propor problemas, por si só, já representa um primeiro nível de dificuldade. A exigência de fazê-lo de forma criativa acrescentaria mais uma camada ao desafio. Ressaltamos, no entanto, que essa impressão poderia ser alterada ao conversar pessoalmente com os estudantes a esse respeito, já que tudo de que dispomos aqui são as respostas registradas por meio do instrumento de pesquisa.

A seguir, no Quadro 3, vamos observar as respostas produzidas com relação ao questionamento 1-b.

Quadro 3 – Transcrição das respostas ao questionamento 1-b

Código	Transcrição das respostas ao questionamento 1-b <i>Com relação à atividade do encontro passado: você teve mais dificuldade/facilidade para desenvolver a atividade 1 ou a atividade 2? Explique os motivos.</i>
E1	A atividade 1 tive mais facilidade ainda pensei em problemas extras que não tive tempo de escrever, já a atividade 2 tive muita dificuldade, não consegui desenvolver muito.
E2	Na atividade 1 eu tive um pouco de dificuldade com “a imagem algébrica”, pois como o texto falava que era uma figura, eu fiquei confusa, pois para mim aquilo não era uma figura.
E3	-
E4	Tive mais facilidade na 1, acho que pelo motivo de ter mais figuras.
E5	Achei a atividade 1 mais tranquila, já que permitiu a gente se basear em 3 figuras para propor os enunciados. Devido ao tempo e a falta de criatividade, não fiz algo tão bom para a atividade 2.
E6	A dificuldade que envolve aqui é já fazer uma conexão com a resolução.
E7	-
E8	Acredito que tive mais facilidade com a atividade 2, pois o conteúdo escolhido (equação do 2º grau) seria o conteúdo que eu iria abordar com meus alunos durante a semana, não havia planejado estas aulas, mas já estava idealizando elas.
E9	Na atividade 2, não sabia como pensar em uma forma de abordar todos os detalhes da imagem em uma questão e também pensar em um conteúdo para isso.
E10	Tive mais facilidade na primeira atividade. Aparentemente as figuras desse problema me levavam a pensar em conteúdos específicos. No último não consegui fazer o mesmo, me lembro de exercícios que tinham elementos semelhantes.
E11	-

E12	Tive mais dificuldade na segunda atividade por além de propor, ter que pensar o conteúdo e objetivo.
E13	A atividade 2. Pois não 1 eu tinha três figuras que eu poderia utilizar já a 2 se restringiu a apenas uma figura.
E14	Tive mais facilidade na atividade 1, as imagens me remeteram a pensar em mais possibilidades de criação.
E15	Tive mais facilidade para fazer a 2, por rapidamente relacionar ao conteúdo de área, enxergando uma janela na figura. Em relação a 1, tive mais dificuldade na figura 1, porém não tive muito contato com círculo e circunferência, o que atrapalhou o desenvolvimento.
E16	Tive mais dificuldade para desenvolver a atividade 1, pois as ideias para desenvolver a atividade 2 veio com mais facilidade, mais pronta no desenvolvimento com base na visão da figura, enquanto as figuras da atividade 1 eram mais amplas, o que dificultou a relação visual entre o que fazer ao criar a atividade.

Fonte: as autoras.

O questionamento 1-b faz referência às atividades 1 e 2, isto é, a S1P1 e S2P1, respectivamente, em que S1P1 é uma situação matemática semiestruturada em que são fornecidas três figuras e S2P1 também é uma situação matemática semiestruturada, mas apenas uma figura é fornecida como ponto de partida.

Podemos observar que quatro estudantes relataram mais dificuldades na atividade 1, enquanto oito consideraram a atividade 2 como a mais difícil. Desses últimos, mais da metade encontrou dificuldades no fato de dispor de apenas uma figura como base para criar os problemas, já que esse cenário oferece menos possibilidades. Poderíamos pensar que essa dificuldade, traduzida como “escassez” de possibilidades, seria justamente o impulsionador da criatividade, uma vez que todos os esforços se concentrariam em uma única direção? Infelizmente, não conseguiremos chegar a conclusões com relação a esse aspecto aqui, já que estamos nos concentrando, pelo menos por ora, em outro objetivo.

Quanto aos quatro estudantes que afirmaram ter encontrado mais dificuldades com relação à atividade 1, suas justificativas foram variadas, desde uma rápida identificação da figura da atividade 2 com algum conteúdo específico, o que tornou essa atividade mais fácil, até a dificuldade de lidar com alguma das figuras da atividade 1 de forma específica.

Vamos observar, agora, as respostas ao questionamento 1-c, apresentadas abaixo, no Quadro 4.

Quadro 4 – Transcrição das respostas ao questionamento 1-c

Código	Transcrição das respostas ao questionamento 1-c <i>Na sua rotina (na universidade ou no seu trabalho), você costuma se envolver em atividades que requeiram a proposição/criação de problemas matemáticos?</i>
E1	Sim, com mais frequência no trabalho atuo como professor no E. F. 1, e houve momentos que precisei adaptar um exercício ou até mesmo criar uma situação para trabalhar determinado conteúdo.
E2	Não, graças a Deus, pois tenho dificuldade.
E3	-
E4	Sim.
E5	Muito raramente. Em geral, busco achar exercícios já prontos, mas que funcionem para a intencionalidade da aula proposta. A proposição de problemas matemáticos ficaram restritos a momentos de aulas da faculdade.
E6	Sim constantemente em atividades criação de problemas matemáticos.
E7	-
E8	Tanto na faculdade quanto no trabalho costumo fazer a criação, adaptação ou proposição de problemas.
E9	Sim.
E10	Como vinha falando durante a aula durante o estágio obrigatório eu desenvolvi alguns problemas relacionando as práticas profissionais de pedreiros e ideias de proporção, regra de três simples e composta. Mas não é algo corriqueiro.
E11	-
E12	Sim em ambos os ambientes.
E13	Sim.
E14	Não costumo me envolver em atividades de criação.
E15	Não, seleciono problemas que permitem explorar a situação, mas nunca a proposição de um.
E16	Normalmente não.

Fonte: as autoras.

Como fica evidente por meio do quadro apresentado, sete estudantes relataram se envolver com atividades de proposição de problemas matemáticos, seja na universidade ou atuando na docência, enquanto seis afirmaram não o fazer. Com relação aos que responderam negativamente, poderíamos pensar: a falta de

familiaridade com a atividade de proposição de problemas pode ter influenciado na criatividade matemática manifestada?

Seguiremos, agora, para as observações referentes à aplicação da Parte 2 do instrumento de pesquisa.

Aplicação do instrumento de pesquisa – Parte 2

No segundo encontro, os estudantes tiveram contato com a Parte 2 do instrumento de pesquisa, composta das situações matemáticas estruturadas. Nesse dia, havia 14 estudantes em sala, dos quais dois não estiveram presentes no primeiro encontro. Assim, apresentei o TCLE para eles, coletei suas assinaturas e dei início às atividades do dia.

Primeiro, conversamos rapidamente sobre o que desenvolveram no encontro anterior. Perguntei se sentiram dificuldades com alguma das atividades e se já haviam realizado algo parecido. Pelo que narraram, não é algo a que estão muito habituados, apesar de já terem tido algum contato com o assunto. Em seguida, distribuí a Parte 2 do instrumento, pedi que lessem e me perguntassem caso tivessem alguma dúvida. As atividades foram iniciadas por volta das 21h20. O primeiro estudante a sair entregou os problemas prontos às 22h, e o último, às 22h20. É importante destacar que um dos estudantes que faltaram nesse dia veio no terceiro encontro e, nessa ocasião, além de desenvolver as atividades do dia, pediu para ver a Parte 2 e também a completou. É por esse motivo que temos problemas propostos por 15 estudantes referentes à Parte 2, apesar de apenas 14 terem estado presentes.

No instrumento de pesquisa, depois dos questionamentos já mencionados e antes da primeira situação matemática, introduzimos uma outra pergunta, a fim de investigar se os estudantes haviam refletido a respeito das situações matemáticas anteriores ao longo da semana que transcorreu. Além disso, devolvemos a eles as folhas com os problemas propostos na ocasião. Este seria o momento para completarem suas respostas, caso quisessem. Conforme explicamos na seção 4.3, decidimos não os avisar previamente que teriam essa possibilidade para que não deixassem de aproveitar o tempo que tinham durante a aula, caindo na tentação de pensar nos problemas somente em casa. O resultado obtido foi que nenhum dos estudantes apresentou nada novo nesse dia. Alguns responderam que não haviam tido tempo, outros disseram que pensaram no assunto, mas não

conseguiram desenvolver mais nada. Outros ainda explicaram que pensaram em ajustes que poderiam ser feitos aos problemas apresentados, mas não se recordavam mais. Isso pode ter acontecido porque:

- 1) uma vez completada a tarefa, encararam a missão como encerrada, não voltando mais a pensar no assunto;
- 2) apesar de terem pensado a respeito do assunto durante a semana, havia várias outras atividades a serem desenvolvidas no segundo encontro e decidiram não perder tempo se alongando com os problemas da semana anterior;
- 3) realmente não tiveram tempo de pensar no assunto ao longo da semana.

Assim, uma possibilidade para pesquisas futuras é elaborar situações matemáticas acerca das quais se deva refletir e propor problemas em horários que não sejam os das aulas. Dessa forma, poderíamos comparar resultados e tentar compreender se a criatividade matemática se manifesta mais intensamente em um ou em outro ambiente, com a pressão do tempo de duração da aula ou com tempo livre para pensar.

As situações estruturadas, apresentadas em seguida na Parte 2, são as que oferecem mais restrições, uma vez que exibem um problema pronto e solicitam que os estudantes o modifiquem. Aqui, propusemos duas situações diferentes, S3P2 e S4P2, parecidas no formato, mas com problemas bem diferentes. S3P2 exibia o problema dos amigos descendo os degraus de uma escada, que envolvia o conteúdo dos múltiplos de um número e mínimo múltiplo comum, enquanto S4P2 apresentava o problema do aumento no preço do quilo de frango, que envolvia potenciação. As quantidades de problemas propostos em cada uma delas aparecem na Tabela 4 abaixo.

Tabela 4 – Quantidade de problemas propostos em cada etapa da Parte 2

Situação matemática	Quantidade de problemas propostos
S3P2	33
S4P2	25

Fonte: as autoras.

As situações estruturadas são propícias para a aplicação do critério da transferência distante, já que esse critério, da forma como o estamos utilizando,

depende de observar quanto um indivíduo consegue se distanciar do problema original mantendo suas características básicas. Alguns o fazem preservando toda a estrutura e modificando apenas os valores, de tal maneira que a forma de resolução se mantenha a mesma. Outros acabam conseguindo modificar detalhes do problema de forma que a sua estrutura seja alterada e que a forma de resolução também seja outra. Neste trabalho, optamos por selecionar S3P2 para fazer a análise quanto à transferência distante (Seção 5.4), já que 33 problemas foram propostos relativamente a ela, enquanto S4P2 conta com apenas 25 proposições. Alguns casos de S4P2 serão exibidos na Seção 5.6.

No final da Parte 2, introduzimos uma observação, que sugeria que os estudantes poderiam refletir ao longo da próxima semana a respeito das situações matemáticas propostas nesse encontro. O intuito era, assim como já havia sido feito antes, permitir um período maior de reflexão ao longo da semana, em casa e sem pressão. A diferença é que, dessa vez, o aviso foi dado previamente, de forma que eles soubessem que teriam essa possibilidade. O resultado, no entanto, não foi diferente: nenhum dos participantes apresentou novidades no encontro seguinte.

Aplicação do instrumento de pesquisa – Parte 3

O terceiro e último encontro foi destinado à Parte 3 do instrumento de pesquisa, que contém as situações livres. Nesse dia, comecei agradecendo à professora e aos 10 estudantes presentes por terem aceitado participar da minha pesquisa de doutorado. Em seguida, da mesma forma que no encontro anterior, entreguei a folha contendo as situações matemáticas, pedi que lessem e me questionassem em caso de dúvidas. Eles iniciaram o processo por volta das 21h20. Assim como nos outros encontros, o desenvolvimento das atividades se deu de forma tranquila. Os alunos conversaram pouco entre si, muitas vezes discutindo algum detalhe referente ao que estavam propondo. O primeiro participante a deixar a sala o fez às 22h, e o último, às 22h30.

Este foi o dia dedicado às situações livres, aquelas em que poucas restrições são impostas e os estudantes têm vários caminhos pelos quais podem seguir. Duas situações matemáticas livres foram apresentadas: S2P3 e S3P3. Na primeira delas, os participantes deveriam eleger um conteúdo e propor quantos problemas pudessem relacionados a ele. Deveriam apresentar a solução de pelo

menos um. Em S3P3, deveriam propor um, e apenas um, problema que tivesse mais de uma solução. Como já foi explicado na Seção 4.3, havia a intenção de verificar como os alunos reagiriam ao comando de produzir apenas um problema, já que em todas as outras situações matemáticas eles foram orientados a produzir tantos quanto fosse possível. Nós imaginamos que, ao focar os esforços em produzir apenas um problema, eles poderiam acabar apresentando produções mais criativas, ou então mais elaboradas. Além disso, tínhamos a intenção de observar como reagiriam à orientação de produzir um problema que tivesse mais de uma solução, já que essa é uma opção interessante quando tratamos da criatividade matemática.

Para o fim desta pesquisa que estamos desenvolvendo em torno dos critérios de investigação, S2P3 e S3P3 acabaram não trazendo muitas contribuições, já que o perfil que apresentam não se adapta às análises conforme nenhum dos critérios. No universo da proposição de problemas, para analisar a relação entre ideias até então não relacionadas, situações matemáticas como S1P1 são mais adequadas, pois oferecem mais de um ponto de partida, não inicialmente relacionados, que os estudantes podem combinar na proposição de um único problema. Para analisar a originalidade, é interessante que todos os participantes da pesquisa partam de um ponto em comum, de forma que seja possível comparar os resultados obtidos. As situações apresentadas na Parte 3 são livres e, como consequência, os problemas propostos são extremamente diferentes entre si, dificultando a tarefa de analisá-los quanto à originalidade, já que a estamos considerando como relativa, o que demanda que identifiquemos os problemas que são considerados originais relativamente ao contexto da sala de aula em que estão inseridos. Para analisar a transferência distante, por sua vez, estabelecemos que o faríamos por meio da reformulação de problemas dados.

Assim, não utilizaremos os problemas propostos na Parte 3 para as análises dos critérios, mas alguns casos referentes a ela serão apresentados na Seção 5.6. A Tabela 5 abaixo mostra a quantidade de problemas propostos com relação a S2P3 e S3P3.

Tabela 5 – Quantidade de problemas propostos em cada etapa da Parte 3

Situação matemática	Quantidade de problemas propostos
S2P3	21
S3P3	9

Fonte: as autoras.

Antes de encerrar esta seção, apresentaremos, no Quadro 5 a seguir, a transcrição das respostas dos estudantes com relação ao último questionamento feito, que tinha como objetivo tentar entender em qual dos três encontros proporcionados eles se sentiram mais desafiados. As respostas mostram que a maioria dos estudantes – cinco entre oito – julgaram as atividades da Parte 3 as mais difíceis, enquanto dois consideraram mais difíceis as da Parte 2 e apenas um encontrou mais dificuldades nas atividades da Parte 1. Essa conclusão nos oferece uma resposta com relação à decisão que tomamos, na fase de construção do instrumento de pesquisa, de alterar a ordem de apresentação dos tipos de situações matemáticas, iniciando com as mais simples – as semiestruturadas, no nosso julgamento, passando depois para as que julgamos intermediárias – as estruturadas, e finalizando, no terceiro encontro, com as mais desafiadoras – as situações livres.

Quadro 5 – Transcrição das respostas ao questionamento 4

Código do estudante	Transcrição das respostas ao questionamento 4
	<i>Hoje, estamos finalizando as atividades que foram programadas para esta pesquisa. Dos três tipos de atividades propostas, qual foi a mais desafiadora para você? Aquela na qual você deveria propor problemas a partir de figuras (1º encontro), aquela na qual você deveria modificar problemas já existentes (2º encontro) ou aquela na qual você deveria propor problemas de forma mais livre, com poucos pré-requisitos (3º encontro)? Por quê?</i>
E1	-
E2	Eu achei mais difícil a atividade de hoje. Porque ela era muito aberta, então eu que tinha que escolher, decidir, limitar o tema/problema, coisa que não estou habituada a fazer.
E3	-
E4	O 3º encontro. Pelo fato de ter que pensar em duas soluções para um exercício.
E5	O do 3º encontro, pois é difícil ser criativo sem nenhuma limitação. Se a pessoa não é focada, ela pode se perder em meio aos pensamentos. Isso também pode acontecer nas atividades dos outros encontros, mas fica mais evidente quando não se tem

	restrições. Muitos diretores, de jogos e de filmes, acreditam que certos limites ajudam a dar ideias melhores, pois restrições fazem as pessoas pensarem fora da caixa.
E6	-
E7	Considero do encontro 2 mais desafiador, mas a do encontro 3 mais prazerosa.
E8	-
E9	A que eu tinha que modificar os problemas já existentes, pois quando já ta criado é mais difícil mudar e pensar diferente.
E10	-
E11	A última pois me limitou a algo (3º encontro). Porque eu só poderia realizar dentro do pré requisito de ter mais de uma solução, e determinar um conteúdo específico.
E12	-
E13	A mais desafiadora foi a atividade do 3º encontro. Porque tive que ter mais criatividade, o que para mim é bem difícil, pois criar situações do 0 e mais difícil do que se já estiver alguma figura ou contexto.
E14	-
E15	A do 1º encontro, pois além de necessitar usar a criatividade ela estava limitada a utilização de elementos já predefinidos.
E16	-

Fonte: as autoras.

Antes de avançarmos, é importante destacar que as quantidades de problemas propostos mencionadas nesta seção se referem ao total produzido, o que inclui os problemas válidos e os não válidos. A diferenciação com relação aos condicionantes será feita nas seções que virão.

A seguir, iniciaremos a análise com relação ao critério da relação entre ideias até então não relacionadas.

5.2 RELAÇÃO ENTRE IDEIAS ATÉ ENTÃO NÃO RELACIONADAS

Agora que o breve relato referente à aplicação de cada uma das partes do instrumento de pesquisa já foi feito, passaremos para a análise dos problemas propostos por meio dos critérios estabelecidos. O primeiro deles é o da relação entre ideias até então não relacionadas, aplicado aos problemas propostos em S1P1.

Conforme já foi explicado, essa situação se encaixa na categoria das situações semiestruturadas, uma vez que fornece um ponto de partida concreto para a proposição de problemas, mas ainda assim deixa espaço para inúmeras possibilidades. A razão principal da construção dessa situação era analisar como os estudantes reagiriam ao fato de ela fornecer três imagens, que poderiam ser utilizadas isoladamente ou de forma combinada.

Antes de iniciar a análise, faremos a validação dos problemas por meio dos condicionantes estabelecidos na seção 4.2. Observe, no Quadro 6 a seguir, a distribuição deles conforme a coerência e a consistência. Os espaços onde aparecem traços se referem aos estudantes que não estiveram presentes no dia da aplicação e, dessa forma, não produziram nenhum problema.

Quadro 6 – Coerência e consistência dos problemas propostos em S1P1

Código	Problema coerente	Problema consistente	Problema válido
E1			não
	x	x	sim
		x	não
	x	x	sim
E2	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E3	-	-	-
E4	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
			não
E5	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E6			não
	x	x	sim
	x	x	sim

			não
E7	-	-	-
E8	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E9	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E10		x	não
			não
			não
E11	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E12		x	não
	x	x	sim
			não
E13	x	x	sim
	x	x	sim
E14	x	x	sim
	x	x	sim
E15	x		não
	x		não
	x	x	sim
E16	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim

Fonte: as autoras.

A Tabela 6 abaixo fornece mais algumas informações acerca dessa distribuição. É possível constatar que 50 problemas foram propostos, apesar de

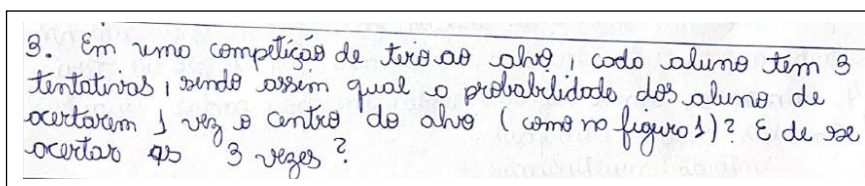
apenas 14 estudantes terem estado presentes, o que fornece uma média de mais de três problemas por estudante. Contudo, alguns deles propuseram apenas um problema, enquanto outros propuseram cinco ou seis, por exemplo. A quantidade de problemas válidos – aqueles que são coerentes e consistentes – somam 76% dos problemas propostos.

Tabela 6 – Distribuição dos problemas propostos em S1P1 de acordo com os condicionantes

Classificação quanto aos condicionantes	Quantidade e percentual com relação ao total
Incoerente e inconsistente	7 (14%)
Coerente, mas inconsistente	2 (4%)
Consistente, mas incoerente	3 (6%)
Coerente e consistente (válido)	38 (76 %)
Total	50 (100%)

Fonte: as autoras.

Para exemplificar o processo de classificação quanto aos condicionantes, vejamos o caso de um problema não válido, ilustrado na Figura 11. O participante que o propôs se baseou na figura 1 apresentada em S1P1 e propôs um problema clássico de probabilidade, em que cada participante de uma competição de tiro ao alvo teria três tentativas. O solucionador do problema deve descobrir, primeiro, qual é a probabilidade que um competidor tem de acertar uma vez o centro do alvo e, depois, de acertar o centro do alvo nas três tentativas. Ele foi classificado como consistente porque não apresenta dados contraditórios, os componentes do texto estão correlacionados e cumprindo suas devidas funções no problema, há um modelo matemático válido que condiz com os dados fornecidos no texto e o problema possuiria solução, caso uma informação faltante tivesse sido fornecida. Essa informação faltante é o que torna o problema incoerente.

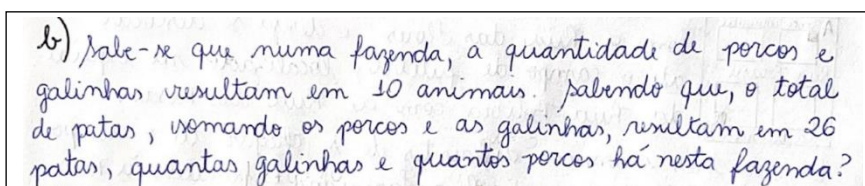
Figura 11 – Problema proposto por E1 em S1P1


3. Em uma competição de tiro ao alvo, cada aluno tem 3 tentativas, sendo assim qual a probabilidade dos alunos de acertarem 1 vez o centro do alvo (como no figurado)? E de se acertar 2 ou 3 vezes?

Fonte: Pesquisa de campo.

Pode-se supor que o estudante tinha em mente os problemas de probabilidade que envolvem lançamentos de dados ou retiradas de cartas de um baralho, por exemplo, em que os resultados obtidos a partir de cada ação têm a mesma probabilidade de ocorrer. No caso do problema em questão, no entanto, a solução depende das probabilidades individuais de se acertar cada seção do alvo, o que não foi fornecido no texto do problema. Assim, ele foi classificado como incoerente, apesar de consistente.

Como exemplo de um problema válido, isto é, coerente e consistente, vejamos o caso ilustrado na Figura 12, baseado na figura 2 apresentada em S1P1. Trata-se de um problema clássico envolvendo álgebra e a manipulação de equações lineares.

Figura 12 – Problema proposto por E2 em S1P1


b) Sabe-se que numa fazenda, a quantidade de porcos e galinhas resultam em 10 animais. Sabendo que, o total de patas, somando os porcos e as galinhas, resultam em 26 patas, quantas galinhas e quantos porcos há nesta fazenda?

Fonte: Pesquisa de campo.

A interpretação do problema resulta em um sistema composto das equações: $x + y = 10$ e $4x + 2y = 26$, cuja solução fornece $x = 3$ e $y = 7$, em que x se refere ao número de porcos e y se refere ao número de galinhas. Dessa forma, fica evidente que o problema tem consistência e coerência, e é, portanto, válido.

Assim, feita a análise de todos os problemas propostos com relação à coerência e à consistência, destacamos que 38 dos 50 problemas são válidos. A

análise referente ao critério em questão levará em conta esse número, descartando os 12 problemas não válidos.

Do total de 38 problemas válidos, apenas um envolve a combinação de mais de uma figura. Todos os outros 37 problemas envolvem apenas uma das três figuras fornecidas, e algumas hipóteses podem ser imaginadas a respeito desse fato.

A primeira é que os estudantes procuraram seguir pelo caminho considerado mais simples, e não necessariamente mais criativo, apesar de estarem envolvidos em uma pesquisa acerca da criatividade matemática e de as instruções fornecidas deixarem claro que combinações entre mais de uma figura poderiam ser utilizadas. Essa hipótese pode ter várias causas, e uma delas pode estar relacionada ao esgotamento mental que eles, eventualmente, estavam sentindo devido à prova realizada no primeiro horário das aulas.

A segunda hipótese é que eles não consideraram que combinações de mais de uma figura resultariam em problemas mais criativos – e, aqui, é necessário deixar claro que esse é apenas *um* critério que *nós* julgamos estar relacionado à criatividade matemática, mas não há nada que impeça que um problema que envolva apenas uma das figuras seja, no final, mais criativo do que outro que envolva três.

A terceira hipótese é que eles mantiveram o foco na quantidade, já que as instruções não deixavam dúvida: “proponha quantos problemas matemáticos puder”. Essa preocupação – a de que os estudantes poderiam focar seus esforços em produzir o maior número de problemas possível e acabar pecando na criatividade – surgiu no momento da construção do instrumento de pesquisa e foi exposta na seção 4.3.

Há, ainda, uma observação a ser feita. Ao analisar os problemas propostos, ficou evidente que a maioria dos estudantes se preocupou em contemplar todas as três figuras por meio de pelo menos um problema. Essa não era, no entanto, uma exigência imposta pelas instruções fornecidas na situação matemática, que apresentava vários cenários com possíveis combinações de forma a deixar claro que os estudantes poderiam tanto utilizar somente uma das figuras quanto mais de uma delas, de forma combinada ou não. Mesmo assim, 10 dos 14 presentes nesse encontro propuseram pelo menos um problema envolvendo cada uma das três figuras, o que representa mais de 70% do total. Alguns desses, além de proporem pelo menos um problema envolvendo cada figura, propuseram mais do que um problema envolvendo alguma delas. Os outros quatro apresentaram problemas envolvendo

duas das três figuras. Logo, nenhum deles utilizou uma só. Essa observação nos leva à quarta hipótese de que, preocupados em contemplar todas as três figuras apresentadas, os estudantes, em sua maioria, concentraram-se nessa atividade, deixando de lado a oportunidade de tentar criar relações entre as figuras. Vale destacar que essa reflexão foi feita observando todos os problemas que foram propostos, e não somente aqueles classificados como válidos.

Um exemplo do que foi exposto no parágrafo acima é o caso do estudante E11, que propôs três problemas envolvendo a figura 1 e um problema envolvendo cada uma das figuras 2 e 3. Alguns dos problemas propostos por ele foram os seguintes, transcritos aqui da mesma forma como foram apresentados pelo estudante.

Problema envolvendo a figura 1 - *“Clara quer construir um alvo para treinar arco e flecha. Ela tem uma placa de madeira onde deseja construir, a placa tem formato quadrangular de lado 40 cm. O alvo que deseja construir terá diâmetro de 35 cm. Quanto de madeira será descartada para construção do alvo?”*

Problema envolvendo a figura 2 - *“Dois estudantes foram em uma padaria após a aula, um deles comprou uma coxinha que custou x reais, o outro comprou uma esfirra custando 3 reais. Observando a expressão abaixo que representa o que os dois gastaram quanto o outro estudante pagou na coxinha?*

$$x + y = 10$$

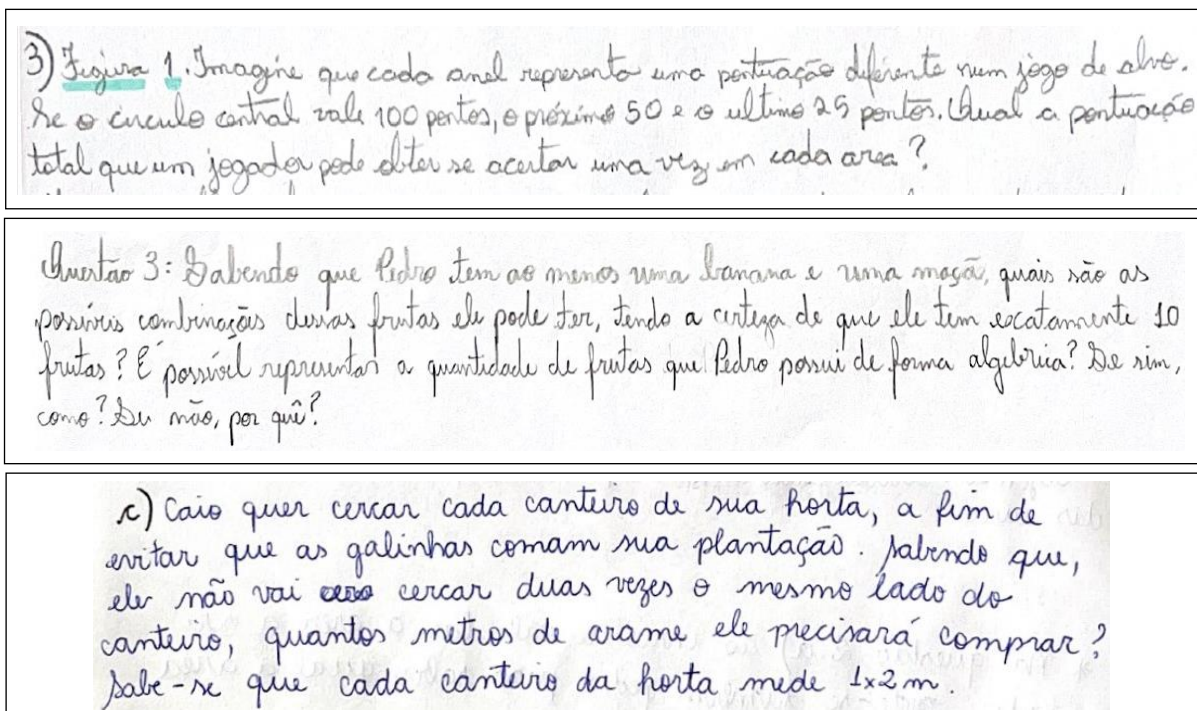
Problema envolvendo a figura 3 - *“Maria e Pedro compraram cartolinas para fazer um trabalho de Ed. Financeira o trabalho consiste em criar tabelas com 2 colunas e 4 linhas. Sabendo que a cartolina tem formato retangular de 59 x 45 cm. Qual será a área de cada célula?”*

Além dos três problemas transcritos, E11 apresentou, ainda, mais dois problemas envolvendo a figura 1.

Vale observar que grande parte dos problemas propostos pelos outros estudantes seguem o mesmo padrão daqueles propostos por E11, apresentados acima. O que queremos dizer é que muitos dos problemas envolvendo a figura 1 têm relação com jogos de tiro ao alvo, assim como a maioria daqueles que contemplam a figura 2 apresentam situações envolvendo perguntas que podem ser respondidas por meio da manipulação algébrica das informações fornecidas, e os problemas relacionados à figura 3 se dividem entre aqueles que incluem o conceito de frações e suas representações e os que envolvem perímetro, área ou têm alguma relação com

medidas lineares. Exemplos com essas características são ilustrados na Figura 13 abaixo.

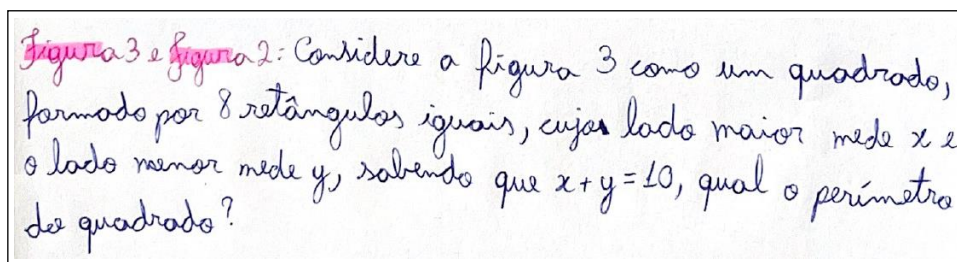
Figura 13 - Problemas propostos por E4, E5 e E2, relacionados à figura 1, à figura 2 e à figura 3, respectivamente, em S1P1



Fonte: Pesquisa de campo.

Por fim, vamos apresentar o único, entre os 38 problemas, que envolve mais do que uma figura fornecida na situação matemática. Ele foi proposto por E8, está ilustrado na Figura 14 e envolve as figuras 2 e 3. Ao observá-lo, é possível perceber que os conteúdos contemplados são semelhantes àqueles abordados pelos outros estudantes. Para solucioná-lo, são necessários conhecimentos de perímetro, sistema de equações lineares e noções de propriedades de figuras planas, como o quadrado. No entanto, E8 aborda esses conteúdos de forma combinada, por meio de um único problema.

Figura 14 – Problema proposto por E8 em S1P1



Fonte: Pesquisa de campo.

Antes de finalizar as análises referentes a S1P1, poderíamos, ainda, tecer alguns comentários com relação às figuras fornecidas. Observando os resultados, poderíamos supor que combinar as figuras 1 ou 3 com a figura 2 pode ser uma tarefa ligeiramente mais simples, já que uma equação algébrica da forma como foi fornecida ($x + y = 10$) pode servir para representar situações apresentadas de forma gráfica, como ocorre nas figuras 1 e 3. Isso é exatamente o que foi feito por E8 no exemplo exposto acima. Entendemos que o problema que ele produziu representa um passo a mais do que os outros com relação ao critério da relação entre ideias até então não relacionadas, mas acreditamos que seria ainda mais interessante se pudéssemos ter observado problemas combinando as figuras 1 e 3, já que são duas figuras muito diferentes e que têm uma relação menos provável do que as relações que podem ser traçadas entre elas e a figura 2.

Conclusão da investigação utilizando o critério da relação entre ideias até então não relacionadas

O que concluímos dessa breve investigação é que ela fica comprometida em decorrência do fato de apenas um problema ter sido proposto de forma a combinar mais de uma figura. Caso mais problemas assim tivessem resultado dessa pesquisa, a análise certamente seria diferente. Ainda assim, acreditamos na importância desse critério na investigação do que estamos propondo, pois as leituras prévias nos convenceram de que ele deriva de uma característica que pode, sim, ser associada à criatividade matemática. Além disso, entendemos que um instrumento de pesquisa desenhado de forma diferente poderia trazer resultados que nos convencessem, de forma definitiva, que este critério é válido para a investigação da criatividade matemática. Uma possibilidade para o futuro seria a produção de um novo instrumento de pesquisa que incluísse a exigência de combinações entre mais de uma

figura, e não que deixasse essa possibilidade como uma sugestão. Ainda, figuras diferentes ou outros formatos de ideias também poderiam ser válidos.

5.3 ORIGINALIDADE

Como quase a totalidade dos participantes utilizou apenas uma das três figuras para propor cada problema, o que foi exposto na seção anterior, vamos selecionar uma delas – a figura 1 – para desenvolver uma investigação mais aprofundada segundo o critério da originalidade.

Primeiro, vamos apresentar a classificação feita de acordo com os condicionantes para verificar quais são os problemas válidos e quais são os não válidos. Aqui, descartaremos os problemas que envolvem as figuras 2 e 3 e nos concentraremos apenas naqueles que foram propostos utilizando como base a figura 1.

Quadro 7 – Coerência e consistência dos problemas propostos em S1P1-figura 1

Código	Problema coerente	Problema consistente	Problema válido
E1		x	não
	x	x	sim
E2	x	x	sim
E3	-	-	-
E4	x	x	sim
			não
E5	x	x	sim
	x	x	sim
E6			não
	x	x	sim
E7	-	-	-
E8	x	x	sim
	x	x	sim
E9	x	x	sim
E11	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E12		x	não

E13	x	x	sim
E15	x		não
E16	x	x	sim

Fonte: as autoras.

O Quadro 7 acima mostra que 12 estudantes produziram 19 problemas a partir da figura 1 presente em S1P1. Dos 19, entendemos que 14 são coerentes e consistentes, o que nos fornece um total de mais de 70% dos problemas válidos, como mostra a Tabela 7 abaixo. É com base nesses problemas que desenvolvemos a análise.

Tabela 7 – Distribuição dos problemas propostos em S1P1-figura 1 de acordo com os condicionantes

Classificação quanto aos condicionantes	Quantidade e percentual com relação ao total
Incoerente e inconsistente	2 (10,53%)
Coerente, mas inconsistente	1 (5,26%)
Consistente, mas incoerente	2 (10,53%)
Coerente e consistente (válido)	14 (73,68%)
Total	19 (100%)

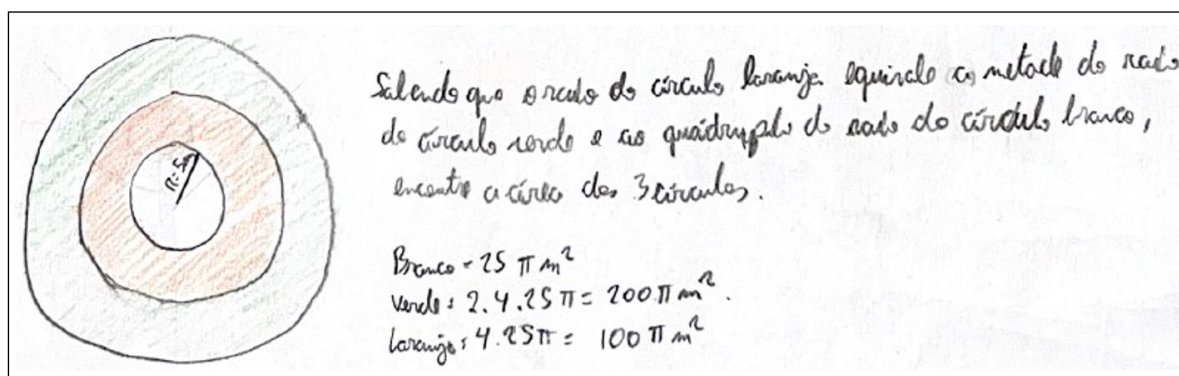
Fonte: as autoras.

A fim de compreender melhor a natureza dos problemas propostos, bem como as suas semelhanças e diferenças - aspecto importante ao tratar da originalidade - iniciamos o processo de análise fragmentando-os em três diferentes dimensões: o contexto, o conteúdo e o objetivo. Para que o leitor compreenda melhor a fragmentação proposta, vamos apresentar tais dimensões por meio do problema proposto por E16, ilustrado na Figura 15 abaixo.

No problema em questão, E16 não elaborou um cenário que servisse como contextualização para o problema criado. Pelo contrário, ele se baseou na figura que havia sido apresentada e tratou dela apenas em termos estritamente matemáticos, sem atribuir significados outros para os círculos apresentados. Portanto,

em casos assim, vamos assumir que o problema não tem contexto. Com relação ao conteúdo, pode-se verificar que ele aborda a área dos círculos e o objetivo aparente é induzir o solucionador a encontrar a área dos três círculos apresentados com base nas informações fornecidas, isto é, o raio do círculo menor e a razão entre ele e os raios dos outros dois círculos. Com relação à resolução apresentada pelo estudante, falaremos mais adiante.

Figura 15 – Problema proposto por E16 em S1P1-figura 1



Fonte: Pesquisa de campo.

Feita essa introdução às três dimensões que vamos considerar nessa análise, o Quadro 8, apresentado abaixo, mostra a fragmentação feita em todos os 14 problemas válidos propostos. As dimensões serão melhor abordadas em seguida.

Quadro 8 – As três dimensões de cada problema proposto em S1P1-figura 1

Código	Contexto	Conteúdo	Objetivo
E1	Sem contexto	Comprimento da circunferência	Dado o raio da circunferência menor, identificar o padrão de incremento dos raios seguintes para descobrir os comprimentos das circunferências; identificar o termo geral da sequência que fornece o comprimento de qualquer circunferência com base apenas no raio fornecido. (Figura 20)
E2	Jardim em formato circular	Área do círculo	Calcular a área de uma coroa circular com base nas medidas fornecidas. (Figura 17)
E4	Jogo de tiro ao alvo	Operação de adição	Calcular a soma dos pontos obtidos com base na pontuação de cada região do alvo.

			(Figura 18)
E5	Software de pintura	Representação de figuras planas	Identificar qual imagem corresponde à descrição fornecida. (Figura 16)
	Software de design	Representação de figuras planas e divisão	Produzir uma imagem que corresponda à descrição fornecida e identificar a cor de um círculo específico com base em sua posição. (Figura 19)
E6	Sem contexto	Área do círculo	Calcular a área do círculo maior com base na área do círculo menor, dado o padrão de incremento dos raios. (Figura 23)
E8	Jogo de tiro ao alvo	Aritmética e múltiplos	Dadas as pontuações previstas para cada região do alvo, descobrir quantas pontuações totais diferentes se pode obter ao jogar 5 dardos. (Figura 21)
	Sem contexto	Área do círculo	Encontrar a razão entre as áreas de dois círculos com base nas diferenças entre seus raios. (Figura 22)
E9	Jogo de tiro ao alvo	Operação de adição	Calcular a soma dos pontos obtidos com base na pontuação de cada região do alvo
E11	Jogo de tiro ao alvo	Área do círculo e do quadrado	Calcular a área compreendida entre um círculo e um quadrado, dadas as medidas do diâmetro do círculo e do lado do quadrado
	Jogo de tiro ao alvo	Área do círculo e relação de proporção entre medidas	Calcular as áreas de coroas circulares, dados os diâmetros, e traçar relações de proporção entre medidas
	Tronco de árvore cortado ao meio	Área do círculo	Calcular a área de um círculo dado o seu diâmetro
E13	Sem contexto	Área do círculo	Calcular a área de uma coroa circular com base na medida do raio
E16	Sem contexto	Área do círculo	Calcular as áreas de três círculos concêntricos com base na razão entre os seus raios e na medida do raio menor (Figura 15)

Fonte: as autoras.

Com base nas informações apresentadas no quadro acima, vamos abordar as três dimensões estabelecidas.

Contexto

A primeira delas, o contexto, é o cenário criado por cada estudante e que serve como pano de fundo para o problema. No caso que estamos tratando, enquanto alguns estudantes propuseram problemas sem uma contextualização que escapasse dos contornos da Matemática, outros se esforçaram para criar cenários que servissem como base para os conteúdos que seriam abordados, como jogos de tiro ao alvo e softwares de pintura e design.

O Quadro 8 mostra que somente cinco entre os 14 problemas propostos não possuem contexto, o que pode significar que os estudantes, em sua maioria, consideram essa dimensão como sendo uma parte importante de um problema criativo. Dos nove que elaboraram contextos para os seus problemas, cinco utilizaram os jogos de tiro ao alvo. De fato, pode-se dizer que a figura induzia a essa interpretação - esse era exatamente o contexto do problema original, retirado de OBMEP (2020): um jogo de tiro ao alvo em que cada círculo da figura soma uma pontuação diferente. Há, no entanto, inúmeras outras possibilidades que poderiam ser criadas alternativamente.

A Tabela 8 abaixo mostra os diferentes contextos criados pelos participantes e a quantidade de problemas inseridos em cada um. Quando dizemos “sem contexto”, estamos nos referindo aos casos em que não há um cenário como pano de fundo e o problema é enunciado em termos puramente matemáticos.

Tabela 8 – Contextos dos problemas propostos em S1P1-figura 1

Contexto	Quantidade de problemas
Sem contexto	5
Jogo de tiro ao alvo	5
Software de pintura/design	2
Jardim em formato circular	1
Tronco de árvore cortado ao meio	1
Total	14

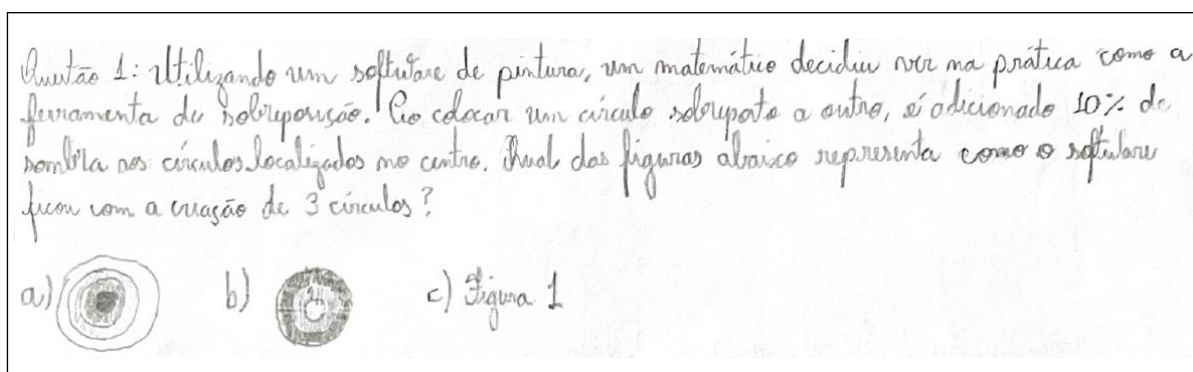
Fonte: as autoras.

A seguir, vamos apresentar alguns dos problemas propostos a fim de observarmos melhor como se deu a questão do contexto.

No problema proposto por E5 e ilustrado na Figura 16 abaixo, o estudante criou um contexto em que trabalha com círculos em um software de pintura e a figura 1 fornecida na situação matemática aparece como uma das alternativas de resposta possíveis. O problema exige que o solucionador identifique qual é a imagem resultante de um processo em que três círculos são sobrepostos, de maneira que, a cada sobreposição, 10% de sombra é adicionada ao círculo mais interno.

Com relação ao contexto criado, o problema difere bastante dos outros, o que poderia caracterizá-lo como incomum ou original, considerando a originalidade relativa já mencionada. Essa característica fica evidente ao observar que apenas dois problemas propostos – ambos apresentados pelo mesmo estudante – estão inseridos nesse contexto. No entanto, no que diz respeito à matemática que foi abordada, a porcentagem de 10% sugerida no enunciado acaba não tendo função para a solução do problema, que envolve pouca ou nenhuma noção de matemática.

Figura 16 – Problema proposto por E5 em S1P1-figura 1



Fonte: Pesquisa de campo.

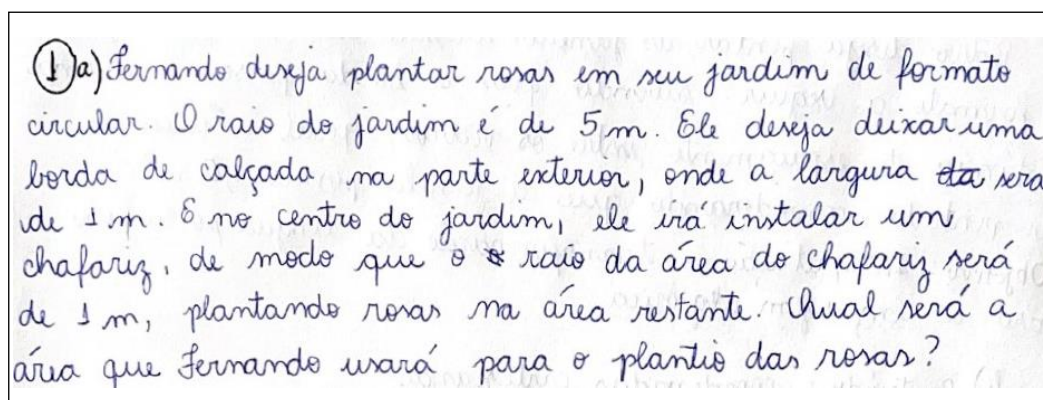
Ainda com relação a essa dimensão, podemos citar o que foi proposto por E2, ilustrado na Figura 17, que trata de área do círculo ao sugerir um jardim em formato circular, em que na margem externa será feita uma calçada e no círculo interno será construído um chafariz. A área intermediária, cuja medida o solucionador deve descobrir, será destinada ao plantio de rosas.

Apesar de o contexto criado como cenário para o problema ser diferente dos demais, o problema se resume a encontrar a área de uma região circular

com base nas medidas fornecidas, ou seja, é um típico problema de aplicação da fórmula de área do círculo.

Assim, é importante destacar que o contexto, da forma como estamos tratando aqui, não é um fator que levaremos em consideração na análise da originalidade, uma vez que entendemos que ele não tem consequências matemáticas importantes para o que estamos investigando. Mesmo assim, decidimos incluir essas reflexões aqui por entender que essa etapa da fragmentação fez parte do processo por meio do qual foi possível chegar às conclusões finais. Além disso, quanto mais informações acerca dos problemas propostos nós apresentarmos aqui, mais fácil será a compreensão deles por parte do leitor.

Figura 17 – Problema proposto por E2 em S1P1-figura 1



Fonte: Pesquisa de campo.

O tópico que o participante E2 explorou em seu problema – a área do círculo - foi o conteúdo mais abordado entre os 14 problemas propostos, como ficou evidente no Quadro 8. Trataremos dessa dimensão a seguir.

Conteúdo

A segunda dimensão estabelecida é o conteúdo, que nada mais é do que o tópico matemático que o problema se propõe a abordar. A Tabela 9 abaixo relaciona todos os conteúdos propostos à quantidade de problemas que tratam deles.

Tabela 9 – Conteúdos envolvidos nos problemas propostos em S1P1-figura 1

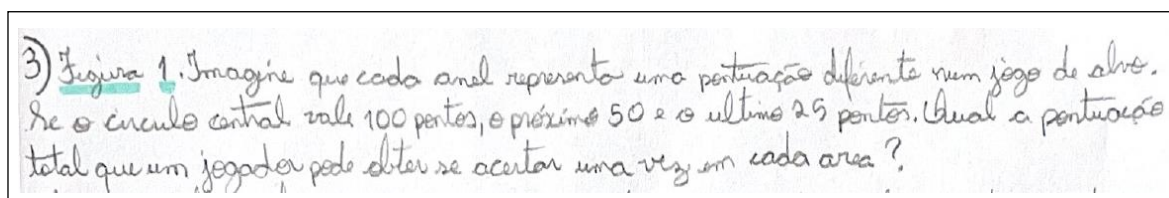
Conteúdo	Quantidade de problemas
Área do círculo	6
Operação de adição	2
Representação de figuras planas e divisão	2
Área do círculo e área do quadrado	1
Área do círculo e relação de proporção entre medidas	1
Aritmética e múltiplos	1
Comprimento da circunferência	1
Total	14

Fonte: as autoras.

Pode-se notar a predominância do conteúdo de área do círculo, que aparece seis vezes. Há, ainda, dois outros problemas que tratam do mesmo assunto, mas que foram classificados separadamente por incluírem área do quadrado e relação de proporção entre medidas nas etapas de solução. Todos os outros conteúdos abordados aparecem uma ou, no máximo, duas vezes cada um.

O problema apresentado por E4, ilustrado na Figura 18 abaixo, tem como contexto o jogo de tiro ao alvo e o conteúdo abordado é operação de adição. Para solucionar o problema, basta somar as pontuações referentes a cada uma das regiões do alvo.

Figura 18 – Problema proposto por E4 em S1P1-figura1

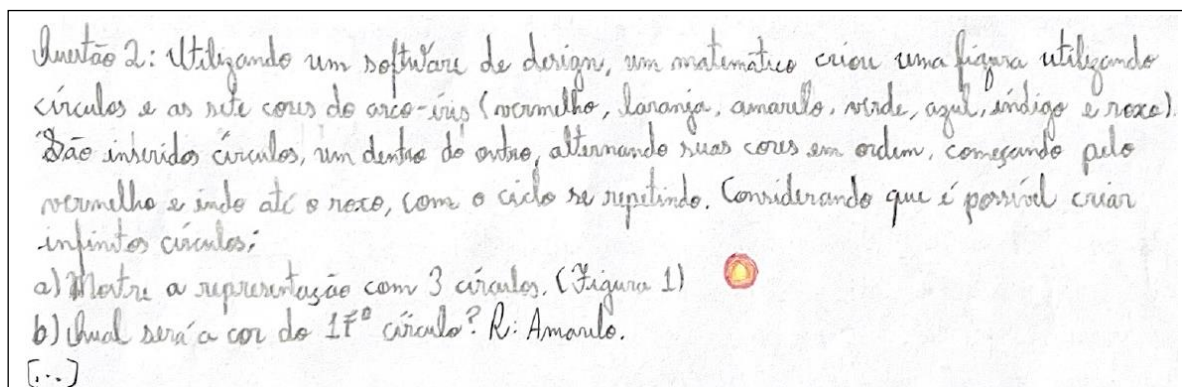


Fonte: Pesquisa de campo.

Ainda com relação à dimensão do conteúdo, vale observar a Figura 19 a seguir, em que o problema proposto por E5 tem como contexto o software de

design, já que foi elaborado pelo mesmo estudante mencionado anteriormente, quando o tema era o contexto.

Figura 19 – Problema proposto por E5 em S1P1



Fonte: Pesquisa de campo.

No caso apresentado agora, encontramos uma certa dificuldade para explicitar o conteúdo por meio de uma nomenclatura. A primeira pergunta proposta exige que o solucionador represente a situação enunciada por meio de uma figura, o que resultaria na figura 1 apresentada na situação matemática. Entendemos que o conteúdo envolve saber identificar a figura geométrica e desenhá-la de acordo com as instruções de cores fornecida. Vale destacar que a forma como o participante enunciou o problema não menciona o fato de que os círculos devem ser concêntricos, o que deixa margem para uma interpretação e uma representação diferentes, o que quer dizer que haveria mais de uma resposta possível.

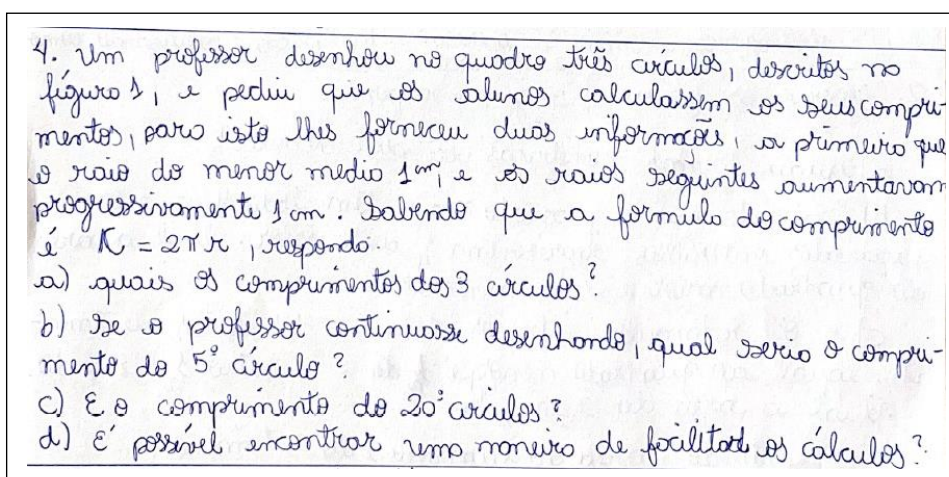
A segunda pergunta envolve a percepção de que a cor procurada é encontrada a partir do resto da divisão de 17 por 7, isto é, 3, mas essa percepção seria mais útil caso a posição do círculo em questão fosse outra, acima da 50ª, por exemplo, o que tornaria uma contagem manual mais trabalhosa.

Assim, observando os dois problemas apresentados como exemplo, chegamos à conclusão de que a dimensão do conteúdo também não é um bom parâmetro para se analisar um problema quanto à originalidade, uma vez que conteúdos pouco representados no universo em questão – e, portanto, incomuns com relação a esse aspecto – resultaram em problemas matematicamente pouco interessantes.

Chegamos, por fim, à última dimensão sugerida no processo de análise da originalidade. Chamaremos de objetivo do problema a questão principal que ele apresenta, ou seja, aquela pergunta que o solucionador está buscando resolver e de que forma isso deve ser feito. Ressaltamos que estamos tratando do objetivo identificado por nós por meio da leitura do material produzido, mas sabemos que apenas os próprios estudantes poderiam afirmar exatamente qual era o objetivo que tinham em mente quando propuseram os problemas. Vamos analisar alguns deles a seguir.

O problema proposto por E1, ilustrado na Figura 20, não possui contexto que vá além do universo da Matemática e traz como conteúdo o comprimento da circunferência. O que se pede, no entanto, é mais do que calcular o comprimento de uma ou mais circunferências com base nas medidas dos seus raios. O passo a passo que o estudante constrói tem como objetivo final induzir o solucionador a identificar um termo geral de sequência que sirva para generalizar um caso particular. Ele fornece a medida do raio da circunferência menor e o padrão de incremento dos raios das circunferências subsequentes. A partir daí, solicita que se calcule os comprimentos das três primeiras circunferências, fornecidas na figura 1 do instrumento de pesquisa. Depois, deve-se calcular os comprimentos que teriam a 5ª e a 20ª circunferências, caso o processo continuasse. Por fim, o questionamento acerca da existência de uma maneira de facilitar os cálculos induz o solucionador a identificar o termo geral da sequência que foi sendo construída.

Figura 20 - Problema proposto por E1 em S1P1-figura1

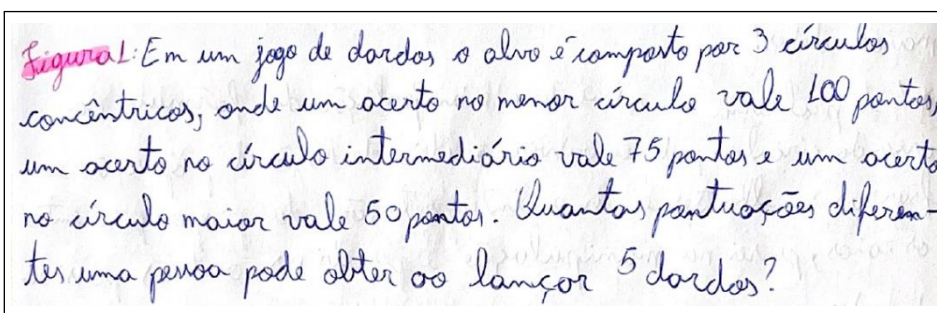


Fonte: Pesquisa de campo.

Nesse caso, os valores fornecidos pelo problema acabam por facilitar tanto os cálculos dos comprimentos quanto a identificação do termo geral. Valores diferentes dos que foram enunciados poderiam tornar esse problema mais interessante. Mesmo assim, a ideia presente no problema exige um certo nível de abstração, o que o torna incomum com relação ao contexto em questão, isto é, com relação aos problemas propostos como resposta a S1P1-figura 1 por todos os participantes da pesquisa.

Vamos investigar, agora, o problema proposto por E8, ilustrado na Figura 21. O seu contexto é igual ao da maioria dos outros problemas: o jogo de tiro ao alvo. No entanto, a forma pela qual se pretende abordar o conteúdo em questão é o que o torna incomum com relação aos demais.

Figura 21 - Problema proposto por E8 em S1P1-figura1



Fonte: Pesquisa de campo.

Três pontuações são estabelecidas – 50, 75 e 100 pontos, cada uma correspondendo a uma região diferente do alvo. Com base nessas informações, o solucionador deve descobrir quantas pontuações totais um jogador pode obter ao lançar cinco dardos.

Uma primeira tentativa de resolução pode ser por meio da combinação com repetição, já que a situação envolve quatro possibilidades de pontuações – errar o alvo também é uma opção – e cinco lançamentos a serem feitos. A ordem em que os dardos atingem o alvo não interessa para o resultado final e vários deles podem atingir uma mesma região. Porém, há que se levar em consideração que vários somatórios iguais podem ser obtidos por meio de diferentes combinações de lançamentos. Por exemplo, três lançamentos valendo zero e dois lançamentos valendo, cada um, 50 pontos resultam em um total igual ao de quatro lançamentos valendo zero e um lançamento valendo 100 pontos. Assim, a situação exigiria que se

encontrasse o número de possíveis combinações diferentes que resultassem em totais iguais.

Outra maneira, talvez mais simples, de resolver o problema é por meio da percepção de duas ideias. A primeira delas é que a pontuação mínima possível é zero, obtida ao se lançar cinco dardos fora do alvo, e a pontuação máxima é 500, que se obtém ao lançar todos os cinco dardos na região correspondente a 100 pontos. Isso significa que todas as outras pontuações possíveis são valores localizados entre zero e 500. A segunda ideia é que as pontuações totais possíveis são todos os números naturais múltiplos de 25, exceto ele mesmo. Dessa forma, a sequência de pontuações possíveis é

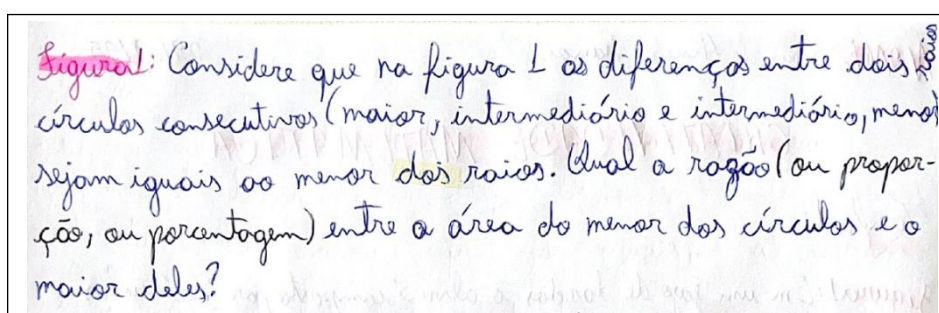
$$0, 50, 75, 100, 125, \dots, 450, 475, 500,$$

isto é, todos os múltiplos de 25 localizados entre zero e 500, inclusos os extremos e excetuando-se o 25. A expressão $\frac{500}{25} + 1 = 21$ nos daria a resposta certa, caso o número 25 fosse uma opção de pontuação total. Como não é, a resposta correta é 20.

Assim, fica evidente que o objetivo por trás desse problema envolve um raciocínio um pouco mais complexo do que apenas obter uma soma de pontuações diferentes, por exemplo. Isso o torna incomum perante os demais.

Para finalizar essa análise, vamos apresentar mais um problema proposto pelo mesmo estudante, E8, ilustrado na Figura 22 abaixo. Esse não possui contexto e aborda a área do círculo.

Figura 22 – Problema proposto por E8 em S1P1-figura 1



Fonte: Pesquisa de campo.

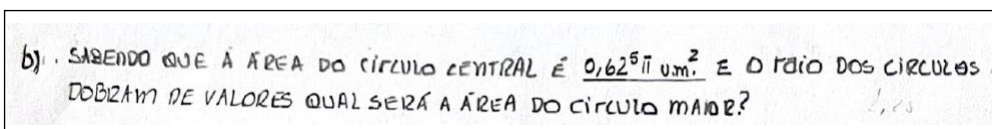
Nesse problema, apesar de o conteúdo envolvido ser o mesmo da maioria dos outros problemas propostos, o objetivo vai além do simples cálculo da área do círculo com base nas medidas fornecidas. Ao contrário de alguns dos outros problemas, aqui nenhuma medida é fornecida e deve-se trabalhar de forma mais

abstrata. É necessário, primeiro, entender o padrão de incremento dos raios dos círculos: se o menor tem raio r , então o intermediário tem raio $2r$ e o maior tem raio $3r$. A partir daí, pode-se calcular, em função de r , a área do círculo menor e a área do círculo maior, isto é, πr^2 e $9\pi r^2$, para, então, encontrar a razão pedida, que é igual a $1/9$.

Essa conclusão, apesar de simples, pode passar despercebida em alguns casos, destacando a importância do objetivo por trás do problema proposto por E8. No início desta seção, quando utilizamos o problema proposto por E16 como exemplo das três dimensões que viríamos a abordar, não comentamos a resolução fornecida. Naquele caso, o estudante calculou corretamente a área do círculo menor, que é de $25\pi m^2$, mas ao utilizar a razão de incremento dos raios para calcular, de forma mais direta, as áreas maiores, E16 apenas multiplicou esses valores pela área já calculada do círculo menor, o que resultou em valores incorretos. O problema proposto por E8 permite que se perceba que se o raio de um círculo aumenta em x vezes, a sua área aumenta em x^2 vezes.

Essa mesma noção também pode ser aplicada ao problema proposto por E6, ilustrado na Figura 23. Nesse caso, o estudante forneceu um valor de área para o círculo menor que pode desencorajar o solucionador a buscar pelo seu raio por meio da fórmula, apesar de isso ser totalmente possível. Em vez disso, o solucionador pode se sentir induzido a utilizar a relação mencionada acima para calcular, de forma mais direta, a área do círculo maior. Em outras palavras, dado que o raio do círculo externo aos outros é quatro vezes maior do que o raio do círculo menor, então a sua área é $4^2 = 16$ vezes maior do que a área do círculo menor, ou seja, $16 \times 0,62^5 \pi u.m.^2$. Apesar de não podermos atestar que o objetivo de E6 era que se utilizasse essa percepção, há indícios para acreditar que sim. Dessa forma, podemos considerá-lo como um problema incomum com relação aos demais.

Figura 23 - Problema proposto por E6 em S1P1-figura1



Fonte: Pesquisa de campo.

Assim, após análises com relação às três dimensões estabelecidas, entendemos que aquela que podemos utilizar para a caracterização da originalidade é a última delas, o objetivo. Logo, os problemas considerados originais, com base nas nossas investigações, são aqueles que consideramos incomuns com relação aos demais, tomando como base o que escolhemos chamar de objetivo. Essa classificação aparece no Quadro 9 abaixo, em que se pode verificar que os quatro problemas considerados originais são aqueles que foram apresentados ao tratarmos da dimensão do objetivo.

Quadro 9 – Quantidade de problemas originais por estudante em S3P2

Código	Número de problemas originais
E1	1
E2	0
E3	-
E4	0
E5	0
E6	1
E7	-
E8	2
E9	0
E10	0
E11	0
E12	0
E13	0
E14	0
E15	0
E16	0

Fonte: as autoras.

Conclusão da investigação utilizando o critério da originalidade

O que podemos concluir acerca desse critério de investigação é que ele revelou aspectos importantes dos problemas propostos pelos estudantes com relação à criatividade matemática, o que foi feito com base na dimensão do objetivo, a qual entendemos ser a mais apropriada para o fim em questão. Além disso,

acreditamos que a forma segundo a qual escolhemos desenvolver a análise, isto é, a fragmentação proposta, também se revelou adequada, pois conseguimos isolar alguns aspectos, permitindo-nos focar naqueles que realmente têm implicações para o foco do nosso estudo. Vale destacar que tais aspectos isolados, isto é, as dimensões do contexto e do conteúdo, acabaram revelando informações que podem ser valiosas para outros fins. Assim, entendemos que a originalidade é um critério válido de investigação da criatividade matemática, o que é reforçado por grande parte da literatura a respeito do tema.

5.4 TRANSFERÊNCIA DISTANTE

Passaremos a investigar, agora, os problemas propostos como resposta a S3P2, por meio dos quais analisaremos o critério da transferência distante. Primeiro, apresentada no Quadro 10 a seguir, está a classificação de todos eles com relação à coerência e à consistência.

Quadro 10 – Coerência e consistência dos problemas propostos em S3P2

Código	Problema coerente	Problema consistente	Problema válido
E1	x		não
	x		não
	x	x	sim
E2	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E3	x	x	sim
E4	x	x	sim
	x	x	sim
E5	x	x	sim
	x	x	sim
	x	x	sim
E6			não
			não

E7	x	x	sim
	x	x	sim
E8	x	x	sim
	x	x	sim
E9			não
			não
E10	x	x	sim
E11	-	-	-
E12	x	x	sim
	x	x	sim
E13	x	x	sim
	x	x	sim
E14	x	x	sim
	x		não
E15	x	x	sim
E16	x		não
	x		não
	x		não

Fonte: as autoras.

Na Tabela 10 a seguir, pode-se verificar a distribuição dos 33 problemas classificados por meio dos condicionantes. A maior parte deles – quase 70% do total - foram classificados como coerentes e consistentes e, portanto, válidos e passíveis de investigação.

Tabela 10 – Distribuição dos problemas propostos em S3P2 de acordo com os condicionantes

Classificação quanto aos condicionantes	Quantidade e percentual com relação ao total
Incoerente e inconsistente	4 (12,12%)
Coerente, mas inconsistente	6 (18,18%)
Consistente, mas incoerente	0 (0%)
Coerente e consistente (válido)	23 (69,7%)
Total	33 (100%)

Fonte: as autoras.

Uma análise preliminar do problema original, isto é, “quantos degraus foram pisados exatamente uma vez?”, poderia nos fornecer a informação de que os degraus de número 2, 3 e 5 foram pisados exatamente uma vez, o de número 1 não foi pisado por ninguém e o de número 4 foi pisado por dois amigos, A e C. Se prosseguíssemos utilizando o mesmo raciocínio, baseado na identificação dos múltiplos de 2, de 3, de 4 e de 5, encontraríamos, um a um, os degraus pisados apenas uma vez e esse raciocínio seria interrompido – e aí descobriríamos quantos são esses degraus – quando identificássemos um em que todos os quatro amigos pisaram juntos. Mas como o tamanho da escada é desconhecido, não sabemos, de antemão, por quanto tempo – ou seja, até qual degrau - teríamos que continuar desenvolvendo esse raciocínio. Por esse motivo, descobrir quantos degraus a escada possui pode ser uma informação bastante útil, e isso nos é fornecido por meio do cálculo do mínimo múltiplo comum entre os quatro números, ou seja, 60. Perceber que o amigo C nunca pisará sozinho em nenhum degrau – já que todos os múltiplos de 4 são, também, múltiplos de 2 – pode ajudar nos cálculos. Agora, pode-se criar quatro conjuntos, cada um contendo os números entre 1 e 60 que são múltiplos de cada um dos números fornecidos: 2, 3, 4 e 5. Isso nos daria os seguintes conjuntos:

$$A = \left\{ \begin{array}{l} 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, \\ 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60 \end{array} \right\}$$

$$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60\}$$

$$C = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60\}$$

$$D = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60\}$$

Aqueles números encontrados em apenas um dos conjuntos são correspondentes aos degraus pisados exatamente uma vez, isto é, 20 degraus.

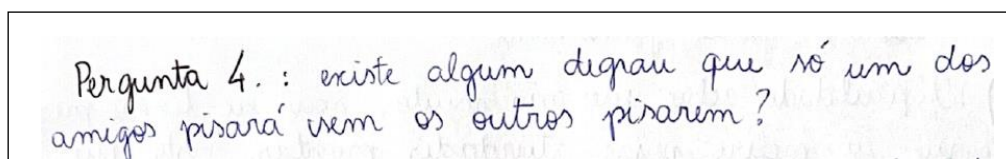
É possível desenvolver exatamente o mesmo raciocínio sem calcular, antes, o mínimo múltiplo comum entre 2, 3, 4 e 5, mas isso acarretaria em mais trabalho. Assim, é quase certo que o solucionador vá fazer esse cálculo antes de prosseguir com o raciocínio, o que torna a resposta a essa pergunta – “quantos degraus a escada possui?” – quase como uma premissa para a resolução do problema. Apesar de o cálculo que fornece essa resposta não ser estritamente necessário, a resolução do problema, seja como for, acaba retornando essa resposta.

Com essa breve análise, podemos observar que os conceitos de múltiplos e de relação de recorrência estão envolvidos na resolução do problema, que poderia ser reformulado da seguinte forma: “dos números compreendidos entre 1 e 60, quantos são aqueles que são múltiplos de apenas um dos seguintes números: 2, 3, 4 ou 5?”

Feita essa introdução, vamos iniciar a análise baseada no critério da transferência distante. Relembrando Voica e Singer (2013), um estudante, ao modificar um determinado problema, faz alterações em alguns elementos dele, e a investigação que estamos querendo desenvolver está baseada na natureza dessas alterações, conforme já foi exposto na seção 4.2. Assim, para que seja possível compreender como os estudantes realizaram as alterações no problema original, identificamos, ao observar todos os problemas propostos, as seguintes categorias:

1) *Categoria 1 (problema igual ao original)* - categoria formada por problemas que, ainda que formulados de maneira ligeiramente diferente ou com termos diferentes, são iguais ou quase iguais, ao problema original. A Figura 24 abaixo representa um dos problemas propostos por E2, enquadrado nessa categoria. A pergunta “existe algum degrau que só um dos amigos pisará sem os outros pisarem?” é muito semelhante à pergunta original “quantos degraus foram pisados exatamente uma vez?”. Colocando em termos estritamente matemáticos, a pergunta proposta por E2 poderia ser: “entre os números naturais que vão de 1 a 60, há algum que seja múltiplo de apenas um dos seguintes números: 2, 3, 4 e 5? Bastaria acrescentar: “quantos?” para que o problema fosse exatamente igual ao original. Apesar de esse acréscimo representar uma diferença razoável na forma de resolução, já que no problema proposto por E2 bastaria encontrar um único degrau pisado somente uma vez para responder a pergunta positivamente, enquanto no problema original é necessário encontrar todos eles, ambos os problemas são muito parecidos, para não dizer iguais, em sua formulação.

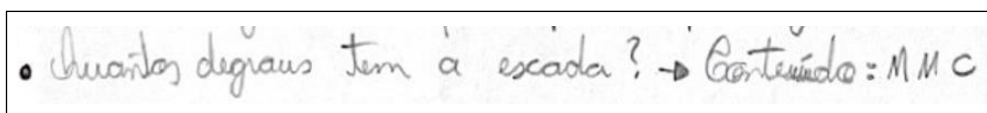
Figura 24 - Problema proposto por E2 em S3P2



Fonte: Pesquisa de campo.

2) *Categoria 2 (problema imediato ao original)* - o problema “quantos degraus a escada possui?” foi abordado anteriormente como sendo *quase* uma premissa para a resolução do problema original. Por isso, o colocamos como um problema imediato ao problema original e, por esse motivo, além do fato de vários participantes terem proposto o mesmo problema, criamos a categoria 2, composta por todos os problemas que podem ser traduzidos, em termos estritamente matemáticos, para “qual é o mínimo múltiplo comum entre 2, 3, 4 e 5?”. Um exemplo é o problema que aparece na Figura 25 a seguir, proposto por E13.

Figura 25 - Problema proposto por E13 em S3P2

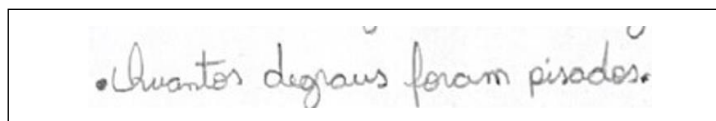


Fonte: Pesquisa de campo.

3) *Categoria 3 (configuração igual à do problema original)* - categoria formada por todos os problemas que representam pequenas modificações do problema original, sem alterar a sua configuração principal. Nesse caso, são diferentes problemas que envolvem o cálculo de múltiplos e divisores. Poderíamos dizer que eles “imitam” a configuração do problema original. Um exemplo pode ser visto na Figura 26, que ilustra o problema proposto por E4. Em termos matemáticos, poderíamos traduzi-lo como: “dos números naturais que vão de 1 a 60, quantos são múltiplos de pelo menos um dos seguintes números: 2, 3, 4 e 5?”. A maior parte dos problemas propostos por meio dessa situação matemática foram enquadrados nessa categoria. Outros exemplos propostos incluem:

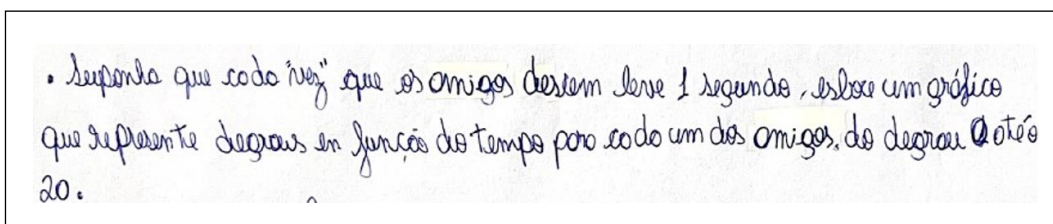
- “quantos degraus não foram pisados por ninguém?”, ou, traduzindo para termos matemáticos, “dos números naturais que vão de 1 a 60, quantos não são múltiplos de nenhum dos seguintes números: 2, 3, 4 e 5?”.
- “quais degraus terão 3 amigos pisando juntos?”, ou, traduzindo para termos matemáticos, “dos números naturais que vão de 1 a 60, quais são múltiplos de pelo menos três dos seguintes números: 2, 3, 4 e 5?”.

Os exemplos acima ilustram bem a categoria em questão, formada por variações de problemas envolvendo os múltiplos e divisores dos números 2, 3, 4 e 5.

Figura 26 - Problema proposto por E4 em S3P2

Fonte: Pesquisa de campo.

4) *Categoria 4 (configuração diferente à do problema original)*: os problemas integrantes desta categoria possuem configurações diferentes daquela encontrada no problema original. A Figura 27 ilustra um exemplo disso, em que E12 propõe um problema que não requer cálculos envolvendo múltiplos e divisores, e sim a identificação das funções que representam as sequências de degraus pisados por cada um dos amigos e a relação dessas funções com o tempo despendido a cada descida.

Figura 27 - Problema proposto por E12 em S3P2

Fonte: Pesquisa de campo.

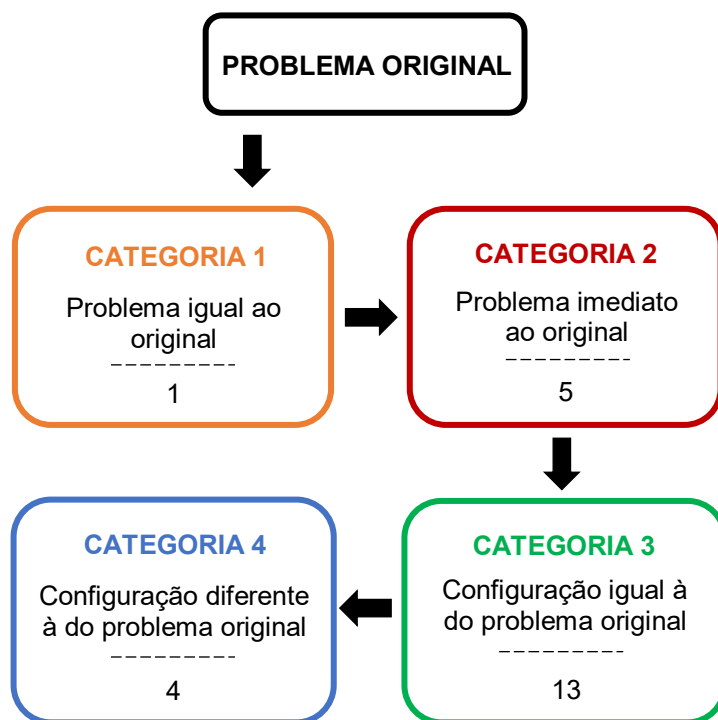
É importante ressaltar que o critério em questão tem relação com a “distância” existente entre o problema original e o problema proposto. Isso quer dizer que o estudante que o propôs conseguiu se distanciar mais do padrão de configuração estabelecido pelo problema original. Esse é apenas um dos fatores da criatividade matemática, conforme estamos considerando neste trabalho.

A Figura 28 abaixo ilustra as categorias dispostas em ordem, da menor para a maior distância com relação ao problema original, de forma que a Categoria 1 engloba os problemas mais próximos a ele e a Categoria 4 reúne os mais distantes. Ainda com relação à figura, na parte inferior da caixa que representa cada categoria, são exibidas as quantidades de problemas pertencentes a cada uma delas.

Após a análise, entendemos que o critério de transferência distante pode ser de bastante utilidade na investigação da criatividade matemática com relação

à proposição de problemas, uma vez que ajuda a visualizar se um indivíduo mobilizou algo do seu pensamento criativo na produção de um novo problema ou apenas repetiu o problema original com pouca ou nenhuma alteração estrutural, apenas modificando valores, por exemplo.

Figura 28 – Categorias de análise da transferência distante



Fonte: as autoras.

O Quadro 11 abaixo traz uma relação de todos os problemas propostos de acordo com a categoria na qual foram inseridos.

Quadro 11 – Categoria na qual cada problema proposto foi inserido em S3P2

Código	Categorias da transferência distante
E1	não válido
	não válido
	4
E2	2

	3
	3
	1
	3
E3	3
E4	3
	3
E5	2
	3
	3
E6	não válido
	não válido
E7	2
	3
E8	3
	3
E9	não válido
	não válido
E10	2
E11	-
E12	4
	4
E13	3
	2
E14	3
	não válido
E15	4
E16	não válido
	não válido
	não válido

Fonte: as autoras.

Conclusão da investigação utilizando o critério da transferência distante

O que podemos concluir, após a finalização dessa análise, é que o critério em questão é apropriado para a investigação da criatividade matemática, bem

como a forma de fazer a sua aplicação, isto é, identificando categorias baseadas na distância a partir do problema original. A transferência distante revela informações importantes que são distintas daquelas que os outros dois critérios propostos são capazes de revelar. Ela está associada, de acordo com o nosso ponto de vista, à flexibilidade do pensamento, à capacidade que um indivíduo tem de se desligar daquilo que já foi proposto e se aventurar por outros caminhos. Neste momento, o leitor pode estar imaginando relações com outros aspectos já muito mencionados neste texto. Falaremos a respeito disso no final da próxima seção.

5.5 FLUÊNCIA E FLEXIBILIDADE

Agora, faremos uma breve discussão com relação aos critérios de fluência e flexibilidade, já muito mencionados neste trabalho.

Na seção 4.2, em que abordamos os critérios que seriam adotados para as investigações que desenvolveríamos neste estudo, informamos que os amplamente utilizados critérios de fluência e flexibilidade não fariam parte deste conjunto. Naquele momento, justificamos nossa decisão, mas esclarecemos que poderíamos mudar alguns aspectos da nossa opinião após a pesquisa de campo. Agora, tendo percorrido todo este caminho, continuamos acreditando que a quantidade de problemas propostos (fluência) como resposta a um estímulo não deva fazer parte dos critérios utilizados para a investigação da criatividade matemática. A respeito da flexibilidade, falaremos depois.

Em primeiro lugar, ainda acreditamos que a probabilidade aumentada que um indivíduo tem de produzir ideias significativas ao propor um grande número de ideias, conforme afirma Guilford (1950), pode ser um pouco ilusória. Como afirmamos na Seção 4.2, parece-nos que contar com a probabilidade não é uma boa decisão. Pode acontecer que essa relação de causa e efeito ocorra em alguns casos, mas em outros não. Esse motivo seria suficiente para que o critério não fosse considerado confiável.

Em segundo lugar, precisamos destacar, caso não tenha ficado claro até agora, que nossa intenção nunca foi investigar *os estudantes* com relação à criatividade matemática, e sim *os problemas* propostos por eles, de forma que conseguíssemos analisar, então, os critérios adotados. Há uma diferença importante entre investigar os indivíduos e investigar os produtos que eles produziram. Esta foi

uma decisão que tomamos no início da pesquisa, o que não quer dizer que os outros caminhos possíveis sejam equivocados. Pelo contrário, há diversos autores que discorrem sobre as diferentes e legítimas formas de se abordar o tema da criatividade e da criatividade matemática, seja sob a perspectiva da pessoa, do processo ou do produto (Aiken, 1973; Haylock, 1987; Paul; Kaufman, 2014). Sendo assim, considerando a perspectiva que adotamos aqui, entendemos que não faria sentido incluir o critério de fluência nessa investigação, uma vez que, para isso, seria necessário observar quantos problemas diferentes uma mesma pessoa produziu como resposta a um estímulo. Dessa forma, estaríamos investigando o indivíduo, e não os produtos produzidos. Assim, entendemos que o caminho que decidimos trilhar nos impossibilitaria, desde o início, de adotar a fluência como critério de investigação.

Em terceiro lugar, caso tivéssemos escolhido olhar para a criatividade matemática sob a perspectiva da pessoa e pudéssemos, portanto, adotar a fluência como critério de investigação, ainda assim a manteríamos fora do conjunto escolhido para esta pesquisa. Ao observar o resultado do que coletamos na fase da pesquisa de campo, encontramos muitos casos de estudantes que propuseram vários problemas como resposta a uma mesma situação matemática, mas esses problemas exibiam pouca diferença entre si. Alguns desses não se enquadravam nas categorias de transferência distante e não podiam ser considerados originais. Logo, o critério da fluência acabaria indicando caminhos diferentes do que os critérios que escolhemos adotar.

Para tentar ilustrar um pouco do que estamos argumentando aqui, faremos dois exercícios comparativos, sem, obviamente, a profundidade de uma investigação como a que fizemos anteriormente por meio dos critérios adotados. O primeiro, ilustrado no Quadro 12 abaixo, traz os problemas propostos em S3P2 investigados com base na transferência distante - o que já foi feito na seção anterior - e também com base na fluência, o que faremos agora, apenas identificando a quantidade de diferentes problemas válidos que um mesmo estudante produziu. No segundo, ilustrado no Quadro 13, faremos o mesmo processo, mas utilizando os problemas de S1P1-figura 1 e a investigação desenvolvida na Seção 5.3 com base na originalidade. Vale lembrar, mais uma vez, que esse encaminhamento – o de adotar a perspectiva da pessoa - é diferente do que escolhemos fazer na nossa pesquisa, mas o utilizaremos aqui como um exercício.

O objetivo do primeiro quadro é apresentar um comparativo direto entre a fluência a transferência distante. A coluna do meio foi retirada da Seção 5.4 e indica em qual categoria, entre as quatro construídas, o problema foi inserido, em que a categoria 1 indica uma proximidade maior com o problema original e a categoria 4 indica uma maior distância com relação ao problema inicial. Na terceira coluna, apresentamos quantos problemas válidos cada estudante propôs, o que caracterizamos como fluência. Omitimos os códigos referentes aos estudantes que não estavam presentes ou que não propuseram nenhum problema válido, o que resultaria em um valor de fluência igual a 0.

Quadro 12 – Comparativo entre as investigações baseadas em transferência distante e fluência com relação a S3P2

Código	Categorias da transferência distante	Número de problemas válidos propostos (fluência)
E1	não válido	1
	não válido	
	4	
E2	2	5
	3	
	3	
	1	
	3	
E3	3	1
E4	3	2
	3	
E5	2	3
	3	
	3	
E7	2	2
	3	
E8	3	2
	3	
E10	2	1
E12	4	2
	4	

E13	3	2
	2	
E14	3	1
	não válido	
E15	4	1

Fonte: as autoras.

Os dados presentes no quadro nos trazem algumas informações que poderíamos considerar contraditórias. Ao observarmos a coluna relativa à fluência, encontramos os valores 1, 2, 3 e 5. Uma caracterização com base nesse critério indicaria que E2 foi quem manifestou mais criatividade matemática, uma vez que propôs cinco problemas válidos. No entanto, nenhum deles foi inserido na categoria 4 de transferência distante – três foram enquadrados na categoria 3, um está na categoria 2 e outro, na 1. O segundo estudante que mais manifestou criatividade matemática segundo o critério da fluência foi E5, com dois problemas inseridos na categoria 3 e um problema inserido na categoria 2, o que resulta em fluência com valor igual a 3. Por outro lado, se observarmos os estudantes que propuseram problemas mais distantes do problema original, isto é, problemas enquadrados na categoria 4, todos eles têm valores baixos de fluência. E1 propôs apenas um problema válido, que foi encaixado na categoria 4 de transferência distante. O mesmo vale para E15. Por fim, E12 propôs dois problemas válidos, ambos inseridos na categoria 4 de transferência distante.

Vamos observar, agora, o quadro que apresenta o comparativo entre a investigação baseada em originalidade e aquela baseada em fluência. A coluna do meio indica a quantidade de problemas originais que cada estudante propôs, o que já foi apresentado na Seção 5.3, enquanto a terceira coluna exibe a fluência de cada um deles, ou seja, a quantidade de problemas válidos que cada um propôs. Aqui, também omitimos os códigos referentes aos estudantes ausentes ou que não propuseram nenhum problema válido baseado em S1P1-figura 1.

Quadro 13 – Comparativo entre as investigações baseadas em originalidade e fluência com relação a S1P1-figura1

Código	Número de problemas originais	Número de problemas válidos propostos (fluência)
E1	1	1
E2	0	1
E4	0	1
E5	0	2
E6	1	1
E8	2	2
E9	0	1
E11	0	3
E13	0	1
E16	0	1

Fonte: as autoras.

Ao observarmos esses dados, chegamos a conclusões semelhantes àquelas que expusemos por meio do comparativo anterior. Os valores de fluência, aqui, variam entre 1 e 3, sendo que o estudante que obteve o maior deles, E11, apresentou três problemas e nenhum deles foi considerado original. Por outro lado, os quatro problemas originais foram propostos por estudantes que obtiveram os menores valores possíveis de fluência: E1, bem como E6, propôs apenas um problema válido e este foi considerado original, enquanto E8 propôs dois problemas válidos, ambos considerados originais.

Queremos reforçar que, para obter conclusões definitivas quanto ao critério da fluência, precisaríamos nos debruçar sobre ele de forma mais aprofundada, o que não fizemos aqui, já que optamos, desde o início, por descartar esse critério das nossas análises. Dessa forma, o exercício comparativo que fizemos nesta seção teve como objetivo dar uma continuidade, na medida do que era possível fazer, à discussão que iniciamos antes mesmo de desenvolver a pesquisa de campo e que foi apresentada na Seção 4.2, em que tratamos dos critérios que seriam utilizados nas investigações e esclarecemos os motivos pelos quais optamos por descartar fluência e flexibilidade. Continuamos a acreditar que a fluência não é um critério que deva figurar entre aqueles utilizados para a investigação da criatividade matemática.

Com relação à flexibilidade, ao final do processo de análise, temos uma opinião diferente da que tínhamos antes da realização da pesquisa. Após desenvolver as investigações com base no critério da transferência distante, parece-nos que há uma relação próxima entre a ideia envolvida nesse critério e a ideia envolvida do critério da flexibilidade. Ambos tratam de categorias de problemas/ideias. No caso da transferência distante, o intuito é observar quanto um problema se distancia do problema original, e o fazemos por meio da análise das categorias dos problemas. No caso da flexibilidade, o objetivo é identificar quantas categorias diferentes de problemas um indivíduo consegue produzir como resposta a um estímulo. Parece-nos razoável considerar que um indivíduo que consiga produzir um número maior de categorias diferentes de problemas demonstre uma capacidade maior de realizar transferências distantes entre eles. Dessa forma, entendemos que a flexibilidade poderia ser um critério a ser pesquisado caso se tomasse a decisão metodológica de desenvolver a pesquisa com base na perspectiva da pessoa, e não do produto. Essa é uma possibilidade para pesquisas futuras.

Finalizada a etapa de análise dos resultados, apresentaremos, na próxima seção, alguns problemas que trazem informações interessantes, mas que não foram apresentados em seções anteriores.

5.6 RELATOS DE CASOS

Aqui, para enriquecer a nossa compreensão acerca do tema, vamos relatar alguns casos de problemas interessantes que não entraram na investigação por um dos seguintes motivos: não são válidos, são válidos, mas integram alguma situação matemática que não entrou para a análise com relação aos critérios estabelecidos, ou apresentam alguma característica a respeito da qual não convinha comentar em outro momento.

Problemas propostos por E5 e E8 em S2P1

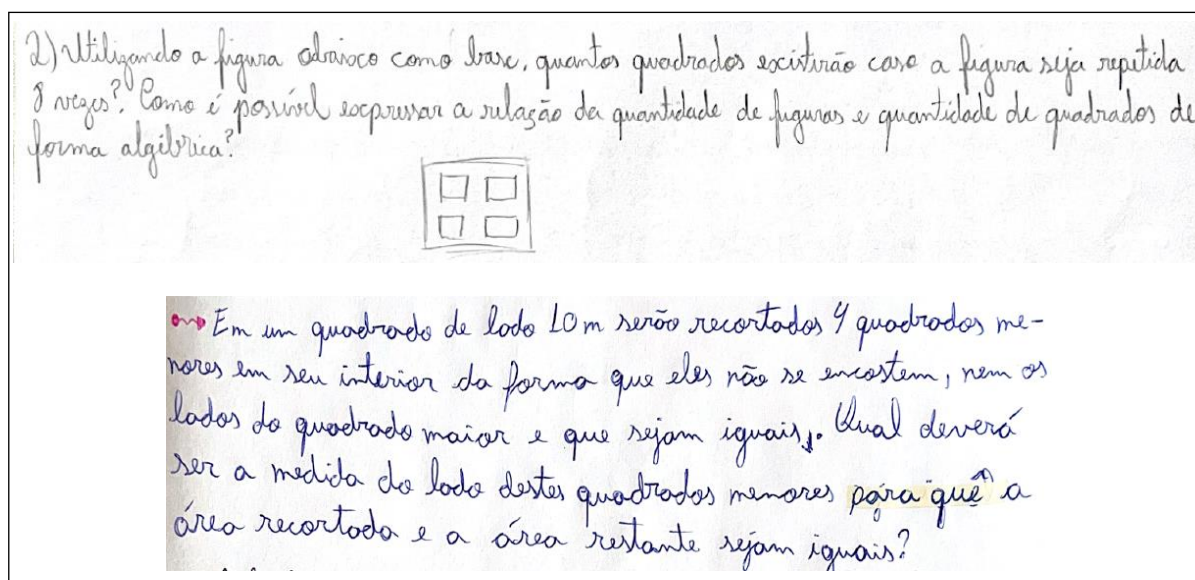
Vamos observar dois problemas – um proposto por E5 e o outro proposto por E8 – ambos referentes a S2P1 e ilustrados na Figura 29. Essa não é nenhuma daquelas situações cujos problemas propostos foram investigados por meio de algum dos três critérios. Assim, vamos comentar brevemente a respeito desses problemas agora.

O primeiro deles, proposto por E5, propõe que se identifique a forma algébrica por meio da qual uma determinada sequência pode ser expressa. Enquanto grande parte dos outros problemas propostos nesse contexto envolviam o cálculo de áreas e o faziam de forma muito mais direta, isto é, fornecendo medidas e solicitando que se calculasse as áreas dos quadrados ou retângulos, esse problema acabou se diferenciando por apresentar outro tipo de conteúdo e o fazer de forma que exige um raciocínio menos algorítmico.

O problema proposto por E8, por sua vez, não se diferencia dos demais com relação ao conteúdo, já que ele também trata do cálculo de área dos quadrados. No entanto, a forma por meio da qual ele foi construído difere dos demais. Ao invés de fornecer medidas de lados e solicitar a área de um ou mais quadrados, ele inverte o raciocínio, impondo uma exigência e solicitando, a partir dela, que se encontre a medida dos lados.

Assim, caso essa situação matemática tivesse sido analisada por meio do critério da originalidade, ambos os problemas certamente se destacariam dos demais.

Figura 29 - Problemas propostos por E5 e E8, respectivamente, em S2P1



Fonte: Pesquisa de campo.

Problema proposto por E8 em S3P2

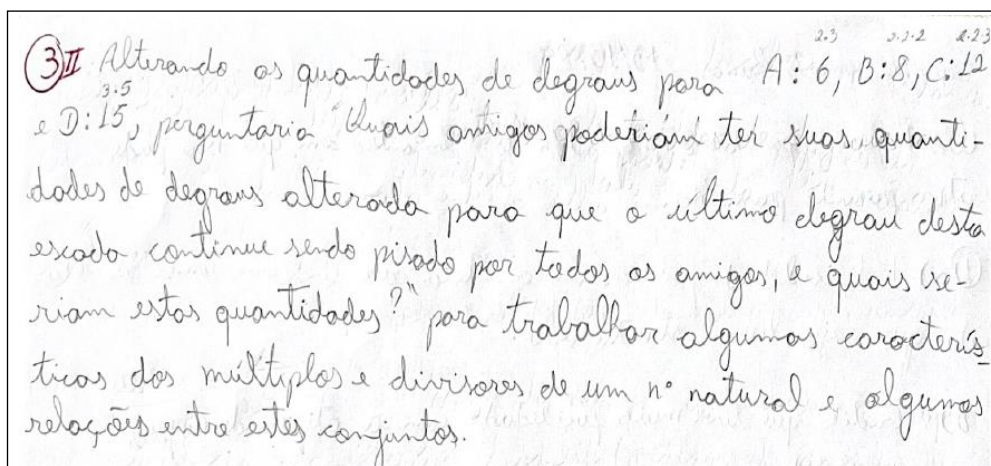
Vamos observar, agora, o problema proposto por E8 e ilustrado na Figura 30. Ele se refere a S3P2, a qual foi comentada na Seção 5.4 com relação ao

critério da transferência distante. Ele foi classificado como válido, mas não foi apresentado naquele momento. No entanto, vale a pena fazermos alguns comentários agora.

Primeiro, é importante observar que a razoabilidade da situação fica comprometida quando se fala em descer um certo número de degraus - como 12 ou 15 - de uma única vez, como sugerido no problema. Mas não vamos nos ater a esse detalhe para que possamos analisá-lo matematicamente. Como o participante alterou detalhes das premissas, o que era permitido pelas regras enunciadas, vamos reescrevê-lo a seguir, conforme a nossa interpretação:

“Quatro amigos A, B, C e D descem correndo um lance de escadas. A desce 6 degraus de cada vez, B desce 8 degraus de cada vez, C desce 12 degraus de cada vez e D desce 15 degraus de cada vez. Os únicos degraus nos quais todos os quatro pisam são o primeiro e o último. Quais amigos poderiam ter suas quantidades de degraus alteradas para que o último degrau desta escada continuasse sendo pisado por todos os amigos, e quais seriam estas quantidades?”

Figura 30 - Problema proposto por E8 em S3P2



Fonte: Pesquisa de campo.

O questionamento feito deixa implícito que, primeiro, o solucionador teria que descobrir qual é o último degrau dessa escada, ou seja, quantos degraus essa escada possui. Assim, a primeira etapa para solucioná-lo é encontrar o mínimo múltiplo comum entre 6, 8, 12 e 15, que é 120. Da forma como foi proposto, o problema permite várias respostas, já que muitas são as alterações que podem ser feitas de maneira que o número que representa o último degrau - 120 - continue sendo múltiplo

de todos os quatro números. Por exemplo: A desce 2 degraus de cada vez, B desce 6 degraus de cada vez, C desce 10 degraus de cada vez e D desce 24 degraus de cada vez, ou ainda, A desce 3 degraus de cada vez, B desce 4 degraus de cada vez, C desce 5 degraus de cada vez e D desce 15 degraus de cada vez. Há muitas outras possibilidades além das duas sugeridas e a essência do problema reside em identificar conjuntos de quatro números, todos divisores de 120, o que o coloca na Categoria 3, dos problemas que possuem a mesma configuração do problema original. No entanto, a forma como o problema foi apresentado nos fez imaginar que a intenção do estudante pode ter sido diferente do que ele fez entender por meio da sua escrita, como sugerimos a seguir:

“Quatro amigos A, B, C e D descem correndo um lance de escadas. A desce 6 degraus de cada vez, B desce 8 degraus de cada vez, C desce 12 degraus de cada vez e D desce 15 degraus de cada vez. Os únicos degraus nos quais todos os quatro pisam são o primeiro e o último. Quais amigos poderiam ter suas quantidades de degraus alteradas para que o último degrau desta escada continuasse sendo o único pisado por todos os amigos (além do primeiro), e quais seriam estas quantidades?”

Essa nova interpretação impõe outra forma de solucionar o problema. Agora, não basta descobrir conjuntos de quatro números todos divisores de 120. Além disso, é preciso que o mínimo múltiplo comum entre eles continue sendo 120. O solucionador poderia, obviamente, recorrer ao método de tentativa e erro, e não seria muito difícil encontrar outras opções de quatro divisores de 120 tais que o mínimo múltiplo comum fosse o próprio 120, já que o problema não impôs número mínimo de alterações a serem feitas, nem nenhuma outra restrição. No entanto, ao evitar o método de tentativa e erro, o problema exige que se observe e se mantenha o padrão de fatoração de cada um dos números 6, 8, 12 e 15. A fatoração de 6 é 2×3 ; a fatoração de 8 é $2 \times 2 \times 2$; a fatoração de 12 é $2 \times 2 \times 3$ e a fatoração de 15 é 3×5 . Assim, para solucionar o problema, é necessário encontrar quatro divisores de 120 de forma que as suas fatorações respeitem certos pré-requisitos, que são: o número 2 deve se repetir exatamente três vezes na fatoração de pelo menos um dos divisores e o número 3, bem como o número 5, devem aparecer na fatoração de pelo menos um dos divisores. Dessa forma, entendemos que, apesar de o problema envolver o conteúdo de múltiplos e de mínimo múltiplo comum, como grande parte dos que foram propostos pelos outros estudantes, o problema proposto por E8, considerando essa

interpretação, exigiria um raciocínio diferente do que apenas calcular o mínimo múltiplo comum de forma algorítmica. Se conseguíssemos validar essa segunda interpretação, uma outra categoria, diferente das quatro que foram construídas na Seção 5.4, seria necessária para acomodar o problema proposto por E8, caso estivéssemos analisando-o com relação à transferência distante.

Problema proposto por E15 em S4P2

A situação matemática S4P2 é, assim como S3P2, integrante da Parte 2 do instrumento de pesquisa, ou seja, é uma situação matemática estruturada. Dessa forma, ela traz um problema e o estudante deve modificá-lo ou propor novos problemas a partir dele. S4P2 fazia referência ao aumento do preço do quilo de frango a cada determinado período de tempo. De forma mais específica, o seu preço iniciava em R\$ 1,00 e triplicava a cada período de seis meses. A pergunta feita era: quando o preço do quilo de frango atingirá R\$ 81,00?

Se fôssemos analisar essa situação com relação ao critério da transferência distante, uma vez que ela envolve a criação de novos problemas a partir de problemas existentes, é provável que grande parte dos problemas propostos se enquadrassem em categorias próximas à do problema original. Muitos estudantes propuseram problemas que se baseavam apenas na modificação de alguns parâmetros. Por exemplo: “quando o preço do quilo de frango custará x reais?”, “depois de x meses, qual será o preço do quilo de frango?”. Mas identificamos, em meio aos outros, um problema, proposto por E15, que acabou se diferenciando dos demais ao propor que o solucionador mobilizasse outros tipos de conhecimento: “Partindo da mesma premissa apresentada, em algum momento o valor do quilo de frango atingirá um valor par? Justifique.”

Nesse problema, E15 propõe que o solucionador pense a respeito da paridade dos valores assumidos pela função exponencial de base 3. Em um primeiro momento, pode-se pensar que a resposta é não, uma vez que tal função é baseada na multiplicação do número 3 – um número ímpar - por ele mesmo, repetidas vezes, o que resultaria sempre em outro número ímpar. No entanto, se pensarmos em expoentes não inteiros, o que é natural no caso de uma função contínua, obteremos, sim, valores pares para a função. Esse raciocínio também faz sentido ao pensarmos de forma mais intuitiva, isto é, ao imaginarmos que antes de o valor ser triplicado, o que acontece a cada período de seis meses, ele poderá ser, em um período de tempo

menor, duplicado. Assim, o problema proposto tem o potencial de fazer o solucionador raciocinar a respeito de outros conteúdos que vão além daqueles induzidos pela pergunta original apresentada.

Problema proposto por E8 em S2P3

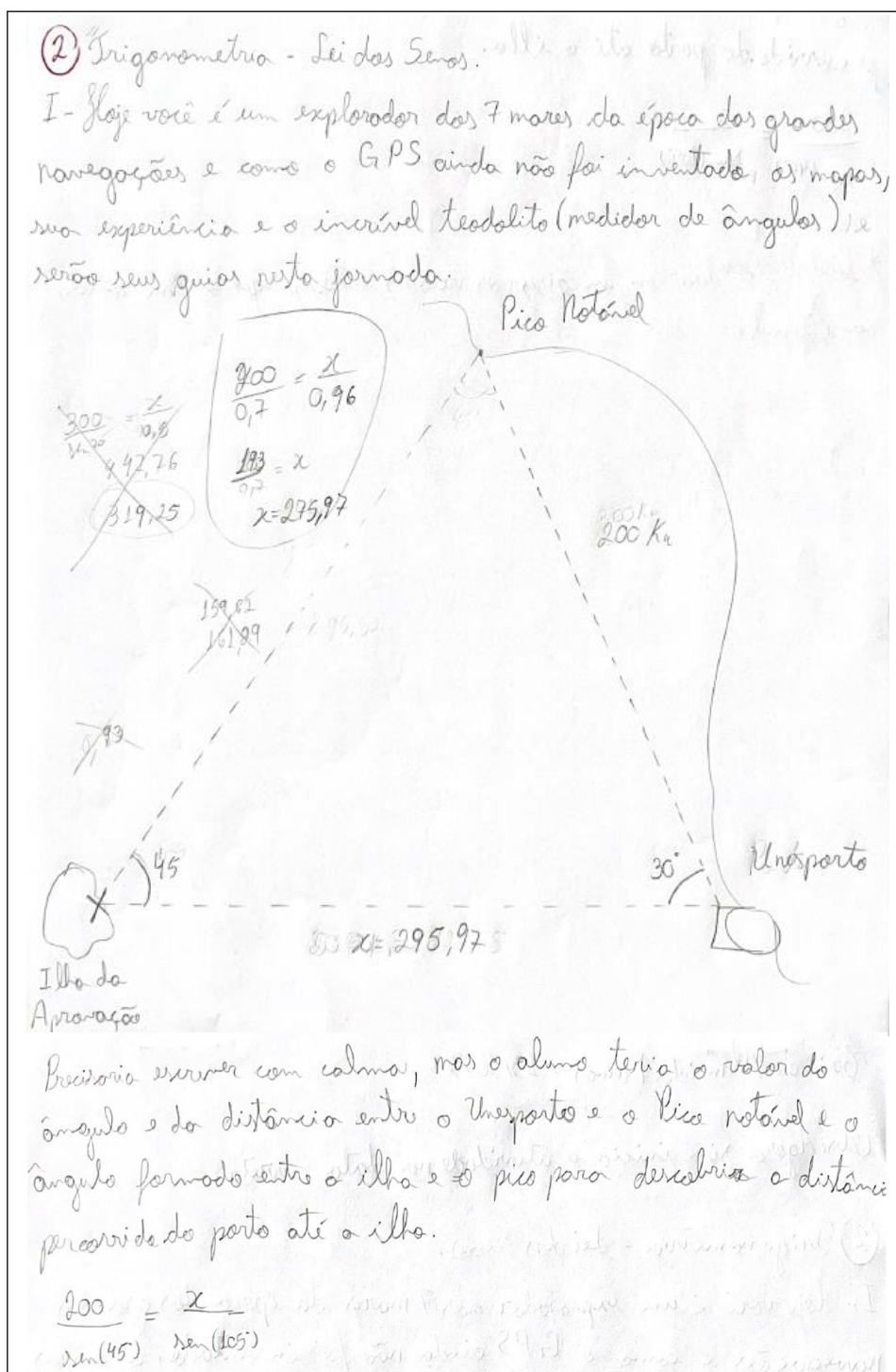
A primeira situação da última parte do instrumento de pesquisa - S2P3 – foi construída para que os estudantes tivessem liberdade para propor os problemas que quisessem, envolvendo quaisquer conteúdos que desejassem. Como já foi dito antes, o objetivo era observar se isso favoreceria a criatividade matemática, uma vez que eles não teriam restrições, como as apresentadas nas outras situações. Algumas impressões deles com relação a essa questão já foram brevemente comentadas na Seção 5.1, quando apresentamos as transcrições das respostas ao questionamento 4 da Parte 3 do instrumento de pesquisa.

Os problemas propostos nesse contexto não entraram para o conjunto daqueles que foram investigados por meio dos critérios, e os motivos para isso já foram apresentados, também na Seção 5.1. Agora, vamos apresentar um caso proposto por E8 envolvendo o conteúdo de Trigonometria, mais especificamente a Lei dos Senos, conforme ilustrado na Figura 31 abaixo.

O estudante não chegou a propor o problema, mas apresentou a ideia e a solução. Assim, caso essa situação matemática tivesse sido investigada com relação a um dos critérios, esse problema provavelmente seria classificado como não válido. Ainda assim, vamos observá-lo com um pouco mais de atenção.

Na Seção 5.3, ao tratar do critério da originalidade, abordamos a dimensão do que escolhemos chamar de contexto. No problema em questão, essa dimensão fica evidente, uma vez que o estudante se esforçou para propor um problema com contexto interessante, diferente, criativo, e, por meio dele, abordar conteúdos de Trigonometria. No entanto, a criatividade mobilizada na criação do contexto acaba não se estendendo para as questões matemáticas envolvidas no problema, já que ele se resume à identificação do triângulo formado pelas retas que ligam os pontos de interesse e à utilização, de forma algorítmica, da Lei dos Senos.

Figura 31 - Problema proposto por E8 em S2P3



Fonte: Pesquisa de campo.

Ainda, poderíamos discorrer sobre o fato de E8 ter sugerido falta de tempo ao redigir a frase “precisaria escrever com calma”. Isso nos leva, mais uma vez, à questão da relação entre o tempo disponível e a manifestação da criatividade

matemática. Vale lembrar que E8 é o estudante, mencionado no início do Capítulo 5, que faltou ao segundo encontro e quis desenvolver as atividades referentes a ele no terceiro encontro, o que reduziu o tempo disponível para as atividades da Parte 3 do instrumento de pesquisa.

Problemas propostos em S3P3

A última situação apresentada aos estudantes durante todo o período da pesquisa, a S3P3, era aquela em que apenas um problema era solicitado e havia o pré-requisito de que tivesse mais do que uma solução. Os problemas propostos como resposta a essa situação não entraram na análise dos critérios, assim como os comentados no item anterior. No entanto, resolvemos apresentar alguns casos aqui, já que foi possível notar um padrão nos problemas propostos.

Inicialmente, quando construímos o instrumento de pesquisa, não sabíamos muito bem quais resultados esperar a partir dessa situação matemática. Pensamos em apresentar aos estudantes alguns problemas que servissem como exemplos para nortear a produção deles, mas preferimos não o fazer para que pudessemos observar como responderiam. Vamos apresentar, a seguir, alguns comentários a respeito dos resultados obtidos.

Há muitas possibilidades quando se trata de problemas com mais de uma solução. Um dos muitos exemplos possíveis envolvendo Geometria pode ser encontrado em Inarejos *et al.* (2022), ao propor um problema que solicita algumas formas de dividir uma área limitada por um triângulo equilátero em cinco partes de mesma área. Na mesma linha, Gontijo *et al.* (2019) propõem:

Um retângulo tem uma área de 120 cm^2 . Sabendo que seu comprimento e sua largura são números inteiros, responda:

- a) Quais são as possíveis medidas do comprimento e da largura do retângulo?
- b) Qual a possibilidade que resulta no menor perímetro? (p. 65).

Nesse caso, a situação pode ser reduzida a uma expressão algébrica como $xy = 120$ e a primeira pergunta pode ser respondida encontrando valores inteiros que a tornem verdadeira. Há várias possibilidades de resposta.

Ao observar os oito problemas produzidos pelos estudantes em S3P3, quatro exibiam o mesmo formato do problema acima, ou seja, eram problemas que podiam ser reduzidos a expressões algébricas ou a sistemas de equações lineares com mais de uma solução. Dois desses problemas são exibidos abaixo, na Figura 32.

Esse padrão no pensamento pode querer dizer alguma coisa a respeito do conceito que os estudantes têm dos problemas com mais de uma solução.

Figura 32 - Problemas propostos por E5 e E15, respectivamente, em S3P3

3) Isadora e Isabel são irmãs gêmeas. As duas foram ao supermercado e compraram os mesmos produtos: pedações de pizza e latas de guaraná. Isadora comprou um pedaço de pizza e uma lata de guaraná, dando R\$15,00. Já Isabel, comprou 3 pedações de pizza e 3 latas de guaraná, resultando em R\$45,00. Encontre o valor individual dos produtos.

R: Por ser um sistema indeterminado, é possível infinitas soluções:

$p + g = 15$	Caso 1: $p = 10$ e $g = 5$
$3p + 3g = 45$	Caso 2: $p = 4$ e $g = 6$
	Caso 3: $p = 7,5$ e $g = 7,5$
	E assim vai...

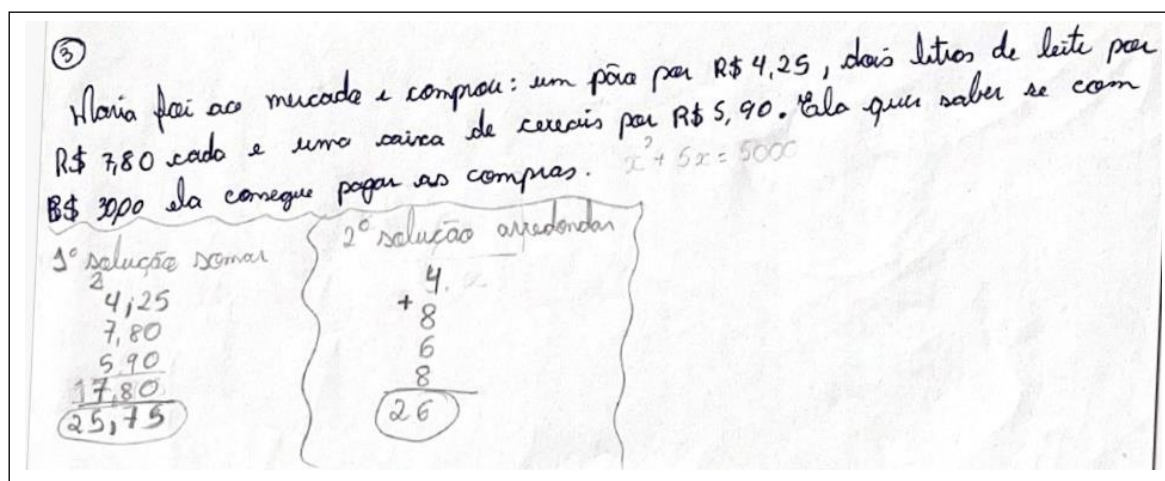
3) Gírlis foi ao supermercado e comprou uma barra de chocolate e uma lata de refrigerante. Gírlis gastou nessa compra R\$13,00. Quanto ela pagou em cada produto?

Possíveis respostas: Refrigerante R\$6,00 e chocolate R\$7,00, Refrigerante R\$6,50 e chocolate R\$6,50, refrigerante R\$8,00 e chocolate R\$5,00.

Fonte: Pesquisa de campo.

Além desses quatro problemas, há outro que merece destaque. Ele foi proposto por E13 e mostra que o estudante interpretou as instruções da situação matemática de forma diferente do que era esperado. A interpretação dada a “mais de uma solução” foi “mais de uma forma de encontrar a solução”, como pode ser confirmado pela Figura 33. Os três problemas propostos restantes não eram válidos ou não possuíam mais de uma solução.

Figura 33 - Problema proposto por E13 em S3P3



Fonte: Pesquisa de campo.

Nos dirigimos, agora, à parte final deste trabalho: o Capítulo 6, dedicado às nossas considerações finais com relação a tudo o que foi desenvolvido na pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo analisar alguns critérios de investigação da criatividade matemática. O contexto escolhido foi uma turma de estudantes do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade do norte do Paraná, e a forma que encontramos de desenvolvê-lo foram as atividades de proposição de problemas.

Após uma breve introdução acerca das razões iniciais que geraram o interesse pelo assunto, motivando o início dos estudos, apresentamos, no Capítulo 1, aquilo que chamamos de desenho da pesquisa, incluindo as justificativas para a escolha de cada parte dele: o tema central, o contexto, o objetivo e a forma.

Concluídas as devidas introduções, apresentações e justificativas, no Capítulo 2, organizamos um panorama histórico acerca da criatividade e da criatividade matemática compreendendo um período de mais de um século. Apresentamos a forma como esse assunto foi tratado, evidenciando as diferentes perspectivas adotadas ao longo dos anos. Finalizamos o capítulo abordando o tema da busca por critérios de mensuração da criatividade matemática, bem como algumas das polêmicas e controvérsias que envolvem esse assunto.

No Capítulo 3, o tema principal foi a relação entre a criatividade matemática e os problemas matemáticos, com mais ênfase à atividade de proposição de problemas. Nele, apresentamos as justificativas que embasaram a nossa decisão por adotar a proposição de problemas, e não a resolução de problemas, no nosso estudo.

O Capítulo 4 foi dedicado aos encaminhamentos metodológicos da pesquisa. Primeiro, apresentamos os detalhes referentes à aplicação da pesquisa de campo. Em seguida, os critérios escolhidos para a investigação dos problemas propostos pelos estudantes foram apresentados e justificados. Por fim, detalhamos cada parte do instrumento de pesquisa.

Para finalizar, no Capítulo 5, fizemos a apresentação e a análise dos resultados obtidos por meio da aplicação da pesquisa de campo. Muitos dos problemas propostos pelos estudantes foram apresentados e os critérios utilizados nas investigações foram mais detalhados – relação entre ideias até então não relacionadas, originalidade e transferência distante. Antes de finalizar o capítulo, fizemos algumas considerações com relação aos critérios de fluência e flexibilidade,

que não foram incluídos no conjunto dos critérios aqui adotados, mas tiveram, e tem ainda hoje, grande importância no estudo do tema da criatividade e da criatividade matemática.

Assim, após um longo período estudando e redigindo este texto, vamos encerrá-lo fazendo algumas considerações.

A primeira delas é que toda a análise desenvolvida por meio desta pesquisa teve como foco a produção escrita dos participantes, ou seja, o objeto do nosso estudo é o produto, e não a pessoa ou o processo. Isso quer dizer que não temos condições de julgar os participantes da pesquisa como criativos ou não criativos, bem como os seus processos de pensamento. Só o que possuímos são os produtos apresentados, que funcionam como uma fotografia. Acreditamos que é muito difícil conseguir capturar mais do que a essência do momento, pelo menos com o tipo de pesquisa que desenvolvemos. No nosso caso, muitos fatores podem ter influenciado na expressão da criatividade dos estudantes, como a prova de Análise Real que eles haviam acabado de concluir, no primeiro encontro.

Faremos, agora, algumas considerações com relação aos critérios que escolhemos adotar, mas também àqueles que escolhemos não incluir no conjunto de critérios utilizados na pesquisa. Vale ressaltar, mais uma vez, que os critérios de fluência e flexibilidade não foram devidamente aprofundados nos nossos estudos, uma vez que optamos por não os incluir na pesquisa de campo. No entanto, o período de leituras que realizamos durante esses anos nos permitiu, ao menos, tecer algumas hipóteses a respeito deles e tirar algumas conclusões.

Com relação às características associadas à criatividade matemática que cada um dos critérios adotados exhibe, a transferência distante está relacionada à distância existente entre um problema – ou uma ideia – e o problema inicial que o originou. Essa noção está ligada, por sua vez, a uma flexibilidade de pensamento que pensamos ser característica de um pensamento criativo. A originalidade é, entre os três critérios adotados, o mais comumente associado à criatividade matemática, e o que nos revela quão incomum um problema é com relação ao contexto em que está inserido. A relação entre ideias até então não relacionadas tem a ver com o fato de um problema se originar de uma combinação de duas ou mais ideias diferentes, sem relação prévia aparente.

Ainda, é importante lembrar que esses critérios, entre outros fatores, orientaram a produção do instrumento de pesquisa. A situação matemática S1P1 foi

construída com foco no critério da relação entre ideias até então não relacionadas, uma vez que é composta de três diferentes figuras, o que permitiria que os estudantes propusessem problemas combinando duas delas, ou mais. Para observar o critério da originalidade, as situações matemáticas presentes na Parte 1 e aquelas presentes na Parte 2 do instrumento de pesquisa poderiam ser utilizadas, já que todas elas – estruturadas e semiestruturadas – fornecem um ponto de partida comum, o que se adequa ao critério da originalidade, uma vez que a estamos considerando como relativa. Já o critério da transferência distante se adapta melhor às situações estruturadas, inseridas na Parte 2 do instrumento de pesquisa, pois fornecem um problema completo, de forma que o critério poderia ser analisado ao observarmos a natureza das modificações feitas a partir do problema original.

Após a aplicação da pesquisa de campo e a análise dos resultados, pudemos concluir que originalidade e transferência distante são critérios válidos para a investigação da criatividade matemática. O critério da relação entre ideias até então não relacionadas, por sua vez, necessita de mais aprofundamento para que possamos tirar conclusões definitivas, apesar de acreditarmos que a característica associada a ele tem relações importantes com a criatividade matemática. Entendemos, assim, que pesquisas futuras podem ser desenvolvidas para fornecer respostas mais esclarecedoras. Quanto aos critérios de fluência e flexibilidade, seguimos acreditando que fluência não deva figurar entre os critérios de investigação. Já a flexibilidade necessita de algum aprofundamento, o que não foi feito aqui.

É importante destacar que cada critério escolhido revela aspectos diferentes, e todos eles estão relacionados, na nossa opinião, a características associadas à criatividade matemática. Neste ponto, retomamos a decisão, apresentada no início do Capítulo 4, de não concentrar nossos esforços em encontrar uma definição única. A definição que escolhemos como fio condutor se adequa ao tipo de pesquisa que optamos por fazer, pois é ampla o suficiente para ter nos permitido adotar os critérios que adotamos com base em características da criatividade matemática que identificamos por meio da revisão bibliográfica. Se outro recorte tivesse sido utilizado para o desenvolvimento dessa pesquisa, outra definição, talvez, teria sido mais apropriada.

Percorrido todo este caminho, desenvolvemos algumas reflexões, as quais gostaríamos de expor, e o faremos em formato de questionamentos:

1) O fato de solicitar que os estudantes elaborem quantos problemas conseguirem pode afetar a criatividade matemática? Com o nosso entendimento atual - de que a fluência não influencia positivamente na criatividade – a ideia de quantidade acaba não fazendo sentido. Dessa forma, seria mais interessante que os estudantes pudessem concentrar seus esforços na proposição de apenas um problema, aumentando a capacidade de propor problemas criativos?

2) Qual é a influência que o tempo disponível para a execução das tarefas exerce na manifestação da criatividade matemática? A quantidade de problemas que propusemos no instrumento de pesquisa foi adequada ao tempo de que eles dispunham para a sua execução? Nesse momento, podemos supor que os estudantes teriam condições de propor mais problemas criativos caso tivessem mais tempo disponível e se estivessem em um ambiente mais favorável a esse tipo de atividade.

Pensando nessas questões, entendemos que outro caminho de pesquisa diz respeito à articulação entre o tema da criatividade matemática e a formação de professores. Apesar de a nossa pesquisa ter sido realizada com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, o seu foco eram os critérios de investigação. Uma articulação mais profunda entre a criatividade matemática e a formação de professores poderia incluir questões como:

1) Qual é o papel do professor na promoção da criatividade matemática dos estudantes?

2) Que tipo de ambiente escolar tem mais capacidade de promover a criatividade matemática dos estudantes?

3) Qual é a influência dos livros didáticos na formação inicial dos professores com relação à criatividade matemática?

4) Qual é a concepção que os estudantes de cursos de licenciatura em Matemática têm acerca da criatividade matemática?

Assim, encerramos este trabalho, com novas dúvidas e questionamentos, mas esperamos ter dado um passo no sentido de melhorar o entendimento que se tem do tema da criatividade matemática.

REFERÊNCIAS

- AIKEN, L. R. Ability and creativity in mathematics. **Review of Educational Research**, v. 43, n. 4, p. 405-432, 1973.
- ALENCAR, E. S. Criatividade no contexto educacional: três décadas de pesquisa. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v. 23, n. especial, p. 45-49, 2007.
- ALENCAR, E. S.; FLEITH, D. S. Criatividade na educação superior: fatores inibidores. **Avaliação**, Campinas; Sorocaba, v. 15, n. 2, p. 201-206, 2010.
- ALENCAR, E. S.; FLEITH, D. S.; BORGES, C. N.; BORUCHOVITCH, E. Criatividade em Sala de Aula: Fatores Inibidores e Facilitadores Segundo Coordenadores Pedagógicos. **Psico-USF**, Bragança Paulista, v. 23, n. 3, p. 555-566, 2018.
- ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P. Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, p. 153-172, 2022.
- ALMEIDA, L. S.; PRIETO, L. P.; FERNANDO, M.; OLIVEIRA, E.; FERRÁNDIZ, C. Torrance Test of Creative Thinking: The question of its construct validity. **Thinking Skills and Creativity**, v. 3, n. 1, p. 53-58, 2008.
- AMARAL, N. A. R. **A Criatividade Matemática no Contexto de uma Competição de Resolução de Problemas**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016.
- AMARAL, N.; CARREIRA, S. A Criatividade Matemática nas Respostas de Alunos Participantes de uma Competição de Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 880-906, 2017.
- ARAÚJO NETO, L. C. **Concepções e práticas acerca da criatividade em Matemática: movimentos na formação de um grupo de estudantes de licenciatura em Matemática**. 2022. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2022.
- AREFI, M.; JALALI, N. Comparison of Creativity Dimensions (Fluency, Flexibility, Elaboration, Originality) between Bilingual Elementary Students (Azari language-Kurdish language) in Urmia City – Iran. *In*: THE IAFOR INTERNATIONAL CONFERENCE ON LANGUAGE LEARNING, 2016, Dubai. **IICLL Official Conference Proceedings**. Dubai: The International Academic Forum, 2016. p. 1-8.
- BALKA, D. S. Creative Ability in Mathematics. **The Arithmetic Teacher**, Reston, v. 21, p. 633-636, 1974.
- BARLOW, C. M. **Guilford's Structure of the Intellect**. The Co-Creativity Institute, 2000. Disponível em: https://www.academia.edu/110242775/Guilfords_Structure_of_the_Intellect. Acesso em: 2 jun. 2025.

BODEN, M. A. **The creative mind: Myths and mechanisms**. 2. ed. London: Routledge, 2004.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994. Título original: Qualitative Research for Education.

CARVALHO, A. T.; GONTIJO, C. H.; FONSECA, M. G. Criatividade coletiva em Matemática: o papel da mediação rumo à criatividade compartilhada. **Zetetiké**, Campinas, v. 31, p. 1-22, 2023.

CHAMBERLIN, S. A.; MOON, S. M. Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. **The Journal of Secondary Gifted Education**, Waco, v. 17, n. 1, p. 37-47, 2005.

CHAMBERLIN, S. A.; PAYNE, A. Mathematical Creativity and Society. *In*: CHAMBERLIN, S. A.; LILJEDAHN, P.; SAVIĆ, M. **Mathematical Creativity**. Alemanha: Springer, 2022. p. 27-39.

CSIKSZENTMIHALYI, M. Motivation and Creativity: Toward a Synthesis of Structural and Energistic Approaches to Cognition. **New Ideas in Psychology**, v. 6, n. 2, p. 159-176, 1988.

DAL PASQUALE JUNIOR, M. L. **Criatividade e geração de ideias em atividades de Modelagem Matemática**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

ERVYNCK, G. Mathematical Creativity. *In*: TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 42-53.

GETEREGECHI, J. Investigating Undergraduate Students' Mathematical Creativity via Problem Posing. *In*: 12th INTERNATIONAL GROUP FOR MATHEMATICAL CREATIVITY AND GIFTEDNESS CONFERENCE, 12., 2022, Las Vegas. **Proceedings of the 12th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness**. Las Vegas: University of Las Vegas, 2022. p. 186-192.

GONTIJO, C. H. Resolução e formulação de problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em matemática. *In*: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2006, Recife. **Anais do SIPEMAT**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2006. p. 1-11.

GONTIJO, C. H.; CARVALHO, A. T.; FONSECA, M. G.; FARIAS, M. P. **Criatividade em matemática: conceitos, metodologias e avaliação**. Brasília: Universidade de Brasília, 2019.

GUILFORD, J. P. Creativity. **American Psychologist**, Washington, v. 5, n. 9, p. 444-454, 1950.

GUILFORD, J. P. The Structure of Intellect. **Psychological Bulletin**, Washington, v. 53, n. 4, p. 267-293, 1956.

HADAMARD, J. **The psychology of invention in the mathematical field**. New York: Dover Publications, 1945.

HAYLOCK, D. W. **Aspects of Mathematical Creativity in Children aged 11 – 12**. 1984. Tese (Doutorado em Filosofia) – Chelsea College, University of London, Londres, 1984.

HAYLOCK, D. A Framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. **Educational Studies in Mathematics**, v. 18, n. 1, p. 59-74, 1987.

HAYLOCK, D. Recognising Mathematical Creativity in Schoolchildren. **ZDM Mathematics Education**, v. 29, n. 3, p. 68-74, 1997.

INAREJOS, O.; KIRNEV, D. C. B.; CONSANI, A. C. C.; SAVIOLI, A. M. P. D. Alguns referenciais teóricos relacionados ao Pensamento Matemático Avançado. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 24, n. 3, p. 216-243, 2022.

KATTOU, M.; KONTOYIANNI, K.; PITTA-PANTAZI, D.; CHRISTOU, C. Connecting mathematical creativity to mathematical ability. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, n. 2, p. 167-181, 2013.

LAYCOCK, M. Creative mathematics at Nueva. **The Arithmetic Teacher**, v. 17, n. 4, p. 325-328, 1970.

LEIKIN, R. Evaluating mathematical creativity: the interplay between multiplicity and insight. **Psychological Test and Assessment Modeling**, Lengerich, v. 55, n. 4, p. 385-400, 2013.

LEIKIN, R.; LEV, M. Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference? **ZDM Mathematics Education**, v. 45, n. 2, p. 183-197, 2013.

LEIKIN, R.; PITTA-PANTAZI, D. Creativity and mathematics education: the state of the art. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, n. 2, p. 159-166, 2013.

LEIKIN R.; SUBOTNIK, R.; PITTA-PANTAZI, D.; SINGER, F. M.; PELCZER, I. Teachers' views on creativity in mathematics education: an international survey. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, n. 2, p. 309-324, 2013.

LEUNG, S. S. On the Role of Creative Thinking in Problem Posing. **ZDM Mathematics Education**, v. 29, n. 3, p. 81-85, 1997.

LOPES, G. L. O. **A criatividade matemática de John Wallis na obra Arithmetica Infinitorum**: contribuições para ensino de cálculo diferencial e integral na licenciatura em Matemática. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2017.

MANN, E. L. **Mathematical Creativity and School Mathematics**: Indicators of Mathematical Creativity in Middle School Students. 2005. Tese (Doutorado em Filosofia) – University of Connecticut, Connecticut, 2005.

OBMEP. **Banco de questões 2007**. Rio de Janeiro, 2007. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/banco.htm>. Acesso em 28 jul. 2025.

OBMEP. **Banco de questões 2020**. Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/banco.htm>. Acesso em 28 jul. 2025.

PAUL, E. S.; KAUFMAN, S. B. Introducing the Philosophy of Creativity. *In*: PAUL, E. S.; KAUFMAN, S. B. **The Philosophy of Creativity**. Oxford: Oxford University Press, 2014. p. 3-14.

PIFFER, D. Can creativity be measured? An attempt to clarify the notion of creativity and general directions for future research. **Thinking Skills and Creativity**, v. 7, n. 3, p. 258-264, 2012.

PLUCKER, J. A.; BEGHETTO, R. A. Why creativity is domain general, why it looks domain specific, and why the distinction does not matter. *In*: STERNBERG, R. J.; GRIGORENKO, E. L.; SINGER, J. L. (Org.) **Creativity: from potential to realization**. Washington: American Psychological Association, 2004, p. 153-168.

PLUCKER, J. A.; RUNCO, M. A. The death of creativity measurement has been greatly exaggerated: Current issues, recent advances, and future directions in creativity assessment. **Roeper Review**, Philadelphia, v. 21, n. 1, p. 36-39, 1998.

POINCARÉ, H. The Foundations of Science. *In*: MCKEEN, C. **Science and Education**. New York: The Science Press, 1913. v. 1.

RHODES, M. An analysis of creativity. **The Phi Delta Kappan**, v. 42, n. 7, p. 305-310, 1961.

ROMEY, W. D. What Is Your Creativity Quotient? **School Science and Mathematics**, v. 70, n. 1, p. 3-8, 1970.

RUNCO, M. A.; ACAR, S. Divergent Thinking. *In*: KAUFMAN, J. C.; STERNBERG, R. J. **The Cambridge Handbook of Creativity**. 2 ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2019. p. 224-254.

SETTI, E. J. K. **Ações criativas de um grupo de estudantes ao lidar com atividades de Modelagem Matemática**. 2022. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2022.

SHRIKI, A. A Model for Assessing the Development of Students' Creativity in the Context of Problem Posing. **Creative Education**, v. 4, n. 7, p. 430-439, 2013.

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 14, n. 1, p. 19-28, fev. 1994.

SILVER, E. A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. **International Reviews on Mathematical Education**, v. 29, n. 3, p. 75-80, 1997.

SILVER, E. A.; CAI, J. Assessing Students' Mathematical Problem Posing. **Teaching Children Mathematics**, v. 12, n. 3, p. 129-135, 2005.

SIMONTON, D. K. What is a creative idea? Little-c versus Big-C creativity. *In*: THOMAS, K.; CHAN, J. **Handbook of Research on Creativity**. Cheltenham: Edward Elgar, 2013. p. 69-83.

SINGER, F. M.; VOICA, C. Is problem posing a tool for identifying and developing mathematical creativity? *In*: SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. (Org.) **Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice**. New York: Springer, 2015. p. 141-174

SINGER, F. M.; PELCZER, I.; VOICA, C. Problem posing and modification as a criterion of mathematical creativity. *In*: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 7., 2011, Rzeszów. **Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Rzeszów, Poland: University of Rzeszów, 2011. p. 1133-1142.

SINGER, F. M.; VOICA, C.; PELCZER, I. Cognitive styles in posing geometry problems: implications for assessment of mathematical creativity. **ZDM Mathematics Education**, v. 49, n. 1, p. 37-52, 2017.

SRIRAMAN, B. The characteristics of mathematical creativity. **The Mathematics Educator**, Athens, v. 14, n. 1, p. 19-34, 2004.

SRIRAMAN, B. Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? **The Journal of Secondary Gifted Education**, Waco, v. 17, n. 1, p. 20-36, 2005.

STERNBERG, R. J.; LUBART, T. I. Creating Creative Minds. **The Phi Delta Kappan**, v. 72, n. 8, p. 608-614, 1991.

STERNBERG, R. J.; LUBART, T. I. The concept of creativity: Prospects and Paradigms. *In*: STERNBERG, R. J. **Handbook of Creativity**. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

STOYANOVA, E. **Extending and exploring students' problem solving via problem posing: a study of years 8 and 9 students involved in mathematics challenge and enrichment stages of euler enrichment program for young australians**. 1997. Tese (Doutorado em Filosofia da Educação) – Edith Cowan University, Perth, 1997.

TAMMADGE, A. Creativity. **The Mathematical Gazette**, v. 63, n. 425, p. 145-163, 1979.

TREFFINGER, D. J.; POGGIO, J. P. Needed Research on the Measurement of Creativity. **The Journal of Creative Behavior**, v. 6, n. 4, p. 253-267, 1972.

TREFFINGER, D. J.; RENZULLI, J. S.; FELDHUSEN, J. F. Problems in the Assessment of Creative Thinking. **The Journal of Creative Behavior**, v. 5, n. 2, p. 104-112, 1971.

VIEIRA, G.; POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Proposição de problemas e pensamento criativo na aula de Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 31, p. 1-15, 2023.

WALIA, P.; WALIA, P. Development and Standardisation of Mathematical Creativity Test. **International Journal of Advanced Research**, v. 5, n. 7, p. 1293-1300, 2017.

WALLAS, G. **The Art of Thought**. London: Jonathan Cape, 1926.

YUAN, X.; SRIRAMAN, B. An exploratory Study of Relationships between Students' Creativity and Mathematical Problem-Posing Abilities. *In*: SRIRAMAN, B.; LEE, K. H. **The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics**. Rotterdam: Sense Publishers, 2011. p. 5-28.

ZHANG, H.; CAI, J. Teaching mathematics through problem posing: insights from an analysis of teaching cases. **ZDM Mathematics Education**, v. 53, n. 4, p. 961-973, 2021.

APÊNDICES

APÊNDICE A - DEFINIÇÕES DE CRIATIVIDADE E DE CRIATIVIDADE MATEMÁTICA

1. “O pensamento criativo – habilidade de descobrir novos problemas nunca antes formulados – parece ser totalmente independente da capacidade racional de resolver problemas” (Csikszentmihalyi, 1988, p. 162, tradução nossa).
2. “Criar consiste precisamente em não fazer combinações inúteis e em fazer aquelas que são úteis e que são apenas uma pequena minoria. Invenção é discernimento, escolha” (Poincaré, 1913, p. 386, tradução nossa).
3. “A criatividade matemática [...] o processo que resulta em soluções incomuns e perspicazes para um determinado problema, independentemente do nível de complexidade” (Sriraman, 2004, p. 20, tradução nossa).
4. “Criatividade matemática é a habilidade de resolver problemas e/ou desenvolver o pensamento em estruturas, levando em consideração a peculiar natureza lógico-dedutiva da disciplina, e a aptidão que os conceitos gerados têm de integrar no cerne do que é importante em matemática” (Ervynck, 2002, p. 47, tradução nossa).
5. “Criatividade é a habilidade de produzir trabalho que seja inovador (isto é, original, inesperado) e apropriado (isto é, útil, adaptável com relação às restrições da tarefa)” (Sternberg, Lubart, 1999, p. 3, tradução nossa).
6. “Criatividade é a habilidade de combinar ideias, coisas, técnicas, ou abordagens de um jeito novo” (Romey, 1970, p. 4, tradução nossa).
7. “A criatividade em Matemática [...] a capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma seqüência de ações” (Gontijo, 2006, p. 4).
8. “A matemática criativa [...] é a habilidade de analisar um dado problema de várias formas, observar padrões, encontrar semelhanças e diferenças, e com base no que funcionou em situações semelhantes decidir sobre um método de ataque em uma situação desconhecida” (Laycock, 1970, p. 325, tradução nossa).
9. “Criatividade é a habilidade de criar ideias ou artefatos que são novos, surpreendentes e valiosos” (Boden, 2004, p. 1, tradução nossa).
10. A criatividade matemática é “uma habilidade incomum de gerar soluções novas e úteis para problemas simulados ou problemas reais aplicados usando modelagem matemática” (Chamberlin; Moon, 2005, p. 38, tradução nossa).

11. “A criatividade é uma característica pessoal e social que promove o progresso humano em todos os níveis e em todos os momentos da história” (Leikin; Pitta-Pantazi, 2013, p. 159, tradução nossa).

12. “A criatividade é a interação entre habilidade e processo pela qual um indivíduo ou grupo produz um resultado ou produto que é tanto inovador quanto útil, conforme definido em algum contexto social” (Plucker; Beghetto, 2004, p. 156, tradução nossa).

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado participante,

Você está sendo convidado a participar da pesquisa A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR: UMA INVESTIGAÇÃO, desenvolvida por MARISA MARTINEZ TARRAN, discente de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), sob a orientação da Prof. Dra. ANGELA MARTA PEREIRA DAS DORES SAVIOLI.

O objetivo central do estudo é investigar a criatividade matemática de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade do norte do Paraná. Pretendemos atingir este objetivo por meio da aplicação de um instrumento de pesquisa composto de situações matemáticas que envolvem a proposição de problemas.

Você foi convidado a participar desta pesquisa por atender aos critérios estabelecidos pelas pesquisadoras para a seleção do participante, que consistem em ter mais de 18 (dezoito) anos e estar cursando Licenciatura em Matemática nesta universidade.

Sua participação é voluntária, isto é, ela não é obrigatória e não acarreta pagamento ou recebimento de valores de qualquer espécie. Você tem plena autonomia para decidir se quer ou não participar, bem como retirar sua participação a qualquer momento da pesquisa. A recusa em participar da pesquisa, bem como a retirada do consentimento em qualquer fase, são direitos que lhe são assegurados sem que qualquer penalidade seja aplicada.

Serão garantidas a confidencialidade e a privacidade das informações por você prestadas, não havendo identificação do participante a não ser entre os responsáveis pelo estudo. Os resultados serão divulgados apenas em eventos e/ou publicações científicas e qualquer dado que possa identificá-lo será omitido na divulgação. O material será armazenado em local seguro, compartilhado somente entre a pesquisadora e a orientadora, sob a responsabilidade de Marisa Martinez Tarran, pelo período mínimo de cinco anos. A qualquer momento da pesquisa você poderá solicitar à pesquisadora informações sobre sua participação e/ou sobre a pesquisa, o que poderá ser feito por meio do endereço telefone e email suprimido

A sua participação consistirá em desenvolver as atividades de proposição de problemas matemáticos presentes no instrumento de pesquisa apresentado ao longo de 3 (três) encontros que acontecerão em dias e horários de suas aulas nesta universidade, onde você cursa Licenciatura em Matemática. Cada encontro terá duração aproximada de 1h30 (uma hora e meia). O uso de computadores, telefones celulares e qualquer outro tipo de tecnologia fica dispensado nesta pesquisa. As atividades serão desenvolvidas nas folhas sulfite providenciadas pela própria pesquisadora. Todas as atividades do instrumento são restritas aos contornos da

Matemática e da Educação Matemática, excluindo a possibilidade de questões relacionadas a assuntos de foro íntimo ideológico. Você terá direito de acesso às informações fornecidas, bem como alteração dessas informações.

A pesquisa, por meio das atividades desenvolvidas, pode contribuir para a reflexão a respeito da criatividade matemática e da sua relação com os tipos de atividades desenvolvidas.

Há um baixo risco de constrangimento se, de alguma forma, sua identidade for revelada. Visando amenizar esse risco, os envolvidos nesta pesquisa se comprometem a não divulgar o nome, imagem, voz e nenhum outro elemento que possa identificá-lo. Existe também um baixo risco de desconforto emocional eventualmente provocado por alguma situação presente no instrumento de pesquisa. Salientamos que, como não há obrigatoriedade em responder a todos os itens da pesquisa, você pode declinar da resposta ou ainda desistir da sua participação.

Se houver dúvidas quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Londrina (CEP/UEL), que tem por objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos. O CEP/UEL está localizado no Laboratório Escola de Pós-Graduação (LABESC), sala 14, Campus Universitário – Rodovia Celso Garcia Cid, KM 380 (PR 445), Londrina, Paraná, CEP 86057-970 e pode ser contatado por meio do telefone (43) 3371 5455 e do e-mail cep268@uel.br.

Apenas concorde com a realização do estudo quando todos os esclarecimentos lhe forem dados. No caso de aceitar participar desse estudo, rubrique todas as folhas e assine ao final deste documento. As folhas também serão rubricadas pela pesquisadora responsável e por ela assinada a última página. Este documento possui 2 (duas) vias: 1 (uma) delas é sua e 1 (uma) ficará em posse da pesquisadora responsável.

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIA

Eu, _____, CPF _____, abaixo assinado, após a leitura deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com a pesquisadora responsável, concordo em participar como voluntário do estudo por ora denominado A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR: UMA INVESTIGAÇÃO, cujo objetivo é investigar a criatividade matemática de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática desta universidade. Fui devidamente informado sobre a pesquisa, incluindo os seus objetivos, benefícios e os procedimentos nela envolvidos, bem como os possíveis riscos decorrentes de minha participação. Estou ciente de que minha privacidade será respeitada e que meu nome e quaisquer outros elementos que permitam minha identificação serão mantidos em sigilo. Foi-me garantido que posso me recusar a participar do estudo ou retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que seja necessário apresentar justificativas e sem que a recusa ou desistência resulte em penalidade ou retaliação. Sendo assim, manifesto meu livre consentimento em participar, estando ciente de que não há nenhum valor econômico a receber ou a pagar por minha participação.

Local e data

Assinatura do participante

Assinatura do pesquisador responsável

APÊNDICE C - INSTRUMENTO DE PESQUISA

PARTE 1

1. Observe as figuras abaixo.

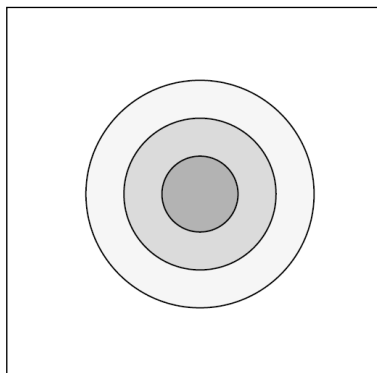


Figura 1

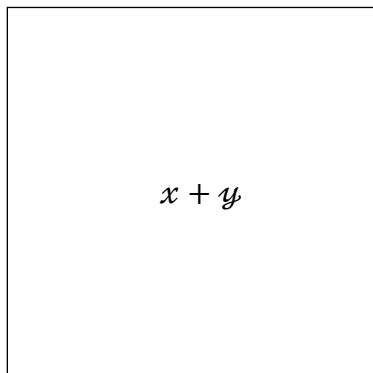


Figura 2

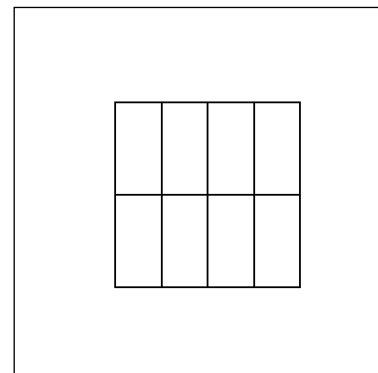
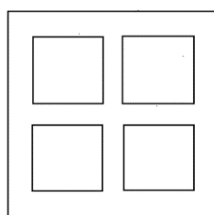


Figura 3

- A partir delas, proponha quantos problemas matemáticos puder. Os problemas propostos podem envolver apenas uma das figuras ou mais de uma. Por exemplo, você pode propor um problema envolvendo a Figura 1 e cinco problemas envolvendo a Figura 3; você pode propor quatro problemas envolvendo apenas a Figura 2; você pode propor um único problema que envolva todas as três figuras ao mesmo tempo; você pode propor um problema envolvendo cada uma das figuras. Sinta-se livre. O conteúdo das figuras deve aparecer de alguma forma no problema proposto, seja no enunciado ou na forma de resolução. Os problemas propostos por você podem ter o nível de complexidade que você quiser e abordar o conteúdo que você desejar. Você pode acrescentar quantas informações forem necessárias às figuras.
- Explique como você chegou a cada um dos problemas propostos.

2. Observe a figura abaixo.



- A partir dela, proponha diferentes problemas matemáticos, quantos conseguir. Você pode acrescentar quantas informações forem necessárias à figura.
- Para cada problema elaborado por você, explique qual é o conteúdo abordado e qual é o objetivo por trás do problema.

PARTE 2

1. Com relação à atividade do encontro passado:

- a. Você teve dificuldades para desenvolver as atividades propostas? Por quê?
- b. Você teve mais dificuldade/facilidade para desenvolver a atividade 1 ou a atividade 2? Explique os motivos.
- c. Na sua rotina (na universidade ou no seu trabalho), você costuma se envolver em atividades que requeiram a proposição/criação de problemas matemáticos?

2. Ao longo da semana que passou, você pensou em algum problema diferente que poderia ter sido proposto na semana passada? Se sim, você pode escrevê-lo (s) agora. Além disso, explique como essas novas ideias surgiram para você (por exemplo, o que fazia no momento em que pensou nelas? Você pensava a respeito da atividade? Conversava com colegas de classe? Simplesmente descansava?). Caso contrário, siga direto para a próxima atividade.

3. Observe o problema a seguir.

“Quatro amigos A , B , C e D descem correndo um lance de escadas. A desce dois degraus de cada vez, B desce três degraus de cada vez, C desce quatro degraus de cada vez e D desce cinco degraus de cada vez. Os únicos degraus nos quais todos os quatro pisam são o primeiro e o último.”

- Que problemas você poderia propor a partir dessa situação? Um exemplo seria: “quantos degraus foram pisados exatamente uma vez?” Sugira quantos problemas puder. Você está livre para alterar detalhes das premissas.
- Que conteúdo pode ser abordado a partir de cada um dos problemas que você propôs?

4. O preço do quilo de frango era R\$ 1,00 em janeiro de 2000 e começou a triplicar a cada 6 meses. Quando ele atingirá R\$ 81,00?
- Sugira formas de mudar esse problema, isto é, proponha novos problemas a partir deste. Você está livre para alterar detalhes das premissas e para propor quantos novos problemas quiser.

Caso você tenha novas ideias ao longo da semana, você poderá registrá-las no próximo encontro.

PARTE 3

1. Durante a semana que passou desde o encontro anterior, você pensou em algum problema diferente que poderia ter sido proposto na semana passada? Se sim, você pode escrevê-lo (s) agora. Além disso, explique como essas novas ideias surgiram para você (por exemplo, o que fazia no momento em que pensou nelas? Você pensava a respeito da atividade? Conversava com colegas de classe? Simplesmente descansava?). Caso contrário, siga direto para a próxima atividade.
2. Escolha um conteúdo específico e proponha quantos problemas puder que envolvam esse conteúdo. Tente ser o mais criativo possível. Escolha um dos problemas propostos e apresente a sua resolução.
3. Proponha um problema que tenha mais de uma solução.
4. Hoje, estamos finalizando as atividades que foram programadas para esta pesquisa. Dos três tipos de atividades propostas, qual foi a mais desafiadora para você? Aquela na qual você deveria propor problemas a partir de figuras (1º encontro), aquela na qual você deveria modificar problemas já existentes (2º encontro) ou aquela na qual você deveria propor problemas de forma mais livre, com poucos pré-requisitos (3º encontro)? Por quê?