Universidade Estadual de Londrina

DEVANIR ROGEL

# **TAXAÇÃO SOBRE HERANÇA INTERGERACIONAIS**: UMA CONTRIBUIÇÃO AO MODELO MICROFUNDAMENTADO DE CRESCIMENTO E DISTRIBUIÇÃO PÓS-KEYNESIANO: O CASO DE MERCADOS DE CAPITAL IMPERFEITO

Londrina
2022

DEVANIR ROGEL

# **TAXAÇÃO SOBRE HERANÇA INTERGERACIONAIS**: UMA CONTRIBUIÇÃO AO MODELO MICROFUNDAMENTADO DE CRESCIMENTO E DISTRIBUIÇÃO PÓS-KEYNESIANO: O CASO DE MERCADOS DE CAPITAL IMPERFEITO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia Regional (PPE), Mestrado, da Universidade Estadual de Londrina, como exigência para sua conclusão.

Orientador: Prof. Dr. Renato Nozaki Sugahara

Londrina
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

D488 Rogel, Devanir.
Taxação sobre herança intergeracionais : uma contribuição ao modelo microfundamentado de crescimento e distribuição pós-keynesiano: o caso de mercados de capital imperfeito / Devanir Rogel. - Londrina, 2022.
57 f. : il.

Orientador: Renato Nozaki Sugahara Sugahara.
Dissertação (Mestrado em Economia Regional) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Estudos Sociais Aplicados, Programa de Pós-Graduação em Economia Regional, 2022.
Inclui bibliografia.

1. ciclo de vida - Tese. 2. crescimento - Tese. 3. consumo intertemporal - Tese. 4. transferências governamentais - Tese. I. Sugahara, Renato Nozaki Sugahara. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Estudos Sociais Aplicados. Programa de Pós-Graduação em Economia Regional. III. Título.

CDU 33

DEVANIR ROGEL

# **TAXAÇÃO SOBRE HERANÇA INTERGERACIONAIS**: UMA CONTRIBUIÇÃO AO MODELO MICROFUNDAMENTADO DE CRESCIMENTO E DISTRIBUIÇÃO PÓS-KEYNESIANO: O CASO DE MERCADOS DE CAPITAL IMPERFEITO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia Regional (PPE), Mestrado, da Universidade Estadual de Londrina, como exigência para sua conclusão.

**BANCA EXAMINADORA**

______________________________________
Orientador: Prof. Dr. Renato Nozaki Sugahara
Universidade Estadual de Londrina - UEL

______________________________________
Prof. Dr(a). Michel Augusto Santana da Paixão -
Universidade Estadual de Londrina - UEL

______________________________________
Prof. Dr(a). Andréia Moreira da Fonseca Boechat –
Universidade Estadual do Norte do Paraná- UENP

Londrina, 10 de maio de 2022.

*Hoje melhor que ontem.*
*Hoje pior que amanhã.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Renato Nozaki Sugahara, pela oportunidade, orientação e paciência.

À Universidade Estadual de Londrina a aos Professores do Departamento de Economia.

Ao meu amado pai Liberato Rogel (in memoriam), que sempre me incentivou a estudar.

À minha amada mãe Mafalda Barlati Rogel e minha irmã Doroti Rogel, que me apoiaram quando mais precisei.

À minha amada esposa, Rosana Crystina Pereira Rogel, por todo companheirismo e amor, pela revisão deste trabalho e por ter iluminado minha vida.

Aos meus amigos de mestrado Fábio, Guilherme Gustavo, Laura, Lucas, Paulo, Rita, Alesy, Fernando, pelo companheirismo e pela ajuda nas longas horas de estudo.

*“Se o dinheiro for a sua esperança de independência, você jamais a terá. A única segurança verdadeira consiste numa reserva de sabedoria, de experiência e de competência.”*

Henry Ford

ROGEL, Devanir. **Taxação sobre herança intergeracionais:** uma contribuição ao modelo microfundamentado de crescimento e distribuição pós-keynesiano: o caso de mercados de capital imperfeito. 2022. 57 f. Dissertação (Mestrado em de Ciências Econômicas) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

## RESUMO

Crescimento equilibrado e distribuição de renda são questões centrais para a macroeconomia. Trabalhos pioneiros estabeleceram quais seriam as condições de existência desse equilíbrio e determinaram o que ficou conhecido como “fio de Navalha”, o que levou a um debate entre duas escolas de pensamento econômico: A Neoclássica e a Escola de Cambridge. Segue-se aqui esta escola e os pensadores que propuseram uma estrutura microeconômica para responder essa teoria de acumulação e distribuição. Assim, este trabalho tem por objetivo dar uma contribuição teórica ao modelo microfundamentado de crescimento e distribuição de renda pós-keynesiano intergeracional com ciclo de vida e herança, identificando as condições para que ambas as classes (capitalista e trabalhador) mantenham um estoque de capital intergeracional positivo. Para cumprir este objetivo, fez-se uma revisão da teoria pós-keynesiana e, a partir do modelo desenvolvido por Sugahara et al. (2016), determina-se as condições de existência de ambas as classes considerando a hipótese de existência de uma única taxa de motivo herança e duas taxas de juros de equilíbrio (economia com mercado de capital imperfeito). Os resultados mostram que as taxas de juros apresentam variação positiva em relação à tributação, que um aumento da tributação eleva a participação da classe trabalhadora no estoque de capital total e a tributação afeta a distribuição de riqueza entre as classes pois aumenta a participação da classe trabalhadora no estoque de capital total da economia. Já valor da taxa de motivo herança mostra que ambas as classes podem ter uma disposição normal ou fraca de deixar ativos para seus filhos para existirem em equilíbrio, sob diferentes taxas de juros, e que, o esforço dos capitalistas passa a ser menor, uma vez que esta classe estará recebendo uma remuneração maior sobre seu capital em relação a classe dos trabalhadores, obtendo assim uma “vantagem no ciclo de vida”. Ainda, um determinado grau de imperfeição de mercado é necessário para a existência a longo prazo das duas classes.

**Palavras-chave:** ciclo de vida; crescimento; distribuição; consumo intertemporal; pós-keynesiano; transferências governamentais.

ROGEL, Devanir. **Tax On Intergenerational Inheritance**: A contribution to the micro-founded post-keynesian growth and distribution model: the case of imperfect capital markets. 2022. 57 p. Dissertation (Master in Regional Economics) - State University of Londrina, Londrina, 2022.


## ABSTRACT

Balanced growth and income distribution are central issues for macroeconomics. Pioneering works established what would be the conditions of existence of this balance and determined what became known as the “razor's edge”, which led to a debate between two schools of economic thought: The Neoclassical and the Cambridge School. Here follows this school and the thinkers who proposed a microeconomic framework to answer this theory of accumulation and distribution. Thus, this work aims to make a theoretical contribution to the micro-founded model of post-Keynesian intergenerational growth and income distribution with life cycle and inheritance, identifying the conditions for both classes (capitalist and worker) to maintain an intergenerational stock of capital positive. To fulfill this objective, a review of the post-Keynesian theory was carried out and, based on the model developed by Sugahara et al. (2016), the conditions of existence of both classes are determined considering the hypothesis of the existence of a single inheritance motive rate and two equilibrium interest rates (economy with an imperfect capital market). The results show that interest rates show a positive variation in relation to taxation, that an increase in taxation raises the participation of the working class in the total capital stock and taxation affects the distribution of wealth between classes as it increases the participation of the working class in the economy's total capital stock. The value of the inheritance motive rate shows that both classes may have a normal or weak disposition to leave assets for their children to exist in equilibrium, under different interest rates, and that the capitalists' effort becomes smaller, since that this class will be receiving a higher remuneration on its capital in relation to the working class, thus obtaining a “life cycle advantage”. Furthermore, a certain degree of market imperfection is necessary for the long-term existence of the two classes.



**Key words:** growth; distribution; intertemporal consumption; post-keynesian; government transfers; life cycle.

## LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

| | |
|---|---|
| S | Poupança agregada |
| gn | Taxa natural de crescimento da economia |
| v | Relação capital produto |
| r | Taxa de juros |
| a | Elasticidade da função de utilidade |
| b | Taxa de desconto subjetiva para a herança |
| B | Legado deixado para cada filho |
| σ | Taxa de desconto da utilidade para consumo |
| Ctc,w | Consumo do agente no presente |
| Ct+1c,w | Consumo futuro dos agentes |
| g | Taxa de crescimento da população |
| W | Salario |
| ḱ | Capital per capita |
| K | Estoque de capital total da economia |
| Y | Produto |

**SUMÁRIO**


**1 INTRODUÇÃO** .......... 11

**2 MACROECONOMIA DE CRESCIMENTO ECONÔMICO E DISTRIBUIÇÃO DE RENDA PÓS-KEYNESIANA** .......... 15

2.1 A ESCOLA PÓS-KEYNESIANA DE CRESCIMENTO E DISTRIBUIÇÃO DE RENDA DE CAMBRIDGE .......... 16

2.1.1 A FLEXIBILIZAÇÃO DA PROPENSÃO A POUPAR DA ECONOMIA .......... 16

2.1.2 EVOLUÇÃO NOS MODELOS PÓS-KEYNESIANOS .......... 17

**3 UM MODELO INTERGERACONAL COM CICO DE VIDA E MOTIVO HERANÇA** .......... 19

3.1 UM MODELO BÁSICO COM MICRO FUNDAMENTOS DA MACROECONOMIA PÓS-KEYNESINA .......... 19

3.2 AS HIPÓTESES DE BARANZINI (1991) .......... 20

3.3 O MODELO BÁSICO .......... 21

3.3.1 Proporção de Ativos Intergeracionais .......... 23

3.4 O MODELO COM TRANSFERÊNCIAS GOVERNAMENTAIS .......... 26

3.4.1 O Modelo .......... 26

3.4.2 Comparações entre os Dois Modelos .......... 29

3.5 O MODELO COM TRANSFERÊNCIAS GOVERNAMENTAIS E HERANÇA DE AMBAS AS CLASSES .......... 30

3.5.1 O Modelo .......... 30

3.5.2 A Hipótese da Existência de Apenas uma Taxa de Juros de Equilíbrio da Economia e Diferentes Motivo Herança para Capitalistas e Trabalhadores .......... 32

3.5.3 Considerações .......... 34

**4 EFEITOS DA TRIBUTAÇÃO SOBRE A HERANÇA SOB A HIPÓTESE DE UMA ÚNICA TAXA DE MOTIVO HERANÇA ($b_w = b_c = b$) E DUAS TAXAS DE JUROS DE EQUILÍBRIO ($r_w \neq r_c$): O CASO DE MERCADOS IMPERFEITOS** .......... 36

4.1 AS HIPÓTESES DO MODELO .......... 36

4.2 PLANOS DE POUPANÇA E CONSUMO .......... 36

4.3 ANÁLISE GRÁFICA ..... 44
4.4 A HIPÓTESE DE TAXAS DE JUROS DIFERENCIADAS PARA AS DUAS CLASSES $(\boldsymbol{r_w} \neq \boldsymbol{r_c})$, COM A MESMA TAXA DE DESCONTO DE HERANÇA $(\boldsymbol{b_w} = \boldsymbol{b_c} = \boldsymbol{b})$. ..... 46
4.4.1 Acumulação Capital Agregado ..... 50
4.5 CONSIDERAÇÕES ..... 53

**5 CONCLUSÕES** ..... 54

**REFERÊNCIAS** ..... 56

# 1 INTRODUÇÃO

Os trabalhos pioneiros de Harrod (1939) e Domar (1946) deram início às teorias de crescimento econômico e de distribuição de renda de longo prazo ao estabelecerem as condições determinantes para que uma economia permanecesse no pleno emprego da mão de obra e da capacidade instalada.

O modelo de Harrod levantou um problema que ficou conhecido como o problema de Harrod, ou também, o problema do "Fio de Navalha'[1]. Para "resolver" esse problema, duas escolas surgiram: A escola neoclássica, principalmente representada por Solow (1956), adotando uma abordagem ao crescimento com uma função de produção que permite a substituição técnica entre capital e trabalho, que seria suficiente para garantir a solução para o problema do fio da navalha; e a escola Pós Keynesiana, representada por Kaldor (1955), cujo modelo depende necessariamente da existência de pelo menos duas classes de renda, capital e trabalho, resolvendo o problema através da flexibilização da propensão a poupar da economia que passa a depender da distribuição de renda advinda do capital e do trabalho. Assim, se a propensão a poupar do lucro for maior do que a propensão a poupar do salário, existirá uma distribuição de renda entre capital e trabalho que fará com que a propensão média a poupar da economia solucione o problema levantado por Harrod e Domar.

Na mesma linha de pesquisa, Pasinetti (1962) propõe um novo modelo com a existência de duas classes, os capitalistas e os trabalhadores. Esta mudança tem origem na observação de que os indivíduos devem ter uma única propensão a poupar, não importando se a origem de sua renda é decorrente do capital ou do trabalho. Apesar de trabalhar com a definição de distribuição pessoal de renda (entre capitalistas e trabalhadores) no lugar da distribuição funcional de renda (entre capital e trabalho) como em Kaldor (1955), seu trabalho resultou em uma solução semelhante do problema do "fio de navalha"[2] e chegou a uma mesma equação para a taxa de lucro, $P/K = g_n/s_c$, onde P é a massa de lucro, K o estoque de capital da economia, $g_n$ a taxa de crescimento natural, e $s_c$ a propensão a poupar do lucro (em Kaldor) ou do capitalista (em Pasinetti). Esta equação, conhecida como Teorema Pasinetti ou equação de Cambridge, mostra que a taxa de lucro depende da taxa de crescimento natural do produto e do comportamento da poupança da classe capitalista, não tendo, a princípio, qualquer relação com a forma da função

[1] O problema do "fio de navalha," elaborado por Harrod (1939) e Domar (1946) diz que o pleno emprego dos fatores só é possível se a taxa de crescimento dos trabalhadores for igual a proporção entre a propensão a poupar da economia e o coeficiente tecnológico capital/produto.

[2] Para mais detalhes ver Rogel (2019, cap 5.2).

de produção (ou produtividade marginal do capital) e com o comportamento dos trabalhadores.

Neste ponto, questões relacionadas a esses modelos macroeconômicos foram levantadas. Uma delas diz respeito à introdução do governo sobre a determinação da taxa de juros de longo prazo e a distribuição pessoal de renda e outra questão diz respeito à compatibilidade dos resultados do modelo, com e sem governo, aos microfundamentos ortodoxos.

A primeira questão é desenvolvida, entre outros[3], por Pasinetti (1989a, 1989b) que insere a atividade governamental no modelo Kaldor-Pasinetti assumindo que o governo arrecada impostos diretos e indiretos, e faz transferências para os trabalhadores. Os resultados encontrados mostram uma correlação positiva entre o imposto sobre os lucros (tp) e a taxa de juros de longo prazo da economia, bem como a participação dos lucros na renda.

A segunda questão é trabalhada por Baranzini (1991) que, adotando ciclo de vida e motivo herança[4] para analisar a distribuição de renda entre as classes, propôs uma microfundamentação do modelo de crescimento e distribuição de renda de Kaldor-Pasinetti a partir da utilização de funções utilidades de dois agentes representativos, um capitalista e outro trabalhador. Neste modelo, utiliza economias onde os indivíduos poupam para o ciclo de vida e podem poupar para os seus descendentes (a geração seguinte).

Desta forma, com capitalistas e trabalhadores maximizando funções de utilidade intergeracionais com ciclo de vida, chega a uma série de novos resultados de equilíbrio. Na versão discreta do modelo, chega a proporção de capital de equilíbrio pertencente a cada classe e consegue calcular o estoque de capital total da economia. Além disso, as propensões a poupar dos capitalistas e dos trabalhadores deixam de ser exógenas como no modelo Kaldor-Pasinetti e passam a depender dos parâmetros de preferências dos indivíduos. Um resultado relevante é a obtenção da taxa de juros de equilíbrio, como nos modelo originais de Kaldor-Pasinetti, que independe de qualquer tecnologia representada por uma função de produção. Dessa forma, seu modelo promove uma importante conclusão de como a acumulação de capital e riqueza da economia está distribuído entre as classes no longo prazo.

Teixeira *et al*. (2002) procuram mostrar que o modelo de Kaldor-Pasinetti com governo pode ser suportado por microfundamentos ortodoxos. Para fazer isto, eles analisam o modelo de gerações sobrepostas com agentes heterogêneos de Baranzini (1991), onde o trabalhador não

---

[3] Ver Steedman (1973).

[4] O ciclo de vida tem função de analisar o consumo e poupança dos agentes ou seja, como eles alocam suas rendas durante o período de vida que é dividido em dois períodos, o presente e o futuro. Já o motivo herança analisa como o capitalista destina seu capital intergeracional.

deixa herança, permitindo ao governo tributar a herança no início de cada geração capitalista e transferir integralmente essa tributação para os trabalhadores. Dois resultados obtidos neste trabalho devem ser destacados: i) como no modelo macro de Kaldor-Pasinetti, a taxa de juros que mantém a economia na trajetória de crescimento equilibrado (o estado estacionário) depende positivamente da taxa natural de crescimento e da tributação, e independe do comportamento da classe trabalhadora e/ou da tecnologia; ii) a taxação da herança do capitalista diminui sua participação no estoque de capital da economia e, portanto, altera a distribuição de renda em favor do trabalhador.

Já Sugahara *et al*. (2016), a partir do modelo mais amplo de Baranzini (1991) com ambos os agentes deixando herança, introduzem a tributação governamental sobre a herança dos capitalistas e sua transferência integral para os trabalhadores, e resolvem o modelo para a hipótese da existência de apenas uma taxa de juros na econômica e dois diferentes motivos herança para capitalistas e trabalhadores.

O presente trabalho segue na linha de Sugahara *et al*. (2016) determinando os efeitos da tributação sobre heranças sob a hipótese de uma única taxa de motivo herança e duas possíveis taxas de juros de equilíbrio. Esta hipótese supõe que capitalistas e trabalhadores possuem mesmo desejo de deixar legado para seus filhos, mas recebendo remunerações diferenciadas por seus estoques de capital, e verifica-se o impacto desta hipótese sobre a taxa de juros de equilíbrio e a distribuição de riqueza entre as classes.

A metodologia de pesquisa se dará através do levantamento da literatura existente, da revisão do modelo microfundamentado de crescimento e distribuição pós-keynesiano com gerações sobrepostas e ciclo de vida, e do detalhamento deste modelo, de modo a entender a economia convivendo com duas taxas de juros e apenas um motivo herança para as duas classes. Por se tratar de uma produção-desenvolvimento-contribuição teórica, esta dissertação se baseará em diferentes escolas de pensamento econômico. As fontes de informação serão os diversos livros, estudos e publicações relativos à problemática em questão.

Ao todo este trabalho apresenta quatro seções, além desta introdução. A segunda seção traz uma apresentação sobre a teoria pós-keynesiana e neoclássica sobre suas óticas em relação ao trabalho de Harrod (1939) e um resumo sobre a evolução dos modelos Pós-Keynesianos. A terceira seção traz o modelo básico de Baranzini (1991) em que se utiliza ciclo de vida e motivo herança, os trabalhos de Teixeira, Sugahara e Baranzini (2002) que introduzem no modelo o governo como agente que tributa a herança dos capitalistas e transfere para os trabalhadores, e os trabalhos de Sugahara *et al*. (2016) que incluem nesse modelo a possibilidade de os trabalhadores também deixarem herança para seus descendentes e resolvem o modelo sob a hipótese de se existir apenas uma taxa de juros de equilíbrio da economia com taxas de motivo herança diferentes. Na quarta seção, complementa-se o estudo de Sugahara *et al*. (2016), determinando as condições de existências das duas classes e a distribuição de renda entre essas classes sob a hipótese de uma única taxa de motivo herança e duas taxas de juros de equilíbrio (economias com mercado de capital imperfeito). A quinta e última parte conta com as conclusões finais.

# 2 MACROECONOMIA DE CRESCIMENTO ECONÔMICO E DISTRIBUIÇÃO DE RENDA PÓS-KEYNESIANA[5]

No período pós-guerra, a macroeconomia passou a se preocupar com a questão da trajetória no longo prazo. Harrod e Domar, nas décadas de 30 e 40, estabeleceram quais seriam as condições de existência de uma trajetória de crescimento balanceado, as quais impõem que o não surgimento de capacidade ociosa dos fatores de produção somente é possível se a taxa de crescimento da força de trabalho, $g_n$(taxa natural de crescimento), for igual à razão entre a propensão a poupar da economia, $s$, e o coeficiente tecnológico, $v$ $(v = K/Y = capital/produto)$ (PASINETTI, 1979).

$$g_n = \frac{s}{v} \tag{2.1}$$

Conforme Pasinetti (1979), esta relação ficou conhecida como equação de Harrod-Domar, ou problema do "fio de Navalha", pois, a princípio, nada além de uma mera coincidência garantiria a sua existência, já que as três variáveis são exógenas.

Nesse contexto, duas diferentes vertentes surgiram para solucionar, teoricamente, a possibilidade de obtenção da igualdade requerida pela equação de Harrod-Domar: a Escola Neoclássica e a Escola de Cambridge. Desde então, surgiu um importante debate ligado a estas escolas, centrado na análise das condições de existência dessa trajetória de crescimento balanceado com pleno emprego da força de trabalho. Os autores neoclássicos, notadamente Solow, afirmavam que o "erro" do modelo Harrod-Domar era tomar a relação capital/produto como uma constante exógena. Através de uma abordagem ao crescimento sem distinção de classes e com uma função de produção que permitisse a substituição técnica entre capital e trabalho, apontando que a flexibilização da relação capital/trabalho seria suficiente para garantir a igualdade entre as taxas garantida e natural de crescimento.

Já a escola Pós–Keynesiana com Kaldor (1955) e Pasinetti (1962) trazem uma abordagem diferente para o dilema, flexibilizando a taxa de poupança. Essa saída dentro da teoria Pós Keynesiana têm por hipótese o uso de duas ou mais classes com diferentes propensões marginais a poupar, representadas pelo capitalista e trabalhador, cujo resultado ficou conhecido como equação de Cambridge, ao qual estabelece que, a taxa de lucro seria igual a razão entre a taxa de crescimento da força de trabalho e a propensão a poupar dos capitalistas.

---

[5] Conforme Cunha *et al.* (2013).

## 2.1 A Escola Pós-Keynesiana de Crescimento e Distribuição de Renda de Cambridge

### 2.1.1 A Flexibilização da Propensão a Poupar da Economia

A solução do problema do fio de navalha proposto por Kaldor (1955) se utilizou do arcabouço teórico keynesiano, de curto prazo, em que o aparato do multiplicador serve para se determinar o nível de produção (emprego), mantendo-se constante a distribuição de renda (isto é, fixados preços e salários), adaptando-o ao longo prazo, em que se determina a distribuição de renda, com o nível de produção constante.

O resultado obtido indica que, se a propensão a poupar da massa de salário, $s_w$, for igual a zero, a taxa de lucro da economia (proporção entre a massa de lucro, P, e o estoque de capital da economia, K) será dada pela razão entre a taxa de crescimento natural, $g_n$, e a propensão a poupar do lucro, $s_c$, ou seja:

$$\frac{P}{K} = \frac{g_n}{s_c} \tag{2.2}$$

Pasinetti (1962) observou a possibilidade de se trabalhar a economia a partir da distribuição de classes de pessoas (capitalistas e trabalhadores). A importância desta obra pode ser observada a partir de seu principal resultado, em que a equação (2.2), pelo menos em sua essência, permanece inalterada, mesmo com os trabalhadores poupando (isto é: $s_w \neq 0$ ).

Deve-se ressaltar que a relação (2.2), conhecida como a equação de Cambridge, mostra um resultado incômodo para a teoria neoclássica, já que a taxa de lucro surge como um resultado das decisões de gasto de uma classe específica, não necessitando de uma função de produção para estabelecer uma teoria de distribuição de renda.

> Os modelos de distribuição de renda de Cambridge (UK) desprezavam completamente a noção de produtividade física marginal decrescente dos fatores de produção, pondo por terra a concepção de ‘justiça distributiva’ do modo de pensar neoclássico, segundo a qual cada ‘fator’ recebe o seu quinhão de acordo com a sua contribuição ao processo produtivo. A distribuição de renda de equilíbrio, agora, seria nada mais do que o resultado das decisões alocativas da classe capitalista (ARAÚJO, 1990, p. 153).

Esse resultado levantou críticas e observações. Inicialmente, a vertente neoclássica observou que o resultado de Pasinetti (equação de Cambridge) estava restrito a determinados valores assumidos para a propensão a poupar da classe trabalhadora e que, se esta classe aumentasse “$s_w$”, ela se tornaria, no equilíbrio, dona de todo o estoque de capital da economia, fazendo com que a classe capitalista (que, por definição, vive apenas da renda de seu capital) desaparecesse do sistema. Assim estaríamos, de certa maneira, de volta ao mundo neoclássico com uma só classe representativa e com a taxa de lucro $(P/K)$ determinada pela função de produção. A equação obtida, conhecida como equilíbrio Dual (ou teorema “anti-Pasinettti”) não mais determinaria a taxa de lucro, mas sim a proporção entre o produto e o estoque de capital.

$$\frac{Y}{K} = \frac{g_n}{s_w}$$

Também, a vertente pós-keynesiana observou que o modelo necessitava de um maior grau de realismo. Conforme Araújo (1990), os modelos foram idealizados em nível muito elevado de abstração, tendo-se negligenciado grande parte das complexidades observáveis no ambiente econômico moderno. Deve-se ressaltar ainda que os modelos de Kaldor e Pasinetti não contemplavam a existência do governo e de uma economia aberta.

### 2.1.2 Evolução nos Modelos Pós-Keynesianos

A teoria do lucro e da distribuição que é geralmente utilizada em vários modelos Pós-Keynesianos como de Kaldor (1955) e Pasinetti (1962), surgiu como um desenvolvimento do modelo de Harrod-Domar sendo estes modelos baseados em teorias de equilíbrio de longo prazo utilizando conceitos ligados a diferentes tipos de rendas ou classes.

Dessa forma, Kaldor (1955) e Pasinetti (1962) iniciam os estudos voltados para teoria Pós-Keynesiana, em que Kaldor aborda uma economia que considera a renda dividida entre lucros e salários além da poupança total que, também, pode ser dividida em poupança dos salários e poupança dos lucros. Já Pasinetti aborda uma economia de classes, o capitalista e o trabalhador, diante da perspectiva de que o trabalhador assim como o capitalista recebe lucro, derivado de seus esforços em poupar.

Baranzini (1991) desenvolve um modelo pós-keynesiano incluindo ciclo de vida e motivo herança para analisar como os agentes se comportam no processo de acumulação e distribuição de renda e riqueza. Dessa forma, através de uma estrutura microeconômica, o modelo adquire maior flexibilidade e promovem respostas para a teoria de acumulação e distribuição. Para o autor, se a herança é importante no processo de acumulação e distribuição da riqueza, então, também é relevante no processo de distribuição e formação de renda, além de ser determinante no processo de determinação das taxas de lucro.

Teixeira *et al*. (2002) e Sugahara *et al*. (2016) por sua vez, utilizam sua estrutura de forma mais extensiva, inserindo o governo como agente que transfere renda entre classes. A conclusão do modelo é que o ciclo de vida e o motivo herança são compatíveis com a introdução do governo em modelos Pós-Keynesianos, que passa a ser a terceira classe com capital próprio, consumo e propensão a poupar, taxando a renda do capitalista e transferindo para o trabalhador.

# 3 UM MODELO INTERGERACIONAL COM CICLO DE VIDA E MOTIVO HERANÇA

Fundamentalmente, durante o ciclo de vida dos indivíduos, estes devem decidir quanto consumir e quanto poupar, pesando os interesses presentes com os interesses do futuro. Assim, quanto mais consumirem hoje, menos poderão consumir no futuro. Para resolver esse "conflito", devem considerar suas expectativas de renda-consumo futuros. Ainda, enfrentam uma restrição quanto ao que podem gastar, conhecida como "restrição orçamentária", que pode ser vista em (3.1).

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \tag{3.1}$$

Onde: $C_1 e C_2$ são os consumos presentes e futuros
$Y_1 e Y_2$ são as rendas presentes e futuras
r é a taxa de juros real

Pela restrição orçamentária pode-se observar uma relação direta com a taxa de juros. Se a taxa de juros for zero, o consumo nos dois períodos será igual a renda nos dois períodos. No caso mais geral, taxa de juros positiva, o consumo e a renda são descontados por um fator $1 + r$. Como o indivíduo recebe juros sobre a renda poupada, a renda futura vale menos que renda presente. O mesmo raciocínio vale para o consumo. Observa-se então que o consumo varia conforme a renda e a taxa de juros vigentes.

## 3.1 Um Modelo Básico com Micro Fundamentos da Macroeconomia Pós-keynesiana[6]

A macroeconomia keynesiana de crescimento do tipo Kaldor-Pasinetti toma a poupança agregada da economia como uma parcela da renda total, ou então como uma taxa constante da renda de cada grupo para o caso de uma economia com duas classes (capitalistas e trabalhadores). Muitas teorias, no entanto, têm surgido a partir de pesquisas que tentam explicar a formação da poupança agregada através do comportamento de poupança dos indivíduos ou das famílias. Essas pesquisas trabalham, principalmente, com hipóteses sobre o comportamento de consumo dos agentes. A lógica dessa abordagem é que, se souber como as pessoas planejam, a partir de uma restrição orçamentária, seu consumo ao longo do tempo, sabe-se como será o

[6] Conforme Teixeira *et al*. (2002).

seu comportamento de poupança. Cria-se dessa maneira, uma fundamentação microeconômica para as variáveis macroeconômicas, pois a partir do comportamento de consumo dos indivíduos pode-se alcançar alguns resultados almejados pela teoria de crescimento pasinettiana, tal como a propensão a poupar dos capitalistas e dos trabalhadores e a taxa de juros de longo prazo.

Baranzini (1991) trabalha as hipóteses do ciclo de vida e do motivo herança. A primeira hipótese, de acordo com Modigliani (1986), diz que os indivíduos tomam suas decisões de consumo presente levando em consideração, além de sua renda atual, a expectativa de todas as rendas futuras, bem como expectativa de consumo futuro. Assim, os indivíduos (ou famílias) deverão maximizar um fluxo de consumo, descontado a uma taxa intertemporal subjetiva. Essa teoria observa também que o indivíduo geralmente não consegue obter uma renda constante durante toda a sua vida, tendo que, muitas vezes, se não quiser ter seu consumo flutuando ao sabor do rendimento corrente, poupar em um período de renda alta, para poder despoupar em um período de renda menor, por exemplo, após a aposentadoria.

Kotlikoff e Sumers (1981), concluiram que não se deve considerar a teoria do ciclo de vida como o principal fator determinante da acumulação de riqueza nos Estados Unidos. Esses autores colocam as heranças intergeracionais como a melhor fonte dessa acumulação. Assim, se não levar em consideração as heranças, o estoque de capital seria consideravelmente menor.

Apesar dessa afirmação não ser consenso entre os economistas, a introdução do motivo herança nos modelos de ciclo de vida permite a possibilidade dos indivíduos transferirem estoque de capital entre as gerações. Pode-se entender as transferências intergeracionais como uma espécie de consumo final do ciclo de vida das pessoas que continuariam a poupar, mesmo depois de velhas, ou despoupar, muito lentamente, mesmo quando já aposentadas.

A principal explicação acerca da motivação dos indivíduos em deixar herança vem da hipótese do altruísmo[7]. No modelo de Baranzini a hipótese utilizada é a do motivo herança absoluto, onde o total do legado a ser adquirido pela geração sucessora é incorporado na função utilidade da pessoa que irá deixar a herança que, nesse modelo, não poderá ser negativa.

## 3.2 As Hipóteses de Baranzini

O estudo apresentado aqui é um modelo com duas classes. A capitalista, que obtém seus proventos inteiramente do rendimento de um capital inicial adquirido como herança de seus pais e, a classe dos trabalhadores, que não recebem heranças e retiram seus proventos apenas

[7] Atitude de amor ao próximo, ausência do interesse próprio ou agir em prol de outra pessoa.

dos salários.

As hipóteses principais desse modelo são:

1. demográfica: estabelece que os indivíduos vivem apenas dois períodos de intervalos iguais e não há incerteza sobre a data de aposentadoria ao final do primeiro período, e, a data da morte ao final do segundo período. No final do primeiro período, cada pessoa tem $1 + g$ filhos.
2. renda: tanto os trabalhadores como os capitalistas nascem no final do período $t - 1$. Os capitalistas receberão um montante de capital $B_{t-1}$ como herança logo ao nascerem e, portanto, terão um rendimento igual a $rB_{t-1}$ (onde r é a taxa de juros). Os trabalhadores recebem no primeiro período de suas vidas um salário igual a $W_t$ . Para simplificar, também supõe-se que os aposentados não recebem pensão e que as condições dessas variáveis são constantes e conhecidas por todos.
3. planos de consumo e acumulação: capitalistas e trabalhadores poupam de maneira a maximizar o valor presente de seus consumos $C_t$ e $C_{t+1}$. Os capitalistas adicionam a sua função utilidade aquilo que eles deixarão de dote para seus filhos. O estoque de capital da economia é formado, portanto, da herança intergeracional dos capitalistas e das poupanças do ciclo de vida dos trabalhadores e capitalistas.
4. função utilidade: a forma que a função utilidade assume é $U(C_t)=\frac{1}{a}(C_t)^a$. Tem-se também uma taxa de desconto da utilidade, *b*, para a herança dos capitalistas.

## 3.3 O MODELO BÁSICO

A análise matemática do modelo de Baranzini parte da função de maximização dos agentes, que são:

Os capitalistas, no final do primeiro período, maximizam a função utilidade:

$$\max U\,(C_t^c, C_{t+1}^c, B_t) = \max\frac{1}{a}[(C_t^c)^a + \frac{(C_{t+1}^c)^a}{1+\delta} + (\frac{1+g}{1+b})\,B_t{}^a]$$

$$\text{s.a.}\ \ (1+r)\,B_{t-1} = C_t^c + \frac{(C_{t+1}^c)}{(1+r)} + (1+g)\,B_t$$

onde; “a”, é a (constante) elasticidade da função utilidade, “b” é a taxa de desconto subjetiva para a herança dos capitalistas; “$B_t$” é o legado deixado para cada filho no final o período t, “δ” é a taxa de desconto da utilidade para consumo, “g” é a taxa de crescimento da população.

Os trabalhadores consomem no primeiro período $C_t^w$ e poupam $W_t - C_t^w$ para o período seguinte. Eles maximizam a função utilidade:

$$\max U\,(C_t^w, C_{t+1}^w) = \max\frac{1}{a}[(C_t^w\ )^a + \frac{(C_{t+1}^w\ )^a}{1+\delta}]$$

$$\text{s.a. } W_t = C_t^w\ + \frac{(C_{t+1}^w\ )}{(1+\text{r})}$$

Aplicando os lagrangeanos, obtém-se:

$$C_{t+1}^{w,c} = C_t^{w,c}\ (1+\text{r})^{1/1\text{-a}}\ (1+\delta)^{1/\text{a-1}} \tag{3.2}$$

$$\text{B}_\text{t} = C_{t+1}^c\ (1+\text{b})^{1/\text{a-1}} \tag{3.3}$$

$$C_{t+1}^c = B_t(1+\text{b})^{1/1\text{-a}}\ (1+\text{r})^{1/1\text{-a}}\ (1+\delta)^{1/\text{a-1}} \tag{3.4}$$

$$W_t = C_t^w\left[1 + (1+r)^{\frac{a}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}\right] \tag{3.5}$$

De (3.2) notasse que a relação entre as duas taxas de consumo da classe capitalista é independente de b, a taxa de desconto do legado.

Para encontrar o caminho em estado estacionário, Baranzini (1991) adota a ausência do progresso tecnológico, ou seja:

$$\dot{k}_c = \dot{k}_w = \dot{k} = 0 \tag{3.6}$$

Para que (3.6) seja verdadeira, o valor da herança a ser transmitido deve acompanhar essa equação, pois se o estoque de capital cresce a taxa zero, não existe um aumento do valor de herança a ser deixado e, o mesmo valor que o indivíduo recebe no período $B_{t-1}$ será transmitido para seus filhos em $B_t$, então:

$$B_{t-1} = B_t\ = B \tag{3.7}$$

Para simplificar[8], assumindo-se a = 0, obtem-se a taxa de juros que mantem o sistema em uma trajetória de crescimento de estado estacionário.

$$r^* = g + (1+b)\,\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)} \tag{3.8}$$

É interessante observar, através do resultado obtido em (3.8), que a taxa de juros de equilíbrio não depende da forma da função de produção, ou seja, ela independe da tecnologia. Nesse sentido, pode-se dizer que a equação de Cambridge se mantém.

---

[8] Essa hipótese, que especifica a função utilidade, tratando-a como uma função logarítmica, simplifica os cálculos dos valores de equilíbrio, e continua sendo uma boa aproximação do modelo com $a \neq 0$. Veja Baranzini (1991, p. 113).

Diferenciando (3.8) em relação com respeito aos parâmetros individuais, obtém-se a influência dos mesmos em $r^*$:

$$\frac{\partial r^*}{\partial g} = 1 \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial r^*}{\partial b} = \frac{2+\delta}{1+\delta} > 0 \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial r^*}{\partial \delta} = -\frac{1+b}{(1+\delta)^2} < 0 \tag{3.11}$$

De (3.9) tem-se que um aumento da taxa de crescimento da população g, tem um efeito positivo na taxa de juros ótimo $r^*$, ou seja, um aumento da taxa de crescimento da população influenciará o dispêndio da renda do capitalista durante o ciclo de vida.

Em (3.10) observa-se que, se o parâmetro "b" aumentar, o que significa mais desconto de legado, a classe capitalista "pura" terá um propensão a fazer legados menores para seus filhos do que é exigido no estado estacionário. O consumo será concentrado durante no ciclo de vida. O modelo volta a ter equilíbrio quando a taxa de juros aumenta compensando a poupança perdida.

De (3.11) tem-se que um aumento em $\delta$ desencorajará a poupança do ciclo de vida, incrementando proporcionalmente o consumo inicial e também a propensão de deixar ativos para a próxima geração.

### 3.3.1 Proporção de Ativos Intergeracionais

Sabendo a taxa de juros de equilíbrio, pode-se determinar a proporção de ativos intergerenciais através da acumulação de capital de ambas as classes.

O estoque de capital total dessa economia, no tempo t, consiste em três componentes:

$$K_t = B_{t-1} + S_t^c + S_t^w \tag{3.12}$$

onde: $K_t$= estoque de capital da economia no tempo *t*
$S^w$= poupança agregada da classe trabalhadora no tempo *t*
$S^c$= poupança agregada da classe capitalista (inclui $gB_{t-1}$, a poupança necessária, a ser deixada como herança para os descendentes dos capitalistas, para se manter a trajetória de equilíbrio).

Pode-se então obter as poupanças de equilíbrio do ciclo de vida de ambas as classes no tempo t. Assumindo a = 0 e o número de trabalhadores e capitalistas igual a 1, por (3.3) sabe-se que $C_t^c = B_t(1+b)$. Desse modo, usando (3.7), tem-se:

$$S_t^c = B^*\left[g + (1+b)\frac{2+\sigma}{1+\sigma} - 1 - b\right] = B^*(g + \frac{1+b}{1+\sigma}) \tag{3.13}$$

De (3.5) tem-se, em equilíbrio, (assumindo que $K_t^w = S_t^w$, pois por hipótese a classe trabalhadora não deixa herança intergeracional), o estoque de capital da classe trabalhadora ($K^w$) no tempo t:

$$K_t^w = S_t^w = W_t - C_t^w = W_t(1 - [1 + (1+\sigma)^{-1}]^{-1}) = W_t(2+\sigma)^{-1} \tag{3.14}$$

Sabendo que $W = Y - P$ (onde P = lucro total agregado e Y = renda nacional), pode-se reescrever (3.14)[9].

$$K_t^w = K_t\left(\frac{Y/_K - g}{2+\sigma} - \frac{1+b}{1\_\sigma}\right) \tag{3.15}$$

Como $K_t^c = B_{t-1} + S_t^c$, obtem-se, em equilíbrio, o estoque total de capital da economia e a relação entre a herança e o capital total.

$$K_t^* = B^*(r^* - b) + K_t\left(\frac{Y}{K} - r^*\right)(2+\sigma)^{-1} \tag{3.16}$$

$$\left(B/_K\right)^* = \left(1 + \frac{r^* + Y/_K}{2+\sigma}\right)\frac{1}{r^* - b} \tag{3.17}$$

que é positivo, desde que $r^* - b$ e $\frac{r^* + Y/_K}{2+\sigma}$ sejam maiores que zero, conforme Baranzini (1991, p. 117).

Ainda, a relação de distribuição de capital entre capitalistas e trabalhadores pode ser obtida:

$$\left(\frac{K_c}{K}\right)^* = \frac{K - K_w}{K} = 1 + \frac{r^* - \frac{Y}{K}}{2+\sigma} \tag{3.18}$$

$$\left(\frac{K_w}{K}\right)^* = \frac{\frac{Y}{K} - r^*}{2+\sigma} \tag{3.19}$$

De (3.13) e (3.14) obtém-se as propensões a poupar dos capitalistas ($s_c$) e dos

[9] Considerando que, no longo prazo, p/k=r

trabalhadores ($s_w$):

$$s_c = \frac{g+\frac{1+b}{1+\sigma}}{g+(1+b)\frac{2+\sigma}{1+\sigma}} \tag{3.20}$$

$$s_w = \frac{S_t^w}{W_t} = \frac{1}{2+\sigma} \tag{3.21}$$

De (3.20) e (3.21), pode-se derivar algumas relações entre as duas propenções a poupar:

$$s_c > s_w \qquad \text{quando g>0} \tag{3.22}$$

$$s_c = s_w = \frac{1}{2+\sigma} \qquad \text{quando g=0} \tag{3.23}$$

$$s_c < s_w \qquad \text{quando g<0} \tag{3.24}$$

Quando g, a taxa de crescimento da população, é positiva a poupança do capitalista inclui, além de economia de ciclo de vida para o período de aposentadoria, poupança necessária para manter o mesmo capital per capita para a dinastia. Quando g é igual a zero, todo capitalista lega exatamente o que foi herdado. Assim nenhuma economia adicional é necessária para o crescimento em equilíbrio e a proporção da economia do ciclo de vida é igual à dos trabalhadores. E, quando a taxa de crescimento da população é negativa, os capitalistas não precisam se preocupar com os legados e, portanto, $s_c < s_w$.

Conforme Baranzini (1991), uma vez que em uma economia em crescimento g deveria ser positivo, pode-se concluir que $s_c$ é sempre maior do que $s_w$. Este resultado, obtido no quadro de um modelo de ciclo de vida, confirma a suposição amplamente postulada (e aceita) na literatura sobre crescimento e distribuição, a partir da qual a propensão para poupar dos capitalistas (ou ganhadores de lucro) é maior do que a propensão a poupar do trabalhador (ou ganhador de salário). Assim, o modelo básico de Baranzini, apoia a macroeconomia pós-keynesiana de crescimento do tipo Kaldor-Pasinetti com alguma fundamentação microeconômica.

## 3.4 O Modelo com Transferências Governamentais[10]

Esta seção apresenta o trabalho realizado por Teixeira *et al.* (2002), que introduzem no modelo básico as transferências governamentais. O governo irá interferir na economia aplicando uma tributação direta sobre a herança no início de cada geração capitalista que será integralmente repassada aos trabalhadores. Verifica-se essa alteração do modelo através de uma modificação na restrição orçamentária dos capitalistas e trabalhadores que, no restante, continuarão sob as mesmas hipóteses do capítulo anterior.

### 3.4.1 O Modelo

O capitalista irá maximizar sua função utilidade levando em consideração sua preferência de consumo intertemporal, bem como sua vontade de deixar legado tributável para seus descendentes. Essas preferências estarão sujeitas, agora, a uma nova restrição orçamentária. Assim, os capitalistas deverão resolver o seguinte problema de maximização:

$$\text{Max U } (C_t^c, C_{t+1}^c, B_t^c) = \frac{1}{a}\left[(C_t^c)^a + \frac{(C_{t+1}^c)^a}{1+\sigma} + \frac{1+g}{1+b}(B_t^c)^a\right] \qquad (3.25)$$

$$s.a.\ (1+r)(1-t_b)B_{t-1}^c = C_t^c + \frac{C_{t+1}^c}{1+r} + (1+g)B_t^c$$

onde $t_b$ é a tributação da herança no início de cada geração capitalista ($0 < t_b < 1$) e $\sigma$ é um coeficiente de preferência temporal por consumo.

Os trabalhadores também estão diante de um problema de maximização intertemporal:

$$Max\ U(C_t^w, C_{t+1}^w) = \frac{1}{a}\left[(C_t^w)^a + \frac{(C_{t+1}^w)^a}{1+\sigma}\right] \qquad (3.26)$$

$$s.a.\ (1+r)t_b B_{t-1}^c + W_t = C_t^w + \frac{(C_{t+1}^w)}{(1+r_w)}$$

onde $(1+r)t_b B_{t-1}^c$ é a renda sobre a transferência governamental oriunda do imposto sobre a herança dos capitalistas.

Com as seguintes soluções:

$$C_{t+1}^{w,c} = C_t^{w,c}\ (1+\text{r})^{1/1\text{-a}}\ (1+\sigma)^{1/\text{a-1}} \qquad (3.27)$$

$$\text{B}_t = C_t^c\ (1+\text{b})^{1/\text{a-1}} \qquad (3.28)$$

[10] Conforme Teixeira *et al*. (2002).

$C_{t+1}^{c}$= $B_t(1+b)^{1/1-a}$ $(1+r)^{1/1-a}$ $(1+\sigma)^{1/a-1}$ (3.29)

$$(1-t_b)(1+r)B_{t-1} = C_t^c\left[1+(1+r)^{\frac{a}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}+(1+g)(1+b)^{\frac{1}{a-1}}\right] \quad (3.30)$$

$$W_t + t_b(1+r)B_{t-1} = C_t^w\left[1+(1+r)^{\frac{a}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}\right] \quad (3.31)$$

Assumindo que não haja progresso tecnológico, de (3.28) e (3.30) tem-se:

$$(1-t_b)(1+r)B_{t-1} = B_t\left[(1+b)^{\frac{1}{1-a}}+(1+r)^{\frac{a}{1-a}}(1+b)^{\frac{1}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}+1+g\right] \quad (3.32)$$

Como, no equilíbrio: $B_{t-1}^c = B_t^c = B^*$

$$(1-t_b)(1+r) = \left[(1+b)^{\frac{1}{1-a}}+(1+r)^{\frac{a}{1-a}}(1+b)^{\frac{1}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}+1+g\right]$$

Se a=0:

$$r^* = \frac{1+b}{1-t_b}+\frac{1+b}{(1+\sigma)(1-t_b)}+\frac{g}{1-t_b}+\frac{t_b}{1-t_b} \quad (3.33)$$

O impacto da tributação sobre a taxa de juros de equilíbrio é dado por:

$$\frac{\partial r^*}{\partial t_b} = \frac{1+b}{(1-t_b)^2}+\frac{1+b}{(1+\sigma)(1-t_b)^2}+\frac{g}{1-t_b}+\frac{1}{(1-t_b)^2} > 0$$

Que indica que a taxa de juros de equilíbrio depende positivamente da tributação $t_b$.

Pode-se agora analisar as modificações feitas pela introdução da tributação da herança na acumulação de capital e seu impacto na distribuição de capital entre as duas classes.

Agora, no equilíbrio, o estoque de capital total no período t é:

$$K_t = B_{t-1} + S_t^c + S_t^w \quad (3.34)$$

Assumindo que a=0 e o número de trabalhadores e capitalistas igual a um, de (3.28) obtém-se:

$$S_t^c = B_{t-1}[(1-t_b)r] - 1 - b \quad (3.35)$$

De (3.31) tem-se:

$$K_t^w = \frac{1}{2+\sigma}[W_t + t_b(1+r)B_{t-1}] \quad (3.36)$$

Como $W = Y - P$, reescrevendo (3.36):

$$K_t^w = \frac{Y-P}{2+\sigma} + \frac{t_b(1+r)B_{t-1}}{2+\sigma} = \frac{K\left(\frac{Y}{K} - \frac{P}{K}\right)}{2+\sigma} + \frac{t_b(1+r)B_{t-1}}{2+\sigma}$$

Como, no longo prazo, $\frac{P}{K} = r^*$ tem-se:

$$K_t^w = K\left(\frac{Y}{K} - r^*\right)(2+\sigma)^{-1} + [t_b(1+r^*)B_{t-1}](2+\sigma)^{-1} \quad (3.37)$$

Em equilíbrio, o estoque de capital total no período t é:

$$K^* = \frac{(2+\sigma)(1+t_b)r^* - (2+\sigma)b + t_b(1+r^*)}{(2+\sigma) - \left(\frac{Y}{K} - r^*\right)} \quad (3.38)$$

De (3.38) pode-se observar a importância das heranças, obtendo a taxa de proporção da mesma sobre o capital total:

$$\left(\frac{B}{K}\right)^* = \frac{(2+\sigma) - \left(\frac{Y}{K} - r^*\right)}{(2+\sigma)(r^* - t_b r^* - b) + t_b(1+r^*)} > 0 \quad (3.39)$$

Admitindo que $(r^* - t_b r^*) > b$ e $\left(\frac{Y}{K} - r^*\right)$<1, diferenciando $\left(\frac{B}{K}\right)^*$ em relação a $t_b$:

$$\frac{\partial(B/K)^*}{\partial t_b} = \frac{-1 + (1+\sigma)r^*}{[(2+\sigma)(r^* - t_b r^* - b) + t_b(1+r^*)]^2} < 0$$

Ou seja, aumentos marginais de imposto sobre a herança, exercem influência negativa em $\frac{B}{K}$.

Verifica-se também o efeito da transferência governamental na distribuição de capital no equilíbrio. A participação dos capitalistas é:

$$\left(\frac{K_c}{K}\right)^* = 1 + \frac{r^* - \frac{Y}{K}}{2+\sigma} - \frac{t_b(1+r^*)(2+\sigma+r^* - \frac{Y}{K})}{(2+\sigma)[(2+\sigma)(r^* - t_b r^* - b) + t_b(1+r^*)]}$$

Diferenciando $\left(\frac{K_c}{K}\right)^*$ em relação a $t_b$:

$$\frac{\partial\left(\frac{K_c}{K}\right)^*}{\partial t_b} = -\frac{\left[\left(1 + r^* + \frac{\partial r^*}{\partial t_b}\right)\left(2+\sigma+r^* - \frac{Y}{K}\right) + (1+r^*)\frac{\partial r^*}{\partial t_b}\right]\{(2+\sigma)[(2+\sigma)(r^* - t_b r^* - b) + t_b(1+r^*)]\}}{\{(2+\sigma)[(2+\sigma)(r^* - t_b r^* - b) + t_b(1+r^*)]\}^2}$$

$$-\frac{\left\{(2+\sigma)\left[(2+\sigma)\left(\frac{\partial r^*}{\partial t_b}(1-t_b)-r^*\right)+1+t_b\frac{\partial r^*}{\partial t_b}+r^*\right]\right\}\left\{t_b(1+r^*)\left(2+\sigma+r^*-\frac{Y}{K}\right)\right\}}{\{(2+\sigma)[(2+\sigma)(r^*-t_br^*-b)+t_b(1+r^*)]\}^2}<0$$

ou seja, a tributação e, consequentemente, a transferência de renda para a classe trabalhadora afeta a distribuição de riqueza entre as classes uma vez que diminui a participação da classe capitalista no estoque total da economia.

Também, pode-se verificar a propensão a poupar do capitalista:

$$s_c=\frac{S_t^c}{(1+t_b)r^*B_{t-1}}=\frac{B_{t-1}[(1+t_b)r^*-1-b]}{(1+t_b)r^*B_{t-1}}=1-\frac{(1+b)}{(1+t_b)r^*}$$

Como $S_t^w=K_t^w$, de (3.36) obtém-se a propensão a poupar do trabalhador:

$$s_w=\frac{S_t^w}{W_t+t_b(1+r^*)B_{t-1}}=\frac{\frac{W_t+t_b(1+r^*)B_{t-1}}{2+\sigma}}{W_t+t_b(1+r^*)B_{t-1}}=\frac{1}{2+\sigma}$$

Este resultado é idêntico a (3.21), o que significa que as transferências governamentais não afetam a propensão a poupar dos trabalhadores.

### 3.4.2 Comparações Entre os Dois Modelos (sem e com Tributação)[11]

A taxa de juros de equilíbrio aumenta quando um imposto é cobrado sobre a herança da classe capitalistas. Se o capitalista quer deixar legado aos seus descendentes, então deve receber uma maior taxa de lucro sobre seu capital.

Caso o capitalista tenha um número maior de filhos, ele precisará economizar mais se quiser dota-los com o mesmo legado que eles próprios receberam. Trabalhadores não tem tal restrição, uma vez que não deixam herança.

Ocorre uma redução no estoque de capital do capitalista no estoque total de capital, levando a um declínio da desigualdade de riqueza.

A introdução da tributação leva a um aumento da propensão a poupar do capitalista, ou seja, é necessário um esforço extra para manter preservada a relação $B_{t-1}^c=B_t^c=B^*$.

O estoque de capital se expande (em equilíbrio) com a introdução da tributação sobre a herança dos capitalistas com as transferências para os trabalhadores.

[11] Para mais detalhes, ver Teixeira *et al.*(2002).

## 3.5 O Modelo com Transferências Governamentais e Herança de Ambas as Classes

Esta seção apresenta o trabalho realizado por Sugahara *et al*. (2016), que introduzem no modelo básico, com transferências governamentais, a possibilidade da classe trabalhadora também deixar legados para seus descendentes.

É natural supor que os trabalhadores também deixam herança e, neste caso, questiona-se o que acontece com a economia, notadamente com a taxa de juros de equilíbrio, propensões a poupar das duas classes e a distribuição de renda.

Pode-se visualizar essa possibilidade, introduzindo na restrição orçamentária da classe trabalhadora o motivo herança $b_w$. O modelo, no restante, continuará sob as mesmas hipóteses do capítulo anterior.

### 3.5.1 O Modelo

Se aos trabalhadores é permitido deixar herança ao final do período t, então incorpora-se o motivo herança $b_w$, a herança recebida no final do período t-1($B_{t-1}^{w}$) e deixada em t ($B_t^w$), em (3.26).

O problema de maximização do trabalhador é então:

$$Max\ U(C_t^w, C_{t+1}^w, B_t^w) = \frac{1}{a}\left[(C_t^w)^a + \frac{(C_{t+1}^w)^a}{1+\sigma} + \frac{1+g}{1+b_w}(B_t^w)^a\right] \tag{3.40}$$

$$s.a.\ (1+r)t_b B_{t-1}^c + W_t + (1+r)B_{t-1}^w = C_t^w + \frac{(C_{t+1}^w)}{(1+r_w)} + (1+g)B_t^w$$

onde $(1+r)t_b B_{t-1}^c$ é a renda sobre a transferência governamental oriunda do imposto sobre a herança dos capitalistas.

Das condições de primeira ordem, tem-se:

$$C_{t+1}^{w,c} = C_t^{w,c} \mathrm{C}^{w,c}_{t}\,(1+r)^{1/1-a}\,(1+\sigma)^{1/a-1} \tag{3.41}$$

$$B_t^w = C_t^c\,(1+b_w)^{1/a-1} \tag{3.42}$$

Da restrição orçamentária dos trabalhadores, tem-se:

$$(1+r)t_b B_{t-1}^c + W_t + (1+r)B_{t-1}^w = C_t^w\left[1 + (1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+r)^{\frac{a}{1-a}} + (1+g)(1+b_w))^{\frac{1}{a-1}}\right] \tag{3.43}$$

Inserindo (3.42) em (3.43):

$$(1+r)t_b B_{t-1}^{c} + W_t + (1+r)B_{t-1}^{w}$$
$$= B_t^{w}(1+b_w)^{\frac{1}{1-a}}\left[1+(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+\mathrm{r})^{\frac{a}{1-a}}+(1+g)(1+b_w))^{\frac{1}{a-1}}\right]$$

Assumindo ausência de progresso tecnológico, tem-se: $B_{t-1}^{w} = B_t^{w} = B^*$

Sabendo que $W = Y - rK$, e supondo a=0, de (3.43) tem-se que a taxa e juros de equilíbrio é:

$$r_w^* = \frac{\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^{C}}{K}-\frac{B^W}{K}\left[g+(1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}{\left(1-\frac{B^W}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^{C}}{K}\right)} \quad (3.44)$$

De (3.33), tem-se que a taxa de juros do capitalista é:

$$r_c^* = \frac{1+b_c}{1-t_b} + \frac{1+b_c}{(1+\sigma)(1-t_b)} + \frac{g}{1-t_b} + \frac{t_b}{1-t_b} \quad (3.45)$$

Assim, de (3.44) e (3.45) conclui-se que as taxas de juros que otimizam os planos de consumo e poupança das duas classes podem não ser iguais, logo uma das classes pode requerer uma taxa de acumulação diferente da outra, levando ao desaparecimento da classe com menor taxa.

Diferenciando $r_w^*$e $r_c^*$ em relação a $t_b$, tem-se:

$$\frac{\delta r_w^*}{\delta t_b} = \frac{\frac{B_{t-1}^{C}}{K}\left(1-\frac{B^W}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^{C}}{K}\right)+\frac{B_{t-1}^{C}}{K}\left\{\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^{C}}{K}-\frac{B^W}{K}\left[g+(1+b_w)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right]\right\}}{\left(1-\frac{B^W}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^{C}}{K}\right)^2} > 0 \quad (3.46)$$

$$\frac{\delta r_c^*}{\delta t_b} = \frac{1+b_c}{(1-t_b)^2} + \frac{(1+b_c)(1+\sigma)}{[(1+\sigma)(1-t_b)]^2} + \frac{g}{(1-t_b)^2} + \frac{1}{(1-t_b)^2} > 0 \quad (3.47)$$

As relações (3.46) e (3.47) mostram que, em uma situação em que as classes capitalistas e trabalhadoras têm seu plano de consumo e poupança com ciclo de vida e herança otimizados, necessariamente devem obedecer um relação de equilíbrio em que a taxa de juros é positivamente relacionada com a tributação.

### 3.5.2 A Hipótese da Existência de Apenas uma Taxa de Juros de Equilíbrio da Economia e Diferentes Motivo Herança para Capitalistas e Trabalhadores

Seguindo a linha de raciocínio de Baranzini (1991), nota-se que a raízes ótimas de $r_w^*$ e $r_c^*$ não são iguais, o que significa que as taxas de juros que maximizam a utilidade total de ambas as classes e garantem um crescimento equilibrado de capital intergeracional, não são iguais. Assumindo que ambas as classes podem existir em equilíbrio, com crescimento equilibrado, Baranzini (1991) postula as hipóteses:

1 - Uma única taxa de juros de equilíbrio da economia ($r_w^* = r_c^*$), com taxas de motivo herança necessariamente diferentes ($b_c \neq b_w$);

2 - Diferentes taxas de juros de equilíbrio ($r_w^* \neq r_c^*$) e uma mesma taxa de motivo herança ($b_c = b_w$).

Sugahara *et al*. (2016) desenvolvem a primeira hipótese, que aqui será explorada. Fazendo $r_w^* = r_c^*$=$r^*$, tem-se que:

$$b_c = -b_w \frac{(1-t_b)\frac{B^w}{K}}{1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}} + \frac{\left[\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}-\frac{B^w}{K}\right]\frac{(1+\sigma)(1-t_b)}{(2+\sigma)}-(1-t_b)\frac{B^w}{K}}{1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}} - \left[(g+t_b)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}\right]-1$$

Que indica a taxa de desconto da herança do capitalista, no qual as duas taxas de juros são iguais. A partir dessa relação, obtém-se a parcela de capital intergeracional pertencente aos trabalhadores. Isolando $\frac{B^w}{K}$:

$$\left(\frac{B^w}{K}\right)^* = \frac{\{[(1+\sigma)(1+g)(2+\sigma)^{-1}+(1+b_c]\}t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}+\left[(1-t_b)\frac{Y}{K}-(g+t_b)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}-(1+b_c)\right]}{b_w(1-t_b)-\left[b_c+(1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)})t_b\right]} \quad (3.48)$$

Assumindo que $b_w(1-t_b) > \left[b_c + (1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)})t_b\right]$, então os trabalhadores manterão uma participação positiva da herança intergeracional no estoque de capital total da economia quando:

$$b_c < \frac{\left[(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}+1\right]t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}\left[(1-t_b)\frac{Y}{K}-(g+t_b)\right]\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}-1}{1-t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}} = A^* \tag{3.49}$$

$$b_w > \frac{A^*\left(1-t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}\right)+\left[1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}\right]t_b+t_b b_c\frac{B^C_{t-1}}{K}}{1-t_b} \tag{3.50}$$

As equações (3.49) e (3.50) mostram que a existência de duas classes no modelo exige uma diferença entre os motivos herança ainda maior que no modelo sem governo[1212], o que é coerente pois a transferência dos capitalistas para os trabalhadores impõem a aqueles um maior esforço para repor a herança confiscada pelo governo. Assim, em uma economia em que o desejo dos capitalistas de transmitir herança não é tão elevado, a introdução de transferências faz com que esta classe desapareça.

Diferenciando $(\frac{B^w}{K})^*$ em relação a $t_b$:

$$\frac{\partial(\frac{B^w}{K})^*}{\partial t_b} = \frac{\left\{\left[(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}+(1+b_c)\right]\frac{B^c_{t-1}}{K}-\left[\frac{Y}{K}+1\right]\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}\right\}\left\{b_w(1-t_b)-\left[b_c+(1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)})t_b\right]\right\}}{\left\{b_w(1-t_b)-\left[b_c+(1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)})t_b\right]\right\}^2}$$
$$+\frac{\left\{\left[(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}+(1+b_c)\right]t_b\frac{B^c_{t-1}}{K}+\left[(1-t_b)\frac{Y}{K}-(g+t_b)\right]\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}\right\}\left\{b_w+(1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)})\right\}}{\left\{b_w(1-t_b)-\left[b_c+(1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)})t_b\right]\right\}^2} > 0$$

Observa-se então que um aumento na tributação $t_b$ e, consequentemente nas trasferencias para a classe trabalhadora, eleva a participação da herança intergerencial da classe trabalhadora no estoque de capital total da economia.

De forma análoga, determina-se o efeito da tributação sobre a distribuição do capital sobre as duas classes, incluindo ambos os ativos intergerenciais e do ciclo de vida[13].

$$\frac{\partial(\frac{K^w}{K})^*}{\partial t_b} = \left\{\frac{\partial(\frac{B^w}{K})^*}{\partial t_b}r^* + (1+r^*)\frac{B^c_{t-1}}{K}\right.$$
$$\left.-\left[\left(1-t_b\frac{B^c_{t-1}}{K}-\left(\frac{B^w}{K}\right)^*\right)\frac{\partial r^*}{\partial t_b}\right]\right\}\frac{(1+b_w)+(1+g)(1+\sigma)}{(1+b_w)(2+\sigma)+(1+g)(1+\sigma)} > 0$$

Verifica-se novamente que a tributação aumenta a participação da classe

[12] No modelo de Baranzini (1991), sem transferências, a condição de existência das duas classes é: $b_c < \left(\frac{Y}{K}-g\right)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}-1 = A^* < b_w$.

[13] Para mais detalhes, ver Sugahara *et al*. (2016).

trabalhadora no estoque de capital total da economia, afetando assim a distribuição de riqueza entre as classes.

De modo a visualizar os resutados obtidos pelos autores, elabora-se o quadro 1, onde pode-se verificar as principais contribuições ao modelo:

**Quadro 1** – Comparativo das principais contribuições ao modelo

| Harrod (1939)<br>Domar (1946) | Solow (1956) | Baranzini (1991) | Teixeira et al. (2002) | Sugahara et al. (2016) |
|---|---|---|---|---|
| $g_n = \frac{s}{v}$<br><br>"Fio de navalha" | Abordagem sem<br>distinção de classes<br>e função de produção<br>com substituição<br>técnica entre capital<br>e trabalho.<br><br>Kaldor (1955)<br><br>Duas ou mais classes<br>com diferentes propensões<br>marginais a poupar<br><br>$\frac{P}{K} = \frac{g_n}{S_c}$ $s_w = 0$<br><br>Pasinetti (1962)<br><br>Duas ou mais classes<br>Capitalistas e trabalhadores<br><br>$\frac{P}{K} = \frac{g_n}{S_c}$ $s_w \neq 0$ | Ciclo de vida e<br>motivo herança<br>Sem governo<br>Capitalistas deixam herança<br><br>$r^* = g + (1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}$<br><br>$\left(\frac{K_c}{K}\right)^* = \frac{K - K_w}{K} = 1 + \frac{r^* - \frac{Y}{K}}{2+\sigma}$<br><br>$\left(\frac{K_w}{K}\right)^* = \frac{\frac{Y}{K} - r^*}{2+\sigma}$ | Ciclo de vida e<br>motivo herança.<br>Capitalistas deixam herança<br>Governo tributa herança<br>dos capitalistas e transferem<br>para trabalhadores.<br><br>$r^* = \frac{1+b}{1-t_b} + \frac{1+b}{(1+\sigma)(1-t_b)} + \frac{g}{1-t_b} + \frac{t_b}{1-t_b}$<br><br>$\left(\frac{B}{K}\right)^* = \frac{(2+\sigma) - \left(\frac{Y}{K} - r^*\right)}{(2+\sigma)(r^* - t_b r^* - b) + t_b(1+r^*)}$<br><br>$\left(\frac{K_c}{K}\right)^* = 1 + \frac{r^* - \frac{Y}{K}}{2+\sigma} - \frac{t_b(1+r^*)(2+\sigma+r^* - \frac{Y}{K})}{(2+\sigma)[(2+\sigma)(r^* - t_b r^* - b) + t_b(1+r^*)]}$ | Ciclo de vida e motivo herança<br>Capitalistas Deixam herança<br>Trabalhadores deixam herança<br>Governo tributa herança<br>dos capitalistas e transferem<br>para trabalhadores.<br><br>$r_w^* = \frac{\frac{Y}{K} + t_b\frac{B^C_{t-1}}{K} - \frac{B^W}{K}\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}{\left(1 - \frac{B^W}{K} - t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}\right)}$<br><br>$r_c^* = \frac{1+b_c}{1-t_b} + \frac{1+b_c}{(1+\sigma)(1-t_b)} + \frac{g}{1-t_b} + \frac{t_b}{1-t_b}$<br><br>Hipótese $r_w^* = r_c^*$ e $b_c \neq b_w$<br><br>$b_c = -b_w\frac{(1-t_b)\frac{B^W}{K}}{1 - \frac{B^W}{K} - t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}} + \frac{\left[\frac{Y}{K} + t_b\frac{B^C_{t-1}}{K} - \frac{B^W}{K}\right]\frac{(1+\sigma)(1-t_b)}{(2+\sigma)} - (1-t_b)\frac{B^W}{K}}{1 - \frac{B^W}{K} - t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}}$<br>$- \left[(g+t_b)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}\right] - 1$<br><br>$\left(\frac{B^W}{K}\right)^* = \frac{\{[(1+\sigma)(1+g)(2+\sigma)^{-1} + (1+b_c]\}t_b\frac{B^C_{t-1}}{K} + \left[(1-t_b)\frac{Y}{K} - (g+t_b)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)} - (1+b_c)\right]}{b_W(1-t_b) - \left[b_c + (1+(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)})t_b\right]}$<br><br>$b_c < \frac{\left[(1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)} + 1\right]t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}\left[(1-t_b)\frac{Y}{K} - (g+t_b)\right]\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)} - 1}{1 - t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}} = A^*$<br><br>$b_w > \frac{A^*\left(1 - t_b\frac{B^C_{t-1}}{K}\right) + \left[1 + (1+g)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}\right]t_b + t_b b_c\frac{B^C_{t-1}}{K}}{1-t_b}$ |

**Fonte**: Autor.

## 3.5.3 Considerações

Neste capítulo verificou-se no modelo com governo e motivo herança apenas para os capitalistas uma taxa de juros líquida igual ao modelo sem governo. Com a hipótese de motivo herança para ambas as classes, a taxa de juros ótima para os trabalhadores não será necessariamente igual a da classe capitalista. Na hipótese de uma única taxa de juros, é necessária uma forte disposição dos capitalistas em deixar ativos para os seus descendentes para que essa classe permaneça na economia.

O plano de poupança/consumo da classe trabalhadora também é primordial neste modelo. Se a disposição desta classe em deixar herança a seus descendentes for muito alta, ou seja, se $b_w$ for muito baixo, a ponto da relação (3.50) não ser mais respeitada, levaria ao desaparecimento da classe capitalista.

Outros resultados encontrados foram: i) um aumento na tributação e, consequentemente, nas transferências para a classe trabalhadora eleva a participação da herança intergeracional desta classe no estoque de capital total; e ii) a tributação afeta a distribuição de riqueza entre as classes visto que aumenta a participação da classe trabalhadora no estoque de capital total da economia.

No próximo capítulo desenvolve-se a segunda hipótese proposta por Baranzini (1991), em que supõe-se diferentes taxas de juros de equilíbrio ($r_w^* \neq r_c^*$) e uma mesma taxa de motivo herança ($b_c = b_w$).

# 4 EFEITOS DA TRIBUTAÇÃO SOBRE A HERANÇA SOB A HIPÓTESE DE UMA ÚNICA TAXA DE MOTIVO HERANÇA ($\boldsymbol{b_w = b_c = b}$) E DUAS TAXAS DE JUROS DE EQUILÍBRIO ($\boldsymbol{r_w \neq r_c}$): O CASO DE MERCADOS IMPERFEITOS

Neste capitulo, procura-se dar uma contribuição teórica ao modelo microfundamentado de crescimento e distribuição de renda pós-keynesiano intergeracional de ciclo de vida de duas classes com agentes heterogêneos, estendendo os modelos discutidos por Baranzini (1991), Teixeira *et al.* (2002) e Sugahara *et al.* (2016), considerando a hipótese de existência de uma única taxa de motivo herança e duas taxas de juros de equilíbrio (economia com mercado de capital imperfeito).

Inicialmente introduz-se nas premissas básicas do modelo a taxa de juros específica para a classe trabalhadora $r_w$ e recalcula-se as taxas de juros de equilíbrio para ambas as classes, consideração essa não abordada pelos autores acima listados.

Assim como nos demais modelos anteriormente analisados, esta nova abordagem seguirá as bases teóricas propostas pelos autores, ou seja, um modelo de crescimento considerando duas classes. Classe capitalistas, cuja renda é proveniente do capital recebido como herança dos pais e pagam tributo ao governo sobre essa herança, e classe de trabalhadores, cuja renda provem dos salários, da renda proveniente da herança de seus pais e do valor tributado sobre a herança dos capitalistas.

## 4.1 AS HIPÓTESES DO MODELO

Mantem-se as mesmas hipóteses apontadas no trabalho de Baranzini (1991), incluindo as hipóteses de tributação, herança dos trabalhadores e transferência da tributação dos capitalistas.

i- Premissas demográficas: os indivíduos vivem dois períodos de igual duração e não há incerteza sobre a data da aposentadoria ao final do primeiro período e a data da morte no final do segundo período. No final do primeiro período, cada pessoa tem $1 + g$ filhos (g= tx de crescimento da população).

ii- Renda: Trabalhador e capitalistas nascem no final do período t-1. Os capitalistas terão uma renda igual a $r_c B_{t-1}$, onde $r_c$ é a taxa de juros e $B_{t-1}$é a herança que recebeu no final do período t-1 quando nasceu. Pagam tributo para o governo sobre a herança que receberam, $t_b B_{t-1,}$ que é repassado para o trabalhador. ($t_b$ é o imposto direto que o governo cobra sobre a herança de cada geração capitalista no final do período t-1). Os trabalhadores recebem durante o primeiro período uma taxa salarial igual a $W_t$, renda proveniente da herança de seus pais $(1 + r_w)B_{t-1}$e renda proveniente do valor tributado sobre a herança dos capitalistas $(1 + r_w)t_b B_{t-1}$.

iii- Planos de consumo e acumulação: capitalistas e trabalhadores fazem seus planos de consumo e de poupança a fim de maximizar o valor descontado de seus respectivos consumos $C_t$ e $C_{t+1}$, para quais o capitalista adicionará a utilidade que ele irá derivar da dotação deixada para seus filhos, assim com os trabalhadores. O estoque de capital da economia é composto pela herança intergeracional dos capitalistas e trabalhadores, e pelas economias do ciclo de vida de ambas as classes.

iv- Funções de utilidade: a elasticidade "a" da função utilidade $U(C_t) = \frac{1}{a}(C_t)^a$ é constante e assume-se que a=0 (função de utilidade logarítmica), assim como o legado é considerado um consumo final e, uma taxa de desconto de utilidade para a herança, b.

## 4.2 Planos de Poupança e Consumo

1- Os capitalistas irão maximizar a função utilidade levando em conta suas preferências de consumo intertemporal, assim como seu desejo de deixar herança tributável para seus filhos. Estas preferencias estão sujeitas a uma nova restrição orçamentária.

$$\text{Max U } (C_t^c, C_{t+1}^c, B_t^c) = \frac{1}{a}\left[(C_t^c)^a + \frac{(C_{t+1}^c)^a}{1+\sigma} + \frac{1+g}{1+b_c}(B_t^c)^a\right] \tag{4.1}$$

$$s.a.\ (1 + r_c)(1 - t_b)B_{t-1}^c = C_t^c + \frac{C_{t+1}^c}{1 + r_c} + (1 + g)B_t^c$$

onde "a" é a elasticidade da função utilidade; σ é a taxa de desconto da utilidade para o consumo; $b_c$ é uma taxa de desconto subjetiva do modelo para a herança para a classe capitalista; $B_t$ é a herança deixada para cada filho no final do período t; $t_b$ é o imposto de herança cobrado no início de cada nova geração $(0 < t_b < 1)$.

2- Os trabalhadores também deixarão herança no fim do período t e também estão diante de um problema de maximização de utilidade intertemporal. Recebem um salário uniforme $W_t$, renda proveniente da herança de seus pais e a renda sobre o tributo da herança dos capitalistas transferido pelo governo, consomem $C_t^w$e poupam o resto para o segundo período de suas vidas.

$$Max\ U(C_t^w, C_{t+1}^w, B_t^w) = \frac{1}{a}\left[(C_t^w)^a + \frac{(C_{t+1}^w)^a}{1+\sigma} + \frac{1+g}{1+b_w}(B_t^w)^a\right] \tag{4.2}$$

$$s.a.\ (1+r_w)t_b B_{t-1}^c + W_t + (1+r_w)B_{t-1}^w = \ C_t^w + \frac{(C_{t+1}^w)}{(1+r_w)} + (1+g)B_t^w$$

onde $(1+r_w)t_b B_{t-1}^c$ é a renda sobre o imposto cobrado pelo governo sobre a herança do capitalista.

Deve-se destacar aqui que utiliza-se a taxa de juros que o trabalhador irá obter no mercado $(r_w)$, para gerar sua renda no período t, sobre a herança recebida de seus pais e sobre a transferência do montante tributado da herança do capitalista e que foi transferido para o trabalhador. Já o capitalista irá obter uma melhor remuneração sobre seu capital uma vez que a taxa de lucro é superior à taxa de juros $(r_c)$.

> [...] pode-se argumentar que o ato de poupar e o ato de investir são duas operações distintas, uma vez que se referem a dois atos distintos de apropriação: um está estritamente relacionado com o salário e apenas indiretamente com a taxa média de lucro da economia; a outra, ao contrário, está mais diretamente ligada ao capital e à sua taxa de lucro. Também se pode dizer que poupar é essencialmente um ato passivo, enquanto o investimento é mais ativo. Não é de surpreender que uma remuneração mais alta seja normalmente associada ao ato ativo de investir (BALESTRA; BARANZINI, 1971, p. 242, tradução nossa).

Esta observação aqui identificada, não está contemplada nos trabalhos de Baranzini (1991), Teixeira *et al.* (2002) e Sugahara *et al.* (2016). No primeiro o autor não previu em seu modelo a tributação sobre a herança do capitalista, assim a renda do trabalhador obtida pela transferência governamental não existia, o segundo considerou a transferência sem a possibilidade da classe trabalhadora deixar herança e o terceiro autor considerou a tributação e a transferência para o trabalhador, porém a renda obtida por este montante foi obtida por uma taxa de juros idêntica a taxa de lucros, sem a identificação que taxa seria essa.

Aplicando as condições de primeira ordem nos problemas de otimização tem-se:

Para a classe capitalista:

$$L_c = \frac{1}{a}\left[(C_t^c)^a + \frac{(C_{t+1}^c)^a}{1+\sigma} + \frac{1+g}{1+b_c}(B_t^c)^a\right] + \lambda\left[(1-t_b)(1+r_c)B_{t-1}^c - C_t^c - \frac{C_{t+1}^c}{1+r_c} - (1+g)B_t^c\right]$$

Aplicando CPO e igualando a 0:

I) $\frac{\delta L_c}{\delta C_t^c} = 0$

$$\frac{1}{a} a (C_t^c)^{a-1} - \lambda = 0 \rightarrow \lambda = (C_t^c)^{a-1} \quad (4.3)$$

II) $\frac{\delta L_c}{\delta C_{t+1}^c} = 0$

$$\frac{1}{a} a \frac{(C_{t+1}^c)^{a-1}}{1+\sigma} - \lambda \frac{1}{1+r_c} = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1+r_c}{1+\sigma} (C_{t+1}^c)^{a-1} \quad (4.4)$$

Igualando λ de (4.3) e (4.4)

$$(C_t^c)^{a-1} = \frac{1+r_c}{1+\sigma} (C_{t+1}^c)^{a-1} \rightarrow C_{t+1}^c = \left(\frac{1+\sigma}{1+r_c}\right)^{\frac{1}{a-1}} C_t^c$$

$$C_{t+1}^c = C_t^c (1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}} (1+r_c)^{\frac{1}{1-a}} \quad (4.5)$$

$III)$ $\frac{\delta L_c}{\delta B_t^c} = 0$

$$\frac{1}{a} a \frac{1+g}{1+} (B_t^c)^{a-1} - \lambda(1+g) = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{1+b} (B_t^c)^{a-1} \quad (4.6)$$

De (4.3) tem-se:

$$(C_t^c)^{a-1} = \frac{1}{1+b} (B_t^c)^{a-1} \rightarrow C_t^c = \frac{1}{1+b_c}^{\frac{1}{a-1}} B_t^c \rightarrow C_t^c = B_t^c (1+b_c)^{\frac{1}{1-a}} \quad (4.7)$$

$IV)$ $\frac{\delta L_c}{\delta \lambda} = 0$

$$(1-t_b)(1+r_c)B_{t-1}^c - C_t^c - \frac{C_{t+1}^c}{1+r_c} - (1+g)B_t^c = 0$$

Substituindo (4.5) e (4.7) na RO:

$$(1-t_b)(1+r_c)B_{t-1}^c = B_t^c(1+b_c)^{\frac{1}{1-a}} + B_t^c(1+b)^{\frac{1}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+r_c)^{\frac{1}{1-a}}(1+r_c)^{-1} + (1+g)B_t^c \quad (4.8)$$

Conforme Teixeira et al (2002), supondo não haver progresso técnico, o capital de equilíbrio per capita cresce a uma taxa zero:

$$\dot{k}_c = \dot{k}_w = \dot{k} = 0 \tag{4.9}$$

Para a relação (4.9) ser válida, $B_{t-1}^c$deve ser igual a $B_t^c$. Assim $B_{t-1}^c = B_t^c = B^*$.

Reescrevendo (4.8):

$$(1-t_b)(1+r_c)B^* = B^*\left[(1+b_c)^{\frac{1}{1-a}} + (1+b)^{\frac{1}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+r_c)^{\frac{1}{1-a}}(1+r_c)^{-1} + 1 + \mathrm{g}\right]$$

$$(1-t_b)(1+r_c) = \left[(1+b_c)^{\frac{1}{1-a}} + (1+b)^{\frac{1}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+r_c)^{\frac{1}{1-a}}(1+r_c)^{-1} + 1 + \mathrm{g}\right]$$

Resolvendo, pode-se obter o valor da taxa de juros de equilíbrio. Por simplificação, assume-se uma função de utilidade logarítmica (a=0).

$$(1-t_b)(1+r_c) = [(1+b_c)^1 + (1+b)^1(1+\sigma)^{-1}(1+r_c)^1(1+r_c)^{-1} + 1 + \mathrm{g}\,]$$

$$1 - t_b + (1-t_b)r_c = (1+b_c)^1 + (1+b_c)^1(1+\sigma)^{-1} + 1 + \mathrm{g}$$

$$(1-t_b)r_c = (1+b_c)^1 + (1+b_c)^1(1+\sigma)^{-1} + \mathrm{g} + t_b$$

$$r_c^* = \frac{1+b_c}{1-t_b} + \frac{1+b_c}{(1+\sigma)(1-t_b)} + \frac{g}{1-t_b} + \frac{t_b}{1-t_b}$$

Ou:

$$r_c^* = \frac{g + (1+b_c)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}}{(1-t_b)} \tag{4.10}$$

Que mostra, assim como obtido por Teixeira *et al.* (2002), o valor da taxa de juros de equilíbrio de longo prazo a partir da qual a utilidade dos capitalistas é maximizada e garante um crescimento equilibrado do estoque de capital dessa classe. Ainda observa-se que é função de g (taxa natural de crescimento), de $\sigma$ (tx. de desconto subjetiva para o consumo) e de $t_b$ (tributação da herança), e que não depende da função de produção nem da tecnologia, e que a relação entre a taxa de juros de equilíbrio e taxa imposto é convexa (para a mesma variação da taxa de juros, maior será a variação no valor da taxa de juros)[14].

Derivando da taxa de juros de equilíbrio em relação à tributação, tem-se:

$$\frac{\delta r_c^*}{\delta t_b} = \frac{1+b_c}{(1-t_b)^2} + \frac{(1+b_c)(1+\sigma)}{[(1+\sigma)(1-t_b)]^2} + \frac{g}{(1-t_b)^2} + \frac{1}{(1-t_b)^2} > 0 \qquad (4.11)$$

Que mostra que uma elevação da taxa de desconto da herança leva a um aumento na taxa de juros e que esse aumento é maior que o aumento provocado por um aumento na taxa de crescimento da população, assumindo a mesma variação nos parâmetros, ou seja, uma redução da importância do capitalista em relação ao patrimônio deixado como herança influencia mais a taxa de juros que o aumento do crescimento populacional.

Para a classe dos trabalhadores:

Aplicando o lagrangeano tem-se:

$$L_w = \frac{1}{a}\left[(C_t^w)^a + \frac{(C_{t+1}^w)^a}{1+\sigma} + \frac{1+g}{1+b_w}(B_t^w)^a\right] + \lambda\left[t_b(1+r_w)B_{t-1}^c + W_t + (1+r_w)B_{t-1}^w - C_t^w - \frac{(C_{t+1}^w)}{(1+r_w)} - (1+g)B_t^w\right]$$

Aplicando CPO e igualando a 0:

I) $\frac{\delta L_w}{\delta C_t^w} = 0$

$$\frac{1}{a}a(C_t^w)^{a-1} - \lambda = 0 \rightarrow \lambda = (C_t^w)^{a-1} \qquad (4.12)$$

III) $\frac{\delta L_w}{\delta C_{t+1}^w} = 0$

$$\frac{1}{a}a\frac{(C_{t+1}^w)^{a-1}}{1+\sigma} - \lambda\frac{1}{1+r_w} = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1+r_w}{1+\sigma}(C_{t+1}^w)^{a-1} \qquad (4.13)$$

Igualando λ de (4.12) e (4.13)

$$(C_t^w)^{a-1} = \frac{1+r_w}{1+\sigma}(C_{t+1}^w)^{a-1} \rightarrow C_{t+1}^w = \left(\frac{1+\sigma}{1+r_w}\right)^{\frac{1}{a-1}} C_t^w$$

$$C_{t+1}^w = C_t^w(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+r_w)^{\frac{1}{1-a}} \qquad (4.14)$$

[14] Para mais detalhes ver nos apêndices figura 1 de Teixeira *et al.* (2002).

$III)\ \frac{\delta L_w}{\delta B_t^w} = 0$

$$\frac{1}{a} a \frac{1+g}{1+b_w} (B_t^w)^{a-1} - \lambda(1+g) = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{1+b_w} (B_t^w)^{a-1} \qquad (4.15)$$

De (4.12) e (4.15) temos:

$$(C_t^w)^{a-1} = \frac{1}{1+b_w} (B_t^w)^{a-1} \rightarrow C_t^w = \frac{1}{1+b_w}^{\frac{1}{a-1}} B_t^w \rightarrow C_t^w = B_t^w (1+b_w)^{\frac{1}{1-a}} \qquad (4.16)$$

Deixando o lado direito da restrição orçamentária dos trabalhadores em função de $C_t^w$ e dos parâmetros:

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c + W_t + (1+r_w)B_{t-1}^w = C_t^w \left[1 + (1+r_w)^{\frac{a}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}} + (1+g)(1+b_w)^{\frac{1}{a-1}}\right] \qquad (4.17)$$

$IV)\ \frac{\delta L_w}{\delta \lambda} = 0$

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c + W_t + (1+r_w)B_{t-1}^w = C_t^w + \frac{(C_{t+1}^w)}{(1+r_w)} + (1+g)B_t^w$$

Substituindo (4.14) e (4.16) na ro:

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c + W_t + (1+r_w)B_{t-1}^w = B_t^w(1+b_w)^{\frac{1}{1-a}} + B_t^w(1+b_w)^{\frac{1}{1-a}}(1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+r_w)^{\frac{1}{1-a}}(1+r_w)^{-1} + (1+g)B_t^w \qquad (4.18)$$

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c + W_t + (1+r_w)B_{t-1}^w = B_t^w(1+b_w)^{\frac{1}{1-a}}\left[1 + (1+\sigma)^{\frac{1}{a-1}}(1+r_w)^{\frac{a}{1-a}} + (1+g)(1+b_w)^{\frac{1}{a-1}}\right] \qquad (4.19)$$

Assumindo ausência de progresso tecnológico, no equilíbrio: $\dot{k}_w = \dot{k}_c = \dot{k} = 0$

Então:

$$B_{t-1}^w = B_t^w = B^* \qquad (4.20)$$

Supondo a=0, de (4.18) tem-se:

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c + W_t + (1+r_w)B_{t-1}^w$$
$$= B_t^w(1+b_w) \quad [1+(1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]$$

Sabendo que $W = Y - P$ e como no longo prazo $\frac{P}{K} = r^*$, tem-se $W = Y - r_w^* K$

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c \quad + Y - r_w K + (1+r_w)B^w$$
$$= B^w(1+b_w) \quad [1+(1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]$$

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c \quad + Y - r_w K + r_w B^w = B^w(1+b_w) \quad \left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right) + B^w(1+g)\text{-}B^w$$
$$= B^w\left[(1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right) + 1 + g - 1\right]$$

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c \quad + Y - r_w K + r_w B^w = B^w\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]$$

$$t_b B_{t-1}^c + t_b r_w B_{t-1}^c \quad + Y - r_w K + r_w B^w = B^w\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]$$

$$t_b B_{t-1}^c - r_w K\left(1 - \frac{B^w}{K} - t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right) = -Y + B^w\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]$$

$$-r_w K\left(1 - \frac{B^w}{K} - t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right) = -Y + B^w\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right] - t_b B_{t-1}^c$$

$$r_w K\left(1 - \frac{B^w}{K} - t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right) = Y - B^w\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right] + t_b B_{t-1}^c$$

$$r_w\left(1 - \frac{B^w}{K} - t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right) = \frac{Y}{K} + t_b\frac{B_{t-1}^c}{K} - \frac{B^w}{K}\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]$$

$$r_w^* = \frac{\frac{Y}{K} + t_b\frac{B_{t-1}^c}{K} - \frac{B^w}{K}\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}{\left(1 - \frac{B^w}{K} - t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right)} \qquad (4.21)$$

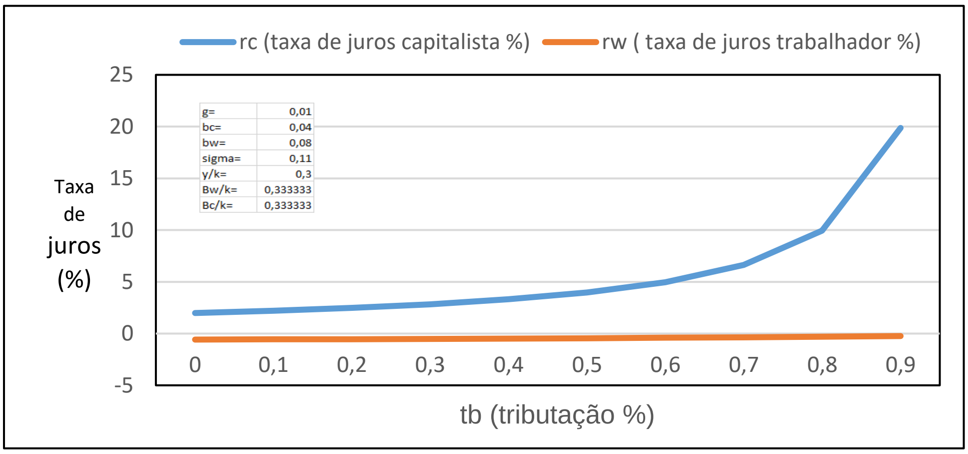
Obtém-se assim, a partir da introdução da tributação sobre a herança deixada pelo capitalista e a transferência para o trabalhador, o valor da taxa de juros de equilíbrio de longo prazo a partir da qual a utilidade dos trabalhadores é maximizada e garante um crescimento equilibrado do estoque de capital dessa classe. Ainda observa-se que é função de g (taxa natural de crescimento), de $\sigma$ (tx de desconto subjetiva para o consumo) e de $t_b$ (tributação da herança do capitalista).

Este resultado guarda simetria com o resultado obtido por Baranzini (1991, p. 129), quando considera-se a inexistência de tributação. Também, este resultado guarda simetria com o resultado obtido por Sugahara *et al.* (2016), quando considera-se a mesma taxa de juros para ambas classes.

## 4.3 Analise Gráfica

Para obter mais informações sobre a relevância dos resultados obtidos, buscando identificar o alinhamento desses resultados com a economia, através de uma visão gráfica das taxas de juros em função de diferentes níveis de tributação, apresentado no gráfico 1 abaixo. Os parâmetros utilizados são os mesmos obtidos por Baranzini (1991)[15].

**Gráfico 1** - Taxa de juros de equilíbrio em função da taxa de imposto




**Fonte**: Autor

Alguns "insights" podem ser obtidos da análise gráfica acima, porém deve-se ser cuidadoso uma vez que o modelo apresenta uma grande simplicidade.

A taxa de juros do capitalista varia positivamente em relação à tributação, como mostrado em (4.11), o que é esperado em uma economia real. Para que o capitalista deixe o mesmo montante de herança para seus descendentes, sujeito a uma tributação que reduziria este montante, então é de se esperar que ele busque uma melhor remuneração deste capital.

A taxa de juros do trabalhador não é demasiadamente sensível à tributação. Se ao trabalhador está assegurada uma renda oriunda da herança tributada do capitalista, ele, a princípio, não necessita buscar uma melhor remuneração de seu "capital" para legar a seus filhos.

O modelo, com tributação direta de transferência de uma classe para a outra, dadas as

[15] Para mais detalhes, ver Baranzini (1991, p.120, cap. 5.6).

características dos parâmetros de preferência das classes, leva a uma trajetória de crescimento do estoque de capital total. Entretanto, como alertado anteriormente, deve-se ter cuidado nesta observação devido à simplicidade do modelo, que não contempla todas as variáveis reais da economia.

Depara-se então com uma questão importante para o crescimento equilibrado das duas classes. Nota-se que as duas taxas de juros não são idênticas. Assim uma das classes poderá, acumulando mais lentamente capital, desaparecer no sistema.

> [...] as duas raízes ótimas $r_w^*$ e $r_c^*$ não são idênticas. Isso significa que, em princípio, as taxas de juros que maximizam a utilidade total de ambas as classes e, ao mesmo tempo, garantem um crescimento equilibrado de seu capital intergeracional, não são iguais. Em outras palavras, para manter um plano ótimo de consumo e poupança, as duas classes podem eventualmente se acumular em uma taxa diferente; e a classe que se acumula na taxa mais rápida acabará ficando com todo o estoque de capital da economia [...] (BARANZINI, 1991, p. 130).

Como já pontuado, de modo a garantir que as duas classes passam existir em equilíbrio, Baranzini (1991), postula e desenvolve (sem a participação do governo no modelo) duas hipóteses:

1. A hipótese de uma diferente taxa de desconto de herança subjetiva que significa que as duas classes podem ter uma atitude diferente em relação a deixar ativos para seus filhos, isto é $\boldsymbol{b_w \neq b_c}$.
2. A hipótese de uma taxa diferente de retorno do capital para as duas classes, isto é, taxa de juros diferenciada.

Sugahara *et al*. (2016) desenvolveram a hipótese 1, introduzindo a atividade governamental através da tributação da herança dos capitalistas

Desenvolve-se aqui a hipótese 2 de Baranzini (1991), introduzindo a atividade governamental através da tributação da herança dos capitalistas, considerando uma estrutura onde existe apenas um motivo herança ($b_w = b_c = b$), com taxas de juros diferentes ($r_w \neq r_c$). A consideração de taxas de juros diferenciadas em um modelo multiclasse é perfeitamente plausível com a realidade econômica.

## 4.4 A Hipótese de Taxas de Juros Diferenciadas para as Duas Classes ($\boldsymbol{r_w \neq r_c}$), com a mesma Taxa de Desconto de Herança ($\boldsymbol{b_w = b_c = b}$)

Como afirma Baranzini (1991), um aspecto fundamental da distribuição nas teorias pós-keynesianas são os direitos de propriedade, onde os poderes de "retirada" supõem "apropriação separada" de cada fator de produção. Os juros sobre a poupança acumulada dos trabalhadores podem estar ligados apenas indiretamente à taxa de lucros. Ainda afirma que, em teorias pós-keynesianas, diferente taxas de poupança estão associadas a diferentes classes econômicas e sociais, e a distribuição da poupança entre as classes será de modo a produzir uma poupança geral igual ao nível desejado de pleno emprego e pode redistribuir ainda mais a renda entre as classes do sistema.

Relembrando a taxas de juros obtidas que mantem as duas classes em crescimento equilibrado (4.10) e (4.21):

$$r_c^* = \frac{g+(1+b_c)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}}{(1-t_b)}$$

$$r_w^* = \frac{\frac{Y}{K} + t_b \frac{B_{t-1}^c}{K} - \frac{B^w}{K}\left[g + (1+b_w)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}{\left(1 - \frac{B^w}{K} - t_b \frac{B_{t-1}^c}{K}\right)}$$

Considerando a taxa de desconto de herança igual para ambas as classes ($b_w = b_c = b$), tem-se que:

$$r_c^* = \frac{g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}}{(1-t_b)} \tag{4.22}$$

$$r_w^* = \frac{\frac{Y}{K} + t_b \frac{B_{t-1}^C}{K} - \frac{B^W}{K}\left[g+(1+b)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}{\left(1 - \frac{B^W}{K} - t_b \frac{B_{t-1}^C}{K}\right)} \tag{4.23}$$

De (4.22) e (4.23) tem-se:

$$r_c^*(1-t_b)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)} - g - 1 = b$$

$$\frac{r_w^*\left(1 - \frac{B^W}{K} - t_b \frac{B_{t-1}^c}{K}\right) - \frac{Y}{K} - t_b \frac{B_{t-1}^c}{K}}{\left[\frac{B^W}{K}\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]} + \frac{g}{\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)} + 1 = -b$$

$$\frac{r_w^*\left(1 - \frac{B^W}{K} - t_b \frac{B_{t-1}^c}{K}\right) - \frac{Y}{K} - t_b \frac{B_{t-1}^c}{K}}{\left[\frac{B^W}{K}\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]} + \frac{g}{\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)} + 1$$

$$= -r_c^*(1-t_b)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)} + g + 1$$

$$\frac{r_w^*\left(1-\frac{B^w}{K}-t_b\,\frac{B_{t-1}^c}{K}\right)-\frac{Y}{K}-t_b\,\frac{B_{t-1}^c}{K}}{\left[\frac{B^w}{K}\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}-\frac{g}{2+\sigma}=-r_c^*(1-t_b)\,\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}$$

$$r_c^*=\frac{\frac{-r_w^*\left(1-\frac{B^W}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}\right)+\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}}{\left[\frac{B^W}{K}\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}+\frac{g}{2+\sigma}}{(1-t_b)\,\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)}}$$

$$r_c^*=-r_w^*\,\frac{\left(1-\frac{B^W}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}\right)}{\left[\frac{B^W}{K}\right](1-t_b)}+\frac{\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}}{\left[\frac{B^W}{K}\right](1-t_b)}+\frac{\mathrm{g}}{(1-t_b)(1+\sigma)} \tag{4.24}$$

A relação (4.24) produz o valor de $r_c^*$, a taxa de juros e equilíbrio do capitalista, no qual as duas taxas de desconto intertemporal são iguais. Este valor é uma função de todos os parâmetros do modelo (da taxa de crescimento da população g, da taxa de desconto de consumo $\sigma$, da razão produto-capital), da tributação $t_b$, da participação a herança intergeracional dos trabalhadores no estoque de capital $\left[\frac{B^W}{K}\right]$, da taxa de juros dos trabalhadores $r_w^*$ e da razão $\frac{B_{t-1}^C}{K}$

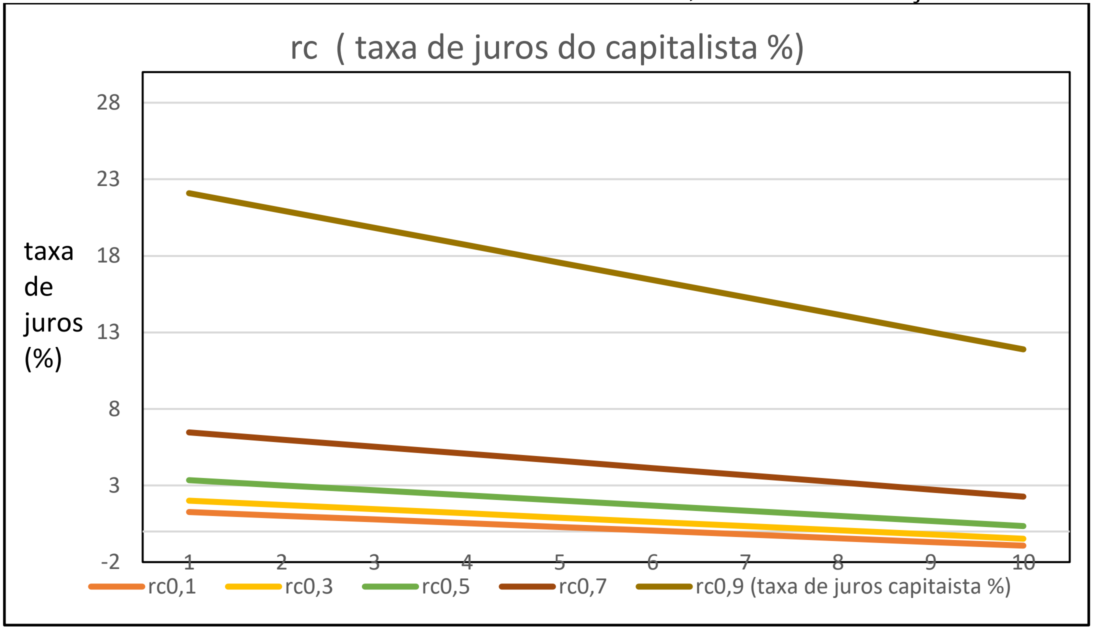
.

Novamente, utilizando os mesmos parâmetros obtidos por Baranzini (1991), obtém-se o gráfico 2:

Pode-se observar que, na medida que a tributação aumenta, maior deverá ser o diferencial entre as taxas de juros dos capitalistas e dos trabalhadores, para que ambas as classes existam na hipótese proposta de mesma taxa de desconto de herança ($b_w = b_c = b$).

Conforme Balestra e Baranzini (1971 p. 242), pode-se considerar alguns pontos específicos a respeito da taxa de juros ótima dos capitalistas ser maior que a dos trabalhadores.

**Gráfico 2 -** Valores de rc com diferentes valores de rw, variando tributação




**Fonte**: Autor.

1. Historicamente, a taxa de juros tem sido consideravelmente inferior à taxa média de lucro do sistema, exceto em alguns períodos caracterizados por recessão ou alta inflação. Em geral, uma proporção de 2:3 tem mais probabilidade de refletir as realidades do mundo do que uma proporção de 1:1.

2. Pode-se argumentar que o ato de poupar e o ato de investir são duas operações distintas, uma vez que se referem a dois atos distintos de apropriação: um está estritamente relacionado com o salário e apenas indiretamente com a taxa média de lucro da economia; a outra, ao contrário, está mais diretamente ligada ao capital e à sua taxa de lucro. Também se pode dizer que poupar é essencialmente um ato passivo, enquanto o investimento é mais ativo. Não é de surpreender que uma remuneração mais alta seja normalmente associada ao ato ativo de investir.

3. Uma maneira diferente de olhar para o mesmo fenômeno é postular que existe um fator de risco associado ao ato de investir. Esse risco deve ser refletido no diferencial entre a taxa de juros das poupanças sem risco e a taxa de lucro geral.

4. Finalmente, pode-se dizer que o investimento, para ser lucrativo, deve ser maior que um determinado mínimo. Os trabalhadores, considerados individualmente, não são capazes de explorar as oportunidades de lucro de grandes investimentos. A economia deles, portanto, provavelmente acarretará uma recompensa menor.

Assim, conforme amplamente considerado pela literatura, e agora demonstrado numericamente, constata-se que, para a existência em equilíbrio das duas classes, sob a hipótese de mesma taxa de desconto de herança ($\boldsymbol{b_w} = \boldsymbol{b_c} = b$), a taxa de juros que remunera o capital do capitalista deve ser maior que a taxa e juros que remunera o capital dos trabalhadores.

Desta forma, considerando que $r_c^* > r_w^*$, pode-se obter o valor de “b”, a disposição de deixar ativos para seus filhos das duas classes.

Fazendo $r_c^* > r_w^*$,

$$r_c^* - r_w^* > 0$$

$$\frac{g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}}{(1-t_b)} - \left[\frac{\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}-\frac{B^w}{K}\left[g+(1+b)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]}{\left(1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right)}\right] > 0$$

$$\frac{\left(1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right)\left[g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right]-\left\{(1-t_b)\left(\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}-\frac{B^w}{K}\left[g+(1+b)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]\right)\right\}}{(1-t_b)\left(1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right)} > 0$$

Como o denominador é maior que 0:

$$\left(1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right)\left[g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right]-\left\{(1-t_b)\left(\frac{Y}{K}+t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}-\frac{B^w}{K}\left[g+(1+b)\left(\frac{2+\sigma}{1+\sigma}\right)\right]\right)\right\} > 0$$

$$\left(1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\right)\left[g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right]-(1-t_b)\frac{Y}{K}-(1-t_b)t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}+(1-t_b)\frac{B^w}{K}\left(g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right) > 0$$

$$\left(g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right)-\frac{B^w}{K}\left(g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right)-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}\left(g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right)-(1-t_b)\frac{Y}{K}-(1-t_b)t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}+(1-t_b)\frac{B^w}{K}\left(g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right) > 0$$

$$\left(g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right)\left[1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}+(1-t_b)\frac{B^w}{K}\right] > (1-t_b)\frac{Y}{K}+(1-t_b)t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}$$

$$\left(g+(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}\right) > \frac{(1-t_b)\frac{Y}{K}+(1-t_b)t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}}{\left[1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}+(1-t_b)\frac{B^w}{K}\right]}$$

$$(1+b)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)} > \frac{(1-t_b)\frac{Y}{K}+(1-t_b)t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}}{\left[1-\frac{B^w}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^c}{K}+(1-t_b)\frac{B^w}{K}\right]} - g$$

$$(1+b) > \frac{\frac{(1-t_b)\frac{Y}{K}+(1-t_b)t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}}{\left[1-\frac{B^W}{K}-t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}+(1-t_b)\frac{B^W}{K}\right]} - \text{g}}{\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}}$$

$$b > \left(\frac{(1-t_b)\frac{Y}{K}+(1-t_b)t_b\frac{B_{t-1}^C}{K}}{1-t_b\frac{B^W}{K}-t_b\frac{B^C}{K}} - \text{g}\right)\frac{(1+\sigma)}{(2+\sigma)} - 1 \qquad (4.25)$$

Que significa que, caso ambas as classes tenham uma disposição normal ou fraca de deixar ativos para seus filhos, a taxa de juros que maximiza a utilidade total dos capitalistas é mais alta do que a dos trabalhadores. Assim ambas as classes deterão uma parcela positiva do estoque de capital intergeracional.

### 4.4.1 Acumulação Capital Agregado

O estoque de capital total dessa economia consiste de: legado total das classes e as duas economias do ciclo de vida ($S_t^c e S_t^w$) dos capitalistas e dos trabalhadores.

Como o estoque de capital total da economia no momento t é determinada pelo legado deixado no final do período t-1, em equilíbrio:

$$K_t = B_{t-1}^c + B_{t-1}^w + S_t^c + S_t^w$$

<u>Poupança do capitalista:</u>

$$S_t^c = r_c(1-t_b)B_{t-1}^c - C_t^c$$

Usando (4.7), em equilíbrio, supondo que o número de trabalhadores e capitalistas é igual a 1 e no caso de uma função logarítmica (a=0);

$$S_t^c = r_c^*(1-t_b)B_{t-1}^c - [(1+b_c)B_t^c]$$
$$S_t^c = B_{t-1}^c[(1-t_b)r_c^* - (1+b_c)] \qquad (4.26)$$

De 4.10 e lembrando que, em equilíbrio $B_{t-1}^c = B_t^c = B^*$

$$S_t^c = B^*((1-t_b)\frac{g+(1+b_c)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)}}{(1-t_b)} - 1 - b_c\ )$$

$$S_t^c = B^*\left(g + (1+b_c)\frac{(2+\sigma)}{(1+\sigma)} - 1 - b_c\right)$$

$$S_t^c = B^*\left(g + \frac{1+b_c}{1+\sigma}\right) \quad (4.27)$$

<u>Poupança do trabalhador:</u>

$$S_t^w = (1+r_w^*)\, t_b B_{t-1}^c + r_w^* B_{t-1}^w + W_t - C_t^w$$

Usando (4.17), em equilíbrio, supondo que o número de trabalhadores e capitalistas é igual a 1 e no caso de uma função logarítmica (a=0);

$$t_b(1+r_w)B_{t-1}^c + W_t + (r_w)B_{t-1}^w = C_t^w[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]$$

$$C_t^w = W_t[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]^{-1} + (1+r_w)t_b B_{t-1}^c[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]^{-1} + r_w B_{t-1}^w[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]^{-1}$$

Então:

$$S_t^w = (1+r_w)\, t_b B_{t-1}^c + r_w B_{t-1}^w + W_t - W_t[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]^{-1} - (1+r_w)t_b B_{t-1}^c[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]^{-1} - r_w B_{t-1}^w[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}]^{-1}$$

$$S_t^w = (1+r_w)t_b B_{t-1}^c\left[1 - \left[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}\right]^{-1}\right] + r_w B_{t-1}^w\left[1 - \left[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}\right]^{-1}\right] + W_t\left[1 - \left[1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+b_w)^{-1}\right]^{-1}\right]$$

$$S_t^w = [1 - [1 + (1+\sigma)^{-1} + (1+g)(1+)^{-1}]^{-1}][W_t + (1+r_w)t_b B_{t-1}^c + r_w B_{t-1}^w]$$

$$S_t^w = \left[\frac{(1+b_w)+(1+g)(1+\sigma)}{(2+\sigma)(1+b_w)+(1+g)(1+\sigma)}\right][W_t + (1+r_w)t_b B_{t-1}^c + r_w B_{t-1}^w] \quad (4.28)$$

Recordando que W=Y-P e supondo que no longo $\frac{P}{K} = r^*$, podemos reescrever (4.28), em equilíbrio, como:

$$S_t^w = \left[r_w^* B_{t-1}^w \quad + t_b(1+r_w^*)B_{t-1}^c + \left(Y/_K\right) - r_w^*\right]\frac{(1+b_w)+(1+g)(1+\sigma)}{(1+b_w)(2+\sigma)+(1+g)(1+\sigma)} \quad (4.29)$$

De (4.29) nota-se que a taxa de poupança do trabalhador depende positivamente da taxa de juros e da tributação da herança dos capitalistas.

Com o objetivo de analisar a importância do estoque de capital do capitalista e em que circunstancia ele é positivo, deriva-se agora o valor da participação do estoque de capital do trabalhador no estoque total de capital da economia. Como a classe trabalhadora deixa herança, seu estoque de capital é a soma de seus ativos intergeracionais mais os ativos do ciclo de vida, assim:

$$K_t^w = B^w + S^w$$

$$= \left[(1 + r_{w)}^* B_{t-1}^w \quad + t_b(1 + r_w^*) B_{t-1}^c + K(\left({Y}/{K}\right) - r_w^*)\right] \frac{(1+b_{w)} + (1+g)(1+\sigma)}{(1+b_w)(2+\sigma) + (1+g)(1+\sigma)} \qquad (4.30)$$

onde $r_w^*$ é dado por (4.21).

Em equilíbrio tem-se:

$$\left(\frac{K^w}{K}\right)^* = \left[(1 + r_w^*)\left(\frac{B^W}{K}\right)^* + t_b(1 + r_w^*)\frac{B_{t-1}^c}{K} + \frac{Y}{K} - r_w^*\right] \frac{(1+b_{w)} + (1+g)(1+\sigma)}{(1+b_w)(2+\sigma) + (1+g)(1+\sigma)} \qquad (4.31)$$

Por fim, verifica-se o efeito da tributação sobre a distribuição do capital sobre as duas classes, incluindo ambos os ativos intergeracionais e do ciclo de vida. De (4.31) tem-se que:

$$\frac{\partial\left(\frac{K^w}{K}\right)^*}{\partial t_b} = \left\{\frac{\partial\left(\frac{B^w}{K}\right)^*}{\partial t_b} r_w^* + (1 + r_w^*)\frac{B_{t-1}^c}{K} - [(1 - t_b\frac{B_{t-1}^c}{K} - \left(\frac{B^W}{K}\right)^*)\frac{\partial r_w^*}{\partial t_b}]\right\} \frac{(1 + b_{w)} + (1 + g)(1 + \sigma)}{(1 + b_w)(2 + \sigma) + (1 + g)(1 + \sigma)} > 0$$

Como em Sugahara *et al*. (2016), observa-se aqui que a tributação afeta a distribuição de riqueza entre as classes uma vez que aumenta a participação da classe trabalhadora no estoque de capital total da economia.

## 4.5 CONSIDERAÇÕES

A introdução no modelo da notação específica da taxa de juro da classe trabalhadora $r_w$, apresentou os mesmos resultados obtido por Sugahara *et al.* (2016) para as taxas de juros de equilíbrio de ambas as classes, o que indica ter ocorrido apenas um erro de notação naquele trabalho.

Na sequência, busca-se identificar as condições de existência para ambas as classes, com estoque de capital positivo, através de um estrutura onde exista apenas uma única taxa de motivo herança e duas taxas de juros de equilíbrio. Sob a hipótese verificou-se também que a tributação afeta a distribuição de riqueza entre as classes, visto que aumenta a participação da classe trabalhadora no estoque de capital total da economia. Ainda, observou-se uma positiva variação da taxa de juros do capitalista em relação à tributação, o que é esperado em uma economia real.

No que se refere a taxa de juros do trabalhador, observa-se que a mesma não é demasiadamente sensível à tributação, pois se lhe está assegurada uma renda oriunda da herança tributada do capitalista, ele não necessita buscar uma melhor remuneração de seu "capital" para legar a seus filhos. Neste modelo, com tributação direta de transferência de uma classe para a outra, dadas as características dos parâmetros de preferência das classes, levam a uma trajetória o estoque de capital que garante a existência das duas casses. Contudo deve-se ter cuidado nessa observação, uma vez que os gráficos mostram um aumento dessa taxa de juros conforme o aumento da tributação, o que pode ser explicado por alguma deficiência do modelo, uma vez que não contempla todas as varáveis reais da economia.

Por fim, obteve-se o valor de “b” (taxa de motivo herança) para ambas as classes que garante a existência de ambas, sob a condição que estas classes estejam recebendo diferentes taxas de juros, ou seja, mesma vontade de deixar herança para a próxima geração e recebendo remunerações diferenciadas por seus estoques de capital.

Ainda apontam que, se a classe trabalhadora tiver uma forte disposição em deixar herança para seus descendentes, ou seja $b_w$ muito baixo, pode levar ao desaparecimento da classe capitalista.

# 5 CONCLUSÕES

Através deste trabalho, identificam-se resultados que podem contribuir com o desenvolvimento dos estudos das escolas Pós-Keynesiana e neoclássica, através da utilização de um modelo microfundamentado de crescimento e distribuição. Os resultados permitem afirmar que a existência de um caminho de crescimento equilibrado não seria possível em um mercado de competição perfeita. Um determinado grau de imperfeição de mercado é necessário se se requer a sobrevivência a longo prazo de todas as classes existentes na economia.

Baranzini (1991) mostrou que a teoria de crescimento e distribuição pós- keynesiana suporta hipóteses de microfundamentos ortodoxas. Considerando que os indivíduos poupam para o ciclo de vida e deixam herança para os descendentes e, através da maximização das suas funções utilidades, chega a proporção de capital de equilíbrio pertencente a cada classe e, aponta que as propensões a poupar das duas classes deixam de ser exógenas. Obtêm também a taxa de juros de equilíbrio da economia.

Teixeira et al. (2002) introduzem no modelo a atividade governamental através da tributação da herança no início de cada geração capitalista e as transfere para os trabalhadores. Além de mostrar que o modelo é suportado por microfundamentos ortodoxos, mostram que a taxa de juros que mantem a economia na trajetória de crescimento equilibrado depende positivamente da tributação, e a taxação da herança do capitalista diminui sua participação no estoque de capital da economia alterando a distribuição de renda em favor do trabalhador.

Sugahara *et al*. (2016), introduzem no modelo a possibilidade de a classe trabalhadora também deixar herança para seus descendentes e desenvolvem as condições de existência das duas classes, em equilíbrio, sob a hipótese de uma única taxa de juros da economia e diferentes motivos herança. Concluem que, sob uma mesma taxa de juros, se faz necessária uma forte disposição dos capitalistas em deixar ativos para seus descendentes.

Nesta mesma linha de pesquisa dos autores acima citados, desenvolveu-se o modelo sob a condição de existência de governo, através da tributação da herança da classe capitalista e sua transferência para a classe trabalhadora, da possibilidade da classe trabalhadora também deixar herança para seus descendentes, e determinou-se as condições de existência, em equilíbrio, das duas classes sob a hipótese de diferentes taxas de juros da economia e mesmo motivo herança.

Os resultados se mostraram em linha com demais autores, com exceção da taxa de motivo herança: i) No tocante a taxa de juros, ambas as taxas apresentam variação positiva em relação à tributação, mantendo assim as conclusões dos demais autores; ii) um aumento da tributação eleva a participação da classe trabalhadora no estoque de capital total; iii) a tributação afeta a distribuição de riqueza entre as classes pois aumenta a participação da classe trabalhadora no estoque de capital total da economia; iv) O valor da taxa de motivo herança, que é único para as duas classes, mostra que ambas as classes não necessitam de uma forte disposição de deixar ativos para seus filhos para existirem em equilíbrio na economia, sob diferentes taxas de juros. Neste modelo, com tributação direta de transferência de uma classe para a outra, dadas as características dos parâmetros de preferência das classes, levam a uma trajetória do estoque de capital que garante a existência das duas casses.

Uma possível extensão desse trabalho é verificar os efeitos da tributação sobre heranças com a hipótese de diferentes taxas de juros e diferentes taxas de motivo herança. Esta hipótese pode contribuir para esta linha de pesquisa pois pode dar mais precisão ao modelo, uma vez que em uma economia real as remunerações sobre capital são diferentes e nada indica que as duas classes tenham a mesma disposição a deixar legado as seus descendente.

Contribuição adicional e importante deste trabalho, e o seu devido aprofundamento, é a contribuição que o mesmo pode dar para o amplo debate contemporâneo nacional sobre a reforma tributária, que deverá ser implementada no país, via congresso constituinte, através da taxação sobre heranças e doações.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. T. **Modelos macroeconômicos de simulação**: extensões dos modelos básicos de Kaldor e Pasinetti e aplicações à política econômica brasileira. 1990. Dissertação (Mestrado em Economia) – Universidade de Brasília, Brasília, 1990.

BALESTRA, P.; BARANZINI, M. Some optimal aspects in a two class growth model with differentiated interest rate. **Kyklos**, Nova Jersey, v. 24, n. 2, p. 240-256, 1971.

BACULI, A. L. **Um modelo de crescimento e distribuição Pós-Keynesiano com ciclo de vida, motivo herança e tecnologia aumentadora de capital**. 2020. Dissertação (Mestrado em Economia Regional) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

BARANZINI, M. A **Theory of wealth distribution and accumulation**. Oxford: ClarendonPress, 1991.

CUNHA, M. S.; SUGAHARA, R. N. Uma apreciação sobre a macroeconomia de crescimento e distribuição de origem Pós-Keynesiana aspectos neoclássicos e a questão dos microfundamaentos. *In:* ENCONTRO REGIONAL DE ECONOMIA, 18., 2013, Fortaleza. **Anais** [...]. Fortaleza: Banco do Nordeste, 2013.

DOMAR, E. D. Capital expansion, rate of growth and employment. **Econometrica**, New York, v. 14, n. 2, p. 137-147, 1946.

HARROD, R. F. Essay in dynamic theory. **The Economic Journal**, Cambridge, v.49, p.14-33, 1939.

KOTLIKOFF, L. J.; SUMERS, L. H. The role of intergeracional transfers in agregate capital acumulation. **Journal of Political Economics**, Chicago, v. 89, n. 4, p. 706-732, 1981.

KALDOR, N. Alternative theories of distribution. **Review of Economic Studies**, Bristol, v. 23, 1955.

MODIGLIANI, F. Life cycle, individual trift, and the weath of nations. **The American Economic Review**, Nashville, v. 76, n. 3, p. 297-313, 1986.

PASINETTI, L. L. Distribution in relation to the rate of economic growth. **Review of Economic Studies,** Oxford, v. 29, n. 4, n. 81, 1962.

PASINETTI, L. L. **Crescimento e distribuição de renda**: ensaios de teoria econômica. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1979.

PASINETTI, L. L **Ricardian debt/taxation equivalence in the Kaldor theory of profits and income distribution**. Cambridge Journal of **Economics**, London, v. 13, p. 25-36, 1989a.

PASINETTI, L. L. Government deficit spending is not incompatible with the Cambridge theorem of the rate of profits: a reply to Fleck and Domenghino. **Journal of Post Keynesian Economics**, Armonk, v. 11, n. 4, p. 641-647, 1989b.

ROGEL, D. **Modelos de crescimento econômico e distribuição de renda**: aspectos neoclássicos e pós-keynesianos. 2019. Dissertação (Graduação em Ciências Econômicas) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

SOLOW, R. A contribution to the theory of economic growth. **The Quarterly Journal of Economics**, Cambridge, v. 70, n. 1, p. 65–94, Feb. 1956.

STEEDMAN, I. The state and the outcome of Pasinetti process. **Economic Journal**, Cambridge, v. 82, 1972.

SUGAHARA, R. N.; SILVA, E. K.; CUNHA, M. S.; PERDIGAO, C. Effects of the taxation on inheritance in a microfounded model of growth and post-Keynesian distribution with overlapping generations and life cycle. **Revista Economia da ANPEC**, [*s. l.*], v. 17, n. 3, p. 340-350, 2016.

TEIXEIRA, J.; SUGAHARA, R. N.; BARANZINI, M. On micro-foundations for the Kaldor-Pasinetti growth model with taxation on bequest. **Revista Brasileira de Economia de Empresas**, Brasília, v. 2, n. 1, jan./abr. 2002.

TUCCI, A. E. M. **Imperfeições no sistema financeiro**: causas, consequências e o caso japonês. 2001. Dissertação (Mestrado em Economia) **-** Universidade Federal Rio Grande do Sul **-** UFRGS, Porto Alegre, 2001.