



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

PAULO SÉRGIO DE CAMARGO FILHO

**ESTRATÉGIA DE ENSINO MULTIREPRESENTACIONAL
APLICADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO
DE MEDIÇÃO**

Londrina
2014

PAULO SÉRGIO DE CAMARGO FILHO

**ESTRATÉGIA DE ENSINO MULTIREPRESENTACIONAL
APLICADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO
DE MEDIÇÃO**

Tese apresentada ao Curso de Pós Graduação do Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú.

Londrina
2014

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

C172e Camargo Filho, Paulo Sérgio de.

Estratégia de ensino multirepresentacional aplicada para o desenvolvimento do conceito de medição / Paulo Sérgio de Camargo Filho. – Londrina, 2014.

319 f. : il.

Orientador: Carlos Eduardo Laburú.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2014.

Inclui bibliografia.

1. Física – Estudo e ensino – Teses. 2. Física – Estratégias de aprendizagem – Teses. 3. Medição – Formação de conceitos – Teses. 4. Semiótica e física – Teses. 5. Teoria do conhecimento – Teses. I. Laburú, Carlos Eduardo. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 53:37.02

PAULO SÉRGIO DE CAMARGO FILHO

**ESTRATÉGIA DE ENSINO MULTIREPRESENTACIONAL APLICADA
PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE MEDIÇÃO**

Tese apresentada ao Curso de Pós Graduação do Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor.

BANCA EXAMINADORA

Orientador. Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof^a. Dra. Viviane Scheibel de Almeida
Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS

Prof. Dr. Roberto Nardi
Universidade Estadual Paulista – UNESP

Prof. Dr. Alexandre Urbano
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Alcides Goya
Universidade Tecnológica Federal do Paraná –
UTFPR

Londrina, 24 de Outubro de 2014.

Aos meus pais Paulo Sérgio e Maria Bernadete

Pelo apoio incondicional aos meus estudos e, acima de tudo pelos exemplos de coragem, honestidade, perseverança e de extremo amor.

Aos meus padrinhos Francisco e Lydia (*in memoriam*)

Por estarem sempre comigo, mesmo nas noites mais solitárias. Sinto-me honrado em tê-los comigo em todos os meus caminhos da minha vida.

À minha esposa Rosana e minha filha Beatriz

Pela paciência, carinho, amor, silêncio e sorrisos que iluminam meus dias.

Aos meus irmãos Guilherme e Júlio César

Pela incrível compreensão que só os irmãos sabem ter.

Aos meus amigos

Pela inesgotável alegria de viver.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú

Pela inestimável contribuição à minha formação pessoal e profissional, pelos exemplos de competência, seriedade e de confiança que demonstrou ao longo desta vasta trajetória como meu orientador na Universidade Estadual de Londrina.

Aos membros da Banca Examinadora

Pelas contribuições valiosas, disponibilidade e colaboração, fundamentais para a consecução deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina

Pelos saberes compartilhados.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática

Pela construção coletiva do conhecimento na pesquisa.

Aos professores da Universidade Federal da Fronteira Sul

De maneira especial, aos membros do Colegiado do curso de Física – Licenciatura.

Aos professores da Universidade Estadual de Londrina

De maneira especial, aos docentes que me ajudaram a dar os primeiros passos na Física e no Ensino de Física.

Aos professores Escola Estadual Prof^a Sylvia Ribeiro de Carvalho

De maneira especial, ao Prof. Dr. Valdeir Agostinelli, meu primeiro orientador, à Prof^a. Fabiana, por desenvolver o meu pensamento crítico e ao Prof. Emerson da Silva dos Santos, meu grande incentivador ao estudo das Ciências Naturais.

"A persistência é o caminho do êxito."
Charlie Chaplin

CAMARGO FILHO, Paulo Sérgio de. **Estratégia de ensino multirepresentacional aplicada para o desenvolvimento do conceito de medição**. 2014. 319 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

RESUMO

Este estudo explora o potencial didático de uma estratégia de ensino multirepresentacional aplicada em um laboratório didático, com a finalidade de desenvolver habilidades analíticas associadas aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais dentro do Paradigma de Conjunto. A estratégia é amparada pelo contemporâneo modelo de ensino por meio de múltiplas representações, o qual tem por objetivo proporcionar aos alunos um leque de oportunidades para construir o conceito científico de medição. Com base nessa estratégia de ensino investiga-se o caminho conceitual dos estudantes na tentativa de passarem do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto, acompanhando a aprendizagem em um domínio no qual as estruturas pré-instrucionais conceituais dos alunos devem ser fundamentalmente reestruturadas, a fim de permitir a compreensão do conhecimento pretendido, isto é, a aquisição de conceitos e procedimentos científicos relacionados ao Paradigma de Conjunto. A pesquisa foi realizada em um ambiente laboratorial com quatro grupos de estudantes da graduação em Física. O método de estudo da pesquisa combina aspectos quantitativos e aspectos qualitativos em três momentos de avaliação comparáveis, que o caracterizam como um estudo longitudinal. Convenientes análises estatísticas foram realizadas entre o desempenho apresentado nas avaliações de cada grupo de forma a classificar as mudanças nas ações e raciocínios do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto. Os resultados desta pesquisa indicam que o aporte metodológico baseado nas Categorias de Compreensão Conceitual da Medição proporciona um refinamento analítico para além dos paradigmas da medição, procurando avançar em relação às pesquisas em Ensino de Física ligadas à compreensão conceitual dos estudantes frente a uma situação experimental. Por meio de tal referencial, acompanharam-se as alterações nas categorias do Paradigma Pontual, as quais foram essencialmente reformuladas para o desenvolvimento de conceitos e procedimentos científicos relacionados ao Paradigma de Conjunto.

Palavras-chave: Ensino de física. Medição. Múltiplas representações. Categorias de compreensão conceitual da medição. Graduação.

CAMARGO FILHO, Paulo Sérgio de. **Multi-representational Instruction applied to the development of the concept of measurement.** 2014. 319 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

ABSTRACT

This study explores the didactic potential of a multiple-representational instruction applied in a teaching laboratory, in order to develop analytical skills associated procedures for collecting, processing and comparison of experimental data within the Paradigm Set. The strategy is supported in the contemporary educational model through multiple representations, which aims to provide students with a range of opportunities to build the scientific concept of measurement. Based on this teaching strategy investigates the conceptual path of students attempting to pass the Point Paradigm for the Set Paradigm, accompanying learning in a domain in which the pre-instructional conceptual structures of the students must be fundamentally restructured in order to enable understanding of the intended knowledge, that is, the acquisition of scientific concepts and procedures related to the Paradigm Set. The research was conducted in a laboratory environment with four groups of physics undergraduate students. The method of this research study combines quantitative and qualitative aspects in three comparable moments evaluation that characterize it as a longitudinal study. Convenient statistical analyzes were performed between the performance presented in the evaluations of each group to classify the changes in the actions and reasoning of Point Paradigm to the Set Paradigm. The results of this research indicate that the methodological approach based on the categories of conceptual understanding of measurement provides an analytical refinement beyond the paradigms of measurement, looking forward to advance in relation to researches in Physics Teaching related to a conceptual understanding of the students with an experimental situation. Through this framework, changes were accompanied in the categories of Point Paradigm, which were essentially reformulated for the development of scientific concepts and procedures related to the Set Paradigm.

Keywords: Physics teaching. Measurement. Multiple representations. Categories of conceptual understanding of measurement. Undergraduation.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 –	MODELO PARA DETERMINAR O RESULTADO DE UMA MEDIÇÃO.....	42
FIGURA 2 –	FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE NA METROLOGIA.....	43
FIGURA 3 –	INCERTEZA PADRÃO PARA FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE.....	44
FIGURA 4 –	OS PAPÉIS DAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES	54
FIGURA 5 –	FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE MEDIÇÃO	60
FIGURA 6 –	MEDIÇÃO COMO PROCESSO MULTIREPRESENTACIONAL	61
FIGURA 7 –	PADRÃO DE REFERÊNCIA.....	81
FIGURA 8 –	PADRÃO DE REFERÊNCIA II	82
FIGURA 9 –	INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES	83
FIGURA 10 –	BALANÇA ANALÓGICA.....	84
FIGURA 11 –	BALANÇA DIGITAL	84
FIGURA 12 –	REPENSANDO OS FATORES QUE INFLUENCIAM NO RESULTADO FINAL.....	85
FIGURA 13 –	SITUAÇÃO 1	85
FIGURA 14 –	SITUAÇÃO 2	86
FIGURA 15 –	SITUAÇÃO 3	86
FIGURA 16 –	INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES	86
FIGURA 17 –	LIMITES DE UMA ESCALA ANALÓGICA.....	87
FIGURA 18 –	ESBOÇO DA SITUAÇÃO EXPERIMENTAL	91
FIGURA 19 –	FORMAÇÃO DO HISTOGRAMA	92
FIGURA 20 –	AVALIAÇÃO DA INCERTEZA: TIPO A	94
FIGURA 21 –	EXEMPLO PROPAGAÇÃO DA INCERTEZA	95
FIGURA 22 –	EXEMPLO DE COMPARAÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS	96
FIGURA 23 –	COMPARAÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS: EXEMPLO 2.....	96
FIGURA 24 –	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS	97
FIGURA 25 –	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS: ATIVIDADE PRÁTICA	98
FIGURA 26 –	INCERTEZA PARA LANÇAMENTOS E GRÁFICOS LINEARES.....	99
FIGURA 27 –	EQUAÇÕES DOS MÍNIMOS QUADRADOS.....	101
FIGURA 28 –	APLICANDO O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	101
FIGURA 28 –	EXEMPLO DAS TABELAS AUXILIARES.....	102

FIGURA 30 – AFIRMAÇÕES SOBRE A COLETA DE DADOS EXPERIMENTAIS	107
FIGURA 31 - AFIRMAÇÕES SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS I.....	107
FIGURA 32 – AFIRMAÇÕES SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS II.....	107
FIGURA 33 – AFIRMAÇÕES SOBRE A COMPARAÇÃO DE DADOS	108
FIGURA 34 – AFIRMAÇÕES SOBRE AS INCERTEZAS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO	108
FIGURA 35 – AFIRMAÇÕES SOBRE A APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	108
FIGURA 36 – MEDIÇÃO M1: GRUPOS A - D	121
FIGURA 37 – MEDIÇÃO M2: GRUPOS A - D	122
FIGURA 38 – MEDIÇÃO M3.....	123
FIGURA 39 – UMA ÚNICA LEITURA DIGITAL: GRUPO B.....	131
FIGURA 40 – UMA ÚNICA LEITURA ANALÓGICA: GRUPO B	132
FIGURA 41 – IMAGEM DO PRIMEIRO LANÇAMENTO.....	135
FIGURA 42 – REGISTRO DOS LANÇAMENTOS NO PAPEL MILIMETRADO.....	135
FIGURA 43 – AVALIAÇÃO DA INCERTEZA: TIPO A – GRUPO B.....	139
FIGURA 44 – RESULTADO DA COMPARAÇÃO DE DADOS: GRUPO B.....	142
FIGURA 45 - MEDIÇÃO DO COMPRIMENTO DO CILINDRO USANDO O PAQUÍMETRO	143
FIGURA 46 - MEDIÇÃO DO DIÂMETRO DO CILINDRO USANDO O PAQUÍMETRO.....	144
FIGURA 47 - CÁLCULO DO VOLUME DO CILINDRO	144
FIGURA 48 - MEDIÇÃO DA MASSA DO CILINDRO USANDO UMA BALANÇA ANALÓGICA	144
FIGURA 49 - CÁLCULO DA DENSIDADE DO CILINDRO: MÉTODO 1	145
FIGURA 50 - RESULTADO FINAL PARA A DENSIDADE USANDO O MÉTODO 01	145
FIGURA 51 – MEDIÇÃO DO VOLUME CILINDRO USANDO UMA PROVETA.....	145
FIGURA 52 – MEDIÇÃO DA MASSA DO CILINDRO USANDO UMA BALANÇA ANALÓGICA.....	146
FIGURA 53 – CÁLCULO DA DENSIDADE DO CILINDRO: MÉTODO 2	146
FIGURA 54 – RESULTADO FINAL PARA A DENSIDADE USANDO O MÉTODO 02	146
FIGURA 55 – INFERÊNCIAS DO GRUPO B SOBRE O RESULTADO EXPERIMENTAL	146
FIGURA 56 – COMPARAÇÃO VALOR EXPERIMENTAL E VALOR TABELADO: GRUPO B.....	147
FIGURA 57 – RESULTADO FINAL PARA A MEDIÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DE UM MOLA.....	149

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – CATEGORIAS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL DA MEDIÇÃO.....	67
QUADRO 2 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO A.....	112
QUADRO 3 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO B.....	113
QUADRO 4 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO C.....	114
QUADRO 5 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO D.....	116
QUADRO 6 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO A.....	151
QUADRO 7 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO B.....	152
QUADRO 8 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO C.....	154
QUADRO 9 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO D.....	156

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE TRIANGULAR.....	88
GRÁFICO 2 – INTERVALO DE CONFIANÇA: EXPERIMENTO A E EXPERIMENTO B.	90
GRÁFICO 3 – FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE MENSURANDO D	90
GRÁFICO 4 – CATEGORIA DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1	117
GRÁFICO 2 – FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE: GRUPO B.....	131
GRÁFICO 6 – HISTOGRAMA: GRUPO A.....	137
GRÁFICO 7 – HISTOGRAMA: GRUPO B.....	137
GRÁFICO 8 – HISTOGRAMA: GRUPO C	138
GRÁFICO 9 – HISTOGRAMA: GRUPO D	138
GRÁFICO 10 – PERÍODO (T^2) VERSUS MASSA CORRIGIDA (M_E).....	148
GRÁFICO 11 – CATEGORIA DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2	158
GRÁFICO 12 – CATEGORIA DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3	161
GRÁFICO 13 – CAMINHO DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: GRUPO A.....	165
GRÁFICO 14 – CAMINHO DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: GRUPO B.....	165
GRÁFICO 15 – CAMINHO DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: GRUPO C.....	165
GRÁFICO 16 – CAMINHO DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: GRUPO D.....	165

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 -	MODELO DE PROGRESSÃO DE IDEIAS RELATIVAS AOS DADOS EXPERIMENTAIS.....	30
TABELA 2 -	AÇÕES E RACIOCÍNIOS ASSOCIADOS COM O PARADIGMA PONTUAL	33
TABELA 3 -	AÇÕES E RACIOCÍNIOS ASSOCIADOS COM O PARADIGMA DE CONJUNTO.....	34
TABELA 4 –	CRONOGRAMA DE ATIVIDADES E CONTEÚDO DA DISCIPLINA ESPECIAL.....	79
TABELA 5 –	EXEMPLO DE ORÇAMENTO DE INCERTEZA PARA AS LEITURAS DE TEMPO	99
TABELA 6 –	CONSTANTES UNIVERSAIS PESQUISADAS PELOS GRUPOS.....	132
TABELA 7 –	TABELA DE DADOS DO OSCILADOR MASSA-MOLA: GRUPO B	147
TABELA 8 –	CÁLCULO DA INCLINAÇÃO E INTERCEPTO DO EIXO Y	148
TABELA 9 –	CÁLCULO DA INCERTEZA DA MASSA	149
TABELA 10 –	DADOS DISPONÍVEIS PARA OS GRUPOS PARA A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3	159
TABELA 11 –	RESULTADO FINAL PARA A Ad3.....	160
TABELA 12 –	ESTATÍSTICA DESCRITIVA.....	162
TABELA 13 –	TESTE DE SINAIS ENTRE Ad1, Ad2 E Ad3.....	163
TABELA 14 –	RESUMO DAS CATEGORIAS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL DA MEDIÇÃO EM Ad1, Ad2 E Ad3.....	163

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
CAPÍTULO 1 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
1.1 PARADIGMA PONTUAL E DE CONJUNTO	29
1.2 ABORDAGEM PROBABILÍSTICA DA MEDIÇÃO	36
1.3 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES	47
1.4 MEDIÇÃO COMO PROCESSO MULTIREPRESENTACIONAL	58
1.5 CAMINHOS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL	62
1.6 CATEGORIAS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL DA MEDIÇÃO	65
1.7 PROBLEMA DE PESQUISA	69
CAPÍTULO 2 - ASPECTOS METODOLÓGICOS	75
2.1 PARTICIPANTES E CONTEXTO DO ESTUDO	75
2.2 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	77
2.3 RECURSOS DIDÁTICOS	78
2.4 CONTEÚDO, OBJETIVOS INSTRUACIONAIS E PAPÉIS DAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES	80
2.4.1 PASSO INICIAL	80
2.4.2 PENSANDO SOBRE MEDIÇÕES	81
2.4.3 LIMITES SOBRE O QUE SABEMOS SOBRE UMA MEDIÇÃO	82
2.4.4 PROPÓSITOS DA MEDIÇÃO	83
2.4.5 “EXATAMENTE APROXIMADO”	83
2.4.6 CONCEITOS BÁSICOS E COLETA DE DADOS EXPERIMENTAIS	85
2.4.7 PROCESSAMENTO DE DADOS EXPERIMENTAIS, INCERTEZA PADRÃO, FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE	87
2.4.8 COMPARAÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS	94
2.5 ESTUDO LONGITUDINAL	104
2.5.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1	105
2.5.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2	106
2.5.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3	109

2.5.4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA TESTE DE SINAIS COM PARES DE DADOS	110
	CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DOS DADOS	111
3.1	ANÁLISE DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1	112
3.2	EVOLUÇÃO CONCEITUAL DO PARADIGMA PONTUAL PARA O DE CONJUNTO	118
3.2.1	PASSO INICIAL	119
3.2.2	PENSANDO SOBRE MEDIÇÕES	120
3.2.3	LIMITES SOBRE O QUE SABEMOS SOBRE UMA MEDIÇÃO	123
3.2.4	PROPÓSITOS DA MEDIÇÃO	124
3.2.5	“EXATAMENTE APROXIMADO”	125
3.2.6	PROCESSAMENTO DE DADOS EXPERIMENTAIS, INCERTEZA PADRÃO, FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE	130
3.2.7	COMPARAÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS	140
3.3	ANÁLISE DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2	151
3.4	AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3	158
3.5	ANÁLISE ESTATÍSTICA	162
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	166
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	170
	ANEXOS 180	
	ANEXO A : PLANO DE CURSO – INTRODUÇÃO À MEDIÇÃO NO LABORATÓRIO DE FÍSICA.....	181
	ANEXO B : TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	185
	APÊNDICES	188
	APÊNDICE A :MANUAL DE INTRODUÇÃO À MEDIÇÃO NO LABORATÓRIO DE FÍSICA	189
	APÊNDICE B : AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1	243
	APÊNDICE C : ATIVIDADE PRÁTICA 1.....	250
	APÊNDICE D : AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2	263
	APÊNDICE E : AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3	292

INTRODUÇÃO

No atual ensino das ciências da natureza é praticamente consensual que se deveriam prover os estudantes, em um nível adequado, com considerações científicas acerca do mundo natural e tecnológico, sem que se esqueçam das consequências cada vez mais importantes de ordem ambiental e social, decorrentes daquele último (LABURÚ; BARROS, 2009). Conhecer os conteúdos dessas ciências envolve saber como os conceitos adquirem seus significados e suporte empírico. A formação das quantidades, por meio de experimentos quantitativos, não é frequentemente vista como parte da compreensão conceitual, nem ao menos é tratada como uma parte não problemática desta (MÄNTYLÄ; KOPONEN, 2007).

De forma geral, ao ser empregada como opção instrucional, a atividade experimental ultrapassa a concepção popular de elemento que traz vida às ideias (SOLOMON, 1988). Além de desencadeadora da motivação, ela pretende impulsionar a aprendizagem de conteúdos para níveis mais significativos e ser um meio crucial para promover a iniciação ao desenvolvimento epistemológico do inquirir científico e de instigar os estudantes em habilidades cognitivas, de atitudes e práticas (LABURÚ, 2005; WATSON *et al.*, 2004, p. 27; WELLINGTON apud LAVONEN, 2004, p. 323; SÉRÉ, 2002, p. 626; HIRVONEN; VIIRI, 2002; WELZEL *et al.*, 1998; GERMANN; ARAM, 1996; HODSON, 1994). De fato, como sintetiza Millar (1987), o experimento desempenha um papel central não só para a ciência natural, mas para a educação científica. A conjugação dessas três habilidades demanda do aprendiz o desenvolvimento de mecanismos formais de raciocínio que passa pelo desenvolvimento de aptidões analíticas capazes de reunir informações científicas e pela compreensão da ciência como questionamento, sendo que os seguintes passos devem ser considerados para isso: formular questões, propor hipóteses; planejar experimentos e realizar investigações práticas para culminar no teste de hipóteses ou para exercitar um paradigma; definir e conduzir observações sistemáticas; organizar e impor uma ordem intelectual aos dados; interpretar e extrair conclusões dos resultados; replicar experimentos (MILLAR, 1994). Tendo em vista que o ponto de partida é sempre o processo de medição, Dingle (1950, *apud*. MARTINS, 1982, p. 73) coerentemente define em termos operacionais o que é uma medição: “Medição é

qualquer operação precisamente especificada que gera um número”. Sabemos que se pode inventar uma variedade ilimitada de processos que geram números, mas existem poucos processos de medição que são utilizados na prática científica (*ibid.*).

Um ponto fundamental que se coloca à educação científica é a necessidade de organizar e impor uma ordem intelectual aos dados, a fim de interpretar e extrair inferências das regularidades. O sentido que um aprendiz dá à medida determina as suas decisões de como *coletar, processar e interpretar dados* de modo a obter conclusões. Tais decisões são essenciais para desenvolver atividades didáticas sob enfoque das mais variadas estratégias de ensino, estando estas baseadas em orientações instrucionais fundamentadas no teste de hipóteses ou na aplicação de um paradigma, de inclinações, respectivamente, *popperiana* e *kuhniana*, ou, possivelmente, segundo orientações *verificacionistas* ou *indutivistas*, mais corriqueiras e criticáveis (LABURÚ; BARROS, 2009, p. 152). Assim, sejam quais forem as opções instrucionais, todos esses objetivos envolvem confrontar ou comparar teoria e evidência, que, por sua vez, implica estabelecer relações entre variáveis, processar dados e usá-los para suportar uma conclusão. Apesar de tais decisões terem maior importância para as atividades experimentais no ensino de Física, se comparadas aos ensinamentos de Química e Biologia (TIBERGHIAN *et al.*, 2001, p. 493), essa é uma preocupação que não pode ser desconsiderada quando de um ensino que envolva medição em tais disciplinas das ciências da natureza.

A aprendizagem da parte procedimental dos experimentos quantitativos mostra-se, tanto quanto os conceitos de Física, de grande dificuldade para os alunos adolescentes e universitários iniciantes e recebeu a atenção de poucos pesquisadores em educação científica até a década de 1990, se confrontadas com outros conteúdos da ciência. Foi essencialmente a tese de Coelho (1993) “*Contribution à l'étude didactique du mesurage en Physique dans l'enseignement secondaire: description et analyse de l'activité intellectuelle et pratique des élèves et des enseignants*” que nos serviu de base para iniciar as discussões sobre os problemas enfrentados no processo de aprendizagem encontrados no laboratório de Física. Na citada tese a autora realizou um estudo exploratório que identificou um certo número de tendências, de dificuldades e de concepções a respeito do ensino da medição sob o ponto de vista de alunos e de professores no ensino secundário na França. Foi constatado que as dificuldades de aprendizagem do tema eram

resultado de uma discrepância acentuada entre as concepções, crenças e expectativas dos alunos, por um lado, e os objetivos de ensino pretendidas pelo professor, por outro lado. Para Coelho (*ibid.*), as inovações didáticas necessárias para a aproximação de ambos os lados deveriam ser apreciadas conjuntamente com a aquisição da prática científica. A autora salienta que uma aproximação professor-aluno não significa necessariamente uma aproximação do saber científico por parte destes estudantes. Constatou-se, por exemplo, a crença em uma “medida verdadeira” que os estudantes seriam capazes ou não de atingir ou de se aproximar. Tal crença, segundo a autora (*ibid.*, p. 221) sustenta uma visão da ciência onde a realidade seria compreensível pela possibilidade experimental de aumentar indefinidamente a precisão de toda medida e de realizar uma medição com exatidão e precisão absoluta. De acordo com Coelho (*ibid.*, p. 223), as discussões sobre o problema do “valor verdadeiro” e sobre a terminologia utilizada, por se referir a esta concepção, deveriam ser estimuladas devido à sua importância em permitir compreender que as medidas são providas de incerteza. Em razão disso, um encaminhamento didático fundamental apresentado consiste em colocar os estudantes frente às situações de medição onde devem necessariamente confrontar a dispersão dos dados. Outro ponto destacado diz respeito ao uso de um aparato experimental relativamente simples de modo que o aluno possa intervir sobre as etapas do procedimento de medição e melhorá-lo, uma vez que a utilização de um material sofisticado não permite ao aluno esse tipo de revisão dos procedimentos.

De acordo com Séré (2003), as formas mais tradicionais de abordagem das atividades experimentais no ensino de Física consistem em utilizar o experimento como aplicação de um método de modo a manipular uma lei fazendo variar os parâmetros e a observar um fenômeno ou, no caso onde a lei é conhecida e não questionada, o experimento é utilizado para calcular um parâmetro de forma análoga ao que é feito em um laboratório de metrologia. Séré (*ibid.*, p. 31) afirma que para o ensino da parte experimental da Física existem outras abordagens possíveis, mas que raramente são utilizadas, tal como a comparação de métodos experimentais, para a qual recorre-se ao uso de uma competência suplementar que é a de avaliar. Na referida abordagem, os objetivos de aprendizagem devem estar direcionados para o estudante, ao determinar um parâmetro, perceber que o resultado obtido é uma informação, um meio de comunicação entre duas pessoas ou

duas comunidades distintas (COELHO, 1993; SÉRÉ *et al.*, 1993; COELHO; SÉRÉ, 1998) e que o mesmo deverá fornecer elementos para o julgamento desse parâmetro sem, necessariamente, ter que fornecer um resultado único.

Por sua vez, a realização de uma medição no laboratório de Física implica na escolha de um método e de uma instrumentação específica. Em consequência disso, a modelagem dos dados coletados também sofre influências. Para este campo de estudo na Física, é possível encontrar dois modos principais para modelar os dados e, assim, realizar inferências sobre um certo mensurando: a *inferência frequentista* (ou clássica) e a *inferência bayesiana*. Independentemente da abordagem escolhida, a inferência estatística almeja fazer afirmações a partir de um conjunto de valores representativos (amostra) sobre um fenômeno estudado. Tal tipo de afirmação deve sempre vir acompanhada de uma medida de precisão sobre sua veracidade. Em geral, as análises estatísticas costumam avançar de situações mais elementares, como a mera descrição do fenômeno, para a inferência de padrões, sendo que essa última tarefa depende do modelo usado e/ou criado por quem pretende analisar os dados. Em geral, na inferência clássica, os parâmetros, uma vez estimados da amostra, tornam-se valores fixos dos quais se exprimem todo conhecimento estatístico acerca do fenômeno estudado. Em paralelo, a inferência bayesiana trata o problema da estimação de parâmetros por uma abordagem diferenciada, sendo os parâmetros tratados como quantidades aleatórias que possuem uma maior ou menor probabilidade de serem um ou outro valor, em oposição à interpretação clássica de um valor fixo para a estimativa.

Em relação ao assunto apresentado acima, estudos do grupo de pesquisadores das universidades de Cape Town – York¹ identificaram uma inconsistência lógica na abordagem clássica presentes nos cursos introdutórios de laboratório de Física a respeito da avaliação dos diferentes tipos de incertezas associados à medição. Segundo esse grupo de pesquisadores, o salto lógico necessário para a compreensão completa dos conceitos relativos à compreensão científica da medição não pode ser realizado em uma abordagem clássica. Em virtude disso, Allie *et al.* (2003) propuseram uma estratégia de ensino do tema baseada em uma abordagem probabilística da medição, com um formalismo matemático fundamentado na *inferência bayesiana*, com a finalidade de unificar os

¹ Tais estudos serão discutidos com maior profundidade no Capítulo 1.

diferentes tipos de incertezas em um único conjunto de informações, denominado orçamento de incertezas.

O desenvolvimento da mencionada estratégia de ensino culminou na criação de um manual voltado para a introdução dos conceitos da medição no laboratório de Física denominado “*Introduction to Measurement in the Physics Laboratory: A probabilistic approach*” (BUFFLER *et al.*, 2009). Apesar do manual não explicitar a teoria de aprendizagem empregada, há a tentativa de integração das ações e raciocínios dos estudantes relacionados a atividade experimental com os diversos modos e representações semióticas presentes no laboratório para a aprendizagem científica da medição.

Como visto, experimentação e medição estão no cerne da Física, sendo imprescindível que os alunos desenvolvam uma compreensão apropriada desses conceitos. No entanto, de acordo com o que foi exposto até o momento, a maneira com que estes assuntos têm sido tradicionalmente tratados nos diferentes níveis de ensino não demonstra ser a mais adequada. Parte da compreensão referente a este processo de ensino-aprendizagem passa pela possibilidade de classificação da compreensão que os estudantes têm a respeito da medição e, a partir disso, aplicar estratégias de ensino mais adequadas às necessidades formativas desses sujeitos (LABURÚ; SILVA, 2011 B).

Uma questão que se estabelece a partir do que foi apresentado acima consiste, portanto, em identificar e descrever os caminhos conceituais percorridos pelos estudantes quando submetidos a estratégia de ensino proposta por Buffler *et al.* (2009) para a introdução dos conceitos relativos à medição no Laboratório de Física. Com essa preocupação em mente, determinamos como objetivo geral da presente tese desenvolver habilidades procedimentais e conceitos científicos associadas à coleta, processamento e comparação de dados experimentais com base na abordagem probabilística da medição.

Por conseguinte, partimos da hipótese que um curso de Introdução ao Laboratório de Física lastreado por referenciais contemporâneos de ensino irá auxiliar no estabelecimento de um quadro teórico no qual o pesquisador seja capaz de acompanhar a aprendizagem de seus estudantes em um domínio na qual a compreensão conceitual pré-instrucional dos mesmos possa ser fundamentalmente reestruturada, a fim de permitir a compreensão científica da medição por meio da

aquisição de conceitos e procedimentos avançados relativos ao campo de estudo abordado. Para isso, buscamos categorizar o desenvolvimento da compreensão conceitual da medição dos estudantes submetidos a tal estratégia de ensino e revelar quais as razões que levaram os estudantes a serem qualificados nessas categorias. Acrescentamos que a integração do processo de medição, assim como as dificuldades para a mesma, serão analisadas pelo estudo das transformações das representações semióticas construídas pelos estudantes (DUVAL, 2004), constituindo em um refinamento analítico da compreensão sobre o modo com que os estudantes processam a medição.

Sem pretender uma exposição exaustiva dos temas que serão posteriormente detalhados, em linhas gerais, esta tese está dividida em três grandes capítulos relacionados ao aporte teórico (Capítulo 1), aporte metodológico (Capítulo 2) e análise dos dados (Capítulo 3). Para fins de organização da investigação, cada capítulo apresenta um conjunto de seções e subseções convenientemente distribuídas para o refinamento do assunto a ser tratado.

No Capítulo 1, inicialmente, buscamos delinear o estado do conhecimento produzido nas duas últimas décadas considerando um conjunto significativo de pesquisas relacionadas ao tema, destacando os principais aspectos e dimensões dessas produções e suas implicações e inter-relações. Na seção 1.1 apresentamos a construção do modelo-síntese que reúne as ações e raciocínios dos estudantes frente a uma situação de medição denominado de Paradigma Pontual e de Conjunto. Na seção 1.2 confrontamos as abordagens probabilísticas clássicas (inferência frequentista) e alternativas (inferência bayesiana) da medição com a finalidade de determinar a abordagem mais coerente aos objetivos pretendidos nesta investigação. Na seção 1.3 exploramos os Registros de Representação Semiótica e as Funções das Múltiplas Representações para compreender as atividades cognitivas semióticas e as diversas funções que tais representações desempenham no processo de medição. Apresentamos na seção 1.4 a construção do referencial teórico, o qual representa a visão da medição como um processo multirepresentacional, o qual deve estar integrado e coordenado para possibilitar a realização de inferências qualitativas e quantitativas sobre um determinado mensurando. Delineamos o problema de pesquisa na seção 1.5 em duas principais questões decorrentes das discussões do referencial teórico proposto. Para o

enfrentamento satisfatório da problemática, na seção 1.6 caracterizamos os Caminhos de Compreensão Conceitual, com o objetivo de acompanhar a compreensão dos estudantes ao longo da estratégia de ensino, isto é, rotas de aprendizagem ao longo da qual os alunos passaram no desenvolvimento em direção à compreensão científica da medição. Na seção 1.7, apresentamos a constituição do referencial analítico desenvolvido para determinar as Categorias de Compreensão Conceitual da Medição.

No Capítulo 2 caracterizamos os aspectos metodológicos que organizam esta investigação como um estudo longitudinal, a qual tem por pressuposto analisar as variações nas categorias de compreensão conceitual dos grupos participantes ao longo do período de tempo que estiveram submetidos à estratégia de ensino em três momentos distintos e comparáveis entre si, permitindo assim uma análise quantitativa do problema proposto. Na seção 2.1 delimitamos o contexto educacional e a amostra de participantes que colaboraram para este estudo. Os recursos didáticos e instrumentos de coletas de dados que fizeram parte da presente pesquisa foram detalhados na seção 2.2, sendo que para contemplar as atividades didáticas teóricas e experimentais ao longo da estratégia de ensino buscou-se integrar sugestões didáticas derivadas de pesquisas contemporâneas sobre processo de ensino-aprendizagem de conceitos científicos por meio de multimodos e múltiplas representações semióticas. O processo de recolha de dados para o estudo (seção 2.3) recorreu-se a técnicas próprias da investigação qualitativa: a produção escrita, gravação em vídeo, observação e entrevista. Além disso, destacamos na seção 2.4 os papéis desempenhados pelas múltiplas representações presentes em cada atividade instrucional para compreender as razões dos grupos serem qualificados em diferentes Categorias de Compreensão Conceitual da Medição. Por fim, na seção 2.5 detalhamos o estudo longitudinal, o qual é composto por três momentos distintos de avaliação e comparáveis entre si com objetivo de acompanhar a evolução conceitual dos estudantes quando submetidos uma estratégia de ensino multirepresentacional em um laboratório de Física.

A análise dos dados é detalhada no Capítulo 3. Para os propósitos da presente tese, a análise dos dados foi dividida em cinco etapas, as quais foram consideradas complementares entre si. A primeira etapa focou em uma análise inicial dos grupos A, B, C e D, descrita na seção 3.1. As categorias de compreensão

conceitual foram analisadas e classificadas de acordo com as discussões e conclusões de cada grupo, o qual conota um conjunto de crenças, valores, técnicas etc., compartilhados pelos participantes quando ponderaram sobre a medição ao longo da instrução didática proposta nos Capítulos 1 e 2. A segunda etapa, seção 3.2 tratou das contribuições da estratégia didática para a evolução conceitual dos grupos, evidenciando, em alguns momentos, as funções desempenhadas pelas múltiplas representações ao auxiliar no refinamento e/ou construção mais aprofundada dos entendimentos do tema, assim como a superação das dificuldades semióticas relacionadas ao processo de medição. A terceira e quarta etapa, seção 3.3 e 3.4, consistiram na reaplicação do referencial analítico para classificar as Categorias de Compreensão Conceitual, respectivamente, em um momento imediatamente após a instrução laboratorial (Avaliação Diagnóstica 2) e quatro semanas após o término da referida instrução (Avaliação Diagnóstica 3). Realizou-se na seção 3.5 o teste estatístico de sinais com pares de dados, baseados nos resultados das Avaliações Diagnósticas 1, 2 e 3. Por fim, na seção 3.6, ancorados nos resultados dos testes anteriormente realizados, buscou-se determinar os Caminhos de Compreensão Conceitual da Medição de cada grupo participante.

Argumentamos que, adotando a visão de que o curso introdutório de laboratório deve ser centrado na experimentação e análise de dados baseado na teoria probabilística e na integração dos diferentes modos representacionais, os aspectos experimentais da Física podem ser colocados no centro do curso e não relegados a um "complemento" para os aspectos teóricos. Os conceitos de probabilidade e de incerteza devem ser abordados o mais cedo possível no processo de ensino dos fundamentos da Física, com destaque para a incerta e provisória, porém quantificável, natureza do conhecimento científico. Finalmente, a linguagem da metrologia probabilística oferece acesso a outras áreas da Física, como mecânica quântica e mecânica estatística, bem como às tecnologias atuais, como processamento de imagem (ALLIE *et al.*, 2003, p. 29).

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A realização de medidas e a destreza em usar e interpretar dados como evidência para suportar uma conclusão, se confrontadas com outros domínios de conteúdo, foi pouco explorada por pesquisadores em educação científica até meados dos anos 90. Desde então, a denominada parte procedimental dos experimentos quantitativos, que reúne a coleta, o processamento e a comparação de dados necessários para justificar argumentos provocados por padrões dos resultados experimentais ou, conforme MILLAR (1987), direcionados por imposição teórica, mostra-se, tanto quanto os conceitos de Física, de grande dificuldade para os alunos adolescentes e universitários iniciantes (KIRSCHNER, 1992; LUBBEN; MILLAR, 1996; ALLIE *et al.*, 1998; BUFFER *et al.*, 2001; JOUREAUX; SÉRÉ, 1994; KANARI; MILLAR, 2004, p. 749). A parte procedimental é, então, fundamental para se avaliar quão bem as conclusões são ou não suportadas pelos resultados empíricos.

A relevância desse tema é salientada ao vermos Millar (1987) criticar a imagem popular sobre a ciência como sendo aquela em que os conhecimentos são descobertos no laboratório por experimentos que lhes garantem validade, fidedignidade e, por isso, confiança. Além disso Millar (*ibid.*) põe em dúvida se uma particular demonstração realmente deixa claro o assunto ou se é capaz de ajudar o aprendiz a construir significados. Ao mesmo tempo critica os experimentos escolares guiados por meio das estratégias de ensino por descoberta ou hipotético-dedutiva em razão dos resultados incertos que, muitas vezes, elas geram (*ibid.*)

Para Ryder e Leach (2000), entender o processo de interpretação de dados pode ser tão importante quanto compreender, por exemplo, os rudimentos de conceitos de organismos geneticamente modificados ou a radioatividade. Neste último caso, uma investigação feita por Millar e Wynne (*apud.* RYDER; LEACH, 2000, p. 1069), logo após o acidente de Chernobyl, em 1986, sugeriu que os indivíduos que esperavam uma explicação científica direta e clara, extraída dos dados, avaliavam os desacordos entre os cientistas como evidência de incompetência ou decisões tendenciosas, em vez de uma dificuldade em interpretar os dados naquele contexto desafiante. Além disso, na educação científica se observa que as posições que os aprendizes carregam para a sala de aula, a respeito de como interpretar e tratar dados influenciam as pretendidas orientações pedagógicas de estilo investigatório que o professor planeja para atividades

experimentais, por exemplo, como escolher a melhor hipótese, pois a maneira de compreender dos alunos se acha em oposição às científicas (LABURÚ, 2003; RYDER; LEACH, 2000, p. 1070). Por isso, é sensato quando Osborne (apud ALLIE *et al.*, 1998) diz que o trabalho experimental deveria focar mais fortemente o entendimento dos procedimentos relativos às medidas.

A literatura em educação científica apresenta diversos artigos que buscam compreender as diferentes e recalcitrantes visões dos alunos a respeito da medição. Os artigos mostram que essas visões são obstáculos aos objetivos das atividades experimentais quantitativas. Por outro lado, são escassos aqueles que exploram uma ação pedagógica orientada para transformar esse estado de coisas. Os que o fazem, limitam-se a analisar as concepções dos estudantes, em geral do primeiro ano universitário, que se sujeitam a propostas tradicionais de ensino (BUFFER *et al.*, 2001; ALLIE *et al.*, 1998; LARCHER *et al.*, 1994; SÉRÉ *et al.*, 1993).

Dentro das investigações que tratam da relação teoria e evidência há as que examinam a habilidade de jovens crianças de se engajar em raciocínios científicos. Um estudo referência lastreado na psicologia cognitiva é o de Kuhn *et al.* (apud LEACH, 1999, p. 790; apud GERMANN; ARAM, 1996, p. 775). Esses autores argumentam que parte dos estudantes em diversos níveis de ensino não mantêm como entidades separadas as suas explicações teóricas sobre um fenômeno e a correspondente evidência recolhida. Isso os incapacitam a refletir a propósito das teorias em termos de evidências e, assim, a gerar predições fundamentadas nessas teorias. Em apoio a isso, Kirschner (1992) comenta que os estudantes, frequentemente, não apresentam habilidades cognitivas necessárias para identificar ou inferir padrões presentes nos dados por eles coletados. Numa outra perspectiva, Leach (1999, p. 803) aponta que o problema com esses estudantes está relacionado com a performance, ou seja, com a ação desempenhada perante uma situação experimental e, conseqüentemente, passível de ser melhorada por meio de instruções voltadas para tal fim. Ele sugere que, embora os sujeitos não coordenem evidência e teoria de maneira lógica e racional, eles são capazes de compreendê-las como entidades separadas (*ibid.*, p. 803). Dá a entender que o problema da coordenação deve-se a três motivos pelo menos. O primeiro motivo se localiza no fato dos jovens estudantes possuírem uma finalidade diferente daquela pretendida pelo professor. Por exemplo, ao citar um estudo de Millar e colaboradores, Leach

(1999, p. 803) mostra que estudantes entre nove e quatorze anos constantemente veem o propósito de uma tarefa investigativa de ciências na escola com o objetivo de fazer um fenômeno acontecer, em vez de investigar as relações entre variáveis ou avaliar afirmações conhecidas, pretendidas pelo professor. Ressalta-se que este resultado também havia sido constatado no estudo desenvolvido por Coelho (1993) para estudantes entre quinze e dezoito anos em atividades experimentais de Física. O segundo motivo liga-se à existência de um domínio de conhecimentos específicos que devem ser considerados na habilidade do sujeito quando extrai relações lógicas entre afirmações e evidências (KOSLOWSKI apud LEACH 1999, p. 791; MASNICK; KLAHR, 2003, p. 76). Por último, afirma que testar hipóteses de relações entre entidades visíveis são mais fáceis de estabelecer uma correlação causal do que entre entidades invisíveis. Neste último caso, o processo de coordenação entre teoria e evidência é mais complexo (op. cit, p. 791).

Kanari e Millar (2004, p. 750) observam que certas investigações se concentram nas formas lógicas do pensar do estudante sobre medição (p.ex., ALLIE *et al.*, 2003; BUFFER *et al.*, 2001; RYDER; LEACH, 2000; LUBBEN; MILLAR, 1996) e omitem os raciocínios com dados numéricos, característica, segundo eles, distingue o pensamento científico do lógico ou puramente formal. Por sua vez, essas investigações diferenciam-se das empregadas nos trabalhos de Cazinille-Marmeche *et al.* (1985) e Kanari e Millar (2004), que exploram a realização das medidas por parte dos estudantes. Particularmente, esse último trabalho se concentra nas abordagens e habilidades de estudantes de dez a quatorze anos em coletar e interpretar dados no momento em que examinam relações entre variáveis. O estudo concluiu que os estudantes têm maiores dificuldades em interpretar dados do que com os raciocínios lógicos envolvidos com eles, como é o caso quando há necessidade em discernir as implicações da interpretação dos dados frente às hipóteses correntes, ou quando há necessidade de controlar variáveis. Porém, mais relevante para Kanari e Millar (2004) é a dificuldade específica de interpretar dados, no que se refere ao aspecto de investigar variáveis, que afetam ou não um resultado. Eles observaram que os estudantes de todas as idades pesquisados tinham menos sucesso em investigações quando a variável dependente não apresentava covariação com a variável independente, do que quando isso ocorria (p. 767). A razão disso está nos erros experimentais que mascaram a ausência de

covariação, e a menos que os erros sejam grandes é improvável que eles escondam um efeito com forte covariação (p. 752). Assim, segundo os autores, a grande diferença entre as respostas corretas nas tarefas em que há covariação e nas que não há covariação é creditada ao erro experimental pelos estudantes, e não ao contexto das tarefas, ao conhecimento do conteúdo dos estudantes ou às suas hipóteses iniciais (p. 767).

Em relação aos dados numéricos, conforme Laburú e Barros (2009), ainda, vemos que os alunos vêm para a escola com um conjunto de visões, abordagens e procedimentos para tratá-los, que justificam a afirmação de Millar (1987, p. 115), que diz que é simplesmente um capricho imaginar a utilização de experimentos escolares como uma atividade pedagógica possível para decidir entre teorias, ou mesmo, permitindo-nos acrescentar, como uma forma de testar, revelar ou até verificar uma teoria específica. Ao se considerar somente este uso da atividade experimental, podemos estar a limitar um conjunto de atividades pedagógicas empíricas adequadas para desenvolver habilidades analíticas ligadas aos procedimentos de coleta e análise de dados, que são possíveis de começar a ser exploradas no ensino básico. Isto, sem mencionarmos que a formação das quantidades, pela transformação das qualidades através de experimentos quantitativos, é uma forma de compreensão conceitual (LABURÚ; BARRO, 2009, p. 154).

Vários trabalhos dirigem seu foco de atenção para os critérios de tomada de decisão e de procedimentos seguidos por estudantes quando realizam medidas, assim como às suas habilidades em usá-las como evidências para tirar conclusões. Lubben e Millar (1996) informam que muitos estudantes realizam observações ou fazem medições sem estarem aparentemente conscientes de que existem incertezas associadas ao processo de medida ou que precisam ser capazes de defender os seus dados como confiáveis (p. 956). Como decorrência, os dados obtidos pelos estudantes provêm um suporte fraco e não persuasivo às conclusões por eles extraídas. Um trabalho precursor nesse tipo de pesquisa é o de Cauzinille-Marmeche *et al.* (1985), já mencionado. Nele, os autores resumem as principais e mais comuns formas de pensamento de estudantes, de idades entre onze e treze anos, a respeito da realização de medidas, que são: a) Raramente os aprendizes decidem replicar seus experimentos, já que esperam que os resultados sejam

sempre iguais ao primeiro obtido (p. 206); b) A sobreposição entre distribuições de dados joga um papel fundamental na tomada de decisão sobre a influência de uma variável - um quarto dos sujeitos investigados (p. 207) fica confuso e não chega à conclusão sobre o efeito da variável, se houver sobreposição entre alguns dados de duas amostras; c) A maioria das crianças não tem um critério de decisão para comparar um conjunto de dados e algumas se negam a cotejar conjuntos de medidas ou médias, por não lhes ter significado (p. 208). A respeito disto, Masnick e Klahr (2003, p. 88) observaram que crianças, na faixa etária dos sete aos dez anos, nem ao menos têm ideia de usar média para representar um conjunto de dados, apesar de constatarem que elas já eram capazes de reconhecer potenciais fontes de erros num experimento quantitativo, quando estes se ajustavam aos seus conhecimentos prévios (p. 77).

Por Lubben e Millar (1996) se consegue compreender que raciocínios estão por detrás da primeira forma de Cauzinille-Marmeche *et al.* (1985), acima. Vemos isso quando aprendizes, com idades entre onze e dezesseis anos, declaram que repetir medidas é perda de tempo e, dependendo da situação, desperdício de material, pois o resultado de uma medida é tão bom quanto qualquer outro. Entende-se que se pode ficar com quaisquer dos valores obtidos, pois, por mais que se proceda, eles serão sempre diferentes. Além do mais, caso se faça o experimento com cuidado, e o equipamento for adequado, sua medida será a correta. Por outro lado, alguns sujeitos repetem o procedimento para ver se a medida inicial reaparece ou acreditam que o resultado mais recorrente é a resposta procurada (p. 958). Outros dão maior importância ao primeiro ou ao último resultado, justificando, respectivamente, que o equipamento está limpo no início da atividade ou porque se adquire melhor destreza após várias tentativas. Às vezes, imagina-se que um valor particular representa o conjunto, em razão de estar aproximadamente equidistante dos valores extremos, conforme, também, encontraram Masnick e Klahr (2003, p. 89).

Por sua vez, Coelho e Séré (1998) observam que alunos entre quatorze e dezessete anos acabam terminando seus estudos de laboratório com a ideia de que a incerteza fica inteiramente eliminada ao ser realizada uma única medida e que a relação entre um conjunto de medidas e a incerteza associada pode ser claramente definida. Comentam que a ideia de uma medida única e verdadeira a ser encontrada

é manifestação de um espontâneo e profundo realismo dos sujeitos e da natureza fechada de muitas tarefas dos laboratórios didáticos. Tarefas dessa natureza transmitem uma visão epistemológica ingênua da ciência como uma reunião de fatos a serem aprendidos que acabam por reforçar a expectativa dos estudantes de que existe um valor exato singular para um resultado experimental. Isto é reforçado quando se destacam receitas clássicas ligadas à determinação das incertezas de leitura de instrumentos, sem que haja preocupação com as causas físicas das dispersões dos erros, pois as medidas, em geral, não são repetidas neste caso (JOURNEAUX; SÉRÉ, 1994, p. 286).

Evangelinos *et al.* (1999) argumentam que há evidências de que os alunos utilizam uma "aproximação determinística" de raciocínio que lhes permite evitar a interpretação de resultados utilizando os conceitos de incerteza e de probabilidade. A existência de padrões de raciocínio, os quais foram estudados em profundidade posteriormente por Lubben *et al.* (2001) e Buffler *et al.* (2001), implica que, uma efetiva mudança conceitual, de uma interpretação determinística para uma interpretação probabilística dos resultados de medição, requer um modelo de instrução experimental que contemple não apenas a visão dos alunos sobre "aproximação", mas também esclareça explicitamente, a partir de um ponto de vista epistemológico, os limites da Física como uma ciência quantitativa exata.

A existência de padrões de raciocínio relacionadas à medição foi evidenciada em diversas pesquisas ao longo das últimas décadas. Leach (1999) realizou amplo estudo a respeito do ensino de análise de dados em Bioquímica, com a participação de mais de 600 estudantes de seis países europeus. Os resultados mostraram que, dentre outras ideias, 60% dos estudantes acreditam que é possível obter uma medição perfeita, isto é sem incertezas. Outros estudos têm mostrado que é raro os estudantes espontaneamente realizem várias medições, salvo quando suspeitam que houve uma falha em sua primeira medição (SÉRÉ *et al.*, 1993). Em geral, os alunos no laboratório aparentemente focam na busca de um "valor verdadeiro" específico, sem a devida consideração da incerteza. Conforme argumentam Evangelinos *et al.* (1999), em níveis mais avançados de ensino, na fase procedimental de um experimento, ou seja, na coleta, processamento e comparação de dados, espera-se que os alunos dominem o significado mais complexo de medição e sejam capazes de aplicar este conhecimento juntamente com uma

compreensão da incerteza que lhe é associada. No entanto, há evidências de que os alunos utilizam uma "aproximação determinística" de raciocínio que lhes permite evitar a interpretação de resultados utilizando os conceitos de incerteza e de probabilidade (*ibid.*).

Os trabalhos mais extensos a respeito das ideias dos alunos relacionados a medição foram realizados por um grupo de pesquisadores da *University of York* (Reino Unido) e *University of Cape Town* (África do Sul) (por ex. LUBBEN; MILLAR, 1996; ALLIE *et al.*, 1998; EVANGELINOS *et al.*, 1999; BUFFLER *et al.*, 2001, entre outros). Seus resultados culminaram na associação de ações e raciocínios dos estudantes frente a uma situação de medição em dois conjuntos denominados de Paradigma Pontual e Paradigma de Conjunto. Tendo em vista a vasta literatura produzida pelo citado grupo e buscando contribuir para o avanço das discussões relativas ao tema, pretendemos neste capítulo, em primeiro lugar, sintetizar as características gerais e particulares do Paradigma Pontual e de Conjunto e, em seguida construir um instrumento teórico-analítico voltado para investigar com maior profundidade e refinamento, o desempenho que os estudantes apresentam frente à uma situação de medição, reunindo, para tal fim, a estrutura do Paradigma Pontual e de Conjunto com as Categorias de Compreensão Conceitual (ADADAN *et al.*, 2010).

1.1 PARADIGMA PONTUAL E DE CONJUNTO

Baseado em um amplo estudo observacional em alunos do ensino secundário britânico ao realizarem tarefas abertas de investigação, Lubben e Millar (1996) distinguem três aspectos de compreensão procedimental. O primeiro aspecto se concentra na identificação dos propósitos dos estudantes para realizar várias medidas de uma mesma quantidade. O segundo aspecto procura entender como os estudantes atuam frente a um conjunto de valores de uma amostra, como ajustam uma reta em uma distribuição de pontos, se calculam a média, se têm percepção da dispersão das medidas, se identificam e como agem em relação a uma anomalia presente em um conjunto de dados. O terceiro aspecto analisa como os estudantes cotejam duas ou mais amostras, de mesma quantidade de dados, observando se há compatibilidade e qualidade relativas entre elas. Para isso, devem considerar as médias e incertezas das amostras. Estuda-se a situação em que não se fornecem explicitamente os valores das incertezas das amostras, podendo ser elas apenas

estimadas pelos dados. No caso citado, são investigadas situações em que se comparam duas amostras de mesmas médias com diferentes dispersões, assim como amostras com médias diferentes com mesmas dispersões; em ambas as situações a média de uma amostra encontra-se inserida no grupo de dados da outra. Segundo Lubben e Millar (*ibid.*), os estudantes investigados entendem a importância da dispersão dos dados numa série, quando comparada à outra. Em geral, eles escolhem a série mais estreita, mas se as médias forem iguais, a confiança nas séries independe da dispersão dos dados (*ibid.*, p. 962). Os resultados permitiram aos autores elaborarem um modelo que reúne, em oito passos progressivos, os raciocínios que são comuns em alunos adolescentes quando estes tratam dos aspectos referentes à coleta, processamento e comparação de dados. Allie *et al.* (1998) adaptaram e testaram o modelo de Lubben-Millar (1996) em alunos de primeiro ano universitário na África do Sul. Os estudantes apresentaram raciocínios com maior sofisticação do que aqueles permitidos no esquema de Lubben-Millar (1996), indicando que o esquema poderia incluir uma nova categoria (ALLIE *et al.*, p. 448). Sintetizamos, na Tabela 1 a seguir, os resultados associados de Lubben-Millar (1996) e Allie *et al.* (1998), para compor um modelo de progressão de ideias relativas aos dados experimentais.

TABELA 1 - MODELO DE PROGRESSÃO DE IDEIAS RELATIVAS AOS DADOS EXPERIMENTAIS

Nível	Visão do estudante sobre o processo de medição
A	Realizar uma única medição e este é o valor correto.
B	A menos que você obtenha um valor diferente do esperado, a medição está correta.
C	Realizar algumas medições para praticar e então fazer a medição que deseja.
D	Repetir a medição até obter um valor recorrente. Este é a medição correta.
E	É necessário tirar uma média de diferentes medições. Variar sutilmente as condições para evitar obter os mesmos resultados.
F	Tirar uma média de várias medições para atender à variação devido a medições imprecisas. A qualidade do resultado pode ser julgada apenas por uma fonte confiável.
G	Tirar uma média de várias medições. A dispersão de todas as medições indica a qualidade do resultado.
H	A consistência de um conjunto de medições deve ser julgada e medições anômalas precisam ser rejeitadas antes de tirar uma média.
I	A consistência entre conjuntos de medições deve ser julgada por meio da comparação entre a localização relativa de suas médias em conjunto com suas dispersões.

Fonte: Adaptado de Lubben e Millar (1996) e Allie *et al.* (1998)

O raciocínio dos estudantes no trabalho de Allie *et al.* (1998) embora fosse classificado como avançado mostra que a linguagem usada pelos mesmos foi casual ou do senso-comum. Termos que refletem a coleta e manipulação de dados como medição, cálculo, resultado e valor foram usados alternadamente pelos sujeitos da pesquisa. Houve uma considerável confusão sobre a terminologia empregada, tais como propagação, erro, série, incerteza, precisão e acurácia. Esses resultados somam-se às indicações do estudo de Séré *et al.* (1993) que descrevem as concepções de estudantes do primeiro ano universitário acerca da medição. Nesse estudo, a vasta maioria dos estudantes argumenta que a repetição de uma medição é necessária para limitar o erro aleatório e, por consequência, aumentar a precisão. Para Séré *et al.* (*ibid.*), o uso casual da terminologia científica está relacionada com a falta de diferenciação entre erros sistemáticos e aleatórios na mente dos estudantes, indicando que não há uma compreensão mais refinada da natureza da medição.

Apesar dos estudos citados anteriormente terem documentado o pensamento e as ações dos estudantes ao realizarem investigações experimentais em um laboratório, seus resultados não apontam para um quadro teórico que auxiliem na construção de estratégias de ensino adequadas. No entanto, em um trabalho posterior Lubben *et al.* (2001) sugerem um esquema de classificação alternativo, a partir do qual um quadro teórico para o desenvolvimento curricular é construído. Nesse quadro, o raciocínio utilizado pelos alunos no laboratório é classificado em dois tipos principais: raciocínio pontual e o raciocínio de conjunto. Para isso, os autores do estudo exploram a extensão em que os constructos do raciocínio Pontual e de Conjunto podem ser usados para classificar o raciocínio dos alunos enquanto estes estão envolvidos nos procedimentos experimentais de coleta, processamento e comparação de dados em um laboratório.

A constatação de que o raciocínio utilizado pelos estudantes em atividades laboratoriais pode ser classificado em duas distintas categorias Pontual e de Conjunto é coerente com o modelo de progressão de ideias relativas aos dados experimentais, conforme sugerido por Lubben e Millar (1996) e Allie *et al.* (1998). De acordo com Lubben *et al.* (2001, p. 326), na Tabela 1, o raciocínio na categoria Pontual está relacionado com os quatro primeiros níveis (A – D) do modelo de progressão, o raciocínio na categoria de Conjunto Básico com os dois níveis

seguintes (E – F) e o raciocínio de Conjunto Avançado com os três últimos níveis (G – I). As duas principais categorias identificadas neste estudo tem a vantagem de orientar as atividades de ensino no laboratório visto permitir que os alunos pensem além do raciocínio Pontual, com um uso consistente de raciocínio de Conjunto.

Em consonância com o trabalho de Lubben *et al.* (2001), Lubben e Millar (1996) e Allie *et al.* (1998), Buffler *et al.* (2001) ampliam os constructos que fundamentam as ideias dos alunos a respeito da medição, considerando as ações e raciocínios dos estudantes num modelo-síntese denominado de Paradigma Pontual e de Conjunto. Tais denominações mantêm paralelo com o conceito *kuhniano* de paradigma (KUHN, 1987) e pretende conotar um grupo de crenças, valores, técnicas etc., compartilhados pelos alunos quando ponderam sobre a medição.

O Paradigma Pontual é caracterizado pela ideia fundamental que o valor de cada medição pode ser, em princípio, o valor verdadeiro (BUFFLER *et al.*, 2001, p.1139). Como consequência, cada medição é independente uma da outra e as medições individuais não estão combinadas entre si de forma alguma. Também resulta que a medição é vista como condutora a um único valor pontual em vez de estabelecer-se em um intervalo de valores. Em sua forma mais extrema, esta forma de pensamento manifesta-se na crença de que apenas uma única medição é necessária para estabelecer o valor verdadeiro, como indicado no trabalho de Séré *et al.* (1993). Caso uma série de medidas seja realizada por qualquer razão, os raciocínios envolvidos na tomada de decisões direcionam as ações que ocorrem apenas no tratamento de dados pontuais individuais (LUBBEN *et al.*, 2001, p.312). Essas ações são, por exemplo, a seleção de um valor recorrente em uma série de medições ou a comparação de valores um-a-um em diferentes conjuntos de dados. Sinteticamente, podemos afirmar que o Paradigma Pontual sustenta-se na concepção da inexistência de uma incerteza associada a uma quantidade particular e que, por implicação, basta realizar uma única medida quando se faz um experimento. Por detrás desse procedimento está a ideia de que ao não se cometer nenhuma incorreção pessoal, e se a situação experimental e instrumental estiver em perfeitas condições, a medida obtida é correta e única, sem a necessidade de outras medidas. Essa ideia se manifesta a partir de construções epistemológicas ingênuas trazidas pelos sujeitos na sua interação com o cotidiano (MARINELI; PACCA, 2006). Como dito, tais construções se apoiam num profundo realismo que é reforçado pelo

tipo das tarefas escolares (COELHO; SÉRÉ *apud*. BUFFER *et al.*, 2001, p. 1138), mas que sofrem igualmente interferências de aspectos que são explicáveis pela psicologia cognitiva e operações lógico-matemáticas que foram construídas pelos sujeitos (LABURÚ; BARROS, 2009). A Tabela 02, a seguir, sintetiza as ações e raciocínios do Paradigma Pontual de acordo com cada fase da medição.

TABELA 2 - AÇÕES E RACIOCÍNIOS ASSOCIADOS COM O PARADIGMA PONTUAL

	Fase da Medição	Ação	Raciocínio
PARADIGMA PONTUAL	Coleta	Não é necessário repetir a medição. Repete-se para encontrar um valor recorrente; Repete-se para praticar.	A medição direciona a um único valor, ao invés de contribuir para um intervalo. Uma única boa medição é suficiente.
	Processamento <i>Via Cálculo</i>	Uma única (melhor) medição, por exemplo, o valor recorrente, é selecionado para representar o valor verdadeiro.	Cada medição é independente de todas as outras e pode, a princípio, ser o valor verdadeiro.
	Processamento <i>Via Gráfico Linear</i>	Todos os pontos unidos por múltiplos segmentos de linha ou uma única linha através de dados selecionados.	A tendência dos dados é mais bem representada quando são selecionados certos valores particulares.
	Comparação <i>Conjunto de Dados</i>	Comparação de valor por valor de dois conjuntos, ou uma comparação baseada na "proximidade" das médias (se fornecidas).	Não há necessidade de repetir as medições, portanto as comparações são feitas sobre os valores individuais.

Fonte: Adaptado de Buffler *et al.* (2001, p.1153)

Por sua vez e por oposição, o Paradigma de Conjunto é caracterizado basicamente pela ideia de que cada medição é apenas uma aproximação para o valor verdadeiro e que os desvios das medições em relação ao valor verdadeiro são aleatórios (BUFFLER *et al.*, 2001, p.1139). Como consequência, várias medições são necessárias para formar uma distribuição que se agrupa em torno de certo valor específico. A melhor informação a respeito do valor verdadeiro é obtida pela combinação das medições por meio de constructos teóricos, como a média e o desvio-padrão, a fim de descrever os dados coletivamente. Os raciocínios utilizados pelos estudantes para este fim ancoram-se nos procedimentos formais matemáticos, que são utilizados para caracterizar as medições como um todo, tais como a média e o desvio-padrão (LUBBEN *et al.*, 2001, p.312). Por sua vez, tanto a média como o desvio-padrão tornam-se ferramentas para fazer comparações com outras séries de dados ou com a teoria. A rigor, o limite de abrangência conceitual mais elaborado do Paradigma de Conjunto consolida-se na Teoria da Probabilidade (VUOLO, 1996;

MAGALHÃES, 2006). Do ponto de vista dessa teoria, considera-se que uma grandeza física experimental só pode ser determinada por meio de um valor numérico resultante de uma reunião de dados experimentais e ademais se admite que exista um “valor verdadeiro ou alvo” (VUOLO, p. 38) bem definido para toda grandeza física experimental, caracterizado por meio de um modelo para o fenômeno físico, posto que sempre há uma incerteza inseparavelmente vinculada a uma medida ocasionada por fatores que não podem ser controlados, ou que, por qualquer motivo, não são controlados, e que redundam em variações aleatórias no valor das medidas. A Tabela 03, a seguir, sintetiza as ações e raciocínios do Paradigma de Conjunto de acordo com cada fase da medição.

TABELA 3 - AÇÕES E RACIOCÍNIOS ASSOCIADOS COM O PARADIGMA DE CONJUNTO

	Fase da Medição	Ação	Raciocínio
PARADIGMA DE CONJUNTO	Coleta	Repetir a medição da mesma quantidade é necessário em consequência da dispersão inerente dos dados.	Cada medição é apenas uma aproximação do valor verdadeiro e os desvios do valor verdadeiro são aleatórios. Várias medições são necessárias para formar uma distribuição que irá se agrupar em torno de algum valor em particular.
	Processamento <i>Via Cálculo</i>	Um conjunto de medições é representado por um constructo teórico, como a média e o desvio-padrão.	A melhor informação a respeito do valor verdadeiro é dada pela combinação das medições usando constructos teóricos para caracterizar o conjunto como um todo.
	Processamento <i>Via Gráfico Linear</i>	Todas as medições são levadas em consideração para o ajuste linear dos dados por meio do método dos mínimos quadrados.	A melhor representação gráfica de um conjunto de medidas é obtida pela modelagem da tendência dos dados.
	Comparação <i>Qualidade dos Dados</i>	Para o mesmo conjunto de medidas, é considerado o melhor resultado aquele associado ao menor desvio-padrão.	O desvio-padrão está relacionado à precisão da medição.
	Comparação <i>Conjunto de Dados</i>	O acordo de duas medições está relacionado com o nível de sobreposição de seus intervalos.	A média e o desvio-padrão definem um intervalo de confiança, o qual está relacionado tanto com melhor estimativa quanto à confiabilidade da medição.

Fonte: Adaptado de Buffler et al. (2001, p.1153)

Há um consenso entre esses pesquisadores na área de ensino que uma efetiva mudança conceitual requer um modelo de instrução experimental que contemple não apenas a visão dos alunos sobre a medição, mas também esclareça explicitamente, a partir de um ponto de vista epistemológico, os limites da Física como uma ciência quantitativa exata. Para Buffler *et al.* (2001), os estudantes devem dominar procedimentos de análise de dados (ações) e aprofundar sua compreensão da natureza da medição científica (raciocínio) como parte de seu desenvolvimento em métodos científicos. Conforme afirmam esses autores:

O objetivo geral de uma instrução laboratorial deve estar dirigido para efetuar uma mudança no paradigma utilizado pelo estudante. Idealmente, isso implicaria no desenvolvimento em paralelo do uso de ferramentas operacionais de análise estatística e de uma compreensão sobre a natureza dos dados e da medição (BUFFLER *et al.*, p. 1152).

No entanto, tradicionalmente os cursos de laboratório tendem a enfatizar as regras formais do tratamento estatístico dos dados e omitem aspectos que abordam a estrutura conceitual. Allie *et al.* (2003) sugerem que os currículos de laboratório sejam concebidos de forma que os conceitos subjacentes aos procedimentos experimentais sejam explicitamente abordados. Para tal fim, dentre as possíveis abordagens apontadas em referenciais mais contemporâneos de ensino, sugere-se a aplicação de recursos semióticos, tal como o emprego das funções das múltiplas representações (AINSWORTH, 1999) para construir e refinar tais conceitos, assim como compreender com maior profundidade as dificuldades apresentadas durante esse processo (DUVAL, 2004), as quais serão explicitamente delineadas nas seções posteriores.

Diferentemente de países como a Inglaterra (KANARI; MILLAR, 2004, p. 749), o ensino de ciências no Brasil não toma esse assunto com a merecida ênfase, ainda que haja a indicação da necessidade da habilidade em compreender e utilizar tabelas, gráficos e relações matemáticas ligadas à competência de representação e comunicação dos PCNEM. Trabalhos como de Laború *et al.* (2010), Laború *et al.* (2012), Camargo Filho e Laború, (2013), entre outros também reforçam a necessária ênfase no que se refere a medição e seus relativos processos de aprendizagem empregando a metodologia de questionamento. Em razão disso, é de se esperar que os estudantes brasileiros do ensino básico não apresentem uma suficiente

noção a respeito desse assunto e cheguem ao ensino superior com conceitos de medição distantes do científico, com predominância dos raciocínios presentes no Paradigma Pontual.

Apenas recentemente, alguns trabalhos desenvolvidos no Brasil, cientes da necessidade de uma renovação na compreensão do processo de medição, exploram alternativas para o delineamento de estratégias de ensino do tema na Educação Básica, entre os quais podemos citar o estudo realizado por Laburú *et al.* (2012), no qual confirmam a ideia que os estudantes obtêm medidas experimentais com melhor acurácia quando submetidos a uma estratégia de ensino que mantém paralelo com a orientação *kuhniana* proposta por Millar (1987), a qual parte da hipótese de que conhecer previamente o valor da medida a ser obtida em um experimento faz com que os estudantes obtenham medidas com maior acurácia, pois ficam mais atentos e cautelosos com os procedimentos, refazendo-os quando a medida se desvia do valor por eles esperado, caso mais difícil de acontecer se eles desconhecem o valor do que estão medindo.

1.2 ABORDAGEM PROBABILÍSTICA DA MEDIÇÃO

Nesta sessão serão apresentadas as ideias básicas de probabilidade (MAGALHÃES, 2006) e sua relação com a medição na Ciência e, em especial, na Física. Incluímos, também, discussões pertinentes que levaram a escolha da abordagem bayesiana para a caracterização do processo de medição.

A teoria da probabilidade é o ramo da matemática preocupado com a análise de fenômenos aleatórios. Os objetos centrais da teoria da probabilidade são variáveis aleatórias, processos estocásticos e eventos: abstrações matemáticas de eventos não-deterministas ou quantidades medidas que podem ser tanto as ocorrências simples ou evoluem ao longo do tempo de uma forma aparentemente aleatória.

De acordo com Stigler (1990), historicamente os métodos matemáticos da estatística emergiram da teoria das probabilidades, que remonta à correspondência entre Pierre de Fermat e Blaise Pascal no séc XVI. Em 1657, Christiaan Huygens deu o tratamento científico mais antigo que se conhece sobre o assunto. A teoria dos erros remonta à obra póstuma *Opera Miscellanea* (1722) de Roger Cotes, mas uma edição de memórias preparada por Thomas Simpson em 1755 (impressa em

1756) aplicou pela primeira vez a teoria à discussão dos erros na observação. A reimpressão (de 1757) dessas memórias estabelece o axioma de que erros positivos e negativos são igualmente prováveis, e que existem certos limites dentro dos quais todos os erros irão ocorrer; erros contínuos são discutidos e é fornecida uma curva de probabilidades. Em 1774, Pierre-Simon Laplace fez a primeira tentativa de deduzir a regra para a combinação de observações dos princípios da teoria das probabilidades. Ele representou a lei das probabilidades dos erros por meio de uma curva, deduzindo uma fórmula para a média de três observações. O método dos mínimos quadrados, que foi usado para minimizar erros na medição de dados, foi publicado independentemente por Adrien-Marie Legendre (em 1805), Robert Adrain (em 1808) e Carl Friedrich Gauss (em 1809). Outras provas foram dadas por Laplace (em 1810 e 1812), Gauss (em 1823), James Ivory (em 1825 e 1826), Hagen (em 1837), Friedrich Bessel (em 1838), W. F. Donkin (em 1844 e 1856), John Herschel (em 1850) e Morgan Crofton (em 1870).

Na era moderna, a obra de Kolmogorov tem sido útil na formulação dos modelos fundamentais da teoria das probabilidades, imprescindíveis à estatística. A formulação de Kolmogorov (MAGALHÃES, 2006) baseia-se nos seguintes axiomas²: a) A soma das probabilidades de todos os eventos elementares é igual a 1; b) Para todos os eventos arbitrários A_1 e A_2 , a probabilidade de os eventos se realizarem simultaneamente é dada pela soma das probabilidades de todos os eventos elementares incluídos tanto em A_1 como em A_2 . Se a intersecção é vazia, então a probabilidade é igual a zero; c) Para todos os eventos arbitrários A_1 e A_2 , a probabilidade de que um ou o outro evento se realize é dada pela soma das probabilidades de todos os eventos elementares incluídos em A_1 ou A_2 .

Com uma fundamentação matemática ancorada na estatística, a teoria da probabilidade é essencial para diversas atividades humanas que envolvem a análise quantitativa de conjuntos de dados. Métodos de teoria de probabilidade também se aplicam às descrições de sistemas complexos dado conhecimento apenas parcial de seu estado, como na Mecânica Estatística. Um dos avanços da Física no séc. XX foi a descoberta da natureza probabilística de fenômenos físicos em escalas atômicas, descritos na Mecânica Quântica. Nesse sentido, a Física, sendo uma ciência

² Os teoremas supõem que o universo Ω é um conjunto finito, o que nem sempre é o caso, como por exemplo no caso do estudo de uma variável aleatória que segue uma distribuição normal.

quantitativa, depende essencialmente dos processos de medição em sua parte experimental. Apesar de existir uma gama de teorias epistemológicas a respeito das grandezas físicas e sua medição, a única teoria familiar aos físicos é o operacionalismo (MARTINS, 1982, p. 57). Para Martins (*ibid.*) o conhecimento dessas teorias permite uma visão mais crítica e aprofundada do significado dos conceitos e grandezas físicas, e de toda a base empírica da ciência. Nesse sentido, adotamos a definição operacional de medição, proposta por Dingle (*apud.* MARTINS, 1982) a qual afirma que a “*medição é qualquer operação especificada que gera um número*”. É evidente que se pode inventar uma variedade ilimitada de processos que geram números, no entanto existem poucos processos de medição utilizados na prática científica. Além disso, o processo de medição não deve especificar o objeto ou ente a ser medido. A sequência de operações deve ser aplicável a um conjunto de corpos, e não apenas a um objeto (*ibid.* p.77).

Para Dingle (*apud.* MARTINS, 1982, p. 73) o objetivo último da ciência é encontrar relações entre os elementos de nossa experiência. De modo geral, quando estudamos um fenômeno aleatório³ ou realizamos um experimento aleatório existe a incerteza do resultado a ser obtido. Como o resultado é incerto, o que a estatística faz é associar a cada possível resultado um número. Tal número é chamado de probabilidade (GUIMARÃES, 2006). A ideia geral da probabilidade é frequentemente dividida em dois conceitos relacionados: Probabilidade de Frequência (ou probabilidade aleatória) e Probabilidade Epistemológica (ou probabilidade bayesiana).

A Probabilidade de Frequência ou probabilidade aleatória, representa uma série de eventos futuros cuja ocorrência é definida por alguns fenômenos físicos aleatórios. Esse conceito pode ser dividido em fenômenos físicos que são previsíveis através de informação suficiente e fenômenos que são essencialmente imprevisíveis. Um exemplo para o primeiro tipo é uma roleta, e um exemplo para o segundo tipo é um decaimento radioativo.

A Probabilidade Epistemológica ou probabilidade bayesiana, representa nossas incertezas sobre proposições quando não se tem conhecimento completo

³ Uma experiência é aleatória quando podemos verificar três propriedades: a) Conhecemos todos os seus possíveis resultados; b) Cada vez que é efetuada não se conhece antecipadamente qual dos resultados possíveis vai ocorrer e c) Pode ser repetida em condições análogas. Exemplo: O lançamento de uma moeda ao ar é uma experiência aleatória.

das circunstâncias causativas. Tais proposições podem estar relacionados à eventos passados ou futuros, mas não precisam ser. Um exemplo de probabilidade epistemológica é designar uma probabilidade à proposição de que uma lei da Física proposta seja verdadeira.

É uma questão aberta se a probabilidade aleatória é redutível à probabilidade bayesiana baseado na inabilidade de prever com precisão cada força que poderia afetar o rol de um dado, ou se tais incertezas existem na natureza da própria realidade, particularmente em fenômenos quânticos governados pelo princípio da incerteza de Heisenberg. Embora as mesmas regras matemáticas se apliquem não importando qual interpretação seja escolhida, a escolha tem grandes implicações pelo modo em que a probabilidade é usada para modelar o mundo real (GUIMARÃES, 2006).

A necessidade de uma consistente linguagem internacional para avaliação e comunicação de resultados experimentais levou, em 1993, o ISO (International Organization for Standardization) a publicar recomendações para o relato de medições e incertezas baseadas em uma interpretação probabilística da medição. Diversos organismos de normalização adotaram tais recomendações para o relato de medições científicas, entre eles:

- ✓ **BIPM** – Bureau International des Poids et Mesures
- ✓ **IEC** – International Electrotechnical Commission
- ✓ **IFCC** – International Federation of Clinical Chemistry
- ✓ **INMETRO** – Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
- ✓ **IUPAC** – International Union of Pure and Applied Chemistry
- ✓ **IUPAP** – International Union of Pure and Applied Physics
- ✓ **OIML** – International Organization of Legal Metrology
- ✓ **NIST** – National Institute of Standards and Technology (US)

As recomendações citadas são compostas de uma série de documentos que atualmente servem como padrões internacionais. Os mais amplamente conhecidos são o VIM – Vocabulário Internacional de Termos Básicos e Gerais em Metrologia (ISO, 1993) e o GUM – Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (ISO, 1995). Uma versão mais resumida deste último está publicamente disponível

como Nota Técnica 1297⁴ do NIST (National Institute of Standards and Technology) (TAYLOR; KUYATT, 1994).

O método recomendado pelos padrões internacionais para a Metrologia é baseado em uma teoria probabilística para a análise e interpretação dos dados. Assim, um elemento-chave do Guia ISO é a forma como é abordado o processo de medição. Conforme pode ser visto no parágrafo, 2.1 do TN1297:

O resultado de uma medição é apenas uma aproximação ou estimativa do valor de uma quantidade específica sujeita a medição, isto é, o **mensurando** e, portanto, o resultado é completo apenas quando acompanhado de uma declaração quantitativa de sua incerteza. (TAYLOR; KUYATT, 1994, p. 01)

A incerteza do resultado de uma medição é constituída por vários componentes que podem ser agrupados de acordo com o método utilizado para calcular os valores numéricos (Tipo A e Tipo B). Em linhas gerais, a incerteza é definida como:

Um parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando. (ALLIE et. al., 2003, p. 25).

O processo de medição definido por Allie *et al.* (*ibid.*) envolve a combinação de novos dados com todas as informações prévias sobre o mensurando para formar um estado de conhecimento atualizado sobre o mesmo, utilizando o Teorema de Bayes. Em linhas gerais, o Teorema de Bayes⁵ é uma consequência das manipulações matemáticas em probabilidades condicionais. É um resultado que deriva dos axiomas mais básicos de probabilidade⁶. Quando aplicado, as probabilidades envolvidas no teorema de Bayes, podem adquirir uma série de interpretações dentro da Teoria da Probabilidade. Em uma dessas interpretações, o teorema é usado diretamente como parte de uma abordagem específica para inferência estatística, conhecida como inferência bayesiana, a qual expressa em que grau subjetivo de crença deve racionalmente mudar para explicar a evidência, ou

⁴ Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results

⁵ Teorema de Bayes é creditado ao matemático Thomas Bayes (1701-1761). Seu trabalho foi significativamente editado e atualizado por Richard Price antes de ser postumamente publicado na Royal Society. Suas ideias tiveram exposição limitada, até que foram redescobertas de forma independente por Laplace, que primeiro publicou a formulação moderna em 1812 no livro "*Théorie des analytique probabilités*".

⁶ Axiomas da Probabilidade ou Axiomas de Kolmogorov (MAGALHÃES, 2006, p. 10).

seja representada o processo pelo qual as incertezas sobre proposições podem ser alteradas quando não se tem conhecimento completo das circunstâncias causativas.

A inferência bayesiana é um tipo de inferência estatística que descreve as incertezas a respeito das quantidades não observáveis (tal como o valor verdadeiro) de forma probabilística⁷. Neste contexto, é natural que diferentes pesquisadores ao utilizarem diferentes modelos probabilísticos obtenham diferentes graus de incerteza para a mesma medição. Sendo assim, em uma abordagem Bayesiana, não existe nenhuma distinção entre quantidades observáveis e os parâmetros de um modelo estatístico, todos são considerados quantidades aleatórias. Incertezas são modificadas periodicamente após observações de novos dados ou resultados.

O processo de medição pode ser entendido como em uma Função de Densidade de Probabilidade (PDF) prévia emaranhada com a função de probabilidade (ou função-modelo) para formar a PDF posterior, que contém todas as informações coletadas do mensurando, por meio do Princípio da Verossimilhança. Tal princípio postula que para fazer qualquer inferência sobre de uma medição só importa aquilo que foi realmente observado e não aquilo que “poderia” ter ocorrido mas efetivamente não ocorreu. Em outras palavras, a utilização de informação *a priori* em inferência bayesiana requer a especificação de uma distribuição prévia para o mensurando. Esta distribuição deve representar probabilisticamente o conhecimento que se tem sobre antes da realização do experimento. A distribuição *a posteriori* é a responsável por conter toda a informação probabilística a respeito de uma medição após a sua realização. Nesse sentido, o gráfico da sua função de densidade *a posteriori* é considerado a melhor descrição do processo de inferência. De acordo com Evangelinos *et al.* (1998), uma mensuração subsequente à primeira medição demonstra como uma nova informação é capaz de modificar o conhecimento existente sobre o mensurando, além de reduzir a incerteza e estreitar a distribuição da função de probabilidade posterior. Finalmente, as sucessivas medições demonstram que, apesar da redução gradual da incerteza, o conhecimento absoluto do mensurando jamais é alcançado.

⁷ O Teorema de Bayes deriva do Teorema da Probabilidade Total e permite calcular a seguinte probabilidade:

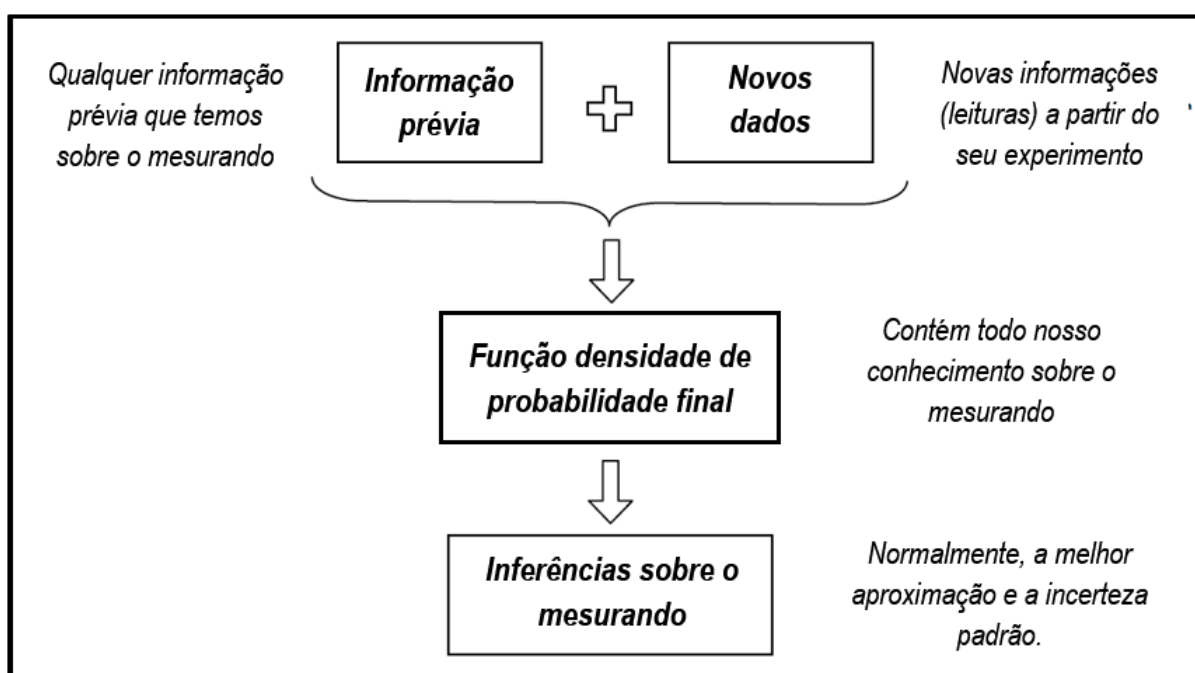
$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$P(A)$ e $P(B)$ são as probabilidades a priori de A e B; $P(B|A)$ e $P(A|B)$ são as probabilidades a posteriori de B condicional a A e de A condicional a B respectivamente.

O processo de medição produz uma Função Densidade de Probabilidade (PDF) que melhor representa todo o conhecimento que temos acesso do mensurando, sendo que o último passo no processo de medição envolve realizar inferências do mensurando com base na PDF final (ALLIE *et al.*, 2003, p. 25). Esses autores ressaltam que tanto o caso de uma única leitura quanto o caso de um conjunto de repetidas observações com dispersão nos dados, o processo de medida envolve sempre buscar uma função de densidade de probabilidade final para o mensurando.

Na Figura 1, apresentamos o modelo para determinar o resultado de uma medição proposto por Allie *et al.* (2003).

FIGURA 1 – MODELO PARA DETERMINAR O RESULTADO DE UMA MEDIÇÃO



Fonte: Allie *et al.* (2003, p.25)

A Função Densidade de Probabilidade final é geralmente descrita em termos da localização do valor médio em conjunto com a probabilidade de que o valor da grandeza medida situe-se nesse intervalo. Em termos metrológicos estes são, respectivamente, a melhor estimativa do mensurando, de sua incerteza e do nível de confiança (ou probabilidade de cobertura, i.e. a porcentagem da área compreendida sob a Função Densidade de Probabilidade definida pelo intervalo de incerteza). O resultado da medição deve incluir essas três quantidades e, idealmente, deve incluir uma declaração explícita sobre a PDF usada.

O Guia ISO (ISO, 1993; 1995) sugere a utilização de três funções de densidade de probabilidade para a maioria das situações: uma função uniforme ou retangular, uma função triangular ou uma função gaussiana.

FIGURA 2 – FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE NA METROLOGIA

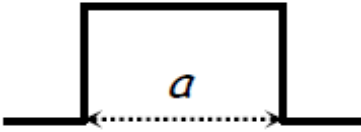
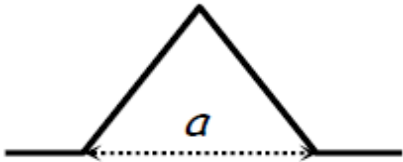
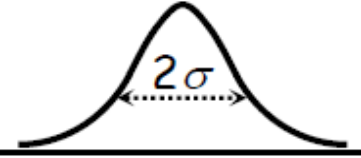
Tipo	Representação Gráfica	Uso na Medição
PDF "plana", uniforme ou retangular		Geralmente usada quando você tem uma única leitura digital.
PDF triangular		Geralmente usada quando você tem uma única leitura analógica.
PDF Gaussiana		Geralmente usada quando você tem um conjunto (disperso) de sucessivas leituras.

Fonte: Adaptado de Buffler et al. (2009, p.31).

Caso a PDF seja simétrica, como as que foram citadas, a posição do centro da PDF fornece o valor mais provável do mensurando (também chamado de "melhor aproximação" do mensurando). Em virtude das propriedades da Função Densidade de Probabilidade, a área sob uma PDF é sempre igual a 1 (MAGALHÃES, 2006, p. 70), pois incluem todas as chances de um determinado evento ocorrer.

Embora saibamos que a área sob a PDF seja igual a 1, isso não nos diz quão "largo" ou "estrito" uma PDF é. Quanto "mais estreita" a PDF, melhor o conhecimento que temos sobre o mensurando. Por consequência, precisamos de um segundo número para nos dizer quão espalhada é a PDF. A "largura média" da PDF é uma medida da qualidade do nosso conhecimento sobre o mensurando e é conhecida como Incerteza Padrão (símbolo u). Em outras palavras, quanto mais "espalhada" é a PDF, maior a incerteza padrão. Por outro lado, quanto mais estreita é a PDF, menor a incerteza padrão. Dependendo da PDF está sendo usada para modelar a medição, a incerteza padrão u é calculada de uma forma diferente, conforme Figura 3, a seguir:

FIGURA 3 – INCERTEZA PADRÃO PARA FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE

Tipo	Representação Gráfica	Incerteza Padrão
PDF "plana", uniforme ou retangular		$u = \frac{a}{2\sqrt{3}}$
PDF triangular		$u = \frac{a}{2\sqrt{6}}$
PDF Gaussiana		$u = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Desvio Padrão da Média)

Fonte: Adaptado de Buffler et al. (2009, p.33).

Em alguns tipos de incerteza, como a incerteza associada à leitura de uma escala ou a incerteza associada à calibração interna de um instrumento, a avaliação da incerteza será realizada por meio do conhecimento que se tem sobre o processo de medição e do conhecimento sobre o instrumento de medida que se está utilizando. Isso é conhecido como Avaliação da Incerteza do Tipo B, para a qual se irá usar uma PDF retangular ou triangular.

Caso se tenha um conjunto de sucessivas leituras de um mesmo mensurando que estão dispersos (espalhados), então a avaliação da incerteza será associada com a dispersão dos dados por meio de métodos estatísticos. Isso é conhecido como Avaliação da Incerteza do Tipo A, para o qual sempre será utilizada uma função densidade de probabilidade do tipo Gaussiana.

De acordo com Allie et al. (2003), as declarações para descrever o resultado de uma medição devem ser da forma:

A melhor estimativa do valor da quantidade física é X , com uma incerteza padrão U e a probabilidade de que o mensurando situe-se no intervalo $X \pm U$ é $Z\%$. (ALLIE et al., 2003, p. 25).

Nesse caso $Z\%$ diz respeito ao nível de confiança (ou probabilidade de cobertura) associado com a incerteza padrão. Para a função gaussiana o nível de

confiança é de aproximadamente 68%, enquanto que para as funções triangulares e retangulares são cerca de 65% e 58%, respectivamente. Na abordagem bayesiana, as leituras dos instrumentos são consideradas como constantes, enquanto que o conceito de probabilidade é aplicado a quaisquer alegações feitas sobre o valor da grandeza medida, o qual é considerado uma variável aleatória. Isto significa que nem o próprio mensurando, nem os dados "possuem" incerteza ou probabilidade, tais conceitos são aplicáveis para as inferências que são feitas. Isto contrasta com a abordagem tradicional, onde comumente são utilizadas expressões tais como "erro da medição" ou "erro da escala do instrumento".

O Guia ISO (ISO, 1993; 1995) classifica a incerteza em dois tipos com base no método de avaliação – Tipo A e Tipo B. Uma avaliação da incerteza do Tipo A baseia-se na dispersão de um conjunto de dados usando métodos estatísticos, enquanto que uma avaliação do Tipo B é geralmente feita com base em critérios científicos, usando todas as informações não estatísticas relevantes disponíveis, tais como as especificações do instrumento, as medições anteriores, o julgamento pessoal do observador, experiência com o comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes, os dados fornecidos na calibração e relatórios técnicos, além das incertezas atribuídas aos dados de referência retirados de manuais. Ressalta-se que as incertezas resultantes de avaliações do Tipo A e B não correspondem a erros "aleatórios" e "sistemáticos". Por exemplo, no citado guia afirma-se que "a incerteza padrão do Tipo B é obtida a partir uma função densidade de probabilidade assumida com base no grau de confiança de que um evento irá ocorrer", implicando que os erros sistemáticos devem adquirir uma descrição probabilística, uma vez que nunca são precisamente e acuradamente conhecidos.

Avaliações do Tipo A são aplicáveis às situações que envolvem observações repetidas com dispersão de dados, enquanto avaliações do Tipo B são aplicáveis em todas as medições. O procedimento geral para avaliar a incerteza total associada a um mensurando é listar todas as possíveis fontes de incerteza e avaliar cada contribuição individualmente, usando uma função de densidade de probabilidade apropriada. Isso é conhecido como "*uncertainty budget*" (ou orçamento de incertezas). A incerteza total ou combinada u_c pode ser calculada usando a

fórmula habitual de propagação incerteza⁸. Um ponto fundamental é notar que qualquer número de componentes de incerteza pode ser combinado desta maneira, sejam eles resultado de uma avaliação do Tipo A ou do Tipo B.

No caso de se dispor apenas uma única leitura, como ocorre muitas vezes em cursos introdutórios de laboratório, ou com um conjunto de medições que se apresenta com incerteza menos do que o aparelho deveria fornecer, a abordagem tradicional não oferece nenhuma estrutura coerente para este caso e várias prescrições *ad hoc* são normalmente apresentadas, conforme explicam Allie *et al.* (2003, p. 26). No entanto, o caso de uma única leitura é tratado com facilidade e de um modo logicamente coerente com a abordagem probabilística proposta pelos autores. Isto é possível por meio de uma avaliação do Tipo B com base na atribuição de funções retangulares, triangulares ou Gaussianas de densidade de probabilidade. Assim, a dicotomia entre a chamada estimativa "clássica" de incerteza para medições individuais (por ex. metade da menor divisão da escala) e a estatística formal para um conjunto de medidas dispersas pode ser superada.

Por fim, Séré *et al.* (1993) e Buffler *et al.* (2001) concordam que ao se ensinar a situação de medições repetidas, o objetivo mais importante é levar os estudantes à noção de que um conjunto de valores dispersos obtidos por meio de uma série de observações deve ser modelado por constructos teóricos que representem o conjunto como um todo, ou seja, as ações e raciocínios desses estudantes devem estar guiados pelo Paradigma de Conjunto (*ibid.*).

⁸ Por exemplo, se você estava realizando uma medição de um mensurando m e determinou três fontes de incerteza para as quais você estimou três incertezas padrão $u_1(m)$, $u_2(m)$ e $u_3(m)$, então a incerteza padrão combinada $u_c(m)$ para a medição de m é dada por: $u_c(m) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$. Note que $u_1(m)$, $u_2(m)$ e $u_3(m)$ podem resultar de qualquer tipo de avaliações de incerteza, seja do Tipo A ou do Tipo B.

1.3 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES

Pretendemos na presente seção aprofundar as discussões a respeito das diferentes formas nas quais as representações semióticas são usadas para dar apoio ao processo cognitivo na aprendizagem científica, em especial, no Ensino de Física em sua parte experimental, evidenciando a visão de que o uso de estratégias de ensino baseadas em multimodos e múltiplas representações conferem não apenas benefícios motivacionais, mas também conduz o aluno a um profundo entendimento do conteúdo científico a ser ensinado. Para isso, iremos realizar um aprofundamento teórico a respeito das representações semióticas no Ensino de Física e na Educação Matemática por meio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (DUVAL, 2003; 2004). Além disso, examinaremos as funções das múltiplas representações, as quais têm por objetivo proporcionar aos alunos um leque de oportunidades para construir um determinado conceito científico, ou seja, se um aluno não consegue entender um conceito em relação a uma representação particular, outra representação pode ser mais eficaz e envolvente (AINSWORTH, 1999, p. 134), de sorte que, uma complementa a outra. Conforme sintetizam Laburú e Silva (2011B), o significado das palavras, conceitos, proposições, leis etc. científicos se encontra incrustado nos elementos representacionais formadores do discurso e apreender é um ato de compor a totalidade do significado manifesta por um conjunto de multiplicidades semióticas, visto que cada uma é capaz de apreender uma particularidade dessa totalidade.

Sem pretender uma abordagem exaustiva do tema, buscamos sintetizar algumas ideias que tem dado sustentação ao debate do uso de múltiplas representações na educação científica. Ainsworth (1999) reuniu um conjunto de discussões a respeito do impacto do uso das múltiplas representações na aprendizagem e apontou que diferentes pesquisas realizadas na década de 90 apresentaram resultados conflitantes. Certos estudos mostraram que os alunos acharam a aprendizagem com múltiplas representações muito complexa e os pesquisadores não foram capazes de encontrar os prometidos benefícios de aprendizagem (por ex. TABACHNECK *et al.* 1994 *apud.* AINSWORTH, 1999, p. 132; YERUSHALMY, 1991 *apud.* AINSWORTH, 1999, p. 132). Por outro lado, outros estudos demonstraram que vantagens podem vir da utilização das múltiplas

representações em ambientes de aprendizagem (AINSWORTH, WOOD, O'MALLEY, 1998B; THOMPSON, 1992 *apud*. AINSWORTH, 1999, p. 132).

Apesar dos conflitantes resultados do impacto das múltiplas representações na aprendizagem, um resultado encontrado constantemente nos estudos diz respeito à dificuldade dos alunos na troca ou conversão entre representações, no qual os estudantes não conseguiram estabelecer importantes conexões entre duas representações, evidenciando a preferência de uma representação em particular e a negligência de outra. Ainsworth (*ibid.*, p. 134) sugere que identificar as relações entre as múltiplas representações é um importante passo para a construção de estratégias de ensino apropriadas para a aprendizagem científica.

Pesquisas mais recentes, como as desenvolvidas por Lemke (2003), Klein (2003) e Tytler et al. (2006), indicam um forte vínculo entre a atividade científica, o processo de produção de significados e as escolhas representacionais que dão apoio à aprendizagem científica dos estudantes. Para Laború e Silva (2011b, p. 8 e 9), o pensamento científico é inseparável de simbolismos que lhe são próprios e que são usados para representar as ideias por detrás dos princípios e grandezas formadoras dos blocos constituintes das leis e teorias envolvidas com os fenômenos naturais e seus objetos. A linguagem científica implica numa gama variada e integrada de representações simbólicas, sendo que aí se localiza a força desse tipo de pensamento.

Numerosas observações de pesquisas e avaliações de experiências de aprendizagem em sala de aula mostram que as representações constituem uma atividade menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos (DUVAL, 2004, p. 28 e 49). Normalmente, tanto os professores de matemática como de ciências não refletem sobre essa questão de maneira aprofundada e, por várias razões, costumam achar que os símbolos não têm um valor instrucional maior e acabam por tratá-los de forma imatura ou sem a devida atenção. Contudo, para a aprendizagem científica e matemática o trânsito entre distintas representações é uma atividade fundamental do pensamento, pois favorece que elas sejam ligadas e associadas, criando conexões (PATTERSON, NORWOOD, 2004, p. 7; STEINBRING, 2006; ECO, 2003) entre ideias ou relações hierárquicas

entre elas (AUSUBEL *et al.*, 1980), o que auxilia a construir a necessária significação.

1.3.1 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Na Física, as leis, teorias, conceitos, modelos, princípios, propriedades, estruturas, relações são expressas por meio de diferentes modos. Para o ensino dessa disciplina precisamos levar em conta as diferentes formas de representação que um mesmo objeto pode assumir. Como em grande parte dessa ciência, assim como toda a comunicação matemática, tais objetos são abstratos e não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando, para a sua apreensão, do uso de representações semióticas (CAMARGO FILHO *et al.*, 2011, p. 548).

No contexto da Psicologia Cognitiva, Raymond Duval buscou descrever o funcionamento cognitivo do pensamento, considerando, para isso, as mudanças de registros de representação semiótica, que levou a publicação de diversos trabalhos, entre os quais *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* (DUVAL, 2004). De um modo geral, Gardner (1995) explica que a Psicologia Cognitiva estuda a cognição, ou seja, os processos mentais que estão por detrás do comportamento humano. De acordo com Matlin (2004), essa área de investigação cobre diversos domínios das mais diversas ciências, examinando desde questões relacionadas à memória, atenção e percepção até a representação de conhecimento, raciocínio, criatividade e resolução de problemas. Segundo Eysenck e Keane (2007, p. 74-113), dentre os temas estudados pela psicologia cognitiva, a linguagem é um dos mais pesquisados. Podemos entender linguagem como a capacidade de receber, interpretar e emitir informações para o ambiente. Por meio da linguagem, conseguimos manipular de forma abstrata os símbolos linguísticos, permitindo desta forma a troca de informações entre as pessoas. A linguagem não se restringe apenas à sua forma natural ou escrita, mas também se refere à linguagem formal, gráfica, entre outras e reflete a capacidade de pensamento e abstração. A habilidade linguística é desenvolvida de forma integrada com os processos cognitivos (*ibid.*), portanto, conforme as representações mentais se desenvolvem e tornam-se mais complexas, a linguagem também amplia seus recursos simbólicos.

Duval (2004) considera que as representações dividem-se em três categorias: mentais, internas ou computacionais e semióticas. Para o autor, as representações mentais cumprem a função de objetivação. Consistem num conjunto de imagens e concepções que um indivíduo pode ter de um objeto, de uma situação ou aquilo que está associado ao objeto ou a situação. Tais representações estão associadas à interiorização das representações externas.

As representações internas ou computacionais, segundo Duval (2004), são aquelas que privilegiam o tratamento de uma informação, que por sua vez se caracteriza pela execução automática de uma determinada tarefa, a fim de produzir uma resposta adaptada à situação. Estas representações tratam, assim, da codificação de uma informação, sendo as mesmas não conscientes ao sujeito. Trata-se de um registro mecânico que o sujeito executa sem pensar em todos os passos necessários para a sua resolução. “O sujeito acaba executando certas tarefas sem pensar em todos os passos necessários para a sua realização (por exemplo, os algoritmos computacionais, ou mesmo os algoritmos das operações)” (DAMM, 1999, p. 139).

As representações semióticas, por sua vez, são produções constituídas pelo emprego de signos, pertencentes a um sistema de referência que está associado um conceito ou conjunto de conceitos. São exemplos de signos matemático-científicos a escrita algébrica, os gráficos cartesianos, as tabelas, as figuras geométricas, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento (DUVAL, 2004). Tais representações são externalizáveis e conscientes ao indivíduo, e realizam de maneira indissociável as funções de objetivação e tratamento (*ibid.*, p. 35). No entanto, aqui o tratamento não é automático, mas intencional.

Um dos papéis desempenhados pelas representações semióticas é o da comunicação, ou seja, o de exteriorizar as representações mentais (*ibid.*, p.36) tornando-as, por isso, acessíveis às outras pessoas. Assim, conforme sintetizam Camargo Filho et al:

“O modo como o aluno elabora ou lida com uma representação semiótica revela, de alguma forma, como ele representou essa informação internamente. Saber interpretar a representação produzida por ele pode ajudar o professor a realizar intervenções mais adequadas no seu processo de construção do conhecimento” (CAMARGO FILHO *et al.*, 2011, p.549).

As representações semióticas na Física, por exemplo, não são apenas indispensáveis para fins de comunicação, mas também são necessárias para o desenvolvimento da própria atividade científica. De maneira mais global, pode-se constatar que a aquisição de conhecimentos acompanha-se sempre da criação e desenvolvimento de sistemas semióticos novos e mais específicos. Assim, a formação de um pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações. Por último, de um ponto de vista mais genérico, as representações mentais e as representações semióticas não podem opor-se como domínios totalmente diferentes. Segundo Duval (2004), as representações mentais se originam pelo processo de interiorização das representações semióticas. Se somarmos a isto o fato de que uma pluralidade de sistemas semióticos permite uma multiplicidade de representações mentais do mesmo objeto, podemos inferir que esse processo proporciona um aumento no processamento cognitivo por parte dos estudantes e, por consequência, há uma compreensão mais profunda desse objeto em estudo.

A análise dos problemas na aprendizagem científica e dos obstáculos que os alunos enfrentam regularmente mostra que por trás do segundo argumento de Duval (2004) se reconheça uma lei fundamental do funcionamento cognitivo do pensamento: não há *noesis* sem *semiósis*. Por esse motivo, é imperativo recorrer a uma pluralidade ao menos potencial de sistemas semióticos ao longo do processo de aprendizagem para a coordenação articulada desses sistemas por parte do próprio sujeito.

As representações semióticas permitem a realização da comunicação de conteúdos científicos, assim como são requisitadas para o exercício das complexas atividades cognitivas humanas. Conforme afirma Duval (2004, p. 35) “*sem as representações semióticas não é possível efetuar certas funções cognitivas essenciais de pensamento*”. Existem três atividades cognitivas fundamentais ligadas à apreensão ou produção de uma representação: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

A atividade cognitiva de formação diz respeito à produção e compreensão dos signos que compõe a estrutura de uma representação semiótica. Para que as representações possam ser identificadas por outras pessoas, regras definidas de formação devem ser seguidas. Por sua vez, o conhecimento das regras de formação

também permite que se efetuem as regras de tratamento. Um gráfico cartesiano, por exemplo, é reconhecido primeiramente pela presença de eixos cartesianos ortogonais (CAMARGO FILHO *et al.*, 2011).

A atividade cognitiva de tratamento diz respeito à transformação interna de uma representação semiótica. Isto significa que as alterações da representação ocorrem dentro do próprio sistema semiótico onde a mesma é formada. De forma semelhante às regras de formação, as regras de tratamento são específicas a cada registro de representação e conduzem a uma expansão informacional de uma determinada representação, como, por exemplo, a resolução de um sistema de equações. Os tratamentos são ligados à forma (o representante) e não ao significado do conteúdo propriamente dito do objeto matemático-científico (o representado), como a próxima operação deixará mais claro.

A operação de conversão de uma representação para outra é a atividade cognitiva de transformação de um registro em outro diferente tendo cada registro regras de formação e tratamento distintos, mas conservando os mesmos objetos denotados. Para a atividade de conversão é necessário a mobilização de, no mínimo, dois registros de representação distintos, como, por exemplo, a representação gráfica de uma reta e sua forma correspondente em termos de equação. Como afirma Duval (2004), a conversão deve compreender a transformação de uma dada representação em outro sistema semiótico, conservando a totalidade ou parte do objeto da representação inicial, sendo necessária a coordenação dessas representações pelo sujeito que a efetua.

Para Duval (*ibid.*), a atividade de conversão não deve ser considerada como um processo de simples codificação. A atividade de conversão exige uma apreensão global e qualitativa dos registros de representação envolvidos, processo que não é viável de ser executado por meio de simples codificação. É esta condição que torna possível relacionar os valores estabelecidos em uma tabela com os pontos de interseção com os eixos ou com a inclinação do gráfico, no caso de uma reta representada no plano cartesiano. Quando esta relação fica estabelecida significa que as variáveis cognitivas específicas do funcionamento de cada um dos registros estão sendo articuladas de maneira coordenada. Isto implica que ambos os registros de representação devem estar sendo compreendidos no que diz respeito às unidades de significado. Assim, a atividade cognitiva de conversão também intervém

de forma que o registro no qual os tratamentos a serem efetuados se tornem mais econômicos, mais potentes (Duval, 2003, p. 16). Duval ainda explica que a conversão não tem nenhum papel intrínseco nos processos de justificação ou prova, porque eles se fazem com base nas propriedades de tratamentos efetuados em um determinado registro semiótico. Do ponto de vista cognitivo, é a conversão que aparece como atividade de transformação fundamental, pois, ela “conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (*ibid.*).

Em síntese, o autor (*ibid.*) afirma que a troca de registros da linguagem natural para imagens, tabelas, gráficos, esquemas, linguagem algébrica ou geométrica, entre outros, ocasiona obstáculos à compreensão dos alunos que são independentes da complexidade do campo conceitual trabalhado. Quando do processo de troca, a ausência de associação entre a linguagem natural e as diferentes representações, ou destas entre si, gera, com frequência, aprendizagens deficitárias. Na substituição do discursivo natural normalmente as tarefas de construção simbólica priorizam as chamadas atividades de formação e tratamento, reduzidas as primeiras à evocação do objeto real e à sua figuração, e as segundas a simples operacionalização mecânica. Porém, no momento dessas tarefas, não se deve menosprezar outra atividade cognitiva inerente a *semiosis* denominada de conversão. A indevida importância desta última no ensino acaba por tornar a aprendizagem do novo registro frequentemente estéril. Com isto, uma importante barreira à aprendizagem se levanta quando há, por parte do processo educativo, uma despreocupação em estabelecer relações entre as três atividades mencionadas e os significados dos conceitos embutidos nos registros de representação e que, como veremos, são indissociáveis. Abreviadamente, afirma Duval, uma aprendizagem centrada na mudança e coordenação dos diferentes registros de representação produz efeitos surpreendentes em tarefas de produção e compreensão (op. cit., p. 49). Por meio da coordenação, proporciona-se a extensão da capacidade mental (Duval, 2006, p. 126). Portanto, aqui se vê a importância das três atividades cognitivas para a aprendizagem dos registros semióticos científicos.

1.3.2 Papéis das Múltiplas Representações

Nesta seção serão delineados os princípios gerais para o uso qualitativo das Múltiplas Representações em ambientes de aprendizagem por meio de uma taxonomia funcional realizada no estudo de Shaaron Ainsworth – “The functions of multiple representations” (AINSWORTH, 1999).

A análise conceitual dos ambientes de aprendizagem multirepresentacionais sugere que há três papéis principais que as Múltiplas Representações desempenham na compreensão de determinado objeto de estudo – complementar, restringir e construir (AINSWORTH, 1999, p. 134). O primeiro papel consiste em usar representações que contêm informações complementares ou que sirvam de apoio complementar aos processos cognitivos. Além disso, a diversidade representacional pode ser usada para restringir possíveis interpretações impróprias do mesmo conceito. Finalmente, as Múltiplas Representações também podem ser usadas para incentivar os alunos a construir uma compreensão mais aprofundada de um conceito científico, refinando-o. Nesse sentido, as Múltiplas Representações estimulam diferentes perspectivas para olhar o mesmo objeto conceitual, abrindo, com isso, novos caminhos de pensamento para entender esse objeto.

A Figura 4 representa uma síntese das três principais funções das múltiplas representações e respectivas subcategorias.

FIGURA 4 – OS PAPÉIS DAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES



Fonte: Adaptado de Ainsworth (1999, p. 134)

À esses três principais papéis acrescentam-se mais dois: a) Determinados modos podem se adequar melhor a certos indivíduos, por servir-lhes de suporte apropriado para compreender um conceito, devido à existência de esquemas conceituais já construídos por eles; b) Existência de uma relação de ordem emocional que os aprendizes mantêm com o conhecimento, que é própria do sujeito (LABURÚ; SILVA, 2011 B).

Frequentemente, um único ambiente multirepresentacional pode prover vários papéis ao mesmo tempo. Para uma melhor compreensão desses papéis, Ainsworth (1999) subdivide cada deles em várias subclasses (conforme Figura 4), as quais serão discutidas em detalhes nas próximas subseções.

Papéis Complementares

A primeira razão para estimular o uso das Múltiplas Representações em ambientes de aprendizagem científicos é aproveitar os **processos complementares** que distintas representações possuem, onde as diferenças entre as representações podem tanto estar nas informações que cada uma contribui quanto nos processos que cada uma sustenta. A razão mais comum para o uso de mais de uma representação está em beneficiar os diferentes processos cognitivos apoiados por diferentes representações.

Larkin e Simon (1987 *apud*. AINSWORTH, 1999 p. 135) propuseram que as representações do tipo diagramas exploraram processos perceptivos reunindo informações relevantes e, portanto, ajudam nos processos de busca e reconhecimento, pois estas representações contêm informações equivalentes que podem também apoiar diferentes inferências. A relação quantitativa que é expressa sinteticamente por pela equação $y=x^2+5x+3$, por exemplo, falha em tornar explícita a sua variação, mas que pode ser evidenciada em um gráfico equivalente, o qual revela tendências e interações mais diretamente do que uma representação alfanumérica.

De acordo com Ainsworth (1999, p. 137), em ambientes nos quais os alunos têm diferentes graus de experiência e perícia com distintas representações, uma combinação adequada de representações os deixa livres para selecionar e explorar aquela com a qual eles se sentem mais familiarizados. Lembramos que as escolhas de determinadas representações não dependem apenas da experiência de

cada um, mas também pode ser influenciada por características individuais, como raciocínio espacial, habilidade verbal, vocabulário, gênero, idade, etc. Para o aluno de Física operar efetivamente em um domínio desse conhecimento, normalmente é requisitado para o mesmo realizar uma série de atividades que inclui articulação por conversão de diferentes representações semióticas e, assim, expandindo sua compreensão sobre o fenômeno.

Como raramente uma única representação é eficaz para toda a atividade de compreensão científica, representações particulares permitem facilitar o desempenho em certas atividades, mas não em outras. Segundo Ainsworth (1999), representações e estratégias de solução de problemas também interagem. Aprendizes que tiveram a oportunidade de usar Múltiplas Representações foram capazes de compensar limitações associadas a uma estratégia e representação particular ao mudarem para outra forma representacional.

A segunda razão para usar múltiplas representações complementares é explorar as diferenças na informação que é expressa por cada uma por meio das **informações complementares**. Múltiplas Representações tendem a ser utilizadas para este fim, quer nos casos em que uma única representação seja insuficiente para fornecer todas as informações sobre um domínio, seja nos casos em que a tentativa de combinar todas as informações relevantes em uma representação seja em uma tarefa complicada para o aluno.

Por fim, podemos inferir que existem condições favoráveis à aprendizagem por meio dos papéis desempenhados pelas funções complementares, seja por processos complementares ou por informações complementares, pois ao propiciar a coordenação entre representações, os alunos ficam menos propensos a serem limitados pelos pontos fracos de uma única representação.

Restringir a Interpretação

Um segundo emprego das múltiplas representações é auxiliar os alunos a desenvolverem uma melhor compreensão de um conceito, usando uma representação para refinar sua interpretação de outra representação. Isto pode ser alcançado de duas formas, seja empregando uma representação familiar para apoiar a interpretação de uma menos familiar ou mais abstrata, seja explorando

propriedades inerentes de uma representação para restringir a interpretação de uma segunda.

Uma razão para explorar uma **representação familiar** é dar base para a interpretação de uma representação menos familiar (ou mais abstrata) e fornecer um suporte para o aluno de como estender ou rever equívocos na sua compreensão de uma representação não familiar. A familiaridade do aluno com uma representação, ou a sua facilidade de interpretação, é essencial para desempenhar essa função. Há situações em que uma representação abstrata ou não familiar pode ser explorada para restringir a interpretação de uma segunda representação menos familiar ao explorar algumas **propriedades inerentes**. Em outras palavras, uma representação pode agir para alavancar a interpretação de outra.

Construir uma interpretação mais profunda

Para Ainsworth (2006), a exposição a múltiplas representações leva a uma compreensão mais profunda, sendo que a ligação cognitiva de representações cria um todo que é maior que a soma de suas partes. Isto nos permite “perceber” ideias complexas de uma maneira nova e aplicá-las de forma mais eficaz. Neste trabalho, “uma compreensão mais profunda” é considerada em termos de utilização das múltiplas representações para promover a abstração, incentivar a extensão (ou generalização) de conceitos científicos e para ensinar a relação entre as representações.

Abstração (*ibid.*) é um termo notoriamente amplo, por esta razão este trabalho restringe as tentativas de defini-lo a uma análise de três pontos de vista alternativos. Por reificação, ou seja, considerar algo abstrato como coisa material. Assim, o processo de criação de entidades mentais que serve de base para novas ações, procedimentos e conceitos tem um maior nível de organização. Por reontologização, processo pelo qual se permite um enriquecimento de uma representação em direção à uma conceptualização mais profunda. Por subtração, em que a ênfase está na detecção e extração de apenas um subconjunto de características da representação inicial.

Extensão (*ibid.*) pode ser considerada como uma forma de generalizar um conhecimento já aprendido para novas situações, mas sem ocorrer mudanças fundamentais na natureza daquele conhecimento. Este papel pode ser observado

sempre que uma representação formulada inicialmente para um propósito ou pertencente à um domínio específico é usada em outro domínio.

Similar à extensão, o objetivo pedagógico da **relação** (*ibid.*) é explicitamente para fazer com que os alunos transitem entre representações. Diferentemente da extensão, duas ou mais representações são introduzidas simultaneamente e aprender a transitar entre elas requer ir além do processo bidirecional de conversão. Na compreensão de conceitos do eletromagnetismo, por exemplo, a simetria dos objetos representados graficamente (como um fio infinito) deve ser usada coordenadamente com as equações de Maxwell para a descrição completa de um campo magnético.

1.4 MEDIÇÃO COMO PROCESSO MULTIREPRESENTACIONAL

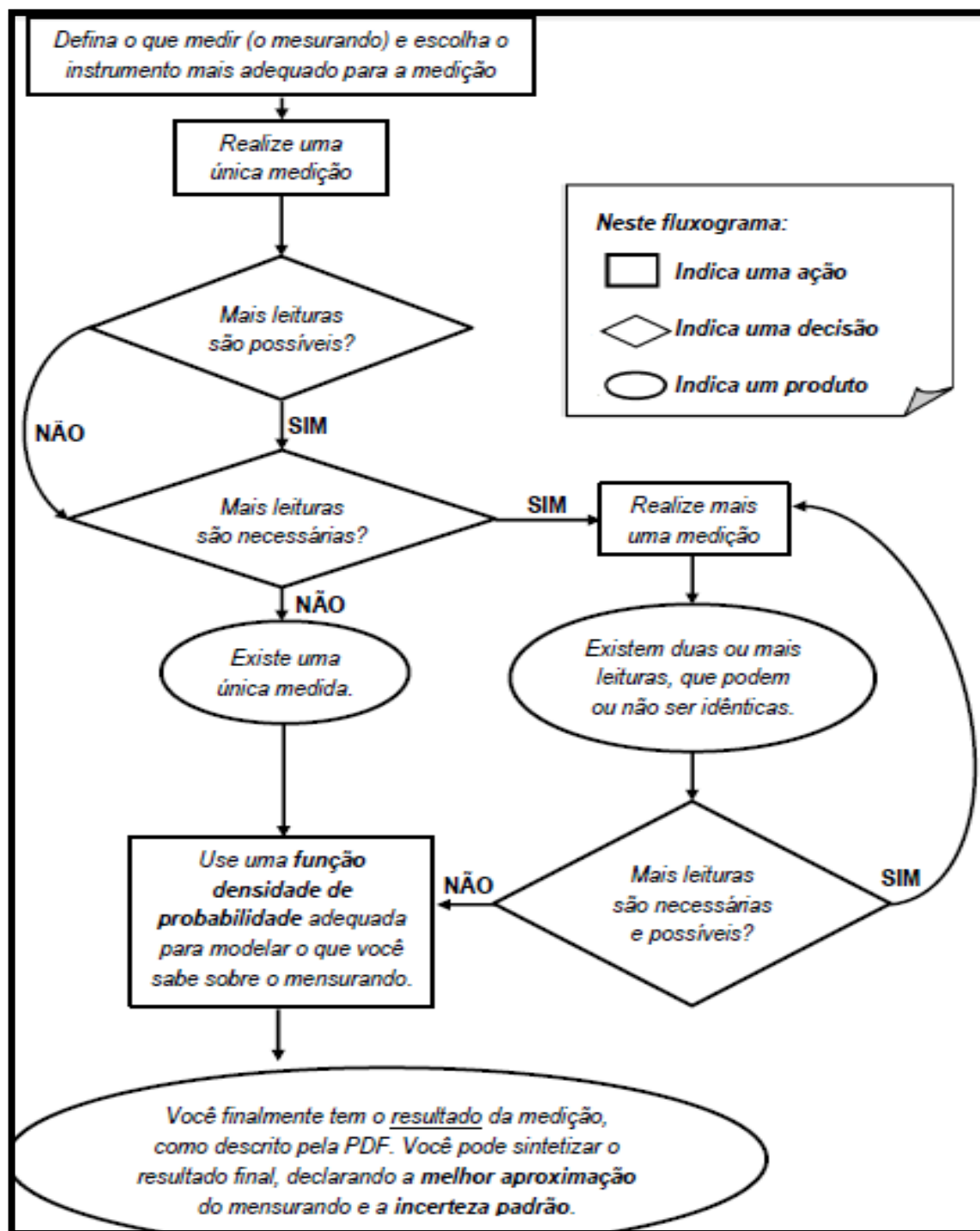
O problema da medida e da medição são fundamentais para a Física e, consequência disso são os estudos delineados nas seções anteriores deste capítulo da presente tese. Conforme Coelho (1994) já delineava em seu estudo, a importância do tema sob o ponto de vista científico e tecnológico decorre da interação entre teoria e experiência, que se manifesta, de uma parte, na ocasião do aperfeiçoamento dos instrumentos de medida, permitindo a obtenção de informações mais sólidas sobre os fenômenos e, de outra parte, do refinamento do conhecimento científico que exigem medidas de maior precisão.

É importante salientar que há terminologias específicas para designar o processo de medição. Leituras, por exemplo, são valores que se observa e se registra conforme o instrumento que se está usando, o qual pode ser um instrumento digital ou analógico. Em ambos os casos obtém-se dados experimentais. No entanto, o que se pretende quando se está frente a uma situação de medição não é apenas coletar alguns dados, mas sim obter informações sobre o mensurando. Para Buffler *et al.* (2009), não devemos pensar sobre o mensurando como possuindo algum "valor verdadeiro" que tem de ser descoberto, mas que o valor do mensurando é baseado na quantidade de informação que temos em mãos. Assim, uma medição corresponde a todo o processo de obtenção de informações sobre um mensurando.

O processo de medição é composto por ações e raciocínios, iniciando-se pela definição do mensurando. O próximo passo corresponde a listar o que já se

sabe sobre o mensurando, escolher um procedimento de medição e um instrumento apropriado para realizar a medição. Após realizar a primeira leitura, é preciso decidir se mais leituras são possíveis e necessárias. Em seguida, é possível modelar o conhecimento sobre o mensurando por meio de uma função densidade de probabilidade adequada, declarando o resultado final por meio da **melhor aproximação** do mensurando e a **incerteza padrão**. A Figura 5 (fluxograma) proposta por Buffler *et al.* (2009, p. 72) sintetiza o processo de medição.

FIGURA 5 – FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE MEDIÇÃO



Fonte: Adaptado de Buffler et al. (2009, p. 72)

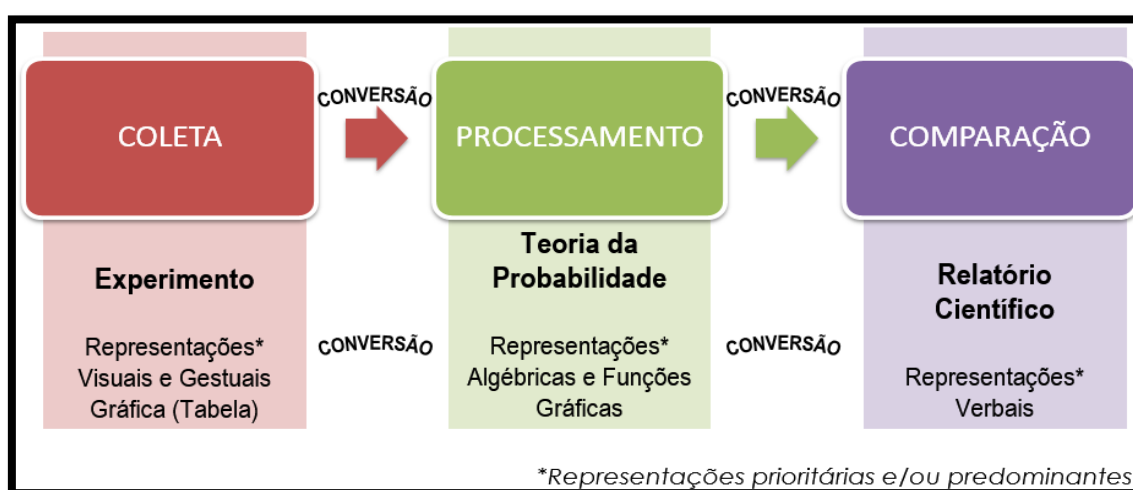
Na seção 1.2 deste capítulo, discutiu-se como modelar probabilisticamente, o conhecimento sobre um mensurando usando uma função matemática chamada de função densidade de probabilidade (PDF). Conforme afirma Allie et al. (2003), tal abordagem proporciona um modo consistente de realizar inferências baseadas em dados de uma quantidade física que está sendo medida (o

mensurando), que inclui quantificar o nível de confiabilidade que está ligado à inferência.

Com base nas discussões dos papéis desempenhados pelas Múltiplas Representações e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica apresentadas na seção 1.3, é possível entender que a medição é um processo naturalmente multirepresentacional que deve estar integrado e coordenado para possibilitar a realização de inferências quantitativas e qualitativas sobre o mensurando.

No processo de medição ocorrem sucessivas transformações dos dados experimentais coletados, por meio das conversões entre distintas representações. Cada nova conversão carrega informações das representações anteriores e promove uma expansão informacional, por meio da atividade cognitiva de tratamento, que são internos e próprios a cada registro de representação. Deste modo, cada etapa da medição (coleta, processamento ou comparação) é governada por um conjunto de representações prioritárias e/ou predominantes com a mesma função, conforme é delineado na Figura 6, a seguir.

FIGURA 6 – MEDIÇÃO COMO PROCESSO MULTIREPRESENTACIONAL



Fonte: O próprio autor

De um ponto de vista instrucional, a vasta gama de atividades que podem ser desenvolvidas em um laboratório didático permite que uma estratégia baseada em múltiplas representações seja aplicada para a aprendizagem e refinamento dos

procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais. Para Laburú e Silva (2011 A), o laboratório didático também é espaço privilegiado de geração de um modo representacional que se concentra na esfera do sensível ou corporal, modalidade esta que envolve necessariamente movimentação corporal como gestos, ações e procedimentos experimentais. Para esses autores:

(...) fica estabelecido que as atividades manipulativas e de percepção sobre o real são semiotizações que estendem, complementam, aprimoram e refinam a capacidade cognitiva do aprendiz em tratar os abstratos conceitos da ciência. Com elas, procura-se evitar que o conhecimento científico se disponha em fragmentos isolados e descorrelacionados. Potencializa-se uma aprendizagem mais aprofundada e significativa em que maior número de relações e conexões construídas é favorecido, o que torna possível outorgar significados e funcionalidade aos novos conceitos e princípios aprendidos (LABURÚ; SILVA, 2011 A, p.11).

A estratégia baseada na multimodalidade representacional deverá também permitir aos alunos construir suas próprias representações de conceitos científicos utilizando modos como a escrita, diagramas, modelos bi e tridimensionais, imagens ou linguagem natural para comunicar os significados aprendidos. Por fim, Laburú e Silva (*ibid.*) salientam que estimulação do modo representacional experimental deve ser observada como imperativa para o ensino das ciências, não apenas por retratar a natureza epistemológica do conhecimento científico, mas por carregar uma característica pedagógica cognitivamente singular, que em combinação com outros modos e formas representacionais, apoia, complementa e aprimora a formação do pensamento científico.

1.5 CAMINHOS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL

Para Adadan *et al.* (2010), podemos explorar a compreensão dos estudantes por meio dos caminhos de compreensão conceitual, isto é, rotas de

aprendizagem ao longo da qual os alunos passam no desenvolvimento da compreensão em qualquer domínio da ciência. As progressões de aprendizagem podem variar de aluno para aluno com relação às concepções existentes ou outros fatores, tais como o contexto ou as atividades desenvolvidas dando origem a vários caminhos possíveis de serem observados. Os caminhos conceituais fornecem oportunidades de aprendizagem para os alunos desenvolverem conceitos integrados de algumas ideias fundamentais da ciência, dando atenção para o alinhamento entre conteúdo, instrução e estratégias de avaliação.

Em linhas gerais, as progressões de aprendizagem são descritas como formas cada vez mais sofisticadas de raciocínio que se sucedem dentro de um domínio de conteúdo no qual os alunos estão envolvidos (Smith *et al.*, 2006, apud Duncan e Hmelo-Silver, 2009, p. 606). A caracterização atual da progressão de aprendizagem surgiu a partir de estudos relativos à avaliação, em especial, o desenvolvimento de sistemas de avaliação destinados a acompanhar o progresso do aluno.

Baseando-se em tais trabalhos e nas primeiras descrições das progressões de aprendizagem, Duncan e Hmelo-Silver (2009, p. 606) estabelecem uma definição mais abrangente das progressões de aprendizagem em termos de quatro características teóricas e estruturais fundamentais. Primeiro, as progressões de aprendizagem são focadas em ideias e práticas disciplinares fundamentais e geradoras. Em segundo lugar, essas progressões são delimitadas por uma âncora superior descrevendo o que os alunos devem saber e serem capazes de fazer até o fim da progressão, a âncora é determinada por análises do domínio, bem como as perspectivas estabelecidas. Em terceiro lugar, as progressões de aprendizagem descrevem diferentes níveis de progresso realizado nas etapas intermediárias entre as duas âncoras. Tais níveis são derivados de sínteses de pesquisas existentes sobre a aprendizagem do aluno em um determinado domínio, bem como pesquisas empíricas baseadas em estudos transversais e experiências de ensino a respeito da progressão. Em quarto lugar, as progressões de aprendizagem são mediados pela instrução e currículo almejados. Enquanto a representação das progressões de aprendizagem possa parecer linear, não se admite que no progresso de desenvolvimento dos alunos possa existir uma única trajetória, mas sim, vários caminhos possíveis (*ibid.*).

É importante notar que as progressões de aprendizagem por sua própria natureza, são hipotéticas, tratam-se de modelos conjunturais da aprendizagem ao longo do tempo que precisam ser empiricamente validados. Os processos de desenvolvimento e validação de tais progressões estão interligados e ocorrem em ciclos iterativos de testes empíricos e de revisão e refinamento teóricos (DUNCAN; HMELO-SILVER, 2009, p. 607).

De acordo com Duncan e Hmelo-Silver (2009), há um consenso entre pesquisadores da área de que o desenvolvimento das progressões de aprendizagem devem ser esclarecidas pela pesquisa empírica a respeito do pensamento do aluno e aprendizagem nesse domínio. Em geral, há três abordagens possíveis para validar as progressões de aprendizagem. Em alguns casos, no qual o presente estudo se enquadra, uma progressão inicial é desenvolvida exclusivamente com base em pesquisas e análises do Paradigma Pontual ou de Conjunto dos estudantes. Tais progressões implicam em estudos de validação que envolvem o desenvolvimento e implementação de intervenções instrucionais que subsidiam as progressões. Estes estudos fornecem um meio para fundamentar empiricamente a hipotética progressão (DUNCAN; HMELO-SILVER, 2009).

Alternativamente, progressões de aprendizagem podem ser baseadas em estudos transversais cuidadosamente projetados que documentam o desenvolvimento do conhecimento e raciocínio dos alunos sobre um determinado tema (domínio) em múltiplos níveis. Com frequência, esses estudos não envolvem a introdução de novas intervenções instrucionais, mas eles fornecem uma análise da atual trajetória de aprendizado que os estudantes estão vivenciando (MOHAN; CHEN; ANDERSON, 2009, *apud.* DUNCAN; HMELO-SILVER, 2009, p.607).

Por fim, uma terceira abordagem envolve o desenvolvimento de uma progressão com base no sequenciamento de experiências de ensino em múltiplos níveis (LEHRER; SCHÄUBLE, 2000 *apud.* DUNCAN; HMELO-SILVER, 2009; SONGER *et al.*, 2009, *apud.* DUNCAN; HMELO-SILVER, 2009, p.607). Esta abordagem ascendente fornece evidências do que os alunos são capazes em determinados contextos instrucionais cuidadosamente projetados. Neste caso, o contexto educacional, incluindo o currículo e desenvolvimento profissional, é parte integrante da própria progressão.

As diferentes abordagens possíveis para o desenvolvimento de caminhos de compreensão conceitual voltadas para a aprendizagem da medição em múltiplos

níveis apresentam uma grande variedade de pontos de entrada no estudo e no desenvolvimento das progressões. No âmbito desta investigação, dada a premissa subjacente de que os estudantes iniciam a graduação com concepções diferentes das científicas, as quais relacionamos em um conjunto de ações e raciocínios denominadas de Paradigma Pontual, e que grande parte da capacidade de raciocínio de tais estudantes ainda permanecem inexplorados e/ou subdesenvolvidos no contexto instrucional atual, o ponto de partida da instrução multirepresentacional proposta será alinhado com as construções do Paradigma Pontual em direção ao Paradigma de Conjunto por meio de um estudo longitudinal⁹, que busca alinhar currículo, instrução e avaliações a fim de verificar a evolução conceitual por parte dos estudantes.

1.6 CATEGORIAS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL DA MEDIÇÃO

Apesar da complexidade óbvia da tentativa de compreender os processos cognitivos que ocorrem quando os alunos têm de tomar decisões procedimentais durante a experimentação, as construções do Paradigma Pontual e de Conjunto constituem um esquema de classificação útil para guiar uma instrução laboratorial. No entanto, mesmo que um aluno seja capaz de raciocinar de forma consistente dentro do Paradigma de Conjunto, não implica que o mesmo tenha dominado as ferramentas operacionais de análise de dados (LUBBEN *et al.*, 2001). Para esses autores (*ibid.*), é provável que o raciocínio e as ações que os alunos utilizam nas várias fases do desenvolvimento de sua compreensão poderão conter características de ambos os paradigmas. Por esse motivo, verifica-se a necessidade de uma forma diferenciada de classificação da concepção dos estudantes, a qual avance para além das construções do Paradigma Pontual e de Conjunto. Relatos de pesquisas, como de Adadan *et al.* (2010) e Buffler *et al.* (2001) foram associados para descrever os critérios para uma compreensão científica e identificar as possíveis concepções alternativas que os participantes ou grupo de participantes possam ter.

Desta forma, propomos a associação das Categorias de Compreensão Conceitual (ADADAN, 2010, p. 1012) às informações contidas na Tabela 1 (Modelo

⁹ Os aspectos metodológicos desta investigação serão detalhados no próximo capítulo.

de progressão de ideias relativas aos dados experimentais), Tabela 2 (Ações e Raciocínios associados com o Paradigma Pontual) e Tabela 3 (Ações e Raciocínios associados com o Paradigma de Conjunto). Tal associação é sintetizada por meio do Quadro 1, de acordo com os pressupostos teóricos discutidos nas seções anteriores deste capítulo.

O Quadro 1 apresenta a descrição dos critérios estabelecidos para cinco tipos de categorias de compreensão conceitual (ver ADADAN *et al.*, 2009). As categorias de compreensão conceitual foram consideradas em um *continuum* desde os Fragmentos Alternativos, menos científicos, para a Compreensão Científica, que implica em coordenar todos os aspectos do Paradigma de Conjunto. Cada categoria é composta por um subconjunto de entendimentos classificados como científicos ou alternativos. Neste estudo, um entendimento científico refere-se a um dos cinco aspectos do Paradigma de Conjunto e correspondem às atividades de coleta, processamento e comparação de dados. Por exemplo, o raciocínio de que “a melhor informação a respeito do valor verdadeiro é dada pela combinação das medições usando constructos teóricos para caracterizar o conjunto como um todo” (BUFFLER *et al.*, 2001) corresponde à visão científica relacionada ao processamento de dados experimentais. Em oposição, um entendimento alternativo implica em uma concepção específica relacionada ao Paradigma Pontual. Seguindo o exemplo anterior, o raciocínio de que “cada medição é independente de todas as outras e pode, a princípio, ser o valor verdadeiro” (*ibid.*) é um entendimento alternativo que pode estar associado ao mesmo processamento.

A Categoria de Compreensão Conceitual **Científica** inclui coordenar todos os critérios de compreensão conceitual científica sobre o Paradigma de Conjunto. Uma escala abaixo, a categoria **Fragmentos Científicos** inclui critérios de compreensão conceitual científica, sendo um subconjunto de aspectos do Paradigma de Conjunto, sem entendimentos alternativos. A Categoria de Compreensão Conceitual **Científica com Fragmentos Alternativos** inclui critérios de compreensão conceitual científica, sendo um subconjunto de aspectos do Paradigma de Conjunto, com no mínimo três aspectos científicos do Paradigma de Conjunto. A Categoria **Alternativa com Fragmentos Científicos** inclui um subconjunto dos critérios de concepções alternativas indicada em Fragmentos Alternativos, com no máximo dois aspectos científicos do Paradigma de Conjunto.

Por fim, a categoria **Fragmentos Alternativos** inclui um subconjunto de entendimentos conceituais que estão em conflito com os aspectos científicos do Paradigma de Conjunto, sem conter fragmentos de conhecimento científico. Com isso, constituímos as Categorias de Compreensão Conceitual da Medição, sintetizada na Quadro 1, a seguir:

QUADRO 1 – CATEGORIAS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL DA MEDIÇÃO

Categorias de Compreensão Conceitual da Medição	N	Critério
Compreensão Científica	4	Inclui coordenar todos os critérios de compreensão conceitual científica sobre o Paradigma de Conjunto.
Fragmentos Científicos	3	Inclui critérios de compreensão conceitual científica, sendo um subconjunto de aspectos do Paradigma de Conjunto, sem Fragmentos Alternativos.
Científica com Fragmentos Alternativos	2	Inclui critérios de compreensão conceitual científica, sendo um subconjunto de aspectos do Paradigma de Conjunto, com no máximo dois entendimentos alternativos.
Alternativa com Fragmentos Científicos	1	Inclui um subconjunto dos critérios de concepções alternativas indicada em Fragmentos Alternativos, com no máximo dois aspectos científicos do Paradigma de Conjunto.
Fragmentos Alternativos	0	Inclui um subconjunto de entendimentos conceituais que estão em conflito com os aspectos científicos do paradigma de conjunto, sem conter fragmentos de conhecimento científico.

Fonte: Adaptado de Adadan et al. (2010, p. 1012) e Buffler et al (2001)

Além do refinamento qualitativo, uma análise quantitativa é permitida por este esquema. Para isso valores numéricos (N) foram atribuídos para cada categoria de compreensão conceitual: de 0 (Fragmentos Alternativos) a 4 (Conhecimento Científico) (ver quadro anterior). Os dados numéricos poderão ser utilizados para uma análise estatística não paramétrica por meio do Teste de Sinais com pares de dados, comparando a evolução das Categorias de C ompreensão Conceitual em momentos distintos: pré para pós-instrucional e pós-instrucional para retenção (WHITE; ARZI, 2005; SIEGEL; CASTELLAN, 1988; ADADAN *et al.*, 2010. p. 1011), os quais serão melhor abordados no próximo capítulo.

Para analisar a evolução entre as Categorias de Compreensão Conceitual entre as Avaliações Diagnósticas, nominou-se a diferença entre as categorias conforme o Quadro 2:

Quadro 2 – Evolução entre as Categorias de Compreensão Conceitual

Diferença entre as Categorias de Compreensão Conceitual	Classificação
+ 3	<i>Evolução Radical</i>
+ 2	<i>Evolução Moderada</i>
+ 1	<i>Evolução Leve</i>
0	<i>Estável</i>
- 1	<i>Decaimento Leve</i>
- 2	<i>Decaimento Moderado</i>
- 3	<i>Decaimento Radical</i>

O grau de evolução/decaimento/estabilidade expressos entre os momentos de avaliação AD1, AD2 e AD3 foram combinados de forma a compor os caminhos de compreensão conceitual dos grupos participantes da pesquisa. Com a interseção dos aspectos qualitativos e quantitativos citados, esperamos ter criado um instrumento analítico capaz de mapear os caminhos de compreensão conceitual dos estudantes ao evoluírem do Paradigma Pontual ao Paradigma de Conjunto, explicitando suas dificuldades de compreensão em relação aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais. Com a interseção dos aspectos qualitativos e quantitativos citados, esperamos ter criado um instrumento teórico-analítico capaz de mapear os caminhos de compreensão conceitual dos estudantes ao evoluírem do Paradigma Pontual ao Paradigma de Conjunto, explicitando suas dificuldades de compreensão em relação aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais.

1.7 PROBLEMA DE PESQUISA

De acordo com o Buffler *et al.* (2001, p. 1153), o objetivo geral de uma instrução laboratorial deve estar dirigido para efetuar uma mudança no Paradigma Pontual utilizado pelo estudante em direção ao Paradigma de Conjunto. Idealmente, isso implicaria no desenvolvimento em paralelo do uso de ferramentas operacionais de análise estatística e de uma compreensão sobre a natureza dos dados e da medição. No entanto, a maioria dos currículos de laboratório enfatiza o desenvolvimento de procedimentos operacionais, dando pouca atenção para compreensão dos motivos mais profundos para o uso destes procedimentos. Tais cursos de laboratório tendem a enfatizar as regras formais do tratamento estatístico dos dados e omitem aspectos que abordam a estrutura conceitual. Portanto, currículos de laboratório deveriam ser concebidos de forma que os conceitos subjacentes aos procedimentos experimentais sejam explicitamente abordados.

Conforme Laburú *et al.* (2010), o ensino de ciências no Brasil não toma esse tema com a merecida ênfase, ainda que haja a indicação da necessidade da habilidade em compreender e utilizar tabelas, gráficos e relações matemáticas ligadas à competência de representação e comunicação dos PCNEM. De acordo com García e Plácios (2007), diversos pesquisadores reconhecem que as representações gráficas são importantes formas de comunicação científica e ferramentas úteis no campo das ciências experimentais, principalmente na análise de situações físicas nas disciplinas laboratoriais. Para eles, apesar do uso generalizado que se tem das representações do tipo gráfico cartesianos em livros-texto e nas aulas de ciências na Espanha, a compreensão que os estudantes têm a respeito dessas representações não é a mais adequada. Verificamos que situação semelhante ocorre em atividades de laboratório da graduação em Física, quando os estudantes não são capazes de desenvolver e interpretar gráficos cartesianos de forma satisfatória. Pesquisas recentes na área de Ensino de Ciências e Educação Matemática (CAMARGO FILHO *et al.*, 2011; CAMARGO FILHO; LABURÚ, 2013), relacionaram características gerais e particulares de tabelas e gráficos cartesianos com o desempenho que apresentam os estudantes de Licenciatura e Bacharelado em Física quando realizam a construção e transformação dessas representações. Tais pesquisas, baseadas em referenciais da semiótica, revelaram que estudantes que já haviam passado por uma instrução tradicional no laboratório de Física não

eram capazes de transitar entre essas representações por meio da conversão, ou seja, não coordenavam os signos próprios da representação gráfica. Por sua vez, o âmbito de reflexão do trabalho desenvolvido por Laború e Barros (2009) encontra-se ligado ao processo de medição na escola brasileira. A análise realizada por esses autores mostra que o processo de medição é um assunto de difícil compreensão para os estudantes de nível médio. Quando defrontados com a necessidade de realizar ou analisar medidas, estes sujeitos manifestavam diversas representações antagônicas à visão científica.

Em consonância com o estudo anterior, Laború *et al.* (2010) salientam a problemática de como professores de matérias científicas no Ensino Médio comumente abandonam atividades experimentais quantitativas, explicitando como um dos motivos a pouca compreensão de como enfrentar com os estudantes o tratamento de dados experimentais. Novamente, nesse nível escolar, investigações em ensino de ciências voltadas às atividades experimentais que envolvem mensurações indicam que os estudantes vêm para a sala de aula com um conjunto de ideias problemáticas sobre medição. A citada pesquisa procura compreender até que ponto os alunos do primeiro ano do ensino médio conseguem construir uma aproximação com o conceito científico de medição, quando estão envolvidas apenas questões provocativas e experimentos preparados para induzir essa construção. A problemática posta pelas questões e apropriada atividade empírica mostrou que cada estudante reage com uma trajetória característica, mas que todos romperam com a barreira do núcleo central do Paradigma Pontual, mas que estas conquistas dificilmente chegarão aos demais conceitos da teoria de erros, como o de desvio padrão sem uma instrução mais formal.

Em razão do exposto, é de se esperar que os estudantes brasileiros do ensino básico não apresentem uma suficiente noção a respeito desse assunto e cheguem ao ensino superior com conceitos sobre medição distantes do científico, com predominância dos raciocínios presentes no Paradigma Pontual. Nesse sentido, Buffler *et al.* (2001, p. 1154) afirmam que o primeiro ano do curso Laboratório de Física precisa incorporar experiências práticas de medição e atividades de discussão que permitam uma descompactação dos conceitos de natureza estatística sobre medição e o tratamento adequado de conjuntos de medições de grandezas físicas, tanto familiares como não familiares aos estudantes. Atividades de ensino

devem permitir ao estudante apreciar a natureza da coleta de uma série de medidas e que a média e a amplitude dos dados representem um conjunto de medições como um todo. A intuição de um aluno sobre a propagação da incerteza dos dados precisa estar explicitamente ligada aos procedimentos formais matemáticos para analisar essa propagação. Os alunos precisam apreciar a natureza estatística da medição tanto nos contextos de quantidades dinâmicas, como tempo e temperatura, quanto nos conceitos de quantidades estáticas, tais como distância e tensão, mesmo quando a falta de precisão do instrumento de medida mascara a dispersão. Questões associadas com a necessidade de repetir as medições devem ser abordadas de maneira planejada, explorando a variação que está inerente mesmo no mais cuidadoso dos procedimentos.

Uma compreensão da natureza estatística da medição está estreitamente relacionada com o desenvolvimento e utilização das ferramentas de análise de dados. Por consequência, as atividades de ensino devem permitir aos alunos desenvolver e utilizar de toda a gama de ferramentas estatísticas quando se engajam em tarefas que desafiam suas visões acerca da natureza fundamental da medição. Semelhante conclusão já havia sido igualmente alcançada por Evangelinos *et al.* (1998), que recomendam que um raciocínio probabilístico no contexto dos trabalhos laboratoriais deve ser apresentado não só como uma técnica para tratamento de dados, mas como uma característica inerente de investigação científica. Em particular, eles buscaram elaborar uma sequência de ensino que parte da noção cotidiana dos estudantes a respeito de “aproximação” para fazer a ponte entre os tipos de raciocínio “exato”, (Paradigma Pontual) e “probabilístico” (Paradigma de Conjunto).

Apenas recentemente, alguns trabalhos no Brasil, cientes da necessidade de uma renovação na compreensão do processo de medição, exploram alternativas o delineamento de estratégias de ensino do tema na Educação Básica, entre os quais podemos citar o estudo realizado por Laború *et al.* (2012), no qual mostra que os estudantes obtêm medidas experimentais com melhor acurácia quando submetidos a uma estratégia de ensino que mantém paralelo com a orientação kuhniana (KUHN, 1977) proposta por Millar (1987), partindo da hipótese de que conhecer previamente o valor da medida a ser obtida em um experimento faz com que os estudantes obtenham medidas com maior acurácia, pois ficam mais atentos

e cautelosos com os procedimentos, refazendo-os quando a medida se desvia do valor por eles esperado, caso mais difícil de acontecer se eles desconhecem o valor do que estão medindo.

De acordo com Allie *et al.* (2003), em uma abordagem tradicional, “erros” são normalmente apresentados como produtos da capacidade limitada dos instrumentos de medidas ou, no caso de um grupo de medidas, como uma consequência da aleatoriedade inerente ao processo de medição e dos limitados alcances dos métodos estatísticos. Estas duas diferentes origens dos “erros” não podem ser facilmente conciliadas, criando, assim, um lapso entre o tratamento de uma simples leitura e o tratamento da dispersão de um conjunto de dados. Por exemplo, a teoria aplicável para calcular a média e o desvio-padrão é baseada na possibilidade de um grande conjunto de dados dispersos (20 ou 30 leituras). No entanto, quando os alunos realizam um experimento em laboratório, muitas vezes fazem cinco ou menos leituras. Conforme já delineado por Lang *et al.* (1983), a aplicação da Teoria de Erros no tratamento e interpretação de resultados experimentais requer que os dados obtidos apresentem uma considerável dispersão. A flutuação da grandeza, presentes durante o procedimento de medida, devem ser considerados maiores do que a sensibilidade do sistema de coletas de dados, de modo a se tornarem aparentes às primeiras. No trabalho de Lang *et al.* (1983) prova-se, portanto, que somente é possível estabelecer o intervalo de confiança para a média utilizando-se da Teoria de Erros quando o desvio padrão das medidas exceder a sensibilidade do instrumento de medida. Nesse sentido, é coerente concordar com Allie *et al.* (2003) quando afirmam que não há um caminho lógico para modelar estatisticamente uma única medição dentro desta abordagem.

A instrução tradicional normalmente enfatiza erro aleatório para o qual existe um modelo matemático rigoroso, enquanto os erros sistemáticos são reduzidos para o nível técnico das “variáveis desconhecidas” que têm de ser determinada pelo exame da configuração experimental. O conceito de erro de leitura de escala (“metade da menor divisão da escala”), frequentemente ensinado no início dos cursos, não pode ser relacionado com erros aleatórios ou sistemáticos que são ensinados durante o tratamento de uma série de medidas, já está definido pela própria escala. Além disso, o termo “erro” distorce o entendimento do aluno, sugerindo a existência de verdadeiros e falsos resultados experimentais,

contribuindo para uma visão ingênua de que uma experiência tem um resultado "correto" predeterminado conhecido pelo professor, sem erro, enquanto as medições dos alunos estão muitas vezes "em erro". Allie *et al.* (*ibid.*, p. 24) consideram que as inconsistências lógicas entre os erros sistemáticos e aleatórios presentes na abordagem tradicional para o tratamento de dados, juntamente com a forma de instrução que ignora as visões prévias da medição, auxiliam a cultivar equívocos sobre ela no contexto científico.

Tradicionalmente, os cursos de laboratório de Física, em um nível introdutório, têm focado na verificação de vários princípios da Física apresentados nas aulas teóricas (ALLIE *et al.*, 2003). Os experimentos tendem a ser de natureza quantitativa e, assim, as técnicas de análise experimental e os dados são entrelaçados como fios distintos do curso de laboratório. Assume-se geralmente que, desta maneira, os alunos terminem o curso com um entendimento adequado da natureza da medição e experimentação (*ibid.*). Pesquisas têm, entretanto, questionado essa concepção (BUFFLER *et al.*, 2001; EVANGELINOS *et al.*, 2002). Elas têm apontado para o fato de que estudantes que completaram cursos de laboratório de Física geralmente são capazes de demonstrar domínio das técnicas estatísticas (por exemplo, cálculo de desvios-padrão, das retas médias, etc.), mas sem uma apreciação qualitativa do papel das incertezas em um procedimento experimental. A introdução à medição é normalmente proposta como uma combinação de rigorosos cálculos matemáticos e discussões vagas sobre incertezas, os quais os alunos raramente são capazes de sintetizar em um todo coerente.

Experimentação e medição estão no cerne da ciência da Física, sendo imprescindível que os alunos desenvolvam uma compreensão apropriada desses conceitos. No entanto, de acordo com o que foi exposto até o momento, a maneira com que estes assuntos têm sido tradicionalmente tratados nos diferentes níveis de ensino não demonstra ser a mais adequada. Conforme delineado por Allie *et al.* (2003), duas possíveis razões para o problema são, em primeiro lugar, que o conhecimento prévio dos alunos sobre a natureza da medida não tem sido levado em conta e, segundo, que não é aplicada nenhuma estrutura logicamente consistente para ensinar os conceitos básicos de medição. Acrescentamos a essas duas constatações mais uma, de caráter instrucional, a qual diz respeito ao modo

com que as Múltiplas Representações presentes nos laboratórios de Física são construídas, compreendidas e coordenadas pelos estudantes. Acreditamos que um enfrentamento satisfatório dessas três considerações consiste em promover a evolução conceitual dos estudantes do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto, por meio de uma estratégia de ensino inserida em um curso introdutório de laboratório de Física que leve em conta a integração das ações e raciocínios presentes no processo de medição. Além disso, se faz necessário aplicar instrumento teórico analítico que permita acompanhar a evolução conceitual desses estudantes e seja potencialmente capaz de classificar qualitativa e quantitativamente as Categorias de Compreensão Conceitual da Medição de tais estudantes. Nesse sentido, de acordo com o exposto ao longo da desta problematização, sintetizamos as seguintes questões que guiaram a pesquisa:

- Qual Categoria de Compreensão Conceitual da Medição os grupos de estudantes de graduação atingem quando submetidos uma estratégia de ensino multirepresentacional em um laboratório de Física?
- Quais razões levam os estudantes serem qualificados em categorias de compreensão conceitual?

CAPÍTULO 2

ASPECTOS METODOLÓGICOS

O método de estudo proposto para o desenvolvimento da pesquisa combina aspectos qualitativos na coleta de dados e nos procedimentos de análise e aspectos quantitativos por meio de pré-testes, pós-testes e testes de retenção consistindo em três momentos de avaliação comparáveis que o caracterizam como um estudo longitudinal (WHITE; ARZI, 2005). Nas próximas seções apresentaremos o contexto do estudo e seus respectivos participantes, os instrumentos de coletas de dados que fizeram parte desta investigação assim como delinearemos os recursos didáticos, enfatizando os objetivos e papéis desempenhados pelas múltiplas representações na atividade instrucional para compreender as razões dos grupos serem qualificados em diferentes Categorias de Compreensão Conceitual da Medição quando submetidos a uma estratégia de ensino multirepresentacional em um laboratório de Física.

2.1 PARTICIPANTES E CONTEXTO DO ESTUDO

A amostra que participou da investigação constituiu-se de alunos da graduação em Física e áreas afins de uma universidade estadual pública do estado do Paraná, participantes da disciplina especial¹⁰ “Introdução à Medição no Laboratório de Física” (ver Anexo A) aprovada pelo Colegiado do Curso de Física, ofertada pelo Departamento de Física da respectiva universidade e ministradas pelo autor da pesquisa. Houve a participação de dezenove alunos que produziram os dados a serem analisados no próximo capítulo. Todos os participantes assinaram um termo de consentimento (ver Anexo B), a fim de participarem do estudo.

¹⁰ De acordo com a Resolução CEPE nº 139/2005 da Universidade Estadual de Londrina, as disciplinas especiais são categorizadas como Atividades Acadêmicas Complementares e deverão ter conteúdo relativo ao curso de graduação ao qual são oferecidas, tendo ou não caráter multidisciplinar, vedada a repetição de conteúdos específicos das disciplinas obrigatórias.

No grupo de 19 participantes haviam 14 alunos do sexo masculino e 5 do sexo feminino, divididos em quatro grupos nos quais não houve nenhuma alteração ou permuta entre seus membros do início ao final da instrução. Para garantir o anonimato dos participantes na presente investigação, os mesmos foram nomeados de acordo com o grupo do qual faziam parte, seguido de um número de identificação que os diferenciava dos demais.

Todos os participantes já tinham um contato prévio com o Laboratório de Física em, pelo menos, uma disciplina na graduação em Física (por exemplo, Laboratório de Física I, Laboratório de Física II, Laboratório de Física Moderna, entre outras). Apesar de estarem distribuídos entre os 4 anos da graduação, os participantes da disciplina especial foram envolvidos igualmente nas mesmas atividades com a mesma sequência de experiências. O professor-pesquisador que implementou a intervenção instrucional possuía ao menos três anos de experiência no ensino de Física e Ciências.

A disciplina especial teve ao todo 32 horas/aula e foram programadas para ocorrer no período vespertino, com duração média de 4 horas uma vez por semana, entre os meses de Agosto e Outubro de 2012. O principal objetivo da disciplina especial foi permitir com que os alunos se envolvessem com uma variedade de situações experimentais e fossem introduzidos às noções do tratamento probabilístico e estatístico de dados experimentais, avançando do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto.

As atividades instrucionais detalhadas na próxima seção foram alinhadas de acordo com os objetivos do presente estudo, combinando aspectos teóricos e práticos que envolvem o processo de medição. As aulas teóricas foram constituídas de estudos direcionados para a compreensão científica da medição e discussões das concepções alternativas dos estudantes em relação ao Paradigma de Conjunto, visando a evolução, refinamento e aprofundamento do tema. As aulas práticas foram constituídas de aplicações/exercícios dos procedimentos de coleta, processamento e/ou comparação de dados experimentais.

2.2 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

No processo de coleta de dados para o estudo presente nesta pesquisa recorreremos a técnicas próprias da investigação qualitativa: a produção escrita, gravação em vídeo, observação e entrevista (KETELE; ROEGIERS, 1999; DUARTE, 2004; GIL, 1999). Segundo Yin (1994), a utilização de múltiplas fontes de dados na construção de um estudo de caso permite considerar um conjunto mais diversificado de tópicos de análise. A utilização destes instrumentos constituiu uma forma de obtenção de dados de diferentes tipos, os quais proporcionaram a possibilidade de cruzamento de informação. Assim sendo, utilizou-se múltiplas fontes de dados por permitir, por um lado, assegurar as diferentes perspectivas dos participantes no estudo e, por outro, obter várias visões do mesmo fenômeno, criando condições para uma triangulação dos dados, durante a fase de análise dos mesmos. Consideramos utilizar a entrevista como um método de coleta de informações complementares. O tipo de entrevista utilizado nesta pesquisa foi a semiestruturada (Manzini, 2004), a qual foi direcionada por um roteiro previamente elaborado, composto por questões abertas, o que permitiu uma organização flexível e ampliação dos questionamentos à medida que as informações foram sendo fornecidas pelos entrevistados. Para a elaboração e adequação do roteiro de entrevista considerou-se a vivência do pesquisador e a literatura sobre o tema em estudo.

Cada estudante manteve um arquivo pessoal organizado com todas as representações (registro de medições, tabelas, gráficos, cálculos, etc.) produzidas ao longo da disciplina, além dos registros presentes no próprio manual. Dessa forma, os dados qualitativos foram coletados a partir de diversas fontes (questionários, entrevistas, desenhos, esquemas, outros documentos), em vários modos (pictórica, verbal, gestual, entre outros). Todas as atividades utilizadas foram escritas em relação aos objetivos do estudo, permitindo que novas atividades também fossem adicionadas durante a aplicação da estratégia didática proposta. Adicionalmente, todos os estudantes foram entrevistados com o objetivo de verificar se as provas foram compreendidas pelos participantes conforme as intenções dos pesquisadores, e se as respostas escritas foram interpretadas de forma coerente com as ideias que os participantes quiseram comunicar.

2.3 RECURSOS DIDÁTICOS

Para contemplar as atividades didáticas teóricas e experimentais ao longo da disciplina especial desenvolvemos um manual de *“Introdução à Medição no Laboratório de Física: uma abordagem multirepresentacional”* integrando sugestões didáticas derivadas de pesquisas contemporâneas sobre processo de ensino-aprendizagem de conceitos científicos por meio de múltiplas representações semióticas (LEMKE, 2003; DUIT, 2003; PATTERSON *et al.*, 2004; PRAIN; WALDRIP, 2006; WALDRIP *et al.*, 2006; ADADAN *et al.*, 2009, ADADAN *et al.*, 2010; WALDRIP *et al.*, 2010; CAMARGO FILHO *et al.*, 2011; LABURÚ; SILVA, 2011A; LABURÚ; SILVA, 2011B; LABURÚ *et al.*, 2012; CAMARGO FILHO; LABURÚ, 2013) com as pesquisas e orientações teórico-metodológicas propostas pelo grupo de pesquisadores Cape Town – York e (SCOTT *et al.*, 1991; ALLIE *et al.*, 1998; COELHO; SÉRÉ, 1998; EVANGELINOS *et al.*, 1998; D’AGOSTINI, 1999A; D’AGOSTINI, 1999B; EVANGELINOS *et al.*, 1999; BUFFLER *et al.*, 2001; BUFFLER *et al.*, 2005; EVANGELINOS *et al.*, 2002; ALLIE *et al.*, 2003; PILLAY *et al.*, 2008; LABURÚ; BARROS, 2009; LABURÚ *et al.*; 2012), assim como os tratados internacionais (ISO; BIPM; IEC; IFCC; IUPAC; IUPAP; OIML, 1995; TAYLOR; KUYATT, 1994) para uma abordagem contemporânea do assunto.

Um dos aspectos relevantes da construção do manual diz respeito à tradução, correção, revisão, ampliação e adaptação da obra original *“Introduction to Measurement in the Physics Laboratory: A probabilistic approach”* de Buffler *et al.* (2005) do Departamento de Física da Universidade de Cape Town, África do Sul (Apêndice A). Com base no que foi exposto, foi criado o manual *“Introdução à Medição no Laboratório de Física: uma abordagem multirepresentacional”*, com 166 páginas, dividido em 11 capítulos, além de 10 anexos complementares.

Todas as atividades listadas na Tabela 5 foram baseadas no manual, produzido especificamente para a disciplina. Este manual foi aplicado em um ambiente cooperativo de aprendizagem, no qual o trabalho em grupos de três alunos seria, idealmente, a forma mais adequada para o desenvolvimento destas atividades. No entanto, em virtude do espaço restrito do laboratório para o desenvolvimento das atividades da disciplina especial, os participantes foram agrupados em grupos de, no máximo, 5 alunos. Nas atividades em grupo os alunos puderam comparar suas respostas às dos seus parceiros de grupo, assim como

ajudar um ao outro para descobrir o que está ocorrendo e resolver quaisquer dificuldades que apareceram juntamente com o professor, caso julgassem necessário. Pretendeu-se assim que, durante o curso de laboratório, o aluno trabalhasse por meio de exercícios e exemplos teóricos e práticos do referido manual em um estágio apropriado.

TABELA 4 – CRONOGRAMA DE ATIVIDADES E CONTEÚDO DA DISCIPLINA ESPECIAL

Dia/Mês	Conteúdo
07/Agosto	Introdução: pensando sobre medições; limites sobre o que sabemos sobre uma medição; propósitos da medição; “exatamente aproximado”; medição na ciência.
14/Agosto	Medição: conceitos básicos: probabilidade; lendo uma escala digital; lendo uma escala analógica; medição e incerteza; atividade prática 1 – medindo um bloco de madeira; atividade prática 2 – medindo um pedaço de barbante.
21/Agosto	O padrão de incerteza: densidade; funções de densidade; densidade de probabilidade e funções de densidade de probabilidade; o modelo probabilístico da medição; funções de densidade de probabilidade na metrologia; o padrão de incerteza; avaliação do padrão de incerteza na leitura de uma escala; uma única leitura digital – Tipo A; uma única leitura analógica – Tipo B; usando um voltímetro analógico para medir a voltagem de uma bateria.
28/Agosto	Avaliação de incerteza do Tipo B: mais exemplos de únicas leituras; intervalos de probabilidade; relatando os resultados de suas medições; Algarismos significativos; precisão dos instrumentos de medida; exemplo 1: uma simples leitura; exemplo 2: uma leitura digital; exemplo 3: o resultado de uma medição.
04/Setembro	Avaliação de incertezas: atividade prática; o experimento da velocidade do som; analisando o tempo; analisando a distância; resultado final para a velocidade do som; completando a análise final dos resultados.
11/Setembro	Trabalhando com incertezas: atividade prática; desafio do cilindro dourado; experimentos; método 01: usando uma balança e um paquímetro; método 02: usando uma balança e uma proveta; discussões e conclusões.
18/Setembro	O pacote de incertezas: combinação de padrões de incerteza; o pacote de incertezas; medição usando um voltímetro analógico; dispersão de um conjunto de leituras digitais; uma única medida usando um cronômetro digital; a queda de uma folha de papel: atividade prática.
25/Setembro	Incerteza para lançamentos e gráficos lineares: o método dos mínimos quadrados; aplicando o método dos mínimos quadrados; aplicando o método para o ajuste de retas.

Fonte: O próprio autor

2.4 CONTEÚDO, OBJETIVOS INSTRUACIONAIS E PAPÉIS DAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES

Para uma visão mais detalhada do processo de aprendizagem ao longo da instrução laboratorial, nesta seção associamos o conteúdo abordado, os objetivos de cada atividade e os papéis desempenhados pelas múltiplas representações (AINSWORTH, 1999; AINSWORTH, 2006). Conforme discutido na fundamentação teórica desta tese, o laboratório de Física permite o uso efetivo de uma vasta gama de recursos semióticos que constroem, complementam e refinam os conceitos envolvidos por meio do uso de múltiplas representações. O uso das múltiplas representações nesse ambiente de aprendizado assenta na consideração de que o processo de aprendizagem é facilitado pelas relações estabelecidas entre diferentes representações. A posterior análise dos elementos que fizeram parte da instrução laboratorial irá permitir definir quais as razões dos grupos serem qualificados em determinadas categorias de compreensão conceitual, sendo este um dos problemas de pesquisa definidos para a presente tese.

2.4.1 Passo Inicial

O passo inicial da instrução laboratorial teve o objetivo de explicitar o que os grupos entendiam sobre medição. Para isso, uma situação-problema foi moldada para estimular a discussão e tomada de decisão, uma vez que os mesmos deveriam ponderar suas considerações e oferecer uma única resposta que representasse as ideias do grupo para seguintes questões:

- “Você chega em casa depois de sua primeira aula prática no laboratório de Física e diz para o seu amigo, “Hoje foi o melhor dia da minha vida! Eu fiz um experimento realmente interessante de Física! A parte mais divertida foi comparar minhas medidas com as dos outros estudantes da minha turma”. Seu amigo olha intrigado e pergunta... “O que é um experimento? ”
- Seu amigo quer saber mais e pergunta: “O que você entende sobre medição?” Que explicação você daria para seu amigo?

Excepcionalmente, em virtude dos objetivos propostos para essa seção, não foram exploradas múltiplas representações com finalidades didáticas, apesar do texto escrito e da fala dos estudantes serem exploradas analiticamente.

2.4.2 Pensando sobre Medições

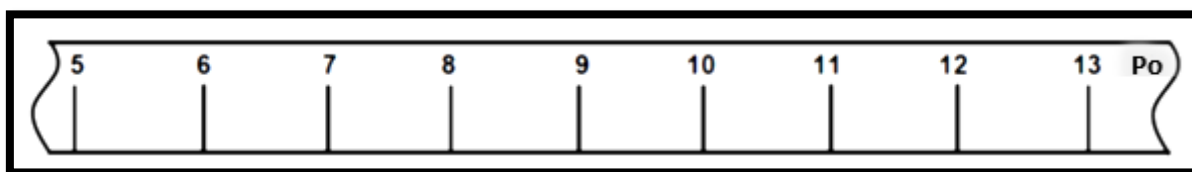
A segunda atividade buscou refinar o significado operacional da medição e enfatizar a importância da definição do mensurando. Além disso, explorou-se alguns elementos que compõem uma medição tendo a ideia central de que a medição envolve a comparação entre o mensurando e um padrão de referência. As múltiplas representações presentes nessa atividade tinham o papel de restringir a interpretação do padrão de referência, por meio da construção de instrumentos de medidas (modelos bidimensionais), explorando suas propriedades inerentes.

Nessa atividade foi solicitado aos grupos que estimassem o comprimento de um lápis, sem o auxílio de um sistema de medição conhecido, ou seja, sem o uso de unidades conhecidas, criando para isso seu próprio padrão de referência. Almejava-se que, com isso, os grupos refletissem sobre a importância de um padrão comum, uma vez que cada grupo dispunha de uma unidade própria de comprimento.

O professor propôs que o polegar poderia ser um padrão que todos conheçam. Os grupos deveriam, portanto, criar uma escala usando o comprimento do polegar de um de seus membros e medir o tamanho do comprimento do lápis. Esta etapa foi denominada de **Medição M1**. Foi questionado, na sequência, os motivos de todos os valores para o comprimento do lápis registrados não serem os mesmos e qual poderia ser a razão principal para essa diferença. Esse questionamento tinha por fim explicitar a necessidade de chegar a acordo sobre um padrão comum que todos tivessem acesso, caso se queira comparar as medidas de forma significativa.

Apesar de não representar a forma mais democrática a fim de chegar a acordo sobre qual largura do polegar é a melhor a ser adotada, decretou-se que a largura do polegar padrão foi o tamanho mostrado na Figura 7, abaixo. Este foi o polegar padrão de referência para as medições subsequentes.

FIGURA 7 – PADRÃO DE REFERÊNCIA

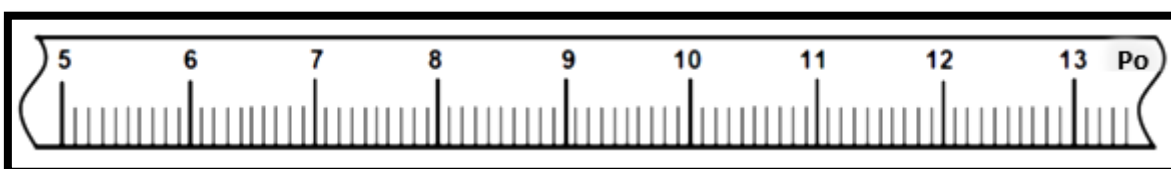


Fonte: O próprio autor

Com base no padrão adotado, solicitou-se que os grupos refizessem as medidas utilizando a régua de polegar para medir o comprimento do lápis, estimando as frações de polegar o melhor possível, etapa denominada de **Medição M2**.

Como haveria a possibilidade da avaliação das frações de polegar serem dispersas, foi proposto uma forma de reduzir este efeito, calibrando a escala usando graduações mais refinadas, onde cada polegar foi dividido em 10 frações menores, assim, obteve-se uma escala calibrada em "deci-polegares", conforme a figura 8, a seguir:

FIGURA 8 – PADRÃO DE REFERÊNCIA II



Fonte: O próprio autor

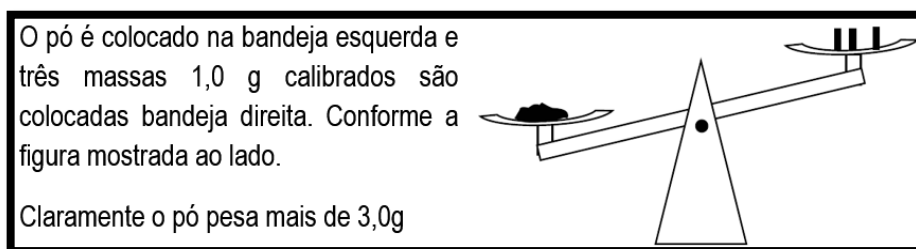
Após apresentado as novas divisões, foi realizada mais uma série de medidas, denominadas de **Medição M3**, agora com base na nova escala proposta, estimando também as frações dos “deci-polegares” o mais acuradamente possível e discutir as possíveis variações nos resultados.

2.4.3 Limites sobre o que sabemos sobre uma medição

Esta atividade teve como objetivo evidenciar a limitação sobre o conhecimento que se tem sobre determinado mensurando. As múltiplas representações utilizadas para tal fim consistiam no texto e imagem, conforme o exemplo retirado do manual na Figura 9, e desempenharam funções complementares, tendo ambas as representações informações equivalentes que estimulam processos perceptivos para facilitar a compreensão da situação proposta:

- Durante as férias você está auxiliando uma cientista em seu laboratório de Química. Ela diz que está realizando um importante experimento e precisa para pesar o pó químico que é produzido a partir de uma reação química em particular. Ela escolhe usar uma balança que depende de massas de calibração conhecidas.

FIGURA 9 – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES



Fonte: O próprio autor

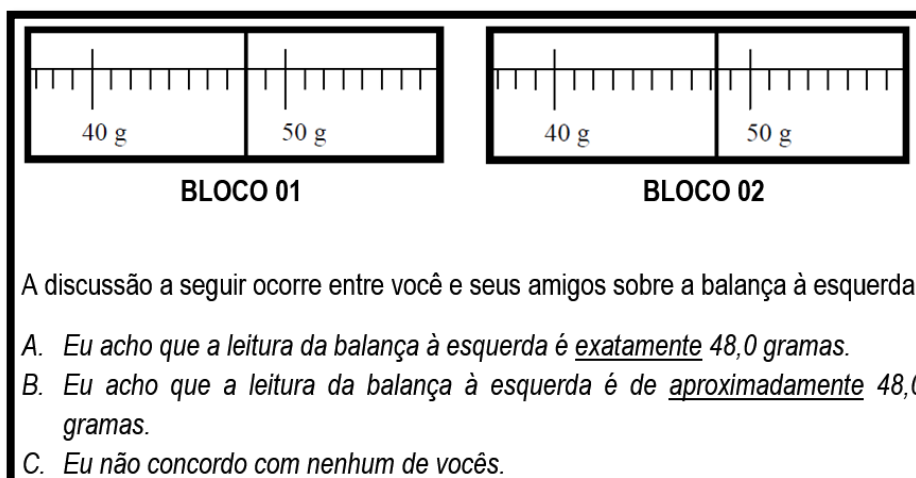
2.4.4 Propósitos da Medição

Esta atividade consistiu em discutir a medição em dois contextos distintos: o laboratório de pesquisa e a cozinha de uma residência, com base em dois diálogos semelhantes. A ideia central era de direcionar os estudantes a compreenderem que num contexto científico os resultados das medições devem ser registados da mesma maneira. As representações semióticas desta atividade foram essencialmente verbais (diálogo + escrita) e tinham o papel de estimular a discussão a respeito do posicionamento do grupo nas distintas situações. Assim, foi solicitado que o grupo comparasse as respostas para as duas situações anteriores e que explicassem o motivo de elas serem iguais ou diferentes.

2.4.5 “Exatamente Aproximado”

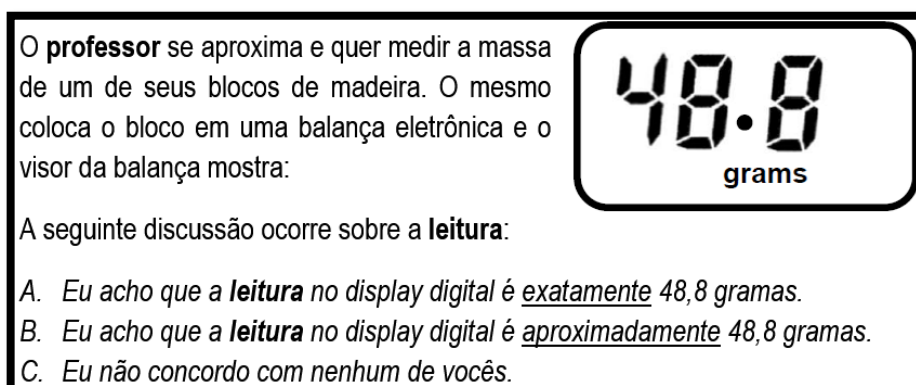
Antes de estudarmos os modelos formais de registro e comunicação científica, exploramos o entendimento dos estudantes dos termos “aproximado” e “exato”. Para isso, as representações semióticas desempenharam o papel de restringir a interpretação por meio das propriedades inerentes. Parte-se do pressuposto de que uma única representação não é eficaz para a compreensão científica dos termos “exato” e “aproximado” no contexto experimental, uma vez que estão diretamente associados aos instrumentos de medição. Para essa atividade, os grupos deveriam escolher qual a afirmação que mais se adequava ao que o grupo pensava e justificar tal posicionamento diante a uma série de modificações no instrumento de medida e nas escalas disponíveis para a medição da massa de um bloco de madeira, conforme é exemplificado nas Figuras 10 e 11.

FIGURA 10 – BALANÇA ANALÓGICA



Fonte: O próprio autor

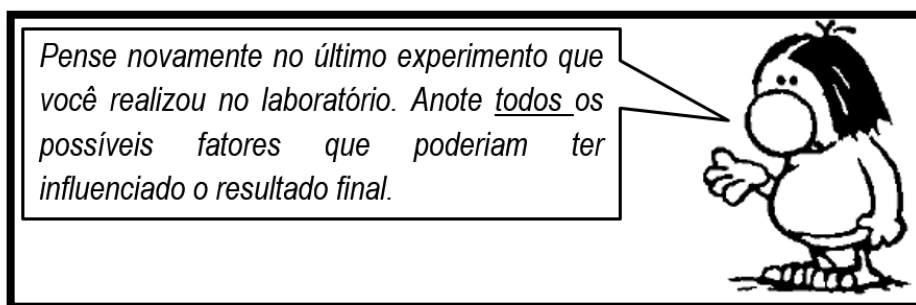
FIGURA 11 – BALANÇA DIGITAL



Fonte: O próprio autor

Para a segunda parte dessa atividade, foi solicitado aos grupos repensarem os fatores que poderiam ter influenciado o experimento realizado na Avaliação Diagnóstica 1. Foi evidenciado pelo docente que um dos propósitos fundamentais da atividade científica diz respeito a obter conhecimento sobre uma quantidade e um aspecto importante de todo o trabalho experimental envolve decidir quais as medidas a tomar e em como identificar os fatores que poderiam influenciar no resultado de uma medição. Esses fatores podem estar relacionados com qualquer aspecto da experiência (o ambiente, a habilidade do pesquisador, o instrumento utilizado, etc.) tudo influencia contra a obtenção de um resultado "perfeito", conforme a Figura 12:

FIGURA 12 – REPENSANDO OS FATORES QUE INFLUENCIAM NO RESULTADO FINAL



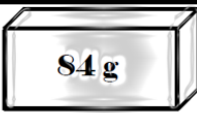
Fonte: O próprio autor

2.4.6 Conceitos Básicos e Coleta de Dados Experimentais

Este conjunto de atividades teve o objetivo de des envolver os procedimentos para a tomada e registro de medições científicas dentro do Paradigma de C onjunto. Para isso, recorreremos a múltiplos registros de representações semióticas que desempenharam as funções de r efinar a interpretação e construir uma interpretação mais profunda por extensão, ou seja, por meio da generalização para novas situações dos conceitos estabelecidos nas atividades anteriores. O primeiro conceito explorado pelo docente foi de probabilidade, depois discutiu-se o s ignificado deste termo na leitura de escalas digitais e analógicas, com base em duas situações variando estado de conservação do mensurando com o mesmo valor indicado (Figuras 13 e 14) e n uma terceira situação variando os números de casas decimais exibidas por um display digital (Figura 15). Para a s ituação 3, perguntou-se também aos grupos o q ue seria possível fazer se quiséssemos obter uma leitura digital com mais casas decimais e se seria possível para projetar e construir uma balança eletrônica que indicasse uma leitura com um número infinito de casas decimais.

FIGURA 13 – SITUAÇÃO 1

Digamos que lhe é dado um bloco velho e gasto de metal no qual está marcado 84 g. Se você não têm permissão para pesar o bloco, quão certo que você vai estar de a massa do bloco é realmente 84 g?

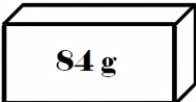


Dentro de qual dos seguintes intervalos é mais provável estar a massa: $83,95\text{ g} - 84,05\text{ g}$, $83,5\text{ g} - 84,5\text{ g}$, $83,0\text{ g} - 85,0\text{ g}$, $80,0\text{ g} - 90,0\text{ g}$? Explique.

Fonte: O próprio autor

FIGURA 14 – SITUAÇÃO 2

Digamos agora que o professor de física vem e dá-lhe um novo bloco brilhante que também está marcado 84 g. Examine dentro de qual dos seguintes intervalos é mais provável estar a massa:




83,95 g – 84,05 g, 83,5 g – 84,5 g, 83,0 g – 85,0 g, 80,0 g – 90,0 g? Explique.

Fonte: O próprio autor

FIGURA 15 – SITUAÇÃO 3

Vamos agora definir a balança digital para exibir **três dígitos** depois da vírgula (em gramas), ou seja, a balança irá mostrar a leitura com a aproximação de 0,001 g.

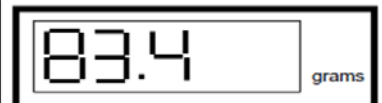
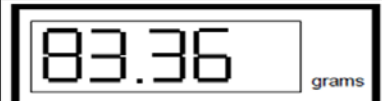
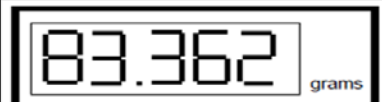


O que você vai registrar agora como a leitura no display? _____

Fonte: O próprio autor

Para auxiliar na compreensão do processo de medição estudado na situação 3, o docente explorou o uso de múltiplas representações por meio das funções que desempenham o display e o intervalo no qual o mensurando possa encontrar-se e, em cada caso, buscou-se evidenciar que a massa do bloco localiza-se em algum ponto do intervalo e a largura do intervalo reduz de tamanho conforme se aumenta a sensibilidade da balança eletrônica. A ideia era que os estudantes percebessem que, na prática, é impossível reduzir a largura do intervalo para zero e estabelecer que o "valor verdadeiro" de uma quantidade nunca pode ser conhecido. A relação entre as representações é mostrada na Figura 16, a seguir:

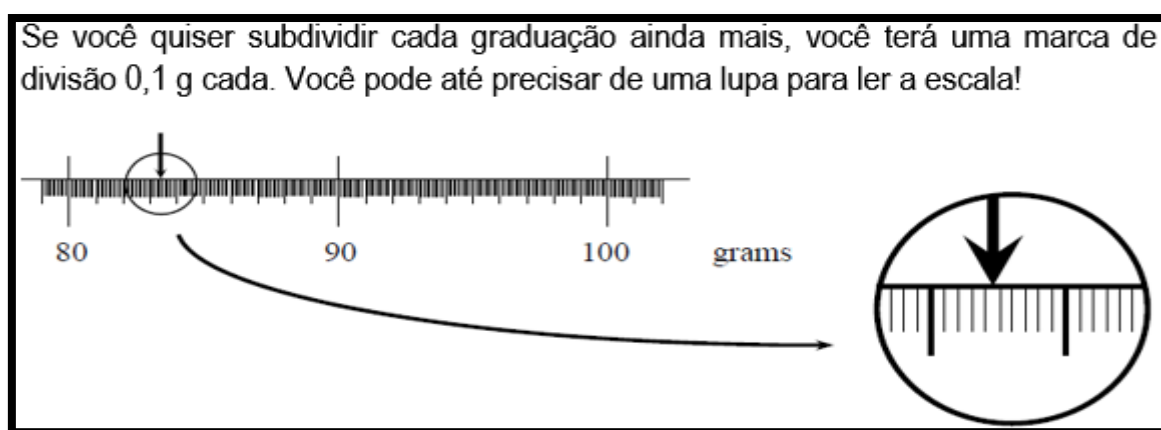
FIGURA 16 – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES

O display mostra:	Inferências sobre a massa do bloco:
	A massa do bloco encontra-se entre 83,35 g e 83,45 g.
	A massa do bloco encontra-se entre 83,355 g e 83,365 g.
	A massa do bloco encontra-se entre _____ g e _____ g.

Fonte: O próprio autor

O mesmo procedimento foi apresentado para uma escala analógica e buscou demonstrar os motivos práticos de se adicionar um número cada vez maior de subdivisões em uma escala analógica. De acordo com o exemplo usado na Figura 17, a escala torna-se demasiadamente pequena para ser lida, nesse sentido, os estudantes deveriam ser esclarecidos de que não importa qual escala analógica que o mesmo estaria lendo, sempre haverá um julgamento sobre qual é o último dígito.

FIGURA 17 – LIMITES DE UMA ESCALA ANALÓGICA



Fonte: O próprio autor

Conseqüentemente, o próximo passo direcionou-os a pensar sobre a importância de escolher um procedimento de medição e um instrumento apropriado para realizar a medição. Por fim, a realização da **Atividade Prática 1** (Apêndice C) encerrou as discussões sobre os conceitos básicos da medição e auxiliou a verificar se a instrução multirepresentacional havia atingido de forma satisfatória seus objetivos até aquele momento com relação à compreensão do procedimento de coleta de dados. Essa atividade prática consistiu em medir uma peça de madeira e um pedaço de barbante com uma régua (escala analógica) e a tensão entre os terminais de uma bateria com um multímetro (escala digital).

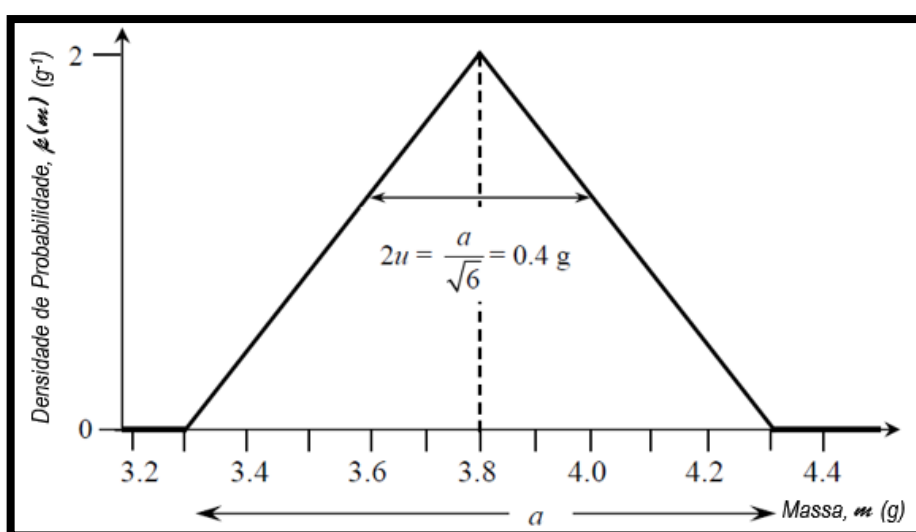
2.4.7 Processamento de Dados Experimentais, Incerteza Padrão, Funções de Densidade de Probabilidade

O conjunto de atividades delineadas nesta subseção tiveram o objetivo de construir uma compreensão mais refinada e aprofundada da Incerteza Padrão e das Funções de Densidade de Probabilidade (PDF) definidas no Capítulo 2, as quais compõem o tratamento estatístico dos dados experimentais.

As discussões iniciais a respeito do tratamento de dados centraram-se na compreensão do conceito de densidade de probabilidade, associando o conceito de probabilidade e o conceito geral de função de densidade. Para isso recorreremos à representação gráfica de uma função de densidade de massa como representação auxiliar na diferenciação progressiva do conceito de densidade de probabilidade. Para isso, foi solicitado que os grupos construíssem um gráfico densidade de probabilidade versus massa e demonstrassem que a área sob uma PDF é igual a 1.

As atividades subsequentes tiveram um caráter mais teórico do que prático. Buscou-se demonstrar, por exemplo, que o procedimento utilizado para realizar uma **inferência** (ou declaração) sobre o mensurando, a partir dos dados coletados, é baseado na **teoria da probabilidade** e que tal procedimento é derivado das recomendações baseadas no ISO que foram adotadas pela maioria dos órgãos internacionais de padronização como a IUPAP (União Internacional de Física Pura e Aplicada), a UIPAC (União Internacional de Química Pura e Aplicada), o BIPM (Escritório Internacional de Pesos e Medidas), entre outros. Outro ponto chave, foi a demonstração de que a posição do centro da PDF fornece o valor mais provável do mensurando (chamado de "melhor aproximação" do mensurando), conforme o Gráfico 1, a seguir. Com base no método algébrico e gráfico visou-se demonstrar também que a medida da qualidade da inferência sobre o mensurando relaciona-se com a largura média da PDF e é conhecida como Incerteza Padrão (símbolo u).

GRÁFICO 1 – FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE TRIANGULAR



Fonte: O próprio autor

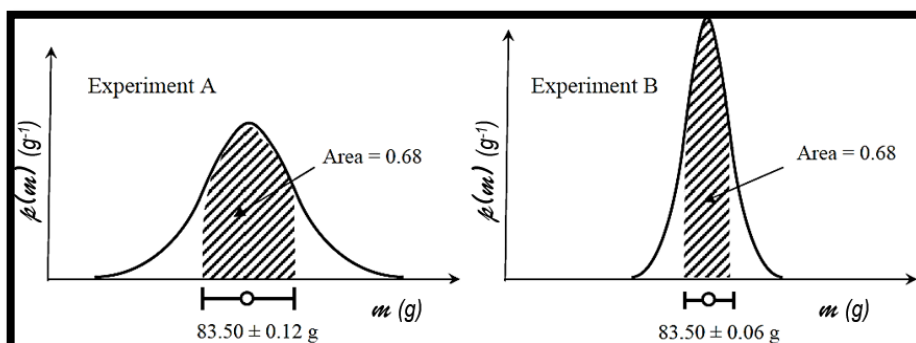
Nessa etapa da instrução, os grupos foram esclarecidos que para comunicar o resultado final de um experimento, a melhor maneira seria fornecer um diagrama completo da PDF final, como mostrado acima. Também foram orientados de que na prática científica geralmente são fornecidas determinadas informações a fim de resumir a Função Densidade de Probabilidade de uma determinada medição, tais como a **melhor aproximação** do mensurando (localização do centro da PDF) e a **incerteza padrão** (largura da PDF). Para verificar a compreensão desse procedimento de análise de dados, os grupos realizaram dois exercícios, nos quais o processamento de dados consistia trabalhar com casos de uma única medição digital e uma única medição analógica utilizando para tal fim, respectivamente, as PDF quadrada e triangular.

Uma pesquisa complementar breve foi solicitada a fim de estimular o debate sobre a existência de valores fixos e desprovidos de incertezas na natureza, como as constantes físicas. A ideia central era possibilitar os estudantes a compreensão de que uma constante física é uma grandeza física que acredita-se ser tanto geral na natureza quanto constante no tempo e a mesma não deve ser confundida com uma constante matemática, que é um valor numérico fixo mas não envolve diretamente qualquer medida física, sendo esta última não estão desprovidas de incertezas.

Em seguida, almejou-se avançar para o entendimento do conceito de **Probabilidade de Cobertura** ou **Intervalo de Confiança** a partir da comparação de dois experimentos A e B, conforme o enunciado abaixo.

- Duas experiências independentes foram realizadas com a finalidade de determinar a massa de um objeto. Os resultados finais das duas experiências são apresentados abaixo por meio de duas PDF Gaussianas, que são usadas para descrever todas as informações disponíveis sobre o mensurando em cada caso.

GRÁFICO 2 – INTERVALO DE CONFIANÇA: EXPERIMENTO A E EXPERIMENTO B.

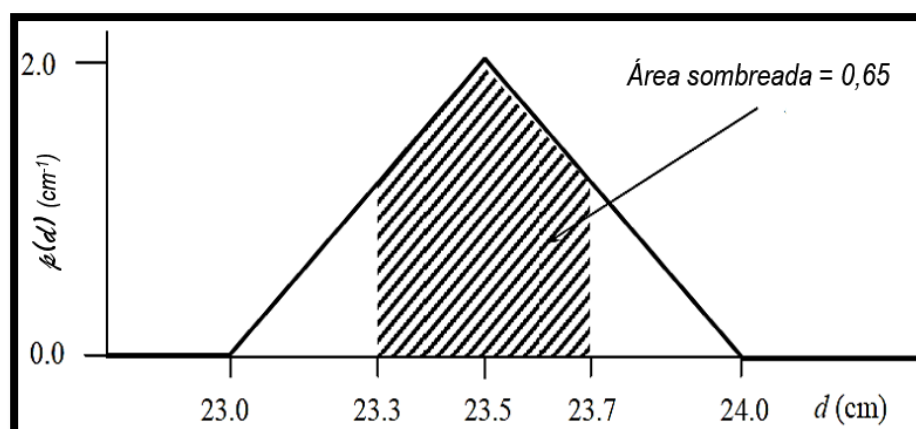


Fonte: O próprio autor

Os papéis desempenhados pelas múltiplas representações no esquema apresentado acima eram de refinar a interpretação a respeito do resultado final de uma medição e construir uma interpretação mais profunda do intervalo de confiança. Nesse caso, a região sombreada nas PDFs encontra-se dentro da área da incerteza padrão da melhor aproximação. A instrução multirepresentacional buscou auxiliar na compreensão de que a probabilidade de cobertura é uma medida da probabilidade de que o valor da grandeza medida situe-se entre $y - u$ e $y + u$, no qual y é a melhor aproximação e u é a incerteza padrão. Para verificar se houve compreensão do que havia sido discutido, os grupos responderam a seguinte atividade:

- Um grupo de estudantes está ocupado analisando os dados de seu experimento. Eles utilizam uma função densidade de probabilidade (PDF) para modelar o seu conhecimento sobre um mensurando d , conforme mostrado a seguir.

GRÁFICO 3 – FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE MENSURANDO D

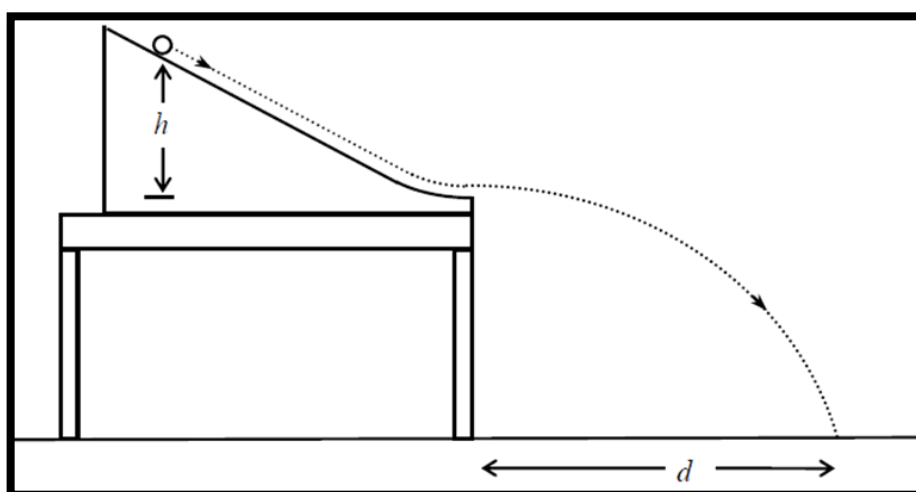


Fonte: O próprio autor

Para lidar com o tratamento dos dados experimentais que apresentavam dispersão (espalhamento) em um conjunto de sucessivas leituras de um mesmo mensurando, recorreu-se ao uso de múltiplas representações para complementar e aprimorar o processo de conversão dos dados experimentais desde a coleta até o tratamento estatístico. O objetivo pedagógico foi de estabelecer a relação entre as representações por meio das quais os estudantes transitam ao longo do processo de medição. Nesse caso, durante a instrução são inseridas duas representações simultaneamente: registro gráfico dos pontos e a tabela de dados.

Para essa atividade, considerou-se uma rampa de madeira fixada na borda de uma mesa. A partir da rampa, uma bola foi lançada a partir de uma altura h acima da mesa, conforme mostrado na Figura 18, a seguir.

FIGURA 18 – ESBOÇO DA SITUAÇÃO EXPERIMENTAL



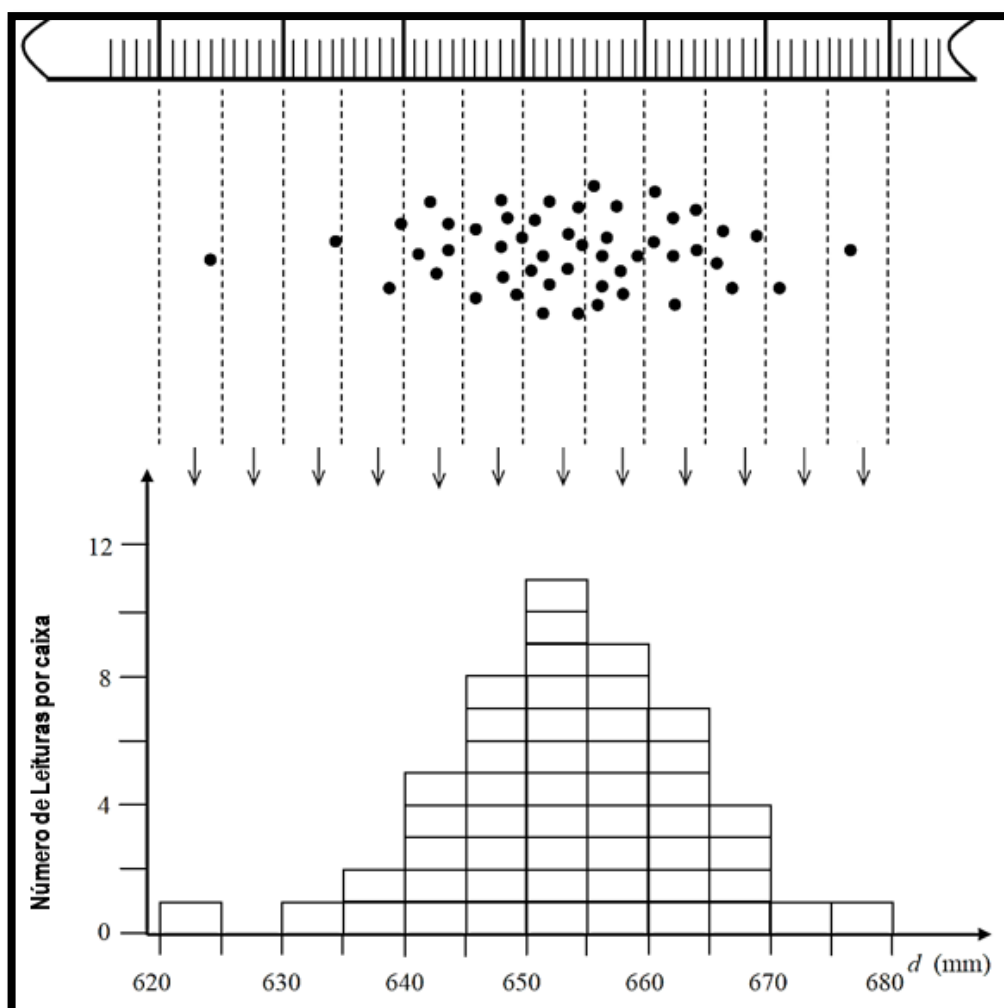
Fonte: O próprio autor

No lançamento, a bola saía da mesa com uma inclinação horizontal e atingia o chão a uma distância d da borda da mesa. Um papel especial foi colocado no chão para registrar a marca do local onde a bola atinge o solo. Os grupos registraram o valor obtido de d para cada lançamento utilizando uma régua como instrumento de medição principal em uma tabela. Entre um lançamento e o outro foram discutidos os possíveis resultados dos lançamentos posteriores visando compreender o motivo da dispersão dos dados. Os dados foram listados em conjunto com a "média corrente", que é a média calculada incluindo cada leitura.

Assim, o procedimento buscou observar como o valor médio oscilava quando haviam apenas algumas leituras e conforme aumentava-se o número de leituras, como a média se aproxima de um valor constante.

Com base no registro gráfico no papel milimetrado, foi solicitado aos grupos utilizar de uma função densidade de probabilidade adequada para modelar o conhecimento sobre o mensurando. Para refinar o entendimento do processamento dos dados experimentais, uma representação intermediária (histograma) foi inserida para auxiliar na conversão da tabela para a representação gráfica da Função densidade de probabilidade Gaussiana. O processo de conversão dos pontos em uma distribuição normal no histograma foi elaborado conforme ilustrado na Figura 19, mostrada na sequência:

FIGURA 19 – FORMAÇÃO DO HISTOGRAMA



Fonte: O próprio autor

Com a inclusão do histograma, pretendeu-se demonstrar que a forma do histograma assemelha-se com uma distribuição em forma de sino, característica da curva normal ou gaussiana. Uma vez que os recursos didáticos direcionavam a escolher a PFD Gaussiana para modelar os dados experimentais, a melhor aproximação do mensurando (neste caso, a distância alcançada pela bola) foi dada pela média dos dados de \bar{d} (Equação 1) e a incerteza padrão associada com a dispersão nos dados é dada pelo desvio padrão experimental da média $s(\bar{d})$ (Equação 2):

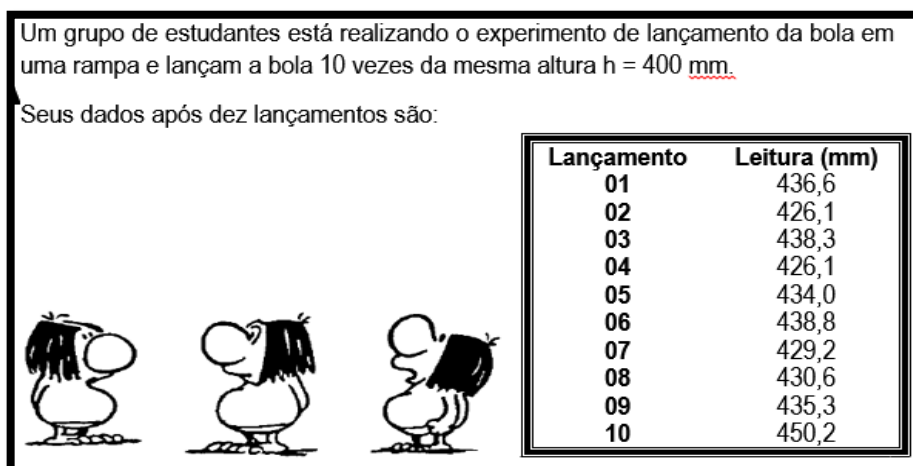
$$\bar{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \quad (1) \qquad s(\bar{d}) = \frac{s(d)}{\sqrt{N}} \quad (2)$$

A sequência de ensino visou demonstrar matematicamente como determinar a incerteza de uma série de medidas dispersas partindo da equação da **variância** $\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2$ e, por conseguinte, a equação do desvio padrão experimental (3), a qual corresponde à raiz quadrada da variância:

$$s(d) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2} \quad (3)$$

Pra finalizar a atividade, buscou-se demonstrar que a incerteza padrão associada com a dispersão dos dados é dada pelo desvio padrão experimental da média $s(\bar{d})$. Salientou-se também que desvio padrão experimental da média $s(\bar{d})$ é a largura média de uma PDF Gaussiana, a qual não deve ser confundida com a curva Gaussiana que os estudantes traçaram nos histogramas anteriores. Para verificar a compreensão do assunto, os grupos deveriam aplicar os conceitos e procedimentos discutidos em um exemplo no qual deveriam registrar o seu resultado final da medição para d , conforme a Figura 20, a seguir:

FIGURA 20 – AVALIAÇÃO DA INCERTEZA: TIPO A



Fonte: O próprio autor

2.4.8 Comparação de Dados Experimentais

Na seção anterior, a instrução laboratorial buscou estimular a evolução conceitual dos grupos de participantes ao modelar o conhecimento sobre um mensurando usando uma função matemática chamada de função densidade de probabilidade (PDF). A proposta didática apoiou-se na inserção de novas representações semióticas para auxiliar no processo de aprendizagem a fim de que a abordagem probabilística da medição proporcionasse um modo mais consistente de realizar inferências baseadas em dados de uma quantidade física que está sendo medida (o mensurando), que incluiu quantificar o nível de confiabilidade que está ligado à inferência.

Na presente seção, delineamos as disposições finais da instrução laboratorial, a qual direcionou-se à comparação de dados dentro do Paradigma de Conjunto. Para isso, as atividades de ensino estiveram voltadas para o refinamento de conceitos e procedimentos científicos envolvidos na comparação de dados e para a compreensão completa do processo de medição. Para incentivar os participantes a explicitarem suas concepções sobre leitura e o resultado final de uma medição, os grupos foram questionados sobre qual a diferença entre as leituras e o resultado do experimento. De forma complementar, e na tentativa de refinar a compreensão das ações e raciocínios presentes na medição, utilizou-se o fluxograma da Figura 5 (p. 56) como representação semiótica que sintetiza todo o processo de medição.

Tendo em vista que, com frequência, a determinação de uma grandeza na realização de um experimento científico (como a velocidade, por ex.), depende da associação de duas ou mais variáveis (espaço e tempo), a instrução laboratorial buscou construir uma compreensão mais aprofundada da propagação de incertezas. Para isso, o docente apresentou alguns exemplos de soluções para a equação geral da propagação de incertezas. A fórmula geral apresentada permite calcular a incerteza associada uma grandeza R a partir de um conjunto de medidas de N outras quantidades w_1, w_2, \dots, w_N , conforme a equação geral abaixo:

$$u(R) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(u(w_i) \frac{\partial f}{\partial w_i} \right)^2} \quad (+\text{termos correlacionados})$$

Nesse sentido, buscou-se esclarecer os participantes de que a incerteza $u(R)$ pode ser obtida a partir da combinação de cada incerteza padrão individual u_i , quer sejam resultantes de avaliações do Tipo A ou Tipo B. Os grupos puderam exercitar o conteúdo abordado por meio de dois exemplos relacionados com a Física: determinação da atividade radioativa de uma amostra (sendo associadas as incertezas da amostra e da radiação de fundo) e o valor da gravidade por meio de um pêndulo (sendo associadas as incertezas do período de oscilação e do comprimento do pêndulo). Este último exemplo é exibido na Figura 21, a seguir.

FIGURA 21 – EXEMPLO PROPAGAÇÃO DA INCERTEZA

Vamos supor que estamos tentando medir a aceleração da gravidade local g , observando o período T de um pêndulo de comprimento L . Determinamos que:
 $T = 0,763 \pm 0,021 \text{ s}$ (onde $u(T)$ resulta de uma avaliação do Tipo A da incerteza)
 $L = 0,1430 \pm 0,0029 \text{ m}$ (onde $u(L)$ resulta de uma avaliação do Tipo B da incerteza).

Para determinar g , usamos a fórmula: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ou $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

$g = \text{_____} \text{ m/s}^2$ (utilizando as melhores aproximações para T e L fornecidas acima)

E quanto à $u(g)$, a incerteza padrão na medição de g ?

A partir da Tabela 7.1, a fórmula adequada para $u(g)$ =

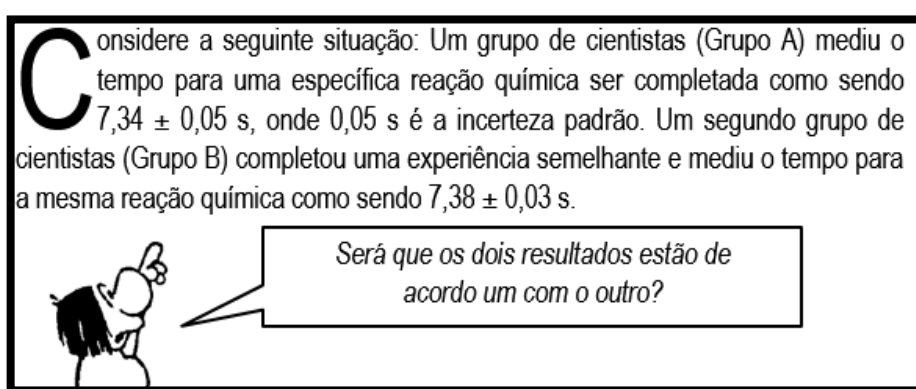
$$u(g) = \text{_____} \text{ m/s}^2$$

$$g = \text{_____} \pm \text{_____} \text{ m/s}^2$$

Fonte: O próprio autor

Após as discussões sobre a propagação de incertezas, buscou-se estimular as formas mais comuns de comparação de dados experimentais. Essa etapa da instrução laboratorial teve como objetivo demonstrar que as medições só podem ser comparadas significativamente se as incertezas associadas com cada medição são conhecidas. Além disso, pretendeu-se superar a visão do Paradigma Pontual de que os dados podem ser comparados dependendo de quão "próximo" ou "distante" as melhores aproximações pareçam estar uma da outra. Para isso, explorou-se o seguinte exemplo:

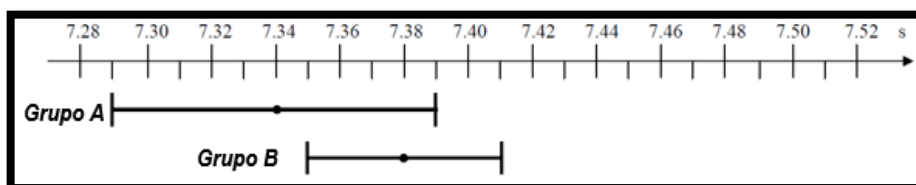
FIGURA 22 – EXEMPLO DE COMPARAÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS



Fonte: O próprio autor

Recorreu-se a um registro semiótico complementar para auxiliar aos processos cognitivos na compreensão do problema proposto representando intervalos em uma linha. Tal procedimento auxiliou a visualizar que os resultados dos Grupos A e B concordam-se dentro dos limites determinados de suas incertezas experimentais.

FIGURA 23 – COMPARAÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS: EXEMPLO 2

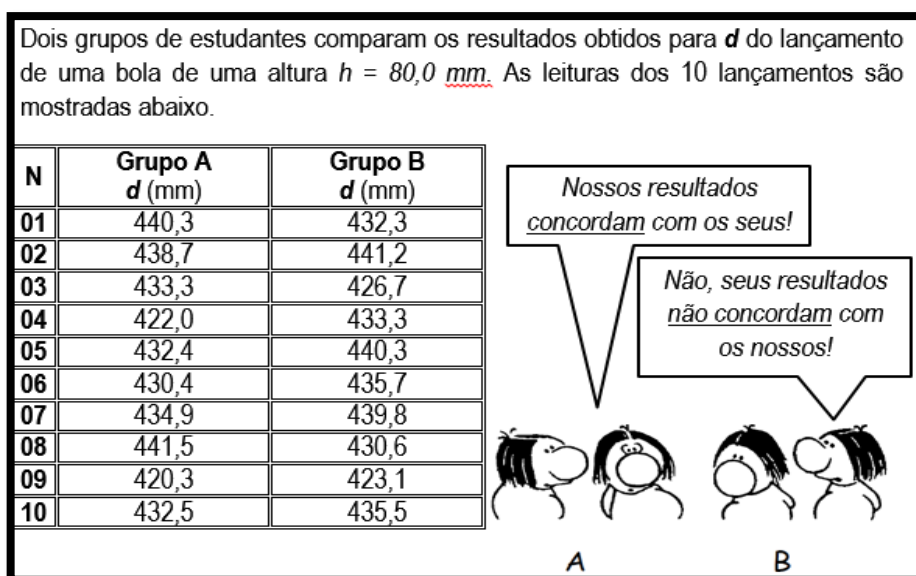


Fonte: O próprio autor

Posteriormente, discutiu-se os conceitos de repetitividade e reprodutibilidade de resultados de medições, os quais estão relacionados com o

grau de concordância entre os resultados de medições sucessivas de um mesmo mensurando realizadas, respectivamente, sob as mesmas condições de medição e sob condições variadas de medição. Salientou-se que uma declaração válida de reprodutibilidade exige a especificação das condições alteradas, a qual deve estar claramente delineada no relatório final de um experimento. Por fim, diferentes formas de registrar a incerteza também foram trabalhadas, tais como a Incerteza Relativa e Percentual. Para acompanhar o entendimento dos estudantes com relação ao tema, foram propostos a resolução de um conjunto de exemplos. Entre os exemplos citados, os participantes tinham de se posicionar entre duas afirmações, justificando a decisão com base nos resultados finais do tratamento estatístico dos dados.

FIGURA 24 – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS




Fonte: O próprio autor

Para verificar de modo mais preciso a coordenação da coleta, processamento e comparação de dados experimentais, uma atividade prática mais ampla foi realizada, a qual consistia em determinar, por meio de dois métodos distintos, a densidade de uma amostra de metal (cilindro de metal), comparando os resultados entre si e com uma tabela de densidades e responder se o material em questão era ouro puro. O Método 01 tratava-se da utilização de uma Balança e um Paquímetro e O Método 02 tratava-se da utilização de uma Balança e uma Proveta para determinar a densidade do metal.

FIGURA 25 – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS: ATIVIDADE PRÁTICA

Após terminar sua licenciatura em Ciências você acaba trabalhando como cientista no país da Bugstria. O rei da Bugstria precisa de uma nova coroa e ordenou ao seu joalheiro oficial para trazer uma amostra do metal que será usado em sua nova coroa. O joalheiro faz isso imediatamente e declara: "É ouro puro!". O rei não confia muito em seu joalheiro oficial e quer que você verifique se ele está sendo honesto determinando a densidade da amostra (um pequeno cilindro):



Você decide recorrer a dois diferentes métodos e comparar os resultados entre si e com a tabela de densidades abaixo. Os valores tabelados das densidades de alguns metais (em g/cm^3) retirados do manual "Handbook of Chemistry and Physics" (72nd Edition, CRC Press). A incerteza padrão para cada valor é inferior a $0,001 \text{ g/cm}^3$.

Alumínio	2,70	Ferro	7,87
Cobre	8,96	Zinco	7,14
Prata	10,5	Estanho	7,30
Platina	21,4	Ouro	19,3
Chumbo	11,3	Urânio	19,1

Fonte: O próprio autor

Após esta atividade prática, algumas fontes de incerteza ainda não haviam sido consideradas, como a calibração interna do instrumento, por exemplo. Para isso o conceito de **orçamento de incertezas** foi introduzido. Um **orçamento de incertezas** diz respeito a uma avaliação (geralmente apresentada sob a forma de uma tabela) de todas as contribuições de incerteza em uma medição em particular (juntamente com estimativas numéricas). Duas atividades foram propostas para o refinamento do assunto: 1) o orçamento de incertezas para uma única leitura de um voltímetro analógico e; 2) a dispersão em conjunto de leituras digitais. Para isso foram consideradas outras fontes de incerteza, como a calibração interna de um cronômetro. Para dar suporte cognitivo aos participantes, os componentes de incerteza foram organizados de acordo com a Tabela 5, a seguir, que pretende facilitar a compreensão do cálculo da **incerteza padrão combinada** u_c para o resultado da medição do tempo. Por conseguinte, depois de ter determinado todas

as possíveis fontes de incerteza e atribuído um valor numérico para cada uma, os estudantes foram estimulados a construir sua própria tabela de orçamento de incertezas.

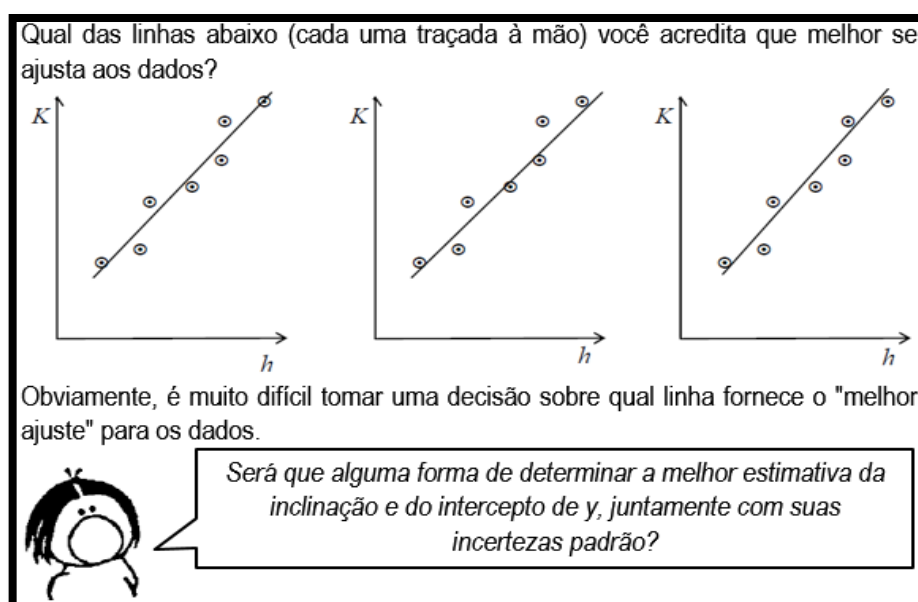
TABELA 5 – EXEMPLO DE ORÇAMENTO DE INCERTEZA PARA AS LEITURAS DE TEMPO

Elemento de Incerteza	Incerteza Padrão (s)	Tipo de Avaliação
$u(T_{dispersão})$	0,010 s	Tipo A
$u(T_{calibração})$	0,0051 s	Tipo B
Incerteza Padrão Combinada		
$u_c(T) = \sqrt{(0,010)^2 + (0,0051)^2} = 0,011 \text{ s}$		

Fonte: O próprio autor

Na tabela anterior, as incertezas resultaram tanto de avaliações do Tipo A quanto do Tipo B, sendo cada fonte de incerteza listada juntamente com a sua incerteza padrão e combinadas para fornecer um intervalo de confiança mais refinado. Na etapa final da instrução laboratorial, considerou-se o tratamento da representação gráfica por meio de funções lineares, uma vez que os gráficos lineares são particularmente convenientes e importantes para a análise de dados experimentais e estão presentes na maioria dos tratamentos estatísticos destes dados.

FIGURA 26 – INCERTEZA PARA LANÇAMENTOS E GRÁFICOS LINEARES



Fonte: O próprio autor

A Figura 26 representa a parte inicial da problematização do processo de ajuste de uma reta a um conjunto de dados, que consistiu em estimular os

participantes a comparar diferentes representações gráficas da reta média para o mesmo conjunto de dados. Pretendeu-se explicitar as limitações da representação gráfica para decidir qual reta melhor se ajusta aos dados. Em seguida, considerou-se apresentar mais detalhadamente o método dos mínimos quadrados, pois o mesmo aplica-se para o ajuste de uma reta a um conjunto de pontos, além de adequar-se ao nível de ensino desejado na instrução laboratorial.

Os participantes foram instruídos que o Princípio dos Mínimos Quadrados determina o valor mais provável de qualquer quantidade obtida a partir de um conjunto de medições, escolhendo o valor que minimiza a soma dos quadrados dos desvios destas medições, ou seja, a quantidade $S = \sum d_i^2 = \sum (y_i - (mx_i + c))^2$. Para ajustar uma reta $y = mx + c$ a uma série de dados pontuais (ou seja, medições de y e x), o método dos mínimos quadrados considera a diferença entre y (conhecido como “ponto de referência”) e $mx + c$ (conhecido como “ajuste”). Nesse caso, o “desvio” de cada ponto deve ser dado por: $d_i = y_i - (mx_i + c)$ e a soma dos quadrados dos desvios é dada por:

$$S = \sum d_i^2 = \sum \{y_i - (mx_i + c)\}^2$$

para $i = 1$ até n , onde n é o número de medições que se tem disponível para o ajuste. Ao expandir essa expressão se obtém:

$$s = \sum y_i^2 + 2m \sum x_i y_i - 2c \sum y_i + m^2 \sum x_i^2 + 2mc \sum x_i + nc^2$$

O Princípio dos Mínimos Quadrados afirma que a melhor escolha para m e c é aquela que minimiza S , ou seja, $\frac{\partial S}{\partial m} = 0$ e $\frac{\partial S}{\partial c} = 0$. A solução para estas duas equações fornece a equação para u , c , $u(m)$ e $u(c)$, conforme a Figura 27, a seguir:

FIGURA 27 – EQUAÇÕES DOS MÍNIMOS QUADRADOS

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$c = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i y_i \sum x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$u(m) = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \left(\frac{n}{n-2} \right)}$$

$$u(c) = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 \sum x_i^2}{n (n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)} \left(\frac{n}{n-2} \right)}$$

$$d_i = y_i - (mx_i + c)$$

Fonte: O próprio autor

Para os objetivos da instrução laboratorial, as equações para mínimos quadrados representavam o avanço conceitual mais aprofundado, que exigiu do estudante relacionar um certo número de operações matemáticas para representar graficamente a reta que melhor se ajusta ao conjunto de dados disponíveis. Para exemplificar e evidenciar possíveis dificuldades na compreensão do assunto, os participantes foram estimulados a solucionar o problema da Figura 28:

FIGURA 28 – APLICANDO O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Digamos, por exemplo, que numa experiência você mediu os seguintes dados que estão linearmente relacionadas entre si sob a forma $K = mh + c$.

Você mediu valores de h (seus valores de x) e K (seus valores de y) e precisa determinar m , c , $u(m)$ e $u(c)$.

h(m)	0,0	1,0	2,0	3,0
K(m)	2,1	3,3	3,8	4,5

Fonte: O próprio autor

Como o processo de determinação m , c , $u(m)$ e $u(c)$ do problema anterior apresentava um grau de dificuldade também relacionado com os signos presentes em cada equação exposta na Figura 27, uma representação gráfica do tipo tabela foi inserida a fim de auxiliar os participantes realizar os passos de cada equação pouco a pouco.

FIGURA 29 – EXEMPLO DAS TABELAS AUXILIARES

	x	y	xy	x^2		x	$mx + c$	d	d^2
	0.0	2.1				0.0			
	1.0	3.3				1.0			
	2.0	3.8				2.0			
	3.0	4.5				3.0			
Σ									Σ

Fonte: O próprio autor

Para finalizar a instrução laboratorial e com o objetivo de verificar como os grupos estavam aplicando o método dos mínimos quadrados para o ajuste de retas recorreu-se ao experimento do oscilador massa-mola. Para tal experimento, os grupos tinham à disposição uma balança digital, uma mola suspensa a partir de um suporte; quatro cilindros de diferentes massas; um cronômetro. Primeiro, os grupos deveriam usar a balança para determinar as massas dos quatro cilindros e a massa da mola. Após este procedimento, foi solicitado que os mesmos registrassem o tempo necessário para 20 oscilações e calculassem o período de oscilação para cada um dos quatro cilindros. Com base nesses dados, os grupos deveriam construir um gráfico adequado para determinar a constante da mola. Como parte do processo de tratamento dos dados, foi solicitado aos grupos usar as equações dos mínimos quadrados manualmente para calcular a inclinação do gráfico construído e sua respectiva incerteza padrão. Além disso, para verificar a concordância dos resultados, foi solicitado aplicar o método dos mínimos quadrados utilizando um computador com um programa adequado para calcular m , c , $u(m)$ e $u(c)$ para os mesmos dados. É importante notar que neste processo de verificação, os valores obtidos deveriam ser idênticos aos valores obtidos utilizando as equações dos mínimos quadrados manualmente.

Metodologicamente argumentando, a instrução descrita ao longo desta seção esteve voltada para a modelagem e compreensão científica da medição por meio de atividades experimentais em um laboratório de Física aplicados com o auxílio de múltiplas representações semióticas que pretenderam servir de apoio cognitivo para a compreensão do processo de medição. No decorrer desta instrução pretendeu-se também que o estudante relatasse o resultado de uma medição científica por meio de constructos teóricos guiados pelo Paradigma de Conjunto, observando sempre as diretrizes estabelecidas pela abordagem probabilística da medição. Nesse sentido, os procedimentos explorados buscaram permitir com que os participantes fossem capazes de analisar os experimentos realizados de forma coerente aos métodos científicos, estimando numericamente as incertezas a partir da análise de todos os fatores que, de algum modo, influenciaram nessas experiências. Os participantes foram estimulados a expressarem a incerteza juntamente com a melhor aproximação da medição, os quais compõem o resultado da medição e estão em consonância com o Paradigma de Conjunto.

2.5 ESTUDO LONGITUDINAL

O estudo longitudinal (WHITE; ARZI, 2005) proposto para esta investigação foi escolhido em virtude de ser um método de pesquisa mais adequado para responder a primeira questão de pesquisa “*Qual Categoria de Compreensão Conceitual da Medição que os grupos de estudantes participantes atingem quando submetidos uma estratégia de ensino multirepresentacional em um laboratório de Física?*”. Tal aporte metodológico pretende também auxiliar a descrever os caminhos de Compreensão Conceitual por permitir analisar as variações nas características dos grupos de participantes no decorrer de seis meses em três momentos distintos de avaliação comparáveis entre si.

- Avaliação Diagnóstica 1 – pré-teste;
- Avaliação Diagnóstica 2 – pós-teste;
- Avaliação Diagnóstica 3 – teste de retenção;

Na análise do desempenho dos grupos em cada Avaliação Diagnóstica será aplicado o referencial teórico-analítico (Quadro1) proposto na fundamentação teórica e pretende-se estabelecer qual categoria de compreensão conceitual da Medição os grupos se enquadram nas referidas avaliações. Conforme delineado teoricamente, o Quadro 1 apresenta a descrição dos critérios estabelecidos para cinco tipos de categorias de compreensão conceitual da medição, sendo tais categorias consideradas em um *continuum* desde os Fragmentos Alternativos, menos científicos, para a Compreensão Científica, que implica em coordenar todos os aspectos do Paradigma de Conjunto. É importante lembrar que cada categoria é composta por um subconjunto de entendimentos classificados como científicos ou alternativos.

Além disso, uma análise quantitativa será realizada por meio do Teste de Sinais com pares de dados por meio dos valores numéricos (N) atribuídos para cada categoria de compreensão conceitual comparando a evolução das Categorias de Compreensão Conceitual nos três momentos listados acima. O grau de evolução/decaimento/estabilidade expressos entre os momentos de avaliação AD1, AD2 e AD3 foram combinados de forma de compor os caminhos de compreensão

conceitual dos grupos participantes da pesquisa. Os detalhes de cada etapa do estudo longitudinal serão delimitados nas subseções a seguir.

2.5.1 Procedimentos Metodológicos para Avaliação Diagnóstica 1

A presente seção caracteriza a primeira avaliação para aplicação do referencial analítico na seção 1.6 (Quadro 1) proposto para identificar as Categorias de Compreensão Conceitual de quatro grupos de participantes da investigação em um momento inicial da progressão de aprendizagem, denominada, nessa pesquisa de Avaliação Diagnóstica 1(AD1). Para a referida Avaliação Diagnóstica, os grupos tinham à disposição um conjunto de instrumentos de medição (Réguas, Paquímetros, Balanças Analógicas, Provetas Graduadas) que permitiam determinar a densidade de um objeto regular composto de metal por meio de dois métodos distintos. Foi requisitado que os mesmos determinassem a densidade do objeto fornecido por qualquer um dos métodos escolhido a seu critério o mais acuradamente possível, sendo guiados pelo valor tabelado previamente esclarecido para os mesmos.

$$(\rho_{\text{LATÃO}} = 8,6 \text{ g/cm}^3).$$

Para a atividade proposta nessa avaliação fomos guiados pelos resultados da pesquisa de Laború et. al (2012). Tem mostra que estudantes obtêm medidas experimentais com melhor acurácia quando guiados por um valor experimental pré-fixado pelo professor, neste caso, o valor da densidade do latão. Assume-se que conhecer previamente o valor da medida a ser obtida em um experimento faça com que os estudantes obtenham medidas com maior acurácia, pois ficam mais atentos e cautelosos com os procedimentos, refazendo-os quando a medida se desvia do valor por eles esperado, caso mais difícil de acontecer se eles desconhecem o valor do que estão medindo, resultando, por consequência, em um maior tempo de dedicação à atividade experimental (*ibid.*). Após determinarem a referida densidade, foi solicitado que respondessem a questões referentes aos procedimentos adotados pelo grupo, na ordem abaixo:

1. *O grupo repetiu as leituras da massa e/ou volume? Quantas vezes? Por quais motivos?*
2. *Quais critérios foram usados para escolher o método de medição?*
3. *Compare seu resultado com o valor tabelado da densidade do material fornecido. O que o grupo pôde concluir a partir da experiência?*

4. *Você acredita que poderia medir a densidade “verdadeira” do material dessa forma? Você é capaz de pensar em uma forma de determinar o “valor verdadeiro”? Explique sua resposta.*
5. *Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.*

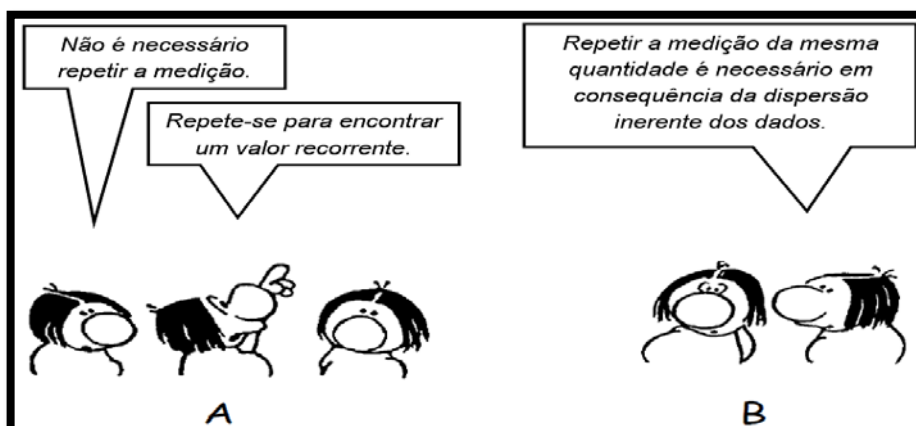
A resposta dessas questões pretendem compor a classificação da Categoria de Compreensão Conceitual da Medição, a qual define as ações e raciocínios dos grupos em um momento inicial da instrução laboratorial ao qual os grupos seriam submetidos, conforme já explicitado na seção 2.4.

2.5.2 Procedimentos Metodológicos para Avaliação Diagnóstica 2

A atual seção caracteriza a reaplicação do referencial analítico proposto para identificar as Categorias de Compreensão Conceitual dos quatro grupos participantes da investigação (Grupos A, B, C e D) em um momento final da progressão de aprendizagem, denominada de Avaliação Diagnóstica 2 (AD2).

Para essa Avaliação Diagnóstica, os grupos tinham de demonstrar os seus entendimentos sobre medição e posicionar-se frente a um conjunto de afirmativas feitas em um diálogo entre dois grupos (A e B) que expressavam conceitos do Paradigma Pontual e do Paradigma de Conjunto, conforme ilustrado nas Figuras 30, 31, 32, 33, 34 e 35, os quais deveriam também justificar detalhadamente os motivos de cada escolha. Dessa maneira, a primeira questão consistia em discutir internamente entre os membros do grupo e chegar a um consenso do significado que atribuíam à medição (Questão 1). As demais questões (de 2 a 7) discutiam sobre a coleta, processamento, comparação de dados experimentais, assim como a incerteza e apresentação dos resultados experimentais, visando esclarecer qual entendimento tinham alcançado com relação ao assunto.

FIGURA 30 – AFIRMAÇÕES SOBRE A COLETA DE DADOS EXPERIMENTAIS



Fonte: O próprio autor

FIGURA 31 – AFIRMAÇÕES SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS I



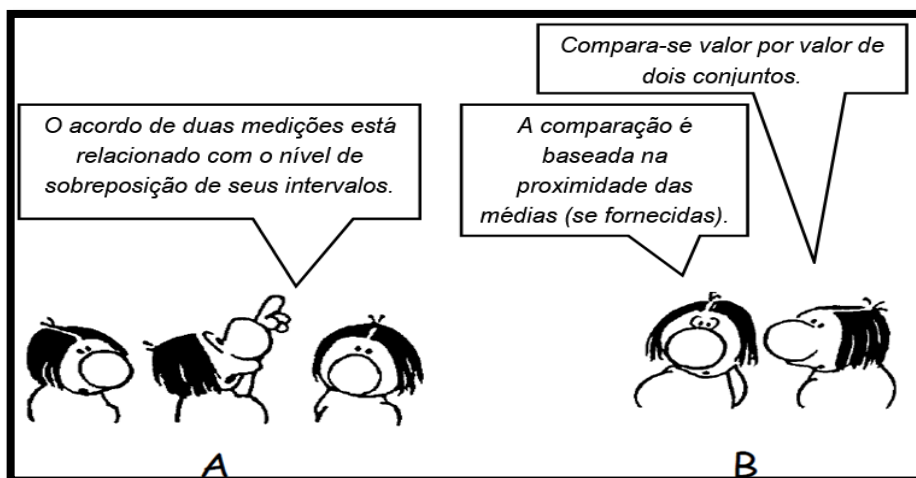
Fonte: O próprio autor

FIGURA 32 – AFIRMAÇÕES SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS II



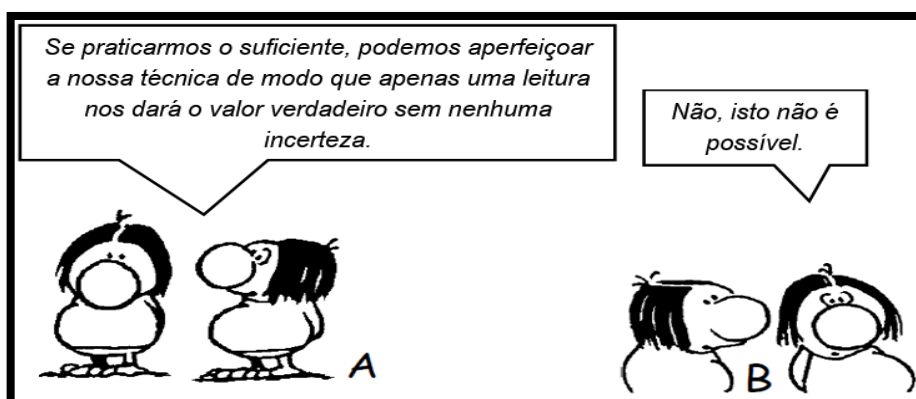
Fonte: O próprio autor

FIGURA 33 – AFIRMAÇÕES SOBRE A COMPARAÇÃO DE DADOS



Fonte: O próprio autor

FIGURA 34 – AFIRMAÇÕES SOBRE AS INCERTEZAS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO



Fonte: O próprio autor

FIGURA 35 – AFIRMAÇÕES SOBRE A APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS



Fonte: O próprio autor

As produções completas apresentadas nas subseções seguintes referem-se a transcrição das respostas dos Grupos A, B, C e D, respectivamente, sendo apresentadas na íntegra no **Apêndice D** deste volume. Com base nas declarações realizadas nesta atividade, pôde-se construir um quadro que associa os raciocínios presentes em cada etapa da medição de cada grupo mencionado nas próximas subseções.

2.5.3 Procedimentos Metodológicos para Avaliação Diagnóstica 3

Essa subseção caracteriza a aplicação do referencial analítico proposto para identificar as Categorias de Compreensão Conceitual dos Grupos A, B, C e D participantes da investigação quatro semanas após o término da instrução multirepresentacional, denominada de Avaliação Diagnóstica 3. Na Avaliação Diagnóstica 3 (AD3), os grupos deveriam determinar o resultado final relativo ao tempo que Kirani James (medalha de ouro) levou para percorrer os 400m rasos na final realizada no Estádio Olímpico nos Jogos Olímpicos de Londres 2012, assim como sua velocidade média, considerando também as respectivas incertezas. Para a realização dessa atividade os participantes tinham disponível um cronometro digital e um vídeo com a gravação da corrida. É importante salientar que os participantes eram guiados pelo resultado oficial da prova, conforme a estratégia de Lubber-Millar (1996). O comprimento de uma pista oficial de atletismo possui uma incerteza fixa, enquanto para a variável “tempo” os participantes deveriam lidar com diversos fatores, os quais contribuíram para determinar o intervalo de incerteza dessa medição. Algumas informações relevantes foram passadas, tais como incerteza padrão associada com a calibração interna do cronômetro (0,1 %), a incerteza padrão associada com o comprimento da pista (0,05 %) e o tempo de reação para o acionamento do cronômetro, (0,1 segundos – valor médio entre todos os participantes). O registro dos dados foi feito na forma de tabela e posteriormente analisados.

Após a coleta e organização de dados em uma tabela, os grupos elaboraram um Relatório Final, no qual deveriam listar todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição, construir um gráfico histograma para representar os dados experimentais, construir uma tabela para o orçamento de incertezas considerando todos os elementos de incerteza e o respectivo tipo de avaliação da

incerteza, calcular a incerteza padrão combinada para o tempo, calcular a propagação da incerteza da velocidade e representar o resultado final para a velocidade. O propósito do relatório final elaborado pelos grupos foi o de comunicar os objetivos, procedimentos e resultados da medição realizados com base na teoria probabilística evidenciando as etapas de coleta, processamento e comparação dos dados experimentais.

2.5.4 Procedimentos Metodológicos para Teste de Sinais com Pares de Dados

Nessa subseção definiu-se a análise estatística dos dados que tem por objetivo auxiliar na avaliação da eficácia da instrução multirepresentacional. Para isso, as categorias de compreensão conceitual dos Grupos A, B, C e D foram comparadas estatisticamente em três momentos distintos. A compreensão conceitual dos grupos em relação à medição foi identificada por meio das respostas na Avaliação Diagnóstica 1 (AD1), Avaliação Diagnóstica 2 (AD2) e Avaliação Diagnóstica 3 (AD3). O pesquisador desenvolveu um esquema de codificação (Quadro1) para facilitar a pontuação do desempenho dos alunos ao classificar as Categorias de Compreensão Conceitual antes, imediatamente após e quatro semanas após a instrução laboratorial (ver subseções anteriores). Tais escores foram utilizados para fazer comparações estatísticas entre os grupos.

O Teste de Sinais com pares de dados (Wilcoxon Signed Ranks Test) foi realizado para determinar se houve uma diferença significativa entre os grupos com relação aos seus entendimentos conceituais sobre a medição entre Avaliação Diagnóstica 1 (AD1), Avaliação Diagnóstica 2 (AD2) e Avaliação Diagnóstica 3 (AD3), os quais também podem ser entendidos como pré-teste, pós-teste e teste de retenção, respectivamente.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados foi dividida cinco etapas, que são complementares entre si. A primeira etapa focou em uma análise inicial dos grupos A, B, C e D, descrita na seção 3.1. Os estudantes foram analisados de acordo com as discussões e conclusões dos grupos que faziam parte, sendo este encaminhamento analítico foi escolhido tendo em vista que as construções do Paradigma Pontual e de Conjunto (LUBBEN *et al.*, 2001; BUFFLER *et al.*, 2001) mantêm paralelo com o conceito *kuhniano* de paradigma (KUHN, 1987) e, neste estudo, conota um grupo de crenças, valores, técnicas etc., que são compartilhados pelos alunos quando ponderam sobre a medição ao longo da instrução multirepresentacional proposta no Capítulo 2. A segunda etapa tratou das contribuições da instrução multirepresentacional para a evolução conceitual do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto, evidenciando, em alguns momentos, as funções desempenhadas pelas múltiplas representações ao auxiliar no refinamento e/ou construção mais aprofundada dos entendimentos do Paradigma de Conjunto, assim como superar as dificuldades semióticas relacionadas ao processo de medição, ou seja, dificuldades relacionadas com a formação, tratamento e conversão dos registros de representações semióticas. A terceira e quarta etapa consistiram na reaplicação do referencial analítico para classificar as Categorias de Compreensão Conceitual, respectivamente, em um momento imediatamente após a instrução laboratorial (Avaliação Diagnóstica 2) e quatro semanas após o término da referida instrução (Avaliação Diagnóstica 3). Na quinta e última etapa, buscou-se determinar os Caminhos de Compreensão Conceitual da Medição, por meio do teste estatístico de sinais com pares de dados, baseados nos resultados das Avaliações Diagnósticas 1, 2 e 3, sendo cada etapa analisada separadamente nas seções seguintes.

3.1 ANÁLISE DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1

A presente seção caracteriza a aplicação do referencial analítico na seção proposto para identificar as Categorias de Compreensão Conceitual de quatro grupos de participantes da investigação em um momento inicial da progressão de aprendizagem, conforme definido nos procedimentos metodológicos na seção 2.5.1. Os dados a serem analisados nas subseções seguintes referem-se a transcrição das respostas dos Grupos A, B, C e D, respectivamente. As produções completas da Avaliação Diagnóstica 1, encontram-se no Apêndice B.

3.1.1 Avaliação Diagnóstica 1: Grupo A

QUADRO 2 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO A

Grupo A	
Método	Paquímetro e Balança Analógica
Tempo	63 Minutos
Resultado	$\rho_{LATAO} = 8,69 \text{ g/cm}^3$
1.	<i>"Sim, 2 vezes. A balança apresentou-se descalibrada durante boa parte das medições; também devemos levar em consideração as dúvidas nas medidas"</i>
2.	<i>"A precisão do instrumento e a facilidade na obtenção das medidas segundo discutido no grupo"</i>
3.	<i>"Houve um equívoco na parte de leitura do paquímetro e a balança encontrou-se descalibrada, diante destas circunstâncias nossa medida apresentou-se próxima ao tabelado"</i>
4.	<i>"Sim. Sim, com equipamentos mais calibrados e maior prática nas medições"</i>
5.	<i>"Balança descalibrada e imprecisa; maior número de amostras; utilização do paquímetro; tratamento do cálculo"</i>

Fonte: O próprio autor

Investigando o Grupo A, constatou-se que o procedimento associado à coleta apresenta-se no Paradigma Pontual, pois de acordo com a resposta do item 1, indica que a medição direciona a um único valor, ao invés de contribuir para um intervalo, nesse sentido, para o referido grupo, uma única boa medição seria suficiente. Apesar dos poucos dados coletados pelo grupo, o processamento dos dados caracterizou-se pelo Paradigma de Conjunto, quando os mesmos combinaram as medições efetuadas usando constructos teóricos para caracterizar o conjunto como um todo, no caso, o valor médio. Ao final, no momento da comparação dos valores obtidos com o valor teórico, os estudantes do grupo

afirmaram que “houve um equívoco na parte de leitura do paquímetro e a balança encontrou-se descalibrada, diante destas circunstâncias nossa medida apresentou-se próxima ao tabelado”. Tal afirmação, baseada na proximidade entre dois valores (compreensão alternativa à científica) e não entre intervalos (compreensão científica) indica novamente características do Paradigma Pontual. Ressalta-se que o grupo, apesar de conhecer os fatores que influenciaram o resultado, não souberam expressá-los numericamente, em termos de incertezas, representando um intervalo no qual o valor da densidade poderia encontrar-se. Assim, a categoria de compreensão conceitual apresentada pelo Grupo A pode ser definido como Alternativa com Fragmentos Científicos, pois inclui um subconjunto dos critérios de concepções alternativas indicada pela presença de fragmentos alternativos relacionadas ao Paradigma Pontual, com apenas um aspecto científicos do Paradigma de Conjunto.

3.1.2 Avaliação Diagnóstica 1: Grupo B

QUADRO 3 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO B

Grupo B	
Método	Paquímetro e Balança Analógica
Tempo	59 Minutos
Resultado	$\rho_{\text{LATÃO}} = 7,54 \text{ g/cm}^3$
1.	“Repetimos a medida da massa e das dimensões do cubo 4 vezes, cada uma sendo realizada por um membro do grupo e então fizemos a média e usamos o valor médio do volume e da massa, para maior precisão do experimento”
2.	“O mais comum, que é medir as dimensões do cubo com o uso do paquímetro, que era o instrumento mais preciso que havia na bancada e a balança foi usada para medir diretamente a massa”
3.	“A densidade teórica do latão é $8,6 \text{ g/cm}^3$ e encontramos $7,55 \text{ g/cm}^3$. Embora o método usado pelo grupo não esteja errado, o valor encontrado não condiz com o teórico”
4.	“Dessa forma não, pois pode estar ‘descalibrado’ o equipamento; usando equipamentos super precisos e muito bem calibrados e realizando as medidas muitas vezes para se ter uma média e o desvio”
5.	“Balança; o material do bloco; tem o erro do equipamento usado (paquímetro)”

Fonte: O próprio autor

Na análise do Grupo B foi constatado com base na resposta do item 1 que durante a coleta de dados, os integrantes do grupo consideraram cada medição como apenas uma aproximação do valor verdadeiro e os desvios do valor verdadeiro

foram considerados aleatórios, nesse sentido, as ações e raciocínios referentes a coleta de dados são consideradas como pertencentes ao Paradigma de Conjunto. Em relação ao processamento dos dados, o grupo também utilizou constructos teóricos do Paradigma de Conjunto para determinar a melhor aproximação do valor medido por meio do valor médio, considerando várias medições para formar uma distribuição que se agrupou em torno de valor em particular para cada variável medida (massa e volume) e por distintos instrumentos (balança, paquímetro e proveta graduada). O Grupo B concluiu que *“a densidade teórica do latão é 8,6 g/cm³ e encontramos 7,55 g/cm³. Embora o método usado pelo grupo não esteja errado, o valor encontrado não condiz com o teórico”*. Tal afirmação é baseada somente no valor médio, sendo que é necessário o desvio-padrão para definir um intervalo com o qual podemos relacionar tanto a melhor estimativa quanto a confiabilidade da medição. Conclui-se, portanto, que a comparação de dados é realizada com base no Paradigma Pontual. Por fim, podemos inferir que as ações e os raciocínios dos participantes do Grupo B encontram-se na categoria de compreensão conceitual Científica com Fragmentos Alternativos, pois possuem um subconjunto de aspectos do Paradigma de Conjunto, com no máximo um Fragmento Alternativo.

3.1.3 Avaliação Diagnóstica 1: Grupo C

QUADRO 4 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO C

Grupo C	
Método	Proveta Graduada e Balança Analógica
Tempo	47 Minutos
Resultado	$\rho_{\text{LATÃO}} = 8,41 \text{ g/cm}^3$
1.	<i>“Foram repetidas as medições 4x (uma por integrante) para o paquímetro e deslocamento da água na proveta, já para a balança foram apenas 2x. Os motivos foram p/ que diminuisse as chances de erro e obter um resultado mais preciso”</i>
2.	<i>“Optamos pelo paquímetro para obtermos um nível mais elevado de precisão já que este equipamento possui uma taxa de erro muito baixa”</i>
3.	<i>“Podemos concluir que o erro foi mínimo e chegamos muito perto do resultado esperado. Densidade do Latão: Esperado=8,6 g/cm³; obtida=8,4cm³”</i>
4.	<i>“Acreditamos que é possível medir de outra forma mudando a maneira de determinar o volume, pois existe 2 maneiras de se medir: direta e indiretamente”</i>
5.	<i>“Os possíveis erros estão no mau uso dos aparelhos, paralaxe, descalibragem do equipamento e o erro aleatório”</i>

Fonte: O próprio autor

O grupo C escolheu ambos os métodos disponíveis para determinar a densidade do latão. Apesar das medidas realizadas com cada instrumento terem sido repetidas, as ações do grupo indicaram que a medição direciona a um único valor, ao invés de contribuir para um intervalo. Conforme visto no Quadro 4, foram repetidas as medições uma vez por integrante utilizando-se do paquímetro, indicando, nesse caso, que uma única medição de qualquer membro do grupo seria suficiente para representar o mensurando. Tal raciocínio fica mais evidente quando realizam apenas 2 medições para a massa. Assim, as ações e raciocínios indicam a presença do Paradigma Pontual na coleta de dados. Em relação ao processamento dos dados, o grupo também realizou ações que indicam o Paradigma Pontual ao selecionar apenas um valor entre os dados coletados para representar todas as medições, que tem como ideia fundamental de que cada medição é independente de todas as outras e pode, a princípio, ser o valor verdadeiro. O resultado obtido pelo grupo C ($8,4 \text{ g/cm}^3$) foi próximo ao valor tabelado ($8,6 \text{ g/cm}^3$), sendo feita a seguinte afirmação pelo grupo: *“podemos concluir que o erro foi mínimo e chegamos muito perto do resultado esperado. Densidade do Latão: Esperado= $8,6 \text{ g/cm}^3$; obtida= $8,4 \text{ g/cm}^3$ ”*. É importante notar que tal resultado reforça a falsa ideia de que uma única boa medição seria suficiente, deixando evidente que o trabalho do grupo foi identificar o valor mais adequado, ou seja, mais próximo ao valor tabelado, entre aqueles dados obtidos experimentalmente. O processo de comparação dos dados, como visto, não buscou definir um intervalo com o qual podemos relacionar tanto a melhor estimativa quanto a confiabilidade da medição, sendo os valores comparados um a um, indicando, mais uma vez, o Paradigma Pontual. Nesse sentido, analisando o conjunto de ações e raciocínios presentes na medição do Grupo C, podemos afirmar que os membros desse grupo encontram-se na Categoria de Compreensão Conceitual “Fragmentos Alternativos” o qual inclui um subconjunto de entendimentos conceituais que estão em conflito com os aspectos científicos do paradigma de conjunto, sem conter fragmentos de conhecimento científico.

3.1.4 Avaliação Diagnóstica 1: Grupo D

QUADRO 5 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO D

Grupo D	
Método	Proveta Graduada e Balança Analógica
Tempo	56 Minutos
Resultado	$\rho_{\text{LATÃO}} = 8,12 \pm 0,04 \text{ g/cm}^3$
1.	"Sim, as medidas foram repetidas quatro vezes, para tornar os resultados mais exatos"
2.	"Para o volume foi utilizado a proveta por ser mais prático e rápido"
3.	"Considerando o nível de precisão dos materiais utilizados, o valor obtido foi próximo do valor tabelado"
4.	"Não é possível, pois os instrumentos possuem limitações na resolução"
5.	"A precisão dos instrumentos utilizados; erro na hora de tomar medidas por parte dos observadores; uniformidade interna do prisma"

Fonte: O próprio autor

Na coleta de dados do grupo D, os participantes utilizaram a balança e a proveta graduada para tomarem os dados experimentais, indicando que consideraram que cada medição é apenas uma aproximação do valor verdadeiro e os desvios do valor verdadeiro podem ser aleatórios, sendo assim, um conjunto de dados foram tomados com a finalidade de formar uma distribuição que se agrupou em torno de um valor em particular. Assim, a melhor informação a respeito do mensurando foi dada pela combinação das medições usando o valor médio e o desvio padrão para caracterizar o conjunto como um todo, indicando a presença do Paradigma de Conjunto tanto na coleta, quanto no processamento dos dados experimentais.

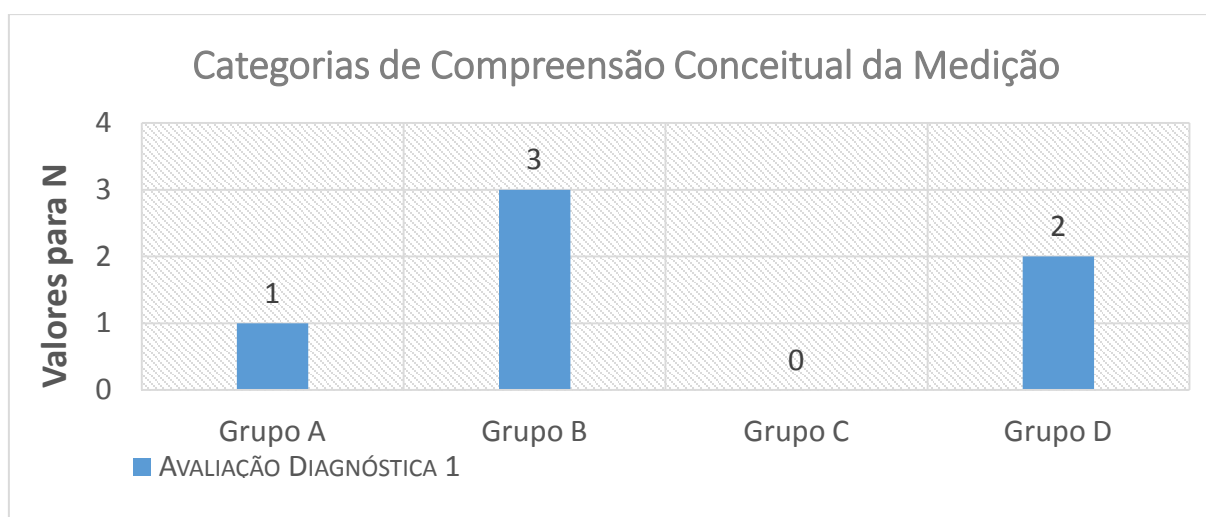
Ao comparar o valor determinado no processo de medição ($8,12 \pm 0,04 \text{ g/cm}^3$) e o valor tabelado, os participantes utilizaram um raciocínio relativo ao Paradigma Pontual, ao afirmarem que "*considerando o nível de precisão dos materiais utilizados, o valor obtido foi próximo do valor tabelado*". Tal afirmação não é satisfatória, uma vez que o valor tabelado encontra-se além do intervalo de incerteza determinado pelo grupo. Por fim, podemos inferir que as ações e os raciocínios dos participantes do Grupo D encontram-se na Categoria de Compreensão Conceitual Científica com Fragmentos Alternativos, pois possuem um

subconjunto de aspectos do Paradigma de Conjunto, com no máximo um Fragmento Alternativo pertencente ao Paradigma Pontual.

3.1.5 Síntese da Avaliação Diagnóstica 1

Nenhum dos grupos classificaram-se na Categoria de Compreensão Conceitual Científica da Medição. Nesse sentido podemos afirmar que nenhum deles foi capaz de coordenar todos os aspectos do Paradigma de Conjunto do Quadro 1. Apesar disso, não podemos afirmar que todos os grupos encontram-se no Paradigma Pontual, pois os mesmos apresentam características intermediárias de ambos os paradigmas, confirmando a hipótese prevista por Lubben *et al.* (2001). As Categorias de Compreensão Conceitual da Medição na Avaliação Diagnóstica 1 dos Grupos A, B, C e D estão resumidas na Gráfico 1 a seguir:

GRÁFICO 4 – CATEGORIA DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1



Fonte: O próprio autor

Ainda com relação às questões discutidas na Avaliação Diagnóstica 1, é importante voltarmos nossa atenção para as questões 4 e 5. Os participantes dos Grupos A, B e C, acreditam na existência de um “valor verdadeiro” que possa representar o mensurando, desde que tivessem acesso à equipamentos mais calibrados e tivessem maior prática nas medições, ou recolhesse um valor muito alto de dados experimentais e des envolvessem técnicas de análise de dados mais eficazes, logo a resposta à essas questões são enquadradas como pertencentes ao Paradigma Pontual. Por sua vez, o grupo D sustenta a crença de que não é possível obter um valor verdadeiro, pois os instrumentos possuem limitações na resolução,

ou seja, haverá sempre uma incerteza associada à medição, portanto seus entendimentos relacionados às questões 4 e 5 são classificadas como pertencentes ao Paradigma de Conjunto, no entanto, com base na resposta à questão 3, o grupo D comparou os dados com os raciocínios ancorados no Paradigma Pontual. Como visto, os grupos necessitam ainda aprimorar suas ações e raciocínios em direção a um Paradigma de Conjunto consistente, contudo, partem de categorias de compreensão distintas, de modo que os caminhos conceituais para a aprendizagem, sugeridas em Adadan *et al.* (2010) sejam, essencialmente, únicos a cada grupo, os quais serão aprofundados nas próximas seções.

3.2 EVOLUÇÃO CONCEITUAL DO PARADIGMA PONTUAL PARA O DE CONJUNTO

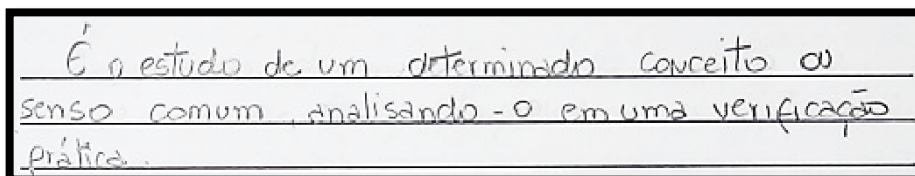
Nesta seção explora-se o potencial didático de uma estratégia de ensino multirepresentacional aplicada em um laboratório didático, com a finalidade de desenvolver habilidades analíticas associadas aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais dentro do paradigma de conjunto. Assim, buscamos descrever o andamento da estratégia de ensino, a qual está direcionada para evolução conceitual dos participantes a partir das Categorias de Compreensão Conceitual delineadas na seção 3.1 em direção à Compreensão Científica da Medição, evidenciando os papéis desempenhados das múltiplas representações semióticas nessa instrução.

Como visto, na seção anterior (3.1), as ações e raciocínios dos 4 grupos participantes da pesquisa não são as mais adequadas e necessitam de um refinamento teórico e analítico dos processos de medição, assim como um melhor entendimento sobre os propósitos da medição. Assim aplicamos uma estratégia de ensino baseada em múltiplas representações. Para melhor visualização e demonstração das atividades desenvolvidas, apresentamos os resultados das atividades, discussões e transcrições das produções escritas de quatro manuais pertencentes aos membros dos Grupos A, B, C e D. As atividades instrucionais propostas foram definidas na seção 2.4 do Capítulo 2 da presente tese.

3.2.1 Passo Inicial

Para a primeira questão (seção 2.4.2) “O que é um experimento”, as respostas dos grupos foram as seguintes:

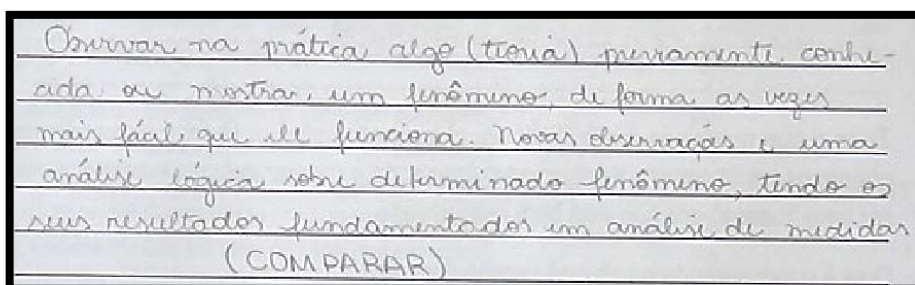
GRUPO A



É o estudo de um determinado conceito ou senso comum, analisando-o em uma verificação prática.

“É o estudo de um determinado conceito ou senso comum, analisando-o em uma verificação prática” – Grupo A

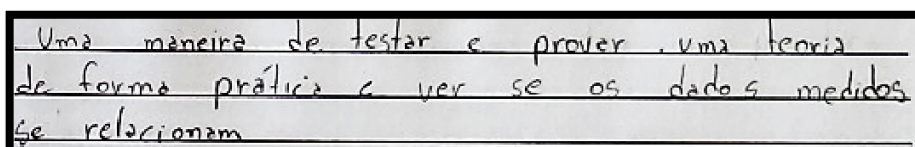
GRUPO B



Observar na prática algo (teoria) previamente conhecida ou mostrar um fenômeno de forma as vezes mais fácil que ele funciona. Novas observações e uma análise lógica sobre determinado fenômeno, tendo os seus resultados fundamentados em análise de medidas. (COMPARAR)

“Observar na prática algo (teoria) previamente conhecida ou mostrar um fenômeno de forma as vezes mais fácil que ele funciona. Novas observações e uma análise lógica sobre determinado fenômeno, tendo os seus resultados fundamentados em análise de medidas (comparar)” – Grupo B

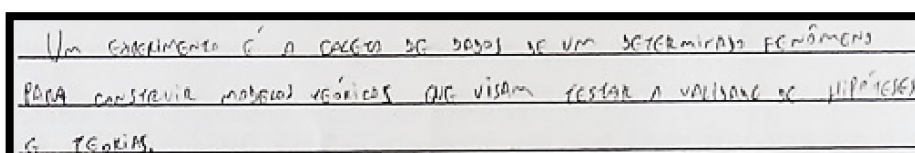
GRUPO C



Uma maneira de testar e provar uma teoria de forma prática e ver se os dados medidos se relacionam

“Uma maneira de testar e provar uma teoria de forma prática e ver se os dados medidos se relacionam” – Grupo C

GRUPO D



Um experimento é a coleta de dados de um determinado fenômeno para construir modelos teóricos que visam testar a validade de hipóteses e teorias.

“Um experimento é a coleta de dados de um determinado fenômeno para construir

modelos teóricos que visam testar a validade de hipóteses e teorias” – Grupo D

Para a segunda questão, “O que você entende sobre medição?”, os grupos ofereceram a seguinte resposta:

GRUPO A

Verificação das propriedades do objeto ou evento estudado.

“*Verificação das propriedades do objeto ou evento estudado*” – Grupo A

GRUPO B

É quantificar | medir.

“*É quantificar | medir*” – Grupo B

GRUPO C

É o ato de analisar e quantificar algum objeto ou fenômeno

“*É o ato de analisar e quantificar algum objeto ou fenômeno*” – Grupo C

GRUPO D

É o ato de calcular a razão de um determinado objeto ou fenômeno com um padrão.

“*É o ato de calcular a razão de um determinado objeto ou fenômeno com um padrão*” – Grupo D

Com base nas respostas para a primeira questão do Grupo A, C e D e nas declarações de todos os grupos para a segunda questão, podemos verificar que o conceito de medição não estava inteiramente claro para nenhum dos grupos. Apesar disso, a situação proposta estimulou os grupos a discutirem entre seus próprios membros e confrontarem suas conclusões para os demais grupos.

3.2.2 Pensando sobre Medições

Nessa atividade os grupos foram estimulados a criarem unidades próprias de medida. Assim, foram criados: **mind** (Grupo A); **tampa de caneta** (Grupo B); **dedo indicador** (Grupo C) e **prisma** (Grupo D). Discutiu-se sobre qual a unidade

mais comum a todos os grupos e decidiu-se que o polegar seria um padrão que todos teriam acesso. Assim, os grupos criaram uma escala usando o comprimento do polegar de um de seus membros e medir o tamanho do comprimento do lápis.

FIGURA 36 – MEDIÇÃO M1: GRUPOS A - D

Comprimento do Lápis (em polegares):	2,3	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	2,6	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	2,7	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	2,0	Po

Fonte: O próprio autor

Com base nos dados acima, questionou-se o motivo de todos os valores para o comprimento do lápis registrados não serem os mesmos e qual poderia ser a razão principal para essa diferença. Cada grupo respondeu o seguinte:

GRUPO A

Ausência de um padrão, pois cada um tem um instrumento diferente para a medição

“Ausência de um padrão, pois cada um tem um instrumento diferente para a medição” – Grupo A

GRUPO B

Não, foram diferentes devido à diferença entre as escalas das régua de cada um do grupo, não teve um padrão de comparação.

“Não, foram diferentes devido a diferença entre as escalas das régua de cada um do grupo, não teve um padrão de comparação” – Grupo B

GRUPO C

Não, pois não existe um padrão, polegares diferentes

“Não, pois não existe um padrão, polegares [são] diferentes” – Grupo C

GRUPO D



Não, pois os dedos são diferentes. Os padrões diferem.

“Não, pois os dedos são diferentes. Os padrões diferem” – Grupo D

As declarações dos grupos indicam que cada medição foi baseada em uma pequena diferença de escala dependendo de quão extenso o polegar usado em cada grupo era, ou seja, que cada grupo usou um padrão de medida próprio, ainda que se tenha a mesma medida, porém não padronizada em termos do comprimento de sua unidade básica.

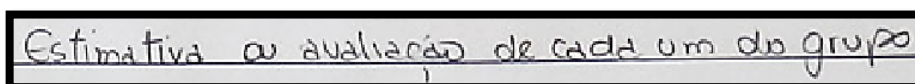
FIGURA 37 – MEDIÇÃO M2: GRUPOS A - D

Comprimento do Lápis (em polegares):	2,9	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	3,0	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	2,9	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	3,0	Po

Fonte: O próprio autor

Ao comparar as medidas entre os grupos, conforme a Figura 37, verificou-se que ainda haviam diferenças nas leituras entre os grupos, as quais foram explicadas pelo fato de que cada grupo tenha julgado um pouco diferente as frações de polegares. Tais diferenças foram explicadas pelos grupos da seguinte forma:

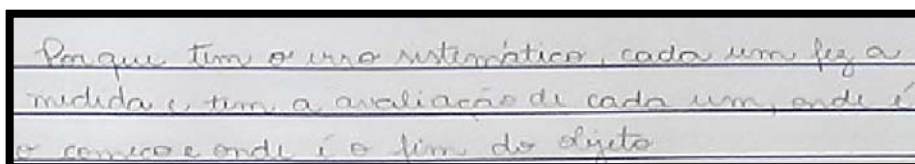
GRUPO A



Estimativa ou avaliação de cada um do grupo

“Estimativa ou avaliação de cada um do grupo” – Grupo A

GRUPO B



Porque tem o erro sistemático, cada um fez a medida e tem a avaliação de cada um, onde é o começo e onde é o fim do objeto

“Porque tem o erro sistemático, cada um fez a medida e tem a avaliação de cada um, onde é o começo e onde é o fim do objeto” – Grupo B

GRUPO C

Pois depende da avaliação pessoal de cada observador

“Pois depende da avaliação pessoal de cada observador” – Grupo C

GRUPO D

Estimativas diferentes feitas pelos observadores.

“Estimativas diferentes feitas pelos observadores” – Grupo D

Os participantes propuseram uma forma de reduzir este efeito, calibrando a escala usando graduações mais refinadas, onde cada polegar foi dividido em 10 frações menores, escala graduada em "deci-polegares", e os resultados da medição:

FIGURA 38 – MEDIÇÃO M3

Comprimento do Lápis (em polegares):	3,00	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	2,99	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	3,00	Po
Comprimento do Lápis (em polegares):	2,95	Po

Fonte: O próprio autor

Ao confrontar os resultados apresentados pelos grupos, verifica-se que, apesar de diferentes, os valores estavam mais próximos. Evidencia-se que a busca pela concordância dos resultados foi estimulada devido ao uso de uma representação comum adotada pelos grupos. Por esse motivo, infere-se que uma interpretação mais refinada do padrão de referência foi possibilitada pelo uso de múltiplas representações ao longo da atividade proposta. Além disso, essa atividade deu início a uma série de discussões sobre a existência de um “valor verdadeiro”, sobre os limites do que sabemos sobre a medição e sobre os propósitos da medição.

3.2.3 Limites sobre o que sabemos sobre uma medição

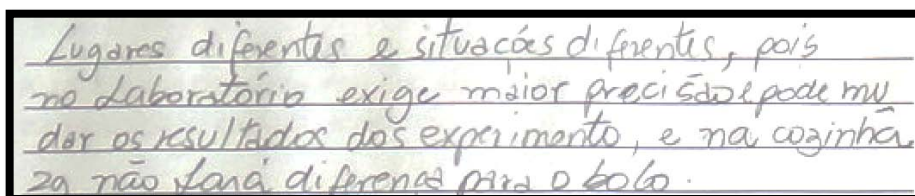
Na atividade anterior da medição do lápis, os grupos contemplaram o objetivo de descobrir informações sobre o lápis, ou seja, foram capazes de

responder a questão: “O que sabemos sobre o comprimento do lápis?”. Nessa atividade os estudantes exploraram os limites do que se sabe sobre um determinado mensurando, explorando o exemplo do pó químico. A representação gráfica serviu de apoio complementar às informações textuais e permitiu acompanhar as variações da posição da balança ao acrescentar novas massas.

3.2.4 Propósitos da Medição

A ideia central dessa atividade consistia em responder se o valor obtido era bom o suficiente para diferentes situações. Assim, os grupos avaliaram qual a variação aceitável de uma medida nos contextos problematizados e afirmaram que:

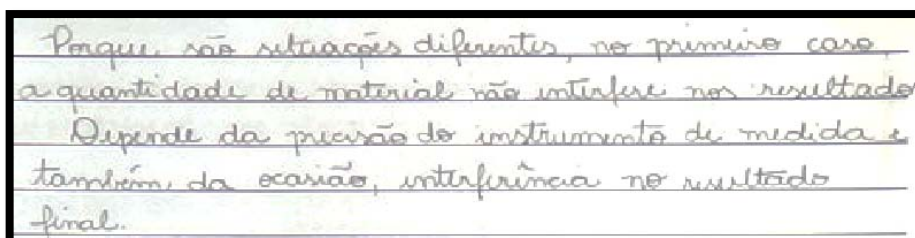
GRUPO A



Lugares diferentes e situações diferentes, pois no laboratório exige maior precisão e pode mudar os resultados dos experimentos, e na cozinha não fará diferença para o bolo.

“Lugares diferentes e situações diferentes, pois no laboratório exige maior precisão e pode mudar os resultados dos experimentos, e na cozinha não fará diferença para o bolo” – Grupo A

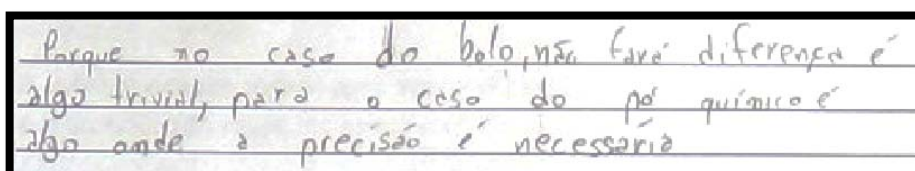
GRUPO B



Porque são situações diferentes, no primeiro caso a quantidade de material não interfere nos resultados. Depende da precisão do instrumento de medida e também da ocasião, interferência no resultado final.

“Porque são situações diferentes, no primeiro caso, a quantidade de material não interfere nos resultados. Depende da precisão do instrumento de medida e também da ocasião, [causa] interferência no resultado final” – Grupo B

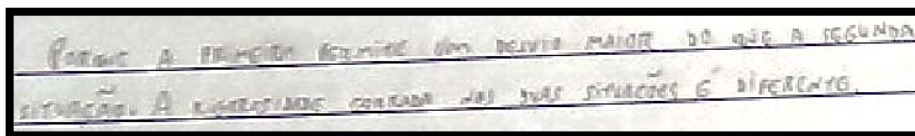
GRUPO C



Porque no caso do bolo, não fará diferença é algo trivial, para o caso do pó químico é algo onde a precisão é necessária.

“Porque no caso do bolo não fará diferença, é algo trivial, para o caso do pó químico é algo onde a precisão é necessária” – Grupo C

GRUPO D



“Porque a primeira permite um desvio maior do que a segunda situação. A rigurosidade gerada das duas situações é diferente” – Grupo D

As respostas oferecidas pelos grupos evidenciam que os propósitos para realizar uma medição em determinado contexto influenciam na maneira de tratar essas informações. Com base em tais respostas, o professor entrevistado para esclarecer que a coleta, o processamento e a comparação de dados que compõe uma medição devem obedecer aos mesmos padrões de tratamento, independente do contexto ser científico ou não.

3.2.5 “Exatamente Aproximado”

Esta atividade teve como objetivo esclarecer que a leitura e o valor do mensurando não são a mesma coisa, ressaltando que cada leitura fornece algumas informações sobre o mensurando. Esta atividade também levou grupos a pensarem se estavam ou não próximos de algum valor específico. Assim, os grupos posicionaram-se em relação ao valor obtido ser bom ou suficiente para seus propósitos ou se estavam perto ou suficiente da especificação desejada utilizando diferentes registros de representação coordenados entre si. Tais discussões direcionaram a pensar sobre a medição, sobre quais questionamentos devem orientar as ações dos estudantes quando estão à frente de uma situação experimental, assim como os fatores que possivelmente influenciaram na medição da densidade do latão de acordo com a visão dos alunos da Avaliação Diagnóstica 1. Nesse sentido, foi solicitado que os grupos discutissem e anotassem cada fator que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

GRUPO A

→ Método para obter os dados. (pequena)
 → Precisão da balança (grande)
 → Maior números de amostras.
 → Tratamento do cálculo. (grande)
 → Habilidade no manuseio dos instrumentos (grande)
 → Calibração do instrumento (grande)

“Método para obter dados (pequena); precisão da balança (grande); maior número de amostras; tratamento do cálculo (grande); habilidade no manuseio dos instrumentos (grande); calibração do instrumento (grande)” – Grupo A

GRUPO B

· precisão e calibração da balança
 · erro na hora de fazer a leitura (da balança e do paquímetro).
 · calibração do instrumento (muito importante).
 (manusear equipamento / cálculo teórico)

“Precisão e calibração da balança; erro na hora de fazer a leitura (da balança e do paquímetro); calibração do instrumento (muito importante); manusear equipamento | cálculo teórico” – Grupo B

GRUPO C

- não saber utilizar equipamento - grande
 - não conhecer a teoria corretamente - grande
 - falta de prática em laboratórios - pequena
 - falta de concentração com o experimento - pequena
 - calibração do instrumento - grande
 - conhecer as propriedades do mensurando - grande
 - precisão do instrumento - pequena

“Não saber utilizar o equipamento (grande); não conhecer a teoria corretamente (grande); falta de prática em laboratório (pequena); falta de concentração com o experimento (pequena); calibração do instrumento (grande); conhecer as propriedades do mensurando (grande); precisão do instrumento (pequena)” – Grupo C

GRUPO D

ERRO NA LEITURA DA PROVETA, ERROS NA PRÓPRIA ESCALA DA PROVETA (SISTEMÁTICO),
 QUALIDADE E PUREZA DO MATERIAL MEDIDADO, ERROS NA CALIBRAÇÃO DA BALANÇA
 A QUALIDADE DA PROVETA FOI DE GRANDE INFLUÊNCIA NO RESULTADO.

“Erro na leitura da proveta; erros na própria escala da proveta (sistemático); qualidade de pureza do material medido; erros na calibração da balança; a calibração da proveta foi de grande influência no resultado” – Grupo D

Um fato relevante verificado nas respostas acima é que cada um dos fatores foi pensado como um empecilho para o perfeito conhecimento sobre um mensurando e contribuiu para o aumento da incerteza total. O entendimento de um aspecto crucial da experimentação é identificar todas as fontes de incerteza e estimar numericamente seus efeitos sobre o resultado da medição. Assim, os grupos foram capazes de concluir que fontes comuns de incerteza incluem os efeitos das condições ambientais sobre a medição; o julgamento do observador na leitura de instrumentos analógicos; a sensibilidade dos instrumentos (por exemplo, a balança digital); a avaliação ou especificação da calibração do instrumento; aproximações e suposições que o observador faz ao realizar o experimento; variações nas sucessivas leituras feitas em condições aparentemente idênticas.

3.2.6 Conceitos Básicos e Coleta de Dados Experimentais

As situações propostas tinham como objetivo atividades para explorar os conceitos básicos da medição e da coleta de dados experimentais. Buscou-se também aprimorar o registro dessas medições por meio de intervalos no qual o mensurando possa localizar-se com base nas funções complementares das múltiplas representações em três situações definidas na metodologia. A resposta dada pelos grupos para cada situação é listada abaixo:

SITUAÇÃO 1

GRUPO A

80,0g – 90,0g – associa o desgaste e o erro

“80,0 – 90g – associa o desgaste e o erro” – Grupo A

GRUPO B

80,0 – 90,0g porque os outros intervalos têm uma margem pequena e como a gente não pode medir a probabilidade é maior de estar nesse intervalo

“80,0 – 90,0g, porque os outros intervalos têm uma margem pequena e como a gente não pode medir a probabilidade é maior de estar nesse intervalo” – Grupo B

GRUPO C

83,0-85,0g, pois é um metal e não haverá tanto desgaste para perder 1g

“83,0 – 85,0g, pois é um metal e não haverá tanto desgaste para perder 1g” – Grupo C

GRUPO D

80,0-90,0g, pois a probabilidade da massa estar neste intervalo é maior do que em um intervalo menor

“80,0 – 90,0g, pois a probabilidade da massa estar neste intervalo é maior do que em um intervalo menor” – Grupo D

SITUAÇÃO 2

GRUPO A

83,95g-84,05g - levando em conta que não houve desgaste por ser novo, seria associar o erro

“83,95 – 84,05g – levando em conta que não houve desgaste por ser novo, seria associar o erro” – Grupo A

GRUPO B

como é novo, quase não desgastou e esse é um intervalo menor de erro, ainda que a probabilidade tenha diminuído também

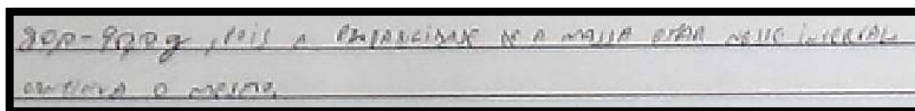
“[83,0 – 85,0g]; como é novo, quase não desgastou e esse é um intervalo menor de erro, ainda que a probabilidade tenha diminuído também” – Grupo B

GRUPO C

83,5-84,5g, pois a aparência de novo garante mais a precisão, sem desgaste para perder massa

“83,5 – 84,5g, pois a aparência de novo garante mais a precisão, sem desgaste para perder a massa” – Grupo C

GRUPO D



“80,0 – 90,0g, pois a probabilidade da massa estar neste intervalo continua a mesma” – Grupo D

As representações semióticas verbais e as representações gráficas foram associadas atingindo o objetivo de refinar a compreensão do significado de probabilidade e auxiliou a compor uma ideia mais científica sobre os limites do que se sabe a respeito de uma medição. Por um lado, as situações propostas fizeram com que os participantes pensassem sobre a importância do estabelecimento de intervalos nos quais os valores experimentais têm a probabilidade de serem encontrados. Por outro lado, foi evidenciada uma tendência dos participantes a pensarem que um objeto novo teria uma menor probabilidade de incerteza no valor aferido, ou seja, o aspecto visual poderia “garantir” uma maior precisão do que está se medindo, o que encontra-se em conflito com o que é aceito cientificamente.

SITUAÇÃO 3

Após ser apresentada a Situação 3, foi solicitado aos grupos decidirem sobre qual a probabilidade de que o último dígito exibido pelo visor seria o número 6. Com isso, haviam dez possibilidades para o próximo dígito, portanto havia uma entre dez chances de se obter um dígito particular. Assim, os participantes concluíram que a probabilidade de o próximo dígito ser 6, era de 0,1 (ou 10%), no entanto, antes de olhar para o visor, não havia nenhuma forma de prever com uma segurança maior do que 10% que o último dígito seria 6. Na sequência foi apresentado o visor com o valor de **83.46g** e **83.462g**, respectivamente, alcançando o limite de resolução do visor da balança digital com uma leitura com a aproximação de 0,001g. Verificou-se que todos os grupos registraram em seus manuais exatamente aquilo que estavam visualizando no display digital, o que é coerente com os propósitos estabelecidos para as ideias iniciais. Discutiu-se nessa atividade os motivos da impossibilidade prática de projetar e construir uma balança eletrônica que indicasse uma leitura com um número infinito de casas decimais.

Com base nas representações produzidas pelos estudantes e nas subsequentes discussões constatou-se que houve uma compreensão mais profunda

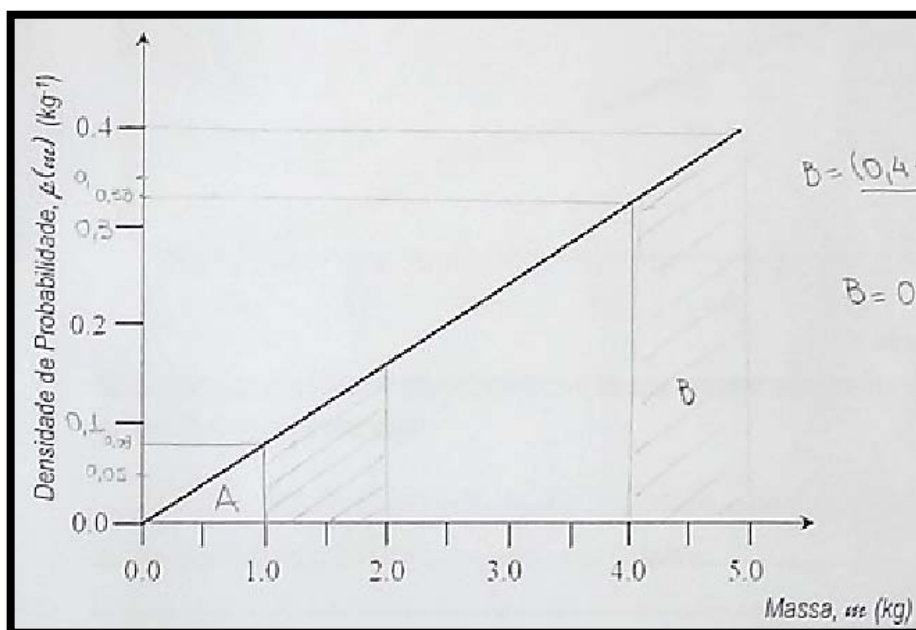
a respeito da existência de um intervalo no qual o valor do mensurando poderia encontrar-se. Assim, os participantes foram capazes de concluir que, em cada caso apresentado acima, a massa do bloco localiza-se em algum ponto do intervalo, sendo que a largura do intervalo reduz de tamanho conforme se aumenta a sensibilidade da balança eletrônica. Estabeleceu-se, por fim, uma razão prática para o entendimento de que o "valor verdadeiro" de uma quantidade nunca pode ser conhecido, tanto em uma escala digital, quanto analógica. Assim, até esse ponto, os participantes apresentavam uma compreensão científica sobre a importância de especificar o mensurando.

Até o momento, o papel desempenhado pelas múltiplas representações tem auxiliado a construir uma compreensão mais aprofundada dos conceitos básicos que envolvem a medição. É importante notar que os participantes tinham sido esclarecidos que, mesmo que não seja listado outros fatores que influenciassem na medição, a própria escala limita o que se sabe sobre o mensurando e, portanto, o resultado final de uma medição estaria sempre delimitado por um intervalo, o qual está associado ao termo científico **incerteza**.

3.2.6 Processamento de Dados Experimentais, Incerteza Padrão, Funções de Densidade de Probabilidade

A primeira atividade proposta para a verificar a aquisição dos conhecimentos necessários para o processamento de dados experimentais foi a construção do Gráfico 5, a seguir, pelos grupos A, B, C e D. Em virtude das produções gráficas serem semelhantes neste caso, selecionamos o gráfico elaborado pelo Grupo B com o objetivo de ilustrar todas produções.

GRÁFICO 5 – FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE: GRUPO B



Fonte: Dados do Grupo B

Por meio da associação da representação gráfica e da representação verbal e escrita, os grupos apresentaram uma compreensão mais clara do significado e do papel desempenhado por uma Função Densidade de Probabilidade, a qual representa todas as informações que se tem sobre um mensurando em particular.

Para verificar se os grupos estavam aplicando satisfatoriamente a Função Densidade de Probabilidade adequada para uma única medição, solicitou-se que os mesmos respondessem a dois exercícios. Mais uma vez, em virtude das produções dos grupos serem semelhantes, tomamos como exemplo as atividades do Grupo B, para exemplificar as demais produções, conforme as Figuras 39 e 40, a seguir.

FIGURA 39 – UMA ÚNICA LEITURA DIGITAL: GRUPO B

Agora tente o seguinte exercício. Qual é a melhor aproximação da massa e a incerteza padrão para esta leitura, se o *display* mostra:

80.90

grams

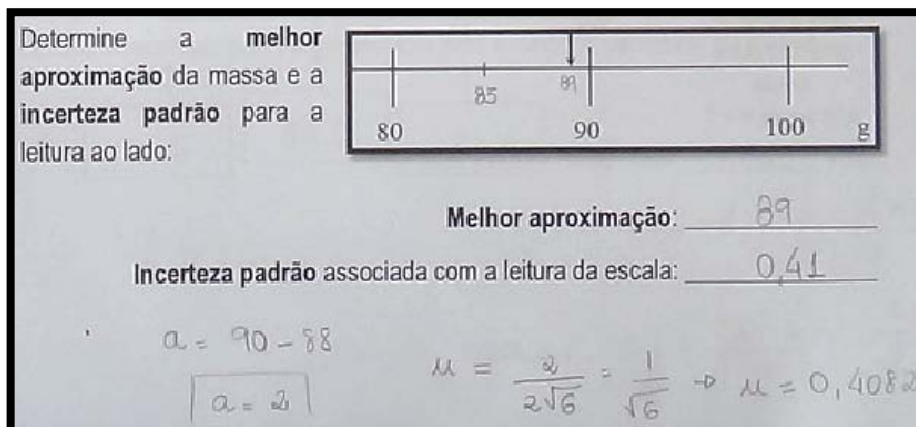
Melhor aproximação: 80,90 g

Incerteza padrão associada com a leitura da escala: 0,0029 g

$$\mu = \frac{(80,905 - 80,895)}{2\sqrt{3}} \rightarrow \mu = 0,00288$$

Fonte: Dados do Grupo B

FIGURA 40 – UMA ÚNICA LEITURA ANALÓGICA: GRUPO B



Fonte: Dados do Grupo B

O resultado das respostas demonstra que os grupos foram capazes de coordenar de forma articulada as leituras e suas respectivas incertezas associadas. Como consequência, as discussões a respeito das incertezas associadas à **Avaliação de Incerteza do Tipo B** (caso de se dispor de apenas um dado) puderam ser aprofundadas.

Os Grupos A, B, C e D pesquisaram incertezas associadas aos valores que poderiam ser tidos como exatos ou constantes, tais como a Constante Universal Gravitacional (Grupo A), Carga Elementar (Grupo B); Constante de Planck (Grupo C) e Massa do Próton (Grupo D), sendo os valores dessas constantes associados com a sua incerteza (valor entre parênteses), conforme é mostrado na Tabela 6:

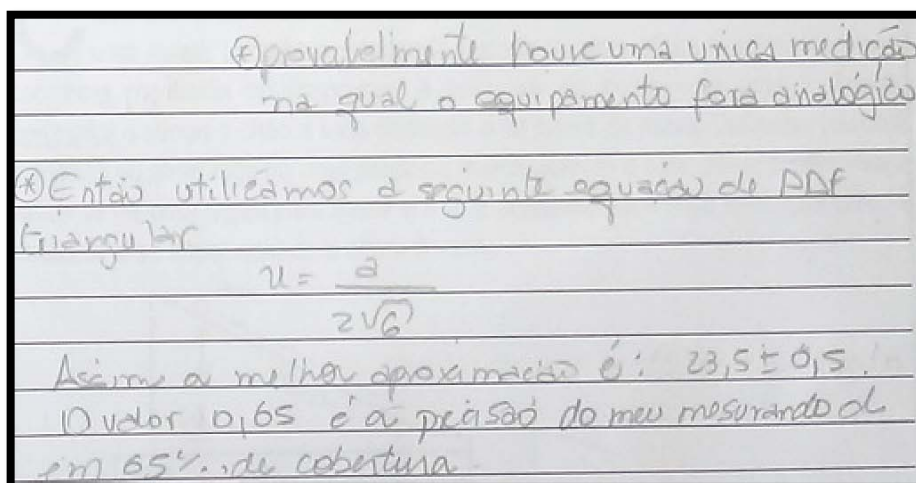
TABELA 6 – CONSTANTES UNIVERSAIS PESQUISADAS PELOS GRUPOS

Constante Universal Gravitacional	G	$6,67384 (80) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Carga Elementar	e	$1,602176565 (35) \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	h	$6,62606957(29) \times 10^{-34} \text{ J s}$
Massa do Próton	m_p	$1,672621777 (74) \times 10^{-27} \text{ kg}$

Fonte: Dados dos Grupos A - D

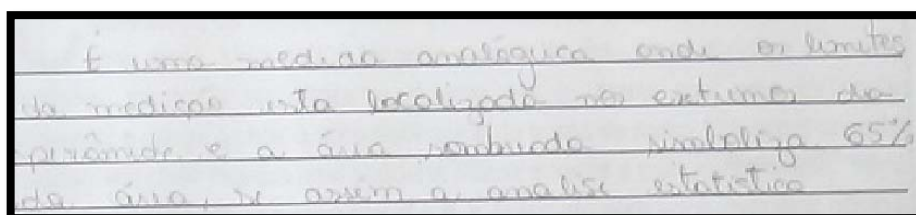
Para verificar se os papéis desempenhados pelas múltiplas representações, de fato, refinaram a interpretação a respeito do resultado final de uma medição, construíram uma interpretação mais profunda do intervalo de incerteza e se os grupos são capazes de interpretar as informações contidas nos gráficos das Funções Densidade de Probabilidade, os grupos tiveram de modelar o conhecimento sobre um mensurando d com base no Gráfico 3 (seção 2.4.7).

GRUPO A



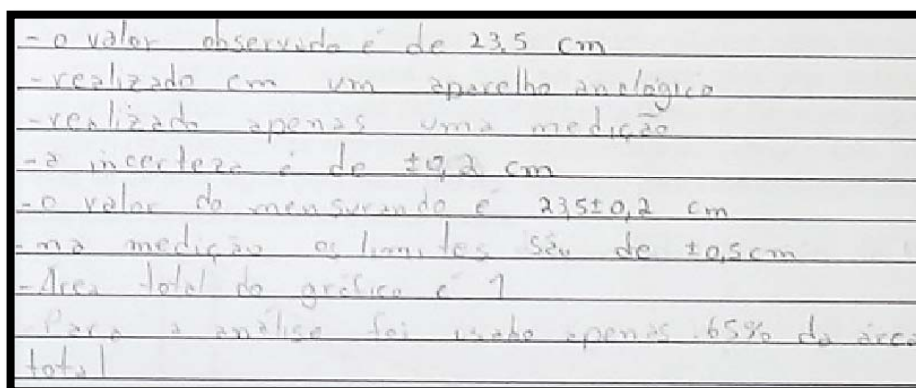
“Provavelmente houve uma única medição na qual o equipamento fora analógico; então utilizamos a seguinte equação de PDF Triangular $u = \frac{a}{2\sqrt{6}}$. Assim a melhor aproximação é $23,5 \pm 0,5$. O valor 0,65 é a precisão do meu mensurando d em 65% de cobertura” – Grupo A

GRUPO B



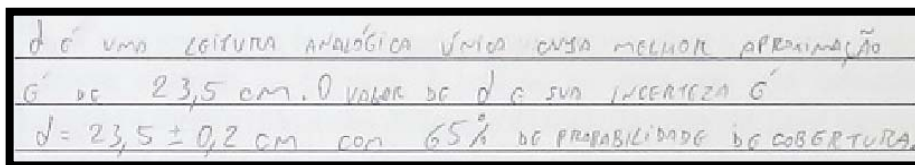
“É uma medida analógica onde os limites da medição está localizada nos extremos da pirâmide e a área sombreada simboliza 65% da área, se assim, a análise estatística (...)” – Grupo B

GRUPO C



“O valor observado é de 23,5 cm; realizado em um aparelho analógico; realizado em apenas uma medição; a incerteza é de $\pm 0,2$ cm; na medição os limites são de $\pm 0,5$ cm; a área total do gráfico é 1; para a análise foi usado apenas 65% da área total” – Grupo C

GRUPO D



d é uma leitura analógica única cuja melhor aproximação é de 23,5 cm. O valor de d e sua incerteza é $d = 23,5 \pm 0,2$ cm com 65% de probabilidade de cobertura.

“*d é uma leitura analógica única cuja melhor aproximação é de 23,5 cm. O valor de d e sua incerteza é $d = 23,5 \pm 0,2$ cm com 65% de probabilidade de cobertura*” – Grupo D

Nessa atividade o Grupo A demonstrou uma dificuldade semiótica na conversão dos dados, quando não foi capaz de processar a informação presente no Gráfico 5 de forma adequada, apresentando o resultado incorreto para a incerteza. Por sua vez, o Grupo B não realizou satisfatoriamente a atividade proposta, a mesma mostrou-se incompleta e não pôde ser analisada qualitativamente. Os Grupos C e D realizaram com qualidade a atividade e demonstraram ter compreendido os conceitos de probabilidade de cobertura e demais conceitos científicos envolvidos no processo de medição até o momento. Como visto, os participantes passaram a compreender de forma mais refinada e profunda o significado de medição e em como usar uma função densidade de probabilidade para modelar as informações sobre um mensurando. O docente focou as atenções para superar as dificuldades conceituais relacionadas com os Grupos A e B, os quais foram novamente testados em um momento posterior desta análise. Nesse sentido, uma nova rodada de discussões auxiliou a sintetizar que uma PDF pode ser resumida com a melhor aproximação do mensurando e a incerteza padrão, que em conjunto compõem o **resultado da medição**.

Até o momento, a instrução estava voltada para a aprendizagem de como realizar uma avaliação do Tipo B da incerteza (única leitura digital ou analógica) para estimar a incerteza padrão associada com determinadas fontes de incerteza. Para avançar para o tratamento de um conjunto disperso de dados foi proposto um experimento que consistia no lançamento de uma bola a partir de uma rampa sobre uma mesa.

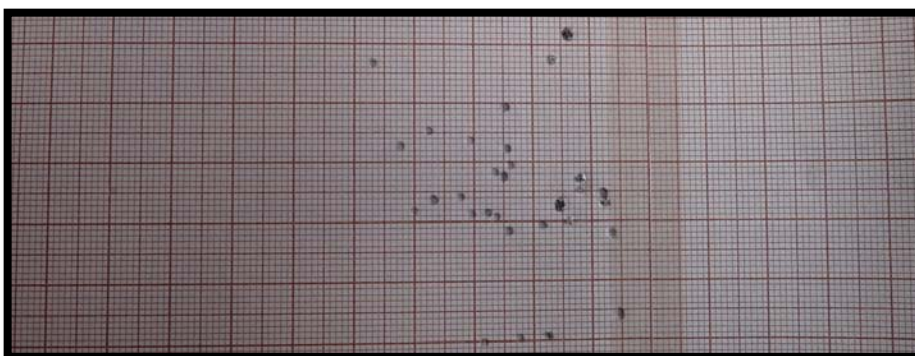
FIGURA 41 – IMAGEM DO PRIMEIRO LANÇAMENTO



Fonte: Dados Grupo B

O resultado após sucessivos lançamentos a partir de uma altura h foi registrado em papel milimetrado com o auxílio de uma folha de papel carbono. A cada novo lançamento foi registrado o valor da distância d , conforme ilustra a Figura 41 acima. O registro gráfico no papel milimetrado para os lançamentos é mostrado na Figura 42, a seguir:

FIGURA 42 – REGISTRO DOS LANÇAMENTOS NO PAPEL MILIMETRADO



Fonte: Dados Grupo B

Como uma dispersão nos dados experimentais (ou espalhamento) foi observada nas leituras de d , os grupos foram questionados sobre a razão dos pontos não ocorrerem exatamente uns em cima dos outros. De acordo com os Grupos A, B, C e D, as razões foram as seguintes:

GRUPO A

Porque a bolinha ao se movimentar na canaleta sofre influência de vibração, atrito, posição inicial, resistência do ar, manuseio do objeto

“Porque a bolinha ao se movimentar na canaleta sobre influência da vibração, atrito, posição inicial, resistência do ar, manuseio do objeto” – Grupo A

GRUPO B

As condições não foram exatamente as mesmas, manuseio dos equipamentos, do objeto, do atrito, posição inicial, altura de lançamento, a geometria do objeto

“As condições não foram exatamente as mesmas, manuseio dos equipamentos, do objeto, do atrito, posição inicial, altura de lançamento, a geometria do objeto” – Grupo B

GRUPO C

Pois existem pequenas variáveis que mudam o resultado final, como a vibração, o atrito, resistência do ar, manuseio do objeto, posição inicial, geometria do objeto

“Pois existem pequenas variáveis que mudam o resultado final, como a vibração, o atrito, resistência do ar, manuseio do objeto, posição inicial, geometria do objeto” – Grupo C

GRUPO D

Manuseio da bolinha, diferenças na resistência do ar, diferenças na forma como a bolinha percorreu o trilho (vibrações), atrito, geometria do objeto

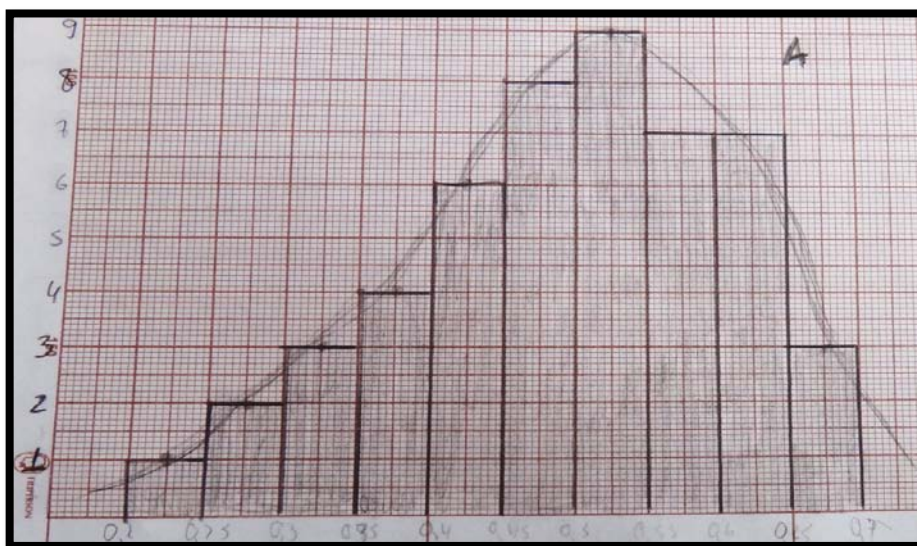
“Manuseio da bolinha, diferenças na resistência do ar, diferenças na forma como a bolinha percorreu o trilho (vibrações), atrito, geometria do objeto” – Grupo D

Em linhas gerais, todos os grupos foram capazes de listar satisfatoriamente elementos que poderiam influenciar no resultado final (dispersão) que foi dado na Figura 18, tal como o manuseio do equipamento, atrito, geometria do objeto, altura do lançamento, posição inicial, entre outros fatores que geralmente são desprezados, como a resistência do ar, por exemplo. O avanço desejado nesse

momento era de que os participantes conseguissem realizar a conversão dos dados experimentais por meio do tratamento estatístico.

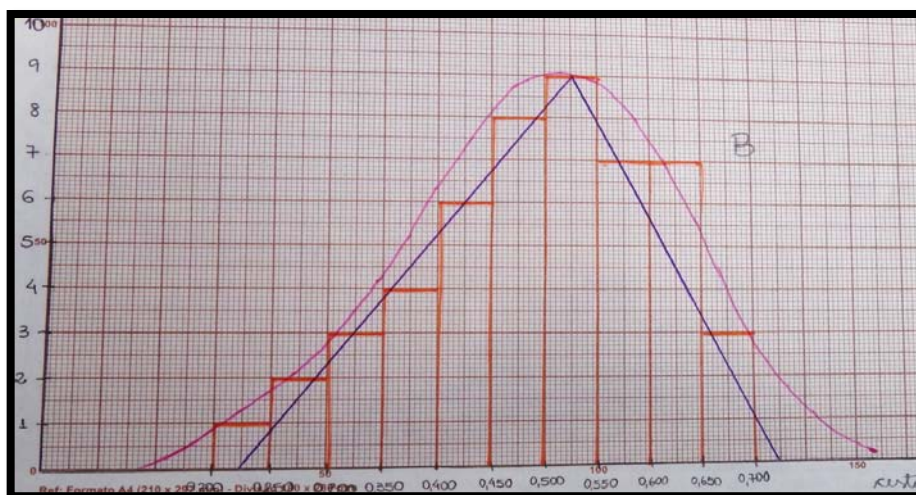
A partir dos dados organizados em uma tabela, cada grupo construiu um gráfico de barras vertical (histograma) que ilustra como os dados estavam distribuídos. Com isso, foi possível observar que a forma do histograma se assemelhava com uma distribuição em forma de sino, característica da curva normal ou gaussiana. A seguir, são exibidos os gráficos construídos pelos Grupos A, B, C e D, respectivamente.

GRÁFICO 6 – HISTOGRAMA: GRUPO A



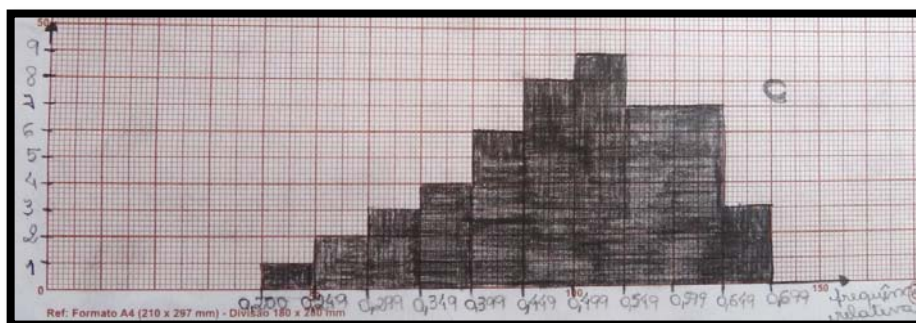
Fonte: Dados Grupo A

GRÁFICO 7 – HISTOGRAMA: GRUPO B



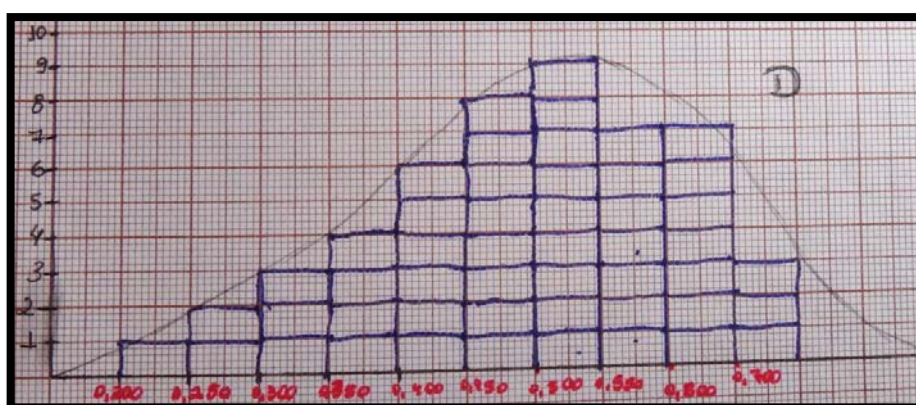
Fonte: Dados Grupo B

GRÁFICO 8 – HISTOGRAMA: GRUPO C



Fonte: Dados Grupo C

GRÁFICO 9 – HISTOGRAMA: GRUPO D



Fonte: Dados Grupo D

É importante notar que as múltiplas representações auxiliaram a desenvolver uma melhor compreensão de um domínio usando a representação intermediária (histograma) para refinar a interpretação de uma segunda representação (a função gaussiana). Isto pode ser alcançado empregando uma representação familiar para apoiar a interpretação de uma representação menos familiar ou mais abstrata e também foi capaz de fornecer um suporte para o aluno de como estender sua compreensão de uma representação não familiar. Além disso, com base na representação gráfica construída pode-se apresentar o significado da frequência relativa, a qual informa a fração de leituras que caem dentro de cada intervalo e, conforme cada vez mais leituras fossem realizadas, o histograma se aproximaria da probabilidade de se obter uma distribuição Gaussiana. Por consequência, a dispersão dos dados e a construção do histograma auxiliaram os participantes a constatarem que a melhor forma de modelar o conhecimento sobre o mensurando era uma função densidade de probabilidade Gaussiana. Como visto

teoricamente, há situações onde uma representação abstrata ou não familiar pode ser explorada para restringir a interpretação de uma segunda representação ao explorar algumas propriedades inerentes. Em outras palavras, uma representação pode agir para forçar uma interpretação de outra. No nosso caso, a representação intermediária (histograma) teve papel essencial na compreensão dos alunos ao facilitar a interpretação de uma representação mais abstrata (função gaussiana).

Após finalizada a instrução para determinar a PDF Gaussiana como a forma mais adequada para modelar os dados experimentais do Tipo A, a melhor aproximação do mensurando pode ser obtida pelo valor médio dos dados e a incerteza padrão pode ser associada ao desvio padrão experimental da média. Para constatar a compreensão do assunto, os grupos deveriam aplicar os conceitos e procedimentos discutidos em um exemplo no qual deveriam registrar o seu resultado final da medição para d . Em virtude dos resultados registrados pelos Grupos A, B, C e D serem semelhantes será exibido na Figura 43, em caráter exemplar, o resultado do Grupo B.

FIGURA 43 – AVALIAÇÃO DA INCERTEZA: TIPO A – GRUPO B

$d = 434,52\text{mm}$		
N	$(d_i - \bar{d})$	$(d_i - \bar{d})^2$
1	2,08	4,33
2	-8,42	70,90
3	3,78	14,29
4	-8,42	70,90
5	-0,52	0,27
6	4,28	18,32
7	-5,32	28,30
8	-3,92	15,37
9	0,48	0,61
10	15,68	245,86
Σ	0	469,15

$s(d) = \sqrt{\frac{469,15}{9}} \rightarrow s(d) = 7,24\text{mm}$
 $s(\bar{d}) = \frac{s(d)}{\sqrt{10}} \rightarrow s(\bar{d}) = 2,28\text{mm}$

(\bar{d}) melhor aproximação = 434,52 mm
 $(s\bar{d})$ incerteza = 2,28 mm

Fonte: Dados Grupo B

Dessa forma buscou-se demonstrar que a avaliação do Tipo A da incerteza padrão para o mensurando foi compreendida de forma satisfatória pelos grupos, uma vez que recorreram a considerações estatísticas (ou seja, as duas fórmulas acima) para a análise do conjunto de dados para d . Por fim, o docente esclareceu que existem outras fontes de incerteza na medição de d , tal como a incerteza relacionada com o instrumento de medida, a qual se pode estimar realizando uma

avaliação do Tipo B. No entanto, na maioria dos casos em que se observa uma dispersão em sucessivas leituras, a incerteza calculada utilizando uma avaliação do Tipo A será geralmente maior.

A atividade de conversão dos dados da tabela (Figura 20) para a análise estatística por meio de equações ou a conversão dos pontos para o histograma (Gráfico 6, 7, 8 e 9) exigiram uma apreensão global e qualitativa dessas representações pelos estudantes. Nesse sentido foi possível verificar que os participantes relacionam os valores estabelecidos na tabela, por exemplo, com uma distribuição Gaussiana. Isto implica que ambos os registros de representação estão sendo usados corretamente para a realização de inferências do mensurando com base em um conjunto de dados. Assim, conforme discutido teoricamente no Capítulo 1, quando esta relação fica estabelecida, podemos inferir que as variáveis cognitivas específicas do funcionamento de cada um dos registros estão sendo articuladas de maneira coordenada.

3.2.7 Comparação de Dados Experimentais

Na atual seção, buscou-se primeiramente diferenciar a compreensão dos participantes com relação a leitura e resultado final do experimento. Para isso, os estudantes foram questionados sobre qual a diferença entre as leituras e o resultado do seu experimento. As respostas foram as seguintes:

GRUPO A

A observação e a leitura
o resultado é tratado a partir do cálculo

“A observação é a leitura; o resultado é tratado a partir do cálculo” – Grupo A

GRUPO B

Leitura é o que se observa e anota, variando de acordo com o instrumento que está usando.
 Resultado é o que se obtém após o tratamento dos dados, considerando as incertezas que existe.

Leitura é só uma observação
 o resultado final passa por um processo que começa na leitura, cada observação/dados têm um tratamento diferente.

“Leitura é o que se observa e anota, variando de acordo com o instrumento que está usando. Resultado é o que se obtém após o tratamento de dados, considerando as incertezas que existem. Leitura é só uma observação; o resultado final passa por um processo que começa na leitura; cada observação/dados têm um tratamento diferente” – Grupo B

GRUPO C

Leitura é o número observado no equipamento/instrumento/método de análise na hora da medição do mensurando, as quantidades necessárias.
 Resultado é os dados depois de uma análise, um tratamento específico, uma média com sua devida incerteza.

“Leitura é o número observado no equipamento/instrumento/método de análise na hora da medição do mensurando, as quantidades necessárias. Resultado é os dados depois de uma análise, um tratamento específico, uma média com sua devida incerteza” – Grupo C

GRUPO D

Leitura é uma estimativa de uma mensuração.
 O resultado é uma média que leva em consideração a incerteza da leitura.

Leitura é uma observação, resultado é a refinação dos valores obtidos na leitura.

“Leitura é uma estimativa de uma mensuração. O resultado é uma média que leva em consideração a incerteza na leitura. Leitura é uma observação, resultado é a refinação [o refinamento] dos valores obtidos na leitura” – Grupo D

A resposta dos grupos para a questão proposta permitiu evidenciar inconsistências, tanto no Grupo C quanto no Grupo D, a respeito do significado de leitura e resultado experimental. Os grupos mencionados não souberam diferenciar a leitura, que são valores observados e registrados conforme o instrumento que se está usando, o qual pode ser um instrumento digital ou analógico, do resultado final de uma medição, que corresponde a obter informações sobre o mensurando.

Para superar as dificuldades apresentadas e evidenciar que uma medição corresponde a todo o processo de obtenção de informações sobre um mensurando, uma representação adicional foi explorada: o fluxograma (Figura 5). Pretendeu-se com isso delinear para os participantes o processo de medição com maior profundidade, por meio do Fluxograma (Figura 5). Para a apreensão do mecanismo de comparação de dados experimentais, também foi explorada uma representação auxiliar de modo a evidenciar que as medições só poderiam ser comparadas significativamente se as incertezas associadas com cada medição fossem conhecidas.

Para complementar a aquisição dos procedimentos de comparação de dados, considerou-se os dados experimentais obtidos por dois grupos de estudantes no lançamento de uma bola a partir de uma rampa lançada de uma altura $h = 78,0\text{mm}$. As médias e os desvios padrão experimental da média para as leituras são mostrados a seguir, como resultado do Grupo B representando os dados obtidos pelos demais grupos.

FIGURA 44 – RESULTADO DA COMPARAÇÃO DE DADOS: GRUPO B

A:	$d = 432,63 \pm 2,23 \text{ mm}$	$430 < d < 435$
B:	$d = 424,85 \pm 9,36 \text{ mm}$	$415 < d < 433$
Grupo B pois considerando o intervalo de incerteza dos dois grupos, o valor aproximado da distância está dentro do erro dos dois grupos, embora o experimento do grupo A tenha sido melhor (incerteza menor)		

“A: $d = 432,63 \pm 2,23 \text{ mm}$; B: $d = 424,85 \pm 9,36 \text{ mm}$; Grupo B, pois considerando o intervalo de incerteza dos dois grupos, o valor aproximado da distância está dentro do erro dos dois grupos, embora o experimento do grupo A tenha sido melhor (incerteza menor)” – Grupo B

Uma vez que as dificuldades conceituais apresentadas na Avaliação Diagnóstica 1 com relação a comparação de dados foi superada, pode-se inferir que houve um avanço conceitual com relação aos que haviam sido diagnosticados na primeira avaliação. Nesse sentido, os resultados indicaram que os Grupos A, B, C e D foram capazes de realizar a comparação de dados de forma satisfatória.

Para verificar de modo mais preciso a coordenação da coleta, processamento e comparação de dados experimentais, uma atividade experimental mais ampla foi realizada, a qual consistia em determinar, por meio de dois métodos distintos, a densidade de uma amostra de metal (cilindro de metal), comparando os resultados entre si e com uma tabela de densidades e responder se o material em questão era ouro puro. Nessa atividade todas as etapas de coleta, processamento e comparação de dados puderam ser avaliadas. Em caráter de ilustrar a atividade realizada, selecionamos o desenvolvimento da atividade pelo Grupo B, que representa os demais grupos.

O **Método 01** tratava-se da utilização de uma Balança e um Paquímetro para determinar a densidade do metal, conforme representado nas Figuras 45, 46, 47, 48, 49 e 50.

FIGURA 45 - MEDIÇÃO DO COMPRIMENTO DO CILINDRO USANDO O PAQUÍMETRO

Leitura com as pinças de vernier fechadas	$L_F = 0 \text{ mm}$
Incerteza padrão da leitura fechada	$u(L_F) = 0,025 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$
Leitura com as pinças de vernier abertas (com o cilindro entre as pinças)	$L_A = 40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$
Incerteza padrão da leitura aberta	$u(L_A) = 0,025 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$
Melhor aproximação do comprimento do cilindro	$L = L_A - L_F = 40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$
Incerteza padrão de comprimento usando a equação:	$u(L) = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$
$u(L) = \sqrt{\{u(L_A)\}^2 + \{u(L_F)\}^2}$	

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 46 - MEDIÇÃO DO DIÂMETRO DO CILINDRO USANDO O PAQUÍMETRO

Leitura com as pinças de vernier fechadas	$d_F = \underline{0,0 \text{ mm}}$
Incerteza padrão da leitura fechada	$u(d_F) = \underline{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}}$
Leitura com as pinças de vernier abertas (com o cilindro entre as pinças)	$d_A = \underline{25,6 \text{ mm} = 2,56 \text{ cm}}$
Incerteza padrão da leitura aberta	$u(d_A) = \underline{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}}$
Melhor aproximação do comprimento do cilindro	$d = d_A - d_F = \underline{2,56 \text{ cm}}$
Incerteza padrão de comprimento usando a equação:	$r = \underline{1,28 \text{ cm}}$
$u(d) = \sqrt{\{u(d_A)\}^2 + \{u(d_F)\}^2}$	$u(d) = \underline{3,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}}$

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 47 - CÁLCULO DO VOLUME DO CILINDRO

Equação para o volume de um cilindro	$V = \pi \cdot r^2 \cdot L$
Melhor aproximação do volume V do cilindro	$V = \underline{20,58 \text{ cm}^3}$
Equação para a incerteza padrão do Volume	$*u(V) =$
Incerteza padrão do volume	$u(V) = \underline{0,11 \text{ cm}^3}$
	$* u(V) = V \sqrt{\left(\frac{a u(a)}{A}\right)^2 + \left(\frac{b u(b)}{B}\right)^2}$

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 48 - MEDIÇÃO DA MASSA DO CILINDRO USANDO UMA BALANÇA ANALÓGICA

Melhor aproximação da massa do cilindro	$m = \underline{54,3 \text{ g}}$
Incerteza padrão para massa do cilindro	$u(m) = \underline{0,05 \text{ g}}$

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 49 - CÁLCULO DA DENSIDADE DO CILINDRO: MÉTODO 1

Equação para a densidade de um cilindro	$\rho =$	$\rho = m/v$
Melhor aproximação da densidade do cilindro	$\rho =$	$2,64 \text{ g/cm}^3$
Equação para a incerteza padrão da densidade	$u(\rho) =$	*
Incerteza padrão do volume	$u(\rho) =$	$0,014$
* $u(\rho) = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{a \cdot u(a)}{A}\right)^2 + \left(\frac{b \cdot u(b)}{B}\right)^2}$		

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 50 - RESULTADO FINAL PARA A DENSIDADE USANDO O MÉTODO 01

$\rho_1 =$	$2,64$	\pm	$0,01$	g/cm^3
com $0,3\%$ de probabilidade de cobertura				

Fonte: Dados Grupo B

O **Método 02** tratava-se da utilização de uma Balança e uma Proveta para determinar a densidade do metal, conforme representado nas Figuras 51, 52, 53 e 54.

FIGURA 51 – MEDIÇÃO DO VOLUME CILINDRO USANDO UMA PROVETA

Melhor aproximação para o nível inicial da água	$V_i =$	50 mL
Incerteza padrão para nível inicial de água	$u(V_i) =$	$0,5 \text{ mL} = 0,5 \text{ cm}^3$
Agora coloque o cilindro de metal dentro da proveta		
Melhor aproximação para o nível final da água	$V_f =$	71 mL
Incerteza padrão para nível final de água	$u(V_f) =$	$0,5 \text{ mL} = 0,5 \text{ cm}^3$
Melhor aproximação para o volume do cilindro	$V_c =$	$21 \text{ mL} = 21 \text{ cm}^3$
Equação para a incerteza padrão do volume	$u(V_c) =$	$\sqrt{(u(V_i))^2 + (u(V_f))^2}$
Incerteza padrão para o volume do cilindro	$u(V_c) =$	$0,7 \text{ cm}^3$

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 52 – MEDIÇÃO DA MASSA DO CILINDRO USANDO UMA BALANÇA ANALÓGICA

Massa do cilindro calculada no método 01 $m = 54,3 \pm 0,05 \text{ g}$

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 53 – CÁLCULO DA DENSIDADE DO CILINDRO: MÉTODO 2

Equação para a densidade de um cilindro $\rho = \frac{m}{V}$

Melhor aproximação da densidade do cilindro $\rho = 2,58 \text{ g/cm}^3$

Equação para a incerteza padrão da densidade $u(\rho) =$

Incerteza padrão do volume $u(\rho) = 0,08 \text{ g/cm}^3$

$$u(g) = \rho \sqrt{\left(\frac{a \cdot u(a)}{A}\right)^2 + \left(\frac{b \cdot u(b)}{B}\right)^2}$$

$a = 1$ $b = -1$
 $A = m = 54,3$ $B = V = 21$
 $u(a) = 0,05$ $u(b) = 0,7$

Fonte: Dados Grupo B

FIGURA 54 – RESULTADO FINAL PARA A DENSIDADE USANDO O MÉTODO 02

$\rho_2 = 2,58 \pm 0,08 \text{ g/cm}^3$
 com 3,1 % de probabilidade de cobertura

Fonte: Dados Grupo B

Partindo do resultado final da medição da densidade do cilindro realizada por meio de dois métodos distintos, os grupos tiveram que pensar nos critérios que foram usados para decidir se os dois resultados concordavam ou não um com o outro, assim como o que poderia ser inferido com a comparação desses dois resultados. As declarações dos participantes do Grupo B, por exemplo, se basearam na proximidade das médias e na constatação de que ambos os intervalos de incerteza estavam em sobreposição, ou seja, dentro dos limites determinados de incerteza, os resultados concordavam entre si, conforme a Figura 55 a seguir.

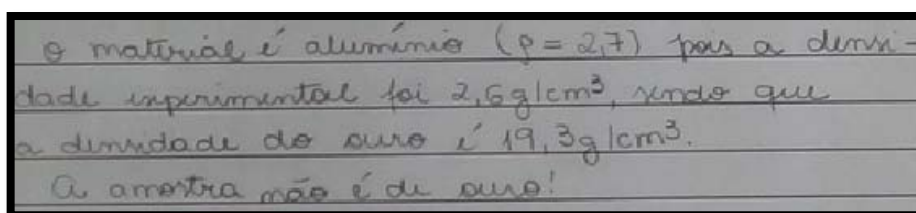
FIGURA 55 – INFERÊNCIAS DO GRUPO B SOBRE O RESULTADO EXPERIMENTAL

se o valor aproximado dos dois está próximo
 e se as incertezas se sobrepõem,
 o primeiro método foi melhor pois a precisão
 foi maior (incerteza menor)

Fonte: Dados Grupo B

As inferências realizadas pelo Grupo B também posicionavam-se sobre o melhor resultado experimental, considerando o primeiro método mais confiável, pois a incerteza era menor. Por fim, os estudantes determinaram que o material era alumínio ao comparar seus resultados com a tabela de valores de densidades de diferentes metais fornecida e concluíram que a alegação feita pelo joalheiro (contexto do problema) era falsa, ou seja, a amostra não era de ouro (Figura 56).

FIGURA 56 – COMPARAÇÃO VALOR EXPERIMENTAL E VALOR TABELADO: GRUPO B



Fonte: Dados Grupo B

Na atividade experimental descrita os estudantes estiveram envolvidos com as atividades de coleta, processamento e comparação de dados dentro do Paradigma de Conjunto. Os participantes tiveram que considerar fontes de incerteza (Avaliação do Tipo A e do Tipo B) que incluíam incertezas padrão relacionadas com a leitura da escala ou display do instrumento.

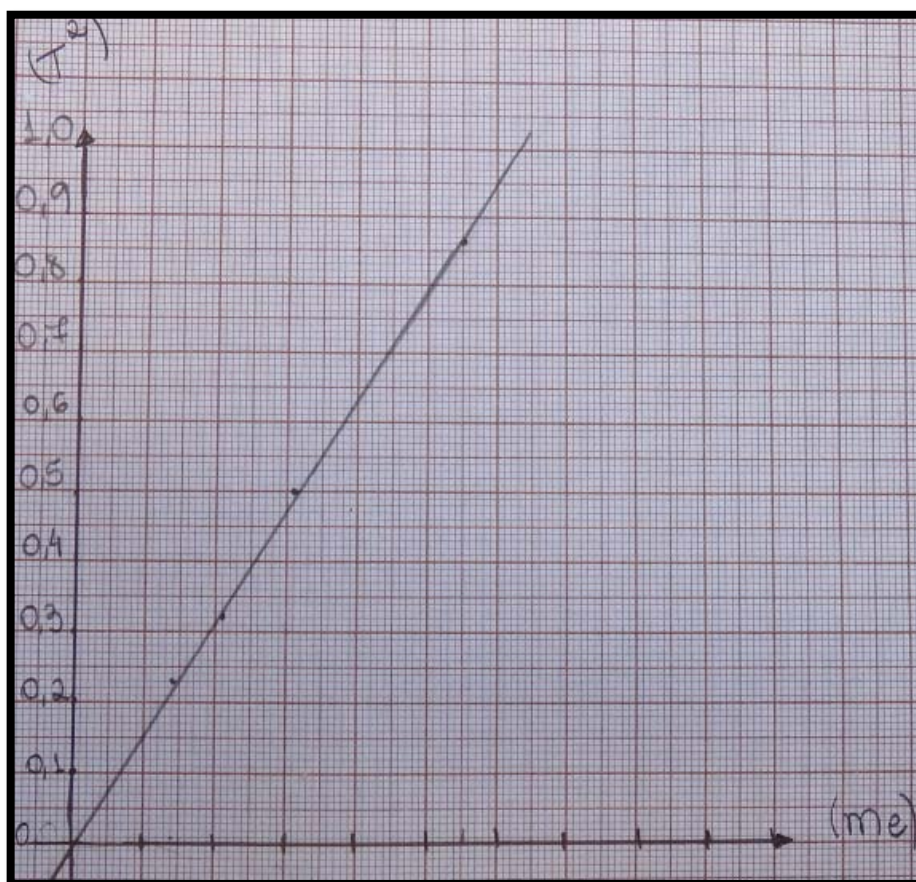
A aplicação do método dos mínimos quadrados para o ajuste de retas ocorreu com base no experimento do oscilador massa-mola. Para isso, os grupos tinham à disposição os seguintes itens: uma mola suspensa a partir de um suporte; quatro cilindros de diferentes massas; um cronômetro. Com a balança foram aferidas as massas dos quatro cilindros e a massa da mola. Em seguida, registrou-se o tempo necessário para 20 oscilações e calculou-se o período de oscilação para cada cilindro, conforme a Tabela 7, referente ao Grupo B.

TABELA 7 – TABELA DE DADOS DO OSCILADOR MASSA-MOLA: GRUPO B

Massa do cilindro m_B (kg)	Massa corrigida m_E (kg)	Tempo 20 oscilações t (s)	Período 01 oscilação T (s)	T^2 (s^2)
0,026	0,029	9,76	0,48	0,23
0,037	0,041	11,37	0,57	0,32
0,059	0,062	14,12	0,71	0,50
0,106	0,109	18,72	0,93	0,86

Fonte: Dados Grupo B

Com base nos dados apresentados, traçou-se o gráfico de T^2 versus m_E (Gráfico 10), no qual a constante da mola k pôde ser determinada.

GRÁFICO 10 – PERÍODO (T^2) VERSUS MASSA CORRIGIDA (m_E)

Fonte: Dados Grupo B

Por meio das equações dos mínimos quadrados calculou-se a inclinação m da reta do gráfico T^2 versus m_E e a incerteza padrão $u(m)$, Conforme as Tabelas 8 e 9 apresentadas na sequência:

TABELA 8 – CÁLCULO DA INCLINAÇÃO E INTERCEPTO DO EIXO Y

	x (m_E)	y (T^2)	x.y	x^2	
	0,029	0,23	0,00667	0,000841	
	0,041	0,32	0,01312	0,001681	
	0,062	0,50	0,031	0,003844	
	0,109	0,86	0,093	0,011881	
Σ	0,241	1,91	0,144	0,018	
Inclinação m:		8,31		Intercepto de y c:	-0,023

Fonte: Dados Grupo B

TABELA 9 – CÁLCULO DA INCERTEZA DA MASSA

x	mx + c	d	d ²
0,029	0,218	0,012	0,000144
0,041	0,318	0,002	0,0004
0,082	0,492	0,008	0,000064
0,109	0,883	-0,023	0,000529
Σ			0,001137
u(m): 0,404		u(c): 0,027	

Fonte: Dados Grupo B

Com base nos dados apresentados, os grupos foram capazes de determinar um valor para K ($K = 4\pi^2/m$) e da incerteza para a constante elástica da mola $u(K)$, a partir do valor da inclinação m_E , em seguida, apresentaram o resultado final para essa medição, conforme a Figura 57.

FIGURA 57 – RESULTADO FINAL PARA A MEDIÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DE UM MOLA

$$K = \frac{4\pi^2}{m} = \frac{4\pi^2}{8,31} = 4,75 \text{ N/m}$$

Usando a equação $u(K) = 0,404$

O valor de $u(K) = 0,404 \text{ N/m}$

$K = 4,75 \pm 0,404 \text{ N/m}$

Fonte: Dados Grupo B

A atividade experimental descrita anteriormente apresenta a última intervenção de carácter instrucional realizada na disciplina especial “Introdução à Medição no Laboratório de Física”. As ações e raciocínios dos participantes na última atividade experimental realizada demonstraram que os mesmos são capazes de coordenar as representações gráficas (Tabela e Gráfico Cartesiano) de forma articulada com as representações algébricas (Equações) para desencadear o processo de medição, culminando em um resultado experimental coerente e satisfatório.

Nesta seção, buscou-se demonstrar como ocorreu a instrução laboratorial multirepresentacional e seu impacto na evolução conceitual com participantes partindo do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto avançado, consistente e robusto. Como visto, a compreensão da natureza estatística da medição está estreitamente relacionada com o envolvimento e utilização das

ferramentas de análise de dados, conforme já previam Buffler *et al.* (2001) e Allie *et al.* (2003). Por consequência, as atividades de ensino permitiram aos participantes desenvolverem e utilizarem de toda a gama de ferramentas estatísticas quando se engajaram em tarefas que desafiam suas visões sobre a natureza da medição. Para além das atividades cognitivas de formação e tratamento desenvolvidas, a atividade cognitiva de conversão interviu de forma que os registros no quais os tratamentos a serem efetuados se tornassem mais econômicos, mais potentes, corroborando com as afirmações de Duval (2003, p. 16). Assim, a atividade de conversão conduziu os estudantes à realizarem inferências sobre o mensurando de forma qualitativa e quantitativa, quando foram estabelecidas a compreensão entre os propósitos da medição e as ações dos estudantes diante de uma situação experimental.

A constatação da associação entre a linguagem natural e as diferentes representações, ou destas entre si, proporcionou realizar afirmações a respeito da aprendizagem dos participantes. Do ponto de vista cognitivo, a mudança ocorrida entre os registros de representação dos dados experimentais para tabelas, gráficos, esquemas, linguagem algébrica, geométrica e, inclusive a linguagem natural, demonstrou que os estudantes são capazes de articular todo o processo de medição e superaram os obstáculos à compreensão do campo conceitual estudado.

As tarefas de construção simbólica priorizaram as atividades de conversão, a qual é fundamental para a *semiosis*, visando também não reduzir a importância das atividades de formação das representações semióticas e do tratamento estatístico destas, uma vez que o processo multirepresentacional da medição requer uma compreensão que vai muito além de uma simples operacionalização mecânica desse processo. Por fim, o salto qualitativo permitido pela instrução baseada em múltiplas representações pretendeu superar as inconsistências lógicas expressas nas visões prévias dos participantes sobre os processos de coleta, tratamento e comparação de dados em um contexto científico. A classificação da compreensão conceitual dos estudantes com relação à articulação dos conceitos e procedimentos relacionados ao processo de medição serão discutidos na próxima seção deste capítulo.

3.3 ANÁLISE DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2

A atual seção analisa a reaplicação do referencial analítico proposto (Seção 2.3 - Quadro 1) para identificar as Categorias de Compreensão Conceitual dos quatro grupos participantes da investigação (Grupos A, B, C e D) em um momento final da progressão de aprendizagem, de acordo com a seção 2.5.2 do Capítulo 2.

3.3.1 Avaliação Diagnóstica 2: Grupo A

QUADRO 6 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO A

Grupo A	
1.	<i>“É o ato de medir, isto é comparar um valor com uma medida padrão, utilizando equipamentos adequados para obtenção do mesurando.”</i>
2.	<i>“Com a opinião B, pois caso não haja dispersão dos valores não é necessário repetir as medidas. Caso contrario apresentando dispersão dos dados quanto mais medições mais próximo do valor verdadeiro, então menor o seu desvio.”</i>
3.	<i>“Com a opinião A, pois repetindo a experiência e tendo esses valores calculados teremos uma aproximação coerente com a realidade.”</i>
4.	<i>“Com a opinião A, por que é interessante usar todos os dados, e o método dos mínimos quadrados, usando a menor das distâncias junto com as incertezas, e com isso tem os melhores resultados.”</i>
5.	<i>“Opinião A, tendo a sobre posição de seus dados conseguimos ter um intervalo em que ambos os grupos de resultados concordam.”</i>
6.	<i>“Com a questão B, pois sempre teremos uma aproximação mesmo com equipamentos e técnicas apuradas, sempre haverá incertezas.”</i>
7.	<i>“Questão B, pois como dissemos na questão anterior sempre haverá incertezas”.</i>

Fonte: O próprio autor

A investigação do Grupo A na Avaliação Diagnóstica 2 (Quadro 6) constatou que os participantes deste grupo compreendem de forma superficial o processo de medição, quando declara que a medição é *“comparar um valor com uma medida padrão”*, o que significa a compreensão de apenas uma parte do processo de medição. Nas discussões sobre a coleta de dados, o grupo demonstra entender a necessidade de repetir medidas caso encontrem dispersão nos valores medidos, o que é consistente com o Paradigma de Conjunto. Tal compreensão é reforçada quando salientam que ao repetir a experiência encontram valores próximos à realidade por meio de constructos teóricos, como o método dos mínimos

quadrados para determinar a incerteza e obter melhores resultados. Nesse sentido, podemos inferir que o entendimento do processamento de dados experimentais pode ser declarado como pertencente ao Paradigma de Conjunto. Por fim, a constatação de que a incerteza é uma propriedade inerente ao processo de qualquer medição, a qual determina um intervalo no qual o valor do mensurando pode encontrar-se e que as comparações somente são qualitativas quando realizadas por meio deste intervalo estabelecem que os raciocínios destes estudantes encontram-se dentro do Paradigma de Conjunto em relação também à comparação de dados experimentais. Ainda que o raciocínio relacionado esteja dentro do Paradigma de Conjunto, as justificativas foram dadas de forma pouco aprofundada e pouco articuladas entre si. Assim, a categoria de compreensão conceitual apresentada pelo Grupo A pode ser definida como **Fragmentos Científicos**, a qual inclui critérios de compreensão conceitual científica, sendo um subconjunto de aspectos do Paradigma de Conjunto, sem Fragmentos Alternativos.

3.3.2 Avaliação Diagnóstica 2: Grupo B

QUADRO 7 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO B

Grupo B	
1.	<i>“Medição é um procedimento que envolve desde a leitura até o tratamento dos dados quando necessário, dependendo do objetivo da medição, com o mensurando determinando, define-se um procedimento de medição, o instrumento apropriado para realizar a medição e após fazer o tratamento dos dados obtemos o valor aproximado e a incerteza, definindo o intervalo de segurança.”</i>
2.	<i>“B – porque quando fazemos várias leituras temos uma dispersão dos dados, com isso fazemos o tratamento dos dados a fim de encontrar um valor aproximado e a incerteza associado a medição. Isso vai dar um intervalo de segurança menor. Concluímos que com várias medições teremos um resultado melhor e uma incerteza menor.”</i>
3.	<i>“A. Não existe um valor verdadeiro, porque sempre que fazemos uma medição temos uma incerteza relacionada a ela. Então com várias medições conseguimos um valor aproximado e o desvio padrão.”</i>
4.	<i>“A. Por meio do método dos mínimos quadrados é possível determinar a melhor aproximação da medição, levando em consideração a incerteza de cada um dos pontos.”</i>
5.	<i>“A. As medições com um intervalo menor implicam em uma incerteza menor e o experimento melhor. Os valores aproximados podem ser parecidos, mas o que determina a qualidade do experimento é o valor da incerteza.”</i>
6.	<i>“Grupo B. Primeiramente não existe valor verdadeiro sem nenhuma incerteza, e ainda que diminua o erro do manuseio, tem o erro do equipamento, calibração interna.”</i>
7.	<i>“B, pois toda medição tem uma incerteza associada a ela devido ao manuseio do instrumento de medição. O resultado obtido é aproximado e é acompanhado de sua incerteza.”</i>

Fonte: O próprio autor

A análise do Grupo B mostra que o grupo compreende conceitualmente a medição como um processo complexo que “*envolve desde a leitura até o tratamento dos dados*” e suas explicações demonstram profundidade no entendimento do tema (Quadro 7). O Paradigma de Conjunto foi evidenciado nos raciocínios relativos à coleta de dados, quando os mesmos concordam com a afirmação de que repetir a medição da mesma quantidade é necessária em consequência da dispersão inerente dos dados e quanto maior o número de dados melhor será o resultado e, conseqüentemente, menor será a incerteza.

O grupo acredita inexistir um valor verdadeiro, independentemente se as técnicas e equipamentos sejam cada vez mais refinados e, conforme o grupo afirma “sempre que fazemos uma medição haverá uma incerteza associada à ela”, sendo o método dos mínimos quadrados um constructo teórico que pode ser utilizado para determinar tal incerteza, confirmando a presença do Paradigma de Conjunto para o processamento de dados experimentais.

Em relação à comparação de dados, os estudantes deste grupo afirmam que a qualidade do experimento pode ser julgada por meio do intervalo de incerteza, assim como consideram que o acordo entre duas medições está relacionado ao nível de sobreposição de seus intervalos de incerteza. Por fim, podemos inferir que os raciocínios dos participantes do Grupo B encontram-se na **Categoria de Compreensão Conceitual Científica**, pois são capazes de justificar todos os critérios de compreensão conceitual da medição por meio do Paradigma de Conjunto.

3.3.3 Avaliação Diagnóstica 2: Grupo C

QUADRO 8 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO C

Grupo C	
1.	<i>“Medição é a coleta de dados de um determinado “corpo” que chamamos de mensurando, isto o quantifica”.</i>
2.	<i>“Grupo B, por que sempre que possível deve-se repetir sua medição para que consiga uma menor dispersão dos dados e consequentemente obtendo assim um valor mais próximo do real.”</i>
3.	<i>“Grupo A, pois sempre que tivemos um conjunto de dados devemos fazer um tratamento detalhado para um refinamento do valor assim incluindo a ele sua incerteza.”</i>
4.	<i>“Grupo A, pois quando se faz um gráfico deve o fazer por meio de método dos mínimos quadrados para se obter a melhor reta e assim interpretar os dados obtidos pela reta obtida.”</i>
5.	<i>“Grupo A, porque a sobreposição é a intersecção dos conjuntos, sendo assim existem valores que coincidem.”</i>
6.	<i>“Grupo B, pois sempre haverá condições diversas na medição, sendo algumas delas por causa do fator humano e condições do ambiente mesmo que se pratique ao máximo.”</i>
7.	<i>“Grupo B, pois uma medição sempre deve estar acompanhada de sua incerteza, já que não há um valor real.”</i>

Fonte: O próprio autor

A Avaliação Diagnóstica 2 do grupo C apontou que os membros deste grupo mantêm um entendimento parcial sobre o processo de medição. Os mesmos declararam que uma medição é uma coleta de dados com o objetivo de atribuir valores numéricos ao mensurando. Esta afirmação encontra-se fracamente ancorada no entendimento científico da medição, apresentando pouca compreensão dos processos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais, embora sejam capazes de justificá-los dentro do Paradigma de Conjunto.

Os raciocínios ligados à coleta e processamento de dados deste grupo estão ancorados no Paradigma de Conjunto, uma vez que justificam corretamente o seu posicionamento quanto à afirmação de que um conjunto de medições é representado por um constructo teórico, como a média e o desvio padrão, assim como o entendimento de que pode-se obter o melhor ajuste de uma reta aos dados experimentais por meio do método dos mínimos quadrados.

As ideias relacionadas com a comparação dos dados experimentais, incerteza e representação dos resultados, como visto no Quadro 8 nos itens 5, 6 e 7, indicam também a presença dos raciocínios do Paradigma de Conjunto. Portanto, com base no conjunto afirmações realizadas na Avaliação Diagnóstica 2, as ações e raciocínios presentes na 1ª edição do Grupo C encontram-se na Categoria de Compreensão Conceitual “**Fragmentos Científicos**” o qual inclui um subconjunto de entendimentos conceituais científicos que não estão em conflito com os aspectos científicos do Paradigma de Conjunto, sem conter fragmentos alternativos.

3.3.4 Avaliação Diagnóstica 2: Grupo D

QUADRO 9 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO D

Grupo D	
1.	<i>“É o ato de comparar um objeto ou fenômeno com um padrão bem estabelecido. Toda medição tem como resultado um número que é a razão entre o mensurando e o padrão.”</i>
2.	<i>“Concordamos com a opinião do grupo B, pois toda medição é acompanhada de uma incerteza que deve ser tratada matematicamente. Isso se consegue aumentando a quantidade de medições. Há, também, uma dispersão dos valores obtidos a cada repetição e, quanto maior o número de dados obtidos experimentalmente, melhor será a média obtida. O Grupo A está errado porque ao se repetir uma medição várias vezes, quanto maior a precisão do instrumento, mais os resultados irão oscilar em torno de uma média.”</i>
3.	<i>“Concordamos com o grupo A pois um conjunto de medidas oscila em torno de um valor médio (este valor médio é o que melhor representa a média do objeto/fenômeno) e é acompanhada de uma incerteza. Além disso não há um “valor verdadeiro” para uma medição, há sempre uma grande incerteza, seja devida à resolução do instrumento utilizado, condições ambientais, etc.”</i>
4.	<i>“Concordamos com o grupo A pois cada um dos pontos possui uma incerteza e a reta do gráfico pode passar dentro dos limites dessa incerteza. Para isso, usa-se método dos mínimos quadrados. O Grupo B está errado porque multiplicar retas unindo os pontos não daria uma função que descreve o fenômeno estudado e uma única reta passada por pontos selecionados implica assumir que apenas alguns valores são “reais” enquanto os outros são “errados”.”</i>
5.	<i>“Concordamos com o grupo A pois se a incerteza de duas medições se sobrepõe, neste intervalo de sobreposição, uma concorda com a outra. O grupo B está errado pois, mesmo se duas médias estiverem muito próximas, se o intervalo de incerteza de ambas estiverem muito distantes uma da outra (de modo a não sobrepor) não haverá um valor que seja comum aos dois.”</i>
6.	<i>“Concordamos com o grupo B, pois não há medida desprovida de incerteza. Mesmo se o grupo A praticar muito, não serão capazes de eliminar a incerteza inerente ao equipamento utilizado para realizar a medição.”</i>
7.	<i>“Concordamos com o grupo B, pois toda medida é acompanhada de uma incerteza. É impossível eliminar toda a incerteza em uma medição (apenas minimizá-la, com equipamentos de maior resolução, melhor controle das condições em que se realiza a medição, etc.).”</i>

Fonte: O próprio autor

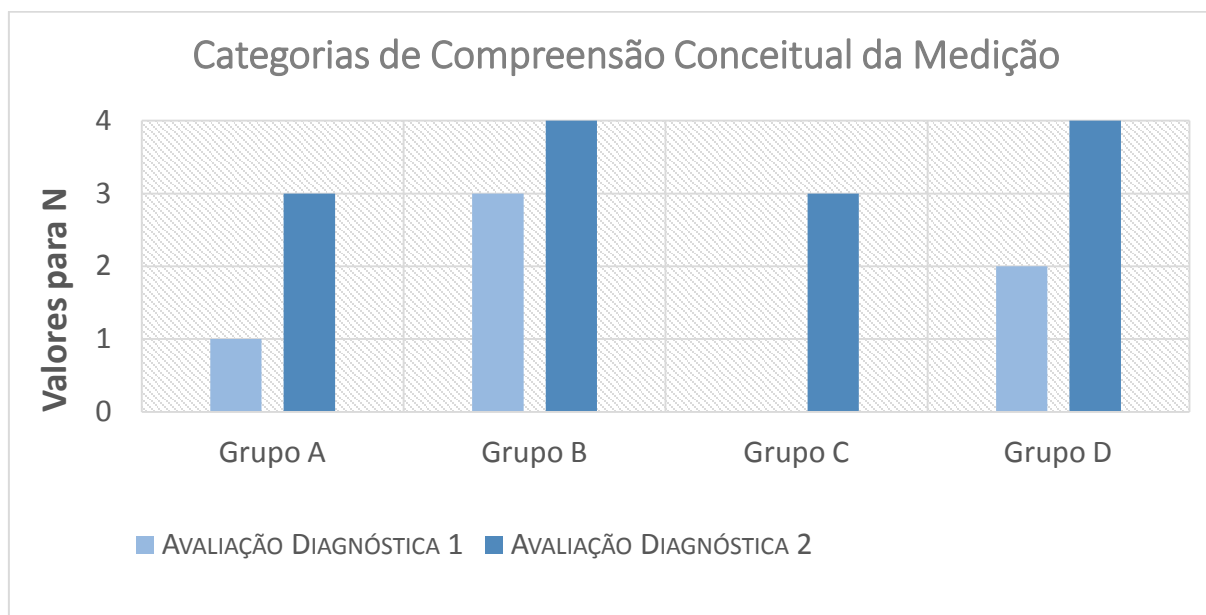
As ideias dos participantes do Grupo D indicam que os mesmos compreendem a medição como um processo, cujo resultado culmina com a realização de uma declaração quantitativa do mensurando: *“toda medição tem como resultado final um número”*. Para este grupo *“toda medição é acompanhada de uma incerteza que deve ser tratada matematicamente. Isso se consegue aumentando a quantidade de medições. Há, também, uma dispersão dos valores obtidos a cada repetição e, quanto maior o número de dados obtidos experimentalmente, melhor será a média obtida”*. A alegação anterior indica que este grupo ancora seus

raciocínios no Paradigma de Conjunto, no qual a incerteza é uma característica inerente toda medição e a mesma nunca pode ser reduzida a zero, nesse sentido, o “valor verdadeiro” pode ser conhecido. A comparação e concordância de duas medições está relacionada ao intervalo de incerteza determinado no processo de medição, segundo o grupo, “*se a incerteza de duas medições se sobrepõe, neste intervalo de sobreposição, uma concorda com a outra*”. Com base na extensão e profundidade das respostas deste grupo, podemos inferir que ideias fundamentais da medição estão ancoradas do Paradigma de Conjunto consistente e robusto. Nesse sentido, os raciocínios dos participantes do Grupo D encontram-se na Categoria de Compreensão Conceitual “Compreensão Científica”, pois são capazes de articular de forma coordenada todos os aspectos do Paradigma de Conjunto, sem a presença de fragmentos alternativos.

3.3.5 Síntese da Avaliação Diagnóstica 2

Os Grupos B e D foram classificados na Categoria de Compreensão Conceitual Científica da Medição pois foram capazes coordenar todos os aspectos do Paradigma de Conjunto. Por sua vez, os Grupos A e C foram determinados como sendo compostos por Fragmentos Científicos. Com base em tais resultados podemos inferir que houve uma mudança significativamente positiva nas concepções dos estudantes frente a uma situação experimental, uma vez que todos os participantes evoluíram em suas concepções iniciais da Avaliação Diagnóstica¹ (Gráfico 4, p. 116) para a Avaliação Diagnóstica 2, as quais são comparadas do Quando 11, a seguir.

GRÁFICO 11 – CATEGORIA DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2



Fonte: O próprio autor

Por meio dos resultados da Avaliação Diagnóstica 2, podemos afirmar que todos os grupos de participantes encontravam-se no Paradigma de Conjunto imediatamente após a instrução multirepresentacional, pois não apresentavam nenhuma característica intermediária de ambos os paradigmas, ou seja, não apresentavam visões alternativas às científicas com relação à medição.

3.4 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3

A presente seção caracteriza a aplicação do instrumento teórico-analítico proposto na Seção 1.6 (Quadro 1) para classificar as Categorias de Compreensão Conceitual da Medição dos Grupos A, B, C e D participantes da investigação quatro semanas após o término da instrução multirepresentacional, denominada de Avaliação Diagnóstica 3 (AD3).

Na seção 2.5.3 do capítulo anterior foi detalhada a Avaliação Diagnóstica 3, na qual os grupos deveriam determinar o resultado final relativo ao tempo que Kirani James (medalha de ouro) levou para percorrer os 400m rasos na final realizada no Estádio Olímpico nos Jogos Olímpicos de Londres 2012, assim como sua velocidade média, considerando também as respectivas incertezas. Os dados que os grupos tinham a disposição correspondem a Tabela 10, a seguir:

TABELA 10 – DADOS DISPONÍVEIS PARA OS GRUPOS PARA A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3

TEMPO (s)			
GRUPO A	GRUPO B	GRUPO C	GRUPO D
43,51	43,33	43,57	42,43
43,58	43,55	43,73	43,58
43,43	43,57	43,69	43,29
43,47	43,60	43,44	43,51
43,33	43,59	44,00	43,83

A partir dos dados disponíveis na Tabela 10, os grupos elaboraram um relatório científico no qual deveriam seguir uma série de diretrizes já expostas nos aspectos metodológicos. É importante evidenciar que os relatórios completos dos grupos encontram-se no **Apêndice E**.

Na introdução dos relatórios, todos os grupos apresentaram uma breve perspectiva da experiência realizada, buscando selecionar informações relevantes do fenômeno investigado. Lembramos que listar e relacionar essas informações ao relatório final faz parte do processo para realizar inferências sobre o tempo e velocidade do velocista em uma pista de 400 metros e é coerente com processo de medição dentro do Paradigma de Conjunto.

Todos os relatórios apresentaram uma descrição clara, concisa e minuciosa dos instrumentos, técnicas e procedimentos utilizados. O Grupo A, por exemplo, apresentou um diagrama cuidadosamente esboçado e rotulado do cronômetro utilizado.

Os registros de representação semiótica, como as tabelas de resultados e gráficos usados para organizar, processar e discutir os resultados experimentais apresentaram-se de forma coerente com a instrução realizada.

Os resultados finais apresentados na Tabela 11 a seguir evidenciam que o tratamento dos dados ocorreu de acordo com o Paradigma de Conjunto. Nesse sentido é coerente afirmar que as análises concordam dentro dos limites de incertezas que foram determinados.

TABELA 11 – RESULTADO FINAL PARA A AD3

Grupo A	Grupo B
$\bar{t} = 43,55 \pm 0,132 s$	$\bar{t} = 43,50 \pm 0,16 s$
$\bar{v} = 9,18 \pm 0,028 m/s$	$\bar{v} = 9,13 \pm 0,034 m/s$
Grupo C	Grupo D
$\bar{t} = 43,484 \pm 0,026 s$	$\bar{t} = 43,50 \pm 0,47 s$
$\bar{v} = 9,198 \pm 0,046 m/s$	$\bar{v} = 9,20 \pm 0,10 m/s$

Fonte: Grupos A, B C e D do Apêndice E

Salienta-se que a atividade experimental desenvolvida não tinha o objetivo explícito de reproduzir alguma resposta "correta". O problema exposto para os grupos envolvia desempenhar coordenadamente um conjunto de procedimentos destinados a obter uma solução experimental, a qual incluiu realizar inferências sobre o mensurando, sendo necessário para isso executar diferentes procedimentos e técnicas e, por fim, formular um relatório científico adequado.

A análise, interpretação e discussão dos resultados da investigação revelou diferenças significativas entre o Grupo C e os Grupos A, B e D. No relatório final verificou-se uma evolução conceitual entre AD2 e AD3 do Grupo C em relação aos demais grupos, por esse motivo, o Grupo C foi classificado na Categoria de Compreensão Conceitual Científica ao coordenar todos os aspectos do Paradigma de Conjunto na referida avaliação. As explicações desta evolução podem ser atribuídas ao processo de reflexão e revisão realizado pelo grupo a *posteriori* à instrução laboratorial para a escrita do relatório final. Tal processo permitiu uma reflexão crítica de todo o processo de medição e auxiliou o grupo a alcançar uma compreensão refinada dos propósitos da investigação.

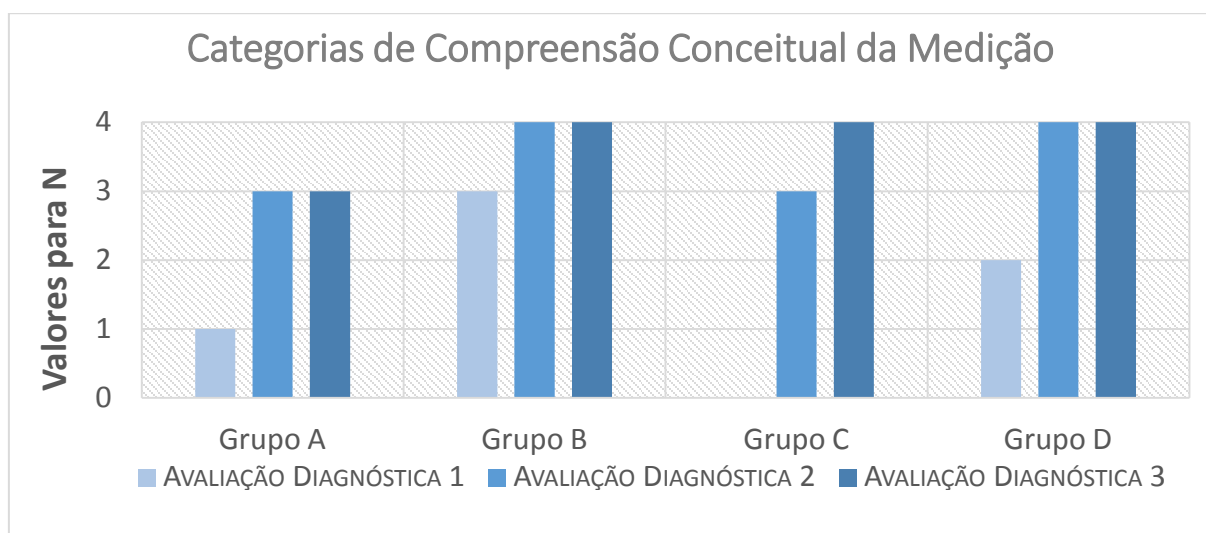
Inferimos que todos os grupos foram capazes de sintetizar os diferentes aspectos da experiência de laboratório em um relatório estruturado e coerente e conseguiram explicitar a essência da investigação de forma clara e organizada, o que é pertinente aos propósitos da instrução laboratorial. Nesse sentido, o Paradigma de Conjunto foi coordenado de forma articulada com os registros de representação semiótica adequados em três dos quatro grupos (Grupos, B, C e D). A presente avaliação evidenciou também as habilidades de raciocínio e capacidade de se comunicar por escrito dos grupos participantes desta investigação.

3.4.5 Discussão da Avaliação Diagnóstica 3

A avaliação Diagnóstica 3 mostrou que os grupos mantiveram as classificações alcançadas na Avaliação Diagnóstica 2 (Grupos A, B, e D) ou avançaram para Categoria de C ompreensão Conceitual Científica da Medição (Grupo C). Nesse sentido podemos afirmar que todos dos grupos foram capazes de coordenar de forma satisfatória os aspectos do Paradigma de Conjunto para a realização desta última avaliação. Dessa forma, podemos inferir que a instrução laboratorial auxiliou os estudantes a pr oduzirem um conhecimento estável e duradouro acerca dos processos de coleta, processamento e dados experimentais dentro do Paradigma de Conjunto.

Apesar de não podermos afirmar que todos os grupos encontravam-se no Paradigma de Conjunto consistente e robusto quatro semanas após o término da instrução multirepresentacional, podemos confirmar que as características intermediárias de ambos os paradigmas foram eliminadas. As Categorias de Compreensão Conceitual da Medição na Avaliação Diagnóstica 3 é resumida no Gráfico 12 a seguir:

GRÁFICO 12 – CATEGORIA DE COMPREENSÃO CONCEITUAL: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3



Fonte: O próprio autor

3.5 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Nesta seção realiza-se uma análise estatística por meio do Teste de Sinais com pares de dados, com o objetivo de avaliar a evolução conceitual dos grupos participantes da pesquisa. Para isso, as categorias de compreensão conceitual dos Grupos A, B, C e D foram comparadas estatisticamente em três momentos distintos. A compreensão conceitual dos grupos com relação à medição foi identificada por suas respostas na Avaliação Diagnóstica 1 (AD1), Avaliação Diagnóstica 2 (AD2) e Avaliação Diagnóstica 3 (AD3). O pesquisador desenvolveu um esquema de codificação (Quadro1) para facilitar a pontuação do desempenho dos alunos ao classificar as Categorias de C ompreensão Conceitual antes, imediatamente após e quatro semanas após a instrução laboratorial (Seções 3.1, 3.3 e 3.4). Tais escores foram utilizados para fazer comparações estatísticas entre os grupos.

TABELA 12 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Estatística Descritiva					
	N	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
AD1	4	1,50	1,291	0	3
AD2	4	3,50	0,577	3	4
AD3	4	3,75	0,500	3	4

Fonte: Dados do Programa Estatístico IBM SPSS v.20

Os dezenove participantes evoluíram em direção ao Paradigma de Conjunto para as categorias “Compreensão Científica” ou “Fragmentos Científicos” após a conclusão da instrução multirepresentacional. A análise Teste de Sinal revelou uma diferença estatisticamente significativa na média ($M_{AD1} = 1,5$; $M_{AD2} = 3,5$) entre a Avaliação Diagnóstica 1 e Avaliação Diagnóstica 2 e uma leve evolução na compreensão conceitual entre Avaliação Diagnóstica 2 e Avaliação Diagnóstica 3 ($M_{AD2} = 3,5$; $M_{AD3} = 3,75$).

O Teste de Sinais com pares de dados (Wilcoxon Signed Ranks Test) foi realizado para determinar se houve uma diferença significativa entre os grupos com relação à seus entendimentos conceituais sobre a medição entre Avaliação Diagnóstica 1 (AD1), Avaliação Diagnóstica 2 (AD2) e Avaliação Diagnóstica 3 (AD3), os quais também podem ser entendidos como pré-teste, pós-teste e teste de

retenção, respectivamente. A Tabela 13 apresenta as estatísticas de teste do sinal e os casos positivos, negativos e de nenhuma mudança para os grupos.

TABELA 13 – TESTE DE SINAIS ENTRE AD1, AD2 E AD3

		Ranks			
		N	Média dos Ranks	Soma dos Ranks	
AD2 - AD1	Negativo	0 ^a	0,00	0,00	a. AD2 < AD1 b. AD2 > AD1 c. AD2 = AD1 d. AD3 < AD2 e. AD3 > AD2 f. AD3 = AD2
	Positivo	4 ^b	2,50	10,00	
	Igual	0 ^c			
	Total	4			
AD3 - AD2	Negativo	0 ^d	0,00	0,00	
	Positivo	1 ^e	1,00	1,00	
	Igual	3 ^f			
	Total	4			

Fonte: Dados do Programa Estatístico IBM SPSS v.20

Catorze dos 19 participantes da instrução multirepresentacional mantiveram suas compressões conceituais quatro semanas após a intervenção e cinco destes estudantes evoluíram seus entendimentos conceituais no teste de retenção (AD3). Os resultados do Teste de Sinais foram coerentes com os resultados das análises qualitativas de cada Avaliação Diagnóstica, que apresentaram alteração considerável na compreensão conceitual da medição dos alunos para o Paradigma de Conjunto após a instrução multirepresentacional, bem como a manutenção de seus entendimentos conceituais após um período de quatro semanas.

TABELA 14 – RESUMO DAS CATEGORIAS DE COMPREENSÃO CONCEITUAL DA MEDIÇÃO EM AD1, AD2 E AD3

Cat. de Compreensão Conceitual da Medição	N	AD1		AD2		AD3	
		#	%	#	%	#	%
Compreensão Científica	4	0	0,0	9	47,4	14	73,7
Fragmentos Científicos	3	4	21,1	10	52,6	5	26,3
Científica com Fragmentos Alternativos	2	5	26,3	0	0,0	0	0,00
Alternativa com Fragmentos Científicos	1	5	26,3	0	0,0	0	0,0
Fragmentos Alternativos	0	5	26,3	0	0,0	0	0,0

Fonte: O próprio autor

A análise comparativa realizada entre AD1 e AD2, verificou que houve uma evolução moderada ou radical em três grupos, correspondentes a 78% dos participantes, ou seja, 15 dos 19 participantes tiveram suas concepções a respeito da medição fundamentalmente reestruturadas. Conforme a Tabela 14, todos os grupos evoluíram conceitualmente e procedimentalmente, tendo suas ações e raciocínios ancorados no Paradigma de Conjunto e 73,7% dos participantes desses grupos alcançaram a Compreensão Científica da Medição, ou seja, atingiram de forma plenamente satisfatória os aspectos mais refinados da teoria da probabilidade no nível de ensino proposto pela instrução laboratorial.

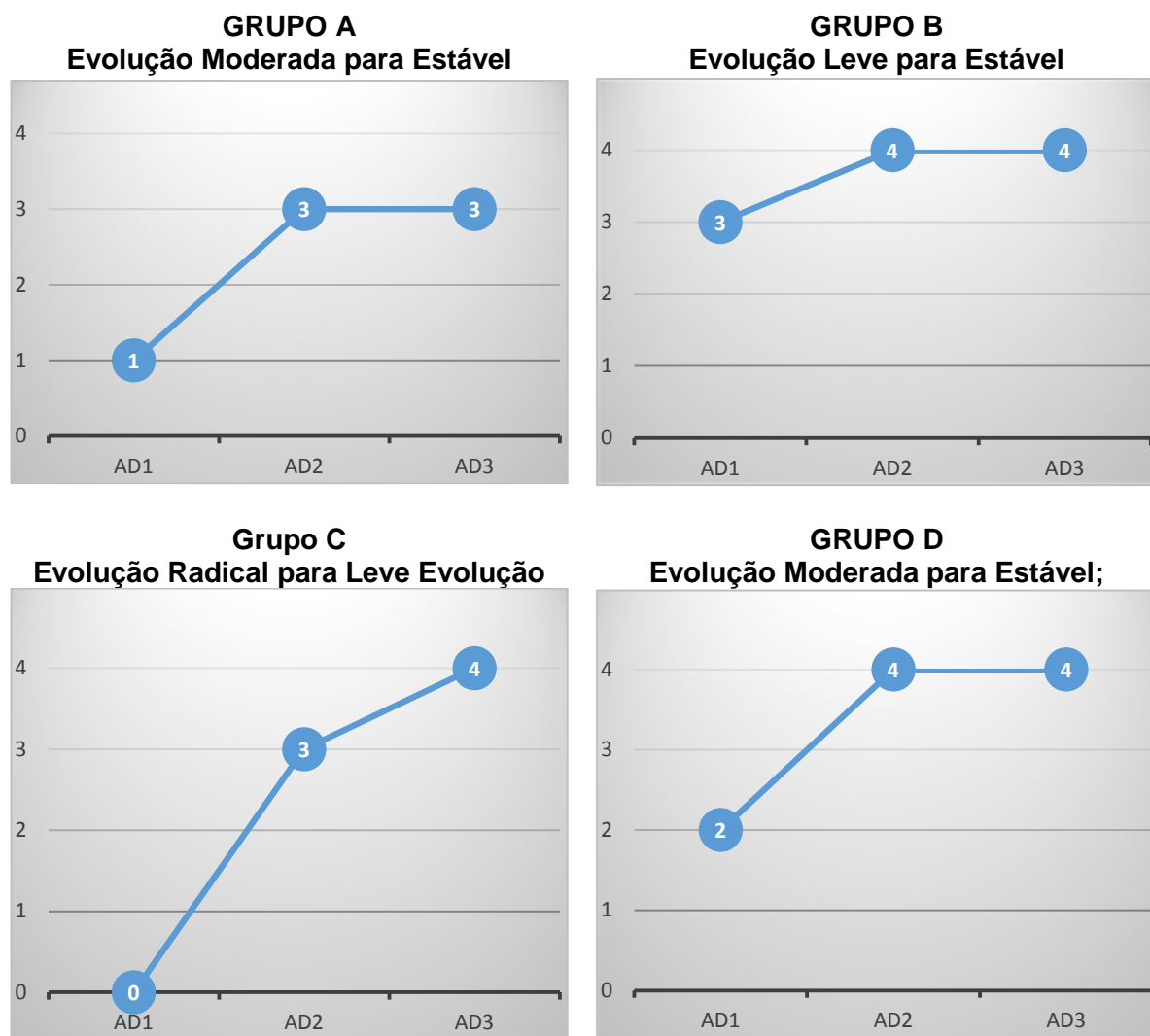
Com base nas análises realizadas, podemos inferir que a instrução multirepresentacional não apenas refinou, mas reelaborou e fortaleceu os aspectos do Paradigma de Conjunto nos quatro grupos, sendo os mesmos capazes de fornecer um quadro explicativo das suas ações e raciocínios apoiado na teoria probabilística da medição. Por esse motivo, podemos inferir que as ações e raciocínios ligados ao Paradigma de Conjunto foram devidamente incorporadas por parte dos participantes até o momento da Avaliação Diagnóstica 2.

As características de progresso radical e leve evolução ficaram evidentes nos caminhos conceituais do Grupo C, que corresponderam a 26,3% dos participantes. Assim, as categorias de compreensão conceitual apresentadas na AD3 mostraram que houve a permanência do nível alcançado em AD2 em 100,0% dos casos 4 semanas após o término da disciplina especial, ou seja, as ações e raciocínios do Paradigma de Conjunto permaneceram estáveis, o que demonstra e confirma a eficácia da instrução multirepresentacional aplicada.

Os dados obtidos nas Avaliações Diagnósticas AD1, AD2 e AD3, auxiliaram a construir os caminhos de compreensão conceitual percorridos pelos Grupos A, B, C e D, com base nas diferenças dos níveis (N) das Categorias de Compreensão Conceitual da Medição classificadas nas Avaliações Diagnósticas 1, 2 e 3.

Ressaltamos que o grau de evolução/decaimento/estabilidade expressos entre os momentos de avaliação AD1, AD2 e AD3 foram combinados de forma de compor os caminhos de compreensão conceitual dos grupos participantes da pesquisa, conforme o Quadro 2, definido no Capítulo 1.

Nessa pesquisa foram observados três distintos caminhos de compreensão conceitual: (a) **Evolução Leve para Estável**; (b) **Evolução Moderada para Estável**; (c) **Evolução Radical para Evolução Leve**;



CONSIDERAÇÕES FINAIS

As naturezas das questões de pesquisa apresentadas na seção 1.7 desta tese estavam relacionadas ao impacto do uso de uma estratégia de ensino multirepresentacional no que diz respeito à extensão da mudança da compreensão conceitual de grupos de estudantes do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto e a durabilidade desses entendimentos científicos construídos durante a fase de instrução. Nesse sentido, o referencial analítico aportado nas Categorias de Compreensão Conceitual da Medição permitiu um refinamento analítico para além dos paradigmas da medição, procurando avançar em relação às pesquisas em Ensino de Física ligadas à compreensão conceitual dos estudantes frente à uma situação experimental. Por meio de tal referencial, puderam ser acompanhadas as alterações nas categorias do Paradigma Pontual, as quais foram essencialmente reformuladas para o avanço na aquisição de conceitos e procedimentos científicos relacionados ao Paradigma de Conjunto, o qual representa a atual visão científica sobre a medição.

A estratégia de ensino multirepresentacional auxiliou na consolidação dos propósitos fundamentais da atividade científica. Um aspecto essencial de todo o trabalho instrucional por meio de múltiplas representações envolveu desenvolver nos participantes um modo mais apurado de realizar inferências de forma científica sobre um mensurando, assim como decidir quais as medidas a tomar e como identificar todos os fatores que poderiam influenciar no resultado da medição. Ao término da instrução os participantes foram capazes de qualificar as influências dos fatores relacionados com qualquer aspecto da experiência (o ambiente, a habilidade de quem realiza a medição, o instrumento utilizado, etc.). Ao longo da disciplina os estudantes aprenderam também a incorporar tais influências mais formalmente em suas análises dos dados, culminando um relatório final coerente com o Paradigma de Conjunto.

Por parte do processo educativo, uma importante barreira à aprendizagem a respeito medição foi superada, uma vez que se estabeleceu um elo mais estreito entre a coleta, processamento e comparação de dados experimentais e os significados dos conceitos de medição embutidos nos registros de

representação. Os resultados positivos da evolução conceitual exploradas na seção 3.2 do Capítulo 3 estão de acordo com a visão de Duval que afirma que uma aprendizagem centrada na mudança e coordenação dos diferentes registros de representação produz efeitos surpreendentes em tarefas de produção e compreensão, assim como, por meio da coordenação das representações proporcionou-se a extensão da capacidade mental (Duval, 2006, p. 126) para realizar inferências sobre um determinado mensurando.

Como buscamos evidenciar também na seção 3.2 o papel desempenhado pelas múltiplas representações como suporte cognitivo para auxiliar a evolução conceitual dos estudantes. As representações semióticas estimularam a construção de uma compreensão mais profunda do Paradigma de Conjunto, permitindo o aumento no nível de compreensão conceitual dos grupos, assim como também foram fundamentais para o abandono das ideias relacionadas às concepções alternativas da medição ao refinar a compreensão desses conceitos. Por esse motivo, podemos inferir que configurou-se de modo mais preciso, para o estudo que foi desenvolvido, uma abordagem voltada para o trânsito entre as múltiplas formas de registros de representação, visto que tais representações são partes integrantes e indissociáveis do processo de medição e conduzem à realização de inferências sobre fenômeno físico. Tal abordagem implicou em uma forma de interpretar apurada para enfrentar a problemática proposta, de modo a buscar as relações dos dados pertinentes desse campo conceitual específico.

As análises estatísticas realizadas de modo complementar entre o desempenho apresentado nos Avaliações Diagnósticas de cada participante avaliou quantitativamente as mudanças conceituais do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto, assim como foram descritas as várias mudanças de atitudes necessárias para que isso ocorresse de forma significativa. O uso do referencial analítico proposto para a análise desta investigação permitiu que fossem acompanhadas as atividades cognitivas dos estudantes ao transformarem as representações inerentes ao processo de medição. Por meio de tal referencial foi possível acompanhar a evolução conceitual e o crescente domínio de articulação dos registros de representação semiótica para níveis mais complexos das etapas de formação e transformação dos dados experimentais, podendo categorizar as ações e raciocínios de três dos quatro grupos (73,7% dos participantes) na Categorias de

Compreensão Conceitual Científica da Medição. Além do mais, no processo de análise, revelaram-se dificuldades de certos grupos de participantes que não seriam evidenciadas se não fossem solicitadas a produção de representações auxiliares à instrução laboratorial e, por meio delas, conhecemos as concepções do estudante sobre os signos presente no processo de medição. As análises estatísticas indicaram que, como consequência da instrução multirepresentacional, os participantes desta investigação tiveram uma mudança significativamente positiva em suas concepções dos aspectos do Paradigma Pontual para o Paradigma de Conjunto. Em outras palavras, os resultados sugerem que a instrução laboratorial promoveu a construção de um número maior de concepções científicas.

Na construção e aplicação do referencial teórico analítico proposto pôde-se diagnosticar as convergências entre as linhas de pesquisa em múltiplas representações, a teoria dos registros de representação semiótica e a abordagem probabilística da medição. Por meio de tal referencial, fomos capazes de compreender o processo de construção do conhecimento científico sobre a medição, ressaltando a indissociável relação entre os elementos formadores do processo multirepresentacional na coleta, processamento e comparação de dados experimentais e a compreensão da natureza da medição por meio das atividades cognitivas semióticas. Neste sentido, as proposições de Duval relativas à ligação *semiósis/noésis* e seu papel na complexa construção de conhecimentos científicos foram melhor explorados.

Na perspectiva adotada, a elaboração das atividades didáticas implicou em compreender as estruturas, relações e inferências pertinentes ao sistema multirepresentacional aos quais estão subordinadas às ações de construção realizadas pelos participantes e subjacentes às diferentes formas de tratamento cognitivo. As representações de natureza semiótica, tais como a língua escrita para a descrição dos entendimentos sobre a natureza da medida, assim como a linguagem formal para o tratamento estatístico dos dados, não foram importantes apenas para complementar a instrução laboratorial, mas foram, sobretudo, importantes para a análise das dificuldades semióticas inerentes ao funcionamento do pensamento e ao desenvolvimento de conhecimentos científicos. Esse desenvolvimento só se tornou possível com a diferenciação progressiva de múltiplos registros de representação semiótica presentes na coleta, processamento e

comparação de dados. Nesse sentido, as exigências propostas nas atividades de construção/interpretação ressaltaram a necessidade do estudante de se comunicar cientificamente, impondo níveis de elaboração e complexidade mais profundos conforme avançavam na instrução multirepresentacional.

As avaliações diagnósticas realizadas nesta investigação não somente evidenciaram como os estudantes lidam com os signos próprios da medição, mas também evidencia o domínio do conteúdo científico e seu modo de produção. Podemos concluir que as superações conceituais não se limitaram ao registro de representação, mas também auxiliaram a modificar as concepções alternativas sobre a natureza da medição no contexto científico. Por isso, a investigação esteve voltada ao modo com que os estudantes constroem e dão sentido aos signos presentes no contexto experimental e sua interpretação científica. Por fim, o quadro teórico de análise que apresentamos não tem a pretensão de ser o único instrumento analítico para compreender e classificar as Categorias de Compreensão Conceitual da Medição, pois ainda há questões importantes que englobam o processo de ensino-aprendizagem que não foram foco nessa pesquisa, tal como a validade do quadro proposto para a aplicação em outros conteúdos para além dos conceitos introdutórios ao laboratório de física, como os tratamentos estatísticos mais avançados no contexto da mecânica, termodinâmica ou eletromagnetismo.

A presente investigação abriu um certo número de vias para as pesquisas futuras, das quais discutiremos de forma abreviada. Em primeiro lugar, se faz necessário detectar de forma mais aprofundada os fatores de contribuição de cada indivíduo na composição dos paradigmas apresentados pelos grupos por meio de uma análise das interações sociais entre seus membros, o qual não foi foco nesta investigação. Em segundo lugar, acreditamos na importância de se discutir e aprofundar as discussões referentes à medição em níveis mais elementares de ensino por meio de estratégias que contemplem as atividades qualitativas e, sobretudo, quantitativas na aquisição de ações e raciocínios dentro Paradigma de Conjunto para esse nível de ensino. Por fim, pesquisas poderiam ser realizadas para investigar a estruturação didática e possíveis reestruturações nas disciplinas que sucedem à introdução à Física Experimental, nas quais novos e mais sofisticados tratamentos estatísticos são trabalhados e, portanto, é provável que as exigências para a permanência no Paradigma de Conjunto sejam maiores e mais complexas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADADAN, E., IRVING, K., TRUNDLE, K. Exploring grade 11 students' conceptual pathways of the particulate nature of matter in the context of multirepresentational instruction. **Journal of Research in Science Teaching**, v. 47, n. 8, p.1004-1035, 2010.

ADADAN, E., IRVING, K., TRUNDLE, K. Impacts of multi-representational instruction on high school students' conceptual understandings of the particulate nature of matter. **International Journal of Science Education**, v. 31, n. 13, p. 1743-1775, 2009.

AINSWORTH, S. DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. **Learning and Instruction**, v.16, n.3, p. 183–198, 2006.

AINSWORTH, S. The functions of multiple representations. **Computers & Education**, v. 33, p. 131–152, 1999.

ALLIE, S, BUFFLER, A, KAUNDA, L, CAMPBELL, B, LUBBEN, F. First year physics students' perceptions of the quality of experimental measurements, **International Journal of Science Education**, v. 20, n. 4, p. 447-459, 1998.

ALLIE, S., BUFFLER, A., CAMPBELL, B., EVANGELINOS, D., LUBBEN, F. PSILLOS D., VALASSIADES, O. Teaching measurement in the introductory physics laboratory. **The Physics Teacher**, v.41, n. 7, p. 394 – 401, 2003.

AUSUBEL, D.; NOVAK, J.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BUFFLER, A. ALLIE, S., LUBBEN, F. CAMPBELL, B. The development of first year physics student's ideas about measurement in terms of point and set paradigms, **International Journal of Science Education**, v, 23, n. 11, p. 1137-1156, 2001.

BUFFLER, A. ALLIE, S., LUBBEN, F.; CAMPBELL, B. **Introduction to Measurement in the Physics Laboratory: a probabilist approach**. Cidade do Cabo. University of Cape Town, Department of Physics, 2005, 147p., versão 3.3.

BUFFLER, A. ALLIE, S., LUBBEN, F.; CAMPBELL, B. **Introduction to Measurement in the Physics Laboratory: a probabilist approach**. Cidade do Cabo. University of Cape Town, Department of Physics, 2009, 147p., versão 3.5.

BUFFLER, A.; ALLIE, S; LUBBEN, F. Teaching measurement and uncertainty the GUM way. **The Physics Teacher**, v.49, n. 9, p. 539 – 543, 2008.

CAMARGO FILHO, P. S., LABURÚ, C.E. Uma proposta de referencial analítico de gráficos cartesianos de cinemática a partir de tabelas. **Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 15, p. 49-65, 2013.

CAMARGO FILHO, P. S.; LABURÚ. C.E; BARROS, M.A. Dificuldades semióticas na construção de gráficos cartesianos em cinemática. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 28, p. 546-563, 2011.

CAUZINILLE-MARMECHE, E., MEHEUT, M., SÉRÉ, M. G., WEIL-BARAIS, A. The influence of a priori ideas on the experimental approach, **Science Education**, v. 69, n.2, 201-211, 1985.

COELHO, S. M. **Contribution à l'étude didactique du mesurage en Physique dans l'enseignement secondaire: description et analyse de l'activité intellectuelle et pratique des élèves et des enseignants**. Tese (Doutorado em Didactique Des Disciplines). Université Paris Diderot, PARIS 7, França, 1993.

COELHO, S. M., SÉRÉ, M-G. Pupils' reasoning and practice during hands-on activities in the measurement phase. **Research in Science and Technological Education**, v.16, n. 1, p. 79-96, 1998.

D'AGOSTINI, G. Bayesian Reasoning in high-energy physics – principles and applications. **Cern Yellow Report 99-3**, 1999 A. Disponível em <<http://www.roma1.infn.it/~dagos/cern/index.html>>. Acesso em 21/10/2011.

D'AGOSTINI, G. Teaching statistics in the physics curriculum: Unifying and clarifying the role of subjective probability. **American Journal of Physics**, v. 67, p. 1260-1268, 1999 B.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: Machado, S. A *et al.* **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999.

DUARTE, R. Entrevistas em pesquisas qualitativas. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 24, p. 213-225, 2004.

DUIT, R. Conceptual Change: a powerful framework for improving science teaching and learning. **International Journal of Science Education**, v. 25, n.6, p. 671-688, 2003.

DUNCAN, R.G.; HMELO-SILVER, C.E. Learning progressions: Aligning curriculum, instruction, and assessment. **Journal of Research in Science Teaching**, v. 46, n. 6, p.606–609, 2009.

DUVAL, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 61, p.103-131, 2006.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: Machado, S. A (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papiros, 2003.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano**. Registros semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Cali, Colômbia: Merlín, I.D. 2004. Título do original: *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*.

ECO, H. **Tratado Geral De Semiótica**. Editora Perspectiva: São Paulo, 2003.

EVANGELINOS, D., PSILLOS, D., VALASSIADES, O. An investigation of teaching and learning about measurement data and their treatment in the introductory physics laboratory. In: **Teaching and Learning in the Science Laboratory**, editado por PSILLOS, D., NIEDDERER, H. Kluwer Academic Pub.: Dordrecht, 2002, p. 179-190.

EVANGELINOS, D., PSILLOS, D., VALASSIADES, O. Students' introduction to measurement concepts: a metrological approach. In: **European Commission Report on Project PL 95-2005: Labwork in Science Education**, p. 561-587, 1998.

EVANGELINOS, D., VALASSIADES, O., PSILLOS, D. Undergraduate students' views about the approximate nature of measurement results. In: **Research in Science Education: Past, Present and Future**, editado por KOMOREK, M., BEHRENDT, H., DAHNCKE H., DUIT, R., GRÄBER, W., A. CROSS. IPN Press: Kiel, 1999, p. 208–210.

EYSENCK, Michael W., KEANE, Mark T. **Manual de psicología cognitiva**. 5ª ed. Tradução de Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2007.

GARCÍA, J. J. G.; PALACIOS F. J. P. ¿Comprenden los estudiantes las gráficas cartesianas usadas en los textos de ciencias? **Enseñanza de Las Ciencias**. Revista de investigación y experiencias didácticas, Barcelona, v. 25, n. 1, p. 107-132, 2007.

GARDNER, H. **Inteligências múltiplas: a teoria na prática**. Porto Alegre. Artmed, 1995.

GERMANN, P. J., ARAM R. J. Student performances on the science processes of recording data, analyzing data, drawing conclusions, and providing evidence, **Journal of Research in Science Teaching**, v. 33, n. 7, p. 773-798, 1996.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 1999.

HIRVONEN, P. E.; VIIRI, J. Physics student teachers' ideas about the objectives of practical works, **Science & Education**, v. 11, p. 305-316, 2002.

HODSON, D. Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratorio, **Enseñanza de las Ciencias**, v. 12, n. 3, p. 299-313, 1994.

ISO, BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, **Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology (VIM)**. International Organization for Standardization: Genebra, 1993.

ISO, BIPM, IEC, IFCC, IUPAC, IUPAP, OIML, **Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)**. International Organization for Standardization: Genebra, 1995.

JOURNEAUX, R. SÉRÉ, M. G. Traitement statistique des incertitudes en physique: problèmes scientifiques et didactiques, **European Journal Physics**, v. 15, p. 266-292, 1994.

KANARI, Z., MILLAR, R. Reasoning from data: how students collect and interpret data in science investigations, **Journal of Research in Science Teaching**, v. 41, n. 7, p.748-769, 2004.

KETELE, J.; ROEGIERS, X. **Metodologia da recolha de dados**. Lisboa: Instituto Piaget, 1999.

KIRSCHNER, P. A. Epistemology, practical work and academic skills in science education, **Science & Education**, v. 1, p. 273-299, 1992.

KLEIN, P. D. Rethinking the multiplicity of cognitive resources and curricular representations: alternatives to “learning styles” and “multiple intelligences”. **Journal of Curriculum Studies**, New York, v. 35, n. 1, p. 45-81, 2003.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. São Paulo. Editora Perspectiva, p. 257, 1987.

KUHN, T. S. A função da medida na ciência In: **A tensão essencial**, Biblioteca de Filosofia Contemporânea, Edições 70, Lisboa, Portugal, p. 223-273, 1977.

LABURÚ, C. E. Problemas Abertos e seus Problemas no Laboratório de Física: uma alternativa dialética que passa pelo discursivo multivocal e univocal, **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 8, n. 3, p. 1-26, 2003.

LABURÚ, C. E. Seleção de experimentos de física no ensino médio: uma investigação a partir da fala de professores, **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 2, n. 2, p. 1-19, 2005.

LABURÚ, C. E., BARROS, M. A. Problemas com a compreensão de estudantes em Medição: razões para a formação do Paradigma Pontual, **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 14, n. 2, p. 151-162, 2009.

LABURÚ, C. E., SILVA, O. H. O laboratório didático a partir da perspectiva da multimodalidade representacional. **Ciência & Educação**, v. 17, n. 3, 2011A.

LABURÚ, C. E., SILVA, O. H., FORÇA, A. C. Acurácia na retirada da medida instigada por uma estratégia de ensino de orientação kuhniana. **Revista Brasileira de Ensino de Física** (Impresso), v. 34, n. 2, p. 2503(1)-2503(6), 2012.

LABURÚ, C. E., SILVA, O. H., SALES, D. R. Superações Conceituais de Estudantes do Ensino Médio em Medição a partir de Questionamentos de uma Situação Experimental Problemática. **Revista Brasileira de Ensino de Física** (Impresso), v. 32, p. 1402-1402-15, 2010.

LABURÚ, C. E., SILVA, O.H. Multimodos e múltiplas representações: fundamentos e perspectivas semióticas para a aprendizagem de conceitos científicos. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 16, n 1, p. 7-33, 2011B.

LANG, F., DIONÍSIO, P., BUCHWEITZ, B. Inferência sobre a média de uma grandeza a partir de um conjunto de dados: um aspecto relacionado com a sensibilidade das medidas. **Ciência e Cultura**, v. 35, n.10, p. 1492-1496, 1983.

LARCHER, C., SÉRÉ, M-G., JOURNEAUX, R. Difficultés dans l' apprentissage du mesurage, **Enseñanza de las Ciencias**, v. 12, n. 2, p. 217-225, 1994.

LAVONEN, J., JAUHAINEN, J., KOPNEN, I. T. & KURKI-SUONIO, K. Effect of a long-term in-service program on teachers' beliefs about the role of experiments in physics education, **International Journal of Science Education**, v. 26, n. 3, p. 309-328, 2004.

LEACH, J. Students' understanding of the co-ordination of theory and evidence in science, **International Journal of Science Education**, v. 21, n. 8, p. 798-806, 1999.

LEACH, J., MILLAR, R., RYDER, J.; SERE, M. G. Epistemological understanding in science learning: the consistency of representations across contexts, **Learning and Instruction**, v. 10, n. 6, p. 497-527, 2000.

LEMKE, J. L. Teaching all the languages of science: words, symbols, images, and actions, 2003. **Languages and Concepts in Science**. Disponível em <<http://academic.brooklyn.cuny.edu/education/jlemke/papers/barcelon.htm>>, Acesso em 20/10/2011.

LUBBEN, F., CAMPBELL, B., BUFFLER, A., ALLIE, S. Point and Set Reasoning in practical science measurement by entering university freshmen. **Science Education**, v. 85, p. 311-327, 2001.

LUBBEN, F.; MILLAR, R. Children's ideas about the reliability of experimental data, **International Journal of Science Education**, v. 18, n. 8, p. 955-968, 1996.

MAGALHÃES, M. N. **Probabilidade e Variáveis Aleatórias**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2 ed., 2006.

MÄNTYLÄ, T., KOPONEN, I. T. Understanding the role of measurements in creating physical quantities: a case study of learning to quantify temperature in physics teacher education, **Science & Education**, v. 16, p. 291-311, 2007.

MANZINI, E. J. Entrevista semi-estruturada: análise de objetivos e de roteiros. In: **Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos**, A pesquisa qualitativa em debate, Bauru, 2004.

MARINELI, F., PACCA, J. L. A. Uma interpretação para dificuldades enfrentadas pelos estudantes em um laboratório didático de física, **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, n. 4, 497-505, 2006.

MARTINS, R. A visão operacional dos conceitos e medidas físicas. **Revista de Ensino de Física**, v. 4, p. 57-84, 1982;

MASNICK, A. M., KLAHR, D. Error matters: an initial exploration of elementary school children's understanding of experimental error, **Journal of Cognition and Development**, v.4, n. 1, p. 67-98, 2003.

MATLIN, M. W. **Psicologia Cognitiva**. Rio de Janeiro. LTC Livros Técnicos e Científicos. Editora S.A., 2004. 5ª ed.

MILLAR, R. Towards a role for experiment in the science teaching laboratory, **Studies in Science Education**, v. 14, p. 109-118, 1987.

MILLAR, R. What is 'scientific method' and can it be taught? **Teaching Science**. Editado por LEVINSON R., Open University. Routledge: London and New York, p.164-177, 1994.

PATTERSON, N. D.; NORWOOD, K. S. A case study of teacher beliefs on student's beliefs about multiple representations, **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 2, p. 5-23, 2004.

PILLAY, A. BUFFLER, S. ALLIE AND F. LUBBEN, Effectiveness of a GUM-compliant course for teaching measurement in the introductory physics laboratory. **European Journal of Physics**, v. 29, p. 647–659, 2008.

PRAIN, V., WALDRIP, B. An exploratory study of teachers' and students' use of multi-modal representations of concepts in primary science, **International Journal of Science Education**, v. 28, n. 15, p. 1843-1866, 2006.

RYDER, J., LEACH, J. Interpreting experimental data: the view of upper secondary school and university science students, **International Journal of Science Education**, v. 22, n. 10, p. 1069-1084, 2000.

SCOTT, R., ASOKO, H. M., DRIVER, R. Teaching for conceptual change: a review of strategies. In: **Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies. Proceedings of an International Workshop held at the University of Bremen**. Editado por DUIT, R, GOLDBERG, F., NIEDDERER, H. Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften an der Universität Kiel: Kiel, p. 310-329, 1991.

SÉRÉ, M-G. Towards renewed research questions from the outcomes of the european project labwork in science education, **Science Education**, v. 86, p. 624-644, 2002.

SÉRÉ, M-G., JOURNEAUX, R.; LARCHER, C. Learning the statistical analysis of measurement errors, **International Journal of Science Education**, v. 15, n. 4, p. 427-438, 1993.

SIEGEL, S., CASTELLAN, N.J. **Nonparametric statistics for the behavioral sciences**. Nova York. Editora McGraw-Hill, 1988. 2 ed.

SOLOMON, J. Learning through experiment, **Studies in Science Education**, v. 15, p. 103-108, 1988.

STEINBRING, H. What makes a sign a mathematical sign? An epistemological perspective on mathematical interaction. **Education Studies in Mathematics**, v. 61, p.133–162, 2006. DOI: 10.1007/s10649-006-5892-z

STIGLER, S. The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900. Cambridge. Editora Belknap Press/Harvard University Press, 1990. ISBN 0-674-40341-X.

TAYLOR, B. N., KUYATT, C. E. Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results. **NIST Technical Report TN1297**. National Institute of Standards and Technology: Gaithersburg, 1994.

TIBERGHIE, A., VEILLARD, L., LE MARÉCHAL, J-F., BUTY, C., MILLAR, R. An analysis of labwork tasks used in science teaching at upper secondary school and university levels in several european countries, **Science Education**, v. 85, p.483-508, 2001.

TYTLER, R.; PETERSON, S.; PRAIN, V. Picturing evaporation: learning science literacy through a particle representation. **Teaching Science**, v. 52, n. 1, p. 12-17, 2006.

VUOLO, J. **Fundamentos da Teoria de Erros**. São Paulo. Editora Edgard Blücher, 1996. 2ª ed. 264 p.

WALDRIP, B.; PRAIN, V.; CAROLAN, J. Learning junior secondary science through multi-modal representations. **Electronic Journal of Science Education**, v. 11, v. 1, p.87-107, 2006.

WALDRIP, B.; PRAIN, V.; CAROLAN, J. Using multi-modal representations to improve learning in junior secondary science. **Research in Science Education**, v. 40, p. 65-80, 2010.

WATSON, J. R., SWAIN, J. R. L., McROBBIE, C. Students' discussions in practical scientific inquiries, **International Journal of Science Education**, v. 26, n. 1, p. 25-45, 2004.

WELZEL, M., HALLER, K., BANDIERA, M., HAMMELEV, D., KOUMARAS, P., NIEDDERER, H., PAULSEN, A., ROBINAULT, K. & von AUFSCHNAITER, S. Teachers' objectives for labwork. Research tool and cross country results, European Commissions Targeted Social-Economic Research Programme Project PL 95-2005 **Labwork in Science Education**, Working Paper 6, University of Bremen, 1998.

WHITE, R. & ARZI, H. Longitudinal Studies: Designs, Validity, Practicality, and Value. **Research in Science Education**, v. 35, n. 1, p. 137-149, 2005.

WHITE, R. & ARZI, H. Longitudinal Studies: Designs, Validity, Practicality, and Value. **Research in Science Education**, v. 35, n. 1, p. 137-149, 2005.

YIN, R. **Case Study Research: Design and Methods**. Thousand Oaks. SAGE Publications. 2. Ed.

ANEXOS

Anexo A

Plano de Curso – Introdução à Medição no
Laboratório de Física



Universidade
Estadual de Londrina

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
ANO LETIVO – 2012

PLANO DE CURSO (Res. CEPE N° 139/2005)
DISCIPLINA ESPECIAL

CÓDIGO	NOME
4FIS029	INTRODUÇÃO À MEDIÇÃO NO LABORATÓRIO DE FÍSICA

CURSO	SÉRIE
FÍSICA - MATEMÁTICA	1 ^a , 2 ^a , 3 ^a , 4 ^a

CARGA HORÁRIA			<input type="checkbox"/> Anual <input checked="" type="checkbox"/> Semestral	SEMESTRE DE OFERTA	HABILITAÇÃO(ÕES)
T	P	TOTAL		<input type="checkbox"/> 1º Semestre <input checked="" type="checkbox"/> 2º Semestre	<input checked="" type="checkbox"/> Bacharelado <input checked="" type="checkbox"/> Licenciatura
10	20	30			

01 - EMENTA

Medição na ciência. Conceitos básicos de medição. Leitura de escala analógica e digital. Probabilidade. Padrão de incerteza. Avaliação de incertezas do Tipo A e do Tipo B. Densidade de probabilidade e Funções de Densidade de Probabilidade. Combinação de padrões incertezas. Pacote de incertezas. Método dos mínimos quadrados.

02 - OBJETIVOS

Desenvolver habilidades analíticas associadas aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais dentro do paradigma de conjunto por meio de uma estratégia de ensino multirepresentacional aplicada em um laboratório didático.

03 - CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- Introdução:** pensando sobre medições; limites sobre o que sabemos sobre uma medição; propósitos da medição; “exatamente aproximado”; medição na ciência.
- Medição: conceitos básicos:** probabilidade; lendo uma escala digital; lendo uma escala analógica; medição e incerteza; atividade prática 1 – medindo um bloco de madeira; atividade prática 2 – medindo um pedaço de barbante.
- O padrão de incerteza:** densidade; funções de densidade; densidade de probabilidade e funções de densidade de probabilidade; o modelo probabilístico da medição; funções de densidade de probabilidade na metrologia; o padrão de incerteza; avaliação do padrão de incerteza na leitura de uma escala; uma única leitura digital – Tipo A; uma única leitura analógica – Tipo B; usando um voltímetro analógico para medir a voltagem de uma bateria.
- Avaliação de incerteza do Tipo B:** mais exemplos de únicas leituras; intervalos de probabilidade; relatando os resultados de suas medições; Algarismos significativos; precisão dos instrumentos de medida; exemplo 1: uma simples leitura; exemplo 2: uma leitura digital; exemplo 3: o resultado de uma medição.
- Avaliação de incerteza do Tipo A:** dispersão dos dados; função de densidade de probabilidade gaussiana; o desvio padrão experimental da média; usando as equações manualmente; usando a função estatística na calculadora científica; avaliação de incerteza do tipo a – exemplos.
- Avaliação de incertezas: atividade prática;** o experimento da velocidade do som; analisando o tempo; analisando a distância; resultado final para a velocidade do som; completando a análise final dos resultados.

7. **Trabalhando com incertezas:** o que é uma medição?; Propagação de incertezas; comparando diferentes medições; repetitividade e reprodutibilidade; incerteza relativa e percentual; comparação de resultados – exemplos.
8. **Trabalhando com incertezas:** atividade prática; desafio do cilindro dourado; experimentos; método 01: usando uma balança e um paquímetro; método 02: usando uma balança e uma proveta; discussões e conclusões.
9. **O pacote de incertezas:** combinação de padrões de incerteza; o pacote de incertezas; medição usando um voltímetro analógico; dispersão de um conjunto de leituras digitais; uma única medida usando um cronômetro digital; a queda de uma folha de papel: atividade prática.
10. **Incerteza para lançamentos e gráficos lineares:** o método dos mínimos quadrados; aplicando o método dos mínimos quadrados; aplicando o método para o ajuste de retas.

04 – PROCEDIMENTOS DE ENSINO

As atividades de ensino serão combinadas em aspectos teóricos e práticos. As aulas teóricas serão constituídas discussões dos conceitos científicos e concepções alternativas dos estudantes em relação ao Paradigma de Conjunto, visando a evolução e aprofundamento do tema. As aulas práticas serão constituídas de aplicações/exercícios dos procedimentos de coleta, processamento e/ou comparação de dados experimentais.

Todas as atividades serão baseadas no guia “Introdução à Medição no Laboratório de Física”, produzido especificamente para a disciplina. Este manual será aplicado em um ambiente cooperativo de aprendizagem, no qual o trabalho em grupos de três alunos é a forma mais adequada para o desenvolvimento destas atividades. Nas atividades em grupo os alunos poderão comparar suas respostas às dos seus parceiros de grupo, assim como ajudar um ao outro para descobrir o que está ocorrendo e resolver quaisquer dificuldades que possam aparecer juntamente com o professor ou tutor, caso julgue necessário. Pretende-se assim que, durante o curso de laboratório, o aluno trabalhe por meio de exercícios e exemplos teóricos e práticos deste manual em um estágio apropriado.

Cada estudante deverá manter um arquivo pessoal organizado com todas as representações (registro de medições, tabelas, gráficos, cálculos, etc.) produzidas ao longo da disciplina, além dos registros presentes no manual.

05 – CRONOGRAMA

CONTEÚDO

Dia/Mês	Conteúdo
07/Agosto	Item 1 do conteúdo programático
14/Agosto	Item 2 do conteúdo programático
21/Agosto	Item 3 do conteúdo programático
28/Agosto	Itens 4 e 5 do conteúdo programático
04/Setembro	Itens 6 e 7 do conteúdo programático
11/Setembro	Item 8 do conteúdo programático
18/Setembro	Item 9 do conteúdo programático
25/Setembro	Item 10 do conteúdo programático

06 - FORMAS E CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

FORMAS DE AVALIAÇÃO

- Uma Prova Teórica (*nota T*) individual de valor 10,0 com peso 02;
- Uma Prova Prática (*nota P*) individual de valor 10,0 com peso 02;
- Uma Apresentação (*nota A*) em grupo de valor 10 com peso 01;
- Um Relatório Científico (*nota R*) em grupo de valor 10,0 com peso 01.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As provas teóricas e práticas (*nota T e P*, respectivamente) consistem na avaliação do domínio teórico (conceitos científicos) e prático (manuseio dos equipamentos, construção de tabelas, elaboração de gráficos, expressão e confiança dos resultados de medições, etc.) dos conteúdos relacionados aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais;

- A apresentação (*nota A*) consiste avaliação da capacidade de explicação, síntese e representação de aspectos do Paradigma de Conjunto, utilizando os recursos disponíveis (representação audiovisual, gráfica, oral, etc.), os quais ficarão à critério dos estudantes, cujo tema será definido pelo professor;
- O relatório científico (*nota R*) deverá ser elaborado obedecendo aos critérios estabelecidos no guia de aula, sendo os pormenores definidos em comum acordo do professor e a turma, cujo tema será definido pelo professor.

NOTA FINAL

A nota final será a média ponderada das notas obtidas ao longo da disciplina (nota T, P, A e R). O valor da média final é calculado pela equação:

$$\text{Nota Final} = \frac{(T + P).2 + (A + R).1}{5}$$

07 - BIBLIOGRAFIA BÁSICA

1. AINSWORTH, S. The functions of multiple representations. *Computers & Education*, v. 33, p. 131–152, 1999.
2. Bayesian Reasoning in High Energy Physics – Principles and Applications. d’Agostini, G., CERN Yellow Report 99 - 3, 1999. <http://www.roma1.infn.it/~dagos/cern/index.html>
3. Catálogo de Experimentos do Laboratório Integrado de Física Geral, Universidade Estadual de Londrina, 2012.
4. ISO - International Organization for Standardization, GUM - Guide to the expression of uncertainty in measurement, Genebra, 1995.
5. ISO - International Organization for Standardization, VIM - International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology, Genebra, 1993.
6. LABURÚ, C. E. & SILVA, O.H. Multimodos e múltiplas representações: fundamentos e perspectivas semióticas para a aprendizagem de conceitos científicos. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 16, n 1, p. 7-33, 2011.
7. LABURÚ, C. E.; & SILVA, O.H. O laboratório didático a partir da perspectiva da multimodalidade representacional. *Ciência & Educação*, v. 17, n. 3, 2011.
8. VUOLO, J. H. Fundamentos da teoria de erros. Edgard Blucher Ltda. São Paulo, SP, 1992

Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú
Responsável pelo plano

Aprovado pelo Colegiado em ____/____/____

Anexo B

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) da pesquisa de doutorado: “*Estratégia de Ensino Multirepresentacional aplicada em um Laboratório de Física*”.

A JUSTIFICATIVA, OS OBJETIVOS E OS PROCEDIMENTOS: A investigação pretende realizar um estudo que explora o potencial didático de uma estratégia de ensino multirepresentacional aplicada em um laboratório didático por meio da disciplina especial “Introdução à Medição no Laboratório de Física”, que tem a finalidade de desenvolver habilidades analíticas associadas aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais dentro do Paradigma de Conjunto. A estratégia ampara-se no contemporâneo modelo de ensino por meio de multimodos e múltiplas representações, a qual tem por objetivo proporcionar aos alunos um leque de oportunidades para construir e refinar conceitos científicos relacionadas com a medição.

DESCONFORTOS, RISCOS E BENEFÍCIOS: Para este tipo de pesquisa, não há nenhum risco pré-estabelecido, portanto considera-se o risco mínimo para quem se submete à coleta de dados para esta investigação.

GARANTIA DE ESCLARECIMENTO, LIBERDADE DE RECUSA E GARANTIA DE SIGILO: Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios.

O pesquisador irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será liberado sem a sua

permissão. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo. Uma cópia deste consentimento informado será arquivada com o pesquisador e outra será fornecida a você.

CUSTOS DA PARTICIPAÇÃO: A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional.

DECLARAÇÃO DO PARTICIPANTE:

Eu, _____ fui informado(a) dos objetivos da pesquisa acima de maneira clara e de talhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que em qualquer momento poderei solicitar novas informações e motivar minha decisão se assim o desejar.

O pesquisador Prof. Paulo Sérgio de Camargo Filho, orientado por Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú, certifica-me de que todos os dados desta pesquisa serão confidenciais.

Também sei que caso existam gastos adicionais, estes serão absorvidos pelo orçamento da pesquisa. Em caso de dúvidas poderei chamar o pesquisador, no telefone (43) 8832-7512, e-mail *ps-camargo@live.com*, ou no Departamento de Física, da Universidade Estadual de Londrina, sito à Rod. Celso Garcia Cid, 445 – Londrina, PR.

Declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Londrina, ____ de _____ de 2010.

Participante

Prof. Paulo Sérgio de Camargo Filho
Pesquisador

APÊNDICES

Apêndice A

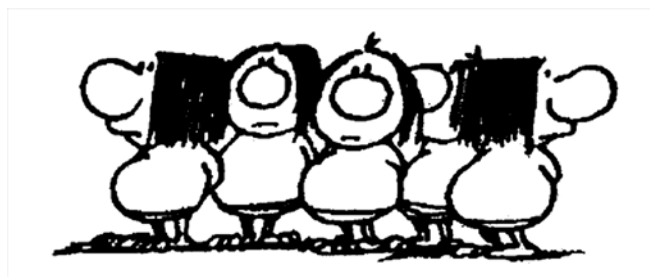
Manual de Introdução à Medição no
Laboratório de Física

Universidade Estadual de Londrina

Departamento de Física

Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Introdução à Medição no Laboratório de Física



Uma estratégia multirepresentacional

VERSÃO PRELIMINAR

2012

Introdução à Medição no Laboratório de Física

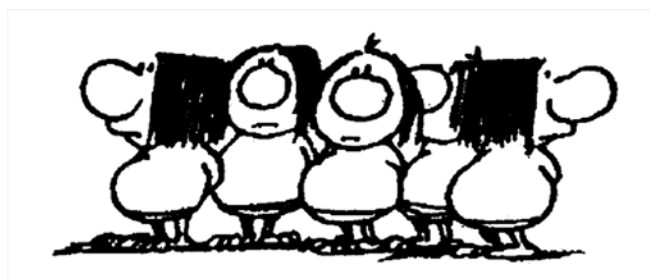
Uma estratégia multirepresentacional

Paulo Sérgio de Camargo Filho e Carlos Eduardo Laburú

Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Departamento de Física

Universidade Estadual de Londrina, Brasil.



Baseado no:

"Introduction to Measurement in the Physics Laboratory: a probabilistic approach"

Andy Buffler¹, Saalih Allie¹, Fred Lubben² e Bob Campbell²

¹ Departamento de Física, Universidade da Cidade do Cabo, África do Sul.

² Grupo de Educação Científica, Departamento de Estudos Educacionais, Universidade de York, Reino Unido.

ESTUDANTE

Sendo um professor, físico, químico, biólogo, matemático, seu futuro chefe presume que você possui certas habilidades. Dessas incluem-se a habilidade de solucionar problemas, a habilidade de manejar um aparato que você nunca tenha visto anteriormente, a habilidade de planejar e executar um experimento ou algum tipo de investigação, a habilidade de coletar, analisar e interpretar dados e a imprescindível habilidade de comunicar e apresentar seus resultados seja oralmente ou na forma de um relatório escrito.

Os conteúdos deste manual podem ser vistos como um curso complementar a prática que você vai realizar em um laboratório assim como um manual de referência. Tendo em vista que determinadas habilidades tornam-se necessárias em um laboratório, você terá a oportunidade de desenvolvê-las usando os exemplos e fazendo os exercícios presentes neste manual.

Pretende-se assim que, (a) durante seu curso de laboratório, você trabalhe por meio de exercícios e exemplos deste manual em um estágio apropriado, e (b) este conteúdo seja usado como manual de referência quando você precisar relatar sua experiência na forma de relatórios escritos, após realizar atividades práticas no laboratório. As tarefas deste manual foram desenvolvidas para auxiliar seu desenvolvimento nestas habilidades.

Pretende-se que este manual seja usado em um ambiente cooperativo de aprendizagem. Nós acreditamos que trabalhando em grupos de três a cinco alunos é a forma mais adequada para estas atividades, pois você pode comparar suas respostas às dos seus parceiros de grupo, ajudar um ao outro para descobrir o que está ocorrendo e resolver qualquer dificuldade que possa aparecer juntamente com o professor ou tutor, caso julgue necessário. Não recomendamos que você prossiga para a atividade seguinte sem antes ter completamente claro sobre o assunto que você acabou de finalizar.

PROFESSOR

Tradicionalmente, os cursos de Laboratório de Física, em um nível introdutório, têm focado em demonstrar vários princípios da física apresentados nas aulas teóricas. Experimentos tendem a ser de natureza quantitativa e, assim, as técnicas de análise experimental e os dados são entrelaçados como fios distintos do curso de laboratório. Assume-se geralmente que, desta maneira, os alunos terminem com um entendimento adequado da natureza da medição e experimentação. Pesquisas recentes tem, entretanto, questionado essa concepção. Elas têm apontado para o fato de que estudantes que completaram cursos de laboratório de física geralmente são capazes de demonstrar domínio das técnicas matemáticas (por exemplo, cálculo de desvios-padrão, das retas médias, etc.), mas sem uma apreciação da natureza da evidência científica, em particular no papel central das incertezas em uma medida experimental. Embora um dos mais importantes aspectos ao estruturar uma sequência de ensino seja reunir a filosofia, lógica e modos de pensar que fundamentam uma área de conhecimento particular, a introdução à medição é normalmente ensinada como uma combinação de rigorosos cálculos matemáticos e discussões vagas sobre incertezas.

Em uma abordagem tradicional, "erros" são normalmente apresentados como produtos da capacidade limitada dos instrumentos de medidas ou, no caso de um grupo de medidas, como uma consequência da aleatoriedade inerente ao processo de medição e dos limitados alcances dos métodos estatísticos. Estas duas diferentes origens dos "erros" não podem ser facilmente conciliadas, criando, assim, um lapso entre o tratamento de uma simples leitura e o tratamento da dispersão de um conjunto de dados. Por exemplo, a teoria aplicável para calcular a média e o desvio-padrão é baseada na possibilidade de um grande conjunto de dados (20 ou 30 leituras). No entanto, quando os alunos realizam um experimento em laboratório, muitas vezes fazem cinco ou menos leituras. Além do mais, não há um caminho lógico para modelar estatisticamente uma única medição dentro esta abordagem.

A instrução tradicional normalmente enfatiza erro aleatório para o qual existe um modelo matemático rigoroso, enquanto os erros sistemáticos são reduzidos para o nível técnico das "variáveis desconhecidas" que têm de ser determinada pelo exame da configuração

experimental. O conceito de "escala de leitura de erros", frequentemente ensinado no início do curso, não pode ser relacionado com erros aleatórios ou sistemáticos que são ensinados durante o tratamento de uma série de medidas. Além disso, o termo "erro" engana os alunos, sugerindo a existência de verdadeiros e falsos resultados experimentais, contribuindo para uma visão ingênua de que uma experiência tem um resultado "correto" predeterminado conhecido pelo professor, enquanto as medições dos alunos estão muitas vezes "em erro". Vocês, professores, devem estar muito familiarizados com a frase "devido ao erro humano", frequentemente usado pelos alunos para explicar os resultados inesperados.

Nós acreditamos que as inconsistências lógicas presentes na abordagem tradicional para o tratamento de dados, juntamente com uma instrução que ignora as visões prévias sobre medição, auxilia a cultivar equívocos dos alunos sobre a medição no contexto científico.

Este manual é parte de um estudo que explora o potencial didático de uma estratégia de ensino multirepresentacional aplicada em um laboratório didático, com a finalidade de desenvolver habilidades analíticas associadas aos procedimentos de coleta, processamento e comparação de dados experimentais dentro do paradigma de conjunto. O paradigma de conjunto é caracterizado pela noção de que uma grandeza física experimental só pode ser determinada por meio de um valor numérico resultante de uma reunião de dados experimentais, posto que sempre há uma incerteza inseparavelmente vinculada a uma medida ocasionada por fatores que não podem ser controlados, ou que, por qualquer motivo, não são controlados, e que redundam em variações aleatórias no valor das medidas.

Nossa estratégia ampara-se no contemporâneo modelo de ensino por meio de multimodos e múltiplas representações, a qual tem por objetivo proporcionar aos alunos um leque de oportunidades para construir um determinado conceito científico, ou seja, se um aluno não consegue entender um conceito em relação a uma representação particular, outra representação pode ser mais eficaz e envolvente, contanto que, uma complementa a outra. Com base na estratégia de ensino multirepresentacional pretende-se promover uma evolução conceitual dos estudantes em direção ao conhecimento científico sobre medição.

A necessidade de uma consistente linguagem internacional para avaliação e comunicação de resultados experimentais levou, em 1993, o ISO (International Organization for Standardization) a publicar recomendações para o relato de medições e incertezas baseadas em uma interpretação probabilística da medição. Diversos

organismos de normalização adotaram tais recomendações para o relato de medições científicas, entre eles:

- ✓ **BIPM** – Bureau International des Poids et Mesures
- ✓ **IEC** – International Electrotechnical Commission
- ✓ **IFCC** – International Federation of Clinical Chemistry
- ✓ **INMETRO** – Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
- ✓ **IUPAC** – International Union of Pure and Applied Chemistry
- ✓ **IUPAP** – International Union of Pure and Applied Physics
- ✓ **OIML** – International Organization of Legal Metrology
- ✓ **NIST** – National Institute of Standards and Technology (US)

As recomendações citadas anteriormente são compostas de uma série de documentos que atualmente servem como padrões internacionais. Os mais amplamente conhecidos são o VIM – Vocabulário Internacional de Termos Básicos e Gerais em Metrologia e o GUM – Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (siglas em inglês).

Nós acreditamos que um curso baseado em uma abordagem multirepresentacional irá auxiliar no estabelecimento de um quadro teórico no qual o professor seja capaz de acompanhar a aprendizagem de seus estudantes em um domínio na qual as estruturas pré-instrucionais conceituais dos mesmos devem ser fundamentalmente reestruturadas, a fim de permitir a compreensão da natureza da medição e incerteza por meio da aquisição de conceitos e procedimentos científicos relacionados ao tema. Além disso, nossa abordagem colocará em primeiro plano o papel da experimentação na Física e a interação entre inferências baseadas em dados e a teoria científica.

Prof. Paulo Sérgio de Camargo Filho

Agosto, 2012

1 Introdução

Você chega em casa depois de sua primeira aula prática no laboratório de Física e diz para o seu amigo, *"Hoje foi o melhor dia da minha vida! Eu fiz um experimento realmente interessante de Física! A parte mais divertida foi comparar minhas medidas com as dos outros estudantes da minha turma"*. Seu amigo olha intrigado e pergunta...

O que é um experimento?



O que você diria para o seu amigo?

Seu amigo quer saber mais e pergunta: *"O que você entende sobre medição?"* Que explicação você daria para seu amigo?

1.1 Pensando sobre Medições

Você pode agora ter concluído que o conceito de medição não está inteiramente claro em sua mente. Vamos, então, explorar alguns elementos que compõem uma medição. Imagine que você recebeu uma balança de banheiro digital e disseram que nós precisamos saber a sua massa com a maior precisão possível. Você sobe na balança e a mesma indica 77,5 kg. A discussão a seguir ocorre entre você e seus amigos:

- A. *Ótimo! Sua massa é 77,5 kg.*
- B. *Essa não é sua massa, você pode apenas saber sua massa se você primeiro tirar todas as suas roupas.*
- C. *Isso não vai ajudar muito, tudo depende de você ter comido ou não. Você não consegue encontrar sua massa após uma grande refeição.*
- D. *Depende do que você quer.*

Com quem você mais concorda? Explique sua escolha.

Tudo o que queremos medir deve ser claramente definido. Referimo-nos ao que queremos medir como o mensurando. Apesar de o mensurando no exemplo acima ser uma "massa", ele não está bem especificado.

Qual é o mensurando na situação acima descrita?

Definir o mensurando é um passo importante no processo de medição



Imagine que você e o resto da turma de Física estão presos em uma ilha chamada *Sem-Régua*, onde todas as memórias de sistemas de medição conhecidas foram apagadas. Peguem um lápis e tentem dizer uns aos outros em seu grupo qual é o comprimento do lápis *sem o uso de unidades conhecidas*. Todos vocês devem usar o mesmo lápis, é claro, para este exercício. Anote o que você disse para o resto do grupo.

Agora você vem com a brilhante ideia de criar uma escala usando o comprimento do seu polegar. Na "régua" abaixo, marque as unidades de seu polegar (Po).



Você acabou de criar uma régua de polegar!

Use sua nova régua para medir o comprimento do lápis em unidades do seu polegar, estimando as frações de polegar o melhor que puder. Cada um do seu grupo deve realizar o mesmo procedimento usando sua própria régua.

Estudante 01: Comprimento do Lápis (em polegares):	Po
Estudante 02: Comprimento do Lápis (em polegares):	Po
Estudante 03: Comprimento do Lápis (em polegares):	Po
Estudante 04: Comprimento do Lápis (em polegares):	Po
Estudante 05: Comprimento do Lápis (em polegares):	Po

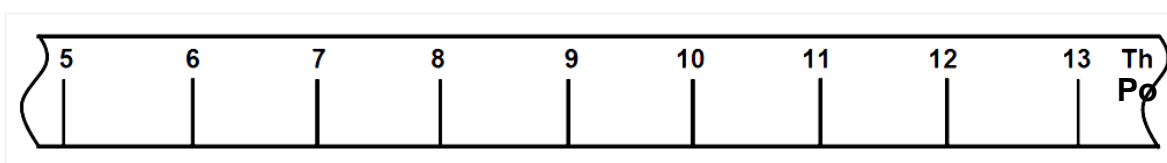
Medição M1

A medição envolve a comparação entre o (desconhecido) mesurando e algo conhecido que se pode consultar



Todos os valores para o comprimento do lápis registrados por M1 acima são os mesmos? Se não, qual pode ser a razão principal para essa diferença?

Obviamente, cada medição foi baseada em uma pequena diferença de escala dependendo de quão extenso cada polegar é, ou seja, cada um de vocês usou um padrão de medida pessoal. Precisamos, portanto, chegar a acordo sobre um padrão comum, se quisermos comparar nossas medidas de forma significativa. Você pode pensar que a forma mais democrática de fazer isso é ter reuniões intermináveis entre todos na classe, a fim de chegar a acordo sobre qual largura do polegar é a melhor a ser adotada. No entanto, uma vez que nós (os autores deste manual) somos os responsáveis, vamos simplesmente decretar que a largura do polegar padrão será o tamanho mostrado abaixo. Este será o nosso polegar **padrão de referência**. A régua de polegar abaixo é calibrada em unidades do polegar padrão.



Use a régua de polegar padrão para medir o comprimento do lápis, *estimando as frações de polegar o melhor que puder*. Cada pessoa do seu grupo deve realizar o exercício sem auxílio dos demais.

Estudante 01: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	Medição M2
Estudante 02: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	
Estudante 03: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	
Estudante 04: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	
Estudante 05: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	

Compare suas leituras para M2 com as obtidas em M1. Qual grupo de medidas você considera melhor? Explique sua resposta.



A medição envolve a comparação entre o mesurando e um padrão de referência comum.

Você é capaz de imaginar algum tipo de medição que não envolve comparação?

O que você acredita que seja a principal razão para todas as leituras em M2 não serem exatamente iguais?

O que você acha que pode ser feito para melhor a concordância dos dados?

As diferenças nas nossas leituras podem ser explicadas pelo fato de que cada um tenha julgado um pouco diferente as frações de polegares. Uma forma de reduzir o efeito disto é para calibrar a escala usando graduações mais refinadas, como mostrado abaixo, onde cada polegar é dividido em 10 frações menores, assim, temos uma escala calibrada em "deci-polegares".



Registre o comprimento do lápis, *estimando as frações de deci-polegares o melhor que puder*. Cada pessoa do seu grupo deve realizar o exercício sem auxílio dos demais.

Estudante 01: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	Medição M3
Estudante 02: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	
Estudante 03: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	
Estudante 04: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	
Estudante 05: Comprimento do Lápis (em polegares):	P ₀	

Os valores obtidos em M3 são os mesmos, ou se diferem? _____

Se os valores se diferem, você acha que irá melhorar o resultado dividindo a escala em *centi-polegares*? Se os valores são iguais, o que você acha que irá acontecer se nossa régua for graduada em *centi-polegares*?

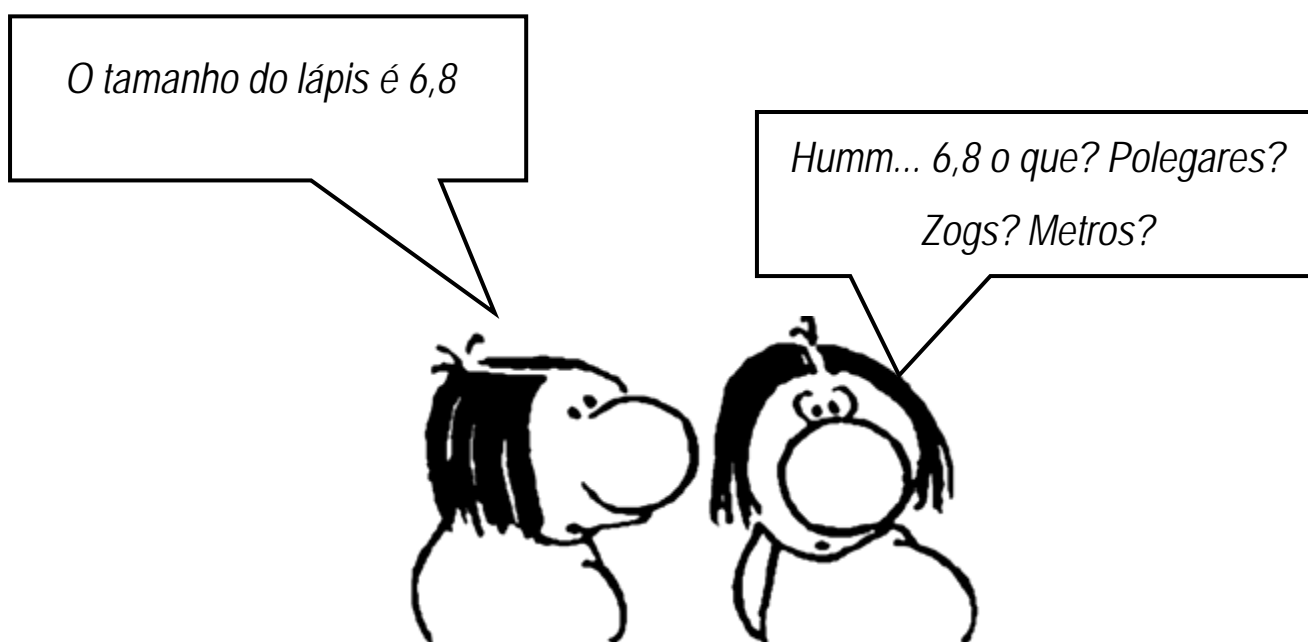
Quantas dessas subdivisões você acha que são possíveis?

Você acredita que poderia medir o “verdadeiro” comprimento do lápis dessa forma? Você é capaz de pensar em uma forma de determinar o “valor verdadeiro”? Explique sua resposta.

No próximo capítulo iremos explorar mais sobre essas questões.

Uma nota sobre unidades: especificar as unidades em uma medição é uma forma de se referir ao padrão que está sendo utilizado. O Sistema Internacional de Unidades (SI) é um dos padrões mais usados. Em tal sistema, o metro é o padrão de referência para o comprimento.

Sem especificar as unidades, nenhuma medição tem significado.



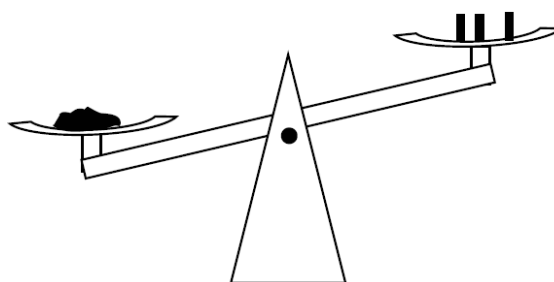
Você conhece a origem do metro “padrão” que é usado atualmente?

1.2 Limites sobre o que sabemos sobre uma medição

Pense sobre o seguinte exemplo:

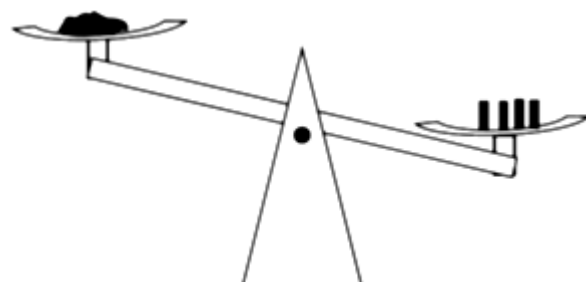
Durante as férias você está auxiliando uma cientista em seu laboratório de Química. Ela diz que está realizando um importante experimento e precisa para pesar o pó químico que é produzido a partir de uma reação química em particular. Ela escolhe usar uma balança que depende de massas de calibração conhecidas.

O pó é colocado na bandeja esquerda e três massas 1,0 g calibrados são colocadas bandeja direita. Conforme a figura mostrada ao lado.



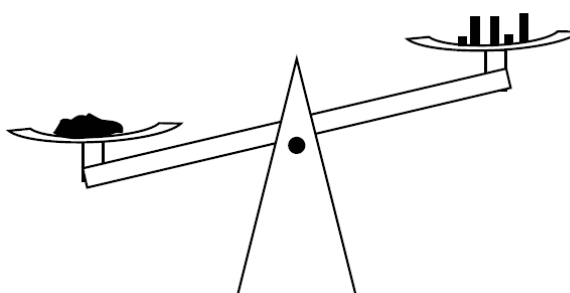
Claramente o pó pesa mais de 3,0g

Quando uma quarta massa de 1,0 g é adicionada, a balança pende para a direita.

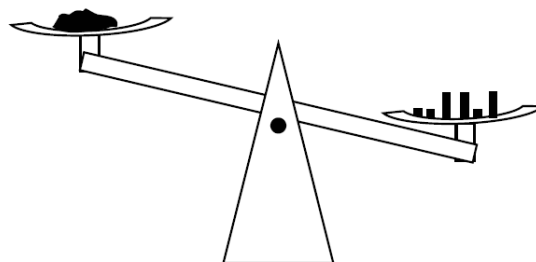


O que você pode dizer sobre a massa do pó químico?

Uma das massas de 1,0 g é removida e a cientista começa a adição cuidadosa de massas de 0,1 g para a bandeja. Após a adição de duas massas 0,1 g massas, a balança ainda inclina-se para a esquerda.



Quando uma terceira massa de 0,1 g é adicionada, mais uma vez a balança pende para a direita.



O que você pode dizer, nesse estágio, sobre a massa do pó químico?

O que a cientista pode fazer agora? Ela não possui massas calibradas menores que 0,1 g.



Há uma limitação sobre o conhecimento que a cientista tem sobre a massa do pó químico. Todos podem dizer que a massa do pó está entre 3,2 g e 3,3 g. Mesmo se usássemos massas calibradas cada vez menores (0,01 g, 0,001 g) nosso conhecimento sobre a massa do pó químico nunca será perfeito (a não ser que prosseguíssemos eternamente).

1.3 Propósitos da Medição

Imagine que você está fazendo um bolo com seus amigos em sua cozinha. A receita diz “adicione 50 g de açúcar”. Você coloca um pouco de açúcar na sua balança da cozinha e o display mostra 52,0 g.

A seguinte conversa acontece entre você e seus amigos:

- A. *Eu acho que está Ok!*
- B. *Eu acho que não está Ok... Temos que medir novamente.*
- C. *Eu acho que não está Ok... Temos que tirar 2 g de açúcar.*

Com qual das opiniões você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

Imagine agora que você está trabalhando em um laboratório de Química na universidade. O experimento requer que você pese 50 g de certo pó químico. Você derrama um pouco desse pó em uma balança de precisão e o display marca 52 g.

A seguinte discussão ocorre entre você e seus colegas de trabalho:

- A. *Eu acho que está Ok!*
- B. *Eu acho que não está Ok... Temos que medir novamente.*
- C. *Eu acho que não está Ok... Temos que tirar 2 g de pó químico.*

Com qual das respostas você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

Compare suas respostas para as duas situações anteriores. Explique o motivo de elas serem iguais ou diferentes.

*Pensar sobre o propósito da sua
medição é uma parte importante*



Se retornássemos ao exercício sobre o comprimento do lápis, poderíamos verificar que o nosso objetivo era descobrir informações sobre o lápis, ou seja, após a medição nós seríamos capazes de responder a questão: *"O que sabemos sobre o comprimento do lápis?"*.

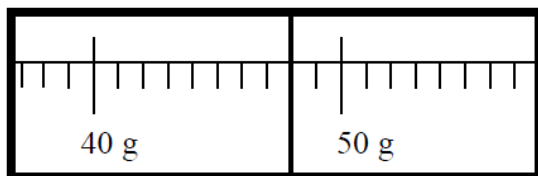
Entretanto, nos dois exemplos anteriores, discutimos sobre se estávamos ou não próximos de algum valor específico. A questão em nossas mentes foi: *"O valor é bom o suficiente para nossos propósitos?"* ou *"Será que estamos perto o suficiente da especificação desejada?"*.

Você encontrará ambos os tipos de medição na ciência. O que é importante em um contexto científico é que, qualquer que seja a razão para a realização das medições, os resultados devem ser registrados da mesma maneira.

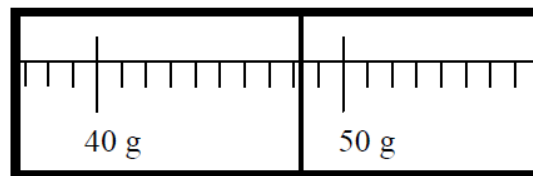
Assim, no primeiro exemplo acima, se você fosse questionado: *"Quanto açúcar você usou?"*, você poderia dizer: *"Ah, aproximadamente 52 g"* ou poderia dizer *"Ah, exatamente 52 g"*. Mas o que queremos dizer com estes termos? Antes de estudarmos os modelos formais de registro e comunicação científica, vamos explorar nosso próprio entendimento de termos como "aproximado" e "exato".

1.4 "Exatamente Aproximado"

Pense na seguinte situação. Você está em laboratório, utilizando uma balança para determinar as massas de dois blocos de madeira. O que você vê na balança é mostrado abaixo.



BLOCO 01



BLOCO 02

A discussão a seguir ocorre entre você e seus amigos sobre a balança à esquerda:

- A. *Eu acho que a leitura da balança à esquerda é exatamente 48,0 gramas.*
- B. *Eu acho que a leitura da balança à esquerda é de aproximadamente 48,0 gramas.*
- C. *Eu não concordo com nenhum de vocês.*

Com quem você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

A discussão a seguir ocorre entre você e seus amigos sobre a balança à direita:

- A. *Eu acho que a leitura da balança à direita é exatamente 48,0 gramas.*
- B. *Eu acho que a leitura da balança à direita é de aproximadamente 48,0 gramas.*
- C. *Eu não concordo com nenhum de vocês.*

Com quem você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

Compare suas respostas anteriores para as duas balanças. Explique por que são as mesmas ou diferentes.

É evidente que a leitura na balança do Bloco 01 é exatamente 48,0 g. No entanto, isso significa que a massa do bloco é exatamente 48,0 g?

A discussão agora ocorre entre você e seus amigos sobre a massa do Bloco 01:

- A. *Eu acho que a **massa** do Bloco 01 é exatamente 48,0 gramas.*
- B. *Eu acho que a **massa** do Bloco 01 é de aproximadamente 48,0 gramas.*
- C. *Eu não concordo com nenhum de vocês.*

Com quem você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

O **professor** se aproxima e quer medir a massa um de seus blocos de madeira. O mesmo coloca o bloco em uma balança eletrônica e o da balança mostra:



de
visor

A seguinte discussão ocorre sobre a **leitura**:

- A. *Eu acho que a **leitura** no display digital é exatamente 48,8 gramas.*
- B. *Eu acho que a **leitura** no display digital é aproximadamente 48,8 gramas.*
- C. *Eu não concordo com nenhum de vocês.*

Com quem você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

A discussão agora se volta para o que podemos dizer sobre a **massa** do bloco.

- A. *Eu acho que a **massa** do bloco é exatamente 48,8 gramas.*
- B. *Eu acho que a **massa** do bloco é aproximadamente 48,8 gramas.*
- C. *Eu não concordo com nenhum de vocês.*

Com quem você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

O **professor** agora altera a sensibilidade da balança e o visor da balança mostra:



A

seguinte discussão ocorre sobre a **leitura**:

- A. *Eu acho que a **leitura** no display digital é exatamente 48,82 gramas.*
- B. *Eu acho que a **leitura** no display digital é aproximadamente 48,82 gramas.*
- C. *Eu não concordo com nenhum de vocês.*

Com quem você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

A discussão agora se volta para o que se pode concluir sobre a **massa** do bloco.

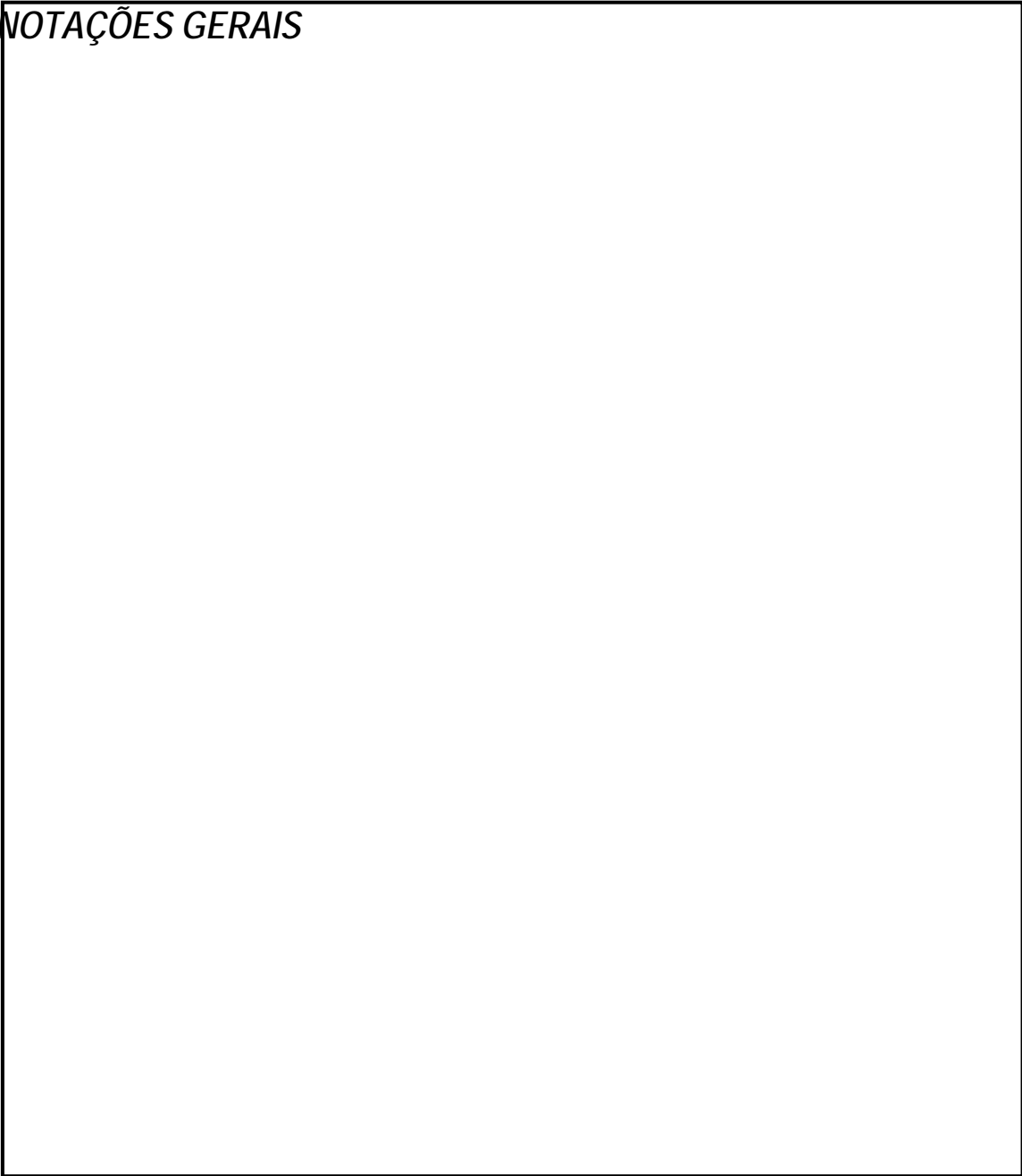
- A. *Eu acho que a **massa** do bloco é exatamente 48,82 gramas.*
- B. *Eu acho que a **massa** do bloco é aproximadamente 48,82 gramas.*
- C. *Eu não concordo com nenhum de vocês.*

Com quem você mais concorda? Explique sua resposta cuidadosamente.

Como você pode ver, a leitura e o valor do mensurando não são a mesma coisa. Cada leitura fornece algumas informações sobre o mensurando. Isso ficará mais claro depois, mas por agora é importante notar que essa diferença existe.



ANOTAÇÕES GERAIS



1.5 Medição na Ciência

A atividade de investigação científica diz respeito à compreensão dos fenômenos da natureza e, portanto, o principal objetivo de uma medição em ciência é fornecer **conhecimentos** sobre uma quantidade em particular. O que é válido e confiável no conhecimento científico não é fácil de definir, sendo que esta questão tem sido explorada por cientistas, filósofos e sociólogos desde que a ciência moderna existe. Para os nossos propósitos, podemos pensar a ciência como uma progressão ao longo de duas frentes distintas, mas intimamente interligadas, chamadas **teoria** e **experiência**. O propósito de uma **teoria** é descrever e explicar os resultados dos experimentos e para fazer previsões sobre os resultados de experimentos futuros.

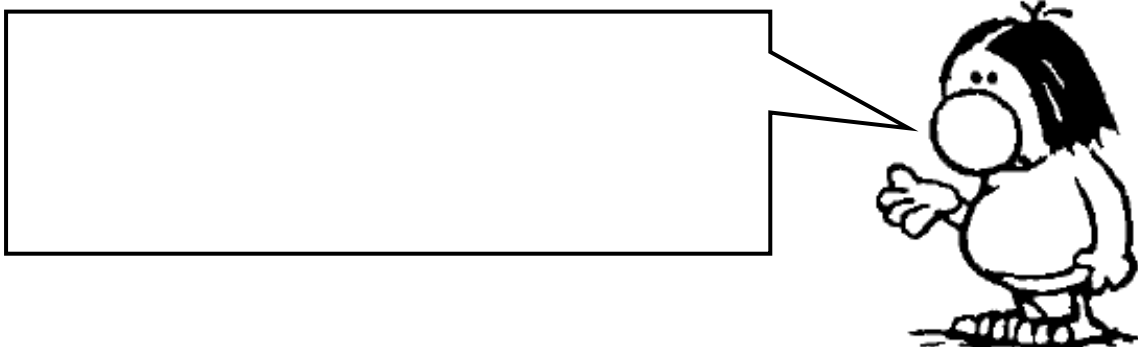
Por outro lado, as **experiências** envolvem observações sistemáticas de eventos sobre condições que são controladas e compreendidas tão bem quanto possível. Experiências implicam em realizar **medições** de várias quantidades com o objetivo de fornecer a informação mais confiável possível. A qualidade de **dados** de uma experiência depende essencialmente da concepção do experimento, do cuidado com que os procedimentos são realizados e de como todas as influências sobre as medidas são compreendidas.

Existem conceitos e procedimentos bem definidos relacionados com o processamento e comunicação medições científicas. Por exemplo, o conceito de "trabalho" em Física tem um significado muito especial que é quase nada a ver com o seu uso cotidiano da palavra, assim como aprender a fazer um diagrama de força é uma habilidade importante na aprendizagem de mecânica.

Nesse estudo, você vai aprender algumas ideias e procedimentos muito importantes que são fundamentais para a medição na ciência. Algumas das palavras que você vai encontrar também têm um significado "cotidiano", portanto você precisa ter cuidado ao pensar sobre o significado que essas novas ideias e procedimentos têm em um contexto científico.

Uma vez que um dos propósitos fundamentais da atividade científica diz respeito a obter conhecimento sobre uma quantidade, um aspecto importante de todo o trabalho experimental envolve decidir quais as medidas a tomar e identificar todos os fatores que poderiam influenciar no resultado da medição. Esses fatores podem estar relacionados com qualquer aspecto da experiência (o ambiente, a habilidade do pesquisador, o instrumento utilizado, etc.) tudo influencia contra a obtenção de um resultado "perfeito". Durante este curso, você vai ver como incorporar tais influências mais formalmente em sua análise dos dados de um experimento. Você chegará a compreender que um aspecto importante de uma medição científica é para reduzir o efeito destes fatores em

um resultado de medição, melhorando assim o seu conhecimento sobre a quantidade que você está medindo.



Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

Devido ao papel central que as medições desempenham em ciência, engenharia e tecnologia, é fundamental que as medições científicas sejam analisadas e registradas de forma que sejam significativas para todos os cientistas. Organismos internacionais para padronização foram criados para tais fins e publicaram diretrizes que tratam de diversos aspectos da terminologia, formas aceitas de relatar determinados tipos de medições, etc. De grande interesse para nós são as orientações da **Organização Internacional para Padronização (ISO)**, publicadas em 1993 e 1995, em relação à forma geral em que os dados devem ser tratados e os resultados de medição relatados. Uma grande parte deste curso irá, portanto, lidar com aspectos da **metrologia**, a ciência da medição.

2 Medição: Conceitos Básicos

Nós iremos agora começar a desenvolver procedimentos para a tomada e registro de medições científicas. Para isso precisamos de algumas ferramentas matemáticas que iremos discutir neste e nos capítulos seguintes. O primeiro conceito que precisamos compreender é **probabilidade**, depois veremos o que isso significa ao lermos escalas digitais e analógicas.

2.1 Probabilidade

Você pode pensar em probabilidade como sendo a chance de que um evento irá ocorrer.

Probabilidade é geralmente expressa como um número entre 0 e 1:

Probabilidade de 0	Probabilidade de 1
<i>significa que você tem 100% de certeza que o evento não irá ocorrer</i>	<i>significa que você tem 100% de certeza que o evento irá ocorrer</i>

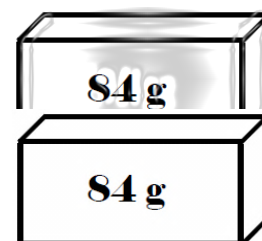
Por exemplo, digamos que você tem um saco preto, que contém 4 tipos diferentes de bolas coloridas (vermelho, verde, azul e amarelo). Sem olhar para dentro do saco, você quer saber qual é a probabilidade de escolher a bola verde do saco.

A probabilidade de escolher a bola verde é uma em quatro, ou **0,25**, ou **25%**.

Agora tente o seguinte exemplo:

Digamos que você tem 10 pares de meias, cada par tendo um estilo diferente. No entanto, todos eles estão soltos em uma caixa embaixo de sua cama. Você precisa de um par combinando e pega uma única meia. No momento em que você coloca sua mão na caixa para pegar uma segunda meia, você quer saber qual é a probabilidade de escolher outra meia que combine com a primeira.

2.2 Lendo uma escala digital



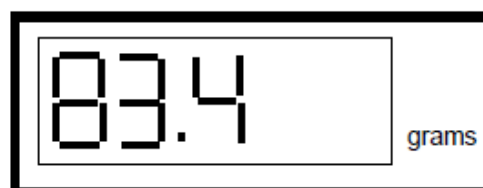
Dentro de qual dos seguintes intervalos é mais provável estar a massa: $83,95\text{ g} - 84,05\text{ g}$, $83,5\text{ g} - 84,5\text{ g}$, $83,0\text{ g} - 85,0\text{ g}$, $80,0\text{ g} - 90,0\text{ g}$? Explique.

Digamos agora que o professor de física vem e dá-lhe um novo bloco brilhante que também está marcado 84 g. Examine dentro de qual dos seguintes intervalos é mais provável estar a massa:

$83,95\text{ g} - 84,05\text{ g}$, $83,5\text{ g} - 84,5\text{ g}$, $83,0\text{ g} - 85,0\text{ g}$, $80,0\text{ g} - 90,0\text{ g}$? Explique.

Você agora tem acesso a uma balança digital que está definida para exibir um dígito após a vírgula (em gramas).

Você coloca o bloco na balança e observa no visor a leitura ao lado.



Você provavelmente vai concordar que é razoável registrar a leitura como **83,4 g**.

Você agora define a sensibilidade da balança digital para exibir **dois dígitos** depois da vírgula (em gramas). Isto significa que a balança está exibindo leituras com a aproximação de **0,01 g** ou **1/100** de um grama.

É evidente que o segundo dígito após a vírgula será um número entre **0** e **9**.

Sem passar para a próxima página, você pode prever com certeza o que o display irá mostrar como sendo o último dígito? Claro que não!

Você pode dizer qual a probabilidade é de que o último dígito pode ser um **6**?

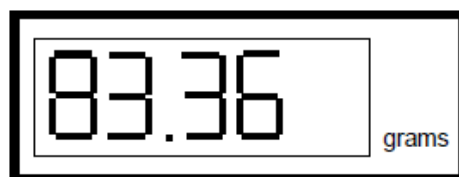
NÃO

PROSSIGA PARA A PRÓXIMA PÁGINA ATÉ QUE TENHA RESPONDIDO AS PERGUNTAS DESTA PÁGINA!



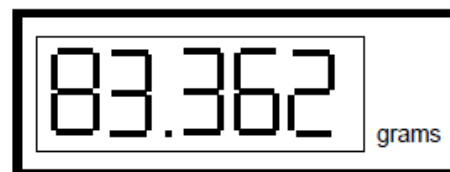
Antes de olhar para o visor, não havia nenhuma forma de prever com uma segurança maior do que 10% que o último dígito seria 6.

Agora você vê o seguinte número no visor.



O que você vai registrar agora como a leitura no display? _____

Vamos agora definir a balança digital para exibir **três dígitos** depois da vírgula (em gramas), ou seja, a balança irá mostrar a leitura com a aproximação de 0,001 g.



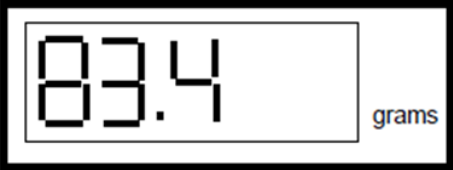
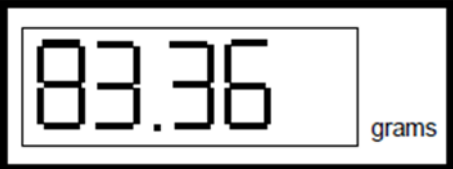
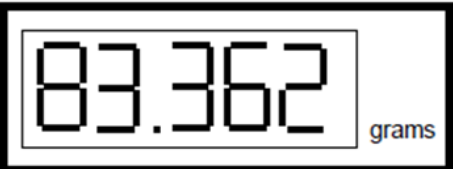
O que você vai registrar agora como a leitura no display? _____

Alcançamos o limite de resolução do visor da balança digital!

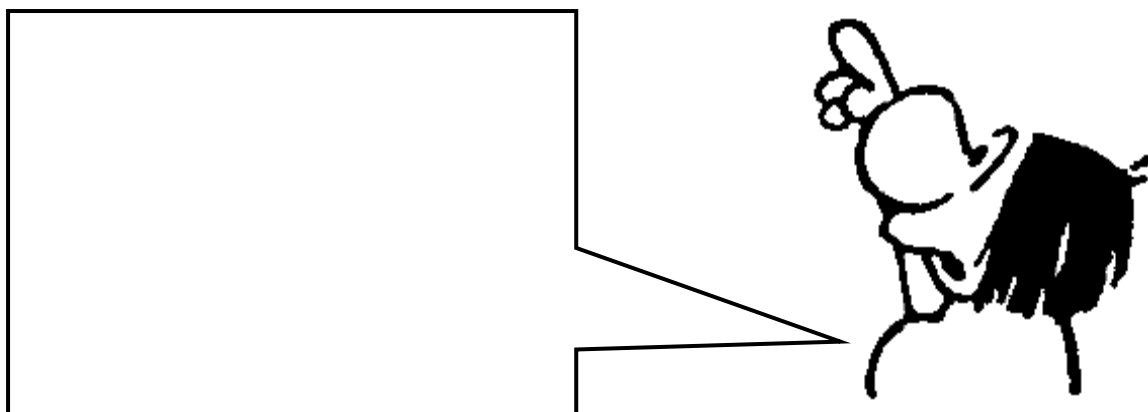
O que podemos fazer se quisermos ter uma leitura com mais casas decimais?

Seria possível para projetar e construir uma balança eletrônica que indicasse uma leitura com um número **infinito** de casas decimais? Explique sua resposta.

Vamos agora considerar o que sabemos sobre a massa do bloco em cada caso, **com base apenas na leitura da balança digital.**

O display mostra:	Inferências sobre a massa do bloco:
	A massa do bloco encontra-se entre 83,35 g e 83,45 g.
	A massa do bloco encontra-se entre 83,355 g e 83,365 g.
	A massa do bloco encontra-se entre _____ g e _____ g.

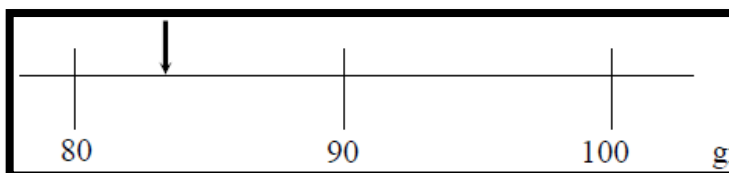
Em cada caso acima, podemos dizer que a que a massa do bloco localiza-se em algum ponto do intervalo. A largura do intervalo reduz de tamanho conforme se aumenta a sensibilidade da balança eletrônica.



Qual das três leituras acima que você considera como a "melhor" e por quê?

2.3 Lendo uma escala analógica

Podemos usar uma balança analógica em vez de uma balança digital para medir a massa do bloco. Uma balança analógica possui uma agulha que é deslocada proporcionalmente ao peso do objeto colocado sobre a balança. Neste caso precisaremos usar nosso julgamento para ler a escala após a agulha ter ficado imóvel.



Vamos imaginar que quando colocamos a massa sobre a balança, vemos o seguinte no visor:

Anote a leitura da escala: _____

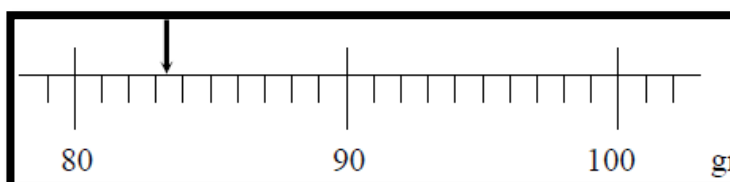
Quanto você está certo sobre essa leitura - "*muito certo*", "*razoavelmente certo*" ou "*não muito certo*"? Explique sua resposta.

Compare sua resposta com a dos seus colegas. Todos registraram o mesmo valor? Se não, por quê?

Você pode ter pensado que a leitura estaria "entre 80 g e 90 g". No entanto, é possível usar o seu julgamento e registrar a leitura para o grama mais próximo.

Tente novamente. A leitura da escala = _____ (o grama mais próximo)

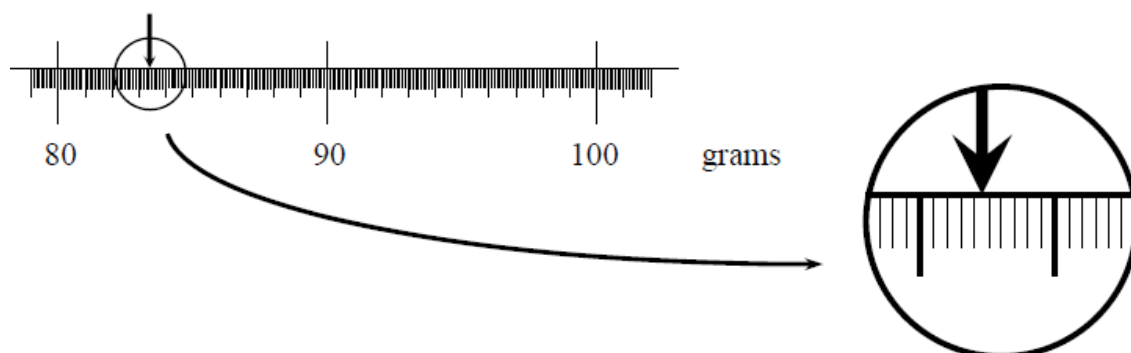
Agora você decide, a fim de melhorar a sua medição, escolher uma escala que tem marcações (chamado "graduações") a cada 1 grama. Agora você observar o seguinte no visor:



Anote a leitura da escala: _____

Agora você pode fazer um julgamento com aproximação de **0,1 grama**.

Se você quiser subdividir cada graduação ainda mais, você terá uma marca de divisão 0,1 g cada. Você pode até precisar de uma lupa para ler a escala!

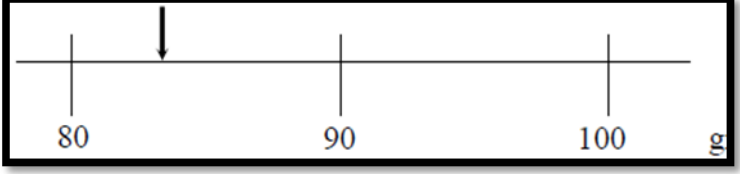
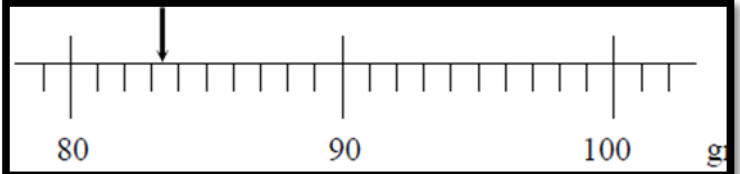
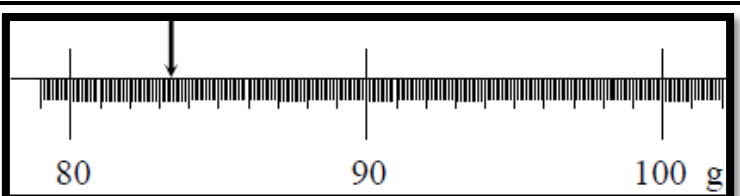


Anote a leitura da escala: _____



Será que você vai ser capaz de encontrar um instrumento que lhe forneça uma leitura da massa do bloco para um número infinito de casas decimais? Não, claro que não. Nunca vai ser possível fabricar tal instrumento! Portanto é evidente que o valor "verdadeiro" da massa nunca pode ser conhecido. Este é o caso para **todas** as medições, não importa o que você está querendo medir.

Vamos agora considerar mais uma vez o que podemos saber sobre a massa do bloco, em cada caso, se tudo o que temos é a leitura na escala analógica.

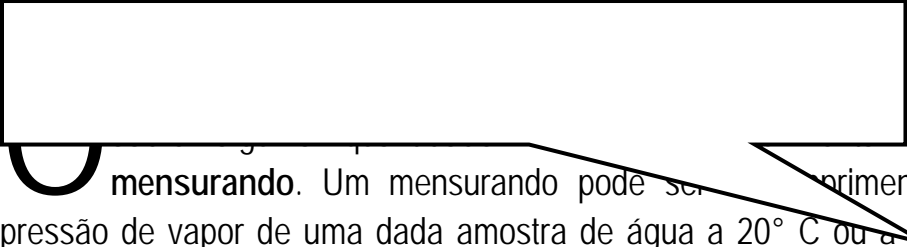
A leitura na escala analógica mostra:	Inferências sobre a massa do bloco:
	<p>A massa do bloco encontra-se entre _____ g e _____ g.</p>
	<p>A massa do bloco encontra-se entre _____ g e _____ g.</p>
	<p>A massa do bloco encontra-se entre _____ g e _____ g.</p>

Mais uma vez, em cada caso acima, podemos dizer que a massa do bloco localiza-se em algum ponto do intervalo. A largura do intervalo reduz de tamanho conforme mais marcações são adicionadas na escala. É importante notar que quando você decidiu sobre que valores seriam os limites à esquerda e à direita dos intervalos da tabela acima, você seria capaz de determinar valores melhores do que simplesmente tomar as marcações mais próximas na escala, em cada caso. Por exemplo, no primeiro caso acima, embora seja verdadeira a declaração que "A massa do bloco encontra-se entre 80 g e 90 g", você foi capaz de fazer muito melhor que isso.

Você poderia pensar que a melhor leitura da massa, no primeiro caso é de 83 g. Então você deve se perguntar: "*Quais são os valores mais próximos da melhor leitura que você acredita, definitivamente, que não são possíveis?*". Você pode decidir que a leitura, provavelmente, não é inferior a 82 g, e provavelmente, não é superior a 84 g, e, portanto, inferir que a massa do bloco situa-se entre 82 e 84 g.

Volte e modifique suas respostas, caso você precisar.

Observe que, desde que há um grau de julgamento envolvido em cada caso, seus colegas podem ter tido leituras e intervalos ligeiramente diferentes do seu.



...r nosso conhecimento
...ente chamamos de
...mentando. Um mensurando pode ser...rimento de uma mesa, a
...pressão de vapor de uma dada amostra de água a 20° C ou a velocidade da luz em
...algum meio. A primeira coisa que você, como experimentador, tem de fazer é
especificar o mensurando. Você precisa se perguntar: "O que eu quero medir?". O
próximo passo é pensar sobre o que você já sabe sobre o mensurando e escolher um
procedimento de medição e um **instrumento** apropriados para realizar a medição. É
evidente que a finalidade da medição também desempenha um papel fundamental.

Não devemos pensar sobre o mensurando como possuindo algum "*valor verdadeiro*" que tem de ser descoberto, mas que o valor do mensurando é baseado na quantidade de informação que temos em mãos. Se você realmente queria saber o valor final ou verdadeiro do mensurando você vai precisar de uma quantidade infinita de informação!

Assim, a informação final que teríamos sobre um mensurando nunca estaria 100% completa. Por exemplo, conforme visto anteriormente, as informações sobre o mensurando a partir da leitura de um instrumento digital ou analógico é, na verdade, um intervalo que não pode ser reduzido a um único ponto. Mesmo que não haja outros fatores que influenciem na medição, a própria escala limita o que sabemos sobre o mensurando e, portanto, **o resultado final de uma medição será sempre um intervalo**. No entanto, como vimos no final do capítulo 1, existem normalmente vários fatores que irão influenciar na medição. Cada um destes fatores faz com que o intervalo associado ao resultado final fique maior. Nós chamaremos este intervalo de **incerteza**¹¹. Quanto maior a incerteza menos se sabe sobre o mensurando e vice-versa. Ao projetar uma experiência, um dos objetivos deve ser tentar fazer a incerteza tão pequena quanto possível, mas cientes de que o intervalo de incerteza não pode ser reduzido à zero.

¹¹ Muitos livros e manuais usam o termo "erro" ou "análise de erros" quando descrevem experimentos. É comum haver a discussão sobre "erros aleatórios" e "erros sistemáticos". Nós não vamos usar qualquer um desses termos, apenas o termo incerteza, o qual está bem definido. Se você tem que aprender o tipo mais antigo de análise de dados em outras disciplinas deve tomar muito cuidado para distinguir os termos "erro" e "incerteza". Eles não são sinônimos, representam conceitos completamente diferentes. "Erro" é um conceito idealizado que denota a diferença entre o valor medido e o "valor verdadeiro" daquela quantidade. Como o "valor verdadeiro" nunca pode ser conhecido, o erro também não pode. A incerteza, por outro lado, é um termo bem definido que pode ser calculado de forma significativa, como você verá mais adiante neste manual.



Como visto, um dos objetivos da medição é tentar minimizar as incertezas quando realizamos um experimento. Isto pode ser conseguido por meio de um bom planejamento experimental e no aumento, tanto quanto possível, da **acurácia** na coleta de dados. No final do capítulo 1 pedimos para que você listasse todos os fatores que poderiam influenciar no resultado da medição. Cada um desses fatores pode ser pensado como um empecilho para o nosso perfeito conhecimento sobre um mensurando e contribuem o aumento da incerteza total. Um aspecto crucial da experimentação é identificar todas essas **fontes de incerteza** e estimar numericamente seus efeitos sobre o resultado da medição.

Fontes comuns de incerteza incluem:

- I. Os efeitos das condições ambientais sobre a medição;*
- II. O seu julgamento na leitura de instrumentos analógicos;*
- III. A sensibilidade dos seus instrumentos (por exemplo, a balança digital);*
- IV. A avaliação ou especificação da calibração do instrumento;*
- V. Aproximações e suposições que você faz ao realizar o experimento;*
- VI. Variações nas sucessivas leituras feitas em condições aparentemente idênticas.*

Uma incerteza na medição não é um indício de "equivocos" que você pode ter cometido em um experimento. Se você está ciente que cometeu algum erro, então você deve repetir a experiência. O "erro humano" não é uma fonte válida de incerteza. Se você sabe que fez algo "errado", então por que não fazê-lo corretamente?

2.5 Atividade Prática 1 – Medindo uma peça de madeira

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e uma **peça de madeira**

Estime o comprimento da peça de madeira (antes de fazer uma medição):

Estimativa: _____ cm.

Agora use a régua para medir o comprimento da peça de madeira.

Leitura na régua: _____ cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento da peça de madeira?

"O comprimento da peça de madeira está entre _____ e _____ centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

Você tentou alinhar uma das bordas da peça de madeira mais próximo possível com o **zero** da régua e, em seguida, observou a leitura da outra borda da madeira? Se sim, por quê?

2.6 Atividade Prática 2 – Medindo um pedaço de barbante

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e um pedaço de barbante

Estime o comprimento do pedaço de barbante (antes de fazer uma medição):

Estimativa: _____ cm.

Agora use a régua para medir o comprimento do pedaço de barbante.

Leitura na régua: _____ cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento do pedaço de barbante?

"O comprimento da peça de madeira está entre _____ e _____ centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

Como você realizou sua medição? Você tentou alinhar uma das extremidades do pedaço de barbante mais próximo possível com o **zero** da régua e, em seguida, observou a leitura da outra extremidade do barbante. Tente novamente, agora colocando o pedaço de barbante em qualquer posição próximo ao meio da régua e observe as bordas esquerda e direita do barbante. Qual o método que você acha que é melhor e por quê?

2.7 Atividade Prática 3 – Medindo a tensão entre os terminais de uma bateria

Você tem disponível o seguinte aparato:

01 Voltímetro Analógico, 02 Cabos de Conexão e 01 Bateria.

Estime a voltagem da bateria (antes de fazer uma medição):

Estimativa: _____ volts

Que informações você usou para fazer essa estimativa? Quão certo você está dessa estimativa?

Agora use o voltímetro para medir a tensão da bateria.

Leitura no voltímetro com a bateria ligada: _____ volts

Leitura no voltímetro quando não há baterias conectadas:
_____ volts

Isso é chamado de "leitura zero"



O que você deve fazer se o medidor não ler **zero** volt quando não há bateria conectada?

Você concorda que a melhor leitura a ser registrada para a tensão é dada por:

(a leitura com a bateria ligada) menos (a leitura sem a bateria conectada).

O que você pode dizer sobre a tensão da bateria de acordo com todas as informações que você tem agora?

"A tensão da bateria é _____"

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a medição da tensão. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

3 A Incerteza Padrão

3.1 Densidade

Se o seu amigo lhe pergunta...

... é quase certo que vai dizer algo como: "*densidade é a massa por unidade de volume*". Isso significa que a densidade é a massa dividida pelo volume. Isso significa que a densidade é a massa dividida pelo volume.

Por exemplo, se um objeto tem uma massa de 10 kg e um volume de 2 m³, então, sua densidade é 5 kg/m³.

Com frequência usamos a expressão "densidade" para relacionar a massa e o volume, no entanto, existem muitos outros tipos de densidade. Por exemplo, você pode se deparar com a expressão "*densidade populacional*". A densidade populacional nos informa o número de pessoas que vivem em uma área em particular, geralmente o número de pessoas por quilômetro quadrado. Em física, por vezes, nos deparamos com densidades lineares, tais como a "*densidade linear de carga*", o que dá a quantidade de carga por unidade de comprimento, isto é, o número de coulombs por metro.

O que você pensa que poderia ser a "densidade superficial de carga" e quais seriam suas unidades?

Em todos os casos mencionados, podemos ver que a densidade nos informa como algo está intimamente contido em um volume, uma área ou mesmo uma linha. Matematicamente, isto pode ser escrito como uma quantidade dividida por outra, com o denominador que é, normalmente, um comprimento, uma área ou um volume. Assim, a densidade "comum" d pode ser escrita como $d = m/V$, na qual m é a massa e V é o volume. Se m é em kg e V é em m³, então, a densidade terá as unidades $kg \cdot m^{-3}$.

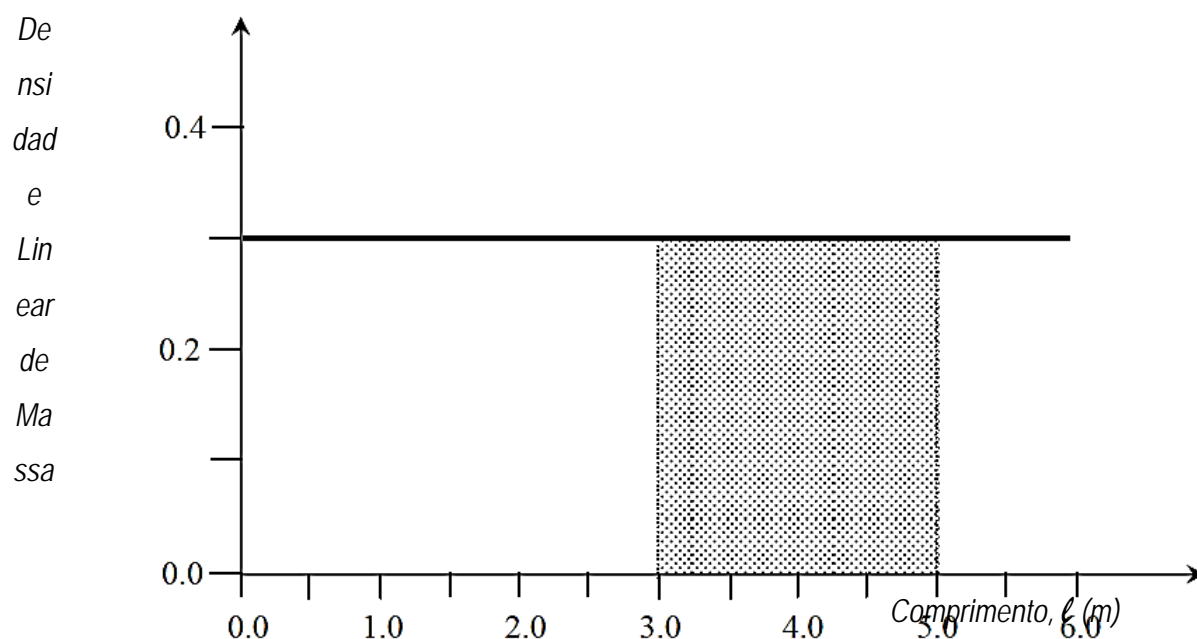


No último capítulo vimos o conceito de probabilidade, mas o que é uma *densidade de probabilidade*? É útil compreender primeiro o que é uma função de densidade.

ANOTAÇÕES GERAIS

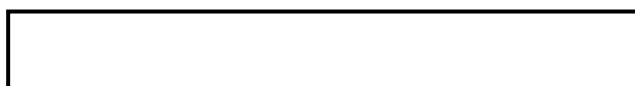
3.2 Funções de Densidade

Pense em um fio com 6 metros de comprimento em linha reta. Agora olhe na representação abaixo, que mostra um gráfico da densidade linear de massa versus o comprimento desse fio. O gráfico apresentado é uma linha reta, indicando que a densidade linear de massa tem o mesmo valor em cada ponto ao longo do comprimento, isto é, a função densidade linear de massa é uma **constante**.



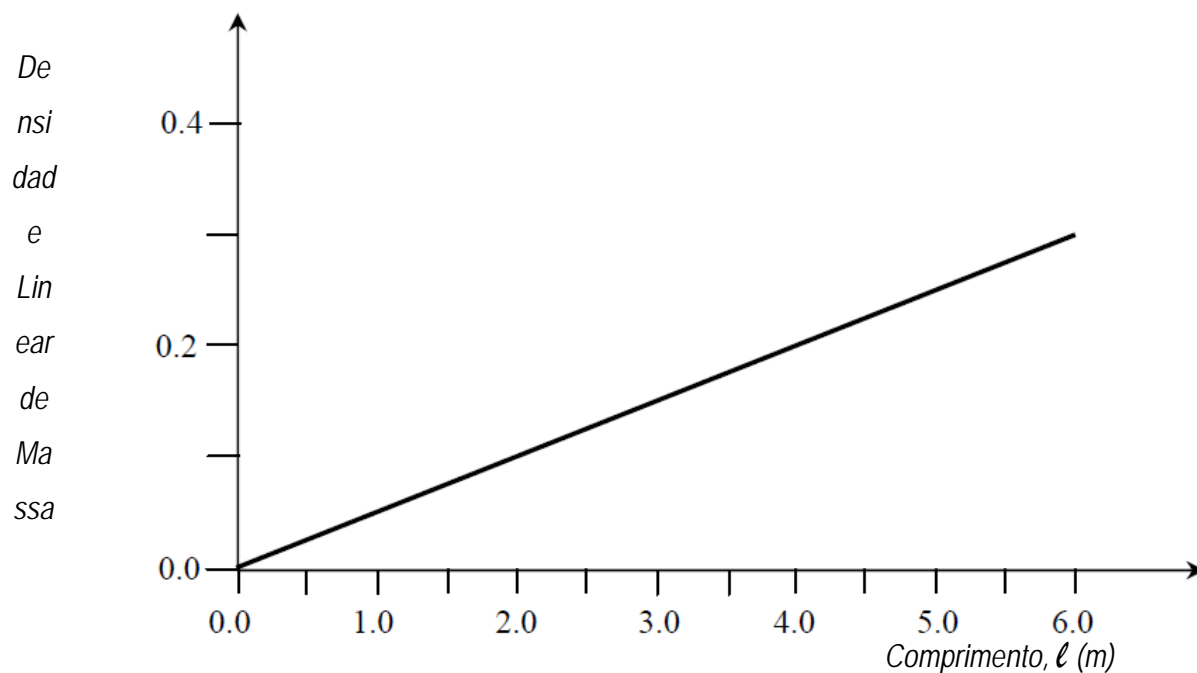
Neste caso, é fácil verificar que podemos obter a massa de qualquer porção do fio multiplicando o valor da densidade linear de massa pelo comprimento.

Por exemplo, a massa entre 3,0 m e 5,0 m será:



A partir do gráfico, podemos ver que este cálculo é representado pela **área sombreada**.

Mesmo que a função de densidade linear de massa não seja uma constante, podemos sempre calcular a massa entre dois pontos por meio do cálculo da área sob a função. Por exemplo, considere outro fio, mas desta vez a densidade de massa linear versus o comprimento tem a forma como mostrado abaixo.



A partir do gráfico, descreva em palavras como a densidade muda em função do comprimento.

Sombrear a área do gráfico que corresponde à massa do fio entre 0,0 e 2,0 metros. Agora calcule esta área.

Sombrear a área do gráfico que corresponde à massa do fio entre 4,0 e 6,0 metros. Agora calcule esta área.

Claro que a segunda área é maior! O que você pode dizer sobre a massa do fio?

A massa do fio entre 0,0 e 2,0 metros = _____ kg

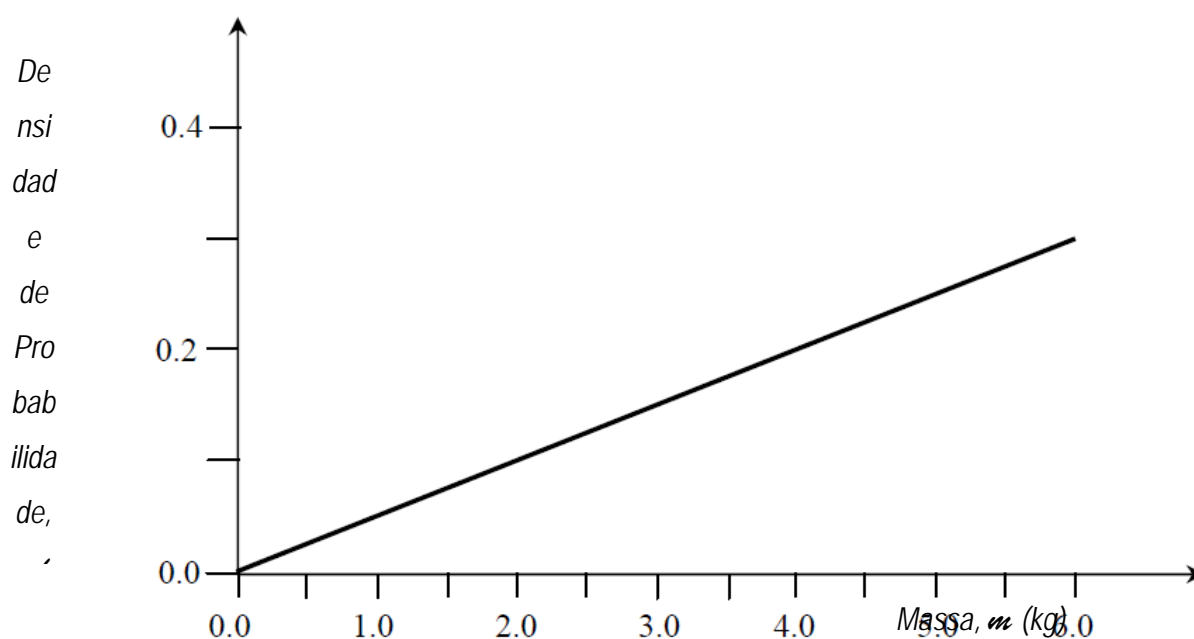
A massa do fio entre 4,0 e 6,0 metros = _____ kg

Pode-se dizer que a massa por unidade de comprimento do fio aumenta em proporção direta com o comprimento do fio.

3.3 Densidade de Probabilidade e Funções Densidade de Probabilidade

Densidade de probabilidade p é simplesmente a probabilidade P de uma variável existir entre dois valores, os quais delimitam um intervalo. Uma função densidade de probabilidade $p(x)$ descreve a densidade de probabilidade p em função da variável x . (Note que usamos o símbolo p para a densidade de probabilidade e P para a probabilidade).

Veja a função densidade de probabilidade (PDF) abaixo, que descreve a densidade de probabilidade p como em função dos possíveis valores de massa m de um objeto.



Você acha que o valor mais provável da massa encontra-se entre 1,0 e 2,0 kg ou entre 4,0 e 5,0 kg? Por quê?

Um modo de pensar sobre isso é que há mais probabilidade contida entre 4,0 kg e 5,0 kg do que entre 1,0 e 2,0 kg. Justamente porque a função densidade de probabilidade (PDF) aumenta linearmente com a massa.

Qual é a probabilidade de que a massa do objeto se situa entre 0,0 e 1,0 kg? Marque a área correspondente no gráfico e calcule a área.

Probabilidade de que a massa esteja compreendida entre 0,0 e 1,0 kg = _____

Qual é a probabilidade de que a massa do objeto situa-se entre 4,0 e 5,0 kg? Marque a área correspondente no gráfico e calcule a área.

Probabilidade de que a massa esteja compreendida entre 4,0 e 5,0 kg = _____

Qual é a probabilidade de que a massa do objeto seja exatamente 5,0 kg?

Probabilidade de que a massa seja exatamente 5,0 kg = _____



total sob toda a PDF?

Calcule a área para ver o que você obtém. Era o mesmo que você esperava?



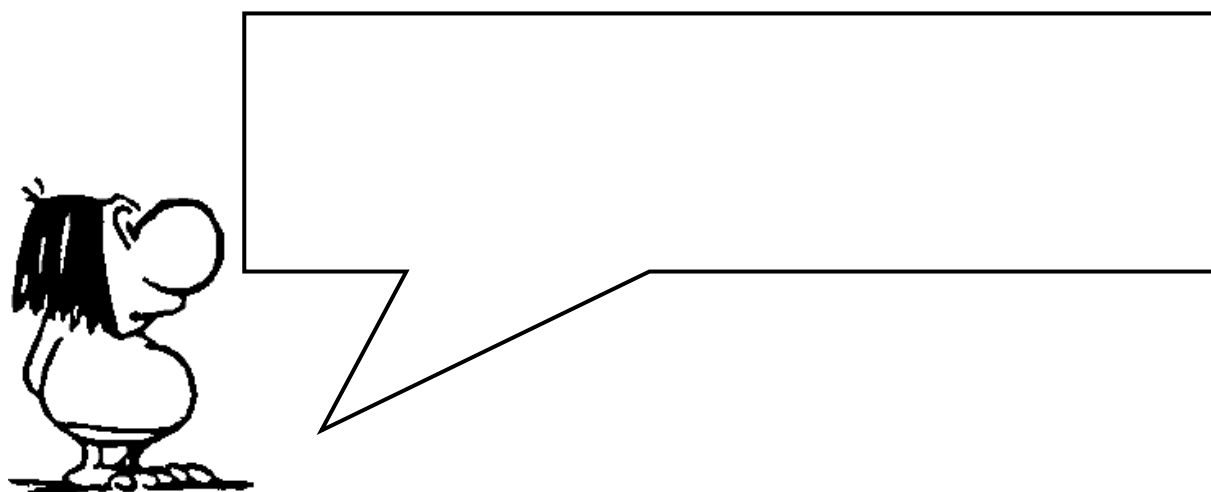
Por que você acha

3.4 O Modelo Probabilístico da Medição

Em 1993, a Organização Internacional para Padronização (ISO) publicou recomendações para o relato de medições e incertezas baseadas em uma **abordagem probabilística** da medição, devido à necessidade de uma consistente linguagem internacional para avaliação e comunicação de resultados experimentais. As recomendações da ISO foram adotadas pela maioria dos órgãos internacionais de padronização como a IUPAP (*União Internacional de Física Pura e Aplicada*), a UIPAC (*União Internacional de Química Pura e Aplicada*), o BIPM (*Escritório Internacional de Pesos e Medidas*), entre outros, e afeta o modo no qual os resultados das medições e incertezas são relatados em todo o trabalho científico.

Em certas situações experimentais, você terá de lidar com um conjunto de sucessivas leituras e, em outras, você só terá acesso a uma única leitura. Entretanto, a questão que você precisa se perguntar é: "*A partir dos meus dados (e de outras informações relevantes), o que eu sei, de fato, sobre o mensurando?*".

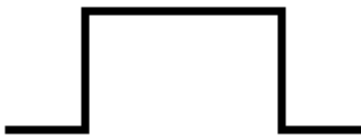


O procedimento que nos permite realizar uma inferência (ou declaração) sobre o próprio mensurando, a partir dos dados que nós coletamos, é baseado na **teoria da probabilidade**. As funções matemáticas que usamos neste processo são, de fato, as **funções de densidade de probabilidade (PDF)**, que são usados para modelar toda a informação que temos sobre um mensurando em particular.

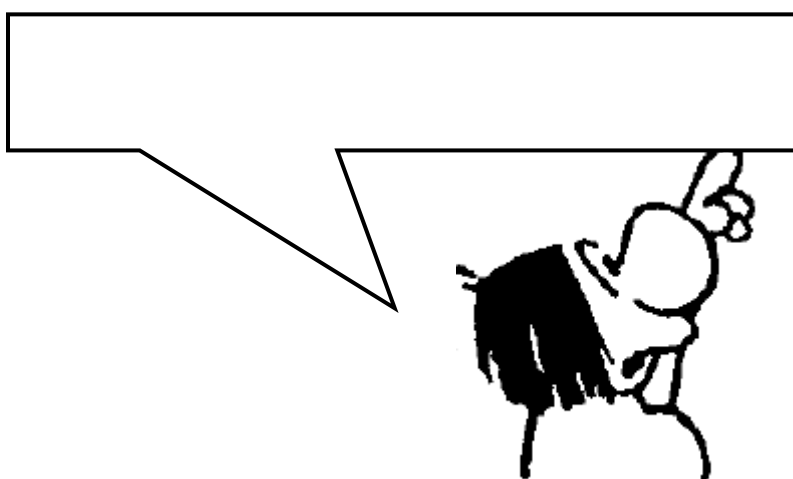


3.5
na Metrologia

Funções de Densidade de Probabilidade

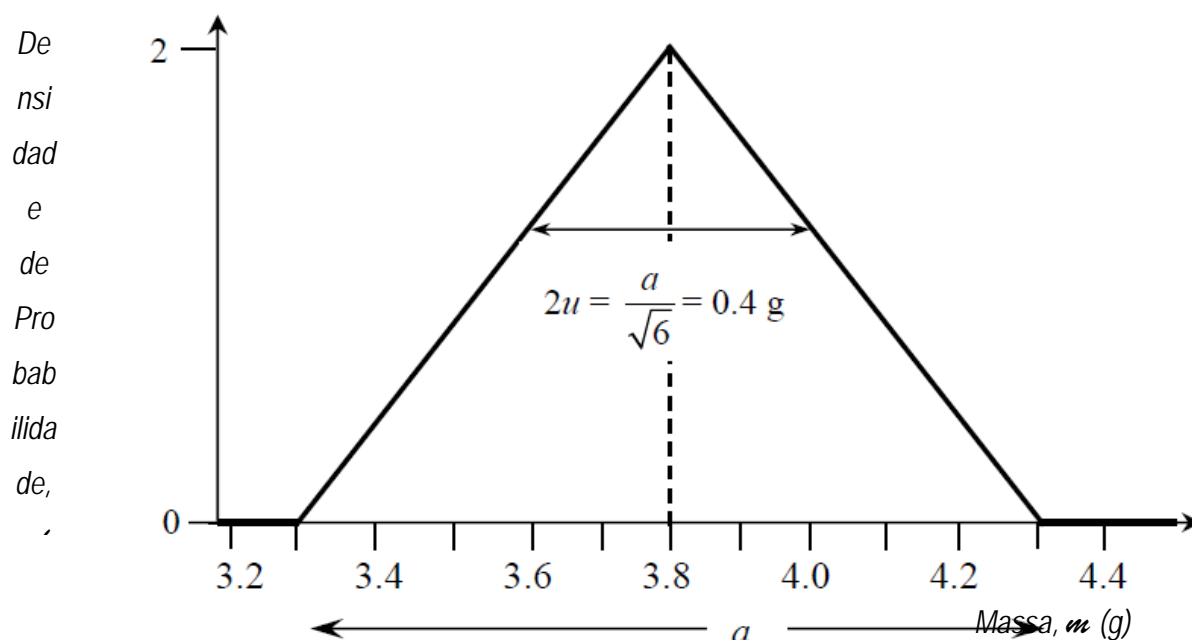
Há um grande número de funções de densidade de probabilidade que são úteis em muitas áreas, da física até a economia. No contexto da **metrologia**, no entanto, os três tipos mais comuns (e os três que iremos utilizar neste curso) são mostrados na tabela abaixo. Convém notar que outras PDF podem ser úteis, mas não iremos lidar elas aqui.

Tipo	Representação Gráfica	Uso na Medição
PDF "plana", uniforme ou retangular		Geralmente usada quando você tem uma única leitura digital.
PDF triangular		Geralmente usada quando você tem uma única leitura analógica.
PDF Gaussiana		Geralmente usada quando você tem um conjunto (disperso) de sucessivas leituras.



Depois de coletar todos os dados de um experimento, mesmo que seja uma única leitura ou um conjunto de sucessivas leituras de um mesmo mensurando, todo o seu conhecimento sobre o mensurando é descrito totalmente por uma PDF.

Considere a PDF abaixo, que descreve o nosso conhecimento sobre a massa m de um objeto depois de uma experiência.



É evidente que a posição do **centro** da PDF fornece o valor mais provável do mensurando (chamado de "**melhor aproximação**" do mensurando). Embora saibamos que a área sob o triângulo é igual a 1, isso, claro, não nos diz quão "largo" ou "estrito" o triângulo é. Quanto "mais estreita" a PDF, melhor o conhecimento que temos sobre o mensurando. Por consequência, precisamos de um segundo número para nos dizer quão espalhada é a PDF. A "largura média" da PDF é uma medida da qualidade do nosso conhecimento sobre o mensurando e é conhecida como **Incerteza Padrão** (símbolo u). Em outras palavras, quanto mais "espalhada" é a PDF, maior a incerteza padrão. Por outro lado, quanto mais estreita é a PDF, menor a incerteza padrão.

Portanto, quando queremos comunicar o resultado final de um experimento a alguém, a melhor maneira seria fornecer um diagrama completo de nossa PDF final, como mostrado acima. Como na prática isso seria muito demorado e tedioso, nós geralmente comunicamos as seguintes informações, a fim de resumir a PDF:

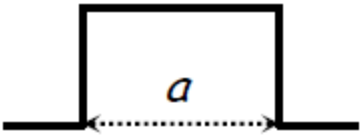
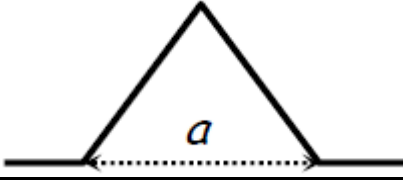
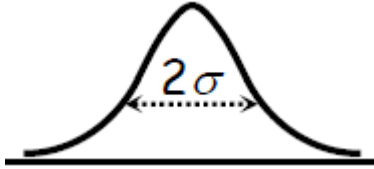
- ✓ A **melhor aproximação** do mensurando (localização do centro da PDF)
- ✓ A **incerteza padrão** u (largura da PDF)
- ✓ A **forma** da PDF que estamos usando.

No exemplo acima, podemos comunicar nosso conhecimento como:

"A melhor aproximação da massa é de 3,8 g, com uma incerteza padrão de 0,2 g, utilizando uma PDF triangular".

3.6 A Incerteza Padrão

Dependendo de qual PDF você usa na sua medição, a incerteza padrão u (que está relacionada com a largura da PDF) é calculada de uma forma diferente¹².

Tipo	Representação Gráfica	Incerteza Padrão
PDF "plana", uniforme ou retangular		$u = \frac{a}{2\sqrt{3}}$
PDF triangular		$u = \frac{a}{2\sqrt{6}}$
PDF Gaussiana		$u = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Desvio Padrão da Média)

Vimos no último capítulo que a **incerteza** em uma medição é uma medida quantitativa dos fatores que diminuem o seu conhecimento sobre o mensurando. Existem, de um modo geral, duas formas de avaliar incertezas, sendo que ambas se utilizam funções de densidade de probabilidade.

Em alguns tipos de incerteza, como a incerteza associada à leitura de uma escala ou a incerteza associada à calibração interna de um instrumento, você vai avaliar a incerteza por meio do conhecimento que você tem sobre o processo de medição e do conhecimento sobre o instrumento de medida que você está utilizando. Isso é conhecido como **Avaliação da Incerteza do Tipo B**, para a qual você irá usar uma PDF retangular ou triangular.

Caso você tenha **um conjunto de sucessivas leituras** de um mesmo mensurando que estão dispersos (espalhados), então você vai avaliar a incerteza associada com a dispersão dos dados por meio de métodos estatísticos. Isso é conhecido como **Avaliação da Incerteza do Tipo A** (ver Capítulo 5), para o qual você sempre vai usar uma função densidade de probabilidade do tipo Gaussiana.

Estas duas categorias aplicam-se à incerteza e não são substitutos para os termos "aleatório" e "sistemático", como pode ser encontrado em alguns livros. Tenha muito cuidado ao usar os termos "erro aleatório" e "erro sistemático".

¹² Você pode olhar no **Apêndice G** para obter mais detalhes sobre as PDF.

Depois de ter calculado as incertezas padrão para todas as fontes de incerteza na sua medição, a **incerteza total** para a medição, chamada de **incerteza padrão combinada**, é dada pela raiz quadrada da soma dos quadrados de todas as incertezas na medição.

Por exemplo, se você estava realizando uma medição de um mensurando m e determinou três fontes de incerteza para as quais você estimou três incertezas padrão $u_1(m)$, $u_2(m)$ e $u_3(m)$, então a incerteza padrão combinada $u_c(m)$ para a medição de m é dada por:

$$u_c(m) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

Note que $u_1(m)$, $u_2(m)$ e $u_3(m)$ podem resultar de qualquer tipo de avaliações de incerteza, seja do Tipo A ou do Tipo B.

A título de ilustração da avaliação da incerteza do Tipo B, vamos considerar a incerteza associada com a leitura da escala de um instrumento de medida.

3.7 Avaliação a incerteza padrão atribuída à leitura de uma escala

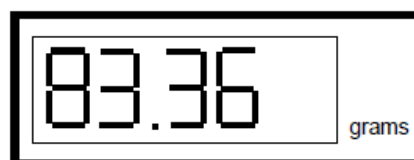
Examinaremos nesta seção dois casos:

(a) *uma única leitura digital*; e (b) *uma única leitura analógica*.

Gostaríamos de sublinhar nesta fase que a incerteza que estamos considerando nesta seção está baseada unicamente na leitura de uma escala. Quando estivermos realizando um experimento existirão várias outras fontes de incerteza, que também deverão ser avaliadas e combinadas para se obter a **incerteza total**, conforme explicado anteriormente.

3.7.1 Uma única leitura digital – Tipo A

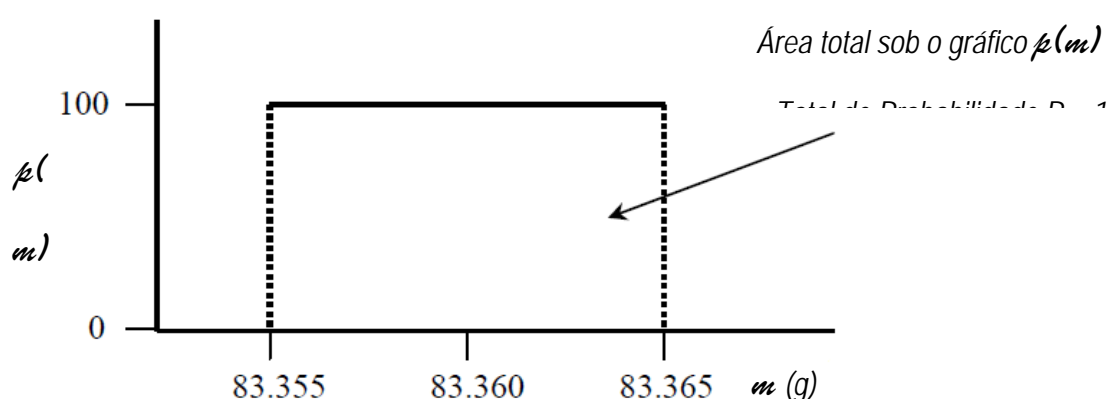
Considere a situação onde você quer determinar a massa de um bloco, e você vê o seguinte no visor da sua balança digital.



Claramente a **melhor aproximação** da massa é **83,36 g**.

E quanto à **incerteza padrão** associada com a leitura da escala no visor?

Bom, conforme visto anteriormente, o dígito 6 está representando o intervalo de **83,355 g** até **83,365 g**. Tudo o que podemos assumir é que o valor da massa está distribuído no intervalo entre 83,355 g e 83,365 g com a mesma probabilidade. A função densidade de probabilidade nos dará probabilidades iguais por unidade de massa (ou seja, áreas iguais sob a função por unidade de massa) é uma função retangular com limites de 83,355 g para 83,365 g.

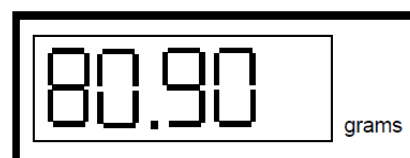


Para uma PDF retangular, a incerteza padrão é dada por:

$$\frac{(\text{metade da largura do intervalo})}{\sqrt{3}}$$

Então, neste exemplo, incerteza padrão é = $\frac{1}{2} \frac{(83,365 - 83,355)}{\sqrt{3}} = 0,0029 \text{ g}$.

Agora tente o seguinte exercício. Qual é a melhor aproximação da massa e a incerteza padrão para esta leitura, se o *display* mostra:



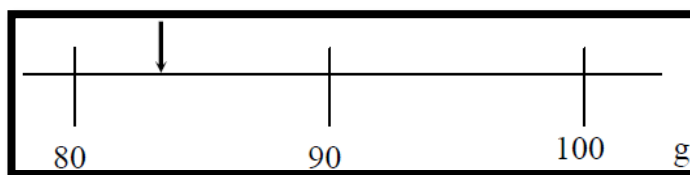
Melhor aproximação: _____

Incerteza padrão associada com a leitura da escala: _____

3.7.2 Uma única leitura analógica – Tipo B

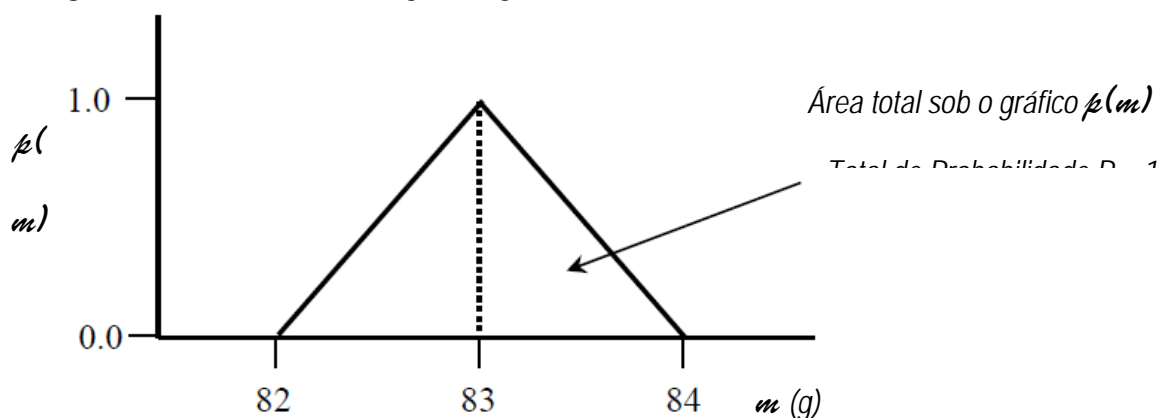
Este caso é um pouco mais complicado, pois depende do seu julgamento.

Suponha que você está usando um medidor analógico e observa o seguinte



Você pode decidir que a **melhor aproximação** da massa é de **83 g**.

Claro que o valor poderia ser um pouco maior ou um pouco menor. Você precisa se perguntar: "*Quais são os valores mais próximos da melhor aproximação que você acha que são não, definitivamente, possíveis?*" Você pode decidir que a probabilidade de ser o valor **82g** seja zero e que a probabilidade de ser o valor **84g** também seja zero. A função densidade de probabilidade que modela este comportamento é uma **função triangular**, com limites de 82 g e 84 g.

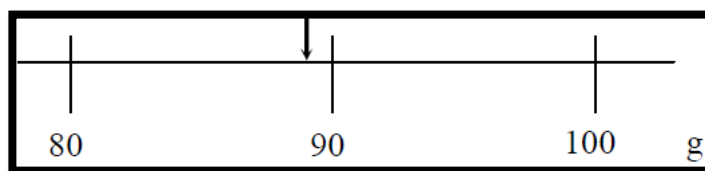


Para uma PDF triangular, a incerteza padrão é dada por:

$$\frac{(\text{metade da largura do intervalo})}{\sqrt{6}}$$

Então, neste exemplo, incerteza padrão é $= \frac{\frac{1}{2}(84-82)}{\sqrt{6}} = 0,41 \text{ g}$.

Determine a **melhor aproximação** da massa e a **incerteza padrão** para a leitura ao lado:



Melhor aproximação: _____

Incerteza padrão associada com a leitura da escala: _____

3.8 Usando um Voltímetro analógico para medir a tensão entre os terminais de uma bateria

Você tem disponível o seguinte aparato:

01 Voltímetro Analógico, 02 Cabos de Conexão e 01 Bateria.

Conecte a bateria nos terminais do voltímetro.

Leitura no voltímetro com a bateria conectada: _____ volts

Isto representa a sua **melhor aproximação** para a tensão através da bateria.

Estime a **incerteza padrão** associada com a leitura na escala do voltímetro.

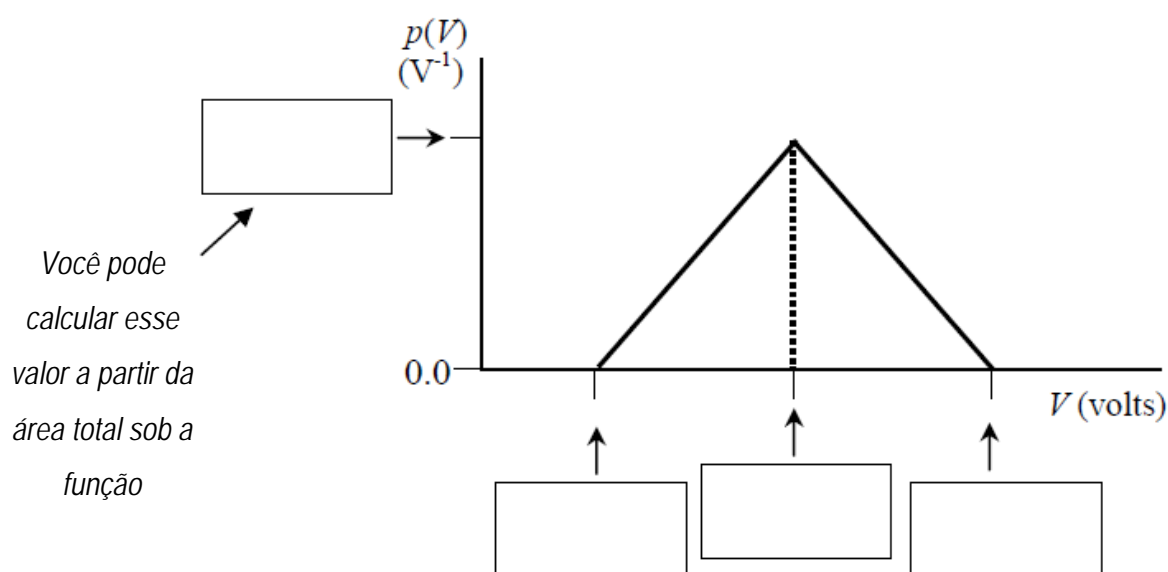
Comece respondendo as seguintes perguntas:

Quais são os valores mais próximos da melhor aproximação que você acha que não são, definitivamente, possíveis para a leitura?

Valor inferior: _____

Valor superior: _____

Você pode usar uma função densidade de probabilidade **triangular** para modelar o seu conhecimento sobre a tensão a partir da leitura da escala do voltímetro. Preencha os valores nos quatro campos abaixo.



Incerteza padrão associada com a leitura na escala do voltímetro: _____ volts

Foi lhe informado que o voltímetro tem uma “precisão nominal” de 2%. Isto significa que a incerteza associada com a calibração do medidor é de 2% da leitura mostrada.

Determine a incerteza padrão associada com a **precisão** do voltímetro.

Incerteza padrão associada com a **precisão** do voltímetro: _____ volts

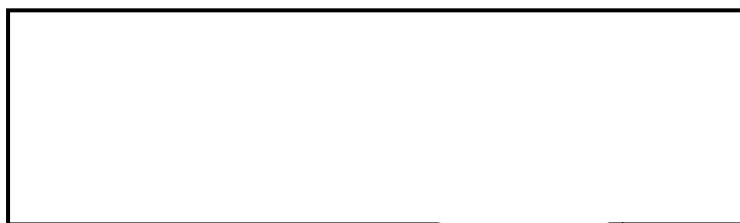
A **incerteza total** para a medição da tensão pode ser, então, determinado por meio da combinação de todas as incertezas. Você não pode simplesmente somá-los, mas deve combiná-los da seguinte forma:

$$\mathbf{Incerteza\ Total} = \sqrt{u_{escala}^2 + u_{calibração}^2}$$

Onde:

U_{escala} é a incerteza associada com a leitura da escala

$U_{calibração}$ é a incerteza associada com a precisão do medidor



Calcule a **incerteza padrão combinada** para a medição da tensão da bateria.

Incerteza padrão combinada: _____ volts

4 Avaliação de Incerteza do Tipo B

No Capítulo 3, você aprendeu a avaliar uma incerteza do Tipo B associada com a leitura da escala de um instrumento.

O que se entende por um "mensurando"?

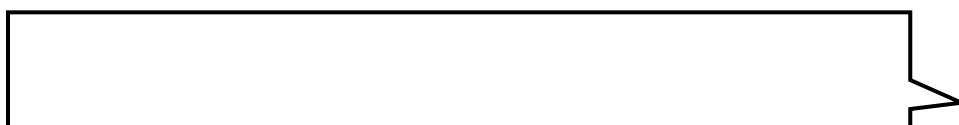
Qual é o **propósito** de realizar medições na ciência?

Por que "**valor verdadeiro**" de um mensurando nunca pode ser conhecido?

NÃO PROSSIGA PARA A PRÓXIMA PÁGINA ATÉ QUE TENHA RESPONDIDO AS PERGUNTAS DESTA PÁGINA!

O propósito de realizar uma medição na ciência é a obtenção de informações sobre um **mensurando**. A primeira coisa que o experimentador, ou seja, você tem que fazer é especificar claramente o mensurando. Você precisa se perguntar: "*O que eu quero medir?*" A resposta a esta questão lhe dará o "mensurando". Você precisa ser sempre cuidadoso ao especificar o mensurando. Por exemplo, se você quiser medir o comprimento de uma barra de ferro de 0.000001 de um metro, então seria necessário também especificar a temperatura e a pressão (e quaisquer outros parâmetros) que possam afetar o resultado.

Vimos no último capítulo que a informação sobre um mensurando que obtemos por meio de uma medição é sempre afetada por fontes de **incerteza**. Existem muitos efeitos que contribuem para a incerteza total em uma medição, incluindo a calibração do instrumento, a leitura da escala do instrumento, etc. Todos estes efeitos devem ser considerados como parte do processo de medição e estimados numericamente. A síntese de todas as fontes de incerteza em uma medição é chamada de **orçamento de incertezas** (*uncertainty budget*), da mesma forma que a síntese de todas as despesas de uma empresa também é chamada de orçamento. A medição científica não tem sentido sem uma análise quantitativa das fontes de incerteza.



Por exemplo, o CODATA¹³ - *Committee on Data for Science and Technology*, recomenda os seguintes valores¹⁴ para algumas constantes conhecidas:

Constante Universal Gravitacional	G	$6.67384 (80) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Carga Elementar	e	$1.602176565 (35) \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Plank	h	$6.62606957(29) \times 10^{-34} \text{ J s}$
Massa do Próton	m_p	$1.672621777 (74) \times 10^{-27} \text{ kg}$

Os valores entre parêntesis são as incertezas padrão para cada constante. Por exemplo, a incerteza padrão para o valor de **G** é $0,0008 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ e a incerteza padrão para **e** é $0,000000035 \times 10^{-19} \text{ C}$.

¹³ Dados acessados em Julho/2012

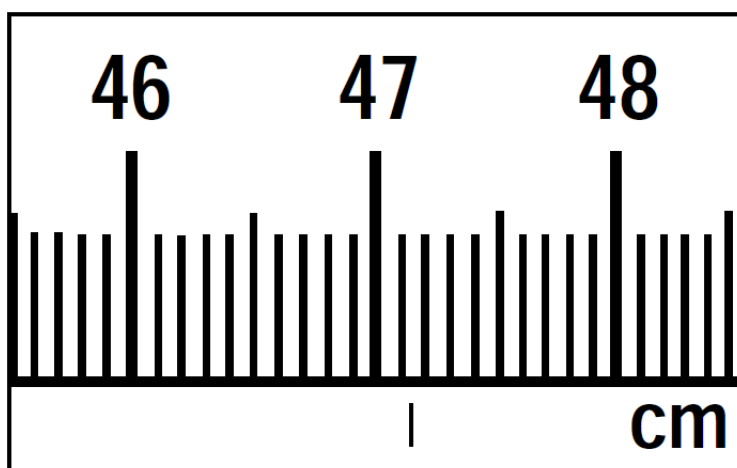
¹⁴ Uma lista com os valores mais recentes das Constantes Fundamentais da Física pode ser acessada no endereço eletrônico: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>

No capítulo anterior nós vimos como todas as informações que temos sobre o mensurando, após uma medição, podem ser modeladas por uma função matemática, conhecida como função densidade de probabilidade. Normalmente nós não apresentamos toda a PDF, mas a sintetizamos por meio da **melhor aproximação** do mensurando, juntamente com a **incerteza padrão**. A melhor aproximação do mensurando é dado pelo valor mais provável (geralmente no centro da PDF) e a incerteza padrão é dada pela largura média da PDF. O conjunto dessas informações representa o resultado da medição.

4.1 Mais exemplos de únicas leituras

Antes de avançarmos com algumas ideias novas, considere as seguintes situações. Olhe para cada exemplo e determinar a **melhor aproximação** do mensurando e **incerteza padrão** associada com a leitura da escala (avaliação do Tipo B), em cada caso. Lembre-se que a incerteza associada com a leitura da escala é apenas uma das muitas possíveis fontes de incerteza em cada caso abaixo.

A – Qual é a posição da marca I?



Melhor aproximação de I = _____

Incerteza padrão $u(I)$ associada com a leitura da escala

Qual a função densidade de probabilidade que você usaria para modelar o seu conhecimento sobre I ? _____

ZZ
Apêndice B

Avaliação Diagnóstica 1

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO A

Avaliação Diagnóstica

Introdução à Medição no Laboratório de Física

4FIS029

Nome: Victor Tipo: A

Nome:

Nome:

Nome:

Desafio Inicial

Vocês tem disponível um conjunto de instrumentos de medição que permitem determinar a **densidade** de um objeto regular composto de um único metal por meio de dois métodos distintos. A densidade pode ser definida como:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

O seu objetivo é determinar a densidade do objeto fornecido por qualquer um dos métodos escolhido a **critério** do grupo o mais acuradamente possível. Assim:

- A. Determine o valor da massa (m) em g = 75,1g
- B. Determine o valor do volume (V) em cm³ 10,06 cm³
- C. Determine a densidade (ρ) em g/cm³ = 8,69 g/cm³

Determine o valor da massa (m):

O resultado para a massa (m) é 75,1 g

Determine o valor do volume (V):

$$\text{Medida } \textcircled{1} \begin{cases} V = c.l.d. \\ V = 1,9 \cdot 1,9 \cdot 2,36 \\ V = 8,48 \text{ cm}^3 \end{cases} \quad \text{Medida } \textcircled{2} \begin{cases} V = 1,90 \cdot 1,90 \cdot 2,44 \\ V = 8,81 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

médias Volume = 10,06 cm³

O resultado para o volume (V) é 8,64 cm³

Determine o valor da densidade (ρ)

$$\textcircled{1} \begin{cases} \rho = \frac{m}{V} \\ \rho = \frac{75 \text{ g}}{10,36 \text{ cm}^3} \\ \rho \approx 8,84 \text{ g/cm}^3 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} \rho = \frac{75,2 \text{ g}}{8,81 \text{ cm}^3} \\ \rho = 8,54 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

médias das densidades = 8,69 g/cm³

O resultado final da densidade ρ é 8,69 g/cm³

O grupo repetiu as leituras da massa e/ou volume? Quantas vezes? Por quais motivos?

Sim, 2 vezes. A balança apresentou-se descalibrada durante boa parte das medições; Também devemos levar em consideração as dúvidas na leitura das medidas.

Quais critérios foram usados para escolher o método de medição?

A precisão do experimento e a facilidade na obtenção das medidas segundo discutido no grupo.

Compare seu resultado com o valor tabelado da densidade do material fornecido. O que o grupo pode concluir a partir da experiência?

Houve um equívoco na parte de leitura do paquímetro, e a balança encalhou - se descalibrada, diante destas circunstâncias nossa medida apresentou-se próxima ao tabelado.

Você acredita que poderia medir a densidade "verdadeira" do material dessa forma? Você é capaz de pensar em uma forma de determinar o "valor verdadeiro"? Explique sua resposta.

Sim, sim, com equipamentos mais calibrados e maior prática na medição.

Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

- * Balança descalibrada e imprecisa
- * Menor número de amostras
- * Utilização do paquímetro.
- * Tratamento do cálculo.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO B

Avaliação Diagnóstica

Introdução à Medição no Laboratório de Física

4FIS029

Nome: K Grupo: B

Nome:

Nome:

Nome:

Chadi

Desafio Inicial

Vocês tem disponível um conjunto de instrumentos de medição que permitem determinar a **densidade** de um objeto regular composto de um único metal por meio de dois métodos distintos. A densidade pode ser definida como:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

O seu objetivo é determinar a densidade do objeto fornecido por qualquer um dos métodos escolhido a **critério** do grupo o mais acuradamente possível. Assim:

- A. Determine o valor da massa (m) em g
- B. Determine o valor do volume (V) em cm^3
- C. Determine a densidade (ρ) em g/cm^3

Determine o valor da massa (m):

$$\left. \begin{array}{l} \text{massa da proveta + água + cubo} = 158,50 \text{ g} \\ \text{sem o cubo} = 85,15 \text{ g} \end{array} \right\} m = 73,35$$

$$\text{massa: } | 73,36 | 73,20 | 73,10 | 73,8 | \bar{m} = 73,36$$

O resultado para a massa (m) é 73,36 g

Determine o valor do volume (V):

	Kais	Rafael	Stephany	Kellim	
largura	2,00	2,00	2,01	2,00	$\bar{l} = 2,0025$
altura	2,00	2,00	2,01	2,00	$\bar{a} = 2,0025$
comprimento	2,42	2,425	2,42	2,41	$\bar{c} = 2,425$

$$V = \bar{l} \times \bar{c} \times \bar{a} = 2,0025 \times 2,0025 \times 2,425$$

$$V = 9,724 \text{ g/cm}^3$$

O resultado para o volume (V) é 9,724 cm³

Determine o valor da densidade (ρ)

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{73,36}{9,724} \rightarrow \rho = 7,54 \text{ g/cm}^3$$

O resultado final da densidade ρ é 7,54 g/cm³

O grupo repetiu as leituras da massa e/ou volume? Quantas vezes? Por quais motivos?

Repetimos a medida da massa e das dimensões do
cubo 4 vezes, cada uma sendo realizada por um
membro do grupo e então fizemos a média e usa-
mos o valor médio do volume e da massa, para
maior precisão do experimento.

Quais critérios foram usados para escolher o método de medição?

o mais comum, que é medir as dimensões do cubo com o uso do paquímetro que era o equipamento mais preciso que havia na bancada e a balança foi usada para medir diretamente a massa.

Compare seu resultado com o valor tabelado da densidade do material fornecido. O que o grupo pode concluir a partir da experiência?

a densidade teórica do latão é $8,6 \text{ g/cm}^3$ e encontramos $7,54 \text{ g/cm}^3$. Embora o método usado pelo grupo não esteja errado, o valor encontrado não condiz com o teórico;

Você acredita que poderia medir a densidade "verdadeira" do material dessa forma? Você é capaz de pensar em uma forma de determinar o "valor verdadeiro"? Explique sua resposta.

Dessa forma não, pois pode estar "descalibrado" o equipamento; usando equipamentos super precisos e muito bem calibrados e realizando as medições muitas vezes para se ter uma média e o desvio.

Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

balança, o material do bloco, tem o erro do equipamento usado (paquímetro)

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO C

Avaliação Diagnóstica

Introdução à Medição no Laboratório de Física

4FIS029

Nome: _____ grupo: C

No. _____

Nom. _____

Nome: _____

Desafio Inicial

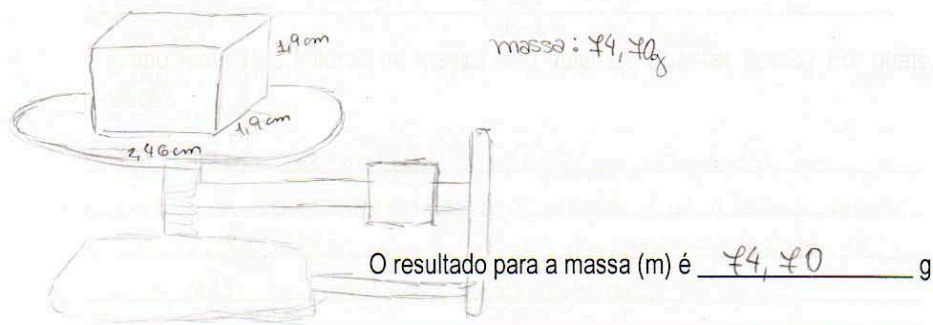
Vocês tem disponível um conjunto de instrumentos de medição que permitem determinar a **densidade** de um objeto regular composto de um único metal por meio de dois métodos distintos. A densidade pode ser definida como:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

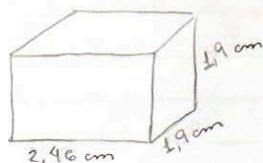
O seu objetivo é determinar a densidade do objeto fornecido por qualquer um dos métodos escolhido a **critério** do grupo o mais acuradamente possível. Assim:

- A. Determine o valor da massa (m) em g
- B. Determine o valor do volume (V) em cm^3
- C. Determine a densidade (ρ) em g/cm^3

Determine o valor da massa (m):



Determine o valor do volume (V):



$$2,46 \cdot 1,9 \cdot 1,9 = 8,88 \text{ cm}^3$$

O resultado para o volume (V) é 8,88 cm³

Determine o valor da densidade (ρ)

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{74,70}{8,88} = 8,41 \text{ g/cm}^3$$

O resultado final da densidade ρ é 8,41 g/cm³

O grupo repetiu as leituras da massa e/ou volume? Quantas vezes? Por quais motivos?

Foram repetidas as medições 4x (uma por integrante) para o paquímetro e deslocamento da água na proveta, já a balança foram apenas 2x. Os motivos foram e/que diminuisse as chances de erro e obter um resultado mais preciso

Quais critérios foram usados para escolher o método de medição?

Optamos pelo paquímetro para obtermos um nível mais elevado de precisão já que este equipamento possui uma taxa de erro muito baixa.

Compare seu resultado com o valor tabelado da densidade do material fornecido. O que o grupo pode concluir a partir da experiência?

Podemos concluir que o erro foi mínimo e chegamos muito perto do resultado esperado.

→ Densidade (ρ) fator

esperado: $3,6 \text{ g/cm}^3$

obtida: $3,4 \text{ g/cm}^3$

Você acredita que poderia medir a densidade "verdadeira" do material dessa forma? Você é capaz de pensar em uma forma de determinar o "valor verdadeiro"? Explique sua resposta.

Acreditamos que é possível medir de outra forma mudando a maneira de determinar o volume, pois existe 2 maneiras de se medir: direta e indireta.

Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

Os possíveis erros estão no mau uso dos aparelhos, paralaxe, descalibragem do equipamento e o erro aleatório.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1: GRUPO D

Avaliação Diagnóstica

Introdução à Medição no Laboratório de Física

4FIS029

Nome: H

Grupo: D

Nome:

Nome:

Nome:

Desafio Inicial

Vocês tem disponível um conjunto de instrumentos de medição que permitem determinar a **densidade** de um objeto regular composto de um único metal por meio de dois métodos distintos. A densidade pode ser definida como:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

O seu objetivo é determinar a densidade do objeto fornecido por qualquer um dos métodos escolhido a **critério** do grupo o mais acuradamente possível. Assim:

- A. Determine o valor da massa (m) em g
- B. Determine o valor do volume (V) em cm^3
- C. Determine a densidade (ρ) em g/cm^3

Determine o valor da massa (m):

$$72,90 \pm 0,05 \text{ g}$$

$$73,00 \pm 0,05 \text{ g}$$

$$73,10 \pm 0,05 \text{ g}$$

$$73,20 \pm 0,05 \text{ g}$$

$$\frac{292,20}{4} = 73,05 \pm 0,05 \text{ g}$$

O resultado para a massa (m) é 73,05 ± 0,05 g

Determine o valor do volume (V): VOLUME inicial = 50 mL

VOLUME FINAL 1) 59,00 ± 0,05 mL

2) 59,00 ± 0,05 mL

3) 59,00 ± 0,05 mL

4) 58,90 ± 0,05 mL

$\bar{m} = 59,00 \pm 0,05$ mL

$$V = V_f - V_i$$

$$V = 59 - 50 = 9 \text{ mL}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

$$x = 9 \text{ mL}$$

$$x = 9 \text{ cm}^3$$

O resultado para o volume (V) é 9,00 cm³

Determine o valor da densidade (ρ)

$$\bar{\rho} = \frac{73,05 \text{ g}}{9,0 \text{ cm}^3}$$

$$\rho = 8,1 \text{ g/cm}^3$$

O resultado final da densidade ρ é 8,12 ± 0,04 g/cm³

O grupo repetiu as leituras da massa e/ou volume? Quantas vezes? Por quais motivos?

Sim, as medidas foram repetidas quatro vezes, para
termar os resultados mais exatos.

Quais critérios foram usados para escolher o método de medição?

Para o volume foi utilizado a proveta, por ser mais prático e rápido.

Compare seu resultado com o valor tabelado da densidade do material fornecido. O que o grupo pode concluir a partir da experiência?

Considerando o nível de precisão dos materiais utilizados o valor obtido foi próximo ao valor tabelado.

Você acredita que poderia medir a densidade "verdadeira" do material dessa forma? Você é capaz de pensar em uma forma de determinar o "valor verdadeiro"? Explique sua resposta.

Não é possível, pois os instrumentos possuem limitações na resolução.

Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

- A precisão dos instrumentos utilizados
- Erro na hora de tomar medidas por parte dos observadores.
- Uniformidade interna do prisma

Apêndice C

Atividade Prática 1

ATIVIDADE PRÁTICA 1: GRUPO A

GRUPO A

ATIVIDADE PRÁTICA: GRUPO A

2.1 Atividade Prática 1 – Medindo uma peça de madeira

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e uma peça de madeira

Estime o comprimento da peça de madeira (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 6 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento da peça de madeira.

Leitura na régua: 4,7 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento da peça de madeira?

"O comprimento da peça de madeira está entre 46 e 48 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

TEM DE STUND AMBIENTE, PRECISO DO INSTRUMENTO, AVALIAÇÃO PESSOAL.

Você tentou alinhar uma das bordas da peça de madeira mais próximo possível com o zero da régua e, em seguida, observou a leitura da outra borda da madeira? Se sim, por quê?

SIM, PARA PODER TER UMA MELHOR AVALIAÇÃO DE MEDIÇÃO

2.2 Atividade Prática 2 – Medindo um pedaço de barbante

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e um pedaço de barbante

Estime o comprimento do pedaço de barbante (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 6 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento do pedaço de barbante.

Leitura na régua: 7,5 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento do pedaço de barbante?

"O comprimento do pedaço de barbante está entre 7,4 e 7,6 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

TEMPERATURA AMBIENTE, PRECISÃO DO INSTRUMENTO ADQUIRIDO
ACÁC PESSOAL

Como você realizou sua medição? Você tentou alinhar uma das extremidades do pedaço de barbante mais próximo possível com o **zero** da régua e, em seguida, observou a leitura da outra extremidade do barbante. Tente novamente, agora colocando o pedaço de barbante em qualquer posição próximo ao meio da régua e observe as bordas esquerda e direita do barbante. Qual o método que você acha que é melhor e por quê?

A PRIMEIRA POIS É MENOR A PROBABILIDADE DE ERRO
DO INCERTEZA AUMENTANDO A PRECISÃO DO MENSURANDO

2.3 Atividade Prática 3 – Medindo a tensão entre os terminais de uma bateria

Você tem disponível o seguinte aparato:

01 Voltímetro Analógico, 02 Cabos de Conexão e 01 Bateria.

Estime a voltagem da bateria (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 1,4 volts

Que informações você usou para fazer essa estimativa? Quão certo você está dessa estimativa?

O FATO DA BATERIA JÁ COMPLETA EM CASA E ELA TEM SIDO USADA

Agora use o voltímetro para medir a tensão da bateria.

Leitura no voltímetro com a bateria ligada: 1,518 volts

Leitura no voltímetro quando não há baterias conectadas: 0 volts

Isso é chamado de "leitura zero"

O que você deve fazer se o medidor não ler **zero** volt quando não há bateria conectada?

RECALIBRAR

Você concorda que a melhor leitura a ser registrada para a tensão é dada por:

(a leitura com a bateria ligada) menos (a leitura sem a bateria conectada).

O que você pode dizer sobre a tensão da bateria de acordo com todas as informações que você tem agora?

"A tensão da bateria é 1,508 Volts"

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a medição da tensão. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

UMIDADE, CALIBRAÇÃO DO INSTRUMENTO, AVALIAÇÃO PESSOAL
ESCALA INADEQUADA

ATIVIDADE PRÁTICA 1: GRUPO B

ATIVIDADE PRÁTICA: GRUPO B

2.1 Atividade Prática 1 – Medindo uma peça de madeira

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e uma peça de madeira

Estime o comprimento da peça de madeira (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 4 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento da peça de madeira.

Leitura na régua: 4,65 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento da peça de madeira?

"O comprimento da peça de madeira está entre 4,6 e 4,7 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

Leitura do equipamento;
Aproximação e superição de que fizemos
ao realizar a medida

Você tentou alinhar uma das bordas da peça de madeira mais próximo possível com o zero da régua e, em seguida, observou a leitura da outra borda da madeira? Se sim, por quê?

Sim, acudi tomou-se a forma adequada
de se fazer a medida.

2.2 Atividade Prática 2 – Medindo um pedaço de barbante

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e um pedaço de barbante

Estime o comprimento do pedaço de barbante (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 6,0 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento do pedaço de barbante.

Leitura na régua: 4,5 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento do pedaço de barbante?

"O comprimento do pedaço de barbante está entre 4,4 e 4,6 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

manuseio do equipamento de leitura,
Aproximação de valores medidos.

Como você realizou sua medição? Você tentou alinhar uma das extremidades do pedaço de barbante mais próximo possível com o **zero** da régua e, em seguida, observou a leitura da outra extremidade do barbante. Tente novamente, agora colocando o pedaço de barbante em qualquer posição próximo ao meio da régua e observe as bordas esquerda e direita do barbante. Qual o método que você acha que é melhor e por quê?

Próximo ao meio da régua, porque
possibilita ver todas as medições
de escala, inclusive o ponto zero.

2.3 Atividade Prática 3 – Medindo a tensão entre os terminais de uma bateria

Você tem disponível o seguinte aparato:

01 Voltímetro Analógico, 02 Cabos de Conexão e 01 Bateria.

Estime a voltagem da bateria (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 1,2 volts

Que informações você usou para fazer essa estimativa? Quão certo você está dessa estimativa? Quando a bateria é nova tem 1,5V. Não muito certos, só podemos dizer que ele está entre 0 e 1,5V.

Agora use o voltímetro para medir a tensão da bateria.

Leitura no voltímetro com a bateria ligada: 1,3 volts

Leitura no voltímetro quando não há baterias conectadas: 0 volts

Isso é chamado de "leitura zero"

O que você deve fazer se o medidor não ler **zero** volt quando não há bateria conectada?

Subtrair do valor do valor medido quando ligada na bateria.

Você concorda que a melhor leitura a ser registrada para a tensão é dada por:

(a leitura com a bateria ligada) menos (a leitura sem a bateria conectada).

O que você pode dizer sobre a tensão da bateria de acordo com todas as informações que você tem agora?

"A tensão da bateria é 1,3 volts."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a medição da tensão. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

Aparelho calibrado, frouxamento na leitura do instrumento.

ATIVIDADE PRÁTICA 1: GRUPO C

ATIVIDADE PRÁTICA: GRUPO C

2.1 Atividade Prática 1 – Medindo uma peça de madeira

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e uma peça de madeira

Estime o comprimento da peça de madeira (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 4 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento da peça de madeira.

Leitura na régua: 4,7 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento da peça de madeira?

"O comprimento da peça de madeira está entre 4,65 e 4,75 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

A irregularidade da peça, a incerteza na
graduação da régua

Você tentou alinhar uma das bordas da peça de madeira mais próximo possível com o zero da régua e, em seguida, observou a leitura da outra borda da madeira? Se sim, por quê?

Sim, para a leitura ser o mais próximo
possível.

2.2 Atividade Prática 2 – Medindo um pedaço de barbante

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e um pedaço de barbante

Estime o comprimento do pedaço de barbante (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 7 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento do pedaço de barbante.

Leitura na régua: 7,8 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento do pedaço de barbante?

"O comprimento do pedaço de barbante está entre 7,7 e 7,9 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

A irregularidade do barbante em suas extremidades e na flexibilidade, a incerteza e a graduação da régua

Como você realizou sua medição? Você tentou alinhar uma das extremidades do pedaço de barbante mais próximo possível com o **zero** da régua e, em seguida, observou a leitura da outra extremidade do barbante. Tente novamente, agora colocando o pedaço de barbante em qualquer posição próximo ao meio da régua e observe as bordas esquerda e direita do barbante. Qual o método que você acha que é melhor e por quê?

No zero, pois fica mais prático e rápido.

2.3 Atividade Prática 3 – Medindo a tensão entre os terminais de uma bateria

Você tem disponível o seguinte aparato:

01 Voltímetro Analógico, 02 Cabos de Conexão e 01 Bateria.

Estime a voltagem da bateria (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 1,5 volts

Que informações você usou para fazer essa estimativa? Quão certo você está dessa estimativa?

O padrão de pilhas e as informações contidas na mesma

Agora use o voltímetro para medir a tensão da bateria.

Leitura no voltímetro com a bateria ligada: 1,45 volts

Leitura no voltímetro quando não há baterias conectadas: 0 volts

Isso é chamado de "leitura zero"

O que você deve fazer se o medidor não ler **zero** volt quando não há bateria conectada?

Recalibrar o voltímetro

Você concorda que a melhor leitura a ser registrada para a tensão é dada por:

(a leitura com a bateria ligada) menos (a leitura sem a bateria conectada).

O que você pode dizer sobre a tensão da bateria de acordo com todas as informações que você tem agora?

"A tensão da bateria é $1,45 \pm 0,02$ "

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a medição da tensão. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

A paralaxe, o manuseio e a calibração do equipamento

ATIVIDADE PRÁTICA 1: GRUPO D

2.2 ATIVIDADE PRÁTICA: GRUPO D

2.1 Atividade Prática 1 – Medindo uma peça de madeira

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e uma peça de madeira

Estime o comprimento da peça de madeira (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 4,5 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento da peça de madeira.

Leitura na régua: 4,6 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento da peça de madeira?

"O comprimento da peça de madeira está entre 4,5 e 4,7 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

1º caso

PROBLEMAS NA ESTIMATIVA, FALTA DE UM INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO

2º caso - PROBLEMAS NA ESTIMATIVA (PARALELO) E DESVIOS NA ESCALA DA RÉGUA,

E DE FORMA MUITO PEQUENA, DILATAÇÃO TÉRMICA

Você tentou alinhar uma das bordas da peça de madeira mais próximo possível com o zero da régua e, em seguida, observou a leitura da outra borda da madeira? Se sim, por quê?

Sim, pois é assim que se usa uma régua.

2.2 Atividade Prática 2 – Medindo um pedaço de barbante

Você tem disponível o seguinte aparato: uma régua e um pedaço de barbante

Estime o comprimento do pedaço de barbante (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 6,7 cm.

Agora use a régua para medir o comprimento do pedaço de barbante.

Leitura na régua: 7,9 cm.

O que você pode dizer sobre o comprimento do pedaço de barbante?

"O comprimento do pedaço de barbante está entre 7,8 e 8,0 centímetros."

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a sua medição. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

1º caso - Falha de um instrumento e desvios na estimativa.
 2º caso - desvios na escala ^{da régua} e na estimativa e a própria forma do mensurando (por ser um fio, poderia estar torto)

Como você realizou sua medição? Você tentou alinhar uma das extremidades do pedaço de barbante mais próximo possível com o **zero** da régua e, em seguida, observou a leitura da outra extremidade do barbante. Tente novamente, agora colocando o pedaço de barbante em qualquer posição próximo ao meio da régua e observe as bordas esquerda e direita do barbante. Qual o método que você acha que é melhor e por quê?

A medição foi realizada como no item anterior. O primeiro método é melhor, pois é mais fácil de obter o resultado. No segundo, seria necessário subtrair o deslocamento do barbante (ponto onde ele começa a ser medido) do valor obtido na sua extremidade direita.

2.3 Atividade Prática 3 – Medindo a tensão entre os terminais de uma bateria

Você tem disponível o seguinte aparato:

01 Voltímetro Analógico, 02 Cabos de Conexão e 01 Bateria.

Estime a voltagem da bateria (antes de fazer uma medição):

Estimativa: 1,5 volts

Que informações você usou para fazer essa estimativa? Quão certo você está dessa estimativa?

Essa é a voltagem nominal fornecida pelo fabricante. Não estávamos muito certos, pois não sabemos se a bateria é nova ou não.

Agora use o voltímetro para medir a tensão da bateria.

Leitura no voltímetro com a bateria ligada: 1,45 volts

Leitura no voltímetro quando não há baterias conectadas: 0 volts

Isso é chamado de "leitura zero"

O que você deve fazer se o medidor não ler zero volt quando não há bateria conectada?

Subtraia o valor inicial (sem bateria) do valor medido.

Você concorda que a melhor leitura a ser registrada para a tensão é dada por:

(a leitura com a bateria ligada) menos (a leitura sem a bateria conectada).

O que você pode dizer sobre a tensão da bateria de acordo com todas as informações que você tem agora?

"A tensão da bateria é 1,45 Volts"

Liste todos os fatores que podem ter influenciado a medição da tensão. Pense cuidadosamente. Anote abaixo cada fator que você acredita que possa ter influenciado o resultado, seja de forma grande ou pequena.

DESGASTE DA PILHA, DESGASTE DO APARELHO DE MEDIÇÃO, ERRO DE PARALAXE.

Apêndice D

Avaliação Diagnóstica 2

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO A

Avaliação Diagnóstica Final

Introdução à Medição no Laboratório de Física

4FIS029

Nome:

Grupo: A+

Nº:

Nome:

Nome: _____

PENSANDO SOBRE MEDIÇÕES

O que é uma medição?



- É O ATO DE MEDIR, ISTO É COMPARAR UM VALOR COM
UMS MEDIDO PADRÃO, UTILIZANDO EQUIPAMENTOS ADEQUADOS
PARA OBTENÇÃO DO MENSURANDO.

SOBRE A COLETA DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a coleta de dados experimentais:

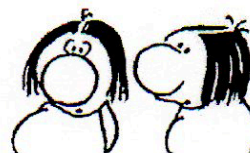
Não é necessário
repetir a medição.

Repete-se para encontrar
um valor recorrente.

Repetir a medição da mesma
quantidade é necessário em
consequência da dispersão
inerente dos dados.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

COM A OPINIÃO B, POIS CASO NÃO HAJA DISPERSÃO DOS
VALORES NÃO É NECESSÁRIO REPETIR AS MEDIÇÕES.

CASO CONTINUAR APRESENTANDO DISPERSÃO DOS DADOS,
QUANTO MAIS MEDIÇÕES MAIS PRÓXIMO DO VALOR VER-
DADEIRO, ENTÃO MENOR O SEU DESVIO.

SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS I

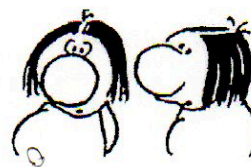
Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via cálculo:

Um conjunto de medições é representado por um constructo teórico, como a média e o desvio-padrão.

Uma única (melhor) medição, por exemplo, o valor recorrente, é selecionado para representar o valor verdadeiro.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

COM A OPINIÃO A. POIS REPETINDO A EXPERIÊNCIA E TENDO
ESSE VALORES CALCULADOS TAMBÉM OS UNO APROX. MUITO CERCANIAS
COM A REALIDADE.

SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS II

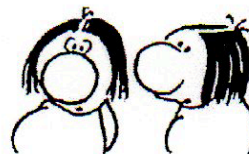
Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via gráfico linear:

Todas as medições são levadas em consideração para o ajuste linear dos dados por meio do método dos mínimos quadrados.

Todos os pontos unidos por múltiplos segmentos de linha ou uma única linha através de dados selecionados.



A



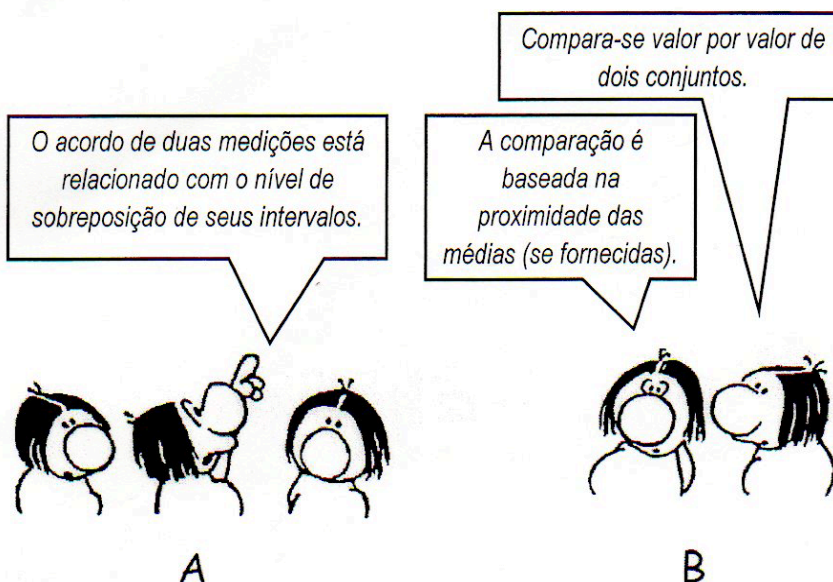
B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

COM A OPINIÃO A, PORQUE É INTERESSANTE USAR TODOS OS DADOS, E O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS USA A MENOR DAS DISTÂNCIAS JUNTO COM AS INGEN-
TOSAS, E COM ISSO TEM OS MELHORES RESULTADOS.

SOBRE A COMPARAÇÃO DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a comparação de dados experimentais:



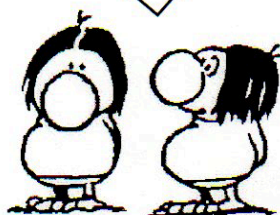
Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

OPINIÃO A, TENDO A SOBREPOSIÇÃO DE SEUS DADOS
CONSEGUIMOS TER UM INTERVALO EM QUE AMBOS OS
GRUPOS DE RESULTADOS CONCORDAM.

SOBRE AS INCERTEZAS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO

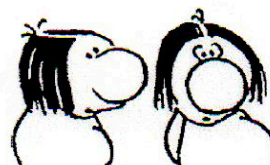
Considere o seguinte diálogo sobre as incertezas no processo de medição:

Se praticarmos o suficiente, podemos aperfeiçoar a nossa técnica de modo que apenas uma leitura nos dará o valor verdadeiro sem nenhuma incerteza.



A

Não, isto não é possível.



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda?

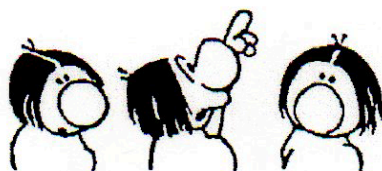
Explique sua resposta detalhadamente.

COM A OPINIÃO B, POIS SEMPRE TENGAMOS UMA APROXIMAÇÃO,
MESMO COM EQUIPAMENTOS E TÉCNICAS APURADAS, SEMPRE
HAVERÁ INCERTEZAS.

SOBRE A REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a representação dos resultados experimentais:

O resultado de uma medição é expresso por um valor verdadeiro obtido diretamente do processo de medição.



A

O resultado de uma medição só está completo quando acompanhado de uma declaração quantitativa de sua incerteza.



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

QUESTÃO B, pois como dissemos na questão anterior sempre havemos incertezas.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO B

Avaliação Diagnóstica Final

Introdução à Medição no Laboratório de Física

Nome: _____ Grupo: B

Nome: _____

Nome: _____

PENSANDO SOBRE MEDIÇÕES

O que é uma medição?



Medição é um procedimento que envolve desde a leitura até o tratamento dos dados quando necessário; dependendo do objetivo da medição, com o mensurando determinado, define-se um procedimento de medição, o instrumento apropriado para realizar a medição e após fazer o tratamento dos dados obtidos o valor aproximado e a incerteza, definindo o intervalo de segurança da medida.

SOBRE A COLETA DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a coleta de dados experimentais:

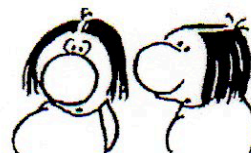
Não é necessário repetir a medição.

Repete-se para encontrar um valor recorrente.

Repetir a medição da mesma quantidade é necessário em consequência da dispersão inerente dos dados.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

B- porque quando fazemos várias leituras temos uma dispersão dos dados, com isso fazemos o tratamento dos dados afim de encontrar um valor aproximado e a incerteza associada a medição. Isso vai dar um intervalo de segurança menor. Concluímos que com várias medições teremos um resultado melhor e uma incerteza menor.

SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS I

Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via cálculo:

Um conjunto de medições é representado por um constructo teórico, como a média e o desvio-padrão.

Uma única (melhor) medição, por exemplo, o valor recorrente, é selecionado para representar o valor verdadeiro.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

A. NÃO EXISTE UM VALOR VERDADEIRO, PORQUE SEMPRE QUE FAZEMOS UMA MEDIÇÃO TEMOS UMA INCERTEZA RELACIONADA A ELA. ENTÃO COM VÁRIAS MEDIÇÕES CONSEGUIMOS UM VALOR APROXIMADO E O DESVIO PADRÃO.

SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS II

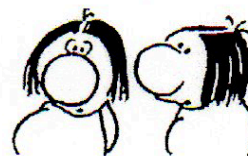
Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via gráfico linear:

Todas as medições são levadas em consideração para o ajuste linear dos dados por meio do método dos mínimos quadrados.

Todos os pontos unidos por múltiplos segmentos de linha ou uma única linha através de dados selecionados.



A



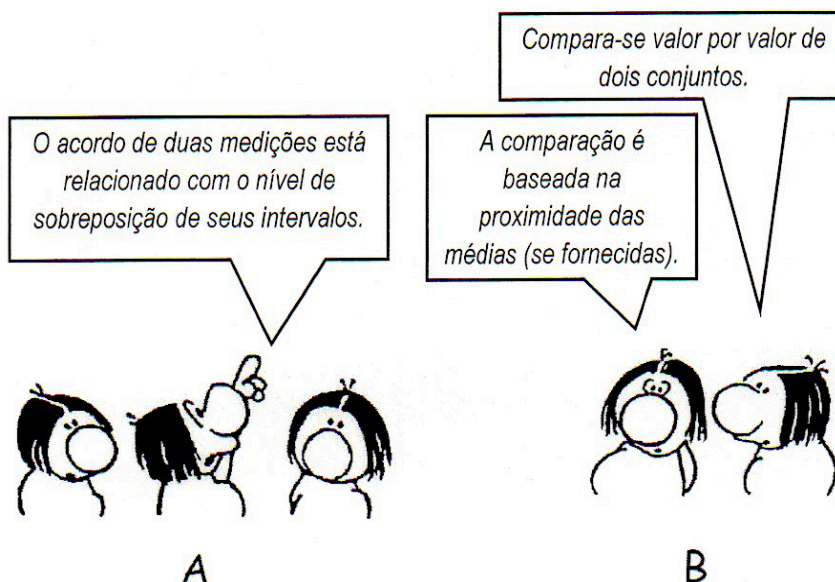
B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

A. Por meio do método dos mínimos quadrados é possível determinar a melhor aproximação da medição, levando em consideração a incerteza de cada um dos pontos.

SOBRE A COMPARAÇÃO DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a comparação de dados experimentais:



Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

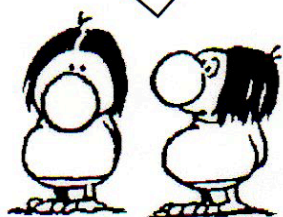
A - As medições com um intervalo menor implicam em uma incerteza menor e o experimento melhor.

Os valores aproximados podem ser parecidos, mas o que determina a qualidade do experimento é o valor da incerteza.

SOBRE AS INCERTEZAS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO

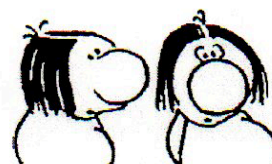
Considere o seguinte diálogo sobre as incertezas no processo de medição:

Se praticarmos o suficiente, podemos aperfeiçoar a nossa técnica de modo que apenas uma leitura nos dará o valor verdadeiro sem nenhuma incerteza.



A

Não, isto não é possível.



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda?

Explique sua resposta detalhadamente.

GRUPO B. PRIMARIAMENTE NÃO EXISTE VALOR VERDA-
DEIRO SEM NENHUMA INCERTEZA, E AINDA QUE DIMI-
NUA O ERRO DO MANUSEIO, TEM O ERRO DO EQUIPA-
MENTO, CALIBRAÇÃO INTERNA.

SOBRE A REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

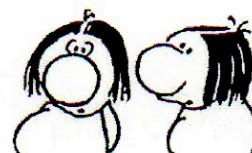
Considere o seguinte diálogo sobre a representação dos resultados experimentais:

O resultado de uma medição é expresso por um valor verdadeiro obtido diretamente do processo de medição.

O resultado de uma medição só está completo quando acompanhado de uma declaração quantitativa de sua incerteza.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

B, pois toda medição tem uma incerteza associada a ela, devido ao manuseio do instrumento de medição. O resultado obtido é aproximado e é acompanhado de sua incerteza.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO C

Avaliação Diagnóstica Final

Introdução à Medição no Laboratório de Física

4FIS000

Nome:

Grupo: C

N

No

Nome:

Nome:

PENSANDO SOBRE MEDIÇÕES

O que é uma medição?



Medição é a coleta de dados de um determinado "corpo" que chamamos de mensurando, isto é, quantifica.

SOBRE A COLETA DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a coleta de dados experimentais:

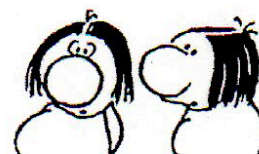
Não é necessário
repetir a medição.

Repete-se para encontrar
um valor recorrente.

Repetir a medição da mesma
quantidade é necessário em
consequência da dispersão
inerente dos dados.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Grupo B, porque sempre que possível
deve-se repetir sua medição para que
consiga uma menor dispersão dos dados e
consequentemente obtendo assim um valor
mais próximo do real.

SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS I

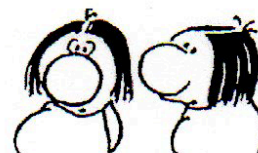
Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via cálculo:

Um conjunto de medições é representado por um constructo teórico, como a média e o desvio-padrão.

Uma única (melhor) medição, por exemplo, o valor recorrente, é selecionado para representar o valor verdadeiro.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Grupo A, pois sempre que tivermos um conjunto de dados devemos fazer um tratamento detalhado para um refinamento do valor assim incluindo a ele sua incerteza.

SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS II

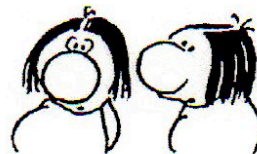
Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via gráfico linear:

Todas as medições são levadas em consideração para o ajuste linear dos dados por meio do método dos mínimos quadrados.

Todos os pontos unidos por múltiplos segmentos de linha ou uma única linha através de dados selecionados.



A



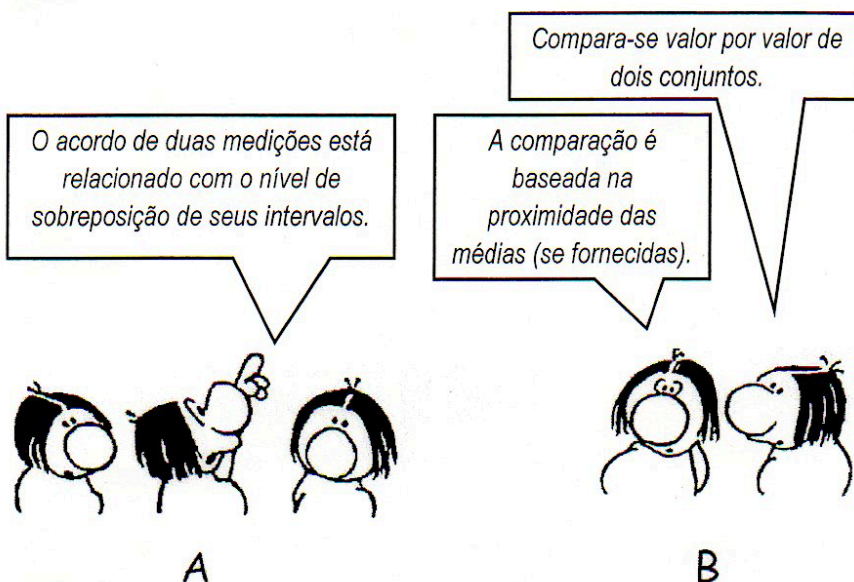
B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Grupo A, pois quando se faz um gráfico deve se fazer por meio do método dos mínimos quadrados para se obter a melhor reta e assim interpretar os dados obtidos pela reta obtida.

SOBRE A COMPARAÇÃO DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a comparação de dados experimentais:



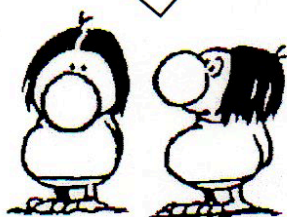
Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Grupo A, porque a sobreposição é a interseção dos conjuntos, sendo assim existem valores que coincidem.

SOBRE AS INCERTEZAS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO

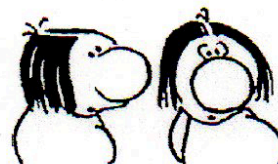
Considere o seguinte diálogo sobre as incertezas no processo de medição:

Se praticarmos o suficiente, podemos aperfeiçoar a nossa técnica de modo que apenas uma leitura nos dará o valor verdadeiro sem nenhuma incerteza.



A

Não, isto não é possível.



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda?

Explique sua resposta detalhadamente.

Grupo B, pois sempre haverá condições adversas na medição, sendo algumas delas por causa do fator humano e condições do ambiente mesmo que se pratique ao máximo.

SOBRE A REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

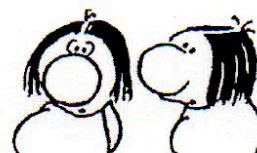
Considere o seguinte diálogo sobre a representação dos resultados experimentais:

O resultado de uma medição é expresso por um valor verdadeiro obtido diretamente do processo de medição.

O resultado de uma medição só está completo quando acompanhado de uma declaração quantitativa de sua incerteza.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Grupo B, pois uma medição sempre deve estar acompanhada de sua incerteza, já que não há um valor real.

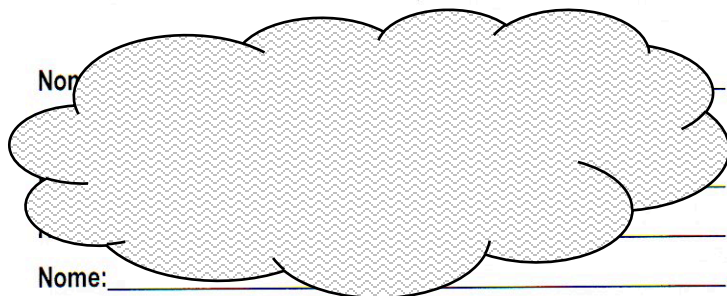
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2: GRUPO D

Avaliação Diagnóstica Final

Introdução à Medição no Laboratório de Física

4FIS029

Nome:

Grupo: D

Nome: _____

PENSANDO SOBRE MEDIÇÕES

O que é uma medição?



É o ato de comparar um objeto ou fenômeno com um padrão bem estabelecido. Toda medição tem como resultado um número que é a razão entre o mensurando e o padrão.

SOBRE A COLETA DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a coleta de dados experimentais:

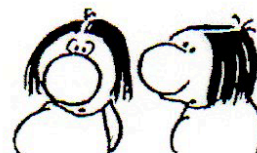
Não é necessário repetir a medição.

Repete-se para encontrar um valor recorrente.

Repetir a medição da mesma quantidade é necessário em consequência da dispersão inerente dos dados.



A



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Concordamos com a opinião do grupo B, pois toda medição é acompanhada de uma incerteza que deve ser tratada matematicamente. Isto se consegue aumentando a quantidade de medições. Há, também, uma dispersão dos valores obtidos a cada repetição e, quanto maior o número de dados obtidos experimentalmente, melhor será a média obtida.

O grupo A está errado porque ao se repetir uma medição várias vezes, quanto maior a precisão do instrumento, mais os resultados irão oscilar em torno de uma média.

SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS I

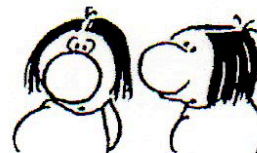
Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via cálculo:

Um conjunto de medições é representado por um constructo teórico, como a média e o desvio-padrão.

Uma única (melhor) medição, por exemplo, o valor recorrente, é selecionado para representar o valor verdadeiro.



A



B


Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Concordamos com o grupo A pois um conjunto de medidas oscila em torno de um valor médio (este valor médio é o que melhor representa a medida do objeto/fenômeno) e é acompanhada de uma incerteza. Além disso não há um "valor verdadeiro" para uma medição, há sempre um grau de incerteza, seja devido à resolução do instrumento utilizado, condições ambientais, etc.


SOBRE O PROCESSAMENTO DE DADOS II

Considere o seguinte diálogo sobre o processamento de dados experimentais, via gráfico linear:

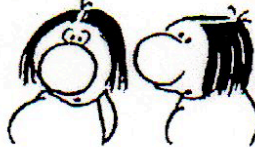
Todas as medições são levadas em consideração para o ajuste linear dos dados por meio do método dos mínimos quadrados.



A



Todos os pontos unidos por múltiplos segmentos de linha ou uma única linha através de dados selecionados.



B

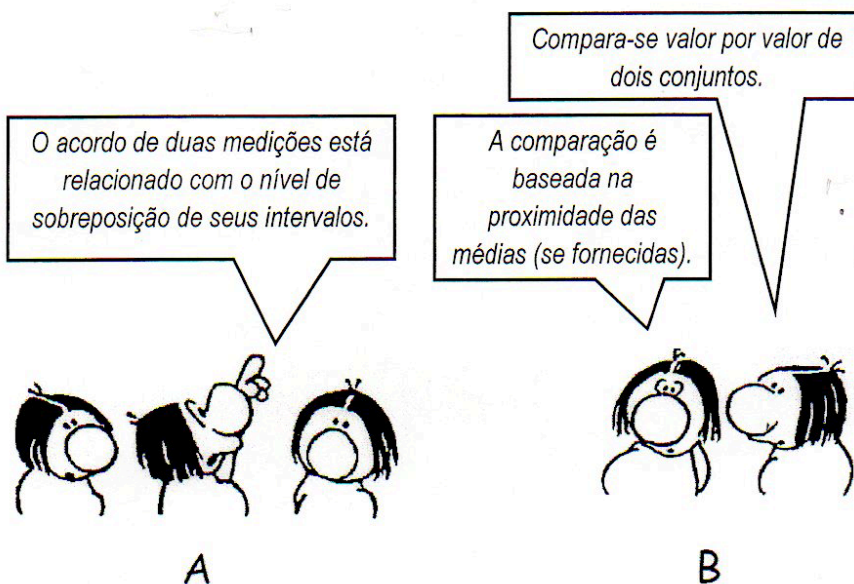
Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Concordamos com o grupo A pois cada um dos pontos possui uma incerteza e a reta do gráfico pode passar dentro dos limites dessa incerteza. Para isso, usa-se o método dos mínimos quadrados.

O grupo B está errado porque múltiplas retas unindo os pontos não daria uma função que descrevesse o fenômeno estudado e uma única reta passando por pontos selecionados implica assumir que apenas alguns valores são "reais" enquanto os outros são "errados".

SOBRE A COMPARAÇÃO DE DADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a comparação de dados experimentais:



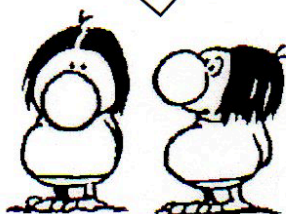
Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

Concordamos com o grupo A pois se a incerteza de duas medições se sobrepõe, neste intervalo de sobreposição, uma concorda com a outra. O grupo B está errado pois, mesmo se duas médias estiverem muito próximas, se o intervalo de incerteza de ambas estiverem muito distantes uma da outra (de modo a não se sobrepor) não haverá um valor que seja comum aos dois.

SOBRE AS INCERTEZAS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO

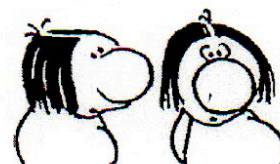
Considere o seguinte diálogo sobre as incertezas no processo de medição:

Se praticarmos o suficiente, podemos aperfeiçoar a nossa técnica de modo que apenas uma leitura nos dará o valor verdadeiro sem nenhuma incerteza.



A

Não, isto não é possível.



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda?

Explique sua resposta detalhadamente.

Concordamos com o grupo B, pois não há medida desprovida de incerteza. Mesmo se o grupo A praticar muito, não serão capazes de eliminar a incerteza inerente ao equipamento utilizado para realizar a medição.

SOBRE A REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Considere o seguinte diálogo sobre a representação dos resultados experimentais:

O resultado de uma medição é expresso por um valor verdadeiro obtido diretamente do processo de medição.



A

O resultado de uma medição só está completo quando acompanhado de uma declaração quantitativa de sua incerteza.



B

Com a opinião de qual grupo você mais concorda? Explique sua resposta detalhadamente.

CONCORDAMOS COM O GRUPO B, POIS TODA MEDIDA É ACOMPANHADA DE UMA INCERTEZA. É IMPOSSÍVEL ELIMINAR TODA A INCERTEZA EM UMA MEDIÇÃO (APENAS MINIMIZÁ-LA, COM EQUIPAMENTOS DE MAIOR RESOLUÇÃO, MELHOR CONTROLE DAS CONDIÇÕES EM QUE SE REALIZA A MEDIÇÃO, ETC.).

Apêndice E

Avaliação Diagnóstica 3

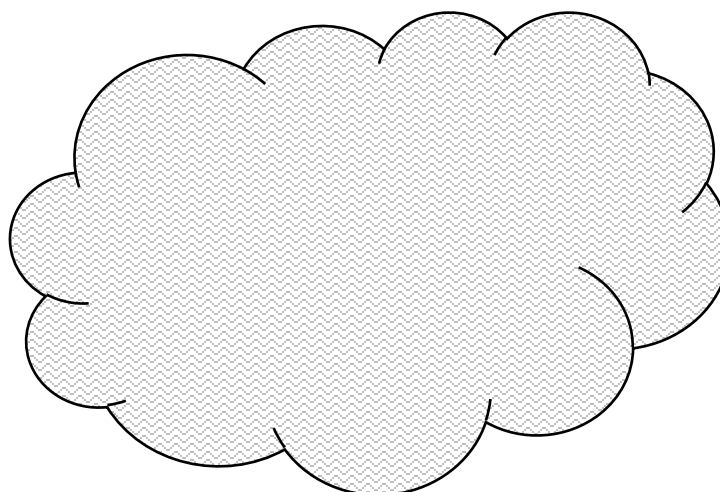
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3: GRUPO A



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA
Introdução à Medição no Laboratório de Física

RELATÓRIO CIENTIFICO



Londrina
08 de outubro de 2011

Introdução e objetivos

Neste relatório mostraremos que através de varias medidas do tempo realizada para o atleta completar uma prova de corrida em uma pista de atletismo de 400 metros.

Nosso objetivo é determinar o tempo que o atleta leva para completar a corrida e qual seria a sua velocidade neste evento.

Instrumentos e procedimentos experimentais

Neste experimento foi utilizado um cronometro digital, como mostra a figura abaixo.



Figura 1

Fazem parte também deste experimento o data show e um vídeo da corrida na pista de atletismo de 400 metros rasos realizada em Londres nas olimpíadas de 2012.

A técnica que utilizamos foi que ao ouvir o som do disparo para a largada da corrida, acionamos o cronometro e observamos quando o primeiro atleta cruzou a linha de chegada e paramos o cronometro.

O procedimento experimental foi composto por quatro grupos de cinco integrantes cada, onde assistindo ao vídeo citado acima, cada integrante realizou uma medição, sendo assim, foi obtido um total de vinte medições para análise deste evento.

Devemos atentar para o fato de que cada integrante tem um tempo de reação diferente, proporcionando assim uma dispersão de dados coletados.

Em relação ao tempo de reação o professor padronizou como 0,1s o tempo de reação, utilizaremos este dados para nossos cálculos posteriores.

Para a análise do experimento será utilizado a medição de todos os alunos sendo um total de vinte medições.

Análise e discussão

No experimento calculamos a média de todas as medidas que é o melhor valor a ser usado, pois neste experimento temos uma dispersão.

Como se trata de um conjunto de medições, optamos por um avaliação PDF (função densidade de probabilidade) do tipo gaussiana, a fim de uma melhor aproximação.

Foi levado em consideração a precisão do cronometro que é de 0,1% e calculamos a incerteza padrão associada à este instrumento.

Tempo de cada aluno	d-media	(d-media) ²	intervalo	frequencia	Frequência relativa
43,51	-0,04	0,0016	42,40 - 42,49	1	0,05
43,33	-0,22	0,0484	42,50 - 42,59	0	0
43,57	0,02	0,0004	42,60 - 42,69	0	0
42,43	-1,12	1,2544	42,70 - 42,79	0	0
43,58	0,03	0,0009	42,80 - 42,89	0	0
43,55	0	0	42,90 - 42,99	0	0
43,73	0,18	0,0324	43,00 - 43,09	0	0
43,58	0,03	0,0009	43,10 - 43,19	0	0
43,43	-0,12	0,0144	43,20 - 43,29	1	0,05
43,57	0,02	0,0004	43,30 - 43,39	2	0,1
43,69	0,14	0,0196	43,40 - 43,49	3	0,15
43,99	0,44	0,1936	43,50 - 43,59	8	0,4
43,47	-0,08	0,0064	43,60 - 43,69	2	0,1
43,6	0,05	0,0025	43,70 - 43,79	2	0,1
43,44	-0,11	0,0121	43,80 - 43,89	0	0
43,51	-0,04	0,0016	43,90 - 43,99	0	0
43,33	-0,22	0,0484	44,00 - 44,09	1	0,05
43,59	0,04	0,0016	44,10 - 44,29	0	0
44	0,45	0,2025	total	20	1
44,1	0,55	0,3025			

Tabela 1

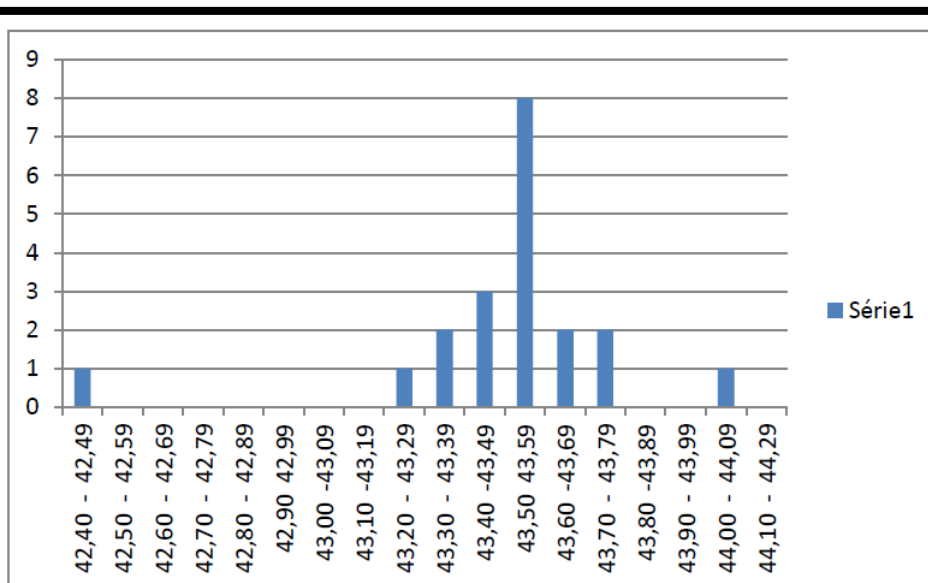


Figura 2

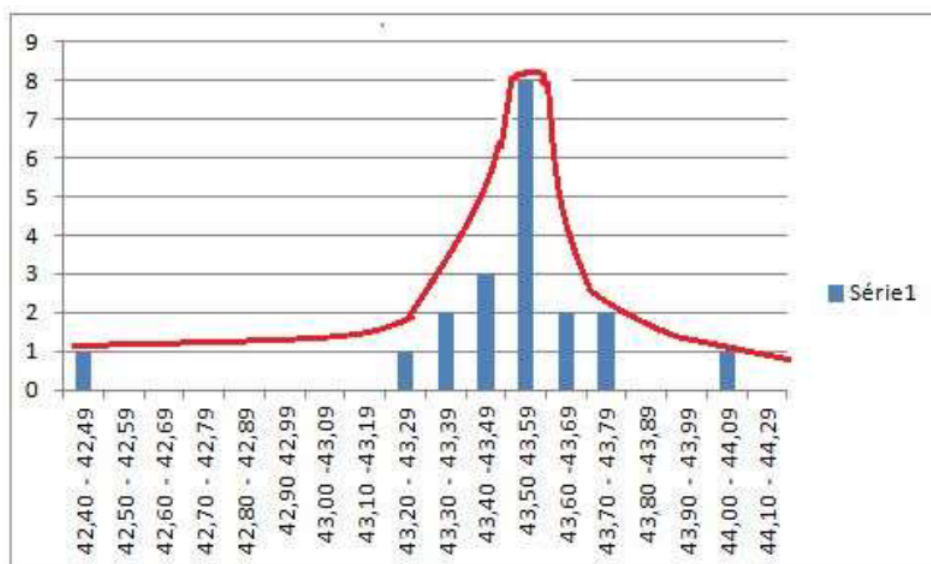


Figura 3

Podemos observar no histograma a maneira como os dados estão distribuídos, sendo que no intervalo 42,40-42,49 e 44,10-44,29 estão dispersos dos demais intervalos que caem dentro do cesto de frequência.

Também é importante ressaltar que se tivéssemos uma maior quantidade de dados teríamos um formato melhor da distribuição.

O valor da velocidade é dado por:

$$\boxed{v = \frac{s}{t}} \rightarrow v = \frac{400m}{43,55s} \rightarrow \boxed{v = 9,185 \frac{m}{s}}$$

Nosso orçamento de incertezas foi:

A incerteza do cronometro, tempo de reação, o desvio padrão da media e a incerteza associada ao comprimento da pista.

Incerteza do cronometro (u_c)	0,1%	0,1% x 43,55 s	0,0435 s
Tempo de reação (u_r)	0,1s	0,1 s	0,1 s
Desvio padrão da media σ	0,0751 s	0,0751 s	0,0751 s
Incerteza associada ao comprimento da pista (u_p)	0,05%	0,05% x 400m	0,2 m

Tabela 2

Calculamos a combinação das incertezas em relação ao tempo foi usada a seguinte equação:

$$\boxed{u(m) = \sqrt{(u_1)^2 + (u_2)^2 + (u_3)^2 \dots (u_n)^2}}$$

Logo,

$$u(t) = \sqrt{(u_c)^2 + (u_r)^2 + (\sigma)^2} \rightarrow u(t) = \sqrt{(0,0751)^2 + (0,043)^2 + (0,1)^2}$$

$$\rightarrow \boxed{u(t) = 0,132s}$$

$$u(R) = R \cdot \sqrt{\left\{ a \cdot \frac{u(A)}{A} \right\}^2 + \left\{ b \cdot \frac{u(B)}{B} \right\}^2} \Rightarrow \boxed{u(R) = u(v)}$$

Esta equação é dada devido à seguinte forma padrão,

$$\boxed{R = c \cdot A^a \cdot B^b}$$

Por analogia temos,

$$v = \frac{s}{t} \quad \rightarrow \quad v = s \cdot t^{-1} \quad \rightarrow \quad v = 1 \cdot s^1 \cdot t^{-1}$$

Logo,

R=v	C=1	A=S=400	a=1	B=t=43,55 s	B=-1
-----	-----	---------	-----	-------------	------

Substituindo e calculando encontramos,

$$u(v) = v \cdot \sqrt{\left\{ 1 \cdot \frac{u(t)}{t} \right\}^2 + \left\{ -1 \cdot \frac{u(s)}{s} \right\}^2} \Rightarrow \boxed{u(v) = 0,028 \frac{m}{s}}$$

Assim nossa velocidade pode ser dada como o melhor resultado aproximado por:

$$\boxed{v = 9,18 \pm 0,028 \frac{s}{t}}$$

Para comparação o valor da velocidade utilizando o resultado oficial da corrida é dado por:

$$S=400\text{m} , t= 45,90\text{s} \rightarrow v=400/43,90 \rightarrow v = 9,11 \frac{\text{S}}{\text{t}}$$

Conclusão

Concluimos que a velocidade do atleta na pista é obtida através dos cálculos relatados acima e assim dizemos que cumprimos nosso objetivo pois o valor da velocidade é próximo do esperado.

Observamos que se houvesse uma quantidade de dados maior teríamos uma aproximação ainda melhor do valor da velocidade.

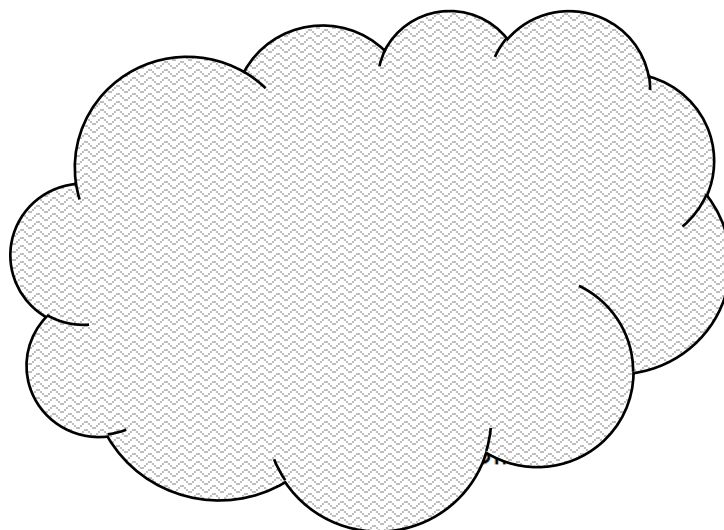
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3: GRUPO B



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

Departamento de Física
Introdução à Medição no Laboratório de Física - 4FIS029

**Atividade Prática Final:
Desafio dos 400 metros rasos**



Londrina

08 de outubro de 2012

Atividade prática final: desafio dos 400 metros rasos.

Objetivo

Determinar o tempo que o atleta demora em completar o trajeto de 400 metros rasos de uma pista de atletismo e sua velocidade média, com as respectivas incertezas.

Introdução

Experiências são atividades realizadas que envolvem observação sistemática de alguns eventos, sob condições controlada e compreendida de forma mais clara possível. Realizar experiências implica em realizar medições de várias quantidades com o objetivo de fornecer a informação mais confiável possível. A qualidade dos dados dessa experiência depende da concepção do experimento, dos cuidados tomados enquanto o mesmo é realizado e como as influências sobre as medidas são compreendidas.

Neste experimento aplicaremos os métodos discutidos em sala de aula relacionados ao princípio de medição, o cálculo do valor aproximado e determinada grandeza e a incerteza relacionado à medição da mesma, seja ele devido ao manuseio dos equipamentos, à calibração interna dos aparelhos e à outros possíveis fatores que de alguma forma influenciem a medida, pois o resultado de uma medição não é um valor exato e sim um valor aproximado, mas sempre com uma incerteza associado a ele.

Materiais e Métodos

Realizou-se em sala de aula um experimento a fim de se verificar o tempo que um atleta demora em realizar uma corrida em uma pista de atletismo de 400 metros e sua velocidade média. Para isso usou-se um cronômetro digital com precisão de 0,01 segundo, e um vídeo com a gravação da corrida. A sala era dividida em quatro grupos, e um membro de cada grupo fazia a leitura do tempo a cada vez que o vídeo era exibido; ao final cada grupo realizou cinco leituras e então todos os dados foram analisados.

Como discutido anteriormente toda medida tem uma incerteza relacionada a ela, e neste caso envolvia o comprimento da pista e o tempo. O comprimento de uma pista oficial de atletismo é de 400 metros, com uma incerteza de 0,05 %, enquanto para o tempo temos diversos fatores que influenciam na incerteza de sua medição.

Como o experimento foi repetido várias vezes, existe o erro associado ao cálculo do desvio padrão experimental da média, relacionado ao grau de dispersão dos dados; outro fator que influenciou bastante foi o tempo de reação que quem manuseava o cronômetro e para fins práticos esse erro será de 0,1 segundo, considerado duas vezes, devido ao momento de disparo do cronômetro e o instante final, quando o mesmo é travado. A calibração interna do instrumento também pode influenciar no resultado do experimento, e a incerteza padrão associada a ela é de 0,1 % do valor considerado; por último tem-se o erro da precisão do aparelho, que se considera como a metade da menor medida e neste caso é de 0,005 segundos, pois a precisão do cronômetro era de 0,01 segundo. O registro dos dados foi feito na forma de tabela e posteriormente analisados.

A seguir são apresentados os cálculos dos valores aproximados do tempo, da velocidade média e da incerteza de cada um desses fatores, devidamente calculadas.

Resultados e discussões

Para melhor organização, a análise dos dados será dividida em etapas, calculando-se as respectivas incertezas para o tempo, a distância e a velocidade média do atleta.

- Melhor aproximação para o tempo

As leituras registradas pelas equipes somaram um total de 20 leituras e foram organizadas como mostrado na tabela 1, que apresenta os dados divididos por equipe, com o tempo registrado por cada membro da equipe e a leitura realizada por ele.

Tabela 1 - Leituras realizadas por todas as equipes

TEMPO (s)			
GRUPO A	GRUPO B	GRUPO C	GRUPO D
43,51	43,33	43,57	42,43
43,58	43,55	43,73	43,58
43,43	43,57	43,69	43,29
43,47	43,60	43,44	43,51
43,33	43,59	44,00	43,83

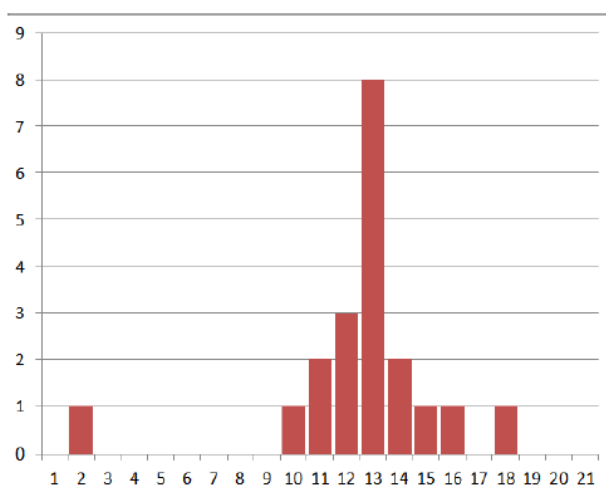
Esses dados podem ser organizados da forma a seguir, de acordo com o número de leituras para cada intervalo de tempo, como mostrado na Tabela 2, que apresenta também a frequência relativa para cada intervalo. A frequência relativa é dada pela razão entre o número de leituras por intervalo, e o número total de leituras.

Tabela 2 - Número de leituras de acordo com cada intervalo de tempo

n	Intervalo (s)	Leituras	Frequência Relativa
1	42,30 – 42,39	0	0,00
2	42,40 – 42,49	1	0,05
3	42,50 – 42,59	0	0,00
4	42,60 – 42,69	0	0,00
5	42,70 – 42,79	0	0,00
6	42,80 – 42,89	0	0,00
7	42,90 – 42,99	0	0,00
8	43,00 – 43,09	0	0,00
9	43,10 – 43,19	0	0,00
10	43,20 – 43,29	1	0,05
11	43,30 – 43,39	2	0,10
12	43,40 – 43,49	3	0,15
13	43,50 – 43,59	8	0,40
14	43,60 – 43,69	2	0,10
15	43,70 – 43,79	1	0,05
16	43,80 – 43,89	1	0,05
17	43,90 – 43,99	0	0,00
18	44,00 – 44,09	1	0,05

A Figura 1 apresenta um gráfico com os intervalos de tempo da tabela 2, usando os índices n para cada intervalo de tempo.

Figura 1 - Gráfico da distribuição do número de leituras em função do intervalo de tempo



Analisando o gráfico da figura 1 nota-se que a função de densidade de probabilidade mais adequada para este caso é do tipo gaussiana; esse modelo é usado quando se tem um conjunto disperso de sucessivas leituras. A incerteza associada com a dispersão dos dados é determinada por métodos estatísticos e é conhecida como avaliação do tipo A.

- Incerteza padrão associada à dispersão dos dados:

O melhor valor aproximado para o tempo é dado pela média aritmética de todas as leituras realizadas; calculando a média das 20 leituras mostradas na tabela 1, tem-se que a melhor aproximação para o tempo é de 43,50 segundos. Com o auxílio da calculadora, usando o modo estatístico pode-se determinar o desvio padrão experimental $s(d)$ como sendo 0,303 segundos e a partir dele é possível calcular o desvio padrão experimental da média, que representa a incerteza padrão associada com a dispersão dos dados, usando a equação 1.

$$s(\bar{d}) = \frac{s(d)}{\sqrt{n}} = \frac{0,303}{\sqrt{20}} = 0,06 \quad (1)$$

Com isso a melhor aproximação para o tempo se torna $43,50 \pm 0,06$ segundos.

- Incerteza associada à calibração interna do cronômetro

Em leituras realizadas com instrumentos digitais, existe um tipo de incerteza relacionado à calibração interna do instrumento, e normalmente são informadas pelos fabricantes.

No caso do cronômetro essa incerteza é de 0,1%, então a incerteza associada com a calibração interna é:

$$u(T_{\text{calibração}}) = (0,001) \cdot (43,50) = 0,0435 \text{ s} \quad (2)$$

A melhor aproximação para o tempo é de $43,500 \pm 0,043$ segundos.

- Incerteza associada à calibração interna do cronômetro

Outra fonte de incerteza a se considerar é o tempo de reação, que está relacionado com a habilidade em iniciar o cronômetro quando o tiro é disparado e parar o cronômetro assim que o atleta cruza a linha de chegada. Como as leituras foram feitas por várias pessoas, estipulou-se um tempo padrão de reação de 0,1 segundo, lembrando que esse erro deve ser considerado duas vezes durante o cálculo da incerteza combinada final. Dessa forma a melhor aproximação para o tempo é de $43,50 \pm 0,10$ segundos.

- Orçamento da incerteza para esta medição

A Tabela 3 apresenta um orçamento das incertezas associadas à medição realizada, de acordo com o tipo de incerteza, o valor da incerteza e seu tipo.

Tabela 3 - Orçamento de incertezas para leituras de tempo da tabela 1

Elemento de incerteza	Incerteza Padrão (s)	Tipo de avaliação
Dispersão dos dados (u_d)	0,060	tipo A
Calibração interna (u_c)	0,043	tipo B
Tempo de reação inicial (u_{ri})	0,100	tipo B
Tempo de reação final (u_{rf})	0,100	tipo B

A incerteza padrão combinada é dada pela equação 3, que relaciona as incertezas do tipo A e B apresentadas na tabela 3.

$$u_c(t) = \sqrt{(u_d)^2 + (u_c)^2 + (u_{ri})^2 + (u_{rf})^2} \quad (3)$$

Substituindo-se os valores tem-se:

$$u_c(t) = \sqrt{(0,06)^2 + (0,043)^2 + (0,10)^2 + (0,10)^2} = 0,159 \quad (4)$$

O resultado final pode ser escrito então como “A melhor estimativa do tempo t é de 43,50 s com uma incerteza de 0,16 s”.

- Melhor aproximação para o comprimento da pista

O comprimento da pista de atletismo é de 400 metros, com uma incerteza padrão associada de 0,05 %. Dessa forma pode-se calcular a incerteza relacionada a ela usando a equação 5.

$$u(d) = (0,0005) \cdot (400) = 0,2 \text{ m}$$

Pode-se concluir então que a melhor estimativa do comprimento d da pista é de 400,0 metros com uma incerteza de 0,2 metros.

- Melhor aproximação para a velocidade média do atleta

Anteriormente determinou-se que a melhor estimativa para o tempo era de 43,50 s com uma incerteza de 0,16 s, enquanto a melhor estimativa para o comprimento da pista era de 400,0 m com um incerteza de 0,2 m.

Para calcular a velocidade usou-se a equação 5, dada por:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{400,0}{43,50} = 9,19 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (5)$$

Para calcular a incerteza propagada relacionada ao tempo e a distância, usou-se a equação 6.

$$u(v) = v \cdot \sqrt{\left(\frac{1 \cdot u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot u(t)}{t}\right)^2} \quad (6)$$

o que resulta em $u(v) = 0,034 \text{ m/s}$.

Com isso pode-se afirmar que a melhor estimativa da velocidade média do atleta durante a prova de atletismo é de 9,19 m/s com uma incerteza de 0,034 m/s, o que resulta em um erro de 0,37%.

Conclusão

Este experimento conseguiu reproduzir bem o conceito de medição, trabalhando desde o simples conceito de leitura, até o resultado final da medição, que é dado por um valor aproximado dentro de um intervalo de incerteza.

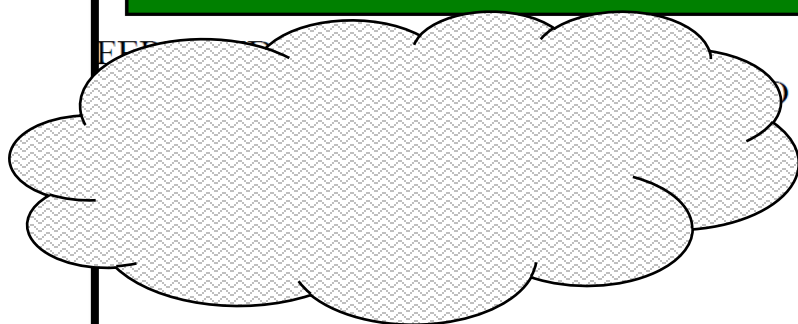
A estimativa da melhor aproximação para o comprimento da pista foi simples de se determinar, porém a estimativa do tempo exigiu um pouco mais de cálculos devido aos diversos fatores que influenciaram na leitura do tempo, como a calibração do equipamento, a dispersão dos dados e principalmente o tempo de reação, que foi relativamente alto. Uma forma de melhorar o experimento seria amenizar a incerteza associada ao tempo de reação ao manusear o cronômetro, que foi muito alto; com isso o valor aproximado teria um intervalo menor de incerteza.

A determinação da velocidade média foi simples, exigindo um pouco mais de cuidado somente na hora de relacionar os coeficientes da equação 6 com a equação da velocidade; o resultado encontrado foi de $9,190 \pm 0,034$ m/s.

As estimativas do tempo, distância e velocidade apresentaram um intervalo de incerteza pequeno, o que indica que o experimento foi bom; mesmo assim acredita-se que minimizar a incerteza do tempo daria um intervalo de incerteza mais confiável.



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA



**RELATÓRIO DE INTRODUÇÃO A MEDIÇÃO DO
LABORATÓRIO DE FÍSICA**

VELOCIDADE MÉDIA E ANÁLISE DE INCERTEZAS

LONDRINA – PR
OUTUBRO - 2012

Velocidade Média e Análise de Incertezas

Departamento de Física
 Universidade Estadual de Londrina
 CEP 86051-990 – Londrina – PR - Brasil
 Data: 2 de outubro de 2012

A meta deste experimento é mostrar como existem várias maneiras de mensurar um objeto, uma distância ou a velocidade média com qualquer instrumento de medição, desde com simples aparelhos até os complexos e mostrar que por mais avançado e melhorado sejam os métodos usados nas medições ou os aparelhos, nunca chegará a um valor absoluto no mesurando. Isso ficou evidente no vídeo de atletismos das Olimpíadas de 2012 onde foi quantificado o tempo médio nas medições para achar o melhor valor da velocidade média do atleta. Sendo a melhor aproximação para o valor da velocidade média do atleta obtida foi de $9,198 \pm 0,046$ m/s.

Introdução

Este relatório demonstrará medições e incertezas, mostrando a diferença de tempo de reação entre diferentes pessoas, medindo o tempo de corrida de um atleta dos 400 metros rasos, nas Olimpíadas de Londres 2012.

A importância de obter medidas precisas é de que estes resultados coincidem mais com a demonstrada eletronicamente pela prova levando sempre em consideração o tratamento dos dados por meio do cálculo da incerteza associada.

Não é possível ter uma precisão absoluta de uma grandeza, o resultado da medição é igual à medida somada ou subtraída a sua incerteza.

A incerteza é criada em decorrência da influência do ambiente, do instrumento ou do observador, temos como exemplo, pressão, umidade e temperatura, má calibração de instrumentos e a paralaxe (incerteza ocorrida quando o observador não está em perpendicular ao instrumento).

Para fazer uma boa análise é preciso realizar várias medições e obter uma média aritmética dos valores, e fazendo um estudo mais aprofundado, calcula-se o desvio padrão experimental da média deste resultado.

Calculando a partir deste último a velocidade média do velocista campeão.

A média aritmética é obtida pela equação:

$$M = \frac{\sum(x_i)}{N_i} \quad (1)$$

onde o x são os termos, i a quantidade de termos e N o número de termo, ou seja, média é igual a razão entre somatório de todos os termos pelo número de termos.

E o desvio padrão experimental da média é obtido pela equação:

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x_i - x)^2}{N_i \cdot (N_i - 1)}} \quad (2)$$

sendo o x_i são os termos, x a média dos termos, N_i o número de termos, ou seja, o desvio padrão é a raiz quadrada da razão entre somatório dos quadrados do desvio, diferença entre o termo e a média, e o número de termos multiplicado pelo número de termos menos um.

Mas como a incerteza de uma medição não está associada apenas a dispersão, pode, no caso do tempo, estar relacionado ao tempo de reação do ser humano e também a calibração do equipamento.

Então para se juntar todas as fontes de incerteza utiliza-se a seguinte equação:

$$u(t) = \sqrt{(inc1)^2 + (inc2)^2 + \dots + (incN)^2} \quad (3)$$

onde, $u(t)$ é a incerteza total, $inc1$ é a primeira incerteza, $inc2$ é a segunda incerteza e $incN$ é a enésima incerteza.

A velocidade média por sua vez é definida pela seguinte equação:

$$V_{média} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (4)$$

onde, Δx é a variação do espaço, ou seja, a posição final menos a inicial e Δt é o intervalo de tempo que ocorreu o fenômeno.

Agora novamente será necessário calcular a incerteza decorrida, pois existem duas grandezas diferentes que se relacionam na equação, para um equação do tipo a seguir que envolve um produto ou uma razão:

$$R = cA^a \cdot B^b \quad (5)$$

onde R é valor da equação formada por um produto ou razão, c é constante, A e B é uma grande e a e b são os expoentes das grandezas respectivamente. A

equação geral para o cálculo da incerteza desse tipo é:

$$u(R) = R \sqrt{\left\{a \frac{u(A)}{A}\right\}^2 + \left\{b \frac{u(B)}{B}\right\}^2} \quad (6)$$

onde $u(R)$ é a incerteza combinada pela equação que possui um produto ou razão, $u(A)$ é a incerteza da grandeza A e $u(B)$ é a incerteza da grandeza B.

Aplicando essa equação geral para o caso da velocidade média obtemos a seguinte equação:

$$u(V) = V \sqrt{\left\{1 \frac{u(x)}{x}\right\}^2 + \left\{-1 \frac{u(t)}{t}\right\}^2} \quad (7)$$

Sendo V a velocidade média, $u(V)$ a incerteza da velocidade, x o deslocamento, $u(x)$ a incerteza do deslocamento, t o tempo e $u(t)$ a incerteza do tempo.

Procedimento Experimental

Para a realização deste experimento utilizamos um vídeo da prova final de atletismo dos 400 metros rasos, das Olimpíadas de Londres 2012, e por meio de cronômetros tentamos atingir um valor aproximado do computado eletronicamente. Sendo este um procedimento bem simples e prático, ao sinal sonoro do vídeo é disparado o cronometro e contado até o momento da chegada do primeiro atleta.

Foram realizados 20 medições, feitas por vários membros do laboratório, com os valores encontrados foi formulada a tabela I e feito uma média para o melhor aproximação do tempo e uma análise detalhada da incerteza presente nessa medição.

Resultados e Discussão

Os valores obtidos nas medições estão listadas e organizadas na tabela a seguir:

Tabela I – Dados Coletados

Tempo (s)			
43,51	43,33	43,57	42,43
43,33	43,58	43,55	43,73
43,73	43,43	43,57	43,69
43,29	43,47	43,60	43,44
43,51	43,33	43,59	44,00

Para melhor análise dos dados é importante realizar um análise de frequência e frequência relativa das medições, e para isso foi organizado a seguinte tabela:

Tabela II – Frequência e Frequência Relativa

Cesto	Frequência	Relativa
42,43 – 42,60	1	0,05
42,61 – 42,78	0	0,00
42,79 – 42,96	0	0,00
42,97 – 43,14	0	0,00
43,15 – 43,32	1	0,05
43,33 – 43,50	6	0,30
43,51 – 43,68	8	0,40
43,69 – 43,86	3	0,15
43,87 – 44,04	1	0,05
Total:	20	1

Com esse dados em mãos pode-se realizar o seguinte gráfico, que é um histograma da frequência de dados:

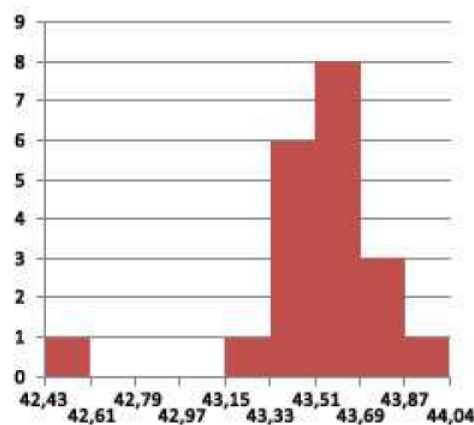


Gráfico I - Histograma

Utilizando a equação 1 para calcular a média e assim obter um valor mais aproximado das medições, mas sem considerar a incerteza, o valor obtido foi de 43,484 s.

Analisando profundamente a incerteza presente na medição do tempo, foi realizado a seguinte tabela:

Tabela II – Análise da Incerteza

Elemento de Incerteza	Tipo de Avaliação
Dispersão dos dados	Tipo A
Tempo de reação inicial	Tipo B
Tempo de reação final	Tipo B
Calibração do Cronômetro	Tipo B

A dispersão de dados pode ser calculado a partir da equação 2, e o resultado dessa incerteza da dispersão de dados é de $\pm 0,067$ s.

O tempo de reação para a medição por convenção foi estabelecida como $\pm 0,10$ s tanto para a inicial quanto para a final.

A calibração do cronometro segundo o fabricante é de 0,1%, sendo a assim incerteza presente na medição em relação a calibração do equipamento é de $\pm 0,043$ s.

Com todos esse valores em mãos é possível calcular toda a incerteza presente na medição do tempo utilizando a equação 3, e o valor obtido é de $\pm 0,026$ s, ou seja, a melhor aproximação do valor para a medição do tempo é de $43,484 \pm 0,026$ s.

Sabendo que a pista de corrida tem 400 m e com uma incerteza de 0,05%, a melhor aproximação do valor para o tamanho da pista é de $400,0 \pm 2$ m.

Utilizando a equação 4 para calcular a velocidade média do primeiro colocado o valor obtido é de 9,1988 m/s.

Mas para encontrar a incerteza associado a essa grandeza deve se fazer uma análise diferente, utilizando a equação 7 o valor da incerteza da velocidade é de $\pm 0,0050$ m/s, sendo assim a melhor aproximação do valor da velocidade média é de $9,198 \pm 0,046$ m/s.

Conclusões

Através deste experimento podemos ver as várias formas de se obter valores numéricos sobre uma determinada situação, no caso comparar uma medida feita por um computador com outra feita por um grupo de pessoas. Os resultados obtidos foram bem satisfatórios, para a medição de tempo o valor encontrado foi o de $43,484 \pm 0,026$ s concordando com o valor encontrado pelo computador que foi o de $43,94 \pm 5 \times 10^{-7}$, já o de velocidade média encontramos $9,198 \pm 0,046$ m/s, que também concorda com o valor de $9,1033 \pm 0,045$ m/s encontrado pelo computador.

Como podemos observar, os valores encontrados são muito próximos e concordam uns com outros, mas não podemos dizer que nenhum desses valores é o valor real do mensurando, já que uma medição desse tipo existem vários erros contidos, como por exemplo, o erro do cronômetro ou até mesmo o tempo de reação de uma pessoa.

Referências

Filho, Paulo S. C; Laburú, Carlos E. Introdução à Medição no Laboratório de Física: Uma Estratégia Multirepresentacional. Versão Preliminar, 2012. 166p.

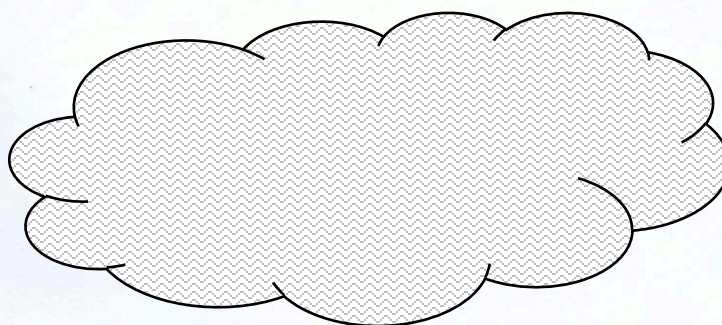
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3: GRUPO D



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

Departamento de Física
Introdução à Medição no Laboratório de Física

MEDIÇÃO DE TEMPO EM UMA CORRIDA DE 400
METROS



LONDRINA

2012

Resumo

No presente trabalho, o tempo que um atleta olímpico levou para completar uma corrida de 400 metros foi medido diversas vezes, os dados foram tratados estatisticamente e, o resultado, comparado com a medida oficial do evento olímpico. A medida oficial foi de 43,94 segundos e o resultado obtido neste trabalho foi de $43,50 \pm 0,47$ segundos. Além disso, foi calculada a velocidade média do atleta, $9,20 \pm 0,10$ m/s.

Sumário

INTRODUÇÃO	4
FUNDAMENTOS TEÓRICOS	4
MATERIAIS E MÉTODOS	4
RESULTADOS.....	4
TABELA I	5
TABELA II	5
FIGURA 1	5
TABELA III	6
TABELA IV	6
DISCUSSÃO.....	6
CONCLUSÃO.....	6
REFERÊNCIAS.....	6

1. Introdução

Nos jogos olímpicos, em eventos em que é necessário medir, com o máximo de precisão possível, o tempo que um atleta leva para executar uma tarefa, utilizam-se equipamentos de alta precisão para obter medições de boa qualidade. No entanto, ainda há, e sempre haverá, uma incerteza associada a tais medições.

Neste trabalho, o tempo que um atleta levou para terminar uma corrida de 400 metros rasos foi mensurado diversas vezes. Em seguida, foi calculada a média e a incerteza total dessa medida e, posteriormente, o valor obtido foi comparado com a medição oficial.

Também foi calculada a velocidade média e sua respectiva incerteza.

2. Fundamentos teóricos

Um objeto que percorre uma trajetória em um determinado intervalo de tempo possui uma grandeza escalar denominada velocidade.

Em fenômenos do dia a dia, a velocidade desenvolvida por objetos, como carros, aviões e animais entre outros, varia grandemente. No entanto, para fenômenos de curta duração em que a velocidade se mantém mais ou menos constante e o sentido do movimento não muda, tal qual o fenômeno abordado no presente trabalho, o conceito de velocidade média se torna muito útil.

A velocidade média é calculada por

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

sendo Δs a variação de espaço e Δt a variação de tempo [1].

3. Materiais e métodos

Materiais utilizados:

4 cronômetros digitais;

Gravação, em vídeo, da corrida;

Laptop para reprodução do vídeo.

Para realizar a experiência, foram utilizados quatro cronômetros digitais com precisão de até um centésimo de segundo e uma gravação, em vídeo, de uma corrida de 400 metros rasos. O vídeo foi reproduzido e o tempo total da corrida foi mensurado 20 vezes (cinco vezes com cada cronômetro).

Os cronômetros foram acionados manualmente, por isso, há uma incerteza relacionada ao tempo de reação de uma pessoa. Foi adotado o valor de 0,1 segundo como a incerteza para o tempo desta reação ao acionar o cronômetro no início e no fim.

Além disso, há uma incerteza, relacionada à calibração do equipamento, de 1%.

4. Resultados

O tempo medido para a corrida é apresentado na tabela a seguir.

Tabela I – Medidas de tempo obtidas para a corrida de 400 metros rasos.

Medição	Tempo (s)
1	43,51
2	43,58
3	43,43
4	43,47
5	43,33
6	43,33
7	43,55
8	43,57
9	43,60
10	43,59
11	43,57
12	43,73
13	43,69
14	43,44
15	44,00
16	42,43
17	43,58
18	43,29
19	43,51
20	43,73

A partir dos dados da tabela I, foi obtido a média e a incerteza das medições. Os resultados são apresentados na tabela II.

Tabela II – Média das medidas e sua respectiva incerteza total.

\bar{T} (s)	$\delta_{\text{calibração}}$ (s)	$\delta_{\text{reação inicial}}$ $\pm 0,10$	$\delta_{\text{reação final}}$ (s)	$\delta_{\text{padrão}}$ (s)	δ_{total} (s)
43,50	$\pm 0,44$	$\pm 0,10$	$\pm 0,10$	$\pm 0,07$	$\pm 0,47$

Foi plotado um histograma contendo a distribuição de resultados obtidos para determinados intervalos de tempo (figura 1).

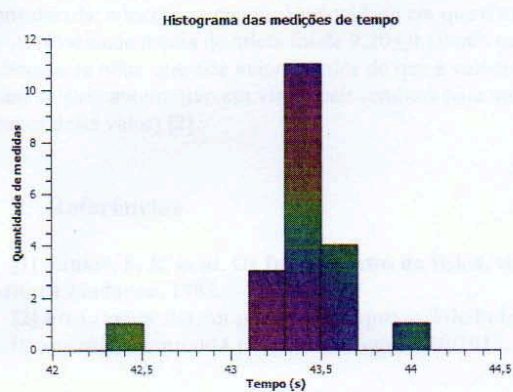


Figura 1 – Histograma contendo a frequência relativa das medidas.

No intervalo de 42,40-42,59 segundos, a frequência foi de 0,05. De 43,20-43,39, a frequência foi de 0,15. De 43,40-43,59, a frequência foi de 0,55. De 43,60-43,79, frequência de 0,2. Finalmente, de 44,00-44,19, frequência de 0,05.

Com base nos dados da tabela II, e do comprimento da pista de corrida, é possível obter a velocidade média do corredor, dada pela equação 1.

Tabela III – Comprimento da pista de corrida e sua incerteza.

Comprimento da pista (m)	$\delta_{\text{comprimento}}$ (m)
400,00	$\pm 0,20$

A velocidade média do atleta sua respectiva incerteza são apresentados na tabela IV.

Tabela IV – Velocidade média do atleta e sua incerteza.

v_m (m/s)	δ_{v_m} (m/s)
9,20	0,10

5. Discussão

No presente trabalho, os cronômetros utilizados foram acionados manualmente e por pessoas diferentes em cada uma das 20 medições. Isso acabou gerando um intervalo de valores relativamente grande (o menor valor obtido foi de 42,43 segundos e o maior foi de 44,00 segundos). Apesar disso, a dispersão dos dados foi pequena (ver fig. 1).

Foram utilizadas como fontes de incerteza o tempo de reação médio de uma pessoa (0,1 s), a incerteza da calibração interna do cronômetro (0,1%) e a incerteza padrão devido à dispersão dos dados. O resultado obtido ($43,50 \pm 0,47$ s) está de acordo com a medida oficial.

6. Conclusão

O resultado obtido para o tempo de realização da prova está de acordo com a medida oficial. Porém, para uma medida melhor da incerteza, outra fonte de erro poderia ter sido considerada: a incerteza quanto à velocidade em que o vídeo foi reproduzido.

A velocidade média do atleta foi de $9,20 \pm 0,10$ m/s que equivale a cerca de 33 km/h. É interessante notar que este valor é maior do que a velocidade máxima, de 30 km/h, permitida a um veículo automotivo em vias locais (embora haja uma tolerância de até 50% acima e abaixo deste valor) [2].

7. Referências

- [1] Júnior, F. R. et al. Os fundamentos da física, volume 1, 4ª edição. São Paulo, Editora Moderna, 1982.
 [2] <http://www.detran.pr.gov.br/arquivos/File/habilitacao/manualdehabilitacao/manualdehmanuald4.pdf> – acesso em 07/10/2012, 22:53.