



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

LUCAS DIAS HIERA SAMPAIO

**ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA E TAXA DE INFORMAÇÃO EM REDES SEM
FIO DE MÚLTIPLO ACESSO**

LUCAS DIAS HIERA SAMPAIO

**ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA E TAXA DE INFORMAÇÃO EM REDES SEM
FIO DE MÚLTIPLO ACESSO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Taufik Abrão.

Londrina
2010

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina.**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

S192a	<p>Sampaio, Lucas Dias Hiera. Alocação de potência e taxa de informação em redes sem fio de múltiplo acesso/ Lucas Dias Hiera Sampaio. – Londrina, 2010. 76 f.: il.</p> <p>Orientador: Taufik Abrão. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, 2010. Inclui bibliografia</p> <p>1. Redes de computadores – Teses. 2. Sistemas de comunicação sem fio – Teses. 3. Redes de informação – Controle de acesso – Teses. 4. Acesso múltiplo por divisão de código – Teses. I. Abraão, Taufik. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU 519.68.04</p>
-------	--

LUCAS DIAS HIERA SAMPAIO

**ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA E TAXA DE INFORMAÇÃO EM REDES SEM FIO DE
MÚLTIPLO ACESSO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

BANCA EXAMINADORA

Orientador. Prof. Dr. Taufik. Abrão
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Mário Proença Lemes Jr.
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Bruno Augusto Angélico
Universidade Tecnológica Federal do Paraná –
UTFPR

Prof. Dr. Paul Jean Etienne Jeszensky
Escola Politécnica da Universidade Estadual de São
Paulo – Poli-USP

Londrina, 21 de dezembro de 2010.

Aos meus pais.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer:

- Primeiramente, ao meu orientador e professor, Dr. Taufik Abrão, pela imensa dedicação e paciência durante a orientação.
- Aos professores componentes da banca, Prof. Dr. Mário Lemes Proença Jr., Prof. Dr. Bruno Augusto Angélico e Prof. Dr. Paul Jean Etienne Jeszensky, pela dedicação, atenção e contribuições para a melhoria deste trabalho.
- Aos meus pais e ao meu irmão.
- A minha avó Lourdes.
- À Carolina.
- Ao Moisés.
- Ao Mário (Pajé).
- Ao Paulo.
- Ao Osmar.
- À Christiane.
- Aos membros do grupo de Redes do Depto. de Computação.
- Aos membros do grupo de DSP e Telecomunicação do Depto. de Engenharia Elétrica.
- Aos professores do programa de mestrado em Ciência da Computação.
- À CAPES pela bolsa concedida.
- À todas as pessoas e entidades que de uma forma ou de outra ajudaram para que esse trabalho fosse concluído, meus sinceros agradecimentos.

SAMPAIO, Lucas Dias Hiera. **Alocação de potência e taxa de informação em redes sem fio de múltiplo acesso**. 2010. 76 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

Resumo

Este trabalho tem por objetivo discutir os problemas de alocação de taxa de informação e potência em redes sem fio de múltiplo acesso, bem como apresentar diferentes métodos para solucioná-los. Estes dois importantes problemas são clássicos na literatura, uma vez que a alocação de potência e espectro quando otimizadas implicam em uma maior vazão do sistema e tempo de vida das baterias dos terminais móveis. Com o intuito de resolver estes problemas de otimização, três ferramentas diferentes foram empregadas: o equilíbrio de Verhulst, a otimização por enxame de partículas (*particle swarm optimization*, PSO) e a teoria de jogos. As contribuições deste trabalho incluem: i) extensão do algoritmo de controle de potência distribuído (*distributed power control algorithm*, DPCA) baseado no equilíbrio de Verhulst para sistemas de múltiplas taxas e com coeficiente de aceleração adaptativo; ii) resolução do problema de alocação de taxa com restrições de potência máxima e do problema de controle de potência com restrições de taxa de informação mínima utilizando o algoritmo PSO; iii) estudo e otimização dos parâmetros de entrada do PSO para ambos problemas resolvidos; iv) análise de aplicabilidade da teoria de jogos para solucionar o problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação mínima em redes de múltiplo acesso com múltiplas portadoras em diversos cenários; v) proposta de uma solução híbrida utilizando PSO e algoritmo iterativo de *water-filling* (*iterative water-filling algorithm*, IWFA), a fim de tornar a modelagem de teoria de jogos aplicável a sistemas de múltiplo acesso operando em cenários realistas.

Palavras-Chave: Sistemas CDMA. CDMA multi-taxa. Single-Input-Single-Output (SISO). Alocação de potência e taxa. QoS.

SAMPAIO, Lucas Dias Hiera. **Alocação de potência e taxa de informação em redes sem fio de múltiplo acesso**. 2010. 76 p. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

Abstract

This work aims to discuss the power and rate allocation problems in multiple access networks, as well as present different methods to solve them. These important problems are classics, since optimizing power and spectrum allocation imply in a large system throughput and increase of the mobile terminals batteries lifetime. In order to solve these problems, three tools were used: the Verhulst equilibrium, swarm intelligence and game theory. The main contributions of this work include: i) extension of the Verhulst DPCA for multirate systems and an adaptive acceleration coefficient; ii) solve the power allocation with rate constraints problem and the throughput maximization problem using the particle swarm optimization technique; iii) input parameters optimization for the PSO algorithm; iv) an applicability analysis of the game theoretic approach in different scenarios to solve the power control problem in multi-carrier multiple access networks; v) proposal of a new hybrid solution combining PSO and IWFA, in order to improve the game theoretic model applicability in multiple access systems operating in realistic scenarios.

Keywords: Power-rate allocation control. SISO multirate CDMA. QoS.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

Convenções e Lista de Símbolos

1	Introdução	1
1.1	A Técnica CDMA	2
1.2	Trabalhos Relacionados	3
1.3	Organização	4
1.4	Lista de Publicações	4
1.4.1	Artigos Publicados ou Aceitos	4
1.4.2	Artigos Submetidos em Avaliação	5
2	O Problema	6
2.1	Definições	6
2.2	Alocação de Potência com Restrições de Taxa Mínima de Informação	8
2.2.1	Estudo Sobre a Existência da Solução p^*	11
2.3	Alocação de Potência e Taxa - Maximizando a Vazão do Sistema	13
3	Cenários	15
3.1	Cenário 1	15
3.2	Cenário 2	17
3.3	Cenário 3	17
3.4	Cenário 4	19

4	Controle de Potência Utilizando o Modelo de Verhulst	21
4.1	Convergência do DPCA	23
4.2	Qualidade da Solução \times Tempo de Convergência	24
4.3	Resultados Numéricos	24
4.3.1	Desempenho e Convergência Típicos sob Diferentes α 's	25
4.4	Desempenho sob Erros de Estimativas de Canal	25
4.4.1	Dependência da Qualidade da Solução em Termos de α	26
4.4.2	Qualidade da Solução como Função do Carregamento de Sistema	27
4.5	Desempenho dos Métodos de Convergência Adaptativos	28
4.6	Desempenho e Convergência sob Canais Dinâmicos	30
4.6.1	Complexidade Computacional	32
5	Alocação de Recursos: Uma Abordagem Heurística	34
5.1	Controle de Potência via PSO	34
5.2	Alocação de Potência e Taxa de Informação via PSO	35
5.3	O Algoritmo PSO Contínuo	36
5.3.1	Otimização dos Parâmetros de Entrada do PSO	39
5.4	Resultados Numéricos	41
5.4.1	Resultados Numéricos para Maximização da Vazão em Sistemas Multi-taxa	41
5.4.2	Resultados Numéricos para o Problema de Controle de Potência	44
5.4.3	PSO e DPCA Verhulst: Análise de Complexidade	49
6	Alocação de Recursos Sob a Perspectiva de Teoria de Jogos	51
6.1	Controle de Potência em Sistemas MC-CDMA Utilizando Teoria de Jogos	53
6.1.1	Existência	53
6.1.2	Unicidade	54
6.2	A Solução pelo Algoritmo de <i>Water-Filling</i>	54
6.3	Aplicabilidade dos Cenários	56
6.3.1	Cenário 1	57

6.3.2	Cenário 2 e 3	58
6.4	Abordagem Híbrida Utilizando PSO e IWFA	61
6.4.1	Comparação da Alocação de Potência e Taxa	62
6.4.2	Probabilidade de Existência, Unicidade e Interrupção	63
6.4.3	Análise de Complexidade	64
7	Conclusões e Perspectivas	66
	Anexo A – DPCA Verhulst - Prova da Convergência	68
	Referências	74

Lista de Figuras

1.1	Os três diferentes esquemas de múltiplo acesso e sua disposição em termos de potência, tempo e frequência.	2
3.1	Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 1.	15
3.2	Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 2.	17
3.3	Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 3.	18
3.4	Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 4.	19
4.1	Curvas para a Equação (4.2) com diferentes $p(0)$ e $p^* = 6$	22
4.2	SINR e convergência de potência para $U = 7; r_{i,min} = [120, 120, 240, 120, 30, 120, 30][Kbps]$. $\alpha = 0, 1$ e $0, 9$	26
4.3	Taxa de NMSE considerando comportamento de convergência de potência rápido ($\alpha = 0, 9$) e lento ($\alpha = 0, 1$) de $U = 7$ terminais móveis, e v valores de erro de estimativa para ganho de canal. O gráfico inferior é uma ampliação em $n \in [21; 150]$ iterações iniciais.	27
4.4	Degradação do NMSE como função do aumento no número de terminais móveis U e dos erros nas estimativas do ganho de canal v . Valores de NMSE após $I = 1000$ iterações; adotou-se $\alpha = 0, 2$	28
4.5	Comparação da convergência entre α adaptativo usando a função tangente hiperbólica (direita) e o método clássico com α fixo (esquerda). P_{opt} é obtida via inversão de matriz, eq.(2.18); P_{min} é a mínima potência alocada inicialmente e $P_{média}$ é a potência média sobre os $U = 30$ usuários alocada pelo algoritmo de Verhulst.	29
4.6	NMSE e NMSE para o método α adaptativo com função tanh, tendo como referência $\alpha = 0, 1$ fixo.	29
4.7	NMSE para ambos métodos com α -adaptativo. $U = 30$ usuários	30
4.8	Ganho de canal, respectiva alocação de potência e o NSE para Verhulst α -tanh comparado ao de Foschini para o usuário 1 (de $U = 10$ usuários). Conjunto a) $f_{D_{max}} = 11$ Hz e $I = 10$ iterações; b) $f_{D_{max}} = 90$ Hz e $I = 45$ iterações.	31

4.9	Potência alocada e NMSE para Verhuslt com α -tanh: média sobre os respectivos valores de $U = 10$ usuários, considerando a) $f_{D_{\max}} = 11$ Hz e $I = 10$ iterações por T_{slot} ; b) $f_{D_{\max}} = 90$ Hz e $I = 45$ iterações por T_{slot}	31
5.1	Velocidade representada de maneira esquematizada em um plano cartesiano.	37
5.2	Evolução da função custo ao longo de 1000 iterações, média em 1000 realizações. $U = 5$ usuários nas mesmas condições de canal para diferentes combinações de parâmetros ϕ_1 e ϕ_2	42
5.3	Evolução típica da a) soma das taxas e b) soma das potências com $\phi_1 = 1, \phi_2 = 2$, e $U = 20$ usuários.	43
5.4	Evolução típica da a) soma das taxas e b) soma das potências com $\phi_1 = 1, \phi_2 = 2$, e $U = 100$ usuários.	43
5.5	Evolução típica da a) soma das taxas e b) soma das potências com $\phi_1 = 1, \phi_2 = 2$, $U = 20$ usuários e $p_{\max} = 35$ [dBm].	44
5.6	Convergência típica da potência (a), NSE e NMSE (b). População inicial aleatória, com $U = 5$ usuários. Condições de canal estáticas durante $TR = 10$ realizações. Tamanho da população $M = K + 2$. Caso multi-taxa. Esquerda) $\phi_1 = \phi_2 = 2$; Direita) $\phi_1 = 1.0, \phi_2 = 2.0$	45
5.7	$NMSE$ em 100 amostras, $U \in [5, 25]$ para diferentes ϕ_1 e ϕ_2 . Cenário multi-taxa. $I = 1000$ iterações.	46
5.8	Alocação de potência no sistema para diferentes parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 . $U \in [2, 25]$, máximo de 1000 iterações, caso de taxa única com $r_{\min} = \frac{1}{128}R_c$	47
5.9	Curvas de desvio padrão médio do vetor hipotético de potência recebida, σ_{pr} , como função do número de iterações decorridas. Média sobre 1000 diferentes populações iniciais admitidas uniformemente distribuídas no intervalo $[p_{\min}; p_{\max}]$, e sob a mesma realização de canal.	48
5.10	Evolução do <i>fitness</i> do melhor indivíduo global e o valor da função custo para o vetor de potências ótimas em quatro diferentes realizações com $\phi_1 = 1$ e $\phi_2 = 2$, $U = 25$ usuários, $I = 1200$ iterações, $\iota = U \times 10^{-19}$ e nas mesmas condições de canal.	48
5.11	Teste de convergência para o DPCA Verhulst e o PSO com diferentes carregamentos de sistema. O ajuste foi feito linearmente para os dois algoritmos, com $y_{\text{Verh}} = 0,62x + 8,66$, e $y_{\text{PSO}} = 38,64x - 52,12$	49
5.12	Média de operações matemáticas para diferentes carregamentos de sistema.	50

5.13	NMSE (média em 100 realizações) para diferentes carregamentos com 100%, 20% e 10% das iterações necessárias para atingir a convergência, obtida pela Figura 5.11.	50
6.1	Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 6$ e $\rho = 1$. Cenário 1.	57
6.2	Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 6$ e $\rho = 0,35$. Cenário 1.	57
6.3	Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 1$. Cenário 1.	58
6.4	Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 0,35$. Cenário 1.	59
6.5	Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 1$. Cenário 2.	59
6.6	Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 0,35$. Cenário 2.	60
6.7	Alocação de Potência e Taxa para o Cenário 1 com $\gamma = 2$	60
6.8	Alocação de potência utilizando PSO e IWFA.	62
6.9	Alocação de potência e taxa típica para IWFA puro, $d = 0,6$, $\rho = 0,35$	62
6.10	Probabilidade de Existência, Unicidade e <i>Outage</i> no Cenário 3 Utilizando Abordagem Híbrida.	63
6.11	Cenário 3 - Probabilidade de Garantia do QoS Mínimo	64
6.12	Número total de operações matemáticas por carregamento do sistema.	65

Lista de Tabelas

3.1	Valores dos Parâmetros para o Cenário 1.	16
3.2	Valores dos Parâmetros para o Cenário 2.	18
3.3	Valores dos Parâmetros para o Cenário 3.	19
3.4	Parâmetros para o Cenário 4	20
4.1	Parâmetros para específicos para o DPCA	24
4.2	NMSE médio sobre $500 \cdot T_{\text{slot}}$	32
4.3	Operações por iteração executadas em cada terminal móvel para o algoritmo proposto.	33
5.1	Parâmetros para específicos para o PSO	41
5.2	Escolha dos coeficientes de aceleração para $U = 5$ usuários.	42
5.3	Resultados simplificados da otimização de ϕ_1 e ϕ_2 considerando sistemas taxa-única (SR) e multi-taxa (MR).	45
5.4	Resultados de Convergência para Cenário Multi-Taxa, sob (5.16) com $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-2}$	46
5.5	Número de operações por iteração.	49
6.1	Parâmetros de Entrada do PSO.	61
6.2	Número de operações por iteração.	64

Lista de Abreviaturas

- 3G** Terceira Geração de Telefonia Celular
- AWGN** Additive White Gaussian Noise
- BER** Bit Error Rate
- BS** Base Station
- CDMA** Code Division Multiple Access
- CIR** Carrier to Interference Ratio
- CINR** Carrier to Interference plus Noise Ratio
- DPCA** Distributed Power Control Algorithm
- DS/CDMA** Direct Sequence Code Division Multiple Access
- FDMA** Frequency Division Multiple Access
- FH/CDMA** Frequency Hopping Code Division Multiple Access
- GA** Genetic Algorithm
- GAME** Genetic Algorithms for Mobile Equilibrium
- GLFP** Generalized Linear Fractional Programming
- GNE** Generalized Nash Equilibrium
- GNEP** Generalized Nash Equilibrium Problem
- IWFA** Iterative Water-Filling Algorithm
- MAI** Multiple Access Interference
- MC** Multi Carrier
- MC-CDMA** Multi Carrier Code Division Multiple Access
- MLFP** Multiplicative Linear Fractional Programming
- MODPRC** Multi-Objective Distributed Power-Rate Control

NE Nash Equilibrium

NEP Nash Equilibrium Problem

NFR Near-Far Ratio

NMSE Normalized Mean Squared Error

NMSER Normalized Mean Squared Error Ratio

NSE Normalized Squared Error

PSO Particle Swarm Optimization

QoS Quality of Service

SINR Signal to Interference and Noise Ratio

SISO Single Input Single Output

SNR Signal to Noise Ratio

TDMA Time Division Multiple Access

TD-CDMA Time and Code Division Multiple Access

TM Terminal Móvel

UMTS Universal Mobile Telecommunications System

WCDMA Wide-Band Code Division Multiple Access

WTM Weighted Throughput Maximization

Convenções e Lista de Símbolos

Na descrição das equações, as seguintes convenções foram utilizadas:

- letras maiúsculas expressam conjuntos, exemplo: $\mathcal{P}, \mathcal{SG}$;
- letras minúsculas expressam elementos de conjunto, exemplo: $\rho \in \mathcal{R}, gt \in \mathcal{SG}$;
- letras minúsculas em negrito expressam vetores, exemplo: \mathbf{v} e \mathbf{p} ;
- letras maiúsculas em negrito expressam matrizes, exemplo: \mathbf{G} ;
- $\{\cdot\}^T$ é o operador de transposição;
- $\{\cdot\}^{-1}$ é o operador matriz inversa;
- $\mathcal{U}(x, y)$ é um processo aleatório de distribuição uniforme entre as variáveis x e y ;
- $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ é um processo aleatório de distribuição normal com média μ e variância σ^2 ;
- $\ln\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ é um processo aleatório de distribuição log-normal com média μ e variância σ^2 ;
- \mathbb{R} é o conjunto dos números reais;
- $\tanh(\cdot)$ é a função tangente hiperbólica;
- i é o indexador de usuários;
- k é o indexador de sub-canais;

Os seguintes símbolos serão utilizados:

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>
$\mathbf{0}$	vetor nulo
B	número de estações rádio-base
$dist$	distância entre transmissor e receptor
E_b/N_0	relação entre energia de bit e densidade espectral de potência de ruído
$f_{D_{\max}}$	frequência Doppler máxima;
F_i	ganho de processamento do usuário i
\mathbf{G}_k	matriz de canal para o k ésimo sub-canal
$\hat{\mathbf{G}}_k$	matriz de canal com erros para o k ésimo sub-canal

$g_{ii}(k)$	denota a atenuação do canal entre o usuário i e a sua estação rádio-base no sub-canal k
$g_{ij}(k)$	denota a atenuação do canal entre o usuário i e o usuário interferente j no sub-canal k
\mathbf{H}	matriz de interferência normalizada
I	número máximo de iterações
\mathcal{I}	densidade de interferência
L	número de percursos do sinal
M	tamanho da população do PSO
N	número de sub-canais no sistema
p	potência
p^{\max}	potência máxima permitida
\bar{p}	potência média
\bar{p}^{\max}	potência média máxima
P_n	potência do ruído
R	conjunto de taxas de informação
R^*	conjunto de taxas de informação alvo
r_c	taxa de <i>chip</i> do sistema CDMA
r	taxa de transferência de informação
\bar{r}	taxa de transferência de informação média
r^*	taxa de transferência de informação alvo
W	largura de banda do canal
α	coeficiente de aceleração
δ	razão sinal-interferência mais ruído
δ^*	razão sinal-interferência mais ruído mínima
ε	escalar real de pequena magnitude
ϕ_1	coeficiente de aceleração para soluções locais no PSO
ϕ_2	coeficiente de aceleração para soluções globais no PSO
Γ	razão da potência da portadora pela interferência mais o ruído
γ	expoente da perda de percurso
κ	escalar arbitrário
Λ	<i>gap</i> entre a taxa real e a capacidade de Shannon
λ	autovalor arbitrário
$\bar{\lambda}$	conjugado do autovalor complexo λ
μ	nível d'água no IWFA
$\boldsymbol{\eta}$	vetor de potência de ruído normalizada
ω	inércia da velocidade no PSO
ρ	correlação cruzada média das sequências de espalhamento

$\rho(\mathbf{H})$	raio espectral da matriz \mathbf{H}
σ^2	variância.
σ_{pr}	desvio padrão da potência hipotética recebida
θ^{BER}	taxa de erro de bit permitida
v	limite dos erros da matriz de canal

1 Introdução

As redes de múltiplo acesso por divisão de código (*code division multiple access*, CDMA) ganham, cada vez mais, importância no cenário de redes sem fio de múltiplo acesso devido à sua flexibilidade de alocação de recursos (principalmente potência e taxa), alta eficiência espectral e capacidade maleável (AL-HEZMI et al., 2007). No atual cenário das telecomunicações, as companhias sofrem com a crescente escassez de espectro, exigências de redução no consumo de energia e a manutenção dos requisitos mínimos de qualidade de serviço (*quality of service*, QoS), associado às taxas mínimas, tolerância máxima a atraso, etc.

Face a este cenário e a fim de satisfazer as necessidades e exigências crescentes dos clientes, enquanto mantém-se operacionais e lucrativas, as empresas de telecomunicações têm buscado de todas as formas otimizar o uso dos recursos disponíveis nos sistemas de comunicações. Neste sentido, esforços de pesquisa têm sido empregados na procura por soluções ótimas ou quase-ótimas para o problema da alocação de recursos. Sendo assim, este trabalho investiga o problema da alocação de recursos em redes de múltiplo acesso CDMA (com uma única ou múltiplas portadoras), tanto através de método analíticos quanto utilizando-se de procedimentos heurísticos. Especificamente, sugere-se o emprego de inteligência de enxames (*swarm intelligence*), equilíbrio de Verhulst e teoria de jogos para resolver os problemas de otimização colocados.

A nova preocupação deste século é o desenvolvimento sustentável e quando se trata deste assunto a palavra-chave é otimização. Muitos esforços estão sendo aplicados para encontrar a melhor maneira como podem ser utilizados recursos renováveis e não-renováveis, e isto é um aspecto importante em redes sem fio devido a escassez de espectro e energia, uma vez que o primeiro é um recurso finito e limitado, e o segundo está cada vez mais limitado devido a miniaturização dos dispositivos móveis. Desta forma, estudos acerca do reaproveitamento de espectro tais como redes cognitivas tem ganhado atenção nas telecomunicações. Ao mesmo tempo que a quantidade limitada de recursos é um agravante, a satisfação dos usuários deve ser garantida.

Desta forma, estes requisitos conflitantes tornam o problema de alocação de recursos um desafio sem solução fechada onde qualidade da solução, precisão e aplicabilidade conflitam com complexidade computacional e suscetibilidade a erros nas estimativas de canal.

1.1 A Técnica CDMA

Diferente dos métodos de múltiplo acesso por divisão de tempo (*time division multiple access*, TDMA) e por divisão de frequência (*frequency division multiple access*, FDMA), onde fica reservado a cada usuário um intervalo de tempo ou de banda de frequência distintos, respectivamente, no CDMA todos os usuários compartilham o mesmo espectro, transmitindo simultaneamente na mesma faixa de frequência. A Figura 1.1 ilustra o funcionamento dos três diferentes esquemas de múltiplo acesso (GROSS, 2005; OLIVEIRA, 2007).

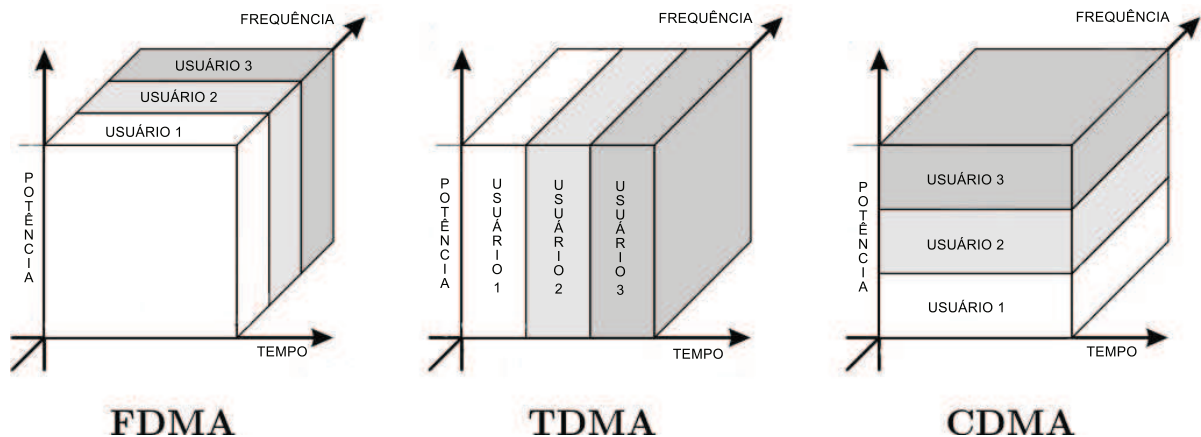


Figura 1.1: Os três diferentes esquemas de múltiplo acesso e sua disposição em termos de potência, tempo e frequência.

O CDMA é uma técnica de múltiplo acesso baseada no espalhamento espectral onde a banda de transmissão é muito maior que a banda necessária para transmitir o sinal. O espalhamento espectral pode ser feito de três maneiras¹: por sequência direta (*direct sequence CDMA*, DS/CDMA), por salto de frequência (*frequency hopping CDMA*, FH/CDMA) e por salto em tempo (*time hopping CDMA*, TH/CDMA). Neste tipo de técnica, a unicidade das sequências de espalhamento torna a diferenciação dos sinais dos usuários possível (OLIVEIRA, 2007).

Uma vez que todos os usuários transmitem seus sinais compartilhando o mesmo espectro, decorre a inevitável geração da interferência de múltiplo acesso (*multiple access interference*, MAI), oriunda da transmissão dos sinais dos demais usuários que aparecem como interferentes para o usuário de interesse. A MAI constitui o fator limitante em sistemas CDMA.

Nas redes de terceira geração (3G) existem inúmeros padrões utilizando a técnica CDMA: *Universal Mobile Telecommunications System* (UMTS); a combinação de múltiplo acesso por divisão de tempo-código (TD-CDMA); CDMA de banda larga (*wideband CDMA*, WCDMA), e o CDMA2000.

¹Excetuando-se possíveis combinações

1.2 Trabalhos Relacionados

Inúmeros algoritmos e abordagens para solucionar o problema de alocação de recursos foram propostos nas últimas duas décadas. Entre eles, os seguintes trabalhos se destacam:

O algoritmo distribuído para controle de potência apresentado em (FOSCHINI; MILJANIC, 1993) é utilizado para encontrar a solução do problema de alocação de potência no *link* reverso (*uplink*) com requisitos de relação sinal-interferência mais ruído (*signal to interference plus noise ratio*, SINR) mínimos através de uma equação iterativa. Adicionalmente, os autores analisam a convergência do algoritmo que é garantida para todos os cenários onde há solução, isto é, para todos os cenários onde existe, para todos os usuários, um valor real positivo que satisfaz simultaneamente todos os requisitos mínimos de SINR.

Sob outra perspectiva, algoritmos genéticos têm sido empregados na solução de problemas de alocação de recursos. Em (MOUSTAFA; HABIB; NAGHSHINEH, 2000), o algoritmo genético (*genetic algorithm*, GA) é utilizado para resolver o problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação em sistemas CDMA. A função custo proposta leva em consideração a minimização da potência, satisfação das restrições de taxa de informação mapeadas em razão da energia de bit por densidade espectral da potência de ruído (*energy per bit to power noise spectral density*, E_b/N_0), o efeito perto-longe (*near-far ratio*, NFR) e o uso parcial da banda disponível. Entre as vantagens do algoritmo pode-se citar: sua natureza paralela², evolutiva e escalável. Se finalizado durante o processo de convergência, a solução parcial sempre será melhor do que as anteriores; além disso, o algoritmo é adaptável a entrada e saída de dispositivos do sistema.

Um algoritmo multi-objetivo distribuído de controle de potência e taxa (*multi-objective distributed power and rate control algorithm*, MODPRC) é proposto em (ELMUSRATI; KOIVO, 2003), onde a minimização de uma função custo multi-objetivo foi proposta. Os objetivos da mesma são: minimizar a potência de transmissão, atingir a razão portadora-interferência (*carrier to interference ratio*, CIR) mínima que está associada a taxa de informação mínima, e maximizar a CIR que está relacionada à máxima taxa de transmissão. Os resultados mostraram que o algoritmo converge rapidamente para um solução, todavia, nenhum estudo revelando se a solução é ao menos Pareto ótima foi apresentado.

Em (ELKAMCHOUCI; EIRAGAL; MAKAR, 2007) o algoritmo PSO foi aplicado para resolver o mesmo problema proposto em (MOUSTAFA; HABIB; NAGHSHINEH, 2000), demonstrando ser mais eficiente que o algoritmo genético em termos de economia de potência garantindo a mesma E_b/N_0 . Todavia, nenhum estudo acerca dos parâmetros de entrada do PSO ou do algoritmo genético fora apresentado.

Outra abordagem para o problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação é apresentada em (ADIBI; VAKILI, 2007), onde a abordagem de teoria de jogos não-cooperativos é

²Note que, neste texto paralelo refere-se ao processamento simultâneo dentro de um mesmo *hardware* enquanto distribuído refere-se ao processamento simultâneo em diferentes dispositivos.

comparada a jogos cooperativos baseados no modelo de barganha de Nash em um sistema CDMA com múltiplas antenas. A partir dos resultados apresentados fica evidente que os jogos cooperativos conseguem reduzir significativamente o consumo de potência dos terminais móveis (TM). Entretanto, o algoritmo proposto não pode ser implementado de maneira distribuída, ao contrário da abordagem não-cooperativa, criando um empecilho para sua aplicação em canais reversos de sistemas reais.

Seguindo a abordagem de teoria de jogos, o problema de controle de potência em redes CDMA multi-portadora (*multi-carrier CDMA*, MC-CDMA) é modelado como um problema de equilíbrio de Nash generalizado (*generalized Nash equilibrium*, GNE) e resolvido utilizando um IWFA em (PANG et al., 2008). As condições de existência e unicidade da solução do problema de GNE são apresentadas e suas respectivas probabilidades são analisadas em um determinado cenário.

Nos estudos apresentados em (QIAN YING JUN ZHANG, 2009) foi mostrado a viabilidade do uso da programação multiplicativa linear fracionária (*multiplicative linear fractional programming*, MLFP) na alocação de potência para resolver o problema de maximização da vazão ponderada (*weighted throughput maximization*, WTM) em sistemas limitados por interferência. O algoritmo garante a convergência para a solução ótima independente da característica não convexa do problema.

1.3 Organização

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta os diversos problemas de alocação de recursos em redes sem fio de múltiplo acesso discutidos e analisados nos capítulos subsequentes. No Capítulo 3 são apresentados os diferentes cenários onde os algoritmos propostos foram testados. Em seguida, no Capítulo 4 o controle de potência baseado no equilíbrio de Verhulst é tratado, enquanto que no Capítulo 5 aborda-se o uso do PSO e no Capítulo 6 o modelo de teoria dos jogos. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas conclusões, considerações e trabalhos futuros.

1.4 Lista de Publicações

Em seguida estão listados os artigos produzidos durante o período de desenvolvimento da proposta de pesquisa (2009-2010).

1.4.1 Artigos Publicados ou Aceitos

- (A) SAMPAIO, L. D. H. ; LIMA, M. F. ; ZARPELÃO, B. B. ; PROENÇA JR, M. L. ; ABRÃO, T. . Swarm Power-Rate Optimization in Multi-Class Services DS/CDMA Networks. In: Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores e de Sistemas Distribuídos, 2010, Gramado. 28º Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores e de Sistemas Distribuídos. Gramado, 2010. p. 615-628.

- (B) SAMPAIO, L. D. H. ; LIMA, M. F. ; ZARPELÃO, B. B. ; PROENÇA JR, M. L. ; ABRÃO, T. . Power Allocation in Multirate DS/CDMA Systems Based on Verhulst Equilibrium, 2010, Cape Town. ICC'10 - International Conference on Communications: Communications: Accelerating Growth and Development, 2010. p. 1-6.3
- (C) SAMPAIO, L. D. H. ; LIMA, M. F. ; JESZENSKY, P. J. E. ; PROENÇA JR, M. L. ; ABRÃO, T. . Multirate DS/CDMA Power Allocation Based on Verhulst Equilibrium and PSO Approaches: A Complexity Analysis. In: The 13th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC 2010), Recife, 2010.
- (D) ABRÃO, T.; SAMPAIO, L. D. H.; ANGÉLICO, B. A.; JESZENSKY, P. J. E.; PROENÇA JR., M. L.. Multiple Access Wireless Networks Optimization via Heuristic Search Algorithms. (Capítulo de Livro) em Search Algorithms. Vienna, Austria. Intech Press.

1.4.2 Artigos Submetidos em Avaliação

- (E) SAMPAIO, L. D. H.; LIMA, M. F.; PROENÇA JR., M. L.; ABRÃO, T. Alocação de recursos em sistemas ds/cdma baseada na discretização da equação de equilíbrio de verhulst. Submetido ao *IEEE Latin America*, 2009.
- (F) SAMPAIO, L. D. H.; ABRÃO, T.; ANGÉLICO, B. A.; LIMA, M. F.; PROENÇA JR., M. L.; JESZENSKY, P. J. E., Hybrid Heuristic-Waterfilling Game Theory Approach in MC-CDMA Resource Allocation. Submetido a *Applied Soft-Computing*, Edição especial: 'Soft Computing Approaches in the design of energy-efficient wireless systems', Elsevier, Out. 2010.

2 O Problema

Existe uma gama muito grande de problemas de alocação de recursos. Este capítulo tem por objetivo enunciar os dois problemas tratados durante a pesquisa: o problema de minimização da potência com restrições de taxa de informação mínima e o problema de maximização da vazão do sistema dado restrições de potência máxima e taxa de informação mínima. Sendo assim, antes que os problemas possam ser descritos são necessários que alguns conceitos sejam explorados.

2.1 Definições

Abaixo são apresentadas as definições necessárias à formalização matemática dos problemas tratados:

Definição 2.1.1 A letra U designa o número de usuários no sistema; B o número de estações rádio-base (base stations, BS); N o número de sub-canais; i é o indexador dos usuários no intervalo $i = 1, \dots, U$; k é o indexador dos sub-canais no intervalo $k = 1, \dots, N$.

Definição 2.1.2 A matriz \mathbf{G} , para o uplink, é uma matriz $U \times U$ de ganhos de canal considerando os efeitos de perda de percurso, sombreamento e desvanecimento multi-percurso:

$$\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} g_{11}(k) & g_{12}(k) & \cdots & g_{1U}(k) \\ g_{21}(k) & g_{22}(k) & \cdots & g_{2U}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{U1}(k) & g_{U2}(k) & \cdots & g_{UU}(k) \end{bmatrix} \quad \forall k = 1, \dots, N; \quad (2.1)$$

já para o downlink ela é uma matriz $B \times U$:

$$\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} g_{11}(k) & g_{12}(k) & \cdots & g_{1U}(k) \\ g_{21}(k) & g_{22}(k) & \cdots & g_{2U}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{B1}(k) & g_{B2}(k) & \cdots & g_{BU}(k) \end{bmatrix} \quad \forall k = 1, \dots, N; \quad (2.2)$$

Observe que para ambos os casos a diagonal principal (g_{ii}) das matrizes contém os valores das atenuações dos links enquanto os demais elementos (g_{ij}) representam a atenuação dos sinais interferentes.

Os efeitos de atenuação do sinal considerados podem ser brevemente descritos como (TSE; VISWANATH, 2010):

- *Perda de Percurso*: é inversamente proporcional a distância entre transmissor e receptor, de tal forma que (PATZOLD, 2002):

$$L_s \propto \text{distância}^{-\gamma} \quad (2.3)$$

- *Sombreamento*: caracterizado pelo contorno do terreno e obstruções no percurso do sinal, independentemente da distância entre transmissor e receptor. Tipicamente, segue uma função de distribuição de probabilidade log-normal (PATZOLD, 2002):

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.4)$$

onde σ^2 é a variância e μ a média do processo estocástico.

- *Desvanecimento Multi-Percurso*: está atrelado à reflexão, refração e/ou espalhamento do sinal. Tipicamente, segue uma função de distribuição de probabilidade Rayleigh para casos sem linha de visada e uma distribuição Rice para casos com linha de visada. A função de distribuição de probabilidade de Rice pode ser descrita por (PATZOLD, 2002):

$$f(x) = \frac{x}{\sigma_0^2} \exp\left[-\frac{x^2 + A^2}{2\sigma_0^2}\right] I_0\left(\frac{x A}{\sigma_0^2}\right), \quad x \geq 0 \quad (2.5)$$

onde A^2 é a potência do sinal com linha de visada, $I_0(\cdot)$ é a função Bessel de ordem zero e σ_0^2 é a potência do processo aleatório de valor real Gaussiano. Observe que para $A = 0$ tem-se uma função de distribuição de probabilidade de Rayleigh. Adicionalmente, o fator Rice é definido por (PATZOLD, 2002):

$$K := \frac{A^2}{2\sigma_0^2} \quad (2.6)$$

No Capítulo 3 todos os valores dos parâmetros utilizados nos diversos cenários estão disponíveis na forma de tabelas.

Definição 2.1.3 É denominado ganho de processamento ou fator de espalhamento do sistema CDMA a razão entre a taxa de chip e a taxa de informação, ou seja:

$$F_i = \frac{r_c}{r_i} \quad (2.7)$$

onde r_c é a taxa de chip do sistema CDMA sendo maior que a taxa de informação. No padrão UMTS o valor da taxa de chip é $3,84 \times 10^6$ chips ou 3,84 Mcps.

Definição 2.1.4 A relação da potência da portadora pela interferência mais ruído (carrier to interference plus noise ratio, CINR) é a razão entre as potências do sinal pela interferência mais o ruído antes da

demodulação. Para o i ésimo usuário e a k ésima sub-portadora pode ser descrita por:

$$\Gamma_i(k) = \frac{p_i(k)|g_{ii}(k)|^2}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^U p_j(k)|g_{ij}(k)|^2 + \sigma_i^2(k)}, \quad (2.8)$$

onde p é a potência dos sinais transmitidos, σ^2 é a potência do ruído de fundo.

Definição 2.1.5 A relação sinal-interferência mais ruído, SINR, é a razão entre as potências do sinal recebido e do sinal dos interferentes mais o ruído de fundo, medidas em um mesmo instante após a demodulação. Esta razão em sistemas CDMA é ponderada pelo ganho de processamento, matematicamente:

$$\delta_i(k) = F_i \frac{p_i(k)|g_{ii}(k)|^2}{\rho \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^U p_j(k)|g_{ij}(k)|^2 + \sigma_i^2(k)} \quad (2.9)$$

onde p é a potência do sinal transmitido, σ^2 é a potência do ruído de fundo e $0 < \rho < 1$ é um fator relacionado a correlação cruzada média das sequências de espalhamento, ao emprego de técnicas de cancelamento de interferência, etc. Fica evidente que em sistemas CDMA há uma relação direta entre CINR e SINR dada por:

$$\delta_i(k) = \frac{F_i \Gamma_i(k)}{\rho} \quad (2.10)$$

Definição 2.1.6 A capacidade de um canal de múltiplo acesso com banda W e SINR δ é dada por (SHANNON, 1948; GOLDSMITH; VARAIYA, 1995; TSE; VISWANATH, 2010):

$$C = W \log(1 + \delta) \quad (2.11)$$

onde δ é obtido através da equação (2.9). Uma vez que a capacidade descrita na equação anterior é um limite, i.e. a taxa teórica máxima, é relevante incluir uma medida diferenciada para sistemas reais. Desta forma, a equação a seguir indica a taxa que o sistema pode atingir dado um gap, Λ , entre o limite teórico e a taxa de informação real (TSE; VISWANATH, 2010):

$$C = W \log\left(1 + \frac{\delta}{\Lambda}\right) \quad (2.12)$$

Nas seções subsequentes serão apresentados os diferentes problemas tratados neste trabalho. Os problemas foram modelados levando-se em consideração a alocação de recursos no *uplink*.

2.2 Alocação de Potência com Restrições de Taxa Mínima de Informação

O problema de controle de potência, como também é conhecido o enunciado no título desta seção, visa encontrar o menor valor de potência para cada transmissor dado uma taxa de informação mínima

a ser satisfeita. Matematicamente deseja-se resolver o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^U \sum_{k=1}^N p_i(k), \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{k=1}^N r_i(k) \geq r_i^* \quad \forall i = 1, \dots, U \\
 & p_i(k) \leq p_i^{\max}(k)
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

onde $p_i(k)$ é a potência e $r_i(k)$ a taxa do usuário i na n ésima sub-portadora, r_i^* é a taxa de informação mínima a ser garantida para o usuário i e $p_i^{\max}(k)$ a potência máxima por sub-canal, U e N indicam respectivamente o número de usuários e sub-canais no sistema. Note que para $N > 1$ o problema refere-se a sistemas MC-CDMA enquanto para $N = 1$ trata-se de redes DS/CDMA. Outra maneira de restringir a potência do problema em (2.13) é fazer uso de uma potência máxima total por usuário, como segue:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^U \sum_{k=1}^N p_i(k), \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{k=1}^N r_i(k) \geq r_i^* \quad \forall i = 1, \dots, U \\
 & \sum_{k=1}^N p_i(k) \leq p_i^{\max}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Observe que ambas abordagens são gerais e servem tanto para sistemas com taxa única, i.e. $r_i^* = r^* \quad \forall i = 1, \dots, U$, como múltiplas taxas. Outra forma de encarar o problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação mínima é assumir como a média ao longo dos N canais, ou seja:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^U \bar{p}_i, \\
 \text{s.a.} \quad & \bar{r}_i \geq \bar{r}_i^* \quad \forall i = 1, \dots, U \\
 & \bar{p}_i \leq \bar{p}_i^{\max}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

onde \bar{p}_i é a potência média do usuário i , \bar{r}_i e \bar{r}_i^* são, respectivamente, a taxa de informação média e a taxa média alvo; e \bar{p}_i^{\max} a potência média máxima.

Em sistemas CDMA com múltiplas células e múltiplas taxas de informação é importante que o sinal dos usuários seja detectado com uma taxa de erro de bit (*bit error rate*, BER) relativamente baixa

(visando atender um dos requisitos de QoS). Em redes de múltiplo acesso a BER está diretamente ligada a SINR observada no receptor. Adicionalmente, as restrições de taxa nos problemas (2.13), (2.14) e (2.15) também estão diretamente ligadas a SINR. Portanto, é conveniente utilizar a SINR como medida de QoS de tal forma que (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2010; SAMPAIO et al., 2010b):

$$\delta_i(k) = F_i \frac{p_i(k) |g_{ii}(k)|^2}{\rho \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^U p_j(k) |g_{ij}(k)|^2 + \sigma_i^2(k)} \geq \delta_i^*(k); \quad \forall k = 1, \dots, N \text{ e } i = 1, \dots, U \quad (2.16)$$

onde $\delta_i^*(k)$ é a SINR mínima a ser atingida.

Particularmente, em sistemas CDMA com uma portadora¹, o vetor de potências ótimo é o valor para o qual as desigualdades em (2.16) tornam-se igualdades. Observe que, dado as potências de todos os usuários exceto i , é possível calcular a potência ótima de i como segue:

$$p_i^* = \left(\frac{\delta_i^*}{F_i |g_{ii}|^2} \right) \left[\rho \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^U p_j |g_{ij}|^2 + \sigma_i^2 \right] \quad (2.17)$$

Uma vez que não há apelo em resolver o problema para um único usuário do sistema, deve-se estender a equação (2.16) para todos os usuários obtendo-se um sistema linear da forma:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} = \boldsymbol{\eta} \quad (2.18)$$

onde \mathbf{H} é definido como:

$$H_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ \frac{|g_{ij}|^2 \delta_i^*}{|g_{ii}|^2}, & i \neq j \end{cases}$$

e $\boldsymbol{\eta}$ como:

$$\boldsymbol{\eta}^T = \left[\frac{\delta_1^* \sigma_1^2}{|g_{11}|^2} \cdots \frac{\delta_i^* \sigma_i^2}{|g_{ii}|^2} \cdots \frac{\delta_U^* \sigma_U^2}{|g_{UU}|^2} \right] \quad (2.19)$$

Note que a partir da Equação (2.18) é possível resolver o problema de controle de potência em redes DS/CDMA e rearranjando a mesma obtêm-se os valores de potência ótimos dependendo somente

¹ $N = 1$

dos valores de SINR instantânea e de SINR alvo: $\mathbf{p}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1}\boldsymbol{\eta}$. Deve-se verificar que $\mathbf{p} \geq 0$, pois caso contrário não existe solução para o problema. Na sub-seção a seguir a existência de uma solução para o problema de controle de potência é discutida:

2.2.1 Estudo Sobre a Existência da Solução \mathbf{p}^*

A fim de avaliar a existência de uma solução para o problema de alocação de potência, i.e. $\mathbf{p}^* \geq 0$, são necessários alguns conceitos expostos a seguir.

Definição 2.2.1 Toda matriz quadrada $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{U \times U}$ cujos elementos são reais não-negativos (positivos) é denominada matriz não-negativa (positiva).

Definição 2.2.2 Uma matriz não-negativa $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{U \times U}$, $U \geq 1$, é denominada matriz redutível se:

1. $U = 1$ e $\mathbf{H} = \mathbf{0}$, ou
2. existe uma matriz de permutação \mathbf{T} tal que:

$$\mathbf{T}^T \mathbf{H} \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B} & \mathbf{C} \end{pmatrix}$$

onde \mathbf{A} e \mathbf{C} são matrizes quadradas. Caso contrário, \mathbf{H} é denominada matriz irredutível.

Definição 2.2.3 Seja \mathbf{H} uma matriz arbitrária e λ_e um autovalor de \mathbf{H} . O vetor coluna \mathbf{v} é denominado autovetor esquerdo de \mathbf{H} se, e somente se, $\mathbf{v}^T \mathbf{H} = \lambda_e \mathbf{v}^T$.

Definição 2.2.4 Seja $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{U \times U}$ uma matriz arbitrária. A série de Neumann tem a seguinte forma:

$$\sum_{q=0}^{\infty} \mathbf{H}^q \quad (2.20)$$

Definição 2.2.5 O conjunto de autovalores distintos de uma matriz \mathbf{H} é denominado espectro de \mathbf{H} e denotado por $\sigma(\mathbf{H})$. As seguintes propriedades são válidas:

1. $\lambda \in \sigma(\mathbf{H}) \Rightarrow \bar{\lambda} \in \sigma(\mathbf{H})$, onde $\bar{\lambda}$ representa o complexo conjugado do autovalor λ .
2. $\sigma(\mathbf{H}) = \sigma(\mathbf{H}^T)$.

Definição 2.2.6 Seja $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{U \times U}$ uma matriz quadrada. Define-se $\rho : \mathbb{R}^{U \times U} \rightarrow \mathbb{R}$ como:

$$\rho(\mathbf{H}) := \max\{|\lambda| : \lambda \in \sigma(\mathbf{H})\}. \quad (2.21)$$

O número real $\rho(\mathbf{H})$ é denominado raio espectral de \mathbf{H}

Teorema 2.2.7 Para a matriz \mathbf{H} na Definição 2.2.4, se a série de Neumann converge, então $(\mathbf{I} - \mathbf{H})$ é inversível e os seguintes enunciados são equivalentes (STAŃCZAK; WICKZANOWISK; BOCHE, 2009):

1. $\sum_{q=0}^{\infty} \mathbf{H}^q$ converge,
2. $\rho(\mathbf{H}) < 1$,
3. $\lim_{q \rightarrow \infty} \mathbf{H}^q = \mathbf{0}$

Nestes casos vale: $(\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1} = \sum_{q=0}^{\infty} \mathbf{H}^q$.

Os dois teoremas a seguir são utilizados para provar as condições de existência e unicidade da solução para o problema de controle de potência.

Teorema 2.2.8 (Teorema de Perron-Frobenius) Seja \mathbf{H} uma matriz irredutível. Logo, existe um autovalor $\lambda_p \in \sigma(\mathbf{H})$ tal que:

1. $\lambda_p = \rho(\mathbf{H}) > 0$, e portanto, $\lambda_p > |\lambda|, \forall \lambda \in \sigma(\mathbf{H}) | \lambda_p \neq \lambda$;
2. Autovetores positivos esquerdos e direitos podem ser associados a λ_p ;
3. Os autovetores associados a λ_p são únicos com múltiplos positivos;
4. λ_p é uma raiz simples da equação característica de \mathbf{H} ;
5. Se $\lambda \in \sigma(\mathbf{H})$ e $\lambda \mathbf{u} = \mathbf{H}\mathbf{u}$ para algum $\mathbf{u} \geq 0$, $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$, então $\lambda = \lambda_p$, com $\mathbf{0}$ representando o vetor nulo.

A prova do teorema de Perron-Frobenius pode ser encontrada nas páginas 360 e 361 do Apêndice A em (STAŃCZAK; WICKZANOWISK; BOCHE, 2009).

A fim de estender o Teorema 2.2.8 para matrizes redutíveis (e não-negativas) utilizamos a forma fraca do Teorema de Perron Frobenius.

Teorema 2.2.9 (Forma Fraca do Teorema de Perron-Frobenius) Seja \mathbf{H} uma matriz não-negativa, então $\lambda_p = \rho(\mathbf{H})$ é um autovalor de \mathbf{H} associado a um auto autovetor não negativo $\mathbf{p} \neq \mathbf{0}$. A prova pode ser encontrada na página 363 do Apêndice A em (STAŃCZAK; WICKZANOWISK; BOCHE, 2009).

Com estes conceitos definidos é possível verificar a existência e a unicidade de uma solução para o sistema linear em (2.18) como segue:

Teorema 2.2.10 *Seja \mathbf{H} uma matriz não-negativa e $\kappa > 0$ um escalar. Uma condição necessária e suficiente para que exista solução $\mathbf{p} \geq 0$, $\mathbf{p} \neq \mathbf{0}$, em:*

$$(\kappa\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} = \boldsymbol{\eta} \quad (2.22)$$

para qualquer $\boldsymbol{\eta} > 0$, é que $\kappa > \rho(\mathbf{H})$. Isto é, na Equação (2.18), onde $\kappa = 1$, existe solução se, e somente se $\rho(\mathbf{H}) < 1$. Neste caso existe apenas uma solução \mathbf{p} que pode ser obtida por: $\mathbf{p} = (\kappa\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1}\boldsymbol{\eta}$. A prova deste teorema está em (STANIĆZAK; WICKZANOWISK; BOCHE, 2009) e foi reproduzida a seguir:

Prova Assuma que a solução $\mathbf{p} \geq 0$ para (2.22) exista. Uma vez que $\boldsymbol{\eta}$ é um vetor positivo, i.e. $\boldsymbol{\eta} > 0$, conclui-se a partir de $\kappa\mathbf{p} = \mathbf{H}\mathbf{p} + \boldsymbol{\eta}$ que $\mathbf{H}\mathbf{p} < \kappa\mathbf{p}$. Como $\mathbf{p} \geq 0$ e \mathbf{H} é uma matriz não negativa fica evidente que: $\mathbf{H}\mathbf{p} \geq 0$. Isto mantém-se apenas se $\kappa > 0$ e $\mathbf{p} > 0$. Agora considere o vetor coluna $\mathbf{v} \geq 0$, $\mathbf{v} > \mathbf{0}$, um autovetor esquerdo de \mathbf{H} associado com $\rho(\mathbf{H})$. Pelo Teorema 2.2.9, este autovetor existe, e portanto $\mathbf{v}^T\mathbf{H}\mathbf{p} = \rho(\mathbf{H})\mathbf{v}^T\mathbf{p}$. Por conseguinte, $\mathbf{H}\mathbf{p} < \kappa\mathbf{p} \Rightarrow \rho(\mathbf{H})\mathbf{v}^T\mathbf{p} < \kappa\mathbf{v}^T\mathbf{p}$. Pelo fato que $\mathbf{p} > 0$ e $\mathbf{v}^T \geq 0$, e consequentemente $\mathbf{v}^T\mathbf{p} > 0$, segue que $\rho(\mathbf{H}) < \kappa$. Isto garante a existência de uma solução, deve-se provar que a mesma é única.

Agora assumo que $\kappa > \rho(\mathbf{H})$. Pelo Teorema 2.2.7, a seguinte série de Neumann converge:

$$(\kappa\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1} = \kappa^{-1}(\mathbf{I} - \kappa^{-1}\mathbf{H})^{-1} = \kappa^{-1} \sum_{l=0}^{\infty} (\kappa^{-1}\mathbf{H})^l, \quad (2.23)$$

Por \mathbf{H} ser não-negativa tem-se que $(\kappa\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1} \geq 0$. Além disso, uma vez que $(\kappa^{-1}\mathbf{H})^0 = \mathbf{I}$, cada linha de $(\kappa\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1}$ possui ao menos um elemento positivo. Desta forma, como $\boldsymbol{\eta} > 0$, deve-se ter que $(\kappa\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1}\boldsymbol{\eta} > 0$ para qualquer $\boldsymbol{\eta} > 0$. Unindo as equações obtem-se: $\mathbf{p} = (\kappa\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1}\boldsymbol{\eta} > 0$, que é o único vetor solução.

Fica evidente que, dado uma matriz \mathbf{H} conforme (2.19) existe uma solução para o problema de controle de potência se, e somente se, $\rho(\mathbf{H}) < 1$.

2.3 Alocação de Potência e Taxa - Maximizando a Vazão do Sistema

Neste tipo de problema o objetivo é maximizar a vazão do sistema garantindo simultaneamente restrições de taxa de informação mínima e potência de transmissão máxima. Este problema emerge junto a grande demanda de tráfego devido aos novos serviços disponíveis nas redes, principalmente a transferência de dados que exige simultaneamente uma BER baixa e uma taxa de informação alta. Matematicamente:

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{i=1}^U \sum_{k=1}^N r_i(k), \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{k=1}^N r_i(k) \geq r_i^* \quad \forall i = 1, \dots, U \\
& p_i(k) \leq p_i^{\max}(k)
\end{aligned} \tag{2.24}$$

De forma análoga ao problema anterior, se $N > 1$ trata-se de uma rede MC-CDMA e para $N = 1$ de uma rede DS/CDMA. Adicionalmente, as restrições de potência podem ser reescritas como em (2.14) e o problema pode ser modelado considerando potências e taxas de informação médias.

3 Cenários

A fim de avaliar o desempenho dos algoritmos de alocação de recursos, diferentes cenários para simulações foram criados. Nas subseções a seguir são apresentadas as características de cada caso, bem como uma tabela de parâmetros. Em todos os cenários foram considerados canais de múltiplo acesso com ruído de fundo do tipo ruído aditivo gaussiano branco (*additive white gaussian noise, AWGN*).

3.1 Cenário 1

O primeiro cenário é o menos realista dos cenários considerados sendo descrito por sete células, cada uma contendo apenas um *link*; apresenta geometria hexagonal onde as estações rádio-base e os terminais móveis estão dispostos conforme a Figura 3.1. Este foi o único cenário onde o *link* direto foi analisado.

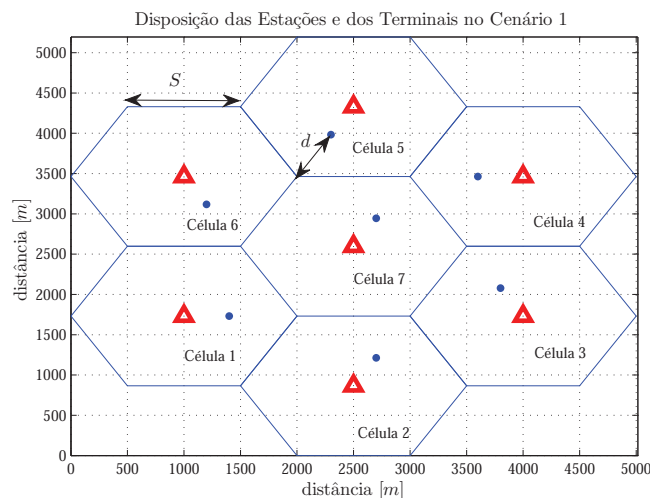


Figura 3.1: Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 1.

Note na Figura 3.1 que S é um parâmetro referente ao lado de cada célula (hexágono) e d é a distância normalizada¹. Adicionalmente esta situação caracteriza-se por conter uma baixa densidade de interferência, i.e. poucos interferentes por quilômetro quadrado $\left[\frac{Interf}{Km^2} \right]$. Os demais parâmetros referentes a este cenário estão contidos na Tabela 3.1.

¹A distância é normalizada pelo comprimento do lado da célula, S .

Tabela 3.1: Valores dos Parâmetros para o Cenário 1.

Parâmetros	Valores Adotados
<i>Sistema MC-CDMA</i>	
Potência de ruído	$\sigma_i^2 = -63$ [dBm]
Taxa de <i>chip</i>	$r_c = 3,84 \times 10^6$ chips/seg
Relação Sinal-Ruído Mínima	$SNR_{\min} = 4$ dB
Potência Máxima por Sub-Canal	$p_{\max} = 6$ [W]
Duração de 1 <i>time slot</i>	$T_{\text{slot}} = 666,7 \mu\text{s}$ ou $R_{\text{slot}} = 1500$ slots/s
# Terminais móveis	$U = 7$
# Estações Rádio-Base	$B = 7$
Geometria da Célula	hexagonal, com $S = 1$ Km
# sub-canais	32 (MC-CDMA)
Densidade de Interferência por sub-canal	$\mathcal{I} \approx 0,24$ $\left[\frac{\text{Interf}}{\text{Km}^2}\right]$
Correlação cruzada média	$\rho \in \{0,35;1\}$
<i>Ganho de Canal</i>	
Canal	<i>link</i> direto
Perda de Percurso,	$\gamma \in \{2,6\}$ ou com γ definido em (3.1)
Desvanecimento de Pequena Escala	Rayleigh - Soma complexa de duas gaussianas de média zero e $\sigma^2 = d^2$; 6 percursos
<i>Tipos de Usuários</i>	
Sistema taxa-única com 2 <i>profiles</i>	1 ou 2 bits/simb/sub-canal $\forall U$ usuários

$$\gamma = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 6 & 6 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 6 & 6 & 6 & 4 \\ 6 & 4 & 2 & 4 & 6 & 6 & 4 \\ 6 & 6 & 4 & 2 & 4 & 6 & 4 \\ 6 & 6 & 6 & 4 & 2 & 4 & 4 \\ 4 & 6 & 6 & 6 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

A matriz (3.1) representa diferentes valores de γ para cada *link*, de tal forma que cada linha representa o expoente da perda de percurso para aquela estação rádio-base em relação aos terminais móveis (colunas). Sendo assim, dado uma das sete células, assume-se $\gamma = 4$ para os terminais móveis adjacentes, os TMs não adjacentes admite-se $\gamma = 6$ e para o respectivo link dentro de cada célula $\gamma = 2$.

Observe na Tabela 3.1 e, posteriormente, nas Tabelas 3.2 e 3.3 que a potência máxima por sub-canal é de 6W. Embora seja uma potência elevada, ao longo do trabalho descrito no Capítulo 6 notou-se a necessidade de se trabalhar com potências deste nível a fim de estender o conjunto de potências que podem ser utilizadas, visto que a existência de uma solução não garante que a mesma está dentro deste domínio de valores de potência por sub-canal.

3.2 Cenário 2

O segundo cenário foi concebido com base na situação proposta em (QIAN YING JUN ZHANG, 2009). Trata-se de quatro links divididos em quatro células. Os parâmetros d_1 e d_2 , como indicados na Figura 3.2, definem a distância entre as quatro células (d_1) e entre o terminal móvel e a estação rádio-base (d_2). Devido à maior densidade de interferentes, este cenário tem maior proximidade com a realidade que o primeiro.

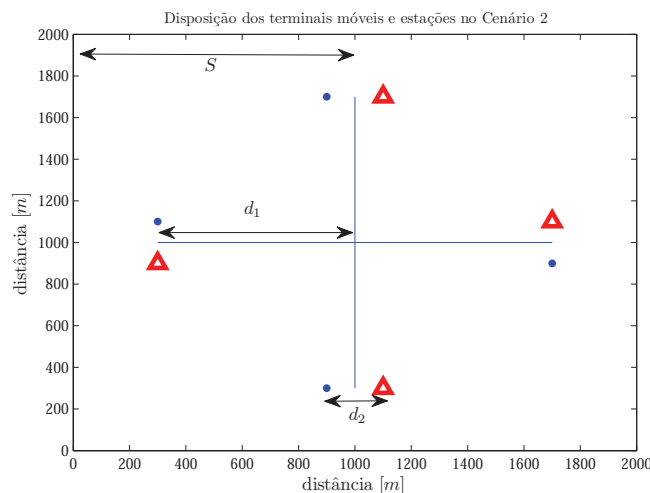


Figura 3.2: Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 2.

Observe na Figura 3.2 que d_1 e d_2 são as distâncias normalizadas em relação ao parâmetro S . Na Tabela 3.2 estão os valores dos parâmetros para o cenário 2.

Nesta situação, a informação é enviada do terminal móvel para a estação, fazendo com que as demais unidades móveis da rede tornem-se interferentes (*uplink*). Adicionalmente, a densidade de interferência é três vezes maior que a do cenário 1, tornando este mais condizente com a realidade.

3.3 Cenário 3

O cenário três descreve uma situação com alta densidade de interferentes por quilômetro quadrado em relação aos cenários já discutidos, com quatro células de geometria retangular, cada uma com quatro usuários, resultando em uma densidade média de $3,75 \left[\frac{Interf}{Km^2} \right]$. A Figura 3.3 mostra a disposição dos elementos do sistema no cenário 3.

Analogamente ao cenário 1, o parâmetro d nesta situação é normalizado em relação ao lado da célula, S . Na Tabela 3.3 encontram-se os valores dos parâmetros utilizados para o cenário 3.

Tabela 3.2: Valores dos Parâmetros para o Cenário 2.

Parâmetros	Valores Adotados
<i>Sistema MC-CDMA</i>	
Potência de ruído	$\sigma_i^2 = -63$ [dBm]
Taxa de <i>chip</i>	$r_c = 3,84 \times 10^6$ chips/seg
Relação Sinal-Ruído Mínima	$SNR_{\min} = 4$ dB
Potência Máxima por Sub-Canal	$p_{\max} = 6$ [W]
Duração de 1 <i>time slot</i>	$T_{\text{slot}} = 666,7 \mu\text{s}$ ou $R_{\text{slot}} = 1500$ slots/s
# Terminais móveis	$U = 4$
# Estações Rádio-Base	$B = 4$
Geometria da Célula	retangular, com $S = 1$ Km
# sub-canais	32 (MC-CDMA)
Densidade de Interferência por sub-canal	$\mathcal{I} \approx 0,75$ [$\frac{\text{Interf}}{\text{Km}^2}$]
Correlação cruzada média	$\rho \in \{0,35;1\}$
<i>Ganho de Canal</i>	
Canal	<i>link</i> reverso
Perda de Percurso,	$\gamma = -2$
Desvanecimento de Pequena Escala	Rayleigh - Soma complexa de duas gaussianas de média zero e $\sigma^2 = (d_2)^2$; 6 percursos
<i>Tipos de Usuários</i>	
Sistema taxa-única	1 bits/simb/sub-canal $\forall U$ usuários

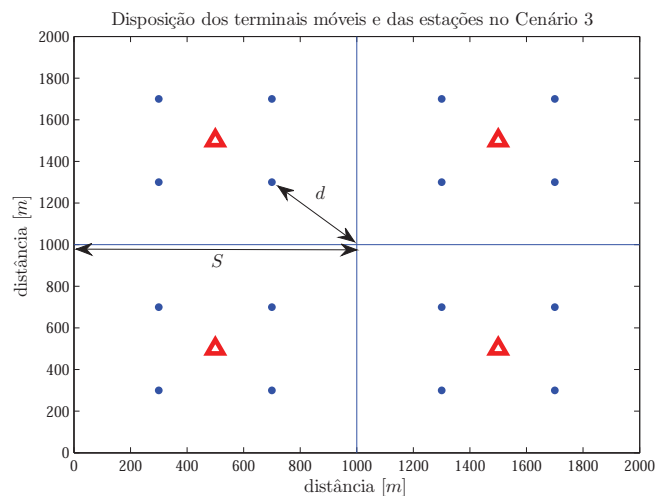
Figura 3.3: Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 3.

Tabela 3.3: Valores dos Parâmetros para o Cenário 3.

Parâmetros	Valores Adotados
	<i>Sistema MC-CDMA</i>
Potência de ruído	$\sigma_i^2 = -63$ [dBm]
Taxa de <i>chip</i>	$r_c = 3,84 \times 10^6$ chips/seg
Relação Sinal-Ruído Mínima	$SNR_{\min} = 4$ dB
Potência Máxima por Sub-Canal	$p_{\max} = 6$ [W]
Duração de 1 <i>time slot</i>	$T_{\text{slot}} = 666,7 \mu\text{s}$ ou $R_{\text{slot}} = 1500$ slots/s
# Terminais móveis	$U = 16$
# Estações Rádio-Base	$B = 4$
Geometria da Célula	retangular, com $S = 1$ Km
# sub-canais	32 (MC-CDMA)
Densidade de Interferência por sub-canal	$\mathcal{I} \approx 3,75$ $\left[\frac{\text{Interf}}{\text{Km}^2}\right]$
Correlação cruzada média	$\rho \in \{0,35;1\}$
	<i>Ganho de Canal</i>
Canal	<i>link</i> reverso
Perda de Percurso, Desvanecimento de Pequena Escala	$\gamma = -2$, Rayleigh - Soma complexa de duas gaussianas de média zero e $\sigma^2 = d^2$; 6 percursos
	<i>Tipos de Usuários</i>
Sistema taxa-única	1 bits/simb/sub-canal $\forall U$ usuários

3.4 Cenário 4

O cenário quatro representa uma situação realista em termos de disposição dos usuários, uma vez que esta é feita de maneira aleatória, porém, com uma densidade de interferentes por quilômetro quadrado em um intervalo que abrange situações pouco realistas até situações reais quando comparadas as condições do primeiro cenário: $[0, 2, 10] \left[\frac{\text{Interf}}{\text{Km}^2}\right]$. A Figura 3.4 apresenta a disposição aleatória dos usuários ao longo da área de cobertura das quatro células. Adicionalmente, os parâmetros de simulação encontram-se na Tabela 3.4.

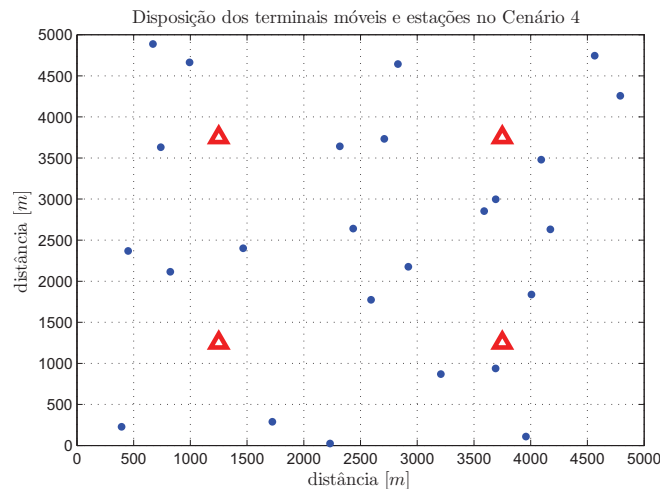


Figura 3.4: Disposição das estações rádio-base Δ e dos terminais móveis \bullet no Cenário 4.

É importante ressaltar que este cenário leva em consideração a diversidade espacial e portanto os usuários não estão pré-ajustados em suas respectivas BS. O terminal móvel transmite para a estação rádio-base com a melhor situação de canal naquele *time slot*. Este artifício beneficia os usuários ao custo de um *overhead* de comunicação uma vez que as estações necessitam trocar informação constantemente para determinar os elos TM-BS.

Adicionalmente, admite-se a) erros nas estimativas de canal, modelados através de uma distribuição uniforme: $\hat{G} = (1 + \varepsilon)G$, sendo $\varepsilon \sim \mathcal{U}(-v, v)$ com v tipicamente no intervalo $[0, 02; 0, 2]$, para maiores detalhes, veja Seção 4.4. b) usuários com três possibilidades de taxas: voz, vídeo e dados; cujas BER máximas toleradas são, respectivamente: 5×10^{-3} ; 5×10^{-5} ; 5×10^{-8} .

Observe que a potência máxima para cada usuário é, nos casos com o maior carregamento de sistema, 35dBm. Este valor, embora alto, é necessário para garantir o QoS de carregamentos de 250 usuários. Note ainda que poucos trabalhos na literatura possuem simulações com números de usuários ativos no sistema desta magnitude.

Tabela 3.4: Parâmetros para o Cenário 4

Parâmetros	Valores Adotados
<i>Sistema DS/CDMA</i>	
Potência de ruído	$P_n = -63$ [dBm]
Taxa de <i>chip</i>	$r_c = 3,84 \times 10^6$ chips/seg
Relação Sinal-Ruído Mínima	$SNR_{\min} = 4$ dB
Potência máxima por usuário	$p_{\max} = [20, 35]$ [dBm]
Potência mínima por usuário	$p_{\min} = \sigma_i^2$
Duração do <i>time slot</i>	$T_{\text{slot}} = 666,7 \mu\text{s}$ ou $R_{\text{slot}} = 1500$ slots/s
# terminais móveis	$U \in [2, 250]$
# estações rádio-base	$B = 4$
geometria da célula	retangular, com $S = 5$ Km
# sub-canais	1 (DS/CDMA)
distribuição dos terminais móveis.	$\sim \mathcal{U}[S, S]$
Densidade de Interferência por sub-canal	$\mathcal{I} \approx [0, 2; 10]$ [$\frac{\text{Interf}}{\text{Km}^2}$]
Correlação cruzada média	$\rho = 1$
<i>Canal</i>	
Perda de percurso	$\propto \text{distância}^{-2}$
sombreamento	log-normal descorrelacionado com média zero e $\sigma^2 = 6$ dB
Desvanecimento de pequena escala	Rice: $[0, 6; 0, 4]$, Fator Rice = 6dB
Max. Frequência Doppler	$f_{D \max} \in \{11, 1; 90\}$ Hz
Erro nas estimativas de Canal	$\hat{G} = (1 + \varepsilon)G$, onde $\varepsilon \sim \mathcal{U}[\pm v]$ $v = 0 : 0,02 : 0,2$
<i>Sistema Multi-taxa</i>	
# Classes de usuários	(voz, video, dados)
Taxas das classes	$e_{\min} = [\frac{1}{128}; \frac{1}{32}; \frac{1}{16}]r_c$ [bps]
BER alvo das classes	BER = $[5 \times 10^{-3}; 5 \times 10^{-5}; 5 \times 10^{-8}]$

4 Controle de Potência Utilizando o Modelo de Verhulst

Neste capítulo o problema de controle de potência em sistemas DS/CDMA multi-taxa descrito na Equação (2.13), com $N = 1$, é solucionado através do modelo populacional de Verhulst, o qual pode ser descrito por (VERHULST, 1838):

$$\dot{p} = z(p) = p \left(1 - \frac{p}{p^*} \right), \quad (4.1)$$

Proposto em (VERHULST, 1838), o modelo foi primeiramente idealizado para descrever a dinâmica populacional com base nas limitações de alimentos e espaço, i.e. Verhulst tentara descrever o número de indivíduos de uma espécie biológica em determinado instante do tempo, denotado como $p(t)$. As restrições de recursos impedem o crescimento ilimitado da população e são considerados no termo p^* em (4.1) que causam uma redução na taxa de crescimento. Integrando-se analiticamente a Equação (4.1) obtem-se (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2010):

$$p(t) = \frac{\exp(t)p(0)p^*}{p^* + p(0)[\exp(t) - 1]}, \quad (4.2)$$

cujo comportamento assintótico é dado por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = p^*, \quad (4.3)$$

para qualquer condição inicial estritamente positiva $p(0)$ como é possível observar na Figura 4.1:

Note que para uma condição inicial $p(0) > p^*$ (ou $< p^*$) a derivada primeira de (4.2) é sempre negativa (ou positiva), de tal forma que $p(t) \geq p^* \forall t \in [0, \infty)$ (ou $\leq p^*$).

É possível ainda reescrever a Equação (4.1) na forma de matrizes a fim de possibilitar a análise simultânea de mais de uma espécie (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2010):

$$\dot{\mathbf{p}} = z(\mathbf{p}) = \mathbf{p} \otimes (\mathbf{u} \ominus \mathbf{p} \oslash \mathbf{p}^*), \quad (4.4)$$

onde $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_U]^T$, $\mathbf{u} = [1, 1, \dots, 1]^T$ e $\mathbf{p}^* = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_U^*]$ e os operadores efetuam

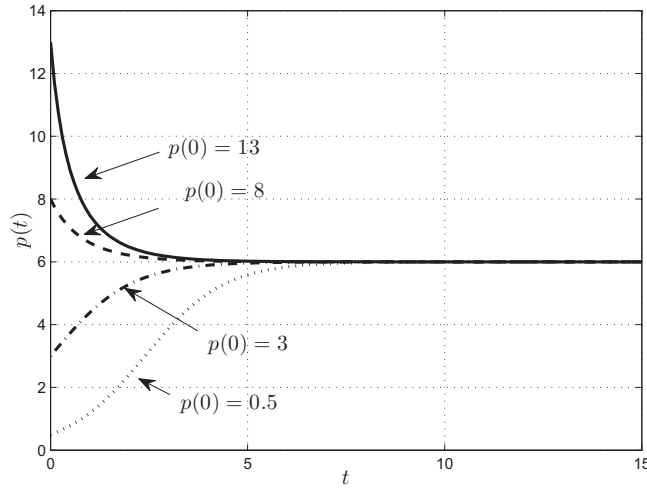


Figura 4.1: Curvas para a Equação (4.2) com diferentes $p(0)$ e $p^* = 6$.

operações ponto a ponto nas matrizes. Assumindo que a evolução do vetor de potência se dá da mesma maneira que o de uma população e que p está próximo de \mathbf{p}^* , dado um número suficiente de iterações n , é possível reescrever (2.18) da forma (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2010):

$$(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} = \boldsymbol{\eta} \Leftrightarrow \mathbf{p}^* = \mathbf{H}\mathbf{p} + \boldsymbol{\eta} \quad (4.5)$$

e aplicar na Equação (4.4), obtendo-se:

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{p} \otimes [\mathbf{u} - \mathbf{p} \otimes (\mathbf{H}\mathbf{p} + \boldsymbol{\eta})], \quad (4.6)$$

Desta forma, a função $z(\cdot)$ resulta em:

$$z(-(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} + \boldsymbol{\eta}) = \mathbf{p} \otimes [\mathbf{u} - \mathbf{p} \otimes (\mathbf{H}\mathbf{p} + \boldsymbol{\eta})], \quad (4.7)$$

e neste caso, o formato da função fica dependente da matriz \mathbf{H} e do vetor $\boldsymbol{\eta}$. Discretizando-se a Equação (4.6) através do método de integração numérica de Euler obtem-se (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2010):

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(n+1) &= \mathbf{F}(\mathbf{p}[n]) \\ &= \alpha \mathbf{p}[n] \otimes \{\mathbf{u} - \mathbf{p}[n] \otimes [\mathbf{H}\mathbf{p}[n] + \boldsymbol{\eta}]\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde para cada elemento do vetor de equações em (4.8) tem-se:

$$\begin{aligned}
F_i(\mathbf{p}[n]) &= (1 + \alpha)p_i[n] - \frac{\alpha}{\delta_i^*} \mu_i(\mathbf{p}) p_i^2, \\
&= (1 + \alpha)p_i[n] - \alpha \left[\frac{\delta_i[n]}{\delta_i^*} \right] p_i[n]
\end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\text{onde } \mu_i(\mathbf{p}) = \frac{|g_{ii}|^2}{\sum_{j \neq i}^U |g_{ij}|^2 p_j + \sigma_i^2}$$

ou seja, as equações em (4.8) são equivalentes ao seguinte conjunto de equações escalares (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2010):

$$p_i(n+1) = (1 + \alpha)p_i[n] + \alpha \left[\frac{\delta_i[n]}{\delta_i^*} \right] p_i[n] \quad \forall i = 1, \dots, U. \tag{4.10}$$

onde $p_i(n+1)$ e $p_i[n]$ são as potências do usuário i nas iterações $n+1$ e n , respectivamente; α é o coeficiente de aceleração tal que $\alpha \in [0, 1]$, $\delta_i[n]$ é a SINR do usuário i na iteração n e δ_i^* é a SINR a ser garantida para o usuário i . Note que a Equação (4.10) está sujeita as restrições do problema de controle de potência em (2.13).

A recursão (4.10) pode ser efetivamente implementada na i -ésima unidade móvel uma vez que todos os parâmetros necessários (α , QoS determinado por δ_i^* e a potência transmitida no *slot* anterior, $p_i[n]$), exceto $\delta_i[n]$, podem ser considerados conhecidos na unidade móvel i . O SINR $\delta_i[n]$ só pode ser obtido na estação base correspondente que demodula o sinal do usuário i . Desta forma, a estação rádio-base estima $\delta_i[n]$, quantiza o correspondente valor em um número conveniente de bits, e transmite essa informação para o i -ésimo usuário através do canal direto. Assim, (4.10) depende apenas de parâmetros locais, permitindo que o controle de potência possa ser implementado de forma distribuída, ou seja, em cada um dos U enlaces reversos (terminais móveis para estação-base) o controle de potência é operado separadamente, o que justifica denominar este um algoritmo distribuído de alocação de potência, DPCA (SAMPAIO et al., 2009, 2010a).

4.1 Convergência do DPCA

De acordo com (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2006, 2010) a região do hiperespaço que contém todos os pontos, que através a aplicação sucessiva da função $\mathbf{F}(\cdot)$ atingem o ponto \mathbf{p}^* , é chamada domínio de atração do mapeamento $\mathbf{p}[n+1] = \mathbf{F}(\mathbf{p}[n])$. Fica evidente que, a fim de encontrar esta região é necessário evitar uma escolha não apropriada para o ponto $\mathbf{p}[0]$ em (4.9). A fim de determinar esta região e garantir a convergência do DPCA Verhulst 12 proposições foram estabelecidas em (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2010), e sendo reproduzidas no Anexo A.

4.2 Qualidade da Solução × Tempo de Convergência

A qualidade da solução alcançada pela equação iterativa de Verhulst (4.10) é medida por quão próximo $p[n]$ está da solução ótima, e pode ser quantificada por meio do erro quadrático médio normalizado (*normalize mean squared error*, NMSE), quando o equilíbrio é alcançado. A definição do NMSE é dada por (SAMPAIO et al., 2009, 2010a):

$$NMSE[n] = \mathbb{E} \left[\frac{\|\mathbf{p}[n] - \mathbf{p}^*\|^2}{\|\mathbf{p}^*\|^2} \right], \quad (4.11)$$

onde $\|\cdot\|^2$ denota a distância Euclidiana para a origem, e $\mathbb{E}[\cdot]$ o operador de esperança estatística.

Por outro lado, a velocidade de convergência da equação de Verhulst é ditada pelo parâmetro α . Assim, para valores pequenos de fator de convergência, ou seja, $\alpha \rightarrow 0$, a convergência é lenta, mas o NMSE após a iteração I é bem menor quando comparado à configuração oposta: a convergência é rápida quando $\alpha \rightarrow 1$, mas o NMSE cresce.

Tendo em vista acelerar a convergência, foram propostos dois critérios adaptativos para o fator de convergência (em função da evolução do número de iterações), baseados em a) diferença entre SINR instantânea e SINR alvo; b) mapeamento na tangente hiperbólica para essa diferença, como segue:

$$\text{a) } \alpha_i[n] = \min \left\{ \alpha_{\max}; \frac{|\delta_i[n-1] - \delta_i^*|}{\delta_i^*} + \alpha_{\min} \right\}, \quad (4.12)$$

$$\text{b) } \alpha_i[n] = \max \{ \alpha_{\min}; \tanh(|\delta_i[n-1] - \delta_i^*|) \}, \quad (4.13)$$

com $\alpha_{\min} = 0,10$ e $\alpha_{\max} = 0,95$.

4.3 Resultados Numéricos

Tendo em vista comprovar a validade do método de otimização proposto, simulações numéricas foram realizadas utilizando plataforma MatLab ver.7.3. Os resultados descritos neste capítulo foram obtidos em simulações sob a perspectiva do Cenário 4 descrito na Seção 3.4 com as seguintes particularizações:

Tabela 4.1: Parâmetros para específicos para o DPCA

Parâmetros	Valores Adotados
<i>Sistema DS/CDMA</i>	
Potência máxima por usuário	$p_{\max} = 20$ [dBm]
# terminais móveis	$U \in [5, 30]$
Densidade de Interferência por sub-canal	$\mathcal{I} \approx [0, 2; 1, 2]$ $\left[\frac{\text{Interf}}{\text{Km}^2} \right]$
<i>Canal</i>	
Max. Frequência Doppler	$f_{D\max} \in \{11, 1; 90\}$ Hz

Todos os enlaces TM-BS estão sujeitos a desvanecimentos lentos, ou seja, a seguinte relação é

sempre satisfeita:

$$T_{\text{slot}} < (\Delta t)_c \approx \frac{1}{f_{D_{\text{max}}}} \quad (4.14)$$

onde T_{slot} é a duração do *slot* temporal, e $(\Delta t)_c$ é o tempo de coerência do canal¹ e $f_{D_{\text{max}}}$ é a máxima frequência Doppler, diretamente proporcional à velocidade do terminal móvel. Nesta condição, cada atualização de potência realizada pelo DPCA ocorre com taxa T_{slot}^{-1} , assumida aqui igual a $R_{\text{slot}} = 1500$ atualizações por segundo. I iterações são realizadas pelo algoritmo a cada T_{slot} segundos. A recursão em (4.10) deve convergir para o ponto ótimo antes que cada ganho de canal g_{ij} experimente mudanças significativas. Note que satisfazendo (4.14) as matrizes de ganho permanecem aproximadamente estáticas durante um intervalo do processo de convergência.

Os resultados de simulação discutidos a seguir foram obtidos sob duas condições de canal:

- a) canal estático, situação em que os coeficientes de canal permanecem constantes durante todo o processo de convergência (N iterações), i.e., por um período igual ou maior que T_{slot} ;
- b) canal dinâmico: os coeficientes sofrem modificações conforme o tempo de coerência do canal, sendo observada a condição de desvanecimento lento da Equação (4.14) na forma de igualdade, para as duas mobilidades adotadas, i.e., pedestre e veicular ($f_{D_{\text{max}}} \leq 90\text{Hz}$). Observe-se que nesta condição procurou-se quantificar o menor número de iterações necessário à convergência em termos de NMSE aceitável. Com isto, foi possível avaliar a viabilidade de implementação do algoritmo de alocação de potência de Verhulst em sistemas multitaxas sob canais e condições realistas. Esta condição é analisada na subseção 4.6.

4.3.1 Desempenho e Convergência Típicos sob Diferentes α 's

O comportamento típico de convergência para canal estático, α fixo, $U = 7$ usuários multitaxa, com alocação de taxa aleatória e uniformemente distribuída entre três classes, $[\frac{1}{128}; \frac{1}{32}; \frac{1}{16}]R_c$ [bps], é mostrada na Figura 4.2, para CIR (dois gráficos esquerda) e solução para alocação de potência (dois gráficos direita). Platô indica a convergência para o vetor de potência solução, e as linhas pontilhadas (P_{opt} na legenda) indicam a solução analítica, i.e., o vetor de potência ótimo \mathbf{p}^* , dado por (2.18). Observe a rápida convergência de todos os usuários quando $\alpha = 0,9$, ou seja, $I \approx 25$ iterações, contra ≈ 150 para $\alpha = 0,1$. Evidentemente, a qualidade da solução nas duas situações são distintas, como discutido na próxima seção.

4.4 Desempenho sob Erros de Estimativas de Canal

Em um cenário real, as estimativas de SINR na BS não são perfeitas, no sentido de que os valores estimados apresentam uma característica de erro aleatório. A fim de incorporar esta característica, um

¹Corresponde ao intervalo de tempo em que as características do canal não sofrem variações expressivas.

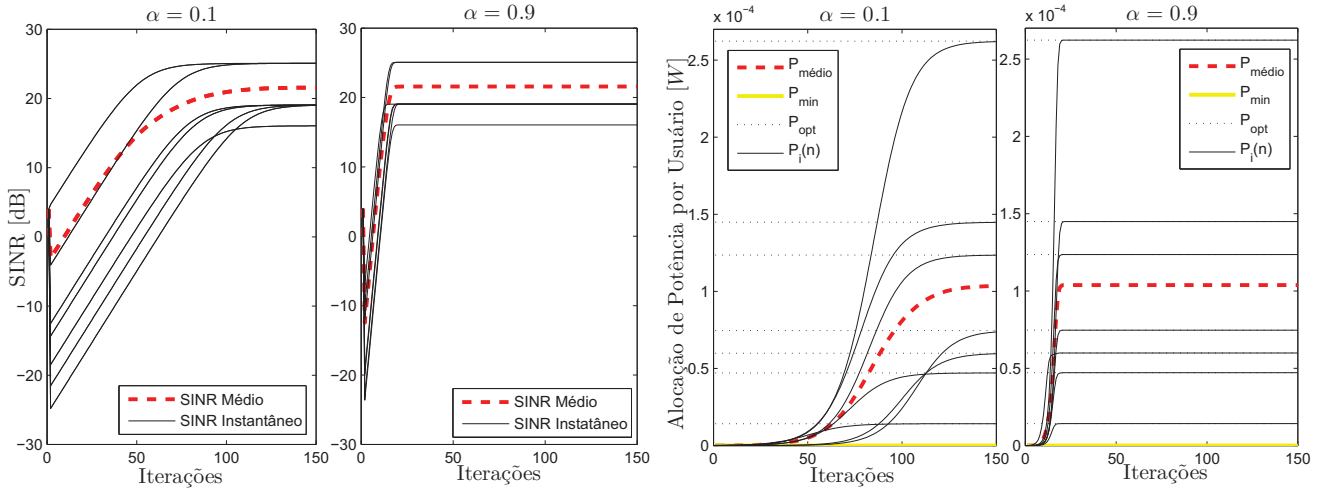


Figura 4.2: SINR e convergência de potência para $U = 7; r_{i,min} = [120, 120, 240, 120, 30, 120, 30][Kbps]$. $\alpha = 0, 1$ e $0, 9$

erro aleatório é adicionado a cada elemento da matriz de ganho do canal, a cada iteração. A relação entre os valores estimados e verdadeiros de ganho de canal é dada por:

$$\widehat{g}_{ij} = (1 + \varepsilon)g_{ij},$$

sendo ε considerada uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $[-v; v]$. Nas simulações apresentadas, foram adotados valores para o erro de estimação v na faixa de 0 a 0,2, em passos de 0,02.

4.4.1 Dependência da Qualidade da Solução em Termos de α

Uma vez que temos alguma idéia de quão rápido o algoritmo de Verhulst atinge o equilíbrio para diferentes valores de α , é importante determinar a qualidade da solução em termos do tempo de convergência. Para a mesma configuração de sistema da Figura 4.2, obtemos na Figura 4.3 a razão do NMSE associado a diferentes fatores de convergência:

$$NMSE_{ER} = \frac{NMSE(\alpha = 0, 9)}{NMSE(\alpha = 0, 1)} = \frac{NMSE(\text{converg. rápida})}{NMSE(\text{converg. lenta})} \quad (4.15)$$

Verifica-se na Figura 4.3 que independentemente dos erros nas estimativas do canal v , a qualidade da solução para ambos $\alpha = 0, 9$ (convergência rápida) e $\alpha = 0, 1$ (lenta) na região final das iterações ($n > 170$) mostra elevada similaridade ($NMSE_{ER} \approx 1$), mas com uma ligeira vantagem em termos de convergência para $\alpha = 0, 1$. Nesta região, para ambos os fatores convergência, o algoritmo aproxima-se da solução ótima com mesma velocidade; como consequência, $NMSE_{ER} \rightarrow 1$. Inversamente, na região inicial, ou seja entre 23 e ≈ 120 iterações, o algoritmo com $\alpha = 0, 9$ produz uma solução muito melhor, resultando em $NMSE(\alpha = 0, 9) \ll NMSE(\alpha = 0, 1)$. Devido ao número insuficiente de iterações, o algoritmo não é capaz de alcançar a completa convergência para $\alpha = 0, 1$ para $n < 150$.

Portanto, a melhor escolha de valor para α depende da limitação do número máximo de iterações. Se o número de iterações é uma preocupação, devido a limitações de processamento, hardware, combinados a um cenário de rapidez do canal, a escolha natural consiste em ajustar o fator de convergência o mais elevado possível, mesmo sacrificando a precisão da solução. Caso contrário valores baixos para α produzem um NMSE ligeiramente menor.

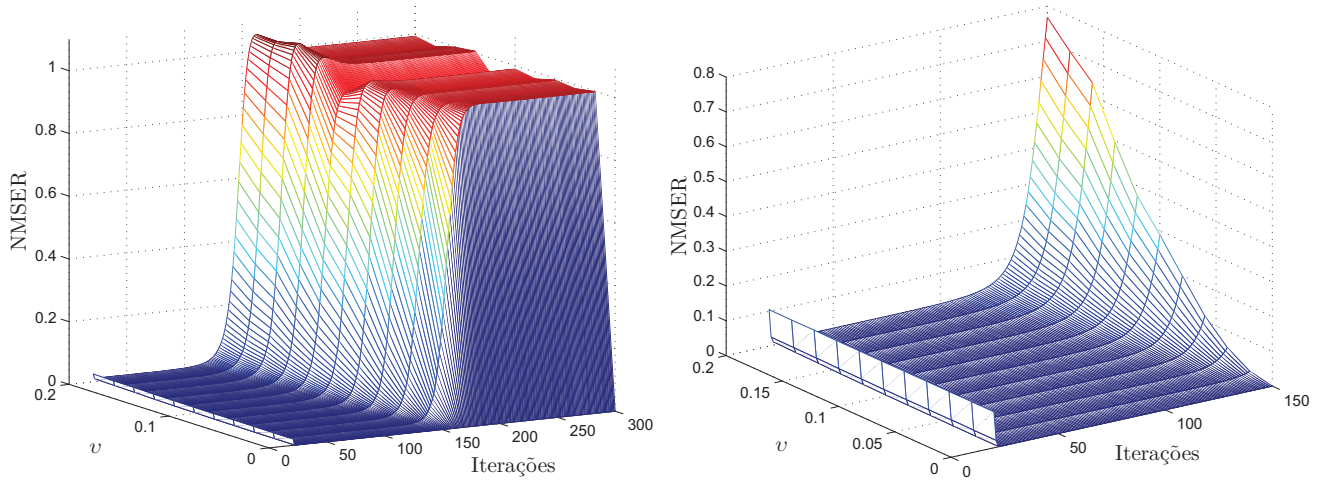


Figura 4.3: Taxa de NMSE considerando comportamento de convergência de potência rápido ($\alpha = 0,9$) e lento ($\alpha = 0,1$) de $U = 7$ terminais móveis, e v valores de erro de estimativa para ganho de canal. O gráfico inferior é uma ampliação em $n \in [21; 150]$ iterações iniciais.

4.4.2 Qualidade da Solução como Função do Carregamento de Sistema

A Figura 4.4 mostra o comportamento do NMSE após $I = 1000$ iterações, quando tanto o erro nas estimativas do ganho de canal v quanto o carregamento de sistema crescem; considerou-se $U = 10, 20$ e 30 terminais móveis com diferentes realizações aleatórias para a distribuição em classes (usuários uniformemente distribuídos nas três taxas de dados, 30, 120 e 240 Kbps). O fator de convergência foi assumido como fixo $\alpha = 0,2$. Os valores de NMSE foram obtidos sobre $TR = 100$ realizações de convergência para cada combinação de U , v e taxas de usuários.

Observe ainda na Figura 4.4 que os valores NMSE são mais elevados para sistemas com baixos carregamentos ($U = 10$), mostrando um aumento na taxa de degradação da solução quando as estimativas dos erros de canal v aumentam. Essa tendência encontra explicação por efeito da granularidade, ou seja, sob elevados carregamentos, a norma da distância entre a solução obtida e a ótima resulta em valores menores devido à granularidade, quando comparada aos casos de baixos carregamentos de sistema (U reduzido). Em termos de NMSE, os erros nas estimativas de canal têm um efeito progressivo sobre a qualidade da solução.

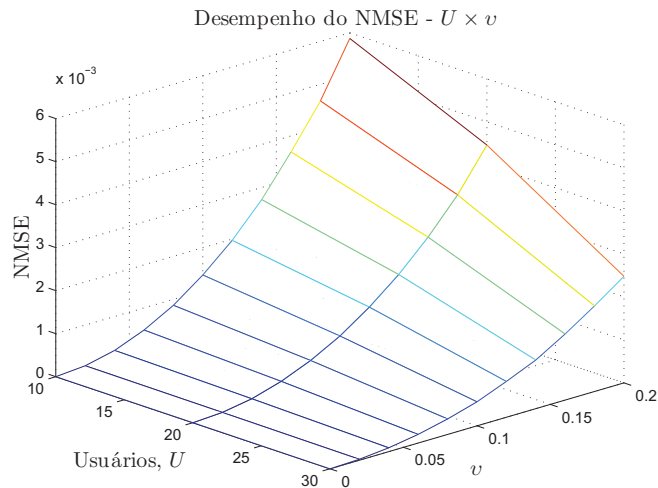


Figura 4.4: Degradação do NMSE como função do aumento no número de terminais móveis U e dos erros nas estimativas do ganho de canal v . Valores de NMSE após $I = 1000$ iterações; adotou-se $\alpha = 0,2$.

4.5 Desempenho dos Métodos de Convergência Adaptativos

Tendo em vista acelerar a convergência do algoritmo, dois critérios adaptativos baseados na diferença de SNIR's foram sugeridos na seção 4.2. Existem dois aspectos de desempenho importantes a serem analisados, considerando os métodos adaptativos sugeridos em contraponto ao algoritmo de α fixo: tempo de convergência e qualidade da solução. Delimitado o menor fator em $\alpha = 0,1$, avalia-se a seguir o desempenho para os três métodos (ambos adaptativos, além daquele com α fixo) somente em termos de tempo de convergência.

Uma avaliação preliminar sobre a redução do tempo de convergência com a adoção do fator α adaptativo pode ser obtida inspecionando-se a Figura 4.5. Ambos gráficos foram obtidos sob as mesmas condições de canal, $U = 30$ usuários e estimativas perfeitas para os ganhos de canal. Como esperado, a taxa de convergência, principalmente no início, é bastante melhorada. Podemos ver que o procedimento adaptativo $\tanh-\alpha$ permite que o algoritmo proposto alcance a condição de total convergência 50% mais rápido em relação à abordagem clássica com $\alpha = 0,1$ fixo e mesma qualidade de solução em termos de NMSE.

Para quantificar o efeito da adaptação do fator de convergência α sobre o NMSE ao longo das iterações, a Figura 4.6 mostra o NMSE e o NMSE_R para cada número de iterações no intervalo de $[0, 700]$, e considerando o mesmo cenário da Figura 4.5. Note que para qualquer iteração, após as primeiras iterações ($n > 100$), o fator de convergência adaptativo proporciona um melhor desempenho de pelo menos uma década e meia, em termos de NMSE. Especificamente, para $n > 200$, o $NMSE(\alpha_{\text{Adpt}}) \approx 2 \cdot 10^{-2} NMSE(\alpha = 0,1)$. Em outras palavras, o método proposto α adaptativo utilizando a tangente hiperbólica conseguiu alcançar a mesma qualidade de solução que $\alpha = 0,1$ usando menos iterações, i.e., ≈ 140 iterações a menos quando $I > 100$.

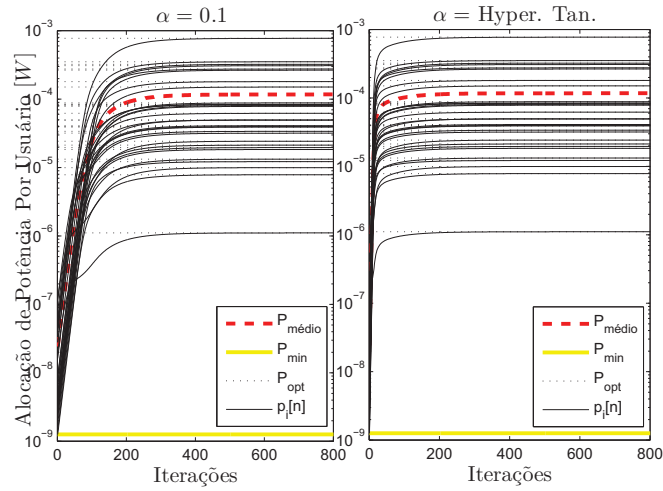


Figura 4.5: Comparação da convergência entre α adaptativo usando a função tangente hiperbólica (direita) e o método clássico com α fixo (esquerda). P_{opt} é obtida via inversão de matriz, eq.(2.18); P_{min} é a mínima potência alocada inicialmente e $P_{média}$ é a potência média sobre os $U = 30$ usuários alocada pelo algoritmo de Verhulst.

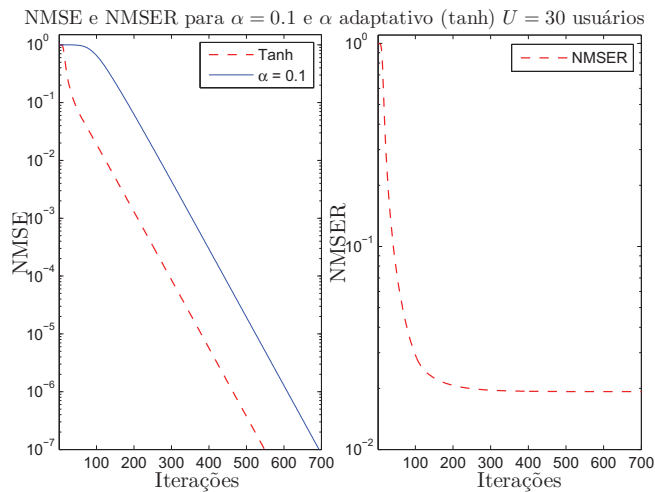


Figura 4.6: NMSE e NMSER para o método α adaptativo com função tanh, tendo como referência $\alpha = 0, 1$ fixo.

Tendo em vista determinar o melhor método adaptativo para o fator de convergência, entre os dois propostos, Equações (4.12) e (4.13), pode-se comparar o NMSE para ambos os métodos sob as mesmas condições de canal e sistema. A Figura 4.7 mostra os resultados da simulação considerando $U = 30$ usuários e $v = 0$. Note que o mapeamento da tangente hiperbólica sempre resulta em valores mais baixos de NMSE, embora esta diferença seja marginal. Portanto, para qualquer número de iterações a convergência da solução fornecida pelo método da \tanh é melhor do que o mapeamento da diferença entre o SINR e o SINR alvo às custas de um maior esforço computacional consumido na avaliação função \tanh .

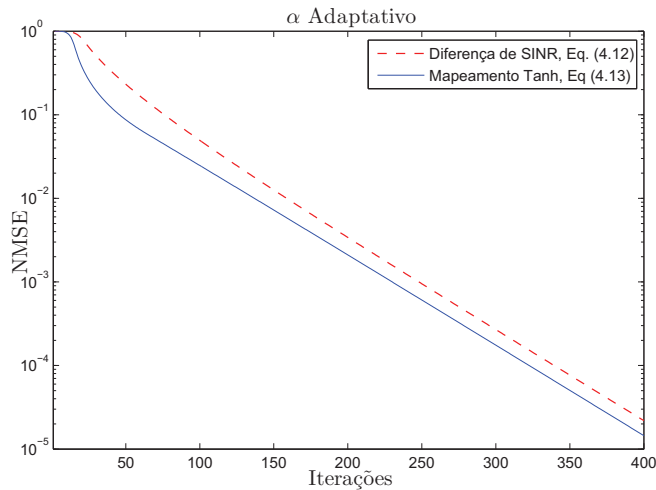


Figura 4.7: NMSE para ambos métodos com α -adaptativo. $U = 30$ usuários

4.6 Desempenho e Convergência sob Canais Dinâmicos

O comportamento do algoritmo de alocação de potência de Verhulst em termos de erro quadrático normalizado (*normalized squared error*, NSE)² e capacidade de acompanhar as mudanças do canal é analisado nesta subseção. Foram avaliados dois perfis de canal com desvanecimento Rayleigh: pedestre, cuja frequência Doppler máxima resultante para uma frequência de portadora de $f_c = 2.4\text{GHz}$ é da ordem de $f_{D_{\max}} = 11\text{Hz}$ e veicular, tipicamente com uma $f_{D_{\max}} = 90\text{Hz}$. Assim, para um $T_{\text{slot}} = 667\mu\text{s}$, o canal pode ser considerado lento em termos de atualização das potências. Tendo em vista otimizar a velocidade de convergência, adotou-se o fator α adaptativo baseado na \tanh . Para efeito de comparação da qualidade da solução, considerou-se o desempenho do algoritmo clássico de Foschini (FOSCHINI; MILJANIC, 1993). Analisou-se a evolução do vetor de potência alocada para $U = 10$ usuários distribuídos uniformemente em três diferentes classes (taxas), ao longo de $500 \cdot T_{\text{slot}}$.

A Fig. 4.8 apresenta curvas típicas para ganho de canal, respectiva alocação de potência e o NMSE instantâneo para Verhulst e Foschini para o primeiro usuário, enquanto que a Fig. 4.9 apresenta valores médios para os $U = 10$ usuários. Verifica-se a partir da Fig. 4.8 que a alocação de potência segue o sentido oposto ao desvanecimento instantâneo do canal, na tentativa de compensar tais

²Também denominado NMSE instantâneo

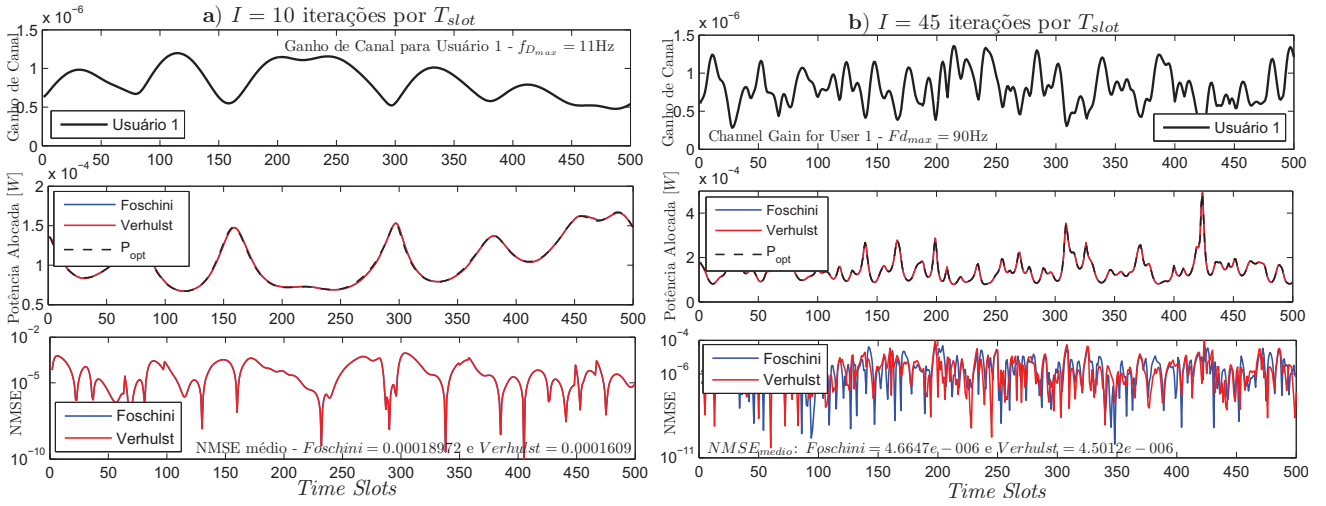


Figura 4.8: Ganho de canal, respectiva alocação de potência e o NSE para Verhulst α -tanh comparado ao de Foschini para o usuário 1 (de $U = 10$ usuários). Conjunto a) $f_{D_{max}} = 11 \text{ Hz}$ e $I = 10$ iterações; b) $f_{D_{max}} = 90 \text{ Hz}$ e $I = 45$ iterações.

desvanecimentos. Adicionalmente, nas duas condições de canal da Fig. 4.8, pedestre e veicular, o NSE de Verhulst, instantâneo e médio (sobre $500 \cdot T_{slot}$), resultou menor que o de Foschini. Os valores de I iterações são os mínimos necessários à obtenção de NSE menores que o de Foschini. Adicionalmente, considerou-se que no primeiro T_{slot} ambos algoritmos são executados em uma janela de otimização de 300 iterações tendo em vista garantir uma convergência inicial mínima, e deste ponto em diante apenas acompanhar as mudanças no canal utilizando $I = 10$ (pedestre) ou $I = 45$ (veicular) iterações.

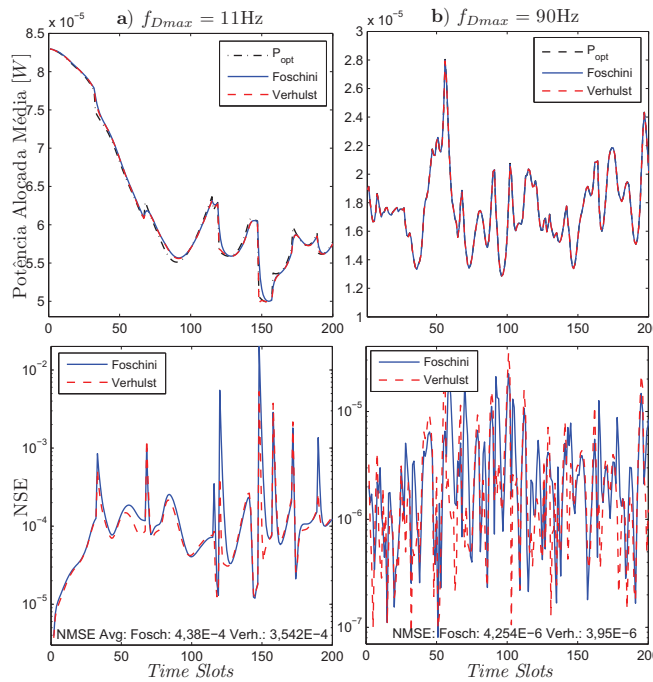


Figura 4.9: Potência alocada e NMSE para Verhulst com α -tanh: média sobre os respectivos valores de $U = 10$ usuários, considerando a) $f_{D_{max}} = 11 \text{ Hz}$ e $I = 10$ iterações por T_{slot} ; b) $f_{D_{max}} = 90 \text{ Hz}$ e $I = 45$ iterações por T_{slot} .

Na Fig 4.9 são apresentados resultados para a potência média alocada e o respectivo NMSE sobre

$U = 10$ usuários, considerando duas mobilidades: a) pedestre e b) veicular. Tendo em vista aspectos de implementação e redução de complexidade, obteve-se o número de iterações mínimo por *time slot*, i.e., $I = 10$ para o cenário pedestre e $I = 45$ para o veicular necessário à obtenção de um menor NMSE sobre $T_{\text{slot}} = 500$ para o algoritmo de Verhulst quando comparado ao algoritmo clássico de Foschini (FOSCHINI; MILJANIC, 1993), conforme indicado na Tabela 4.2. Assim, uma vez que é necessário um pequeno número de iterações por *slot* temporal para se atingir qualidade na solução de alocação de potência com o algoritmo de Verhulst multitaxa, mesmo para canais do tipo veicular, pode-se facilmente estender a implementação do algoritmo para canais com desvanecimento rápido, obtendo-se a mesma qualidade na solução do vetor de potências alocada.

Tabela 4.2: NMSE médio sobre $500 \cdot T_{\text{slot}}$.

$NMSE_{\text{mdio}}$	Pedestre		Veícular	
	$f_{D_{\text{max}}} = 11 \text{ Hz}$		$f_{D_{\text{max}}} = 90 \text{ Hz}$	
Foschini	$4,38 \cdot 10^{-4}$		$4,25 \cdot 10^{-6}$	
Verhulst	$3,54 \cdot 10^{-4}$		$3,95 \cdot 10^{-6}$	
$I \text{ lter.}/T_{\text{slot}}$	10		45	

A partir da Tabela 4.2 e de resultados de simulação complementares (não mostrados aqui) é possível concluir que para um número de iterações I maior que 10 no caso pedestre e maior que 45 no caso veicular, a diferença entre a qualidade da solução dada pelo algoritmo de Verhulst e a de Foschini tende a crescer, pois a velocidade com que a solução obtida por Verhulst se aproxima da solução ótima analítica obtida pela inversão da matriz de interferência é maior que a velocidade observada nas soluções apresentadas pelo algoritmo de Foschini.

4.6.1 Complexidade Computacional

Em um método distribuído, cada enlace TM-BS realiza sua atualização separadamente, ou seja, o controle de potência é realizado por U processadores em paralelo e cada um realiza apenas operações escalares. Assim, a análise pode ser reduzida ao estudo de uma iteração em cada terminal móvel. Portanto, comparando-se o algoritmo proposto e o clássico de Foschini (FOSCHINI; MILJANIC, 1993), obtem-se a mesma complexidade.

Adicionalmente, tendo em vista estabelecer uma análise comparada de complexidade computacional entre algoritmo proposto e a abordagem da matriz analítica inversa, avalia-se o número de adições e multiplicações em função do número de terminais móveis interferentes ($U - 1$). Avaliou-se o número de operações necessárias à implementação das equações (4.10), (2.9) e (4.13) em cada terminal e a cada iteração, utilizando-se o algoritmo proposto com o método α -tanh adaptativo. A tabela 6.2 mostra o número de operações de adição e multiplicação executadas por iteração. As U avaliações da função tanh por iteração foram admitidas operações de consulta a tabela (*look-up table*).

Assim, a complexidade computacional do algoritmo proposto é de $I(U[3U + 11]) = I(3U^2 + 11U)$,

Tabela 4.3: Operações por iteração executadas em cada terminal móvel para o algoritmo proposto.

Equação	Operação	Número de Operações
(4.10)	Adições	2
	Multiplicações	4
(2.9)	Adições	$U + 1$
	Multiplicações	$2U + 2$
(4.13)	Adições	1
	consulta a tabela	1

onde I é o número de iterações necessárias para a convergência. Assintoticamente e considerando $U \gg I$ temos que a complexidade do DPCA Verhuslt é $\mathcal{O}(U^2)$ distribuído nos U processadores paralelos. Comparando com o melhor caso de complexidade da operação de inversão de matriz, dada por $\mathcal{O}[U^2 \cdot \log(U)]$ (GOLUB; LOAN, 1996; TVEIT, 2003), o algoritmo proposto resulta em uma redução razoável de complexidade sob a condição de elevado número de terminais móveis e requisito médio de NMSE. Além disso, no método proposto, a complexidade pode ser controlada simplesmente especificando o NMSE máximo admissível.

5 Alocação de Recursos: Uma Abordagem Heurística

A técnica heurística adotada para resolver os problemas descritos nas seções 2.2 e 2.3 em redes DS/CDMA, i.e., considerando portadora única, $N = 1$, foi a otimização por enxame de partículas, PSO. O PSO é uma heurística criada em meados da década de 90 por Kennedy e Eberhart, baseado na vida social dos pássaros quando estão em busca de alimentos (KENNEDY; EBERHART, 1995). Ao contrário de outras heurísticas clássicas como os algoritmos genéticos, o PSO é uma técnica evolucionária baseada na cooperação entre os indivíduos de determinada população.

Neste capítulo, o PSO será utilizado para resolver tanto o problema de alocação de potência com taxa de informação fixa (2.13) como o de maximização da vazão do sistema dado os requisitos de QoS (2.24). Nas seções a seguir, ambos problemas serão modelados através de uma função custo e, em seguida, o algoritmo PSO e os resultados das simulações serão apresentados.

5.1 Controle de Potência via PSO

A fim de resolver o problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação mínima descrito em (2.13) é necessário estabelecer uma função custo, neste caso uni-objetivo. Sendo assim, baseado no trabalho de (MOUSTAFA; HABIB; NAGHSHINEH, 2000), e resultados posteriores em (ELKAMCHOUCHI; EIRAGAL; MAKAR, 2007), a seguinte função custo foi empregada (SAMPAIO et al., 2011):

$$\begin{aligned}
 J_1(\mathbf{p}) = \max & \quad \frac{1}{U} \sum_{i=1}^U \mathcal{F}_i^{th} \times \left(1 - \frac{p_i}{p_{i,\max}} \right) + \frac{\iota}{\sigma_{pr}} \\
 \text{s.a.} & \quad \delta_i \geq \delta_i^* \text{ e } 0 < p_i \leq p_{i,\max}, \\
 & \quad \forall i = 1, \dots, U
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Basicamente, a função é composta por três termos: a função \mathcal{F}_i^{th} que verifica de maneira binária se o QoS foi satisfeito, o termo dentro dos parênteses que incrementa o valor da função custo quanto menor for a potência utilizada pelo usuário e o termo $\frac{\iota}{\sigma_{pr}}$ busca reduzir o perto-longe de tal forma a possuir valores maiores para soluções com um desvio padrão pequeno da distribuição de potências

recebidas normalizadas (pelo inverso do ganho de processamento F^{-1}):

$$\sigma_{pr} = \sqrt{\text{var}(F_1^{-1}p_1|g_{11}|^2, F_2^{-1}p_2|g_{22}|^2, \dots, F_i^{-1}p_i|g_{ii}|^2, \dots, F_U^{-1}p_U|g_{UU}|^2)} \quad (5.2)$$

isto é, quanto mais próximas as potências recebidas normalizadas estiverem uma das outras menor será a variância das mesmas e maior será o valor de $\frac{\iota}{\sigma_{pr}}$. Além disso, é importante frisar que uma vez que σ_{pr}^2 assume valores pequenos, o parâmetro ι também deve assumir valores da mesma ordem, de tal modo que $\frac{\iota}{\sigma_{pr}}$ tenha magnitude de mesma ordem do primeiro termo na Equação (5.1) quando em situação de proximidade da convergência, e pode ser determinado em função do número de usuário (U) e da geometria da célula, i.e. do raio da célula. Desta forma, o parâmetro $\frac{\iota}{\sigma_{pr}}$ tem um papel importante na redução do efeito *near-far* em sistemas DS/CDMA e ao mesmo tempo possui um valor diferente de zero para todas as partículas (ELKAMCHOUCI; EIRAGAL; MAKAR, 2007).

A função \mathcal{F}_i^{th} em (5.1) é definida como:

$$\mathcal{F}_i^{th} = \begin{cases} 1, & \delta_i \geq \delta_i^* \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

com a SINR para o i ésimo usuário, δ_i , calculada através da Equação (2.9) (MOUSTAFA; HABIB; NAGHSHINEH, 2000).

5.2 Alocação de Potência e Taxa de Informação via PSO

O objetivo neste problema é incorporar o critério multi-taxa junto a maximização da vazão do sistema para usuários com QoS diferentes, enquanto restritos por uma potência máxima a ser consumida nos terminais móveis. Desta forma, o problema de otimização pode ser formulado como um caso especial de programação fracional linear generalizada (*generalized linear fractional programming*, GLFP) (PHUONG; TUY, 2003). Assim, o problema descrito em (2.24) pode ser reescrito como:

$$J_2(\mathbf{p}) \quad \max \quad \prod_{i=1}^U \left[\frac{f_i(\mathbf{p})}{g_i(\mathbf{p})} \right]^{w_i} \quad (5.3)$$

$$\text{s. a.} \quad \begin{aligned} 0 < p_i &\leq p_{i,\max}, \\ \frac{f_i(\mathbf{p})}{g_i(\mathbf{p})} &\geq 2^{r_{i,\min}}, \quad \forall i = 1, \dots, U \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde $2^{r_{i,\min}}$ é a taxa mínima normalizada (pela banda do sistema CDMA, R_c) do i ésimo *link*, incluindo restrições de taxa nula; $w_i > 0$ é o peso de prioridade do usuário i em transmitir com seus requisitos

de QoS satisfeitos, assumido normalizado, tal que $\sum_{i=1}^U w_i = 1$. Adicionalmente, note que a restrição em (5.3) pode ser obtida pela relação das Equações (2.7), (2.9) e (2.11), onde a taxa de informação mínima pode ser transformada em mínima SINR através da capacidade de Shannon considerando uma BER mínima:

$$r_i = r_c \log_2 \left[1 + \theta^{BER_i} \mathbf{F}_i \times \frac{p_i |g_{ii}|^2}{\sum_{j \neq i}^U p_j |g_{ij}|^2 + \sigma^2} \right], \quad \forall i = 1, \dots, U \quad (5.5)$$

com θ^{BER_i} equivalente ao inverso do *gap* entre a capacidade teórica do canal e a taxa de informação real. Desta forma, pode-se estabelecer $\theta^{BER_i} = -\frac{1.5}{\log(5BER_i)}$, onde BER_i é a taxa de erro de bit máxima para o usuário i (GOLDSMITH; CHUA, 1997). Assim, as funções $f_i(\mathbf{p})$ e $g_i(\mathbf{p})$ podem ser definidas como:

$$f_i(\mathbf{p}) = \theta^{BER_i} \mathbf{F}_i \times p_i |g_{ii}|^2 + \left(\rho \sum_{j \neq i}^U p_j |g_{ij}|^2 + \sigma^2 \right), \quad e \quad (5.6)$$

$$g_i(\mathbf{p}) = \rho \sum_{j \neq i}^U p_j |g_{ij}|^2 + \sigma^2, \quad (5.7)$$

para todo $i = 1, \dots, U$. Observe que a função em (5.3) é o produto de funções fracionais lineares exponenciadas, e a função $\prod_{i=1}^U (z_i)^{w_i}$ é uma função crescente em um domínio real não negativo (QIAN YING JUN ZHANG, 2009). Além disto, o problema (5.3) pode ser reescrito seguindo as propriedades básicas de logaritmos:

$$J_2(\mathbf{p}) = \max \sum_{i=1}^U w_i [\log_2 f_i(\mathbf{p}) - \log_2 g_i(\mathbf{p})] = \max \sum_{i=1}^U w_i [\tilde{f}_i(\mathbf{p}) - \tilde{g}_i(\mathbf{p})] \quad (5.8)$$

$$\text{s.a. } 0 < p_i \leq p_{i,\max}$$

$$\tilde{f}_i(\mathbf{p}) - \tilde{g}_i(\mathbf{p}) \geq r_{i,\min}, \quad \forall i = 1, \dots, U \quad (5.9)$$

5.3 O Algoritmo PSO Contínuo

O algoritmo PSO consiste em um grupo de partículas situadas no hiper-espaço de busca \mathbb{R}^U que evoluem e tendem a convergir para o ponto ótimo global da função custo. A posição de cada partícula é atualizada a cada iteração tendo em conta a velocidade da mesma. Desta forma, cada vetor candidato¹ no instante (iteração) n , definido como $\mathbf{b}_p[n]$ tem sua velocidade atualizada pela equação:

¹O termo vetor candidato é empregado aqui como sinônimo de partícula.

$$\mathbf{v}_p[n+1] = \omega[n] \cdot \mathbf{v}_p[n] + \phi_1 \cdot \mathbf{U}_{p1}[n] (\mathbf{b}_p^{best}[n] - \mathbf{b}_p[n]) + \phi_2 \cdot \mathbf{U}_{p2}[n] (\mathbf{b}_g^{best}[n] - \mathbf{b}_p[n]) \quad (5.10)$$

onde $\omega[n]$ é a inércia da velocidade no instante atual; $\mathbf{U}_{p1}[n]$ e $\mathbf{U}_{p2}[n]$ são matrizes diagonais de dimensão U cujos elementos são variáveis aleatórias de distribuição uniforme $\sim \mathcal{U} \in [0, 1]$, geradas para a p -ésima partícula na iteração $n = 1, 2, \dots, I$; $\mathbf{b}_p^{best}[n]$ e $\mathbf{b}_g^{best}[n]$ são, respectivamente, a melhor posição local e a melhor posição global encontradas até a n -ésima iteração; ϕ_1 e ϕ_2 são coeficientes de aceleração relativos a influência das soluções locais e da solução global, respectivamente. Na Figura 5.1 a velocidade é representada graficamente para uma partícula $\mathbf{b}_p[n]$ (KENNEDY; EBERHART, 2001; SAMPAIO et al., 2010b, 2011).

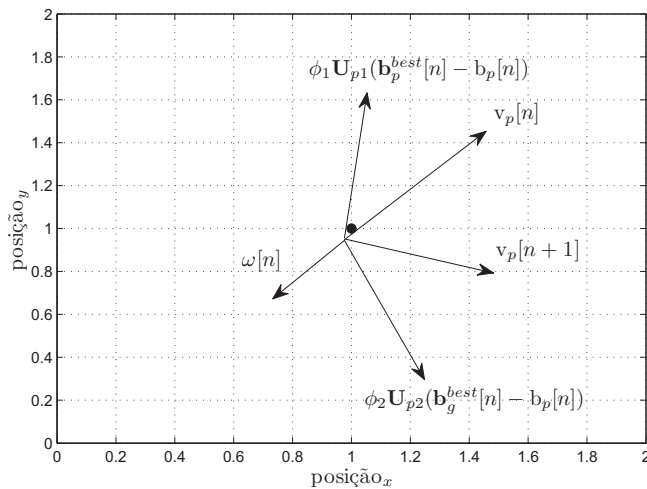


Figura 5.1: Velocidade representada de maneira esquematizada em um plano cartesiano.

A evolução do PSO acontece de acordo com os candidatos com o menor valor de função custo (*fitness*) satisfazendo as restrições de (5.1) e (5.8). Sendo assim, cada vetor candidato $\mathbf{b}_p[n]$ de dimensões $U \times 1$ tem sua posição atualizada utilizando a nova velocidade calculada pela Equação (5.10), tal que:

$$\mathbf{b}_p[n+1] = \mathbf{b}_p[n] + \mathbf{v}_p[n+1], \forall p = 1, \dots, M \quad (5.11)$$

onde M é o tamanho da população. Uma busca não exaustiva mostrou que populações com tamanho equivalente ou próximo ao número de usuários do sistema geram os melhores resultados em termos de convergência e qualidade da solução e, portanto, ao longo deste capítulo determina-se $M = U + 2$.

Desta forma, pode-se resumir o algoritmo PSO como a aplicação sucessiva das equações de atualização de velocidade e posição. O pseudo-código do PSO contínuo uni-objetivo é apresentado no Algoritmo 5.1.

A fim de reduzir a probabilidade da partícula sair do universo de busca o fator de velocidade máxima V_{\max} é adicionado ao modelo do PSO (5.10), o qual será responsável por limitar o intervalo máximo de

Algoritmo 5.1 Algoritmo PSO uni-objetivo para Alocação de Recursos**Entrada:** $M, I, \omega, \phi_1, \phi_2, V_{\max}$; **Saída:** \mathbf{p}^*

início

1. inicializar a primeira população: $n = 0$;
 $\mathbf{b}_p[0] \sim \mathcal{U}[p_{\min}; p_{\max}] \quad \forall p = 1, \dots, M$
 $\mathbf{b}_p^{\text{best}}[0] = \mathbf{b}_p[0]$ and $\mathbf{b}_g^{\text{best}}[0] = \mathbf{P}_{\max}$;
 $\mathbf{v}_p[0] = \mathbf{0}$: velocidade inicial nula;
 2. enquanto $n \leq I$
 - a. calcule $J(\mathbf{b}_p[n]), \forall \mathbf{b}_p[n] \quad \forall p = 1, \dots, M$ usando (5.1) ou (5.8);
 - b. atualizar velocidade $\mathbf{v}_p[n], p = 1, \dots, M$, através de (5.10);
 - c. atualizar melhores posições:
para $p = 1, \dots, M$
se $J(\mathbf{b}_p[n]) < J(\mathbf{b}_p^{\text{best}}[n]) \wedge r_p[n] \geq r_{p,\min}$,
 $\mathbf{b}_p^{\text{best}}[n+1] \leftarrow \mathbf{b}_p[n]$
senão $\mathbf{b}_p^{\text{best}}[n+1] \leftarrow \mathbf{b}_p^{\text{best}}[n]$
fim para
se $\exists \mathbf{b}_p[n]$ tal que $[J(\mathbf{b}_p[n]) < J(\mathbf{b}_g^{\text{best}}[n])] \wedge r_p[n] \geq r_{p,\min}$
 $\wedge [J(\mathbf{b}_p[n]) \leq J(\mathbf{b}_{p'}[n]), \forall p' \neq p]$,
 $\mathbf{b}_g^{\text{best}}[n+1] \leftarrow \mathbf{b}_p[n]$
senão $\mathbf{b}_g^{\text{best}}[n+1] \leftarrow \mathbf{b}_g^{\text{best}}[n]$
 - d. Evoluir para uma nova população $\mathbf{b}_p[n+1] \forall p = 1, \dots, M$, usando (5.11);
 - e. set $n = n + 1$.
end
 3. $\mathbf{p}^* = \mathbf{b}_g^{\text{best}}[I]$.
- end

 M : tamanho da população. I : número máximo de iterações. \mathbf{P}_{\max} : vetor de potências máximas para cada usuário.

velocidade em $[\pm V_{\max}]$. Esta restrição na velocidade permite que a partícula mova-se em um universo contínuo porém restrito a um subespaço, podendo ser aplicada da seguinte forma (SAMPAIO et al., 2011, 2010b):

$$v_p[t] = \min \{V_{\max}; \max \{-V_{\max}; v_p[t]\}\} \quad (5.12)$$

A partir de (5.12) fica claro que se $|v_p[t]|$ exceder um valor positivo constante V_{\max} especificado pelo usuário, a velocidade da p -ésima partícula é designada como $\text{sign}(v_p[t])V_{\max}$, i.e. a velocidade da partícula em cada uma das U - dimensões é fixada a uma magnitude máxima V_{\max} . Se for possível definir o espaço de busca num intervalo $[p_{\min}; p_{\max}]$, então o valor de V_{\max} tipicamente utilizado será $V_{\max} = \tau(p_{\max} - p_{\min})$, onde $0, 1 \leq \tau \leq 1, 0$ (NEDJAH; MOURELLE, 2006).

Com o intuito de detalhar o estudo acerca do peso da inércia ω nota-se que um valor relativamente alto contribui para encontrar ótimos globais, ofuscando a influência do valor das melhores posições da partícula e do bando², enquanto um pequeno valor de inércia tende a contribuir para a convergência, i.e. ω com valores baixos contribui para a exploração local uma vez que as partículas passam a sofrer maior influência de $\mathbf{b}_p^{\text{best}}$ e $\mathbf{b}_g^{\text{best}}$ (EBERHART; SHI, 2001; SHI; EBERHART, 1998).

Sendo assim, a fim de atingir um balanço entre as habilidades de busca local e global, uma inércia linear decrescente com a evolução do algoritmo tem uma boa capacidade de busca global no início e capacidade de busca local equivalente nas iterações finais. Desta forma, pode-se adotar o seguinte modelo de inércia:

$$\omega[n] = (\omega_{\text{inicial}} - \omega_{\text{final}}) \cdot \left(\frac{I - n}{I}\right)^m + \omega_{\text{final}} \quad (5.13)$$

onde ω_{inicial} e ω_{final} são a inércia inicial e final, respectivamente, $\omega_{\text{inicial}} > \omega_{\text{final}}$, I é o número máximo de iterações, e $m \in [0, 6; 1, 4]$ é o índice da adaptação não linear (CHATTERJEE; SIARRY, 2006).

5.3.1 Otimização dos Parâmetros de Entrada do PSO

Simulações computacionais foram realizada a fim de determinar os melhores valores dos parâmetros de entrada do PSO para cada um dos problemas de otimização tratados. Foram otimizados os coeficientes de aceleração, ϕ_1 e ϕ_2 , a velocidade máxima permitida, V_{\max} , a inércia, ω , e o tamanho da população, M .

Em problemas de otimização discretos, como detecção multiusuário em sistemas DS/CDMA, a velocidade de convergência do algoritmo PSO pode ser aumentada, sem perda de capacidades de exploração, elevando o valor do parâmetro ϕ_2 (OLIVEIRA et al., 2006), enquanto mantém-se o parâmetro

²Isto é análogo a idéia do fenômeno da inércia da mecânica clássica onde é mais difícil retirar objetos pesados (com grande inércia) das suas trajetórias de voo do que objetos leves (pequena inércia)

ϕ_1 em um intervalo de valores pequenos. Entretanto, para problemas de otimização contínuos como os investigados neste trabalho, os resultados numéricos apresentados na Seção 5.4 indicam que após um número suficiente de iterações I para atingir a convergência, a maximização das funções custo foram obtidas com valores baixos para os dois coeficientes de aceleração.

O fator V_{\max} foi otimizado também. A diversidade aumenta com a velocidade da partícula que tende a passar dos limites estabelecidos por (5.12). O valor de V_{\max} determina a maior mudança possível na posição de uma partícula a cada iteração. Sem peso inercial, i.e. $\omega = 1$, Eberhart e Shi (EBERHART; SHI, 2001) descobriram que os melhores valores de velocidade máxima permitida estão entre 10 a 20% do intervalo dinâmico de cada dimensão da partícula. A escolha apropriada de V_{\max} evita que a partícula tenha sua posição atualizada para um ponto muito distante do espaço de soluções promissoras. Portanto, para ambos os problemas (5.1) e (5.8), uma busca não exaustiva indicou que a melhor permuta de desempenho \times complexidade pode ser obtida designando um fator de velocidade máxima de $V_{\max} = 0.2 \times (p_{\max} - p_{\min})$.

Para o valor da inércia, ω , simulações confirmaram que valores altos implicam em uma convergência rápida, em detrimento da diversidade de busca, de tal forma que o algoritmo pode convergir facilmente para um ponto de ótimo local. Por outro lado, um valor pequeno de ω resulta em uma convergência lenta devido a quantidade muito grande de mudanças de posição das partículas em um espaço de busca pequeno. Neste trabalho foram adotados valores de inércia adaptativos conforme a Equação (5.13), com $m = 1$, e valores de inércia inicial e final de: $\omega_{\text{inicial}} = 1$ and $\omega_{\text{final}} = 0.01$. Assim, os valores máximos de velocidade ficam limitados pelos valores de inércia inicial e final multiplicados pelo parâmetro V_{\max} , resultando em:

$$\omega_{\text{inicial}} \times V_{\max} = 0.2(p_{\max} - p_{\min}), \quad \text{e} \quad \omega_{\text{final}} \times V_{\max} = 0.002(p_{\max} - p_{\min}) \quad (5.14)$$

Finalmente, o critério de parada do algoritmo pode ser o número máximo de iterações ou um limiar de erro máximo permitido, e.g.:

$$\left| \frac{J[n] - J[n-1]}{J[n]} \right| < \epsilon_{\text{parada}} \quad (5.15)$$

onde tipicamente $\epsilon_{\text{parada}} \in [0, 001; 0, 01]$.

De maneira alternativa, a fim de analisar a porcentagem de sucesso³, dada uma quantidade TR de realizações e considerando um número fixo de iterações máximo I , é possível realizar um teste de convergencia. Um teste é considerado bem sucedido se a seguinte relação é satisfeita:

$$|J[G] - J[\mathbf{p}^*]| < \epsilon_1 J[\mathbf{p}^*] + \epsilon_2 \quad (5.16)$$

³Em termos de o algoritmo PSO atingir convergência total

onde, $J[\mathbf{p}^*]$ é o ótimo global da função objetivo em consideração, $J[I]$ é o valor ótimo da função obtido pelo algoritmo após I iterações, e, ϵ_1 e ϵ_2 , são coeficientes de precisão tipicamente no intervalo de $[10^{-6}; 10^{-2}]$. Nos estudos aqui apresentados os valores considerados foram $TR = 100$ realizações e $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-2}$.

5.4 Resultados Numéricos

Tendo em vista avaliar o desempenho do PSO na solução dos problemas (5.1) e (5.8), simulações numéricas foram realizadas utilizando plataforma MatLab ver.7.3. Os resultados descritos nesta seção foram obtidos em simulações sob a perspectiva do Cenário 4 descrito na Seção 3.4, com exceção de quando outro cenário for mencionado, com as seguintes particularizações indicadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Parâmetros para específicos para o PSO

Parâmetros	Valores Adotados
<i>Sistema DS/CDMA</i>	
Potência máxima por usuário	$p_{\max} = [30, 35]$ [dBm]
# terminais móveis	$U \in [5, 250]$
Densidade de Interferência por sub-canal	$\mathcal{I} \approx [0, 2; 10]$ $\left[\frac{\text{Interf}}{\text{Km}^2}\right]$
<i>Canal</i>	
Max. Frequência Doppler	$f_{D \max} = 11, 1$ Hz

Adicionalmente, todos os enlaces TM-BS estão sujeitos a desvanecimentos lentos, i.e. (4.14) é satisfeita, de tal modo que o canal não sofre variações significativas durante a janela de otimização de I iterações do algoritmo. A análise foi dividida em duas subseções referentes aos dois problemas distintos (5.1) e (5.8).

5.4.1 Resultados Numéricos para Maximização da Vazão em Sistemas Multi-taxa

Uma análise dos parâmetros foi feita com o objetivo de determinar a melhor combinação de ϕ_1 e ϕ_2 para o problema (5.8). Simulações ocorreram fazendo uso da mesma configuração, i.e. condições de canal, número de usuários no sistema e requisitos de QoS dos usuários.

A Tabela 5.2 e a Figura 5.2 ilustram as diferentes qualidades de solução em termos de valor de função custo, quando distintos valores para ϕ_1 e ϕ_2 são combinados em um sistema com $U = 5$ usuários. Os valores médios da função custo foram obtidos após 1000 realizações. Além disto, os valores da função custo apresentados na Tabela 5.2 foram obtidos na milésima iteração $I = 1000$. As taxas de informação mínima para cada usuário foram consideradas iguais, i.e. $r_1^* = r_2^*, \dots, r_i^*, \dots, r_U^* = \frac{1}{128} R_c$ [bps].

A partir da Tabela 5.2 e da Figura 5.2 é evidente que para $U = 5$ usuários os parâmetros $\phi_1 = 2$ e $\phi_2 = 1$ resultam em um valor de função custo médio maior que outras configurações após 1000

Tabela 5.2: Escolha dos coeficientes de aceleração para $U = 5$ usuários.

(ϕ_1, ϕ_2)	(1, 2)	(2, 1)	(2, 2)	(4, 2)	(2, 8)	(8, 2)
$J[I]$	4,2866	4,3131	4,2833	4,3063	4,2532	4,3091

$I = 1000$ iterações, valor médio em 1000 realizações.

iterações. Portanto, o uso destes parâmetros para um sistema com pequeno carregamento é o melhor em termos de problema de alocação de taxa e potência para redes DS/CDMA. Vale observar que a diferença entre os resultados mostrados na Tabela 5.2 são equivalentes a um incremento na vazão da ordem de $\Delta\Sigma_R = 60$ Kbps a $\Delta\Sigma_R = 670$ Kbps, como apresentado na Figura 5.2.

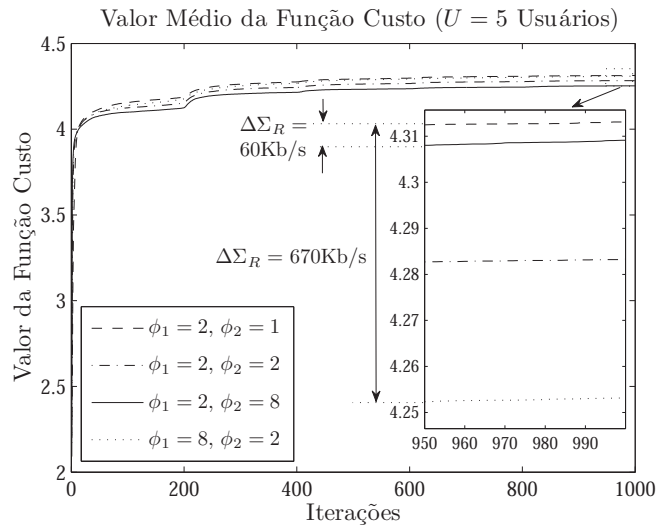


Figura 5.2: Evolução da função custo ao longo de 1000 iterações, média em 1000 realizações. $U = 5$ usuários nas mesmas condições de canal para diferentes combinações de parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 .

As Figuras 5.3.a) e 5.3.b) mostram a evolução da soma de taxa de informação e da soma de potências típica ao longo das iterações para $U = 20$ usuários, $\phi_1 = 2$ e $\phi_2 = 1$, tamanho da população igual a $M = U + 2$. Observe que as atualizações de potência após ≈ 385 iterações é quase insignificante em termos de soma das taxas. Isso acontece devido a pequenos incrementos na taxa de cada usuário no intervalo de 1 a 10 Kbps, quando comparados com a vazão do sistema.

O algoritmo mostrou-se robusto em sistemas com um número alto de usuários ativos no sistema, i.e. alta densidade de interferentes. As Figuras 5.4.a) e 5.4.b) mostram a evolução típica da soma das taxas e soma das potências ao longo das iterações para um carregamento de $U = 100$ usuários. Como esperado, o algoritmo necessita de mais iterações para atingir a convergência (cerca de 500 iterações), em comparação com o caso de $U = 20$ usuários, mas o ganho em termos de vazão do sistema combinado com a redução da potência é mais significativo que no caso anterior.

Adicionalmente, um pequeno aumento na potência máxima por usuário, i.e. de 30dBm para 35dBm, permite que o algoritmo encontre facilmente uma solução para o problema de otimização para um carregamento de sistema muito grande, i.e. 250 usuários em uma célula de 25Km^2 . As Figuras 5.5.a) e 5.5.b) mostram a evolução típica da soma das taxas e da soma das potências ao longo das iterações para $U = 250$ usuários. Observe que o algoritmo atinge a convergência por volta de 750

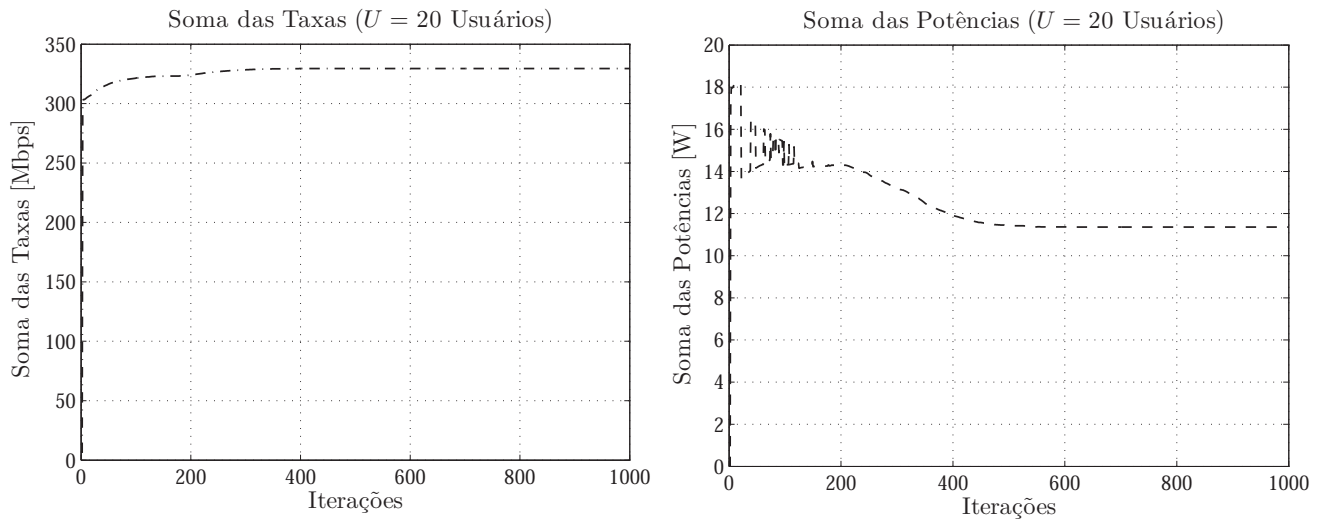


Figura 5.3: Evolução típica da a) soma das taxas e b) soma das potências com $\phi_1 = 1$, $\phi_2 = 2$, e $U = 20$ usuários.

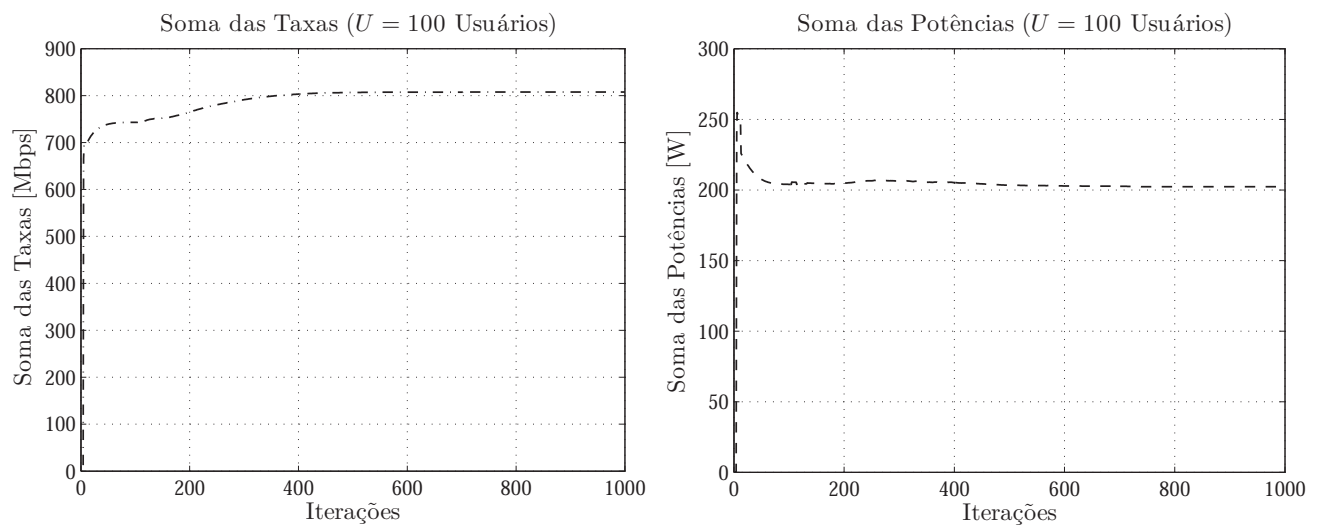


Figura 5.4: Evolução típica da a) soma das taxas e b) soma das potências com $\phi_1 = 1$, $\phi_2 = 2$, e $U = 100$ usuários.

iterações, implicando que a velocidade de convergência, em termos de iterações, cresce com o número de usuários no sistema de maneira linear.

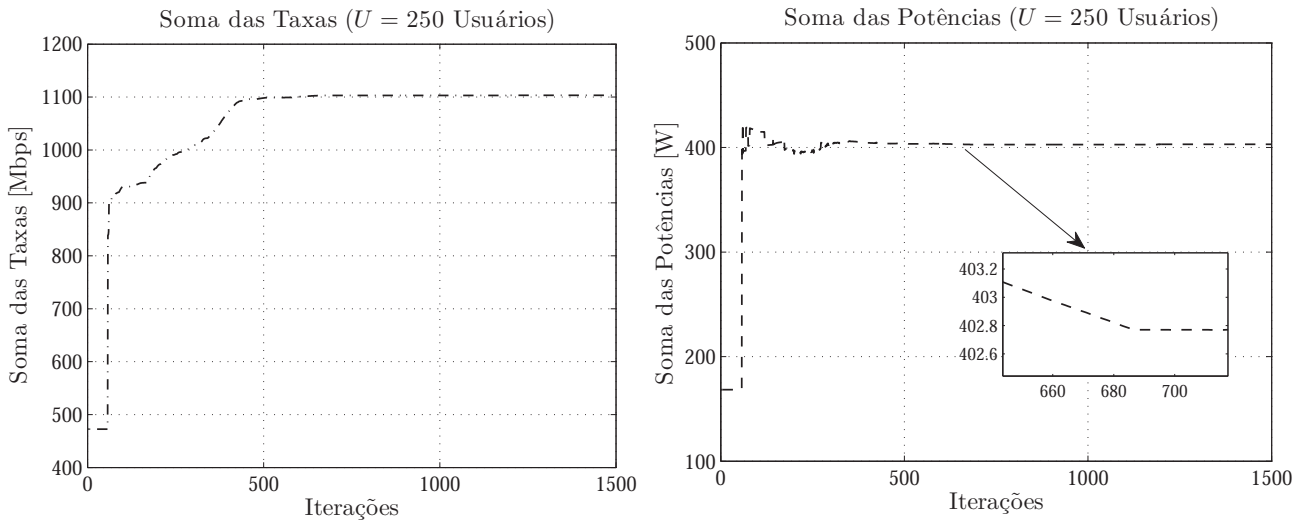


Figura 5.5: Evolução típica da a) soma das taxas e b) soma das potências com $\phi_1 = 1$, $\phi_2 = 2$, $U = 20$ usuários e $p_{\max} = 35$ [dBm].

5.4.2 Resultados Numéricos para o Problema de Controle de Potência

Nas seções a seguir a otimização dos parâmetros e os resultados de simulação para o problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação mínima serão apresentados. Adicionalmente, para as simulações deste problema foi utilizado o mesmo cenário descrito na Seção 5.4.1.

5.4.2.1 Aspectos de Convergência: Otimização de ϕ_1 e ϕ_2

Simulações foram conduzidas a fim de determinar uma boa escolha de coeficientes de aceleração ϕ_1 e ϕ_2 levando em conta o problema (5.1). A Tabela 5.3 ilustra diferentes qualidades de solução em termos de NMSE, definido em (4.11), quando diferentes valores para ϕ_1 e ϕ_2 são combinados em um sistema com diferentes carregamentos U . Foram considerados sistemas uni-taxa e multi-taxa. Os valores de NMSE foram tomados em 100 realizações. Além disto, os valores de NMSE foram calculados na iteração 800 para casos taxa única (*single rate*, sr) com $U = 25$ usuários e na milésima iteração para sistemas multi-taxa (*multirate*, mr) com $U = 10$ usuários. As taxas de usuário foram designadas de maneira aleatória para o sistema multi-taxa considerando as três possíveis taxas apresentadas na Tabela 3.4.

Note que para o caso multi-taxa os valores dos coeficientes aceleração ótimos mudam. Portanto, considerando a qualidade de solução, os melhores valores encontrados foram $\phi_1 = 1.2$ and $\phi_2 = 0.6$ para o caso de taxa única, e, $\phi_1 = 2$ e $\phi_2 = 2$, para o caso multi-taxa com um carregamento alto ($U \geq 10$). Para o cenário multi-taxa com $U < 10$ a melhor permuta de convergência \times qualidade da solução foi atingido com $\phi_1 = 1$ and $\phi_2 = 2$ (SAMPALIO et al., 2011).

Tabela 5.3: Resultados simplificados da otimização de ϕ_1 e ϕ_2 considerando sistemas taxa-única (SR) e multi-taxa (MR).

(ϕ_1, ϕ_2)	(1.2, 0.6)	(2, 2)	(6, 2)	(8, 2)	(1, 2)	(0.8, 2)
$NMSE_{SR}$	$10^{-1.5}$	$10^{-1.2}$	$10^{0.75}$	$10^{2.25}$	10^{-1}	$10^{-0.9}$
$NMSE_{MR}$	$10^{0.9}$	$10^{-1.3}$	10^2	$10^{2.1}$	$10^{-0.8}$	10^{-1}

SR: $I = 800$ iterações; $U = 25$ users; MR: $I = 1000$ iterações; $U = 10$ users

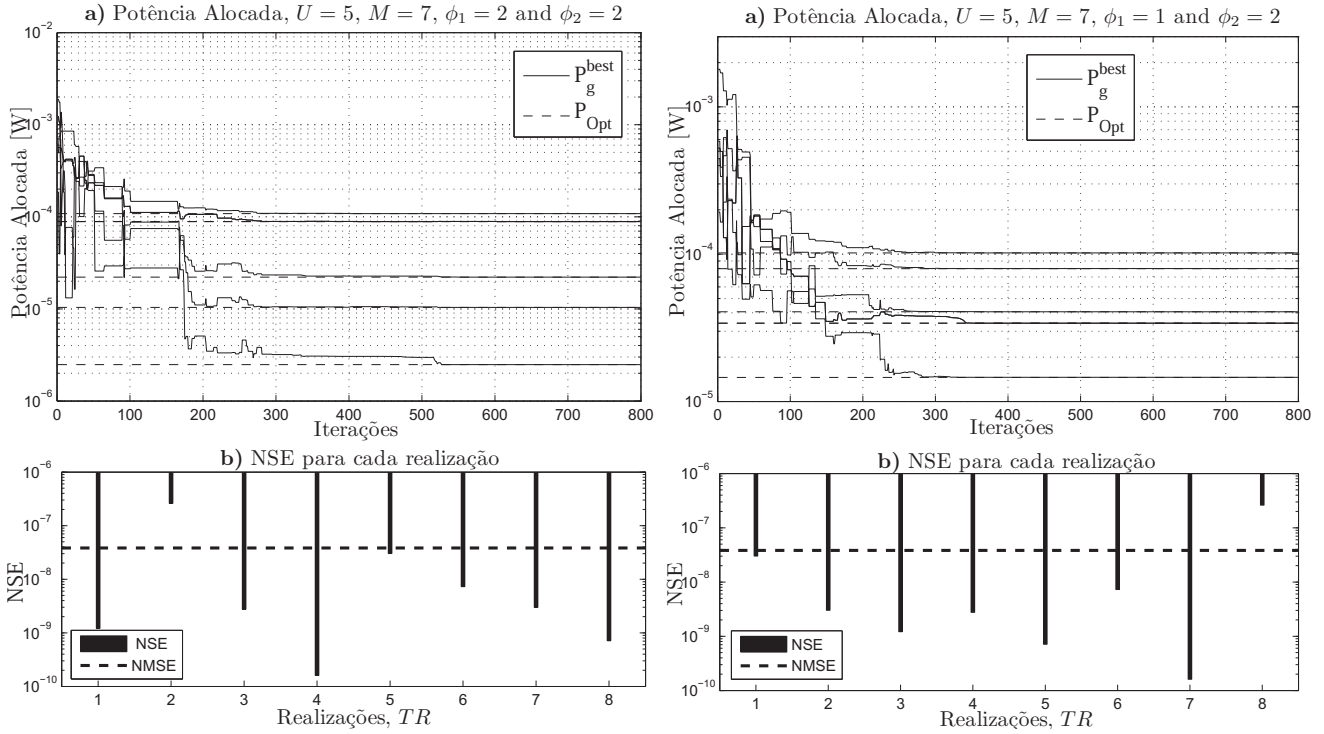


Figura 5.6: Convergência típica da potência (a), NSE e NMSE (b). População inicial aleatória, com $U = 5$ usuários. Condições de canal estáticas durante $TR = 10$ realizações. Tamanho da população $M = K + 2$. Caso multi-taxa. Esquerda) $\phi_1 = \phi_2 = 2$; Direita) $\phi_1 = 1.0$, $\phi_2 = 2.0$

Resultados mostraram que o algoritmo converge para a solução ótima (analítica, através da solução do sistema linear em (2.18)) para uma gama grande de diferentes carregamentos, posicionamento dos terminais móveis e condições de canal. A Figura 5.6 mostra a evolução do vetor P_g^{best} ao longo de 800 iterações para duas configurações diferentes de valores dos coeficientes de aceleração e $U = 5$ usuários. O algoritmo atinge a convergência em cerca de 550 – 600 iterações para os gráficos da esquerda e 350 – 375 iterações para $\phi_1 = 1.0$ e $\phi_2 = 2.0$ (direita). Simulações revelaram que aumentar o valor de ϕ_2 ou reduzir $\phi_1 < 1.0$ causa a não-convergência do algoritmo. Adicionalmente, os parâmetros $\phi_1 = 1.0$ e $\phi_2 = 2.0$ resultam em uma convergência $\sim 45\%$ mais rápida do que utilizando os parâmetros $\phi_1 = 2.0$ e $\phi_2 = 2.0$. Por outro lado, o NMSE e o erro quadrático normalizado (*normalized squared error*, NSE)⁴ para os parâmetros com convergência mais rápida é mais alto do que para a combinação de ϕ_1 e ϕ_2 para convergência mais lenta.

A Figura 5.7 mostra que os melhores valores para os coeficientes de aceleração levando em conta a qualidade da solução para $U > 13$ são $\phi_1 = 1$ and $\phi_2 = 2$, enquanto que para $U \leq 13$ a melhor

⁴Ou NMSE instantâneo

combinação é $\phi_1 = 2$ e $\phi_2 = 2$. Além disto, o NMSE para $U > 20$ usuários é praticamente constante, com uma taxa de crescimento em relação ao número de usuários muito menor do que o NMSE no intervalo $5 \leq K \leq 20$.

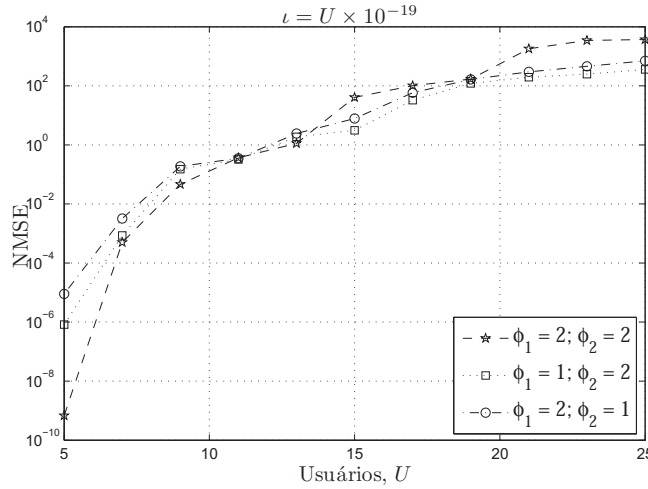


Figura 5.7: $NMSE$ em 100 amostras, $U \in [5, 25]$ para diferentes ϕ_1 e ϕ_2 . Cenário multi-taxa. $I = 1000$ iterações.

Por outro lado, em termos de teste de convergência, como definido na Equação (5.16), e assumindo $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-2}$, a Tabela 5.4 mostra que o algoritmo PSO atinge uma convergência mais rápida (com base neste critério) com $\phi_1 = 1$ e $\phi_2 = 2$ para qualquer carregamento, $K \in [5, 20]$ usuários.

Tabela 5.4: Resultados de Convergência para Cenário Multi-Taxa, sob (5.16) com $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-2}$.

U Usuários	5	10	15	20
I Iterações	500	600	1000	1800
$\phi_1 = 1, \phi_2 = 2$	108	301	420	488
$\phi_1 = 2, \phi_2 = 1$	127	479	526	696
$\phi_1 = 2, \phi_2 = 2$	263	591	697	757

Em suma, os resultados numéricos para o problema de minimização de potência com designação aleatória de taxa mínima para os usuários revelaram que para grandes carregamentos de sistema que os melhores valores de coeficientes de aceleração são $\phi_1 = 1$ e $\phi_2 = 2$, em termos de convergência e qualidade de solução. Já para pequenos carregamentos a melhor escolha é: $\phi_1 = 2$ e $\phi_2 = 2$ que resulta em uma melhor qualidade da solução.

5.4.2.2 Controle de potência relacionado a ϕ_1 e ϕ_2

A fim de corroborar com a escolha das melhores combinações de ϕ_1 e ϕ_2 , a Figura 5.8 mostra a potência total do sistema em situações típicas de canal, i.e. atenuações profundas. como função do número de usuários uni-taxa, parametrizados por ϕ_1 e ϕ_2 . O desempenho do algoritmo em termos de potência total mínima consumida para $U > 13$ é atingida pela combinação $\phi_1 = 1.0$ e $\phi_2 = 2.0$. Como já mencionado, outras combinações de coeficientes de aceleração resultam em uma potência total consumida superior.

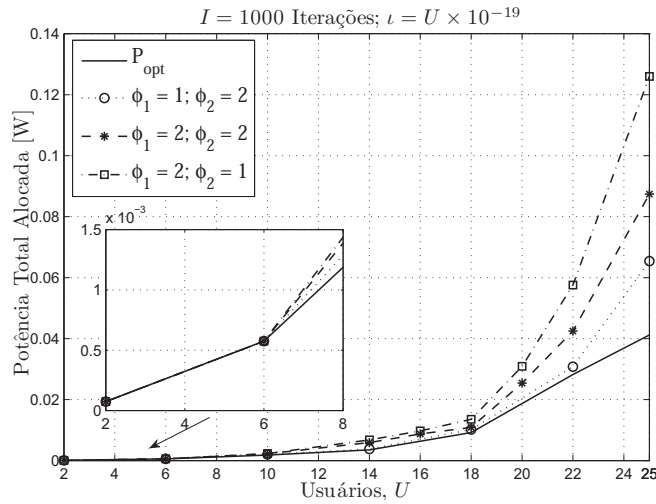


Figura 5.8: Alocação de potência no sistema para diferentes parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 . $U \in [2, 25]$, máximo de 1000 iterações, caso de taxa única com $r_{\min} = \frac{1}{128}R_c$.

5.4.2.3 Otimização do Parâmetro ι

O parâmetro ι na função custo (5.1), foi definido em função do número de usuários ativos no sistema U , de tal forma que $\iota = U \times 10^{-19}$. Esta relação foi encontrada baseada no valor sugerido em (ELKAMCHOUCI; EIRAGAL; MAKAR, 2007) e adaptada para o problema de alocação de potência em sistema DS/CDMA multi-taxa através de uma busca não-exaustiva. Para diferentes números de usuários, a Figura 5.9 indica a evolução do desvio padrão da potência recebida hipotética, σ_{pr} , dado pela solução do algoritmo PSO na iteração n multiplicado pelo respectivo ganho de canal e o ganho de processamento, $\mathbf{p}_g^{\text{best}} \text{diag}(\mathbf{G}) \mathbf{F}$. Os resultados para σ_{pr} na Figura 5.9 foram obtidos sob a média em 1000 diferentes populações iniciais uniformemente distribuídas no intervalo $[p_{\min}; p_{\max}]$ e uma única realização de canal. Assim, os valores de σ_{pr} apresentam uma idéia sobre as disparidades da potência recebida (redução do efeito *near-far*) enquanto a população evolui ao longo das iterações. Como consequência, os valores de ι e sua dependência direta com o número de usuários pode ser estabelecida.

A Figura 5.10 mostra a dificuldade em se resolver o problema de alocação de potência dado restrições de taxa de informação mínima associado a função custo da Equação (5.1) no domínio \mathbb{R}^U . Nesta condição de canal particular, a alocação de potência ótima e o máximo global da função custo são pontos distintos. Isto acontece devido a presença de usuários com péssimas condições de canal, e.g. usuário muito distante da estação rádio-base combinados a uma situação de atenuação profunda. Muitas vezes, nestes casos, é melhor retirar o usuário do sistema por um breve período de tempo (*outage*) e reconectá-lo quando as condições do canal do mesmo estiverem mais favoráveis, com o intuito de minimizar a potência total consumida pelo sistema.

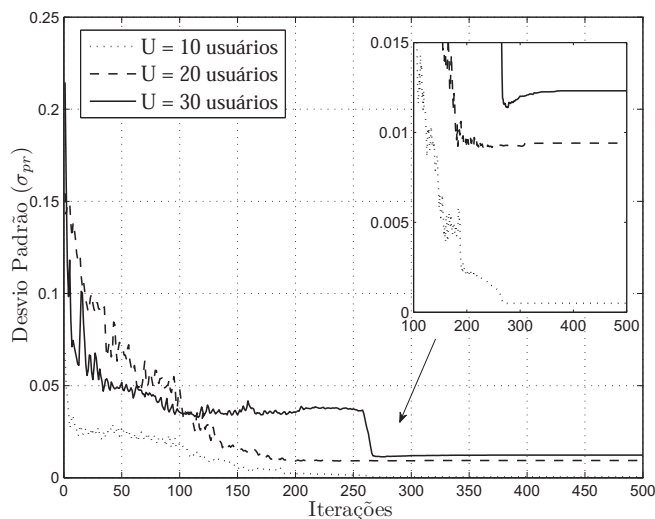


Figura 5.9: Curvas de desvio padrão médio do vetor hipotético de potência recebida, σ_{pr} , como função do número de iterações decorridas. Média sobre 1000 diferentes populações iniciais admitidas uniformemente distribuídas no intervalo $[p_{\min}; p_{\max}]$, e sob a mesma realização de canal.

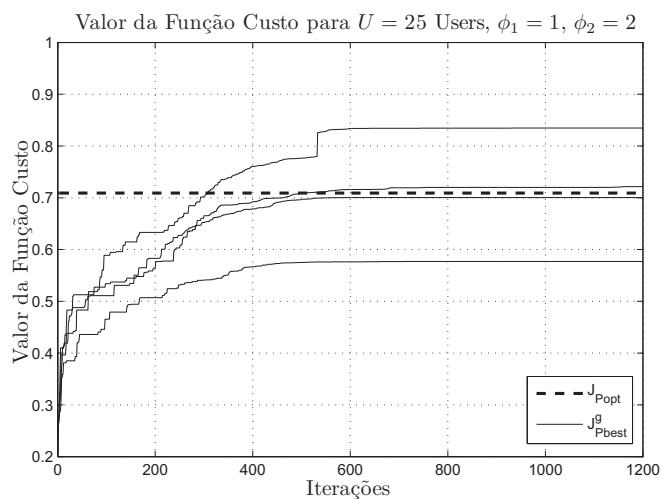


Figura 5.10: Evolução do *fitness* do melhor indivíduo global e o valor da função custo para o vetor de potências ótimas em quatro diferentes realizações com $\phi_1 = 1$ e $\phi_2 = 2$, $U = 25$ usuários, $I = 1200$ iterações, $\iota = U \times 10^{-19}$ e nas mesmas condições de canal.

5.4.3 PSO e DPCA Verhulst: Análise de Complexidade

A fim de comparar a complexidade dos dois algoritmos a Tabela 5.5 foi construída levando-se em conta o número de operações matemáticas realizadas em cada equação a cada iteração em função do número de usuários no sistema U (SAMPAIO et al., 2010).

Tabela 5.5: Número de operações por iteração.

DPCA	Eq.	Soma	Multipl.	Inv. de Matrix
Verhulst, PSO	(2.9)	$U^2 + U$	$2U^2 + 2U$	0
Verhulst	(4.10)	$3U$	$4U$	0
PSO	(5.1)	$2U \times M$	$4U \times M$	0
	(5.10)	$5U \times M$	$(3U + 2) \times M$	0
	(5.11)	$U \times M$	0	0
Solução Analítica.	(2.18)	U	U^2	$\mathcal{O}(U^2 \log(U))$

Note que nas Equações (5.1) e (4.10) o número de operações está diretamente ligado ao cálculo da SINR, portanto a complexidade da Equação (2.9) deve ser adicionada. Além disto, a complexidade de (5.1), (5.10) e (5.11) está associada ao tamanho da população M . É possível conjecturar que $M \equiv U$ uma vez que os valores adotados ($M = U + 2$) são muito próximos. Desta forma, a complexidade assintótica do PSO para controle de potência é da ordem de $\mathcal{O}(U^2 + UM)$ ou simplesmente $\mathcal{O}(U^2)$. De maneira equivalente, a complexidade total assintótica do DPCA Verhulst é da ordem de $\mathcal{O}(U^2)$.

A complexidade dos algoritmos é então explorada na Figura 5.11 e na Figura 5.12. Na primeira, o número de iterações até a convergência, em termos da Equação (5.16), é avaliado para diferentes carregamentos de sistema. A média foi calculada em 100 realizações, considerando potências iniciais aleatórias para $K \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$. Note que para ambos algoritmos a média de iterações para garantir convergência cresce linearmente com o número de usuários.

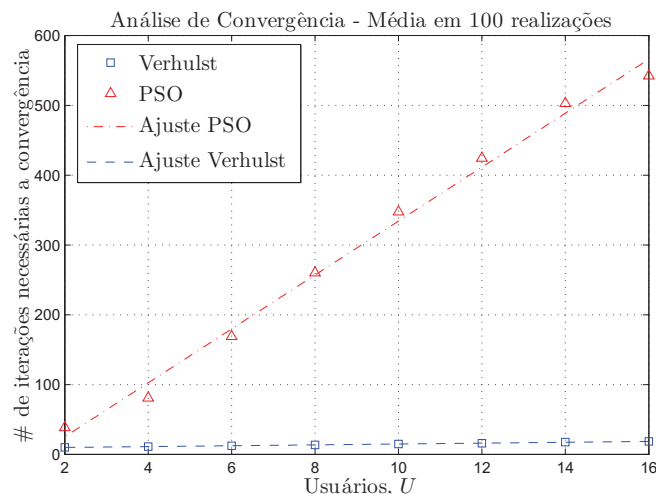


Figura 5.11: Teste de convergência para o DPCA Verhulst e o PSO com diferentes carregamentos de sistema. O ajuste foi feito linearmente para os dois algoritmos, com $y_{\text{Verh}} = 0,62x + 8,66$, e $y_{\text{PSO}} = 38,64x - 52,12$.

Agora, combinando-se os os valores da Tabela 5.5 (número de operações por iteração) com os resultados das simulações apresentados na Figura 5.11, é possível determinar o número médio de

operações matemáticas totais necessárias para calcular a solução. Esta combinação é apresentada na Figura 5.12. Observe que a complexidade do PSO cresce muito mais rapidamente que a do DPCA Verhulst conforme cresce o número de usuários ativos no sistema, indicando claramente que a melhor combinação de complexidade \times desempenho é alcançada pelo DPCA Verhulst.

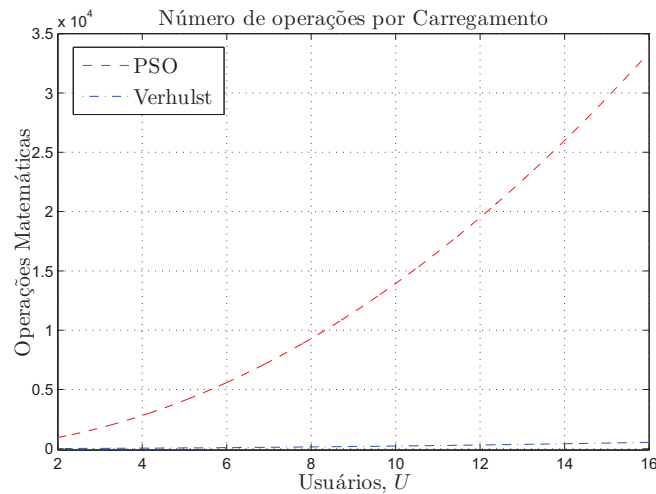


Figura 5.12: Média de operações matemáticas para diferentes carregamentos de sistema.

Além disto, uma análise distinta foi feita de tal forma a revelar a qualidade da solução dos algoritmos quando o número máximo de iterações é o mesmo ou proporcional aos valores da Figura 5.11. Observe na Figura 5.13 que para qualquer quantidade de usuários ativos o DPCA Verhulst com 20% a 10% do número de iterações necessária à convergência tem praticamente a mesma qualidade de solução do que o PSO utilizando 100% das iterações. Note, também, que enquanto as soluções do DPCA Verhulst atingem um NMSE, Eq. (4.11) na faixa de $[10^{-3}, 1]$, as soluções do PSO tem um intervalo de qualidade de $[10^{-1}, 10]$. Portanto, ainda que tenham os mesmos requisitos de convergência, a solução proporcionada pelo método de Verhulst está sempre mais próxima da solução analítica do que a solução obtida com o PSO (SAMPAIO et al., 2010).

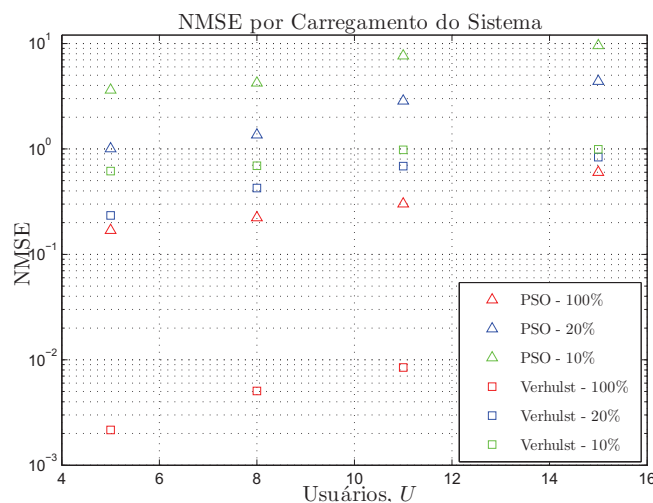


Figura 5.13: NMSE (média em 100 realizações) para diferentes carregamentos com 100%, 20% e 10% das iterações necessárias para atingir a convergência, obtida pela Figura 5.11.

6 Alocação de Recursos Sob a Perspectiva de Teoria de Jogos

Teoria de jogos é um ramo da matemática aplicada comumente utilizado em economia, biologia evolucionária, ecologia, engenharia, ciência política, relações internacionais, ciência da computação e filosofia. Pode ser definida como o estudo da maneira como as relações estratégicas entre agentes repercutem nas preferências dos mesmos (ROSS, 2010).

A criação deste campo de estudos é atribuída a John Von Neumann e Oskar Morgenstern (NEUMANN; MORGENSTERN, 1944) com contribuições posteriores importantes por John Forbes Nash (NASH, 1950, 1951). Matematicamente, um jogo \mathcal{G} pode ser descrito por uma t-upla:

$$\mathcal{G} = \{\mathcal{U}, \mathcal{P}, \mathcal{F}\} \quad (6.1)$$

onde \mathcal{U} é o conjunto de jogadores, \mathcal{P} é o conjunto de possíveis estratégias que os jogadores podem adotar e \mathcal{F} são as funções que mapeiam as estratégias escolhidas em um valor de utilidade; estas funções são denominadas funções utilidade.

Em um cenário de rede de múltiplo acesso, os jogadores seriam os usuários ativos no sistema, o conjunto de estratégias seriam os possíveis valores de potência que cada um poderia utilizar e as funções utilidade avaliariam as estratégias escolhidas de acordo com o objetivo do usuário, e.g. maximizar a taxa ou minimizar a potência. Estes jogos podem acontecer de maneira não-cooperativa ou cooperativa. Neste trabalho apenas jogos não-cooperativos foram considerados.

Como já se sabe, jogos não cooperativos podem ser resolvidos encontrando-se o equilíbrio de Nash (*Nash Equilibrium*, NE) do problema (PANG et al., 2008; SCUTARI et al., 2010). Aqui são considerados dois tipos de problemas: os problemas de equilíbrio de Nash (*Nash Equilibrium Problem*, NEP), onde os usuários interagem em suas funções utilidade, e o segundo problema é o NEP generalizado (*generalized NEP*, GNEP), onde as decisões de cada jogador afetam o conjunto de estratégias dos demais (SCUTARI et al., 2010).

Considere que U usuários do sistema controlem o vetor de variáveis de decisão $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_U]$; define-se $\mathbf{p}_{-i} = [p_1, \dots, p_{i-1}, p_{i+1}, \dots, p_U]$ como o vetor de variáveis de todos os usuários exceto i . Desta forma, o objetivo do usuário i , dado estratégias dos demais usuários \mathbf{p}_{-i} , é escolher um $\mathbf{p}_i \in \mathcal{P}_i$.

que minimiza uma determinada função custo $f_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i})$, ou seja:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}_i} \quad & f_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{p}_i \in \mathcal{P}_i \end{aligned} \quad (6.2)$$

assumindo que f_i é contínua, diferenciável e convexa como função somente de \mathbf{p}_i (NASH, 1950, 1951; SCUTARI et al., 2010). Adicionalmente, $\mathcal{P}_i \subseteq \mathbb{R}^N$, $\forall i = 1, \dots, U$ são fechados e convexos (NASH, 1950, 1951; SCUTARI et al., 2010). Um ponto \mathbf{p} é realizável se $\mathbf{p} \in \mathcal{P}_i$ para todos os i jogadores. Um NE ou simplesmente uma solução do NEP, é um ponto realizável \mathbf{p}^* para o qual a seguinte relação é verdadeira para todos os usuários $i = 1, \dots, U$:

$$f_i(\mathbf{p}_i^*, \mathbf{p}_{-i}^*) \leq f_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i}^*), \quad \forall \mathbf{p}_i \in \mathcal{P}_i \quad (6.3)$$

ou seja, um NE é um conjunto de estratégias realizável no qual nenhum jogador pode se beneficiar de uma mudança unilateral de \mathbf{p}_i^* .

Por outro lado, um GNEP leva em consideração que os conjuntos fechados e convexos \mathcal{P}_i , $i = 1, \dots, U$ são afetados diretamente pelas escolhas das estratégias dos jogadores adversários. Neste caso, é mais conveniente denotar estes conjuntos por $\mathcal{P}_i(\mathbf{p}_{-i})$, de tal forma que cada usuário possa ter um conjunto fechado e convexo distinto dos demais. Adaptando (6.2) para esta nova abordagem tem-se (SCUTARI et al., 2010):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}_i} \quad & f_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{p}_i \in \mathcal{P}_i(\mathbf{p}_{-i}) \end{aligned} \quad (6.4)$$

onde, de maneira similar ao NEP, a solução é um vetor realizável $\mathbf{p}^* = [p_1^*, \dots, p_U^*]$ tal que a seguinte relação é verdadeira para todos os usuários $i = 1, \dots, U$:

$$f_i(\mathbf{p}_i^*, \mathbf{p}_{-i}^*) \leq f_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i}^*), \quad \forall \mathbf{p}_i \in \mathcal{P}_i(\mathbf{p}_{-i}^*) \quad (6.5)$$

A seção a seguir demonstra a modelagem do problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação em sistemas MC-CDMA utilizando o conceito de GNE.

6.1 Controle de Potência em Sistemas MC-CDMA Utilizando Teoria de Jogos

Em redes de múltiplo acesso é importante observar que a seleção de potência de cada usuário interfere diretamente no desempenho dos demais. Sendo assim, é mais conveniente modelar o problema como um GNEP, matematicamente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^U \sum_{k=1}^N p_i(k) \\ \text{s.a.} \quad & r_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i}) \in r_i^* \\ & \mathbf{p}_i \in \mathcal{P}_i(\mathbf{p}_{-i}) \end{aligned} \quad (6.6)$$

onde $r_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i})$ é a taxa normalizada alocada para o i ésimo usuário dado seu vetor de potências \mathbf{p}_i e os vetores de potência dos demais usuários \mathbf{p}_{-i} , definido como:

$$r_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{-i}) = \sum_{k=1}^N \log[1 + \Gamma_i(k)] \quad (6.7)$$

onde $\Gamma_i(k)$ pode ser obtido através da Equação (2.8). Com o intuito de avaliar esta abordagem as condições nas quais o problema possui um GNE e ele é único são apresentadas nas subseções: 6.1.1 (Existência) e 6.1.2 (Unicidade).

6.1.1 Existência

A fim de apresentar as condições de existência do GNE é necessário definir a matriz de canal ponderada pela SINR de cada *link* obtida como função de taxa de informação normalizada, \mathbf{Z}_k em (6.8). O problema tem um GNE se, e somente se, \mathbf{Z}_k é uma P-matriz $\forall k = 1, \dots, N$ (PANG et al., 2008), i.e. \mathbf{Z}_k é uma matriz quadrada com todos os determinantes das submatrizes principais positivos.

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} |g_{11}(k)|^2 & -(e^{r_1^*} - 1)|g_{12}(k)|^2 & \cdots & -(e^{r_1^*} - 1)|g_{1U}(k)|^2 \\ -(e^{r_2^*} - 1)|g_{21}(k)|^2 & |g_{22}(k)|^2 & \cdots & -(e^{r_2^*} - 1)|g_{2U}(k)|^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -(e^{r_U^*} - 1)|g_{U1}(k)|^2 & -(e^{r_U^*} - 1)|g_{U2}(k)|^2 & \cdots & |g_{UU}(k)|^2 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

A prova da condição de existência pode ser encontrada em (PANG et al., 2008) e não será reproduzida aqui.

6.1.2 Unicidade

Para avaliar a unicidade do GNE considere a matriz \mathbf{B} :

$$\mathbf{B}_{ij} \equiv \begin{cases} e^{-r_i^*}, & \text{se } i = j \\ -e^{r_i^*} \hat{\beta}_{ij}^{\max}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.9)$$

com:

$$\hat{\beta}_{ij}^{\max} = \max_k \left(\frac{|g_{ij}(k)|^2 \sigma_j^2(k) + \sum_{j' \neq j} |g_{jj'}(k)|^2 \tilde{p}_{j'}(k)}{|g_{jj}(k)|^2 \sigma_i^2(k)} \right) \quad (6.10)$$

onde $\tilde{\mathbf{p}}(k)$ é um vetor coluna, tal que $\tilde{\mathbf{p}}(k) = [\tilde{p}_1(k), \dots, \tilde{p}_i(k), \dots, \tilde{p}_U(k)]^T$ e pode ser obtido por:

$$\tilde{\mathbf{p}}(k) = (\mathbf{Z}_k(\mathbf{R}^*))^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1^2(k)(e^{r_1^*} - 1) \\ \vdots \\ \sigma_i^2(k)(e^{r_i^*} - 1) \\ \vdots \\ \sigma_U^2(k)(e^{r_U^*} - 1) \end{bmatrix}, \quad \forall k = 1, \dots, N; \quad (6.11)$$

onde \mathbf{R}^* é um *profile* de taxas alvo, tal que $\mathbf{R}^* = [r_1, r_2, \dots, r_U]$ bits/símbolo/sub-portadora; e $\sigma_i^2(k)$ é a potência de ruído na k ésima sub-portadora do usuário i .

O problema tem um GNE único se, e somente se, satisfaz as condições de existência apresentadas na Seção 6.1.1 e \mathbf{B} é uma P-matriz (PANG et al., 2008).

A prova da condição de unicidade pode ser encontrada em (PANG et al., 2008) e não será reproduzido aqui.

6.2 A Solução pelo Algoritmo de Water-Filling

Como demonstrado em (PANG et al., 2008) o algoritmo de *water-filling* (*water-filling algorithm*, WFA) é a solução mais simples para o GNEP em (6.6) quando o nível de interferência for baixo ou moderado. Desta forma, o seguinte algoritmo iterativo de *water-filling* (*iterative WFA*, IWFA) baseado no método de Gauss-Seidel é utilizado como referência a obtenção da solução do GNEP (6.6) (PANG et al., 2008):

O operador *water-filling* no Algoritmo 6.1 é aplicado em cada sub-canal de cada usuário MC-CDMA

Algoritmo 6.1 IWFA**Entrada:** \mathbf{p} , N ; **Saída:** \mathbf{P}^*

início

1. inicializar o vetor de potências $\mathbf{p}_i[0], \forall i = 1, \dots, U$ e $n = 0$;
2. enquanto $n \leq I$
3. para $i = 0$ até U
4. se $i = n \bmod U$
5. $\mathbf{p}_i[n + 1] = \text{WF}(\mathbf{p}_i[n], \mathbf{p}_{-i}[n])$
6. senão
7. $\mathbf{p}_i[n + 1] = \mathbf{p}_i[n]$
8. fim se
9. fim para
10. designar $n = n + 1$
11. fim enquanto

 $\mathbf{p}_i[0]$ = vetor inicial de potência do i ésimo usuário; \mathbf{P}^* = matriz de potências soluções; I = número máximo de iterações;

considerando a interferência de $U - 1$ usuários, como definido em (PALOMAR; FONOLLOSA, 2005):

$$\text{WF}(\mathbf{p}_i[n], \mathbf{p}_{-i}[n]) = (\mu_i a_i - b_i)^+ \quad \forall i = 1, \dots, U \quad (6.12)$$

com $(\cdot)^+ = \max(0, \cdot)$, μ_i é a potência que satisfaz as restrições de taxa, e a_i, b_i são números positivos arbitrários. Dado um conjunto de pares $\{(a_i, b_i)\}$ para cada usuário no sistema e uma função restrição g , o valor de potência que satisfaz o QoS pode ser obtido através do Algoritmo 6.2, apresentado em (PALOMAR; FONOLLOSA, 2005).

Algoritmo 6.2 Algoritmo Prático para uma Solução com Nível de Água Único**Entrada:** conjunto de pares $\{(a_i, b_i)\}$, função g ; **Saída:** \mathbf{P}^* e o nível d'água μ

início

1. designe $\tilde{N} = N$;
2. ordene $\{(a_i, b_i)\}$ tal que a_i/b_i resultem em ordem decrescente;
3. defina $a_{N+1} = b_{N+1} = 0$;
4. enquanto $b_{\tilde{N}}/a_{\tilde{N}} \geq b_{\tilde{N}+1}/a_{\tilde{N}+1}$ ou $g(b_{\tilde{N}}/a_{\tilde{N}}) \geq 0$
5. defina $\tilde{N} = \tilde{N} - 1$;
6. fim enquanto
7. encontre $\mu \in (b_{\tilde{N}}/a_{\tilde{N}}, b_{\tilde{N}+1}/a_{\tilde{N}+1}] | g(\mu) = 0$
8. $x_i = (\mu a_i - b_i)^+, \quad 1 \leq i \leq N$

 $(\cdot)^+ = \max(\cdot, 0)$; \tilde{N} é definido no texto adiante;

As seguintes particularizações são então aplicadas ao problema em (6.6):

$$a_i(k) = 1 \quad (6.13)$$

$$b_i(k) = \frac{\sum_{j \neq i}^U p_j(k) |g_{ij}(k)|^2 + \sigma_i^2(k)}{|g_{ii}(k)|^2}, \quad \forall i = 1, \dots, U \text{ e } k = 1, \dots, N$$

$$g(\mu) = \mu - \frac{2^{\frac{r_i^*}{N}} + \log_2(\Lambda)}{2^{\frac{1}{N} \log_2(b_i(k))}} \quad (6.14)$$

$$\mu = \frac{2^{\frac{r_i^*}{N}} + \log_2(\Lambda)}{2^{\frac{1}{N} \log_2(b_i(k)^{-1})}}$$

onde Λ é o intervalo entre a capacidade de Shannon e a taxa de informação e \tilde{N} é o indexador do primeiro sub-canal (pós-ordenação) que satisfaz $g(b_i(\tilde{N})) < 0$. A convergência do algoritmo é garantida quando $I \rightarrow \infty$ (PALOMAR; FONOLLOSA, 2005).

6.3 Aplicabilidade dos Cenários

Com o objetivo de avaliar a abordagem de teoria de jogos não-cooperativos em três cenários com distintas densidades de interferência por sub-canal, a probabilidade de existência e unicidade do GNE avaliada via simulações computacionais tomando-se uma média em 500 realizações de canal distintas, de tal forma que:

$$p_e(d) = \frac{n_e}{n_t} \quad (6.15)$$

onde $p_e(d)$ é a probabilidade de existência dado um parâmetro d de distância normalizada (definido nas seções subsequentes), n_e é o número de realizações de canal que possuem ao menos um GNE e n_t é o número total de realizações de canal simuladas. De maneira análoga é possível calcular a probabilidade de unicidade:

$$p_u(d) = \frac{n_u}{n_t} \quad (6.16)$$

onde $p_u(d)$ é a probabilidade de unicidade dado o parâmetro d como na Equação (6.15) e n_u é o número de realizações de canal que possuem um único GNE.

Os cenários 1, 2 e 3 (apresentados nas Seções 3.1, 3.2 e 3.3) foram testados utilizando as condições de existência e unicidade apresentadas nas Seções 6.1.1 e 6.1.2. Resultados numéricos são apresentados nas subseções seguintes.

6.3.1 Cenário 1

As probabilidades de existência e unicidade foram calculadas para dois perfis de taxa de informação mínima ($r^* = 1$ e $r^* = 2$ bit/simb/sub-canal), para um conjunto de parâmetros $d \in [0, 1; 0, 9]$ e para diferentes valores de correlação cruzada média ($\rho = 0,35$, e $\rho = 1$). A Figura 6.1 oferece os resultados das simulações. Como esperado, a probabilidade de existência e unicidade para um valor de $d \in [0, 1; 0, 2]$ é maior para um perfil de taxa mínima baixo, i.e. $r^* = 1$ bit/simb/sub-canal. Além disto, $P(d) \rightarrow 1$ conforme $d \rightarrow 0,9$. Para o caso de correlação cruzada baixa, a interferência diminui, de tal forma que os resultados para $P(d)$ são melhores do que para o cenário onde há interferência completa, i.e. $\rho = 1$, como pode ser observado na Figura 6.2. Adicionalmente, note que para $r^* = 1$ bit/simb/sub-canal, a probabilidade de existência e unicidade do GNE tem os mesmos valores.

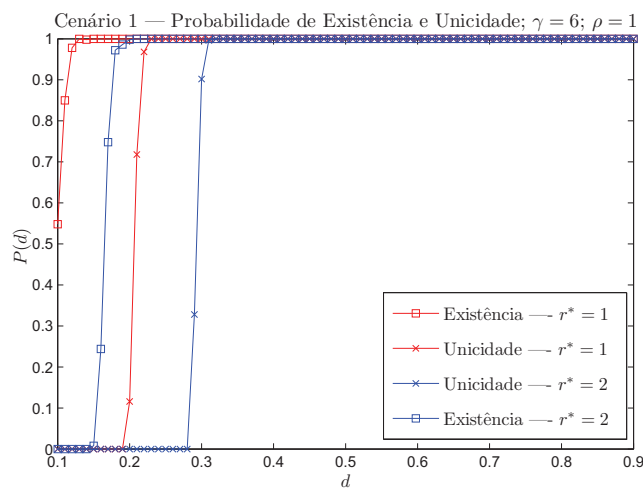


Figura 6.1: Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 6$ e $\rho = 1$. Cenário 1.

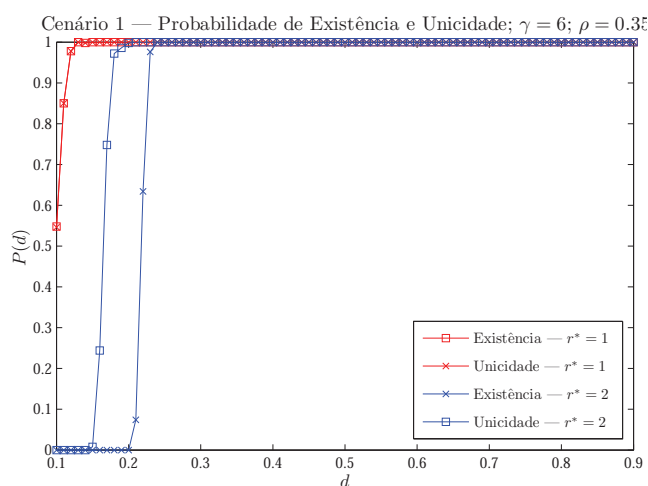


Figura 6.2: Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 6$ e $\rho = 0,35$. Cenário 1.

A partir da Figura 6.1 e da Figura 6.2 é possível avaliar de maneira positiva a aplicabilidade da abordagem de teoria de jogo utilizando o IWFA para alocação de taxa e potência em redes MC-CDMA.

Entretanto, por ser um cenário pouco realista é necessário analisar o comportamento desta abordagem quando a interferência cresce substancialmente. Note ainda que, para uma perda de percurso com expoente $\gamma = 6$, as condições do canal podem atingir atenuações da ordem de -270dB , as quais caracterizam uma situação sem solução, uma vez que o nível de potência necessário para sobrepujar este desvanecimento é extremamente elevado.

Ainda no cenário um, porém assumindo um *link* em ambiente com menor índice de degradação ao longo do percurso, i.e. $\gamma = 2$, representando uma interferência de múltiplo acesso maior que a situação anterior¹ (Figura 6.1 e Figura 6.2). As Figuras 6.3 e 6.4 mostram que a probabilidade de existência e unicidade do GNE torna-se mais restrita à medida que o coeficiente de perda de percurso reduz-se ou, de forma equivalente, a MAI cresce. Por outro lado, os resultados, que por simplicidade não foram apresentados na forma de figura, mostram que para γ conforme (3.1); i.e. $\gamma = 2$ para cada *link* enquanto $\gamma = 4$ para sinais interferentes de células adjacentes e $\gamma = 6$ para células não adjacentes, o GNE sempre existe e é único.

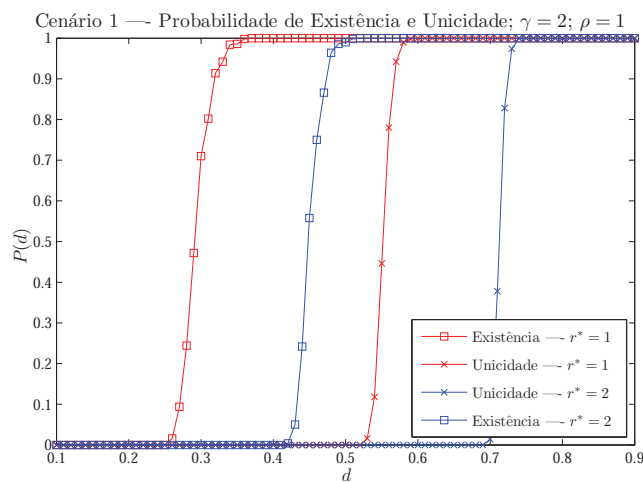


Figura 6.3: Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 1$. Cenário 1.

Portanto, para este cenário a diferença na perda de percurso apenas desloca os valores de probabilidade. Além disso, neste caso de alto número de percursos e forte desvanecimento de canal ($\gamma \geq 4$), as situações mais comuns que favorecem a existência e unicidade de uma solução para um valor arbitrário de d são situações bucólicas ou com linha de visada.

6.3.2 Cenário 2 e 3

Como já relatado, apenas um perfil de taxa mínima foi considerado para o cenário 2 ($r^* = 1\text{bit/simb/sub-canal}$). Adicionalmente, as simulações foram feitas combinando os valores d_1 e d_2 como descritos na Seção 3.2. Ambos valores de correlação cruzada média foram considerados, $\rho = 1$ e $\rho = 0,35$. Todavia, as principais mudanças em relação ao cenário 1 são, neste caso, a análise do *uplink*

¹Observe que uma vez que todos os canais de todos os usuários melhoram com uma perda de percurso menor, a interferência entre os mesmos aumenta

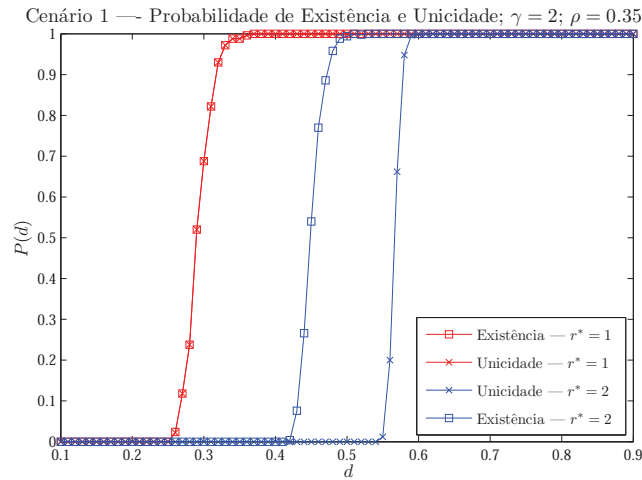


Figura 6.4: Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 0,35$. Cenário 1.

e maior densidade de interferentes conforme observado na Tabela 3.2. Isto caracteriza um cenário mais realista e, portanto, de maior interesse. Observe que no cenário 2 o valor de d_2 é oposto ao de d nos outros dois cenários, isto é, enquanto d no cenário 1 e 3 é a distância normalizada do TM à borda da célula² no cenário 2 d_2 é a distância normalizada do TM a BS.

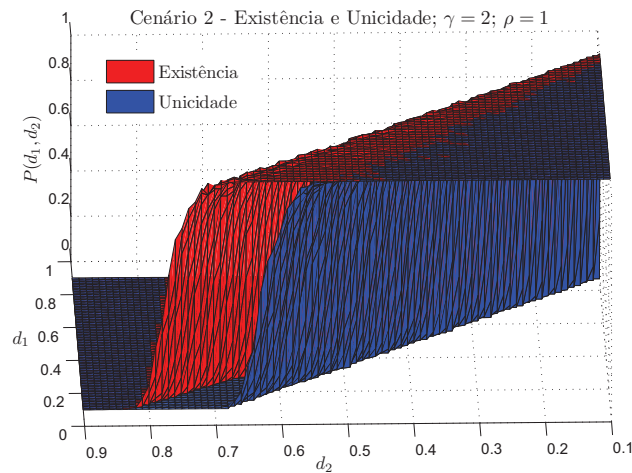


Figura 6.5: Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 1$. Cenário 2.

Note na Figura 6.5 que para um cenário mais realístico que o cenário 1 a probabilidade de existência e unicidade do GNE é ainda mais restrita (em termos de combinações de (d_1, d_2) com solução). Além disso, a Figura 6.6 confirma que reduzindo o efeito da correlação cruzada (redução da MAI), i.e. $\rho \leq 1$ resulta em uma pequena melhora na probabilidade de existência e um aumento considerável da unicidade.

Adicionalmente, para o terceiro cenário, mais realista que os dois anteriores, conforme descrito na Seção 3.3, não foi possível encontrar uma situação onde o GNE existisse, mesmo para $\rho = 0,35$.

Com estes resultados é necessário avaliar: i) qual o comportamento do IWFA quando não existe

²E, portanto, $1 - d$ é a distância normalizada do TM a BS.

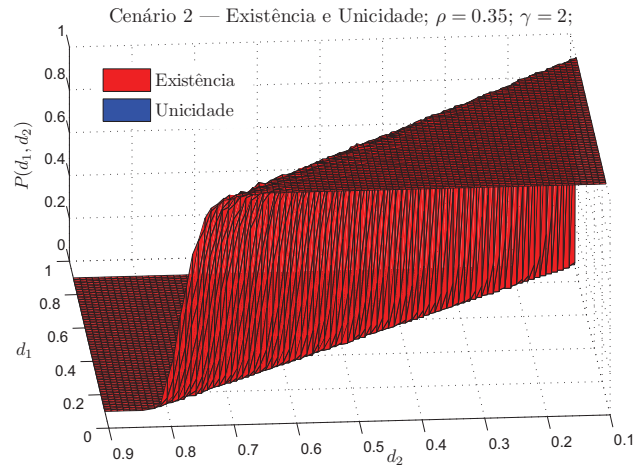


Figura 6.6: Probabilidade de existência e unicidade do GNE com expoente da perda de percurso $\gamma = 2$ e $\rho = 0,35$. Cenário 2.

um GNE, ii) existe outra técnica que poderia resolver de maneira eficiente o GNEP, i.e. com baixa complexidade computacional. Para o primeiro ponto a ser avaliado, simulações revelaram que a convergência do algoritmo não é garantida se não existir um GNE³, como pode ser observado na Figura 6.7(b).

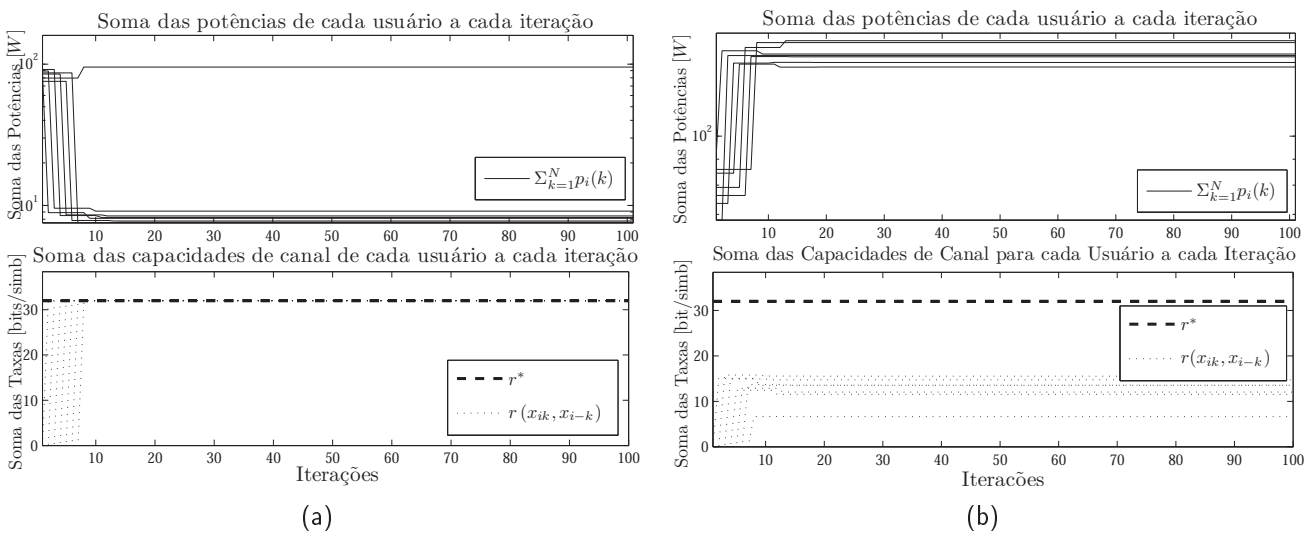


Figura 6.7: Alocação de Potência e Taxa no Cenário 1, $\gamma = 2$ e $R = 1$ bit/simb/sub-canal: (a) O GNE existe e é único: alocação de potência e taxa típica, $d = 0,6$; (b) O GNE não existe: alocação de potência e taxa típica, $d = 0,1$.

A partir dos resultados de simulação apresentados, é possível concluir que a abordagem de teoria de jogos não-cooperativos não é totalmente eficiente para implementar políticas de alocação de recursos em sistemas MC-CDMA em cenários com média e alta interferência, devido a ausência de garantia de existência do GNE naqueles cenários.

³O algoritmo converge quando $I \rightarrow \infty$. Todavia, em sistemas reais, o algoritmo deve convergir considerando um número de iterações o menor possível, tendo em vista atender aplicações em tempo real e simultaneamente minimizar o consumo de energia.

6.4 Abordagem Híbrida Utilizando PSO e IWFA

Devido às limitações na abordagem de teoria de jogos em cenários mais realistas, uma abordagem combinando a heurística PSO e o IWFA é proposta neste trabalho. A idéia principal é selecionar os usuários com as melhores condições de canal utilizando o PSO e em seguida executar o IWFA.

Desta forma, o primeiro passo desta proposta é permitir que o PSO resolva o problema de controle de potência médio com restrições de taxa descrito na Equação (2.15). Assim, a seguinte função custo é utilizada (MOUSTAFA; HABIB; NAGHSHINEH, 2000; ELKAMCHOUCI; EIRAGAL; MAKAR, 2007; SAMPAIO et al., 2011):

$$J(\bar{\mathbf{p}}) = \frac{1}{U} \sum_{i=1}^U F^{th} \times \left(1 - \frac{\bar{p}_i}{\bar{p}_{\max}} \right) \quad (6.17)$$

onde \bar{p}_i é a potência média do i ésimo usuário, \bar{p}_{\max} é a potência média máxima e F^{th} é definido como:

$$F^{th} = \begin{cases} 1, & \text{se } \bar{r}_i \geq \hat{r}_i^* \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (6.18)$$

onde \bar{r}_i é a taxa média do usuário i e \hat{r}_i^* é a taxa média mínima para o i ésimo usuário.

A resolução do problema de minimização da potência média em (2.15) usando um método heurístico é feita considerando-se as condições médias de canal ao longo dos N sub-canais do sistema MC-CDMA. Uma vez que o PSO tenha completado seu procedimento, os usuários com $\bar{p}_i = 0$ são removidos do sistema naquele *time slot* e podem retornar no próximo se suas condições de canal permitirem.

O algoritmo PSO descrito no Capítulo 5 foi utilizado nesta abordagem com os parâmetros de entrada conforme descritos na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Parâmetros de Entrada do PSO.

Parâmetro	Valor
ϕ_1	2
ϕ_2	2
V_{\max}	$0,01 \cdot (p_{\max} - p_{\min})$
V_{\min}	$-V_{\max}$
ω	linear ao longo das iterações
M	U

6.4.1 Comparação da Alocação de Potência e Taxa

A fim de caracterizar a alocação de potência ao longo das iterações, as Figuras 6.8 e 6.9 são apresentadas.

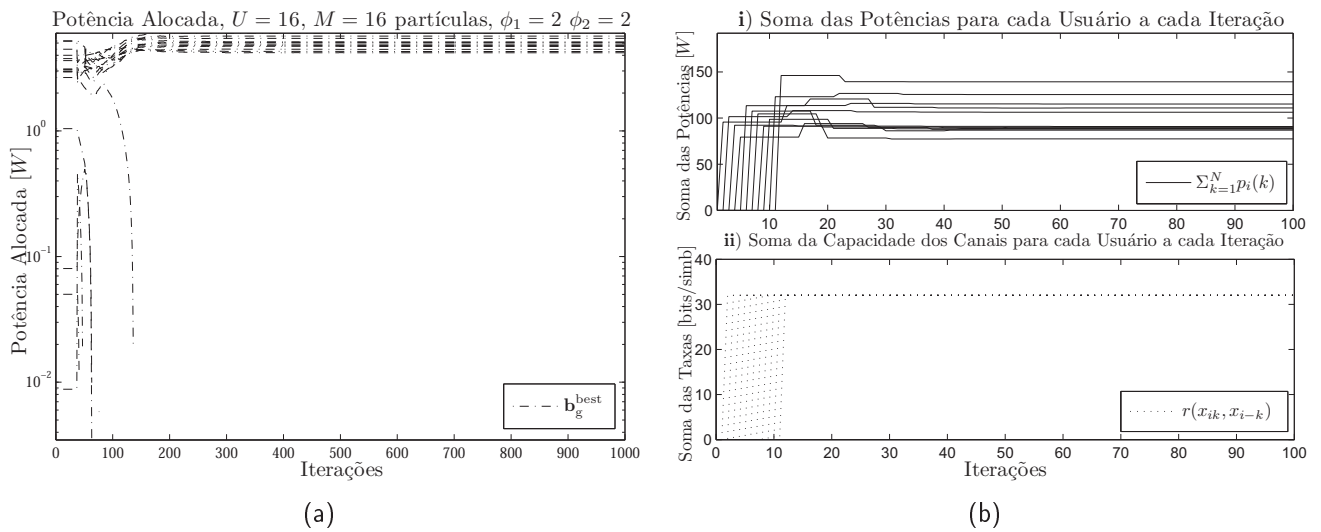


Figura 6.8: Alocação de Potência utilizando PSO + IWFA.: (a) Alocação de potência típica usando PSO para: $d = 0,6$, $r^* = 1\text{bit/simb/sub-canal}$, $\gamma = 2$; (b) Alocação de potência e taxa típicas utilizando IWFA após execução do PSO para alocação da potência média na Figura 6.8(a).

Note na Figura 6.8 que após reduzir o número de usuários ativos no sistema o QoS pode ser atingido para todos os usuários que foram mantidos conectados, por outro lado, cinco usuários tiveram suas conexões terminadas (*outage*). Os resultados na Figura 6.9 mostram a diferença, em termos de QoS garantido e alocação de potência, se o IWFA for utilizado na mesma situação sem o PSO. Ainda assim, utilizar a abordagem híbrida não garante que o QoS será satisfeito em 100% das ocasiões.

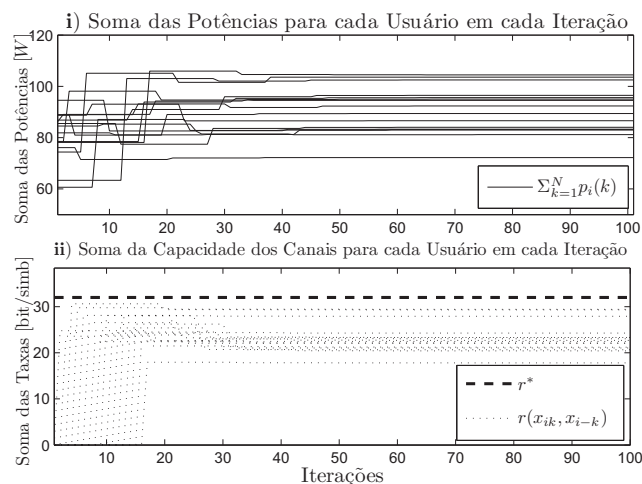


Figura 6.9: Alocação de potência e taxa típica para IWFA puro, $d = 0,6$, $\rho = 0,35$.

6.4.2 Probabilidade de Existência, Unicidade e Interrupção

Para avaliar a melhoria proporcionada pela abordagem proposta, simulações verificando a probabilidade de existência e unicidade foram conduzidas. Além disso, uma vez que o algoritmo PSO decide quais usuários terão suas transmissões interrompidas, a probabilidade de interrupções (*outage*) foi calculada. Simulações foram conduzidas considerando $\rho = 1$ ou $\rho = 0,35$, $\gamma = 2$, $r_i^* = 1\text{bit/simb/sub-canal}$ e uma média de valores em 500 realizações de canal distintas e independentes.

Devido ao excessivo tempo de simulação necessário para se obter os dados da Figura (cerca de 28 horas), o número de amostras não foi incrementado. Isto justifica a perturbação observada na probabilidade de existência e unicidade na Figura 6.10 causada pela combinação da característica estocástica das condições de canal e o baixo número de amostras utilizados.

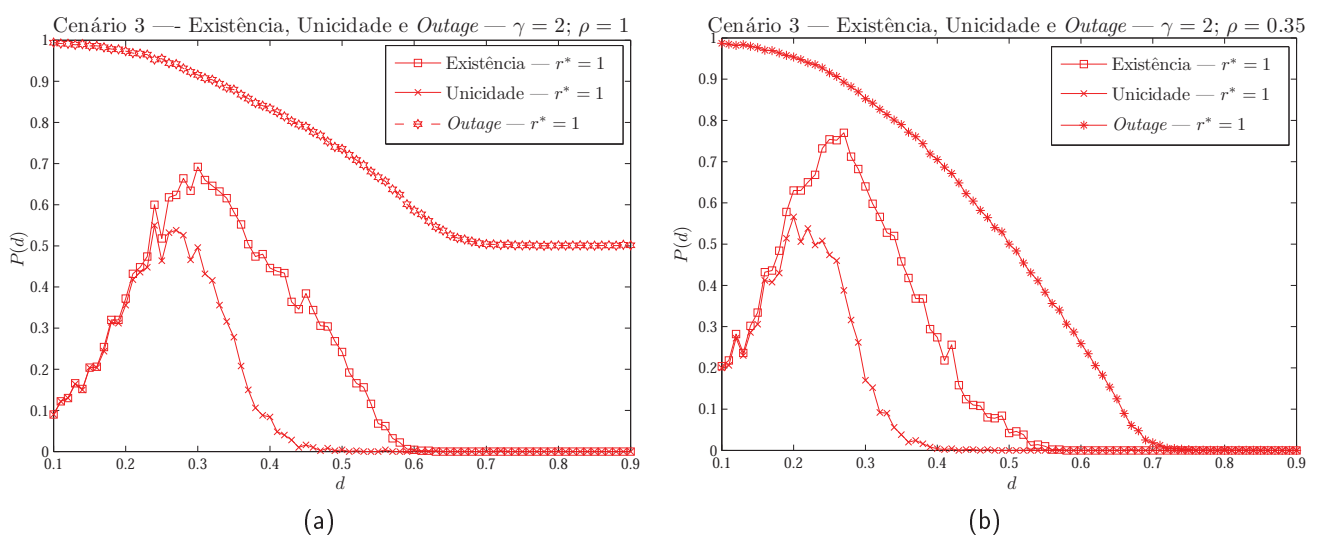


Figura 6.10: Cenário 3, $\gamma = 2$, $r_i^* = 1\text{bit/simb/sub-canal}$: (a) $\rho = 1$; (b) $\rho = 0.35$.

Adicionalmente, observa-se uma redução substancial na probabilidade de interrupções causado pela redução de ρ . Entretanto, um decremento na probabilidade de *outage* não possui uma relação simples com a probabilidade de existência e unicidade do GNE. De fato, é possível afirmar observando a Figura 6.10 que para um $d \simeq 0,3$ a probabilidade de existência e unicidade do GNE atinge seu valor máximo com 90% de probabilidade de interrupção do serviço, i.e. apenas 10% dos usuários tendem a permanecer no sistema.

Considerando estes resultados, percebe-se a necessidade de avaliar outros pontos da abordagem proposta: i) se o objetivo da abordagem era aumentar a probabilidade de existência e unicidade do GNE para o cenário 3, os resultados obtidos são satisfatórios? ii) mesmo sem um GNE, o QoS é satisfeito ou parcialmente satisfeito? iii) se parcialmente satisfeito, qual a probabilidade de ser parcialmente satisfeito? Estas observações e questionamentos são esclarecidos na Figura 6.11.

Primeiramente, uma vez que a taxa alvo não pode ser atingida pela potência máxima permitida o algoritmo considera melhor a transmissão de fração da taxa mínima ao invés de nenhuma taxa. Isso

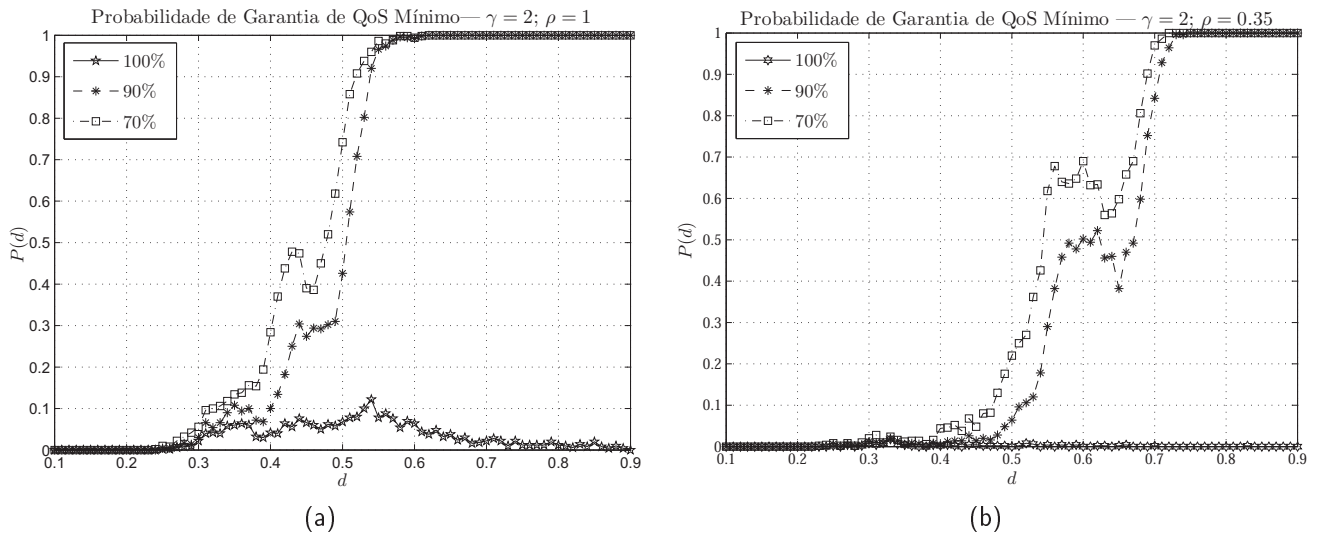


Figura 6.11: Média sobre 500 realizações, $r_i^* = 1\text{bit/simb/sub-canal}$, $\gamma = 2$, QoS parcialmente satisfeito 100%, 90% e 70% em relação à r_i^* : (a) $\rho = 1$; (b) $\rho = 0,35$.

explica porque a probabilidade de existência e unicidade no cenário 3 não é tão boa quanto nos cenários 1 e 2, mesmo utilizando a abordagem híbrida.

Adicionalmente, a Figura 6.11 mostra a probabilidade da abordagem proposta atingir, total ou parcialmente, o QoS para diferentes valores de d . Foram considerados três níveis de satisfação de QoS: completo (100%, i.e. o QoS a ser satisfeito), quase completo (90% em relação ao completo) e parcial (70%, em relação ao completo). Note que o desempenho considerando interferência total, i.e. $\rho = 1$, é melhor. Isto é consequência da alta probabilidade de *outage* quando comparado com $\rho = 0,35$, uma vez que menos usuários permanecerão conectados.

6.4.3 Análise de Complexidade

Uma análise da complexidade computacional foi conduzida tendo em conta o número de operações matemáticas. Note que em sistemas MC-CDMA deve-se considerar três variáveis: número de usuários, número de sub-canais e número de iterações. Assim, a Tabela 6.2 apresenta o número de operações para cada algoritmo.

Tabela 6.2: Número de operações por iteração.

DPCA	Eq.	Soma	Multip.	Exponen.
IWFA	Algoritmo 6.1	1	1	0
	Algoritmo 6.2	$N^2 + N + 1$	$N^2 + 2N + 1$	4
PSO	(2.9)	$U^2 + U$	$2U^2 + 2U$	0
	(6.17)	$2U$	$2U + 1$	0
	(5.10)	$U \times M$	$(3U + 2) \times M$	0
	(5.11)	$U \times M$	0	0

Para o IWFA pode-se considerar que o número de sub-canais e o número de usuários são equivalentes, tal que $U \equiv N$. Observe, também, que para o PSO o número de iterações foi considerado fixo em

$I = 1000$ iterações e para o IWFA testes não-exaustivos revelaram que $I \equiv 4U$ iterações é o suficiente para o algoritmo convergir. Portanto, de acordo com a Tabela 6.2 obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{IWFA}(U) &= 4 * U(2U^2 + 3U + 8) = \\ &= 8U^3 + 12U^2 + 32U \end{aligned} \quad (6.19)$$

e, considerando $M = U$:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{PSO}(U) &= 1000(8U^2 + 9U + 1) = \\ &= 8000U^2 + 9000U + 1000 \end{aligned} \quad (6.20)$$

onde $\mathcal{C}(U)$ é o número total de operações matemáticas dado um número U de usuários. Adicionalmente, o número total de operações matemáticas para diferentes carregamentos de sistema é apresentado na Figura 6.12:

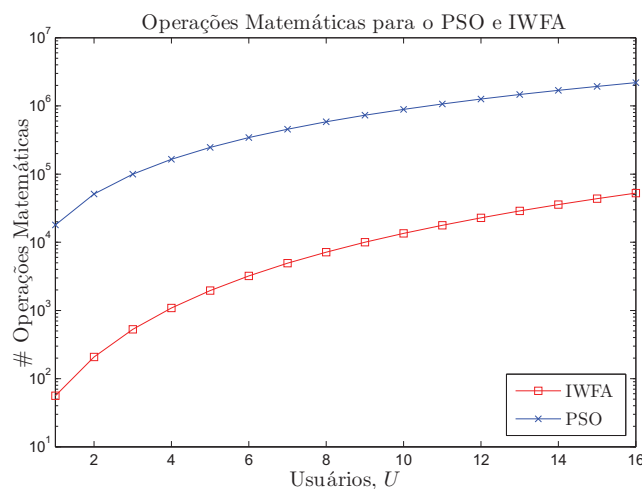


Figura 6.12: Número total de operações matemáticas por carregamento do sistema.

O comportamento assintótico da complexidade computacional do algoritmo PSO é $\mathcal{O}(U^2)$ (SAMPAIO et al., 2010) e do IWFA $\mathcal{O}(U^3)$. Desta forma, o método proposto teria uma complexidade assintótica da ordem de $\mathcal{O}(U^3 + U^2)$, ou seja, $\mathcal{O}(U^3)$, i.e. assintoticamente não existe acréscimo de complexidade do método híbrido em relação ao IWFA puro.

7 Conclusões e Perspectivas

Este trabalho abordou especificamente dois problemas de alocação de recursos em redes sem fio de múltiplo acesso, o problema de controle de potência com requisitos de taxa mínima e o problema maximização da taxa com restrições de potência e taxa. Para tanto, foram empregadas três distintas abordagens na solução destes problemas de otimização: abordagem analítica de Verhulst, a técnica de otimização heurísticas e abordagem baseada na teoria de jogos. Fica evidente que são dois problemas em aberto sem uma solução fechada ótima que satisfaça os requisitos de qualidade da solução \times complexidade computacional.

É possível enumerar as principais conclusões da investigação realizada:

1. O DPCA de Verhulst tem um desempenho melhor que o DPCA clássico de Foschini quando considerados erros nas estimativas de canal, tanto em canais dinâmicos quanto sob condições de canal estático.
2. O DPCA Verhulst tem um desempenho superior que o algoritmo PSO em termos de qualidade de solução e complexidade computacional sob canais estáticos.
3. A taxa de convergência do DPCA Verhulst pôde ser acelerada utilizando um coeficiente de aceleração α -adaptativo mapeando a diferença da SINR instantânea em relação a SINR alvo na tangente hiperbólica.
4. Poucas iterações são necessárias para atualizar a potência dos usuários a cada *slot* temporal utilizando o DPCA Verhulst, em cenários com baixa e alta mobilidade.
5. O PSO mostrou-se adequado em resolver o problema (5.8), e encontrou dificuldade para resolver o problema (5.1). Observou-se que isto acontece pelo fato do primeiro problema possuir uma função custo convexa enquanto a segunda função custo não apresenta convexidade.
6. A otimização dos parâmetros de entrada do PSO mostrou que até mesmo o carregamento do sistema tem influência nos valores dos parâmetros, necessitando portanto de ajustes para cada configuração de operação do sistema.
7. A abordagem de teoria de jogos é muito poderosa, porém com restrições de aplicabilidade em sistemas reais, i.e. não há garantia de existência de um GNE.

8. A técnica híbrida é capaz de melhorar consideravelmente o desempenho do IWFA.

As contribuições produzidas durante o desenvolvimento deste trabalho incluem:

1. extensão do DPCA baseado no equilíbrio de Verhulst para sistemas de múltiplas taxas e com coeficiente de aceleração adaptativo para melhorar a qualidade da solução em um intervalo menor de iterações;
2. resolução do problema de alocação de taxa com restrições de potência máxima e do problema de controle de potência com restrições de taxa de informação mínima utilizando o algoritmo PSO;
3. estudo e otimização dos parâmetros de entrada do PSO para ambos problemas resolvidos;
4. análise de aplicabilidade de teoria de jogos como solução para o problema de alocação de potência com restrições de taxa de informação mínima em redes MC-CDMA e em vários tipos de cenário;
5. proposta de uma solução híbrida utilizando PSO e IWFA, a fim de tornar a modelagem de teoria de jogos aplicável a redes de múltiplo acesso em condições de operação mais realistas.

Trabalhos futuros incluem:

1. Aliar alocação de recursos a *link adaptation* e *scheduling* para otimizar ainda mais o sistema.
2. Propor novos esquemas de jogos, de tal forma a melhorar o desempenho da abordagem de teoria de jogos em redes de múltiplo acesso operando em cenários de média e alta interferência.
3. Estender os problemas aqui discutidos a sistemas com múltiplas antenas no receptor e transmissor (*multiple-input-multiple-output*, MIMO).
4. Utilizar outras heurísticas e propor novas funções custos para os problemas discutidos.
5. Discutir a abordagem de teoria de jogos cooperativos para solucionar os problemas de otimização tratados neste trabalho.

Anexo A – DPCA Verhulst – Prova da Convergência

As 12 proposições e suas provas apresentadas em (GROSS; ABRAO; JESZENSKY, 2006, 2010) são reproduzidas aqui de tal forma a corroborar convergência do DPCA Verhulst.

Proposição A.0.1 *O valor ótimo \mathbf{p}^* do problem de controle de potência é um ponto fixo de $\mathbf{F}(\mathbf{p})$.*

Prova Para o ponto ótimo \mathbf{p}^* tem-se que:

$$p_i^* = \left[(\delta_i^*) \left(\frac{|g_{ii}|^2}{\sum_{j \neq i} U p_j |g_{ij}|^2 + \sigma_i^2} \right)^{-1} \right] \quad (\text{A.1})$$

Assim, a partir de (4.9) obtém-se:

$$F_i(\mathbf{p}) = (1 + \alpha)p_i^* - (\alpha/\delta_i^*) \left[\frac{|g_{ii}|^2}{\sum_{j \neq i} U p_j |g_{ij}|^2 + \sigma_i^2} \right] (p_i^*)^2 = p_i^* \quad (\text{A.2})$$

Algoritmo A.0.2 *Verificando se existe solução:*

1. Calcule a soma dos elementos da linha da matriz \mathbf{H} que tem a maior norma, i.e.:

$$R_l^{\max} = i \left\{ \sum_{j=1}^U h_{ij} \right\} \quad (\text{A.3})$$

2. Calcule a soma dos elementos da linha da matriz \mathbf{H} que tem a maior norma, i.e.:

$$R_c^{\max} = j \left\{ \sum_{i=1}^U h_{ij} \right\} \quad (\text{A.4})$$

3. Considere o menor desses valores:

$$R_{R_l \cap R_c}^{\min} = \min \{ R_l^{\max}, R_c^{\max} \} \quad (\text{A.5})$$

4. Se este valor for menor que 1 o sistema tem solução:

$$R_{R_i \cap R_c}^{\min} < 1 \Rightarrow \text{solução existe}, \quad (\text{A.6})$$

$$R_{R_i \cap R_c}^{\min} \geq 1 \Rightarrow \text{não conclusivo}, \quad (\text{A.7})$$

Proposição A.0.3 Considere o politopo

$$\mathcal{P}_\alpha = \{\mathbf{p} : (\kappa \mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} \leq \boldsymbol{\eta}, \mathbf{p} > 0\}, \quad \kappa = \frac{2\alpha}{1 + \alpha}, \quad (\text{A.8})$$

Se $\mathbf{p}' \geq \mathbf{p}''$, e ambos estão em \mathcal{P}_α , então $\mathbf{F}(\mathbf{p}') \geq \mathbf{F}(\mathbf{p}'')$

Prova É suficiente mostrar que $\mathbf{F}(\mathbf{p})$ cresce monotonicamente em \mathcal{P}_α . Para $i \neq j$ tem-se que $\partial \mu_i(\mathbf{p}) / \partial p_j < 0$, onde $\mu_i(\mathbf{p})$ é definida em (4.9). Portanto, o elemento i do vetor $\mathbf{F}(\mathbf{p})$, dado por $\mathbf{F}_i(\mathbf{p}) = (1 + \alpha)p_i - \alpha(\mu_i(\mathbf{p})/\delta_i^*)p_i^2$, aumenta de forma estrita quando qualquer interferente com potência p_j aumenta. Todavia, em p_i , a função de muitas variáveis $\mathbf{F}_i(\mathbf{p})$ consiste de uma parábola côncava que contém a origem e atinge seu valor máximo em $p_i = ((1 + \alpha)/(2\alpha\mu_i(\mathbf{p})))\delta_i^*$. Desta forma, $\mathbf{F}_i(\mathbf{p})$ é crescente no domínio definido pela desigualdade: $p_i \leq ((1 + \alpha)/(2\alpha\mu_i(\mathbf{p})))\delta_i^*$. A definição de $\mu_i(\mathbf{p})$ em (4.9) implica que $p_i = ((1 + \alpha)/(2\alpha\mu_i(\mathbf{p})))\delta_i^*$ representa um politopo $0 < p_i \leq ((1 + \alpha)/(2\alpha\mu_i(\mathbf{p})))\delta_i^*$, $i = 1, 2, \dots, U$, o qual é equivalente a desigualdade matricial $(\kappa \mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} \leq \boldsymbol{\eta}$, $\mathbf{p} > 0$, onde $\kappa = 2\alpha/(1 + \alpha)$.

Proposição A.0.4 $\mathbf{p}^* \in \mathcal{P}_\alpha$ para $0 < \alpha \leq 1$.

Prova O politopo \mathcal{P}_α contém a solução do problema $\mathbf{p}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-1}\boldsymbol{\eta}$ se $(\kappa \mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} \leq \boldsymbol{\eta}$. Então, é suficiente verificar se $\kappa \mathbf{p}^* \leq \boldsymbol{\eta} + \mathbf{H}\mathbf{p}^* = \mathbf{p}^*$. Como $\kappa = \frac{2\alpha}{1 + \alpha}$ tem-se que $0 < \kappa \leq 1$ para $0 < \alpha \leq 1$ e, portanto, $\kappa \mathbf{p}^* = \mathbf{p}^*$.

Proposição A.0.5 Se $\mathbf{p}' \in \mathcal{P}_\alpha$ e $0 < \lambda < 1$, então $\lambda \mathbf{p}' \in \mathcal{P}_\alpha$.

Prova Se $\mathbf{p}' \in \mathcal{P}_\alpha$, então $(\kappa \mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p}' \leq \boldsymbol{\eta}$, e $\mathbf{p}' > 0$. Portanto, $(\kappa \mathbf{I} - \mathbf{H})\lambda \mathbf{p}' \leq \lambda \boldsymbol{\eta} < \boldsymbol{\eta}$ e $\lambda \mathbf{p}' > 0$.

Proposição A.0.6 Para todo $0 < \lambda < 1$, $\mathbf{F}(\lambda \mathbf{p}) > \lambda \mathbf{F}(\mathbf{p})$. E, para todo $\lambda \geq 1$, $\lambda \mathbf{F}(\mathbf{p}) \geq \mathbf{F}(\lambda \mathbf{p})$.

Prova De (4.9) tem-se:

$$F_i(\lambda \mathbf{p}) - \lambda F_i(\mathbf{p}) = \frac{\mu_i(\mathbf{p}) - \lambda \mu_i(\lambda \mathbf{p})}{\delta_i^*} \lambda \alpha p_i^2, \quad (\text{A.9})$$

Uma vez que $\mu_i(\mathbf{p}) = \frac{g_{ii}}{S_i + \sigma_i^2}$, onde $S_i = \sum_{j \neq i} g_{ij} p_j$, obtem-se $\frac{\lambda \mu_i(\lambda \mathbf{p})}{\mu_i(\mathbf{p})} = \frac{S_i + \sigma_i^2}{S_i + \sigma_i^2 / \lambda}$. Então, para $0 < \lambda < 1$, $\mu_i(\mathbf{p}) - \lambda \mu_i(\lambda \mathbf{p}) > 0$ e, para $\lambda \geq 1$, $\mu_i(\mathbf{p}) - \lambda \mu_i(\lambda \mathbf{p}) \leq 0$.

Proposição A.0.7 O politopo \mathcal{P}_α não contém pontos fixos distintos.

Prova Por hipótese, admita que os vetores estritamente positivos \mathbf{p}' e \mathbf{p}'' são pontos fixos distintos contidos em \mathcal{P}_α . Sem perder a generalidade pode-se assumir que existe ao menos um i tal que $p_i'' < p_i'$. Desta forma, existe um $0 < \lambda < 1$ tal que $\mathbf{p}'' \geq \lambda \mathbf{p}'$ com a igualdade $p_i'' = \lambda p_i'$ para algum i . Das Proposições A.0.3, A.0.5 e A.0.6, pode ser determinado que:

$$p_i'' = F_i(\mathbf{p}'') \geq F_i(\lambda \mathbf{p}') > \lambda F_i(\mathbf{p}') = \lambda p_i' \quad (\text{A.10})$$

Como $p_i'' = \lambda p_i'$, tem-se uma contradição; portanto, a hipótese de existência de pontos fixos distintos em \mathcal{P}_α é falsa.

Proposição A.0.8 Considere que $0 < \alpha \leq 1$. Neste caso, se $\mathbf{p} \in \mathcal{P}_\alpha$, então $\mathbf{F}^n(\mathbf{p}) \in \mathcal{P}_\alpha$.

Prova A notação $\mathbf{F}^n(\mathbf{p})$ será utilizada a fim de representar $\mathbf{F}(\mathbf{F}(\mathbf{F}(\mathbf{F} \dots (\mathbf{p}))))$, onde n corresponde ao número de vezes que a função $\mathbf{F}(\cdot)$ é aplicada. Como consequência, o algoritmo recursivo $\mathbf{p}(m+1) = \mathbf{F}(\mathbf{p}(m))$ pode ser escrito como $\mathbf{p}(n) = \mathbf{F}^n(\mathbf{p})$, onde $\mathbf{p} = \mathbf{p}(0)$. Dado que $\mathbf{p} \in \mathcal{P}_\alpha$, a fim de demonstrar que a sequência $\mathbf{F}^n(\mathbf{p})$ continua confinada no politopo \mathcal{P}_α , é suficiente mostrar que $\mathbf{F}(\mathbf{p}) \in \mathcal{P}_\alpha$, uma vez que o vetor $\mathbf{F}(\mathbf{p})$ pode ser expresso como um novo \mathbf{p} . A definição $\mathbf{d}(\mathbf{p}) = \mathbf{F}(\mathbf{p}) - \mathbf{p}$ combinada a (4.9) resulta em:

$$d_i(\mathbf{p}) = F_i(\mathbf{p}) - p_i = \alpha p_i \left(1 - \frac{\mu_i(\mathbf{p}) p_i}{\delta_i^*} \right) \quad (\text{A.11})$$

De acordo com esta equação, a variação da potência transmitida pelo usuário i será positiva se a δ_i^* é maior que $SINR_i = \mu_i(\mathbf{p}) p_i$ e negativa caso contrário. Note que este fato é coerente com o objetivo do algoritmo, que consiste em encontrar o vetor de potência que faz a SINR dos usuários iguais ao seu QoS alvo.

Desta forma, se dado um vetor \mathbf{p} está fora do politopo \mathcal{P}_α então qualquer p_i não pode exceder $\frac{1+\alpha}{2\alpha\mu_i(\mathbf{p})} \delta_i^*$. De (A.11) pode-se concluir que, na região entre os planos

$$p_i = \frac{1+\alpha}{2\alpha\mu_i(\mathbf{p})} \delta_i^*, \text{ with } 0 < \alpha \leq 1, \quad \text{and} \quad p_i = \frac{\delta_i^*}{\mu_i(\mathbf{p})},$$

a variação $d_i(\mathbf{p})$ tem sinal negativo. Assim, qualquer ponto nesta região distancia-se da fronteira $p_i = \frac{1+\alpha}{2\alpha\mu_i(\mathbf{p})} \delta_i^*$, tendendo ao interior do politopo \mathcal{P}_α . Evidentemente, todas essas observações se mantêm verdadeiras para qualquer indexador i , i.e., todas as fronteiras são precedidas por uma região com $d_i(\mathbf{p}) < 0$. Desta forma, \mathcal{P}_α tem uma camada \mathcal{C}_α a qual internamente cobre toda a extensão de sua borda de tal forma que qualquer \mathbf{p} localizado nesta região tende ao interior do politopo quando a função $\mathbf{F}(\cdot)$ é aplicada, isto é, $\mathbf{p} \in \mathcal{C}_\alpha \Rightarrow \mathbf{F}(\mathbf{p}) \in \mathcal{P}_\alpha$.

A fim de garantir este confinamento em \mathcal{P}_α , é necessário mostrar que \mathbf{p} não pode saltar esta camada quando $\mathbf{F}(\cdot)$ é aplicada. Extraindo a camada \mathcal{C}_α do politopo \mathcal{P}_α , o conjunto remanescente será denominado \mathcal{M}_α e é verdade que $\mathcal{P}_\alpha = \mathcal{C}_\alpha \cup \mathcal{M}_\alpha$, e $\mathcal{C}_\alpha \cap \mathcal{M}_\alpha = \emptyset$. Se para todo \mathbf{p} em \mathcal{M}_α o resultado de $\mathbf{F}(\mathbf{p})$ está no interior de \mathcal{P}_α então o salto não ocorreu.

Quando todo $F_i(\mathbf{p})$ é menor que a respectiva fronteira $\frac{1+\alpha}{2\alpha\mu_i(\mathbf{F}(\mathbf{p}))}\delta_i^*$, o vetor $\mathbf{F}(\mathbf{p})$ é localizado em \mathcal{P}_α . Portanto, é necessário que:

$$r_i = \frac{1+\alpha}{2\alpha\mu_i(\mathbf{F}(\mathbf{p}))}\delta_i^* - F_i(\mathbf{p}) \geq 0, \quad \text{for } i = 1, \dots, K \quad (\text{A.12})$$

Assim, observando as definições em (4.9), para todo i deve-se ter:

$$r_i = \frac{\alpha}{\xi_i(\mathbf{p})}p_i^2 - (1+\alpha)p_i + \frac{1+\alpha}{2\alpha}\xi_i(\mathbf{F}(\mathbf{p})) \geq 0, \quad (\text{A.13})$$

com $\xi_i(\mathbf{p}) = \frac{\delta_i^*}{\mu_i(\mathbf{p})}$. O discriminante $\zeta(\alpha)$ da parábola é dado por:

$$\zeta(\alpha) = (1+\alpha) \left[(1+\alpha) - 2\frac{\xi_i(\mathbf{F}(\mathbf{p}))}{\xi_i(\mathbf{p})} \right] \quad (\text{A.14})$$

O vetor $\mathbf{d}(\mathbf{p}) = \mathbf{F}(\mathbf{p}) - \mathbf{p}$ não possui um elemento negativo para todo \mathbf{p} em \mathcal{M}_α . Então, $\mathbf{F}(\mathbf{p}) \geq \mathbf{p}$ e como consequência $\frac{\mu_i(\mathbf{p})}{\mu_i(\mathbf{F}(\mathbf{p}))} \geq 1$. O lado esquerdo da desigualdade é equivalente a $\frac{\xi_i(\mathbf{F}(\mathbf{p}))}{\xi_i(\mathbf{p})}$. Portanto, o discriminante (A.14) não atinge um valor positivo para $0 < \alpha \leq 1$. Assim a condição $r_i \geq 0$ em (A.13) é sempre verdadeira para qualquer i , o que indica que o vetor $\mathbf{F}(\mathbf{p})$ não cruza nenhuma fronteira em \mathcal{P}_α se \mathbf{p} está em \mathcal{M}_α , i.e., pode-se escrever que $\mathbf{p} \in \mathcal{M}_\alpha \Rightarrow \mathbf{F}(\mathbf{p}) \in \mathcal{P}_\alpha$.

Proposição A.0.9 Dado que $0 < \alpha \leq 1$ e $0 < \lambda < 1$, a sequência $\mathbf{p}(n) = \mathbf{F}^n(\lambda\mathbf{p}^*)$ converge monotonicamente para o ponto ótimo \mathbf{p}^* .

Prova As Proposições A.0.1 e A.0.4 garantem que \mathbf{p}^* é um ponto fixo em \mathcal{P}_α . A desigualdade $\mathbf{p}^* > \lambda\mathbf{p}^*$ em conjunção com as Proposições A.0.3, A.0.5, e A.0.6 resultam em:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{F}(\mathbf{p}^*) > \mathbf{F}(\lambda\mathbf{p}^*) > \lambda\mathbf{F}(\mathbf{p}^*) = \lambda\mathbf{p}^*. \quad (\text{A.15})$$

O confinamento (Proposição A.0.8) na região monotônica \mathcal{P}_α garante que sucessivas aplicações de $\mathbf{F}(\cdot)$ em cada termo de (A.15) mantém a ordem das desigualdades, i.e.:

$$\mathbf{p}^* > \mathbf{F}^{n+1}(\lambda\mathbf{p}^*) > \mathbf{F}^n(\lambda\mathbf{p}^*). \quad (\text{A.16})$$

Ou de maneira equivalente:

$$\mathbf{p}^* > \mathbf{p}(n+1) > \mathbf{p}(n), \quad \text{com } \mathbf{p}(0) = \lambda\mathbf{p}^*. \quad (\text{A.17})$$

Assim, a sequência $\mathbf{p}(n) = \mathbf{F}^n(\lambda\mathbf{p}^*)$ é estritamente crescente e limitada superiormente por \mathbf{p}^* .

Como existe apenas um ponto fixo em \mathcal{P}_α , conclui-se que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{F}^n(\lambda \mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^* \quad (\text{A.18})$$

A unicidade do ponto fixo \mathbf{p}^* em \mathcal{P}_α segue da Proposição A.0.7.

Proposição A.0.10 Considere $0 < \alpha \leq 1$ e um $\lambda \geq 1$ fixo; então $\lambda \mathbf{p}^* \in \mathcal{P}_\alpha$ quando

$$\mathcal{T}(\lambda) = \max_{i=1, \dots, K} \frac{\beta \lambda \mu_i(\lambda \mathbf{p}^*)}{\mu_i(\mathbf{p}^*)} \leq 1 \quad (\text{A.19})$$

Proof: De (4.9):

$$\left. \frac{\partial F_i(\mathbf{p})}{\partial p_i} \right|_{\mathbf{p}=\lambda \mathbf{p}^*} = 1 + \alpha - \frac{2\alpha \lambda \mu_i(\lambda \mathbf{p}^*)}{\mu_i(\mathbf{p}^*)} \quad (\text{A.20})$$

Se $\left. \frac{\partial F_i(\mathbf{p})}{\partial p_i} \right|_{\mathbf{p}=\lambda \mathbf{p}^*} < 0$ ao menos para um i , então $\lambda \mathbf{p}^* \notin \mathcal{P}_\alpha$. A partir deste fato e considerando (A.20), pode-se inferir que λ deve satisfazer todas as próximas desigualdades em ordem até o ponto $\lambda \mathbf{p}^*$ estar localizado em \mathcal{P}_α :

$$\beta \lambda \frac{\mu_i(\lambda \mathbf{p}^*)}{\mu_i(\mathbf{p}^*)} \leq 1, \quad i = 1, \dots, K, \quad \text{where } \beta = \frac{2\alpha}{1 + \alpha}. \quad (\text{A.21})$$

Desta forma, multiplicando \mathbf{p}^* por $\lambda \geq 1$ não resulta em um ponto fora do politopo \mathcal{P}_α , $0 < \alpha \leq 1$, se λ é tal que:

$$\mathcal{T}(\lambda) = \max_{i=1, \dots, K} \frac{\beta \lambda \mu_i(\lambda \mathbf{p}^*)}{\mu_i(\mathbf{p}^*)} \leq 1$$

Proposição A.0.11 Considere $0 < \alpha \leq 1$ e $\lambda \geq 1$ tal que $\mathcal{T}(\lambda) \leq 1$. Nestas condições a sequência

$$\mathbf{p}(n) = \mathbf{F}^n(\lambda \mathbf{p}^*)$$

converge monotonicamente para o ponto ótimo \mathbf{p}^* .

Prova Das Proposições A.0.1 e A.0.4 seguem que $\mathbf{F}(\mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^* \in \mathcal{P}_\alpha$. Associando $\lambda \mathbf{p}^* \geq \mathbf{p}^*$ as Proposições A.0.3, A.0.6 e A.0.10, tem-se:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{F}(\mathbf{p}^*) \leq \mathbf{F}(\lambda \mathbf{p}^*) \leq \lambda \mathbf{F}(\mathbf{p}^*) = \lambda \mathbf{p}^* \quad (\text{A.22})$$

Da Proposição A.0.8 o confinamento ocorre na região de monotonicidade \mathcal{P}_α . Portanto, aplicações sucessivas de $\mathbf{F}(\cdot)$ em cada termo de (A.22) não altera a ordem das desigualdades, assim:

$$\mathbf{p}^* \leq \mathbf{F}^{n+1}(\lambda \mathbf{p}^*) \leq \mathbf{F}^n(\lambda \mathbf{p}^*) \quad (\text{A.23})$$

Ou de forma equivalente:

$$\mathbf{p}^* \leq \mathbf{p}(n+1) \leq \mathbf{p}(n), \quad \mathbf{p}(0) = \lambda \mathbf{p}^*, \quad \text{and } \lambda \geq 1 \quad (\text{A.24})$$

satisfazendo $\mathcal{T}(\lambda) \leq 1$. Portanto, a sequência $\mathbf{p}(n) = \mathbf{F}^n(\lambda \mathbf{p}^*)$ é decrescente e limitada inferiormente por \mathbf{p}^* . Da Proposição A.0.7, este ponto fixo é único em \mathcal{P}_α ; então:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{F}^n(\lambda \mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^*. \quad (\text{A.25})$$

Proposição A.0.12 Para $0 < \alpha \leq 1$, a sequência $\mathbf{p}(n) = \mathbf{F}^n(\mathbf{p})$ converge para a solução ótima \mathbf{p}^* para todo $\mathbf{p} \in \mathcal{P}_\alpha$ não maior que $\lambda_2 \mathbf{p}^*$, onde λ_2 é definido como o valor máximo de $\lambda \geq 1$ que satisfaz a relação $\mathcal{T}(\lambda) \leq 1$.

Prova Para qualquer valor inicial \mathbf{p} em \mathcal{P}_α é possível encontrar um λ_1 positivo, suficientemente menor que a unidade, tal que $\lambda_1 \mathbf{p}^* \leq \mathbf{p}$. Desta forma, é possível estabelecer a seguinte ordenação:

$$\lambda_1 \mathbf{p}^* \leq \mathbf{p} \leq \lambda_2 \mathbf{p}^* \quad (\text{A.26})$$

Proposições A.0.5 e A.0.10 garantem que esses limites estão em \mathcal{P}_α . O confinamento (Proposição A.0.8) na região monotônica \mathcal{P}_α garante que sucessivas aplicações de $\mathbf{F}(\cdot)$ nos termos de (A.26) não alteram a ordem das desigualdades, logo:

$$\mathbf{F}^n(\lambda_1 \mathbf{p}^*) \leq \mathbf{F}^n(\mathbf{p}) \leq \mathbf{F}^n(\lambda_2 \mathbf{p}^*). \quad (\text{A.27})$$

Das Proposições A.0.9 e A.0.11 segue que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{F}^n(\lambda_1 \mathbf{p}^*) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{F}^n(\lambda_2 \mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^*.$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{F}^n(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^* \quad (\text{A.28})$$

Proposição A.0.13 O polítopo

$$\mathcal{P}_\alpha = \{\mathbf{p} : (\beta \mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{p} \leq \boldsymbol{\eta}, \mathbf{p} > \mathbf{0}\}, \text{ com } 0 < \alpha \leq 1,$$

$\beta = \frac{2\alpha}{1+\alpha}$ contém o vetor de inicialização $\mathbf{p}(0) = \frac{1}{\beta} \boldsymbol{\eta}$.

Prova Por definição o polítopo \mathcal{P}_α contém $\mathbf{p}(0)$, o vetor de condições iniciais, se, e somente se:

$$\beta \mathbf{p}(0) \leq \boldsymbol{\eta} + \mathbf{H}\mathbf{p}(0). \quad (\text{A.29})$$

A fim de satisfazer esta desigualdade pode-se impor $\mathbf{p}(0) = \frac{1}{\beta} \boldsymbol{\eta}$, porque $\boldsymbol{\eta} \leq \boldsymbol{\eta} + \frac{1}{\beta} \mathbf{H}\boldsymbol{\eta}$ é uma identidade considerando que cada elemento envolvido nesta desigualdade é estritamente não-negativo.

Fora mostrado que o conjunto $\mathcal{B} = \mathcal{P}_\alpha \cap \{\mathbf{p} : \mathbf{p} \leq \lambda_2 \mathbf{p}^*\}$, onde $0 < \alpha \leq 1$ e λ_2 é maior que $\lambda \geq 1$ que satisfaz $\mathcal{T}(\lambda) \leq 1$, é um subconjunto da base de atração para o DPCA Verhulst definido pela equação (4.10).

Referências

- ADIBI, M.; VAKILI, V. T. *Comparison of cooperative and non-cooperative game schemes for sinr-constrained power allocation in multiple antenna cdma communications systems*. In: IEEE. International Conference on Signal Processing and Communications 2007. Dubai: IEEE, 2007. p. 1151–1154.
- AL-HEZMI, A. *et al.* *Requirements for an ims-based quadruple play service architecture*. In: IEEE Network. EUA: IEEE, 2007. v. 21, n. 2, p. 28–33.
- CHATTERJEE, A.; SIARRY, P. *Nonlinear inertia weight variation for dynamic adaptation in particle swarm optimization*. Computers & Operations Research, v. 33, n. 3, p. 859–871, Mar. 2006.
- EBERHART, R.; SHI, Y. *Particle swarm optimization: developments, applications and resources*. In: Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation. Koréia: IEEE, 2001. v. 1, p. 81–86.
- ELKAMCHOUCHI, H.; EIRAGAL, H.; MAKAR, M. *Power control in cdma system using particle swarm optimization*. In: 24th National Radio Science Conference. Cairo, Egito: Academy of Scientific Research and Technology, 2007. p. 1–8.
- ELMUSRATI, M.; KOIVO, H. *Multi-objective totally distributed power and rate control for wireless communications*. In: The 57th IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference, VTC'03-Spring. Seul, Koréia: IEEE, 2003. v. 4, n. 1, p. 2216–2220.
- FOSCHINI, G.; MILJANIC, Z. *A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, v. 42, n. 4, p. 641–646, Nov. 1993.
- GOLDSMITH, A.; VARAIYA, P. *Capacity of fading channel with channel side information*. IEEE Transactions on Information Theory, v. 43, p. 1986–1992, 1995.
- GOLDSMITH, A. J.; CHUA, S. G. *Variable-rate variable-power mqam for fading channels*. IEEE Transactions on Communications, v. 45, n. 10, p. 1218–1230, Out. 1997.
- GOLUB, G. H.; LOAN, C. F. V. *Matrix Computations*. Maryland, USA: Johns Hopkins University Press, 1996.
- GROSS, T. J. *Análise do Controle de Potência Aplicado ao Canal Reverso de Sistemas DS-CDMA*. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle: Universidade de São Paulo, 2005.
- GROSS, T. J.; ABRAO, T.; JESZENSKY, P. J. E. *Algoritmo de controle de potência distribuído fundamentado no modelo populacional de verhulst*. In: Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações. Brasil: Sociedade Brasileira de Telecomunicações, 2006. v. 20, n. 2, p. 59–74.
- GROSS, T. J.; ABRAO, T.; JESZENSKY, P. J. E. *Distributed power control algorithm for multiple access systems based on verhulst model*. International Journal of Electronics and Communications (AEÜ), v. 1, p. 1–12, 2010.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. *Particle swarm optimization*. In: Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV. Austrália: IEEE, 1995. p. 1942–1948.

- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. *Swarm Intelligence*. 1. ed. San Francisco, California, EUA: Morgan Kaufmann, 2001.
- MOUSTAFA, M.; HABIB, I.; NAGHSHINEH, M. Genetic Algorithm for Mobiles Equilibrium. *Out. 2000. MILCOM 2000. 21st Century Military Communications Conference Proceedings*.
- NASH, J. F. *Equilibrium points in n-person games*. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, v. 36, n. 1, p. 48–49, Jan 1950.
- NASH, J. F. *Equilibrium points in n-person games*. The Annals of Mathematics, v. 54, n. 2, p. 286–295, Set 1951.
- NEDJAH, N.; MOURELLE, L. M. *Swarm Intelligent Systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2006.
- NEUMANN, J. V.; MORGENSTERN, O. *The Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, NJ, EUA: Princeton University Press, 1944.
- OLIVEIRA, L. D. de. *Detecção Multiusuário e Alocação de Recursos Através de Heurística em Sistemas DS/CDMA*. Departamento de Engenharia Elétrica, UEL, Londrina, Brasil: Universidade Estadual de Londrina, 2007.
- OLIVEIRA, L. de et al. *Particle swarm and quantum particle swarm optimization applied to ds/cdma multiuser detection in flat rayleigh channels*. In: IEEE (Ed.). ISSSTA'06 - Ninth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications. Manaus, Brasil: IEEE, 2006. p. 133–137.
- PALOMAR, D. P.; FONOLLOSA, J. R. *Practical algorithms for a family of water-filling solutions*. IEEE Transactions on Signal Processing, v. 53, n. 2, p. 686–695, Fev. 2005.
- PANG, J.-S. et al. *Distributed power allocation with rate constraints in gaussian parallel interference channels*. IEEE Transactions on Information Theory, v. 54, n. 8, p. 3471–3489, Agosto 2008.
- PATZOLD, M. *Mobile Fading Channels*. Inglaterra: John Wiley and Sons, LTD, 2002.
- PHUONG, N. T. H.; TUY, H. *A unified monotonic approach to generalized linear fractional programming*. Journal of Global Optimization, J. Global Optimization, Kluwer, p. 229–259, 2003.
- QIAN YING JUN ZHANG, J. H. L. P. *Mapel: Achieving global optimality for a non-convex wireless power control problem*. In: IEEE Transactions on Wireless Communications. EUA: IEEE, 2009. v. 8, n. 3, p. 1553–1563.
- ROSS, D. *Game Theory*. Maio 2010. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/game-theory/>>.
- SAMPAIO, L. D. H. et al. *Multirate ds/cdma power allocation based on verhulst equilibrium and pso approaches: A complexity analysis*. In: The 13th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications - WPMC 2010. Recife, Brasil: IEEE, 2010. p. 1–6.
- SAMPAIO, L. D. H. et al. *Alocação de recursos em sistemas ds/cdma baseada na discretização da equação de equilíbrio de verhulst*. Submetido em 2009. 2009.
- SAMPAIO, L. D. H. et al. *Power allocation in multirate ds/cdma systems based on verhulst equilibrium*. In: IEEE ICC 2010 - Communication QoS, Reliability and Modeling Symposium. Cape Town, África do Sul: IEEE, 2010. p. 1–6.

- SAMPAIO, L. D. H. et al. *Swarm power-rate optimization in multi-class services ds/cdma networks*. In: XXVIII Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos. Gramado, RS: SBRC, 2010. p. 615–628.
- SAMPAIO, L. D. H. et al. *Multiple Access Wireless Networks Optimization via Heuristic Search Algorithms*. 1. ed. Viena, Austria: Intech Press, 2011. (Capítulo de Livro) em *Search Algorithms*, Aceito.
- SCUTARI, G. et al. *Convex optimization, game theory, and variational inequality theory*. IEEE Signal Processing Magazine, p. 35–49, Maio 2010.
- SHANNON, C. E. *A mathematical theory of communication*. Bell System Technical Journal, v. 27, p. 379–423 and 623–656, 1948.
- SHI, Y.; EBERHART, R. C. *Parameter selection in particle swarm optimization*. In: 1998 Annual Conference on Evolutionary Programming. San Diego, USA: The MIT Press, 1998.
- STAŃCZAK, S.; WICKZANOWISK, M.; BOCHE, H. *Fundamentals of Resource Allocation in Wireless Networks*. 2. ed. Berlin: Springer, 2009. (Foundations on Signal Processing, Communications and Networking, v. 3). ISBN 978-3-540-79385-4.
- TSE, D.; VISWANATH, P. *Fundamentals of Wireless Communications*. Online. Inglaterra: Cambridge University Press, 2010.
- TVEIT, A. *On the complexity of matrix inversion*. Mathematical Note, p. 1, Nov. 2003. Trondheim, Norway.
- VERHULST, P. F. *Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement*. Corresp. Math. Phys., v. 10, p. 113–121, 1838.