



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

HELEN DABIANI FRIOLI MOTA

**DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA NA  
PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO**

---

Londrina  
2016

HGNGP F CDKCP KHTKQNKQ QVC"

**DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA NA  
PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Londrina  
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Mota, Helen Dabiani Frioli .

Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório / Helen Dabiani Frioli Mota. - Londrina, 2016.  
151 f. : il.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2016.

Inclui bibliografia.

1. Desenvolvimento profissional - Teses. 2. Formação inicial de professores de Matemática - Teses. 3. Casos multimídia - Teses. 4. Vídeo - Teses. I. de Costa Trindade Cyrino, Márcia Cristina . II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

HELEN DABIANI FRIOLI MOTA

**DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES  
DE MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA  
NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>ª</sup>. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade  
Cyrino  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof<sup>ª</sup>. Dra. Tania Marli Rocha Garcia  
Universidade Estadual do Paraná – Campus  
Paranavaí - UNESPAR

Londrina, 06 de Junho de 2016.

Aos meus pais, **Valdecir** e **Márcia**, pela vida e pelo amor incondicional.

## **AGRADECIMENTOS**

---

Agradeço a Deus, por ter me dado forças e condições para concluir este trabalho.

À minha família, pelo apoio incondicional. Em especial, agradeço aos meus pais Valdecir e Márcia por terem me ajudado e feito acreditar que no final tudo daria certo. Ao meu esposo Isaac, que me apoiou, ajudou e teve paciência para aturar meus momentos de raiva, de reclamação, de euforia ou de desespero. Aos meus avós, pelo apoio e pelas orações. Agradeço por terem me incentivado e me ajudado durante todo esse processo. Sou grata a Deus pela minha família.

À minha orientadora, Márcia, pela atenção, paciência e respeito com minhas decisões, erros e, principalmente, com minhas dificuldades.

Ao Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira e à Profa. Dra. Tânia Marli Rocha Garcia, que gentilmente aceitaram participar da banca examinadora na qualificação e na defesa da dissertação. Obrigada por terem apresentado suas considerações sempre com muito respeito e profissionalismo.

Em especial, agradeço ao Prof. Dr. Bruno, que ainda na graduação, me incentivou e acreditou em minha capacidade. Obrigada pelo apoio, pela amizade e pela influência que possui em minha trajetória profissional.

Aos membros do GEPEFOPEM: Cristina, Enio, Everton, Fernanda, Júlio, Karina, Laís, Loreni, Márcia, Paulo, Renata, Tânia, pelas contribuições, amizade e pelos momentos de alegria que partilhamos.

Em especial agradeço o Paulo, amigo e companheiro com quem pude partilhar alegrias, angústias, durante o desenvolvimento desse trabalho e que me ajudou incondicionalmente em muitas situações (principalmente durante a madrugada). Sou muito grata por sua ajuda e sua amizade.

Aos alunos do 4º ano do curso de Matemática (habilitação: licenciatura), da Universidade Estadual de Londrina, dos anos 2015 e 2014 que aceitaram fazer parte dessa pesquisa.

À minha amiga Any Caroline, pela força e pelo apoio durante todo o processo de mestrado.

À CAPES pelo auxílio financeiro.

À todas as pessoas que direta ou indiretamente influenciaram o desenvolvimento desta pesquisa.

*“As únicas coisas eternas são as nuvens...”*

Mario Quintana

MOTA, Helen Dabiani Frioli. **Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório**. 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

## RESUMO

Neste trabalho buscamos responder a seguinte questão de investigação: “Que indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática podem ser identificados na exploração de um caso multimídia desenvolvido na perspectiva do Ensino Exploratório?” Para isso, foram analisadas produções escritas e registro em áudio das discussões da turma do 4º ano do curso de Matemática (habilitação: licenciatura), da Universidade Estadual de Londrina, na exploração de um caso multimídia denominado “Os colares”. A exploração do caso multimídia investigado nesse trabalho ocorreu no contexto da disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado”, no 1º semestre de 2015. A partir da descrição da trajetória de exploração do multimídia, identificamos e analisamos dois pontos de enfoque assumidos pelos futuros professores, nomeadamente: *a tarefa “Os colares” e suas características; as principais ações do professor nas fases: Proposição e apresentação da tarefa, Desenvolvimento da tarefa, Discussão coletiva da tarefa e Sistematização*. Os resultados evidenciam que no decorrer da exploração do caso multimídia os futuros professores mobilizaram/construíram: uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática; conhecimentos sobre conteúdos matemáticos; compreensão de como os alunos aprendem Matemática; conhecimento pedagógicos do conteúdo compreensão sobre o papel da “equidade” na matemática escolar; e compreensão de si como um professor que ensina matemática. Além disso, identificamos elementos relacionados as três dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010), a saber: identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula; interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto; estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem. Esses aspectos revelam indícios de desenvolvimento profissional por parte dos futuros professores. As ações da professora ganharam destaque ao longo da exploração do caso multimídia, nomeadamente as ações de questionar; de cuidar da manutenção do nível de demanda cognitiva da tarefa; de solicitar justificativas dos alunos quanto às suas resoluções; de confrontar diferentes resoluções para uma mesma tarefa; e de gerir a participação dos alunos durante a fase de discussão coletiva da tarefa. A análise do caso multimídia permitiu que os futuros professores identificassem as principais ações de um professor na perspectiva do Ensino Exploratório e refletissem a respeito da importância dessas ações para a aprendizagem dos alunos, tendo a oportunidade de modificar seus conhecimentos, bem como suas compreensões e crenças sobre o ensino e a aprendizagem, aspectos essenciais para o desenvolvimento profissional do professor.

**Palavras-chave:** Desenvolvimento profissional; Formação inicial de professores de Matemática. Casos multimídia. Vídeo.

MOTA, Helen Dabiani Frioli. **Professional development of future teachers of Mathematics in operating a multimedia case in Exploratory Teaching perspective.** 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

## ABSTRACT

In this work we seek to answer the following research question: “What professional development evidence of future teachers of mathematics can be identified on the exploitation of a multimedia case developed in the perspective of the Exploratory Teaching?” For this, written productions and audio recording of students in discussions of the 4th year of Mathematics were analyzed (qualification: degree), of the State University of Londrina, at exploitation of a multimedia case called “The collars”. The written productions analyzed were based on replies to the multimedia case “the Collars”, chronicles and the lesson plans prepared by the future teachers. In addition, the notes of the researcher’s field notebook were considered. The exploitation of multimedia case investigated in this work took place in the context of discipline “Practice and Methodology of Teaching of Mathematics II: Supervised Internship” and took place in the 1st half of 2015. From the description of multimedia exploration path, we identify and analyze two focus points made by future teachers, namely: the task "Collars" and their characteristics; the main actions of the teacher in phases: Proposing and presentation of the task, the task of development, collective discussion of the task and systematization. The results evidence that during the exploration of multimedia prospective teachers mobilized/constituted: a shared vision for teaching and learning of mathematics; knowledge of mathematical content; understanding of how students learn mathematics; pedagogical content knowledge understanding of the role of "equity" in school mathematics; and understanding of self as a teacher who teaches mathematics. In addition, we identified elements related the three dimensions of which is to recognize and interpret interactions in class (VAN ES; Sherin, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010), namely: identify what is important or noteworthy in a situation classroom; interpret the teaching situation based on knowledge of the environment; establish connections between the observed aspects and broader principles of teaching and learning processes. These aspects reveal evidence of professional development the future teachers. The teacher's shares gained prominence over the exploitation of multimedia case, in particular the actions of to question; to care for the maintenance of the cognitive task demand level; to request justification from students about their resolutions; to confront different resolutions for the same task; and manage student participation during the phase of collective discussion of the task. The analysis of the multimedia case allowed the future teachers identify the main actions of a teacher from the perspective of the Exploratory Teaching and reflect on the importance of these actions to the students' learning, and the opportunity to modify their knowledge and their understanding and beliefs on teaching and learning, essential for the professional development of the teacher.

**Keywords:** Professional development; Initial education of Mathematics teacher. Multimedia cases. Video.

## LISTA DE FIGURAS

---

<b>Figura 1</b> – Seção “Introdução do Caso Multimídia” .....	52
<b>Figura 2</b> – Seção “Antes da aula” .....	53
<b>Figura 3</b> – Seção “A aula” .....	54
<b>Figura 4</b> – Seção “Reflexão após a aula” .....	55
<b>Figura 5</b> – Dificuldades dos alunos na passagem da Aritmética para Álgebra .....	67
<b>Figura 6</b> – Ideias-chave para a aprendizagem dos números, segundo os <i>Principles and Standards</i> ....	69
<b>Figura 7</b> – Objetivos de aprendizagem na área da Álgebra do Currículo Nacional (ME-DEB, 2001)	70
<b>Figura 8</b> – <i>Diferentes usos da linguagem algébrica (Tarefa 1)</i> .....	73
<b>Figura 9</b> – <i>O calendário das gêmeas (Tarefa 2)</i> .....	73
<b>Figura 10</b> – A corrida de Rita e Miguel (Tarefa 3) .....	74

## LISTA DE QUADROS

---

<b>Quadro 1</b> – Ações associadas às dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula.....	32
<b>Quadro 2</b> – Níveis e características dos apontamentos relacionados a capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula .....	33
<b>Quadro 3</b> – Níveis relacionados a análise de ensino .....	33
<b>Quadro 4</b> – Elementos da prática pedagógica considerados pelo GEPEFOPEM no processo de elaboração do caso multimídia “Os colares” e as temáticas que os agrupam.....	36
<b>Quadro 5</b> – Relações entre as ações propostas no framework e as fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.....	46
<b>Quadro 6</b> – O framework .....	46
<b>Quadro 7</b> – Tarefa “Os colares”.....	51
<b>Quadro 8</b> – Descrição dos encontros com os futuros professores.....	58
<b>Quadro 9</b> – Questões sobre o texto Matos e Ponte (2008).....	71
<b>Quadro 10</b> – : Conhecimentos mobilizados/constituídos pelos futuros professores na exploração do caso multimídia “Os colares”.....	127
<b>Quadro 11</b> – : Conhecimentos mobilizados/constituídos pelos futuros professores na exploração do caso multimídia “Os colares”.....	129

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>1. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL E O USO DE CASOS MULTIMÍDIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA .....</b>	<b>17</b>
1.1 DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR .....	17
1.2 USO DE CASOS MULTIMÍDIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA ..	27
<b>2. ENSINO EXPLORATÓRIO .....</b>	<b>39</b>
<b>3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>49</b>
3.1 INFORMAÇÕES GERAIS .....	49
3.1.1 Caso multimídia “Os colares” .....	51
3.2 CONTEXTO INVESTIGADO .....	56
3.3 INSTRUMENTO PARA COLETA DE INFORMAÇÕES .....	61
3.4 ESTRATÉGIAS DE ANÁLISE .....	61
<b>4. TRAJETÓRIA DOS FUTUROS PROFESSORES NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “OS COLARES” .....</b>	<b>64</b>
<b>5. CONHECIMENTOS MOBILIZADOS/CONSTITUÍDOS NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “OS COLARES” .....</b>	<b>90</b>
5.1 A TAREGA “OS COLARES” E SUAS CARACTERÍSTICAS .....	90
5.2 AÇÕES DE UM PROFESSOR IDENTIFICADAS PARA CADA FASE DE UMA AULA NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO .....	98
5.2.1 Proposição e apresentação da tarefa .....	98
5.2.2 Desenvolvimento da tarefa .....	107
5.2.3 Discussão coletiva da tarefa.....	115
5.2.4 Sistematização .....	121
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>130</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>135</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>141</b>

## INTRODUÇÃO

---

Nos últimos anos, pesquisas no campo educacional têm evidenciado que a qualidade do ensino sofre influência direta do desenvolvimento profissional dos professores (SOWDER, 2007). No campo da Educação Matemática, encontramos um número significativo de discussões e pesquisas a respeito da formação de professores.

No Brasil, assim como em outros países, os programas de formação de professores de matemática têm se dedicado a promover contextos de formação (inicial e continuada) que ofereçam aos professores efetivas oportunidades de desenvolvimento profissional.

De acordo com Cyrino (2009), os esforços nessa área visam, entre outros aspectos, reorientar a formação dos professores, tendo em conta

[...] as demandas colocadas pela sociedade contemporânea e pelos sistemas educativos, ou seja, investigar em que medida a formação de professores pode ser pensada de modo a atender as necessidades educacionais do nosso momento histórico e produzir reflexões em torno dos conhecimentos profissionais que são necessários para o futuro professor exercer sua atividade profissional (CYRINO, 2009, p. 95).

Com vista a oferecer subsídios que possam contribuir para promover contextos de formação de professores na perspectiva do desenvolvimento profissional, o Gepefopem – Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática – tem, nos últimos anos, investigado diferentes contextos de formação a fim de, identificar elementos que interferem no processo de desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática (CYRINO, 2013).

Com base nessas investigações, o Gepefopem, por meio de um projeto<sup>1</sup> de cooperação entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UL), tem desenvolvido um recurso multimídia<sup>2</sup>, para ser usado em ambientes de formação, tanto inicial quanto continuada, que possibilita aos envolvidos reflexões sobre diferentes elementos da prática pedagógica e uma possível articulação entre conhecimentos práticos e teóricos que envolvem o trabalho do professor (RODRIGUES, 2015; CYRINO, OLIVEIRA, 2016).

O recurso que vem sendo elaborado pelo Gepefopem utiliza experiências de sala de aula, envolvendo práticas de ensino não tradicional, como ponto de partida para um

---

<sup>1</sup> Projeto financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq.

<sup>2</sup> Neste trabalho assumimos o termo multimídia para referir a uma combinação de diferentes mídias. O termo mídia é assumido com base nas ideias discutidas em Bates (2005), que considera, por exemplo, o vídeo, o áudio e o texto como mídias.

trabalho de formação de professores. Esse recurso consiste em uma plataforma que agrega um conjunto de “casos multimídia” (RODRIGUES, 2015). Cada caso multimídia acompanha o desenrolar de uma aula desenvolvida em uma escola pública da Educação Básica do Brasil. Os casos são constituídos por diferentes registros de situações de preparação e gestão de aulas e de reflexões do professor após a aula, tais como: vídeos das ações que ocorrem em sala de aula, plano de aula elaborado pelo professor que conduziu a aula gravada, entrevistas realizadas com este professor antes e após a aula e produção escrita dos alunos. Constituem também os casos multimídia textos de enquadramento teórico, além de questões a serem respondidas sobre cada um desses elementos, o que contribui para direcionar a análise e promover reflexões dos professores em formação.

As aulas que deram origem aos casos multimídia elaborados pelo Gepefopem foram desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, que diz respeito a um tipo de prática do professor que se contrapõe ao ensino tradicional. Nessa prática, os “alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva” (CANAVARRO, 2011).

Tal prática se enquadra em uma perspectiva mais ampla de *inquiry-based teaching*, ou seja, ensino baseado na inquirição (OLIVEIRA, CYRINO, 2013; CYRINO, OLIVEIRA, 2016), e assume a teoria dialógica do conhecimento de Well (2004). É uma prática promissora que, conforme encontramos em Canavarro (2011), possibilita aos alunos constituírem seus conhecimentos com significados e desenvolverem suas capacidades matemáticas: resolver problemas, raciocinar e se comunicar matematicamente. Entretanto, é uma prática considerada complexa que coloca diversos desafios aos professores. (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013). Desse modo, concordando com Rodrigues (2015), consideramos que ações de formação de professores que visem possibilitar que o professor constitua conhecimentos sobre essa perspectiva representam um importante aspecto de estudo e pesquisa para a Educação Matemática.

A exploração dos casos multimídia desenvolvidos pelo Gepefopem tem por objetivo fornecer aos professores em formação (inicial e continuada) a oportunidade de observar, analisar e refletir sobre aspectos teóricos e práticos da perspectiva do Ensino Exploratório. O grande diferencial dos casos multimídia é o registro das ações de sala de aula, que possibilita aos professores em formação analisar diferentes aspectos que envolvem o trabalho do professor em uma aula não tradicional.

Os casos multimídia, envolvendo situações de sala de aula, têm sido apresentados na literatura como um recurso potencialmente relevante para viabilizar contextos de formação (inicial e continuada) na perspectiva do desenvolvimento profissional.

Sowder (2007) aponta que o estudo de casos pode ser uma forma de os professores desenvolverem conhecimento para a prática. Para autora, capturar a complexidade da sala de aula por meio de vídeos, por exemplo, permite reflexões com foco em diferentes aspectos, como, as ações do professor e o pensamento do aluno. Além disso, permite examinar criticamente visões alternativas para o ensino da Matemática em um contexto de articulação entre teoria e prática. No âmbito internacional encontramos um número crescente de trabalhos que tem investigado as implicações do uso de vídeos em diferentes contextos de formação de professores de Matemática (VAN ES, SHERIN, 2002; MACGRAW et al., 2007; KOC, PEKER, OSMANOGLU, 2009; ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010; LLINARES, VALLS, 2010; CLIMENT et al., 2013; OLIVEIRA, CYRINO, 2013; TOMÁS FERREIRA, OLIVEIRA, CYRINO, 2014). Contudo, no Brasil, no período investigado (2000–2014), não foram encontradas pesquisas com tais intencionalidades (RODRIGUES et al., 2014).

Em Rodrigues *et al.* (2014) encontramos um estudo realizado a partir de um levantamento de pesquisas brasileiras a respeito da temática “mídia vídeo e a formação de professores”, no qual buscou-se identificar em que contextos de investigação, no Brasil, o vídeo tem sido utilizado na formação de professores que ensinam Matemática. Os resultados apontados nessa investigação indicaram que, no panorama das pesquisas brasileiras, o vídeo tem sido utilizado como recurso tecnológico para viabilizar a comunicação de ideias matemáticas ou entre os participantes. Entretanto, pesquisas em que o vídeo é utilizado como recurso para viabilizar contextos de formação na perspectiva do desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática não são muito comuns.

Tendo isso em vista, nesta pesquisa nos propomos a investigar um contexto de formação inicial de professores de Matemática, viabilizado pela exploração de um caso multimídia elaborado pelo Gepefopem, a fim de responder à seguinte questão: **Que indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática podem ser identificados na exploração de um caso multimídia desenvolvido na perspectiva do Ensino Exploratório?**

O caso multimídia usado nesta investigação recebe o nome “Os colares”. Ele é constituído por materiais relacionados a uma aula que aconteceu em um 6º do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Apucarana-PR, com o tema “regularidades”.

Para respondermos nossa questão de investigação, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Descrever a trajetória de futuros professores na exploração do caso multimídia “Os colares”;
- Analisar os conhecimentos mobilizados/constituídos por futuros professores na exploração do caso multimídia.

Diante dessa questão de investigação e desses objetivos, organizamos o presente trabalho em cinco capítulos, além da introdução e conclusão.

No Capítulo 1, apresentamos algumas considerações a respeito do desenvolvimento profissional do professor, assim como sobre o uso de casos multimídia em contextos de formação inicial.

No Capítulo 2, discutimos a perspectiva de Ensino Exploratório adotada no recurso multimídia.

No Capítulo 3, descrevemos os procedimentos metodológicos que envolvem o contexto em que a pesquisa foi realizada, os participantes, as características do caso multimídia “Os colares”, os procedimentos e instrumentos utilizados na coleta de informações, bem como as estratégias de análise adotadas neste trabalho.

No Capítulo 4, apresentamos um breve relato do trabalho em torno do caso multimídia “Os colares”, desenvolvido com os futuros professores e, no Capítulo 5, os conhecimentos que foram mobilizados/constituídos por futuros professores na exploração do caso multimídia nos pontos de enfoque: “a tarefa ‘Os colares’ e suas características” e “as principais ações do professor em cada fase da aula: Proposição e apresentação da tarefa; Desenvolvimento da tarefa; Discussão coletiva da tarefa; Sistematização das aprendizagens”. Por fim, no Capítulo 6, apresentamos as considerações finais e, na sequência, as referências bibliográficas, os apêndices e os anexos usados na elaboração deste trabalho.

## **1. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL E O USO DE CASOS MULTIMÍDIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Neste capítulo apresentamos os pressupostos sobre desenvolvimento profissional e formação inicial assumidos nesta pesquisa, assim como, algumas considerações a respeito do uso de casos multimídia na formação inicial de professores de Matemática com a intenção de oportunizar o desenvolvimento profissional do futuro professor.

### **1.1 Desenvolvimento profissional do professor**

Visando romper com a concepção tradicional de formação de professores, diversos autores (PONTE, 1998; PONTE, OLIVEIRA, 2002; FERREIRA, 2003; SOWDER, 2007; JAWORSKI, 2011; TEIXEIRA, 2013; CYRINO, 2013; BALDINI, 2014) têm assumido ou discutido a formação na perspectiva do conceito de desenvolvimento profissional.

Conforme encontramos em Rodrigues (2015), a expressão “desenvolvimento profissional” tem sido adotada na literatura para designar um processo de formação que assume características distintas das práticas formativas tradicionais que, normalmente, não têm contribuído muito para o desenvolvimento profissional do professor (futuro ou em serviço).

Segundo Baldini (2014), o desenvolvimento profissional remete a um contexto no qual

[...] o professor precisa ter consciência e assumir o seu processo de formação; deve ter iniciativas investigativas, avaliar o próprio trabalho, relacionar prática com teoria e, ainda, buscar transformações que envolvam aprendizagens, novas práticas profissionais e nova atitude profissional (p. 24).

É um processo que tem implicações na concepção dos professores sobre como os alunos aprendem Matemática, sobre a natureza da Matemática e, conseqüentemente, nas estratégias de ensino que assumem em suas práticas pedagógicas (SOWDER, 2007).

Embora algumas concepções de formação aproximem do conceito de desenvolvimento profissional, Passos *et al.* (2006) apontam que a opção por adotar uma nova nomenclatura se deve ao fato de que o termo “formação” esteve, e ainda continua fortemente,

associado à ideia de frequentar cursos impostos verticalmente ou disciplinas em que se priorizam a transmissão de técnicas. Para esses autores, o próprio termo “formação”, em seu sentido comum, “pode ser entendido como ‘dar forma’, modelar algo ou alguém de acordo com um modelo que se presume ser o mais ideal” (p. 194). Ou seja, o próprio termo formação indica uma ação de fora para dentro: “[...] o formador exerce uma ação que supõe necessária para que o aluno [professor ou futuro professor] adquira uma forma esperada pelas instituições ou pela sociedade” (FIORENTINI, CRECCI, 2013). Nesse sentido, ao assumir uma concepção de formação diferente dessa concepção tradicional, sentiu-se a necessidade de adotar um termo que representasse essa nova concepção.

Na visão de Marcelo (2009), a expressão “desenvolvimento profissional” é mais condizente à concepção do professor enquanto profissional do ensino, além disso, o termo “desenvolvimento” tem uma conotação de evolução e continuidade que supera a tradicional justaposição entre formação inicial e formação contínua (MARCELO, 2009). Neste trabalho assumimos e discutimos a formação de professores sob a perspectiva do desenvolvimento profissional.

Com base em Sowder (2007), entendemos o desenvolvimento profissional docente como um processo complexo e contínuo que ocorre ao longo da vida do professor e sofre influência dos diferentes momentos, contextos e experiências, formais e informais, que são vividas pelos professores ao longo de sua trajetória pessoal e profissional. Tal processo é pautado no crescimento profissional do professor, que, segundo a autora, é caracterizado “por mudanças nos conhecimentos, crenças e estratégias de ensino dos professores” (p.161, tradução nossa)

Por ser um processo que ocorre ao longo de toda a vida, consideramos a formação inicial uma importante etapa do desenvolvimento profissional. É o primeiro momento formal, em que se tem a intenção explícita da constituição de conhecimentos profissionais necessários ao professor. Além disso, é o momento em que esses conhecimentos começam a ser constituídos “[...] de forma mais sistemática, fundamentada e contextualizada” (MIZUKAMI, 2006, p. 216).

Teixeira (2009), com base em Perez (1999), considera que a formação inicial é um período “muito importante para a incorporação de uma cultura profissional, ou seja, para a aquisição de características essenciais do professor de Matemática” (PEREZ, 1999, p. 272 apud TEIXERA, 2009, p. 12). Teixeira (2009) ainda aponta que durante esse período os futuros professores têm contato com diferentes aspectos da prática do professor que poderão contribuir para o seu desenvolvimento profissional.

Sowder (2007) observa que, ao ingressarem na graduação, os futuros professores levam consigo conhecimentos e crenças a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem que foram constituídos durante sua trajetória escolar. Ao longo de todo esse período, os futuros professores são expostos a diferentes experiências que contribuem para formar as primeiras crenças sobre como ensinar, a maneira como aprendemos e, atrelada a isso, a forma que enxergamos cada conteúdo escolar. Ela ressalta que esses conhecimentos e crenças, que são desenvolvidas a partir das experiências que vivenciamos enquanto alunos, nem sempre ajudam a ensinar matemática com qualidade. Deste modo, ela considera que é função da formação inicial oferecer efetivas oportunidades de desenvolvimento profissional, a fim de que os futuros professores modifiquem os conhecimentos e crenças que foram construídas ao longo de sua vida escolar. Com base em Kennedy (1999), Sowder (2007) aponta que, se durante a formação inicial não for iniciada essa mudança, os futuros professores desenvolverão hábitos de ensino com base em suas experiências enquanto alunos e solidificarão essa prática, tornando a mudança ainda mais difícil.

Sowder (2007) entende que as efetivas oportunidades de desenvolvimento profissional são aquelas que permitem o crescimento profissional do professor ou futuro professor e motiva-os a desenvolver o conhecimento, habilidades e disposições que eles necessitam para ensinar Matemática com qualidade. De acordo com a autora, para isso acontecer, os programas de desenvolvimento profissional devem atender as reais necessidades dos professores e futuros professores de Matemática. Ao refletir sobre quais são essas necessidades, ela aponta seis objetivos, por vezes sobrepostos, que podem servir como foco de análise para os programas de desenvolvimento profissional:

- Desenvolver uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática;
- Desenvolver conhecimentos sobre conceitos matemáticos;
- Desenvolver uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática;
- Desenvolver o conhecimento pedagógico do conteúdo;
- Desenvolver uma compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar;
- Desenvolver uma compreensão de si como um professor que ensina Matemática.

O primeiro objetivo – **Desenvolver uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática** – diz respeito à necessidade dos professores ou futuros professores desenvolverem suas crenças e concepções a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, de modo similar à visão concebida pelos documentos oficiais vigentes.

Uma vez que as crenças e as concepções acerca dos processos de ensino e de aprendizagem são aspectos determinantes na maneira como os professores desempenham suas funções e nas estratégias que adotam em suas práticas, Sowder (2007) entende que, para conseguir ensinar Matemática com qualidade, da forma idealizada por pesquisadores e educadores, é necessário que os professores e futuros professores desenvolvam crenças e concepções coerentes com essa visão.

Ela cita vários documentos publicados nas últimas décadas, como os Padrões do NCTM de 1989, 1991, 1995 e 2000, que refletem uma visão compartilhada dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e podem orientar as ações de desenvolvimento profissional. Além disso, aponta que incluir o desenvolvimento da visão compartilhada como um objetivo do desenvolvimento profissional não requer necessariamente que o programa tenha o foco visível sobre esse objetivo, pois a visão dos professores sobre os processos de ensino e de aprendizagem da matemática pode ser desenvolvida enquanto os outros objetivos estão sendo abordados. Entretanto, com base em Cooney (1994), ela aponta que as crenças e as concepções dos professores “são moldadas por situações sociais e, portanto, só podem ser modificadas por meio de situações sociais” (COONEY, 1994, p. 109 apud SOWDER, 2007, p. 162, tradução nossa).

O segundo objetivo - **Desenvolver conhecimentos sobre conceitos matemáticos** – refere-se à necessidade de os professores e os futuros professores desenvolverem conhecimentos matemáticos apropriados para o ensino da Matemática, “no sentido de serem privilegiados conceitos e habilidades de raciocínio e interpretação, em detrimento da memorização de regras e procedimentos” (RODRIGUES, 2015, p. 18).

Sowder (2007) considera que o conhecimento matemático é um componente essencial que faz parte do conhecimento profissional do professor de Matemática. Considera ainda, que esse conhecimento sustenta o conhecimento pedagógico da Matemática. As limitações do professor relativas a esse conhecimento, como a falta de familiaridade com alguns conceitos, por exemplo, têm como consequência dificuldade no processo de ensino da Matemática.

Para ensinar Matemática, a autora entende que é necessário que os professores ou futuros professores desenvolvam um conhecimento profundo sobre os conceitos matemáticos, indo além da memorização de regras e procedimentos. Segundo ela, só esse conhecimento profundo permite que o professor ensine Matemática através de grandes ideias, possibilitando o desenvolvimento do conhecimento conceitual.

Por outro lado, o conhecimento científico da Matemática por si só, não é suficiente para o professor ensinar Matemática com qualidade. O conhecimento matemático necessário ao professor também envolve o conhecimento sobre os diferentes modos de representação para um mesmo conceito ou ideia; a relação entre diferentes conceitos ou ideias e a relação desses com outras áreas de conhecimento; “[...] modos de raciocinar e argumentar matematicamente, resolver problemas e de se comunicar efetivamente em diferentes níveis de formalidade matemática” (NCTM, 1991 apud MORIEL JUNIOR; CYRINO, 2009, p. 539).

Sowder (2007) entende que as efetivas oportunidades de desenvolvimento profissional oferecem oportunidade para os professores aprenderem mais Matemática, mesmo quando o foco está no pensamento do estudante, no currículo ou na prática de sala de aula.

O terceiro objetivo - **Desenvolver uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática**-, refere-se à importância de o professor ou futuro professor valorizar o que o aluno tem a dizer, bem como buscar entender como eles pensam e aprendem matemática.

Para a autora, o modo de pensar dos alunos constitui uma boa lente interpretativa que ajuda o professor a pensar em possíveis dificuldades dos alunos, sobre a Matemática que estão aprendendo, quais são as tarefas apropriadas e quais as possíveis questões que auxiliam os alunos a desenvolver sua compreensão matemática (SOWDER, 2007). Ela considera que,

[...] se os professores escutarem as crianças, entenderem seu raciocínio, e ensinarem de uma forma que reflita esse conhecimento, eles podem e vão proporcionar às crianças uma educação matemática melhor do que se não tivessem esse conhecimento (SOWDER, 2007, p. 163, tradução nossa)

Segundo Sowder (2007) desenvolver uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática é um objetivo do desenvolvimento profissional do professor, mas também, é uma estratégia que contribui para promover o desenvolvimento dos demais objetivos. Ela observa, em sua vasta revisão bibliográfica, que programas de desenvolvimento profissional que têm como foco o pensamento do aluno também oferecem a oportunidade de o professor desenvolver o conhecimento matemático, o conhecimento pedagógico do conteúdo, bem como suas crenças e concepções que se relacionam com o ensino de Matemática. Além

disso, os programas de desenvolvimento profissional que oferecem oportunidade de o professor desenvolver uma compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática, podem sensibilizá-los para o poder de compreender o pensamento das crianças e levá-los a desenvolver uma capacidade de escuta que se aprofunda com o tempo.

O quarto objetivo diz respeito à necessidade de o professor ou futuro professor **desenvolver o conhecimento pedagógico do conteúdo**, ou seja, o conhecimento de como determinado conteúdo pode ser ensinado para os alunos. Esse conhecimento, diz Sowder (2007), deve nortear os programas de desenvolvimento profissional e, com base em Grossman (1990), aponta que o conhecimento pedagógico necessário ao professor pode ser organizado em quatro categorias:

- Conhecimento e crença sobre os propósitos para o ensino (da Matemática);
- Conhecimentos sobre as compreensões, concepções e possíveis erros dos alunos;
- Conhecimento sobre o currículo (da Matemática) e materiais curriculares;
- Conhecimento das estratégias e representações para o ensino de temas específicos (da Matemática).

Conforme apontado por Marcon, Graça e Nascimento (2010), o *conhecimento dos propósitos para o ensino da Matemática* se relaciona aos objetivos estabelecidos pelo estudante-professor para o ensino de determinado conteúdo. Essa categoria envolve, além dos conhecimentos, as concepções e crenças dos professores a respeito do que ensinar e por que ensinar tal conteúdo. Tais conhecimentos e crenças refletem-se nas escolhas e nas estratégias de ensino que os (futuros) professores assumem em suas práticas.

A segunda categoria diz respeito ao conhecimento que o professor tem das compreensões, concepções e dos possíveis erros dos alunos. Com base em Oliveira (2004), entendemos que esse conhecimento envolve o conhecimento sobre aspectos particulares dos alunos que interferem na aprendizagem: conhecimentos já constituídos por eles, suas crenças, interesses, potencialidades, fragilidades e experiências já vivenciadas, além disso, envolve o conhecimento de aspectos mais gerais que facilitam ou dificultam o processo de aprendizagem.

Sowder (2007) considera que o *conhecimento sobre as compreensões, concepções e possíveis erros dos alunos* é um conhecimento essencial ao professor,

principalmente na hora de fazer o planejamento. Ela aponta que o professor que tem esse conhecimento pode planejar de forma mais eficaz, uma vez que ele sabe o conhecimento prévio que deve estar presente para entender algo novo, antecipar as dificuldades e possíveis erros dos alunos, bem como pensar em estratégias que ajudem os alunos a superar as dificuldades e compreender o conteúdo. Considera, ainda, que grande parte do conhecimento sobre as compreensões, concepções e possíveis erros dos alunos vem da prática, entretanto deficiências no conhecimento matemático do professor podem limitar o desenvolvimento desse conhecimento.

O *conhecimento curricular do conteúdo* diz respeito ao conhecimento mobilizado pelos professores e futuros professores para organizar o conteúdo a ser trabalhado com os alunos, tendo em conta o contexto, os diferentes níveis de ensino e seus objetivos (MARCON, GRAÇA, NASCIMENTO, 2010). Esse conhecimento envolve saber quais os conteúdos devem ser trabalhados e com quais finalidades; qual a sequência dos conteúdos; quais os conteúdos que se relacionam entre si e como se dá essa relação; quais são as diferentes representações para um mesmo conceito; e quais são os materiais mais apropriados ao trabalho com determinados temas da Matemática (OLIVEIRA, 2004; OLIVEIRA, 2014).

Conforme ressaltado por Canavarro (2004), atualmente os currículos oficiais, além dos conteúdos e suas finalidades, são constituídos por orientações metodológicas sobre como conduzir os processos de ensino e de aprendizagem, sugestões e exemplos de experiências e tarefas que podem ser trabalhadas com os alunos e indicações sobre como usar os diferentes modos de avaliação. Entendemos que o conhecimento curricular também envolve o conhecimento sobre esses diferentes aspectos.

Para Sowder (2007) professores eficazes pensam sobre o currículo da Matemática a partir de grandes ideias, por exemplo, raciocínio proporcional e pensamento algébrico. Além disso, eles são capazes de reconhecer os pontos fortes e fracos dos livros didáticos e materiais particulares que estão usando, uma vez que eles sabem “exatamente que matemática as crianças irão aprender com qualquer material (...) específicos quando suportes apropriados são fornecidos” (SOWDER, 2007, p. 165, tradução nossa).

O *conhecimento de estratégias e representações para o ensino de temas específicos da Matemática* diz respeito às diferentes estratégias que o professor pode adotar para ensinar um conteúdo específico (GROSSMAN, 1990). Com base em Borko e Putnam (1995) e em Grouws e Schultz's (1996), Sowder (2007) considera que esse conhecimento pode ser caracterizado como um extenso repertório de estratégias, representações poderosas, exemplos, contraexemplos, ideias unificadoras, analogias, importantes relações entre os

conceitos, demonstrações ou tarefas que ajudam o aluno a compreender um tópico específico da matemática.

Para concluir, Sowder (2007) ressalta que essas quatro categorias que foram propostas por Grossman (1990) não são independentes. O currículo da Matemática, por exemplo, contribui para a constituição do conhecimento de possíveis compreensões e erros dos alunos e esses erros para a constituição de conhecimento das estratégias e representações do ensino de temas específicos da Matemática. Além disso, o conhecimento matemático e as crenças dos professores influenciam essas quatro categorias.

No mesmo sentido, Oliveira (2004), ao falar sobre essas quatro categorias, aponta que essa divisão “consiste apenas numa opção de natureza analítica, mas que não tem correspondência na prática do professor, dado que aí estes surgem profundamente interligados” (p. 19).

O quinto objetivo- **Desenvolver uma compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar** - diz respeito à necessidade de os professores e os futuros professores compreenderem a importância de, nos contextos escolares, todos os alunos, independentemente de suas características pessoais, serem considerados igualmente, tratados de forma respeitosa e, de terem oportunidade de aprender matemática.

Conforme foi observado por Oliveira (2011), esse objetivo teve como principal referência os “Princípios e Normas para a Matemática Escolar” publicados pelo NCTM (2000), em que, o Princípio da Equidade é um dos seis princípios que descrevem uma educação matemática de elevada qualidade. Esse documento aponta que a “Excelência em educação matemática requer expectativas elevadas e um sólido apoio a todos os alunos” (NCTM, 2000, p. 11, tradução nossa) e exige que “todos os alunos, independentemente de suas características pessoais, origens ou capacidades físicas, devem ter as oportunidades para estudar matemática e apoio para aprender” (NCTM, 2000 p. 11, tradução nossa).

O sexto objetivo - **Desenvolver uma compreensão de si como um professor que ensina Matemática**– refere-se à necessidade de o professor reconhecer a si mesmo como um professor que ensina Matemática.

Oliveira (2004) aponta que esse conhecimento de si se aproxima muito do conceito de autoidentidade ou autoimagem. A autora considera que esse conhecimento envolve o “conhecimento das características pessoais, seus valores, as suas tendências, forças e fraquezas, a sua orientação filosófica e os seus objetivos para o ensino” (p. 21).

Com base no NCTM (2000), Sowder (2007) considera que esse conhecimento de si é desenvolvido ao longo do tempo a partir das experiências com os

processos de ensino e de aprendizagem. Além disso, “[...] é reforçado pelas reações dos alunos que indiquem que estão aprendendo a matemática, dos colegas quando manifestam o respeito profissional e aceitação de várias fontes exteriores quando demonstram reconhecer o ensino como uma profissão valorizada” (NCTM, 1991, p. 161 apud SOWDER, 2007 p. 168, tradução nossa).

Sowder (2007) destaca que o conhecimento de si enquanto professor de Matemática pode ser pensado em termos da formação da identidade profissional. Nesse sentido, ela conclui, com base em Wenger (1998), que o desenvolvimento desse conhecimento não é apenas um processo individual, mas um processo que envolve as comunidades das quais o professor faz parte. Para ela o desenvolvimento do conhecimento de si, assim como, o desenvolvimento da visão compartilhada, pode ser o subproduto de um desenvolvimento profissional contínuo.

Neste trabalho entendemos a formação da identidade profissional docente como um processo complexo e contínuo e consideramos a compreensão de si como um dos elementos a serem levados em consideração nesse processo.

Para concluir, Sowder (2007) ressalta que esses seis objetivos não são independentes. O conhecimento matemático, por exemplo, para ser útil em sala de aula, não pode ser separado dos conhecimentos pedagógicos. Por outro lado, a deficiência no conhecimento matemático interfere nos conhecimentos pedagógicos. Além disso, constituir conhecimentos a respeito do pensamento das crianças pode afetar a visão dos professores sobre os processos de ensino e de aprendizagem (RODRIGUES, 2015).

Com base em Borko e Putnam (1995), conclui que, para alcançar esses objetivos, não basta simplesmente dizer aos professores o que fazer ou como ensinar de forma diferente. As oportunidades de desenvolvimento profissional, bem-sucedidas,

[...] são aquelas que ajudam o professor a adquirir ou desenvolver novas formas de pensar sobre a aprendizagem, sobre os alunos e sobre o assunto [conteúdo], construindo, assim, uma base de conhecimento profissional que lhes permita ensinar os alunos de forma mais poderosa e significativa (BORKO, PUTNAM, 1995, p. 60 apud SOWDER, 2007, p. 169, tradução nossa).

Em sua ampla revisão bibliográfica, Sowder (2007) buscou identificar os contextos de formação que têm sido apresentados na literatura como favoráveis ao desenvolvimento profissional dos professores de Matemática. Entre os contextos apresentados podemos destacar o estudo de casos.

Os casos têm sido usados em contexto de formação de professores por pelos menos mais de duas décadas (MACGRAW et al., 2007). Historicamente, esses casos têm sido baseados em textos. Nos últimos anos, com os avanços das tecnologias, passou-se a construir os casos multimídia (KOC, PEKER, OSMNOGLU, 2009). Esses casos são constituídos por vídeos de situações de ensino em contexto de sala de aula, agregados a outros recursos, tais como, plano de aula, entrevistas com professores, produção escrita dos alunos, textos de enquadramento teórico, questões problematizadoras, entre outros (CYRINO, 2016).

O principal recurso dos casos multimídia é o vídeo de situações de ensino, que vem sendo apresentado na literatura internacional como um recurso poderoso (OLIVEIRA, CYRINO, 2013), uma vez que proporciona uma representação realista da sala de aula permitindo que os professores em formação (inicial e continuada) visualizem e possam analisar a complexidade e a riqueza de uma sala de aula real como em nenhum outro contexto (MCGRAW et al., 2007; KOC, PEKER, OSMNOGLU, 2009).

No âmbito internacional, encontramos um número crescente de trabalhos que tem investigado as implicações do uso desse recurso em diferentes contextos de formação de professores de Matemática (VAN ES, SHERIN, 2002; MACGRAW et al., 2007; KOC, PEKER, OSMANOGLU, 2009; ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010; LLINARES, VALLS, 2010; CLIMENT et al., 2013; OLIVEIRA, CYRINO, 2013; TOMÁS FERREIRA, OLIVEIRA, CYRINO, 2014). No Brasil, por outro lado, são poucas as pesquisas com tais intencionalidades.

Conforme já mencionado, em Rodrigues *et al.* (2014), encontramos um estudo realizado a partir de um levantamento de pesquisas brasileiras envolvendo a temática “mídia vídeo e a formação de professores”, que teve por objetivo investigar em que contextos de investigação o vídeo tem sido utilizado na formação de professores que ensinam Matemática no Brasil e quais as implicações desse uso na formação de professores que ensinam Matemática.

Nesse estudo, os autores analisaram 10 trabalhos envolvendo a temática mídia vídeo e a formação de professores. Eles concluíram que, no âmbito das pesquisas brasileira, o vídeo tem sido utilizado como recurso tecnológico para viabilizar a comunicação de ideias matemáticas ou a comunicação entre os participantes. Não foram encontradas, no período e contexto investigados (2000-2014), pesquisas em que o vídeo foi utilizado como recurso para viabilizar contextos de formação na perspectiva do desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.

A seguir apresentamos algumas considerações a respeito do uso de casos multimídia na formação inicial de professores de Matemática.

## **1.2 Uso de casos multimídia na formação inicial de professores de Matemática**

O uso de vídeos e outros recursos multimídia tornaram-se cada vez mais frequentes na formação de professores de Matemática, seja ela inicial ou continuada. Conforme mencionado por Oliveira e Cyrino (2013), na formação inicial, esses recursos têm sido usados para compensar a falta de contato com práticas de sala de aula, permitindo que os futuros professores constituam conhecimentos relativos à profissão docente, bem como desenvolvam “[...] capacidades de análise da prática profissional, consideradas relevantes para desenvolver uma perspectiva profissional do ensino” (OLIVEIRA, CYRINO, 2013, p. 221).

Devido à riqueza de detalhes que capturam (KOC, PEKER, OSMNOGLU, 2009), os vídeos permitem que os futuros professores analisem diferentes aspectos da prática do professor, que são considerados relevantes para o seu desenvolvimento profissional (CYRINO, OLIVEIRA, 2016). Como referem Oliveira e Cyrino (2013), ao analisar uma situação de ensino ou de aprendizagem por meio do vídeo, o professor pode direcionar sua atenção para diferentes aspectos como o pensamento matemático dos alunos, o papel do professor, as interações, os discursos de sala de aula, um tópico específico do currículo, assim como aspectos mais amplos relacionados ao conhecimento pedagógico do conteúdo ou a práticas de ensino inovadoras (TOMÁS FERREIRA, OLIVEIRA, CYRINO, 2014).

Os casos multimídia integram ao vídeo outros recursos que permitem que os futuros professores conheçam e reflitam sobre aspectos da prática pedagógica que vão além da sala de aula (OLIVEIRA, CYRINO, 2013): as características e o papel da tarefa proposta, o planejamento da aula, as expectativas e reflexões do professor regente, a escolha de material de ensino, entre outros.

Conforme apontado por Cyrino e Jesus (2014), as tarefas que são propostas em sala de aula assumem um papel importante nos processos de ensino e de aprendizagem, uma vez que elas estão diretamente ligadas à aprendizagem dos alunos (JESUS, 2011).

Ao selecionar e organizar tarefas, o professor precisa ter clareza de que estas vão além dos conteúdos que devem ser mobilizados para sua realização. Elas envolvem processos cognitivos relativos à compreensão, ao estabelecimento de estratégias e procedimentos, e à validação (CYRINO; JESUS, 2014, p 753).

Essas autoras apontam que conhecer e refletir sobre as características e o papel da tarefa proposta em uma situação de ensino, em contextos de formação, permite aos (futuros) professores:

Escolher tarefas adequadas a seus objetivos de ensino; iniciar um processo de ensino que priorize tarefas desafiadoras, nas quais o aluno pode estabelecer conexões com significados ou com ideias e conceitos matemáticos; reconhecer que as tarefas podem expressar mais do que o conteúdo; perceber como as tarefas influenciam o seu ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos; proporcionar um ambiente de aprendizagem durante as aulas de matemática; e perceber qual o impacto de suas ações no processo de ensino e de aprendizagem (CYRINO; JESUS, 2014, p. 754).

Os casos multimídia têm sido considerados na formação inicial para promover o contato com práticas de ensino inovadoras, permitindo que os futuros professores constituam conhecimentos a respeito do planejamento e condução dessas práticas, bem como reflitam sobre suas potencialidades e desafios.

Em Oliveira e Cyrino (2013) encontramos um estudo em que um caso multimídia, denominado “Eleição do delegado da turma”, foi usado em contexto de formação inicial (em Portugal), com a intenção de que os futuros professores constituíssem conhecimentos a respeito de uma perspectiva mais ampla de *inquiry-base teaching*<sup>3</sup> denominada Ensino Exploratório<sup>4</sup>. O caso multimídia usado nesse estudo é constituído por materiais relacionados a uma situação real de ensino desenvolvido em um 7º ano de uma escola de Lisboa - Portugal.

Nesse estudo, as autoras investigaram quais são os conhecimentos que os futuros professores revelam a sobre o Ensino Exploratório após analisar o caso multimídia. Os resultados apontam que, em geral, a exploração do caso multimídia, naquele contexto, permitiu que os futuros professores constituíssem conhecimento acerca dessa perspectiva.

Em suas reflexões escritas, produzidas após a exploração do caso multimídia, os futuros professores apontaram características da tarefa analisada no caso multimídia, relacionando-as aos objetivos da aula, bem como à prática do Ensino Exploratório. Também concluíram que a tarefa por si só não garante a atividade matemática significativa, superando a visão ingênua de que, para ter ensino com qualidade, basta propor boas tarefas (CYRINO, JESUS, 2014). Além disso, reconheceram as principais características

---

<sup>3</sup> Mais informações sobre o *Inquiry-Based teaching* podem ser encontradas no próximo capítulo (Capítulo 2) deste trabalho.

<sup>4</sup> Mais informações sobre o Ensino Exploratório podem ser encontradas no próximo capítulo (Capítulo 2) deste trabalho.

de cada fase da aula<sup>5</sup>, percebendo que se articulam e se complementam mutuamente. Indicaram ações do professor em cada uma das fases, reconhecendo o papel central do diálogo para o processo de aprendizagem e para as interações que ocorrem em sala de aula. Também reconheceram o papel central do aluno e suas ações em cada fase, mesmo o foco de análise do caso multimídia sendo as ações da professora.

Além das principais características do Ensino Exploratório, a exploração do caso multimídia também levou os futuros professores a pensar nos desafios dessa perspectiva.

[...] parece que a maioria dos futuros professores anteciparam muitas das dificuldades que podem surgir. [...] Entre os desafios citados temos: escolha de tarefas apropriadas; gestão de sala de aula (incluindo a comunicação); lidar com as ideias dos estudantes através de questionamentos adequados, não limitando a sua atividade matemática; e, estabelecer conexões entre ideias matemáticas. Deve-se notar que a maioria dos futuros professores foi além da aula gravada em vídeo, que foi analisada, e anteciparam os desafios em um nível mais geral. [...] Ao antecipar desafios, os professores começam a projetar-se no papel do docente enquanto desenvolvem uma visão mais realista deste tipo de ensino, que é de fato complexo (OLIVEIRA; CYRINO, 2013, p. 238, tradução nossa).

Assim como em Oliveira e Cyrino (2013), em Oliveira e Carvalho (2013) um caso multimídia, denominado “Subidas e descidas dos combustíveis”, foi usado em contexto de formação inicial, a fim de que futuras professoras de Matemática constituíssem conhecimentos quanto ao Ensino Exploratório. Nesse estudo, as autoras tiveram por intenção responder as seguintes questões: “Que características do ensino exploratório destacam as professoras? Que relevância atribuem à atividade de planificação do professor neste tipo de ensino? Que aspectos destacam na exploração do caso multimídia que consideram ter contribuído para o seu conhecimento sobre o ensino exploratório?” (p. 413 - 414).

Os resultados apresentados nessa investigação indicam que a exploração do caso multimídia permitiu que as futuras professoras constituíssem conhecimentos a respeito do Ensino Exploratório. Elas identificaram o Ensino Exploratório como uma perspectiva dialógica da aprendizagem da matemática, assumindo que “os alunos podem construir o seu próprio conhecimento através da atividade que realizam, em interação com os colegas e o professor” (OLIVEIRA, CARVALHO, 2013, p. 423).

Em suas reflexões salientaram a importância das interações entre os alunos, identificaram características importantes das tarefas, como: representar um desafio para os alunos; ir ao encontro dos objetivos da aula; contribuir para o desenvolvimento do raciocínio

---

<sup>5</sup> A perspectiva do Ensino Exploratório adotada por Oliveira e Cyrino (2013) assume a aula em quatro fases: Introdução da tarefa, Realização da tarefa pelos alunos, Discussão da tarefa e Sistematização das aprendizagens. Uma discussão a respeito desse tema será feita no Capítulo 2.

e da comunicação matemática; e possibilitar diferentes estratégias de resolução. Também consideram que selecionar e adaptar tarefas, com tais características, é uma atividade exigente para o professor e, como tal, enfatizam a necessidade de uma planificação detalhada dessas aulas. Entretanto, reconhecem que antecipar estratégias e dificuldades dos alunos é atividade imprescindível para uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, entretanto, “um exercício de antecipação difícil” (OLIVEIRA, CARVALHO, 2013, p. 424). Segundo as autoras, esse foi o ponto crucial do trabalho, a complexidade da atividade de planejamento é apontada em vários trabalhos, mas nem sempre é reconhecida pelo (futuro) professor. A partir da exploração do caso multimídia, os futuros professores reconheceram a importância e a complexidade do planejamento para uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Quanto à última questão, as futuras professoras consideram diversos aspectos da exploração do caso multimídia que contribuíram para que desenvolvessem um conhecimento sobre o Ensino Exploratório. Os que mais se destacaram foram a imagem realista de uma aula proporcionada pelo vídeo (MACGRAW et al., 2007), a interação entre pares durante a exploração do caso multimídia e as sínteses e reflexões conjuntas realizadas em cada seção do caso.

Os casos multimídia também têm sido considerados como um recurso potencialmente relevante para viabilizar contextos que proporcionam o desenvolvimento do conhecimento matemático, assim como o conhecimento pedagógico do conteúdo (MACGRAW, et al., 2007).

Em MacGraw, *et al.* (2007), encontramos um estudo em que um caso multimídia denominado “*Making Weighty Decisions*”<sup>6</sup> foi usado no contexto de um grupo formado por matemáticos, professores de Matemática, formadores de professores de Matemática e futuros professores de Matemática, a fim de que, os participantes desenvolvessem conhecimento matemático e conhecimento pedagógico do conteúdo abordado.

Embora o caso não tenha sido usado em contexto de formação inicial, a exploração e a discussão desse caso contribuíram para que os futuros professores desenvolvessem tais conhecimentos, indicando, assim, a possibilidade de que os casos multimídia possam ser utilizados na formação inicial com tais intencionalidades.

Diversos autores têm considerado uma dimensão importante do processo de desenvolvimento profissional que é viabilizada pela utilização de vídeo ou, particularmente,

---

<sup>6</sup> “Tomando Decisões Importantes”

de casos multimídia, que é a capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES, SHERIN, 2002; ALSAWAIE, ALGAHAZO, 2010; CYRINO, OLIVEIRA, 2016).

Van Es e Sherin (2002) destacam que as novas perspectivas para o ensino e a aprendizagem da Matemática e da Ciência exigem que os professores adaptem o ensino a partir das ações que ocorrem em sala de aula, principalmente a partir das ideias levantadas pelos alunos. Desse modo, para o futuro professor conseguir colocar em prática essas perspectivas, é necessário que ele desenvolva a capacidade de analisar interações em sala de aula.

Para Van Es e Sherin (2002) e Alsawaie e Alghazo (2010), a capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula envolve três dimensões: a) identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de ensino, b) interpretar uma situação de ensino com base no que se sabe sobre o contexto; c) estabelecer conexões entre as especificidades da situação de ensino observada e princípios mais amplos de ensino e de aprendizagem.

Alsawaie e Alghazo (2010) consideram que a capacidade de identificar acontecimentos marcantes em uma situação de ensino (primeira dimensão) depende da visão de cada pessoa, a respeito do que é importante no ensino. Elas indicam algumas situações que podem ser consideradas como digna de nota em uma situação de ensino:

- (1) Sinais de compreensão ou confusão dos alunos a respeito de um conceito ou uma ideia.
- (2) Os questionamentos dos alunos que refletem a compreensão ou a falta dela.
- (3) Os sinais e interação aluno-aluno e oportunidades para a entrada do aluno.
- (4) Pensamento e engajamento dos alunos na aula.
- (5) Forma do professor de transmitir uma mensagem aos alunos.
- (6) Forma do professor de introduzir um conceito, uma generalização, ou um algoritmo.
- (7) Forma do professor de lidar com as questões dos alunos.
- (8) Tipo de *feedback* que o professor proporciona aos alunos. (ALSAWAIE, ALGAHAZO, 2010, p. 227, tradução nossa)

A segunda dimensão envolve interpretar o que foi identificado. Segundo Alsawaie e Alghazo (2010), nessa dimensão professores ou futuros professores usam o seu conhecimento sobre o assunto, o contexto observado, o conhecimento pedagógico e o conhecimento sobre o pensamento do aluno para interpretar o que observa. Elas consideram que, para a análise ser útil ao professor, ele deve tentar interpretar os efeitos do que foi observado na aprendizagem dos alunos. Elas consideram que, ao fazer isso, o professor assume postura interpretativa em oposição à postura avaliativa em que os professores tendem a julgar a situação como certa ou errada. Já a terceira dimensão de análise envolve estabelecer conexões entre os aspectos observados e os princípios mais amplos de ensino e aprendizagem,

tais como crenças, concepções, conhecimentos ou aspectos teóricos (ALSAWAIE, ALGAHAZO, 2010; RODRIGUES, 2015).

Rodrigues (2015), a partir das leituras dos trabalhos que abordam a temática “desenvolvimento da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula”, elenca as principais ações do professor ou futuro professor que são associadas às três dimensões do que consiste “reconhecer e interpretar interações em sala de aula”. Essas ações estão apresentadas no Quadro 1.

**Quadro 1:** Ações associadas às dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula.

Dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula	Elementos das dimensões
Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula	Identificar os sujeitos em uma situação de ensino (professor e aluno). Identificar elementos em uma situação de ensino que dizem respeito ao pensamento e aprendizagem dos alunos. Identificar elementos externos à ação em questão, quando existentes, que influenciaram, ou que podem influenciar, no desenvolvimento de uma situação de ensino. Identificar momentos importantes do desenvolvimento de uma situação de ensino.
Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto	Interpretar ações identificadas em uma situação de ensino. Listar possíveis motivos que permitiram que as ações se desenrolassem de uma determinada forma. Propor estratégias de ensino alternativas
Estabelecer conexões entre aspectos observados e princípios mais abrangentes de ensino e aprendizagem	Estabelecer relações entre ações identificadas e interpretadas com elementos de âmbito externo à situação de ensino, a partir das experiências, conhecimentos, crenças etc. Estabelecer relações com aspectos teóricos. Apresentar, a partir dessas relações estabelecidas, indícios de compreensão desses elementos externos e/ou teóricos.

**Fonte:** Rodrigues (2015, p. 46)

Van Es e Sherin (2002) investigaram um grupo de futuros professores de Matemática e Ciências, de um programa de certificação alternativa em uma universidade do Meio-Oeste dos Estados Unidos, que participaram de um programa envolvendo análise de vídeos. A análise se pautou por relatórios de análise de vídeo, entregue pelos futuros professores no início e final do curso. A fim de identificar o desenvolvimento da capacidade

de análise dos futuros professores, Van Es e Sherin (2002) classificaram os apontamentos dos futuros professores em quatro níveis, de acordo com o Quadro 2.

**Quadro 2:** Níveis e características dos apontamentos relacionados à capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula.

Nível	Características predominantes na escrita
1	Descrição em ordem cronológica e com elementos avaliativos que expressam julgamento de valor, tais como, “bom”, “ruim” etc.
2	Mistura de descrição com trechos analíticos e elementos avaliativos que expressam julgamento de valor.
3	Predominantemente analítica e com elementos avaliativos que expressam julgamento de valor.
4	Puramente analítica e interpretativa, apontando possíveis motivos e soluções pedagógicas.

**Fonte:** Autora com referência em Van Es e Sherin (2002, p. 582)

No mesmo período e contexto, as autoras também investigaram o desenvolvimento da capacidade de reconhecer e interpretar interações de sala de aula de um grupo de futuros professores que não participaram da dinâmica de análise de vídeo. Os resultados indicaram que os futuros professores que participaram da dinâmica de análise de vídeo apresentaram um maior desenvolvimento da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula nas três dimensões. As autoras concluíram que o vídeo, nesse contexto, representou um recurso potencial para o desenvolvimento da capacidade de análise da prática profissional, consideradas relevantes para o desenvolvimento profissional do professor.

No mesmo sentido, Alsawaie e Algahazo (2010) investigaram um grupo de futuras professoras de Matemática da Universidade dos Emirados Árabes Unidos que se envolveram em análise e discussão de vídeos de situações de sala de aula. Para analisar o desenvolvimento da capacidade dos futuros professores em reconhecer e interpretar interação de sala de aula, as autoras classificaram as produções dos futuros professores em três níveis, conforme apresentado no Quadro 3.

**Quadro 3:** Níveis relacionados à análise de ensino.

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Identificação de interações em sala de aula	Descrição cronológica	Foco nas ações do professor	Misturam-se ações do professor e dos alunos com foco no pensamento matemático e na aprendizagem dos estudantes.

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Interpretação das interações	Descritiva/nenhuma interpretação	Avaliativa/Julgamento de Valor	Interpretação evidenciando possíveis motivos e oferecimento de alternativas pedagógicas.
Ligação das interações com a visão NCTM	Nenhuma referência	Ligação em nível superficial	Ligação presente que reflete a compreensão dos aspectos teóricos.

**Fonte:** Alsawaie e Alghazo (2010, p.227, tradução nossa)

Os resultados apontam que o vídeo, na perspectiva em que foi adotado, contribuiu para que as futuras professoras desenvolvessem as três dimensões do que consiste em reconhecer e interpretar interações de sala de aula. As autoras concluíram que as análises das futuras professoras que participaram do processo de intervenção se aproximaram mais do último nível do que as análises de um grupo de futuras professoras, também da Universidade dos Emirados Árabes Unidos, que não participaram do processo de intervenção.

Tomás Ferreira, Oliveira e Cyrino (2014) investigaram a exploração de um caso multimídia em contextos de formação inicial a fim de compreender como os futuros professores analisam dois episódios referentes à fase de discussão coletiva da tarefa, no que diz respeito às ações e ao papel da professora protagonista. Elas encontraram elementos das três dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula.

Nos contextos investigados por Tomás Ferreira, Oliveira e Cyrino (2014), o aspecto importante ou digno de nota identificado pelos futuros professores diz respeito às ações da professora protagonista do caso multimídia. Os futuros professores identificaram ações da professora que visam promover a aprendizagem dos alunos e ações que visam gerir as interações entre eles. Eles destacam a estratégia adotada pela professora para comparar as diferentes resoluções apresentadas pelos alunos, realçam a preocupação da professora em assegurar que as resoluções que foram apresentadas sejam compreendidas pelos alunos, apontam o questionamento como uma peça fundamental na promoção da qualidade matemática das apresentações dos alunos, bem como para promover as interações entre os alunos e, de modo implícito, evidenciam o impacto que esses questionamentos têm sobre as aprendizagens dos alunos e nas suas interações.

Segundo as autoras, ao interpretar as ações da professora, são frequentes os julgamentos, entretanto os futuros professores mostram preocupações em justificar suas opiniões e oferecem alternativas pedagógicas. Quanto à terceira dimensão, as autoras apontam que são poucos os futuros professores que estabelecem relações entre os aspectos que observaram e os quadros teóricos trabalhados em aulas anteriores. As relações que ocorreram

foram entre os questionamentos da professora e o modelo de Ainley (1988) para a classificação das perguntas, o que evidencia que os futuros professores compreenderam que as questões da professora têm propósitos diferentes. As autoras apontam que a falta de conexões entre os aspectos observados e princípios mais abrangentes de ensino e de aprendizagem pode ser consequência das questões propostas no caso multimídia: “não era pedido aos futuros professores que relacionassem os aspectos destacados nas situações de ensino retratadas nos episódios com elementos teóricos sobre ensino e aprendizagem da Matemática” (TOMÁS FERREIRA, OLIVEIRA, CYRINO, 2014, p. 509).

Tomás Ferreira, Oliveira e Cyrino (2014) concluem que os futuros professores reconheceram e interpretaram os aspectos centrais da fase de discussão de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, evidenciando que a exploração do caso multimídia pode contribuir para o desenvolvimento da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula.

De modo geral, os casos multimídia na formação inicial são apresentados por pesquisadores como um recurso potencialmente relevante para viabilizar oportunidades de desenvolvimento profissional. Os casos possibilitam o contato com práticas reais de ensino, permitindo ao futuro professor analisar diferentes aspectos de práticas inovadoras que são consideradas complexas e difíceis por muitos professores (CANAVARRO, 2011). Essa análise, atrelada a discussões e reflexões conjuntas, tem favorecido o desenvolvimento dos conhecimentos pedagógicos e matemáticos do futuro professor, bem como o desenvolvimento da capacidade de análise da prática profissional.

No presente trabalho investigamos a utilização de um caso multimídia, denominado “Os colares”, em contexto de formação inicial. De acordo com Cyrino e Oliveira (2016), o ponto de enfoque desse caso são as ações e o papel do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos na prática do Ensino Exploratório.

A ideia é que eles [professores em formação] possam analisar e discutir, à luz de fundamentos teóricos, como um professor organiza uma aula, suas reflexões antes e após essa aula, episódios de sala de aula, a produção escrita dos alunos durante essa aula, para que tenham elementos para organizar a sua própria aula (CYRINO, OLIVEIRA, 2016, p. 26).

Em Rodrigues (2015), é apresentado um estudo que teve por objetivo investigar elementos relacionados à prática pedagógica considerados pelo GEPEFOPEM na elaboração do caso multimídia “Os colares”. Esse autor analisou os significados que foram negociados pelos membros desse grupo durante o processo de elaboração do caso multimídia e identificou elementos da prática pedagógica que se relacionam a três temáticas:

- Planejamento de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório;
- Prática do professor em sala de aula na perspectiva do Ensino Exploratório;
- Análise de práticas pedagógicas.

No Quadro 4, apresentamos os elementos da prática pedagógica que, segundo Rodrigues (2015), foram considerados pelo Gepefopem no processo de elaboração do caso multimídia “Os colares”.

**Quadro 4:** Elementos da prática pedagógica considerados pelo GEPEFOPEM no processo de elaboração do caso multimídia “Os colares” e as temáticas que os agrupam.

<b>Planejamento de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório</b>	<b>Prática do professor em sala de aula na perspectiva do Ensino Exploratório</b>	<b>Análise de práticas pedagógicas</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escolha e análise de tarefas matemáticas;</li> <li>• Inventário de possíveis resoluções dos alunos e estabelecimento de conexões entre elas;</li> <li>• Planejamento da discussão coletiva.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecimento da necessidade de se realizar algum tipo de intervenção;</li> <li>• Reconhecimento dos alunos enquanto “sujeitos cognitivos”;</li> <li>• Reconhecimento de diferentes resoluções para uma mesma tarefa;</li> <li>• Interpretação das resoluções dos alunos;</li> <li>• Questionamento dos alunos quanto às suas resoluções;</li> <li>• Compreensão das produções dos alunos;</li> <li>• Seleção das resoluções que deseja discutir;</li> <li>• Estabelecimento de relações entre as produções dos alunos e representações matemáticas formalizadas;</li> <li>• Identificação das resoluções dos alunos;</li> <li>• Proposição de questionamentos;</li> <li>• Estabelecimento de relação entre o que acontece em sala de aula e o que foi planejado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Constituição de conhecimentos em torno da análise de tarefas matemáticas e diferenças entre atividade e tarefa;</li> <li>• Relação de aspectos da profissão do professor com aspectos teóricos e/ou com prática de professores experientes;</li> <li>• Constituição de conhecimentos em torno do conceito de “sujeito cognitivo”;</li> <li>• Análise orientada;</li> <li>• Reflexão de práticas pedagógicas;</li> <li>• Constituição de conhecimentos do contexto;</li> <li>• Constituição de conhecimentos sobre o Ensino Exploratório;</li> <li>• Identificação de ações do professor;</li> <li>• Identificação de interações em sala de aula (entre professor e aluno e professor e professor);</li> <li>• Identificação das resoluções dos alunos;</li> <li>• Identificação de como a professora lida com as resoluções que os alunos mobilizam;</li> <li>• Identificação de como a professora reconhece que</li> </ul>

Planejamento de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório	Prática do professor em sala de aula na perspectiva do Ensino Exploratório	Análise de práticas pedagógicas
		os alunos compreenderam; <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificação da intencionalidade do professor;</li> <li>• Identificação de conceitos/ideias matemáticas que foram sistematizados;</li> <li>• Proposição de estratégias de ensino alternativas.</li> </ul>

Fonte: Rodrigues (2015, p. 164)

Rodrigues (2015) considera que a exploração do caso multimídia pode viabilizar a constituição de conhecimentos em torno desses elementos que foram considerados pelos membros do Gepefopem.

A partir de uma análise orientada, considerando as intencionalidades do formador por meio das questões propostas, estes professores têm a possibilidade de constituir conhecimentos sobre: **análise de tarefas matemáticas e diferenças entre atividade e tarefa; do conceito de ‘sujeito cognitivo’; do contexto no qual se desenvolveu a aula [...]; sobre o Ensino Exploratório** (p. 169, grifo do autor).

Rodrigues (2015) interpreta que constituir conhecimentos sobre **análise de tarefas matemáticas e diferenças entre atividade e tarefa; o conceito de “sujeito cognitivo”; o contexto no qual se desenvolveu a aula da professora Cristina; e sobre o Ensino Exploratório** pode contribuir para que o professor “modifique suas crenças, conhecimentos e práticas relativas à sua profissão” (RODRIGUES, 2015, p. 170), contribuindo, assim, para o desenvolvimento profissional do professor em formação. Com isso ele conclui que

[...] o trabalho com casos multimídia é potencial para o desenvolvimento profissional dos envolvidos [...] e para promover possíveis mudanças relativas às concepções dos professores que [...] é uma das intencionalidades que o GEPEFOPEM possuía ao constituí-los. Especificamente, a partir dessa mudança, o professor pode passar a reconhecer a **potencialidade de um trabalho pautado na perspectiva de Ensino Exploratório** (RODRIGUES, 2015, p. 170, grifo do autor).

Além disso, Rodrigues (2015) relaciona os elementos da prática pedagógica que foram considerados pelo GEPEFOPEM na elaboração do caso multimídia “Os colares” com as três dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula

(VAN ES, SHERIN, 2002; ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010), indicando que a exploração do caso multimídia “Os colares” também pode contribuir para o desenvolvimento da capacidade de análise de interações de sala de aula.

A partir desses aspectos, neste trabalho investigamos a utilização do caso multimídia “Os colares”, em contexto de formação inicial, com a intenção de identificar indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática.

Como o caso multimídia “Os colares” foi desenvolvido na perspectiva do Ensino Exploratório, no capítulo a seguir apresentamos algumas considerações a respeito dessa perspectiva.

## **2. ENSINO EXPLORATÓRIO**

O Ensino Exploratório tem sido apresentado na literatura como uma perspectiva de ensino que se contrapõe ao ensino direto pautado na transmissão de informações e que privilegia o trabalho com tarefas desafiantes “que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva” (CANAVARRO, 2011, p. 11).

De acordo com Cyrino e Oliveira (2016), o Ensino Exploratório se enquadra em uma perspectiva mais ampla de *inquiry-base teacher*, ou seja, ensino baseado na inquirição. O termo *inquiry-base teacher* tem sido usado na literatura internacional para se referir a práticas de ensino que são centradas nos alunos, nas quais os estudantes “levantam questões, exploram situações e desenvolvem os seus próprios caminhos para chegar às soluções” (MAAß, ARTIGUE, 2013, p. 780, tradução nossa). Em tais práticas são privilegiadas a comunicação, reflexão e colaboração (CHAMPMAN, HEATER, 2010; CYRINO, OLIVEIRA, 2016).

Assim como referem Maaß e Artigue (2013), a ideia de *inquiry* está ligada a um conjunto mais amplo de metas, que vão além da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, e inclui o pensamento matemático, a capacidade de resolver problemas, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, a motivação para aprender, entre outras. Conforme pontuado por Cyrino e Oliveira (2016), essa ideia de *inquiry* está presente no contexto da educação desde os pressupostos de Dewey sobre a aprendizagem e tem “uma forte expressão nas ideias reformistas do currículo preconizadas pelo NCTM (2000)” (CYRINO, OLIVEIRA, 2016).

No Ensino Exploratório, os papéis desempenhados por alunos e professor se diferenciam dos assumidos na perspectiva tradicional de ensino, assim como as tarefas propostas, a organização dos alunos, a dinâmica da aula e as práticas comunicativas. (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013).

Na perspectiva tradicional, o foco está no professor e “assume-se que o aluno aprende ouvindo o que lhe é dito e fazendo exercícios, cujo objetivo é mobilizar os conceitos e técnicas anteriormente explicados e exemplificados pelo professor” (PONTE, 2005, p. 12). Nesse sentido, o aluno assume o papel restrito de prestar atenção ao que o professor diz e, eventualmente, responder às suas questões. Por sua vez, o professor assume o papel de apresentar informações e explicar todos os conceitos e procedimentos (PONTE,

2005). Deste modo, a comunicação é vista como uma ferramenta usada pelo professor com o objetivo de convencer o aluno (MENEZES, et al., 2013).

Em outra direção, no Ensino Exploratório, a aprendizagem é considerada como

[...] um processo simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor) sobrevivendo processos de negociação de significados (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013, p. 31).

Nessa perspectiva, a comunicação é assumida como *interação social*, em que os sujeitos se influenciam por meio da negociação de significados. O foco situa-se nas relações entre os processos de ensino e de aprendizagem, e o papel do professor é o de “organizar situações de ensino a partir do trabalho com tarefas desafiantes, com o objetivo de oportunizar que os alunos se comuniquem e raciocinem matematicamente” (RODRIGUES, 2015, p. 49).

Nesse sentido, no Ensino Exploratório, as tarefas matemáticas que são propostas aos alunos assumem particular importância, uma vez que é a partir delas que a atividade matemática dos alunos se desenvolve (OLIVEIRA, CYRINO, 2013; TOMÁS FERREIRA, OLIVEIRA, CYRINO, 2014; CYRINO, OLIVEIRA, 2016). Conforme apontado por Cyrino e Oliveira (2016), tais tarefas podem ser problemas, tarefas de exploração ou tarefas de investigação, contudo devem ser priorizadas tarefas de elevado nível de demanda cognitiva (STEIN, SMITH, 1998) que são adequadas às características dos alunos, aos objetivos de aprendizagem e prática do Ensino Exploratório.

Cyrino e Oliveira (2016) consideram que, no Ensino Exploratório, as tarefas:

[...] são desafiadoras e partem de uma situação concreta; permitem que os alunos se apoiem na sua experiência para a sua realização, e, portanto, supõem o uso de estratégias variadas com diferentes níveis de sofisticação matemática; estão ancoradas no currículo e; visam à compreensão aprofundada de conceitos matemáticos que tem forte ligação com o conhecimento que os alunos vêm a construir nas aulas. (CYRINO, OLIVEIRA, 2016, p. 23)

Segundo Oliveira, Menezes e Canavarro (2013), uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório pode ser organizada em torno de quatro fases, nomeadamente: (1) Introdução da tarefa; (2) Exploração da tarefa; (3) Discussão da tarefa; e (4) Sistematização das aprendizagens (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013). Alguns autores

(PONTE, 2005) têm considerado as fases de “Discussão da tarefa” e “Sistematização das aprendizagens” como sendo uma única fase, assumindo, assim, uma aula em três momentos.

Na construção dos casos multimídia brasileiros, o Gepefopem adotou a estrutura de quatro fases e renomeou as fases como: (1) Proposição e apresentação da tarefa; (2) Desenvolvimento da tarefa; (3) Discussão coletiva da tarefa; e (4) Sistematização (RODRIGUES, 2015).

A fase de “Proposição e apresentação da tarefa” refere-se ao momento inicial da aula. Nessa fase, cabe ao professor apresentar a tarefa e criar um ambiente em que os alunos a compreendam e se sintam desafiados a trabalhar (MOTA, RODRIGUES, CYRINO, 2015; RODRIGUES, 2015). Cabe também ao professor, nesse momento, organizar o trabalho dos alunos (pares ou pequenos grupos), fornecer material que os auxiliem em seu trabalho, explicitar como se usa tais materiais, esclarecer a dinâmica da aula e negociar o tempo de trabalho para as diferentes fases da aula (CANAVARRO, OLIVEIRA, MENEZES, 2012).

Conforme salientado por Canavarro (2011), o desafio posto ao professor nessa fase é promover a compreensão da tarefa sem reduzir seu nível de demanda cognitiva (STEIN, SMITH, 2009). Isso acontece, por exemplo, quando o professor indica possíveis caminhos para a resolução da tarefa ou dá ênfase em conceitos ou termos do enunciado da tarefa para que os alunos entendam (JESUS, 2011). Para evitar essas situações, o professor pode, conforme encontramos em Menezes et al. (2013), solicitar que os alunos leiam a tarefa, pedir que eles a expliquem com suas próprias palavras e fazer questionamentos a respeito do enunciado da tarefa. Esses autores apontam que, dessa forma, o professor verifica se a tarefa foi corretamente compreendida, ajuda os outros alunos a esclarecer seu próprio entendimento, baseando-se nas interpretações de seus colegas, e promove o desenvolvimento de habilidades de comunicação. Se a tarefa não foi compreendida, o professor pode por meio de questões auxiliá-los na compreensão (MENEZES, et al., 2013).

A segunda fase, “Desenvolvimento da tarefa”, “é o momento em que os alunos trabalham de forma autônoma na tarefa, muitas das vezes discutindo em duplas ou em pequenos grupos” (MOTA, RODRIGUES, CYRINO, 2015, p.3). Nessa fase, cabe ao professor o papel de acompanhar e apoiar o trabalho dos alunos, procurando garantir o desenvolvimento da tarefa sem comprometer a autonomia dos alunos. Para isso, o professor pode fazer perguntas, oferecer sugestões, formas de representações, bem como solicitar justificações quanto à resolução apresentada pelo aluno (MENEZES et al., 2013).

Conforme encontramos em Oliveira, Menezes e Canavarro (2013), nessa fase, o professor deve ficar atento aos comentários e questionamentos feitos aos alunos, para não alterar o nível de demanda cognitiva da tarefa (STEIN, SMITH, 2009) e não “uniformizar as estratégias de resolução dos diversos grupos, a fim de não prejudicar ou mesmo inviabilizar a discussão matemática que se seguirá” (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013, p. 31).

Ainda nessa fase, cabe ao professor selecionar e sequenciar resoluções dos alunos, tendo em conta os objetivos da aula, de modo a promover uma discussão produtiva na próxima fase (CANAVARRO, 2011; STEIN *et al.* 2008; MOTA, RODRIGUES, CYRINO, 2015). Como salientado por Cyrino e Oliveira (2016), para realizar tal ação é necessário que o professor conheça o trabalho realizado pelos alunos nos diferentes grupos.

A terceira fase, “Discussão coletiva da tarefa”, é o momento em que os alunos apresentam as resoluções que foram selecionadas pelo professor. É a fase que mais exige do professor (STEIN *et al.* 2008; CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013), uma vez que a intenção dessa fase vai além da realização um “desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa; o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas” (CANAVARRO, 2011, p. 16).

Conforme apontado em Mota, Rodrigues e Cyrino (2015), nesse sentido, cabe ao professor nessa fase: garantir a qualidade matemática das apresentações, fazendo questionamentos e solicitando justificativas (MENEZES, *et al.*, 2013); promover a participação de todos; orientá-los a reconhecer e validar as estratégias usadas para resolver a tarefa, chamando sua atenção para ideias, estratégias e/ou representações matemáticas particularmente importantes para suas aprendizagens; comparar as diferentes resoluções, assim como analisar o potencial matemático de cada uma delas (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013; CYRINO, TEIXEIRA, 2016).

A quarta e última fase da aula é o momento de sistematizar as aprendizagens que ocorreram durante o trabalho com a tarefa. Conforme apontado por Oliveira, Menezes e Canavarro (2013), essa fase vai além de sintetizar as ideias que surgiram durante a discussão coletiva, cabe ao professor auxiliar os alunos a

[...] reconhecer os conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos, estabelecer conexões com aprendizagens anteriores, e/ou reforçar os aspectos fundamentais dos processos matemáticos transversais como a representação, a resolução de problemas e o raciocínio matemático (p. 34).

Cyrino e Teixeira (2016) ressaltam que, para que as ações da sistematização façam sentido para os alunos ou para que eles não fiquem dispersos após a discussão coletiva da tarefa,

[...] principalmente aqueles que podem considerar que a aula se encerra após a obtenção e discussão de uma resolução para a tarefa, é importante que o professor conscientize os alunos a respeito da relevância da sistematização de conhecimentos matemáticos. Para isso ele pode, por exemplo, destacar que definições, conceitos e ideias introduzidos ou discutidos a partir de uma tarefa podem ser explorados em diversos contextos matemáticos e extra-matemáticos; oportunizando que os alunos reconheçam a importância de regras ou generalizações (2016).

No Ensino Exploratório não há a necessidade de sempre sistematizar um conceito, ideia ou procedimento matemático “novo”. Conforme encontramos em Oliveira e Cyrino (2013), nessa fase “[...] novos conceitos podem surgir ou serem sintetizados e revistos conceitos e procedimentos que os alunos já estão familiarizados, estabelecidas conexões com outros temas ou conceitos, assim como com processos matemáticos transversais” (p. 219, tradução nossa).

Conforme encontramos em Canavarro (2011), a prática do Ensino Exploratório possibilita ao aluno construir seus conhecimentos matemáticos significativos, entretanto, para que isso aconteça, são cruciais o papel e as ações do professor.

O professor assume, nessa perspectiva de ensino, um papel exigente e importante que começa com a seleção, a adaptação ou a elaboração de uma tarefa e envolve o planejamento da aula e o apoio à atividade matemática dos alunos (CANAVARRO, 2011; CYRINO, OLIVEIRA, 2016).

Entre os desafios propostos ao professor na prática do Ensino Exploratório, diversos autores (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2011; RODRIGUES, *et al.* 2016) salientam que o principal é “orquestrar” discussões produtivas (STEIN *et al.*, 2008) em sala de aula a partir das resoluções dos estudantes.

Visando contribuir com a preparação do professor para a fase de discussão coletiva da tarefa, Stein *et al.* (2008) propõem cinco práticas, que os professores podem usar em seu trabalho, para conduzir produtivamente as discussões matemáticas com a sala toda. Essas práticas são: (1) antecipar, (2) monitorar, (3) selecionar, (4) sequenciar (5) estabelecer conexões.

A prática “antecipar” refere-se ao trabalho que o professor faz no planejamento da aula (antes da aula). Nestas práticas, o professor, ao planejar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, além de escolher, adaptar ou elaborar uma tarefa de alto

nível de demanda cognitiva (STEIN, SMITH, 2009), deve se colocar no lugar do aluno e pensar em possíveis estratégias de resoluções, corretas e incorretas, que eles poderão usar (CANAVARRO, 2011). A partir de tais resoluções pensadas, o professor estabelece relações entre elas e entre os diferentes conceitos, ideia ou procedimentos matemáticos que tem por objetivo sistematizar. Além disso, o professor pensa em possíveis encaminhamentos para eventuais dúvidas que os alunos possam ter, além de elencar possíveis questionamentos que podem potencializar as discussões em torno da tarefa.

Canavarro (2011), ao discutir a prática “antecipar”, destaca que ela permite que o professor adquira confiança necessária para explorar todo o potencial da tarefa em sala de aula, assim como “tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática” (p. 114).

A prática “monitorar” refere-se ao trabalho que o professor faz durante o desenvolvimento da tarefa. Tal prática consiste em buscar compreender o pensamento matemático dos alunos, a fim de avaliar o potencial das estratégias ou representações particulares utilizadas para a aprendizagem matemática dos alunos, de acordo com os objetivos da aula. Segundo Stein *et al.* (2008), monitorar os alunos envolve observar atentamente o trabalho que está sendo realizado por eles, as interações que ocorrem entre eles, assim como solicitar justificações para as resoluções e representações utilizadas, a fim de “avaliar a validade matemática das ideias dos alunos, e atribuir um sentido ao pensamento matemático dos alunos, mesmo quando algo está errado” (STEIN *et al.*, 2008, p. 326, tradução nossa).

Canavarro (2011) ressalta que, ao monitorar, o professor consegue perceber as ideias matemáticas que estão surgindo na turma, assim como decidir que aspectos devem ser aprofundados durante a fase de discussão coletiva.

A prática “selecionar” refere-se ao trabalho que o professor faz durante ou ao final da fase de Desenvolvimento da tarefa. Com base nas informações obtidas na prática “monitorar”, o professor seleciona intencionalmente resoluções que possuem ideias, estratégias ou representações que considera importante partilhar com toda a turma, “de modo a proporcionar uma diversidade de ideias matemáticas adequadas aos objetivos da aula” (CANAVARRO, 2011, p. 14).

A prática “sequenciar” consiste em ordenar as resoluções selecionadas na prática anterior, tendo em conta as características dos alunos e os objetivos da aula. Ao sequenciar, os professores podem utilizar vários critérios, tais como, iniciar pelas resoluções que recorrem a representações pictóricas, ou que apresentam erros, para resoluções mais

complexas, com alto nível de sofisticação matemática, ou começar com resoluções que representem casos essencialmente particulares para resoluções que permitem generalização ou vice-versa. Além disso, a professor pode sequenciar as resoluções de modo a facilitar as comparações entre elas. (STEIN, *et al.*, 2008)

Stein *et al.* (2008) apontam que, ao sequenciar as resoluções dos estudantes o professor pode maximizar as chances de objetivos matemáticos serem alcançados na discussão.

A última prática, “estabelecer conexões”, acontece entre a discussão da tarefa e a sistematização das aprendizagens. Nessa prática, o professor convida os alunos a analisar, comparar e confrontar as diferentes resoluções apresentadas, identificando as semelhanças e diferenças entre elas, bem como as potencialidades de cada uma para a tarefa (STEIN, *et al.*, 2008).

As conexões estabelecidas entre as diferentes resoluções dependem dos objetivos da aula. Canavarro (2011) destaca que, se o objetivo da aula é desenvolver a capacidade de resolução de problemas dos alunos, é importante confrontar as diferentes estratégias de resolução (tentativa e erro, utilização de esquema, de desenhos, construção de tabela, gráficos, entre outros), assim como identificar as situações para as quais essas estratégias são adequadas. Por outro lado, se o objetivo da aula é o desenvolvimento da capacidade de raciocínio matemático dos alunos,

[...] é importante que se sintetize o processo realizado desde a criação e/ou análise de evidência que inspira a produção de conjecturas, a apreciação do grau de generalidade dessas conjecturas, o teste e a refutação ou confirmação das conjecturas, a sua justificação matemática e eventual demonstração (CANAVARRO, 2011, p. 16).

Na construção do caso multimídia “Os colares”, uma das ações desenvolvidas pelo Gepefopem foi a elaboração de um *framework* indicando as principais ações que o professor pode desenvolver ao trabalhar com essa perspectiva de ensino.

Esse *framework* foi elaborado com base nas práticas apresentadas por Stein *et al.* (2008), nas fases da aula sugeridas por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) e nos conhecimentos e experiências profissionais dos seus integrantes (RODRIGUES, 2015; CYRINO, TEIXEIRA, 2016). Conforme apontado por Cyrino e Teixeira, 2016 a articulação desses elementos permitiu a elaboração de um *framework*, em termos de ações que o professor pode desenvolver em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

As ações foram propostas no *framework* elaborado pelo Gepefopem, podem ser relacionadas as quatro fases da aula propostas por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012,

p. 255), e as cinco práticas propostas por Stein *et al.* (2008), conforme apresentamos no Quadro 5.

**Quadro 5:** Relações entre as ações propostas no *framework* e as fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

<b>Ação do professor (GEPEFOPEM)</b>	<b>Fase da aula (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012)</b>	<b>Práticas para envolver estudantes nas discussões (STEIN <i>et al.</i>, 2008)</b>
Propor a tarefa	Introdução da tarefa	
Monitorar a resolução da tarefa	Desenvolvimento da tarefa	Monitorar
Selecionar e sequenciar as resoluções para discussão		Selecionar
		Sequenciar
Discutir as resoluções	Discussão da tarefa	Estabelecer conexões entre as respostas dos alunos
Sistematizar as aprendizagens	Sistematização das aprendizagens matemáticas	

**Fonte:** Cyrino e Teixeira (2016, p. 86)

O framework construído pelo Gepefopem norteou a construção dos casos multimídia brasileiros. A seguir apresentamos tal framework.

**Quadro 6:** O framework

<b>Etapas</b>	<b>Ações</b>	<b>Elementos que compõem as ações</b>
<b>Antes da aula</b>	<b>Antecipar</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estabelecer os objetivos específicos da aula.</li> <li>• Escolher/adaptar/elaborar a(s) tarefa(s), considerando: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ os objetivos da aula;</li> <li>▪ a natureza da tarefa, priorizando aquelas de elevado nível de demanda cognitiva;</li> <li>▪ os conhecimentos prévios dos alunos;</li> <li>▪ os recursos disponíveis na escola.</li> </ul> </li> <li>• Resolver a(s) tarefa(s).</li> <li>• Prever possíveis resoluções, dúvidas e erros dos alunos.</li> <li>• Pensar em possíveis questionamentos, orientações ou outros recursos que podem ser sugeridos aos alunos, cuidando para manter o nível de demanda cognitiva.</li> <li>• Estabelecer conexões entre: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ as resoluções previstas;</li> <li>▪ as resoluções previstas e os conhecimentos matemáticos a serem desenvolvidos em sala de aula.</li> </ul> </li> </ul>
<b>Durante a aula</b>	<b>Propor a tarefa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar a tarefa para os alunos.</li> <li>• Explicitar para os alunos a dinâmica para viabilizar a resolução da tarefa: forma de trabalho (grupo ou individual), recursos a serem utilizados, gestão do tempo, organização do ambiente.</li> <li>• Orientar formas de comunicação das resoluções: organização dos registros escritos, seleção e organização de uma resolução a ser socializada.</li> <li>• Distribuir a tarefa para os alunos.</li> </ul>

Etapas	Ações	Elementos que compõem as ações
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Direcionar a leitura da tarefa que pode ser feita pelo professor, pelo aluno individualmente ou para a sala.</li> <li>• Promover a compreensão do enunciado da tarefa.</li> <li>• Fomentar o engajamento dos alunos na discussão e na resolução da tarefa.</li> </ul>
	<b>Monitorar a resolução da tarefa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Questionar, orientar e provocar o aluno quanto à resolução da tarefa.</li> <li>• Promover e mediar a interação entre os alunos.</li> <li>• Manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos.</li> <li>• Solicitar justificações para as resoluções e representações utilizadas (corretas ou não).</li> <li>• Não validar a correção das respostas dos alunos.</li> <li>• Identificar as diferentes resoluções e representações e possíveis conexões entre elas.</li> <li>• Avaliar o potencial das diferentes resoluções para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> <li>• Fazer anotações a respeito das resoluções que têm potencial para promover a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> </ul>
	<b>Selecionar e Sequenciar as resoluções para discussão</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escolher e propor resoluções e representações que têm potencial para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> <li>• Escolher e mobilizar os alunos para a apresentação das resoluções selecionadas.</li> <li>• Sequenciar as apresentações tendo em conta os objetivos da aula e as características dos alunos. Por exemplo: <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Partir de resoluções, corretas ou não, que foram utilizadas pela maioria;</li> <li>2) Partir de uma resolução menos complexa para uma mais complexa.</li> </ol> </li> <li>• Organizar a discussão: decidir se a discussão vai ocorrer após a apresentação de cada resolução selecionada ou após a apresentação de um conjunto de resoluções .</li> </ul>
	<b>Discutir as resoluções</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convidar os alunos para a discussão e promover uma atitude de respeito e interesse pelas diferentes resoluções apresentadas.</li> <li>• Promover e gerir a participação dos alunos nas discussões.</li> <li>• Incentivar os alunos a questionar e buscar possíveis respostas</li> <li>• Solicitar justificações para as resoluções e representações apresentadas.</li> <li>• Evidenciar e discutir equívocos comuns.</li> <li>• Salientar para os alunos a existência de diferentes resoluções para a tarefa.</li> <li>• Introduzir uma resolução particularmente importante, que não foi apresentada pelos alunos, caso necessário, para atingir os objetivos da aula.</li> <li>• Confrontar as diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas.</li> </ul>
	<b>Sistematizar as</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas</li> </ul>

Etapas	Ações	Elementos que compõem as ações
	<b>aprendizagens</b>	resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios e as representações matemáticas formalizadas, com vistas à sistematização. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover o reconhecimento da importância das regras ou generalizações.</li> <li>• Apresentar os conhecimentos matemáticos em uma estrutura organizada.</li> <li>• Incentivar os alunos a registrar os conhecimentos matemáticos sistematizados.</li> </ul>

**Fonte:** (CYRINO, TEIXEIRA, 2016, p. 87)

Neste trabalho, temos por objetivo analisar os conhecimentos mobilizados/constituídos por futuros professores na exploração do caso multimídia que tem como ponto de enfoque as ações e o papel do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos na prática do Ensino Exploratório (CYRINO, OLIVEIRA, 2016). No capítulo a seguir, apresentamos os procedimentos metodológicos adotados no trabalho.

### **3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Na presente pesquisa nos propomos a investigar um contexto de formação inicial de professores de Matemática, viabilizado pela exploração do caso multimídia “Os colares”, a fim de responder a seguinte questão: **“Que indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática podem ser identificados na exploração de um caso multimídia desenvolvido na perspectiva do Ensino Exploratório?”**

Para respondermos à questão de investigação, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Descrever a trajetória de futuros professores na exploração do caso multimídia “Os colares”;
- Analisar os conhecimentos que foram mobilizados/constituídos por futuros professores na exploração do caso multimídia;

#### **3.1 Informações gerais**

Com a intenção de responder nossa questão de investigação, desenvolvemos, no contexto da disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado”, um trabalho usando o caso multimídia “Os colares”.

Essa disciplina compõe a grade curricular obrigatória do quarto ano do curso de Matemática (habilitação: licenciatura) da Universidade Estadual de Londrina (UEL). É uma disciplina de conhecimentos pedagógicos que tem como objetivo discutir questões relacionadas ao currículo de Matemática, à prática de sala de aula, à didática de alguns conteúdos; algumas perspectivas do Ensino de Matemática e, especialmente, a prática do professor concernente à preparação e à condução de aulas e à avaliação da aprendizagem (PASSERINI, 2007).

A opção por tal disciplina ocorreu porque nos anos 2014 e 2015, a professora responsável pela parte teórica dessa disciplina foi a Prof.<sup>a</sup> Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino, que é a orientadora desta dissertação. Além disso, os objetivos dessa disciplina vão ao encontro da principal intencionalidade do caso multimídia “Os colares” que é promover reflexões sobre diferentes elementos da prática pedagógica (RODRIGUES, 2015; CYRINO, 2016).

O caso multimídia usado nesta investigação faz parte de um recurso multimídia que vem sendo elaborado pelo Gepefopem, por meio de um projeto de cooperação entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UL), denominado “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática”.

Esse recurso é constituído por casos multimídia que vêm sendo construídos pelo Gepefopem para serem usados em ambientes de formação (inicial ou continuada) de professores, com a intenção de permitir reflexões sobre diferentes elementos da prática pedagógica e uma possível articulação entre os conhecimentos teóricos e práticos que envolvem o trabalho do professor (RODRIGUES, 2015).

Os casos são construídos a partir de situações de sala de aula desenvolvidas em escolas públicas da Educação Básica no interior do estado do Paraná. Tais situações são conduzidas na perspectiva do Ensino Exploratório por professores experientes.

Os casos são constituídos por materiais relacionados a essas situações de sala de aula, tais como: vídeos com episódios de sala de aula, plano de aula elaborado pelo professor protagonista desses vídeos, entrevistas realizadas com esse professor antes e após a aula, produção escrita dos alunos, textos de apoio, além de questões problematizadoras a serem respondidas por quem está explorando o caso. Conforme apontado por Cyrino e Oliveira (2016), essa diversidade de materiais possibilita ao professor em formação (inicial ou continuada) analisar diferentes aspectos de uma situação real de ensino, na perspectiva do Ensino Exploratório, desde sua preparação e condução até a reflexão que o professor realiza sobre sua prática.

O recurso elaborado pelo Gepefopem é composto, até o momento, de três casos multimídia que recebem os seguintes nomes: “Os colares”, “Plano de telefonia” e “Brigadeiros”. Os materiais que constituem cada um desses casos estão relacionados a aulas desenvolvidas, respectivamente, em um 6º ano do Ensino Fundamental com o tema “regularidades”, em um 1º ano do Ensino Médio com o tema “funções” e em um 9º ano do Ensino Fundamental com o tema “Média Aritmética”<sup>7</sup>.

Os materiais que constituem os casos multimídia estão organizados em uma plataforma *online* que pode ser encontrada no endereço [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br). Para acessá-los é necessário um *login* e uma senha, visto que as imagens e as informações da escola e dos

---

<sup>7</sup>Mais informações sobre os casos multimídia elaborados pelo Gepefopem podem ser encontradas em Cyrino (2016).

alunos da Educação Básica foram autorizadas<sup>8</sup> pelos envolvidos ou pelos responsáveis apenas para fins acadêmicos.


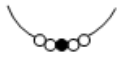
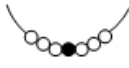
Nesta pesquisa, usamos o caso multimídia “Os colares”, uma vez que, quando iniciamos nosso trabalho esse era o único caso multimídia finalizado pelo Gepefopem. A seguir descreveremos as principais características do caso multimídia “Os colares”.

### 3.1.1 Caso multimídia “Os colares”

O caso multimídia “Os colares” é constituído por materiais relacionados a uma aula desenvolvida em um 6º ano do Ensino Fundamental com o tema “regularidades”. Essa aula, que subsidiou a construção do caso multimídia, aconteceu em uma escola da rede pública do Estado do Paraná, localizada na região periférica da cidade de Apucarana-PR. Ela foi conduzida pela professora Cristina, que, além de professora regente da turma, atualmente é membro do Gepefopem e aluna do doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM da Universidade Estadual de Londrina – UEL.

A aula foi desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório a partir da tarefa “Os colares”, apresentada no Quadro 6. A principal intenção da professora Cristina, ao trabalhar com o tema “regularidades”, foi desenvolver o pensamento algébrico dos alunos (RODRIGUES, 2015).

**Quadro 7:** Tarefa “Os colares”

<b>Tarefa – Os colares</b>				
A Inês fez três colares, com contas pretas e brancas, conforme as figuras 1, 2 e 3.				
 Fig. 1	 Fig. 2	 Fig. 3		
Nº contas do colar	<input style="width: 50px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 30px;" type="text"/>	
1. Indique acima o número total de contas de cada figura.				
2. Continuando esta sequência de colares, quantas contas teriam, no total, o colar				

<sup>8</sup>O projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Londrina.

correspondente à figura seguinte?

3. E quantas contas teriam o colar correspondente à figura 8?

4. Descubra quantas contas teriam, no total, o colar correspondente à figura 19, sem desenhar.

5. Existe algum colar na sequência que tenha 55 contas? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

6. Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.

**Fonte:** Adaptado de PEDRO, I. J. C. R. Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

Conforme pode ser observado na Figura 1, os casos multimídia são estruturados em cinco seções: (1) “Introdução do caso multimídia”, (2) “Antes da aula”, (3) “A aula”, (4) “Reflexões após a aula” e (5) “Colocar em prática”. A análise do caso multimídia deve acontecer percorrendo sequencialmente as cinco seções, que descrevemos a seguir.

Na seção “Introdução do caso multimídia” são apresentadas informações sobre o contexto em que foi desenvolvida a aula que subsidiou a construção do caso multimídia, ou seja, informações sobre a escola, a professora e a turma. Também são apresentadas nesta seção, orientações de como explorar o caso multimídia e os nomes dos seus autores, como mostra a Figura 1.

**Figura 1:** Seção “Introdução do Caso Multimídia”.



**Fonte:** www.rmfp.uel.br

A seção “Antes da aula” representa o início do processo de análise do caso multimídia e está organizada em três subseções: A tarefa (que apresenta a tarefa “Os colares”), Planejamento da aula e Reflexões, como pode ser observado na Figura 2.

**Figura 2:** Seção “Antes da aula”

**Caso Multimídia 1: "Os Colares"**

Introdução do Caso Multimídia | **Antes da aula** | A aula | Reflexão após a aula | Colocar em prática

**A tarefa**

**Planejamento da aula**

Intenções e Finalidades da aula

**Momentos da aula**

Proposição e apresentação da tarefa

Desenvolvimento da tarefa

Discussão coletiva da tarefa

Sistematização

Reflexões

**Proposição e apresentação da tarefa**

Proposição e apresentação da tarefa

1. proposição e apresentação da tarefa.pdf pdf | 84,47 KB

1. Que aspectos a professora dá atenção para garantir a compreensão dessa tarefa?
2. Que elementos a professora leva em consideração para organização do trabalho dos alunos tendo em conta os seus objetivos e as características da turma?

**Fonte:** [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

Na subseção “Planejamento da aula” apresenta-se o plano de aula de aula elaborado pela professora Cristina e excertos de uma entrevista realizada com essa professora, antes de ter sua aula filmada, na qual ela fala sobre suas intenções e o que espera de cada fase da aula. Os excertos dessa entrevista estão organizados de acordo com as temáticas: intenções e finalidades da aula e fases da aula (Proposição e apresentação da tarefa; Desenvolvimento da tarefa; Discussão coletiva da tarefa; Sistematização). Conforme pode ser observado na Figura 2, cada uma dessas temáticas corresponde à subseção de “Momentos da aula” na seção “Antes da aula”.

Cada um dos materiais (tarefa, excertos da entrevista e plano de aula) que compõem a seção “Antes da aula” é acompanhado por questões problematizadoras que devem

ser respondidas por quem está explorando o caso multimídia. Essas questões contribuem para direcionar a análise e promover reflexões a respeito das características da tarefa “Os colares”, dos elementos que compõem o plano de aula elaborado pela professora, da importância de se fazer um planejamento, bem como das características da aula referida pela professora Cristina durante a entrevista.

Na seção “A aula”, são apresentados dez vídeos que trazem episódios da aula desenvolvida pela professora Cristina. Esses vídeos estão organizados em quatro subseções, que correspondem às fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, quais sejam: Proposição e apresentação da tarefa (episódio 1); Desenvolvimento da tarefa (episódios 2, 3, 4, 5, e 6); Discussão coletiva da tarefa (episódios 7, 8 e 9); Sistematização (episódio 10).

**Figura 3:** Seção “A aula”

**Caso Multimídia 1: "Os Colares"**

Introdução do Caso Multimídia | Antes da aula | **A aula** | Reflexão após a aula | Colocar em prática

Proposição e apresentação da tarefa

**Desenvolvimento da tarefa**

Episódio 2

Episódio 3

Episódio 4

Episódio 5

Episódio 6

Produção Escrita dos Alunos

Discussão coletiva da tarefa

Sistematização

**Episódio 2**

Este vídeo é privado.

0:00 YouTube

Descrição Episódio 2.pdf pdf | 91.05 KB

1. Identifique as ações da professora nessa fase da aula.
2. Que estratégia(s) é(são) utilizada(s) pelos alunos?
3. Que questionamento desenvolve a professora para auxiliar o trabalho dos alunos? Comente.

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

Os episódios apresentados em cada subseção, embora correspondam à mesma fase da aula, são independentes. A escolha de qual episódio será analisado fica a cargo do formador.

Como pode ser observado na Figura 3, além dos vídeos, na subseção “Desenvolvimento da tarefa”, são apresentadas as produções escritas dos alunos durante a resolução da tarefa.

Assim como na seção “Antes da aula”, os materiais que compõem a seção “A aula” são acompanhados de um conjunto de questões a serem respondidas por quem está explorando o caso multimídia. Essas questões contribuem para direcionar a análise e promover reflexões sobre as atividades desenvolvidas pelos alunos e pelo professor em cada episódio.

A seção “Reflexões após a aula” é constituída por excertos de uma entrevista realizada com a professora Cristina, gravada em áudio, após o encerramento da aula, na qual ela apresenta suas reflexões sobre a aula filmada. Os excertos foram organizados em subseções, de acordo com as temáticas: a tarefa e suas características, a aula e implicações, conforme pode ser observado na Figura 4.

**Figura 4:** Seção “Reflexão após a aula”

The screenshot shows a web interface for a multimedia case study titled "Caso Multimídia 1: 'Os Colares'". At the top, there are five navigation tabs: "Introdução do Caso Multimídia", "Antes da aula", "A aula", "Reflexão após a aula", and "Colocar em prática". The "Reflexão após a aula" tab is active. On the left, a sidebar lists the sections: "A tarefa e suas características", "A aula", "Proposição e apresentação da tarefa", "Desenvolvimento da tarefa", "Discussão coletiva da tarefa", "Sistematização", "Quadro de referência (framework)", and "Implicações". The main content area is titled "A aula" and contains the following text: "Responda a questão abaixo e depois as específicas para cada fase da aula: proposição e apresentação da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva da tarefa e sistematização." Below this is a numbered question: "1. Tendo em conta suas expectativas iniciais quanto ao desenvolvimento da aula, aponte os principais aspectos que constituiram novidade para você. Que importância você atribui?". A large text input box is provided for the answer. At the bottom of the input box is a blue button labeled "Gravar/Imprimir".

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

Para cada um dos áudios apresentados na seção “Reflexões após a aula”, é proposto um conjunto de questões que possibilita aos professores em formação (inicial ou continuada), que estão explorando o caso, além de analisar a reflexão feita pela professora, refletir sobre alguns aspectos, tais como: O que a professora não considerou na seção antes da aula, o que faria de diferente de Cristina? Quais as implicações de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório para a aprendizagem dos alunos? Quais as principais ações de um professor para cada fase de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório? Quais os principais desafios do professor em uma aula nessa perspectiva?, entre outras indagações.

Nesta seção, também é apresentado um Quadro de Referência, o *Framework*<sup>9</sup> (QUADRO 6). A partir desse quadro, é solicitado que o professor em formação (inicial ou continuada) relacione os elementos que compõem cada uma das seis ações do *Framework* (antecipar; propor; monitorar; selecionar e sequenciar; discutir; sistematizar) com as ações que ele identificou para cada fase da aula.

Na última seção, “Colocar em prática”, é proposto ao professor em formação que está explorando o caso multimídia que desenvolva um trabalho próximo ao que a professora Cristina desenvolveu, ou seja, que escolha/adapte uma tarefa, elabore um plano de aula na perspectiva do Ensino Exploratório, coloque essa aula em prática e a registre em vídeo. Em seguida, é proposto que ele reflita sobre o modo como desenvolveu cada um dos momentos da aula e de que forma esses momentos se relacionam com o plano, assim como sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados pelos alunos e de que forma eles se relacionam com suas ações na aula.

No Apêndice B, apresentamos o resumo da estrutura do caso multimídia “Os colares” (QUADRO 1), bem como as descrições de cada episódio e todas as questões referentes a cada subseção (QUADRO 2).

### 3.2 Contexto Investigado

A primeira vez que usamos o caso multimídia “Os colares”, na disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado”, foi no segundo semestre de 2014, em um processo que denominamos “utilização piloto do caso multimídia Os colares”.

---

<sup>9</sup>Mais informações sobre o *framework* podem ser encontradas em Rodrigues (2015) e em Cyrino e Teixeira (2016).

A utilização piloto do caso multimídia aconteceu em um total de oito encontros, que ocorreram durante as aulas da disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado”, às quintas-feiras, das 19h15min às 22h30min nas dependências da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Participaram desse processo seis futuros professores matriculados nessa disciplina.

O trabalho com os alunos na turma de 2014 nos permitiu aprimorar a exploração do caso e as estratégias de levantamento das informações para o desenvolvimento de nossa pesquisa em 2015.

O trabalho em torno do caso multimídia “Os colares”, que é analisado nesta pesquisa, iniciou-se no primeiro semestre de 2015. Nesse ano a disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado” contou com 10 alunos regularmente matriculados, que concordaram em participar do processo de utilização do caso multimídia “Os colares” e assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido para a pesquisa.

Assim como no processo de utilização piloto do caso multimídia, os encontros aconteceram durante as aulas da disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado” que normalmente ocorre às quintas-feiras, das 19h15min às 22h30min, nas dependências da UEL. Entretanto, no primeiro semestre de 2015, dois encontros aconteceram também às quartas-feiras, das 21h15min às 22h30min.

Para o trabalho em torno da exploração do caso multimídia “Os colares”, foram realizados 12 encontros, sendo dois de 1h15min de duração e os demais, de 3 horas de duração. Durante todo o processo, atuamos como formadora e pesquisadora e, diferente da utilização piloto, contamos com a participação de dois outros pesquisadores: Paulo e Júlio. Ambos os pesquisadores são alunos do PECEM, orientados pela professora Márcia Cyrino e têm a intenção de trabalhar com casos multimídia em suas pesquisas. Eles participaram de todo o processo, com liberdade para intervir nas discussões e na organização do trabalho.

Durante a exploração do caso multimídia “Os colares”, os futuros professores trabalharam em duplas em um único computador<sup>10</sup>, e foram incentivados a fazer a leitura e a interpretação dos materiais de forma autônoma, discutindo com seu parceiro. Acompanhamos todo o trabalho dos futuros professores, orientando-os, auxiliando-os em suas dúvidas.

---

<sup>10</sup> Durante o processo utilizamos os computadores do laboratório de informática do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL).

As principais ideias presentes em cada seção do multimídia foram sistematizadas em discussões coletivas que aconteceram ao término da exploração de cada seção. As discussões coletivas foram organizadas tendo por base as respostas dos futuros professores às questões do caso multimídia. Essas respostas foram enviadas ao nosso *e-mail*, ao final de cada encontro.

Devido ao tempo, a seção “Colocar em prática” não foi explorada em sua totalidade. Solicitamos que os futuros professores, em dupla, que elaborassem um plano de aula na perspectiva do Ensino Exploratório e o apresentassem para discussão nos dois últimos encontros.

No Quadro 8, apresentamos uma síntese de cada um dos encontros com os futuros professores no ano de 2015 e seus respectivos participantes, além dos investigadores.

**Quadro 8:** Descrição dos encontros com os futuros professores

<b>Encontro</b>	<b>Data</b>	<b>Participantes<sup>11</sup></b>	<b>Síntese do encontro</b>
1º	09/04/2015	Cecília Charlene Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Discussão do texto de Ponte (2006): “Números e álgebra no currículo escolar”.  - Introdução da tarefa “Os colares” e das questões referentes a ela.  - Entrega do texto de Matos & Ponte (2008): e de questões norteadoras para o seu estudo.
2º	15/04/2015	Cecília Charlene Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Discussão coletiva do texto de Matos & Ponte (2008).
3º	16/04/2015	Cecília Charlene Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Waldir	- Discussão coletiva e <i>Feedback</i> às respostas das questões sobre a tarefa “Os colares”, realizadas no dia 09/04/2015.  Início do processo de exploração do caso multimídia “Os colares”: - Apresentação do caso e orientação de como explorar o caso (seção “Introdução do caso multimídia”). - Início da seção “Antes da aula”
4º	22/04/2015	Cecília Charlene	- Continuação da exploração da seção “Antes da aula”.

<sup>11</sup> Os nomes apresentados para os futuros professores são fictícios, conforme termo de consentimento por eles assinado (APÊNDICE A)

		Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	
5º	23/04/2015	Cecília Charlene Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Discussão coletiva referente à seção “Antes da aula”. - Início da exploração da seção “A aula”.
29/04/2015 à 23/06/2015: Greve dos servidores da Universidade Estadual de Londrina			
6º	02/07/2015	Cecília Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta	- Leitura da tarefa “Os colares” e da subseção “contexto” da seção “Introdução ao caso multimídia”. - Discussão coletiva dos aspectos analisados pelos futuros professores antes da paralisação por conta da greve. - Continuação da exploração da seção “A aula”.
7º	09/07/2015	Cecília Charlene Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Discussão coletiva referente à seção “a aula” - Início da exploração da seção “reflexão após a aula”
8º	16/07/2015	Cecília Charlene Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Discussão coletiva referente a subseção “A tarefa e suas características” da seção “Reflexão após a aula” que foi explorada no encontro anterior (09/07/2015). - Continuação da exploração da seção “Reflexão após a aula”. - Construção pelos futuros professores de um quadro síntese com as principais ações do professor em cada fase da aula.
9º	23/07/2015	Cecília Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Waldir	- Discussão coletiva sobre semelhanças e diferenças entre Resolução de Problemas e Ensino Exploratório. - Comparação pelos futuros professores do quadro síntese, que elaboraram no encontro do dia 16/07/2015, com o <i>Framework</i> .

10°	30/07/2015	Cecília Charlene Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Discussão coletiva visando sistematizar as principais características do Ensino Exploratório que foram pontos de enfoque durante a discussão.
11°	20/08/2015	Cecília Charlene Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Apresentação e discussão dos planos de aula.
12°	27/08/2015	Cecília Charlene Cláudia Dirce Everton Fabrício Luiza Maya Roberta Waldir	- Apresentação e discussão dos planos de aula. - Encerramento do trabalho.

**Fonte:** A autora

Conforme pode ser observado no Quadro 8, durante o período de 29/04/2015 a 23/06/2015, os servidores da Universidade Estadual de Londrina –UEL estiveram em greve e, por esse motivo nossos encontros foram suspensos nesse período.

Ao retomarmos as atividades, os futuros professores tiveram dificuldades para relembrar aspectos particulares da seção “Antes da aula”. Mesmo fazendo a leitura da tarefa “Os colares” e da subseção “contexto” da seção “Introdução ao caso multimídia” e fazendo uma breve discussão dos aspectos analisados pelos futuros professores antes da paralisação, nós observamos que os futuros professores tiveram dificuldades para relembrar aquilo que consideraram na seção “Antes da aula”, bem como as intencionalidades e justificativas da professora Cristina. Entendemos que esse período de paralisação interferiu no desempenho do trabalho dos alunos e, conseqüentemente, no nosso trabalho.

### 3.3 Instrumentos para coleta de informações

Os instrumentos utilizados para coletar as informações foram os registros escritos dos futuros professores (resolução da tarefa, respostas às questões presentes no caso multimídia, crônicas elaboradas ao final de cada encontro<sup>12</sup>), gravações em áudio das discussões que ocorreram ao longo do trabalho, planos de aula elaborados pelos futuros professores na seção “Passar a prática” e o diário de campo da pesquisadora.

As questões problematizadoras, presentes nas seções do caso multimídia, foram respondidas pelos futuros professores durante a exploração do caso em um espaço que existe em cada subseção do caso multimídia, no qual é possível, após responder as questões, gerar um documento em pdf com as respostas. Esses documentos pdf foram enviados ao nosso *e-mail* no fim de cada encontro.

As respostas dos futuros professores às questões do caso multimídia nos ajudaram a preparar as discussões coletivas que ocorreram no início dos encontros subsequentes ao término de cada seção, assim como permitiu evidenciar os significados produzidos pelos futuros professores a respeito do Ensino Exploratório ao explorar o caso multimídia.

Todos os encontros foram gravados em áudio e alguns episódios foram selecionados e transcritos para a análise.

### 3.4 Estratégias de análise

No próximo capítulo, apresentamos uma descrição da trajetória de exploração do caso multimídia “Os colares”. A partir dessa descrição, identificamos dois pontos de enfoque das discussões, nomeadamente:

- **A tarefa “Os colares” e suas características;**
- **As principais ações do professor em cada fase da aula: Proposição e apresentação da tarefa; Desenvolvimento da tarefa; Discussão coletiva da tarefa; Sistematização.**

A análise das informações foi organizada em torno desses pontos de enfoque, a partir dos quais constituímos cinco unidades de análise, nomeadamente:

---

<sup>12</sup> Como parte da disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado”, em cada encontro, dois futuros professores ficaram responsáveis por escrever uma crônica relatando o que aconteceu durante o encontro. Esse material nos auxiliou na descrição dos encontros (Capítulo 4) e permitiu evidenciar significados produzidos por futuros professores a respeito do Ensino Exploratório.

- **A tarefa “Os colares” e suas características;**
- **As principais ações do professor na fase “Proposição e Apresentação da tarefa”;**
- **As principais ações do professor na fase “Desenvolvimento da tarefa”;**
- **As principais ações do professor na fase “Discussão coletiva da tarefa”;**
- **As principais ações do professor na fase “Sistematização”;**

Para identificação das cinco unidades de análise (uma em torno do ponto de enfoque 1 e as outras quatro em torno do ponto de enfoque 2), fizemos a leitura de todas as produções escritas dos futuros professores (resolução da tarefa, respostas às questões do caso multimídia “Os colares”, crônicas e os planos de aula) e ouvimos todos os áudios, tendo em conta nossa questão de investigação.

Após a identificação das cinco unidades de análise citadas anteriormente, analisamos os conhecimentos, crenças e compreensões mobilizados/constituídos pelos futuros professores em cada uma e associamos tais conhecimentos aos seis objetivos do desenvolvimento profissional propostos por Sowder (2007):

- Visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da matemática;
- Conhecimentos sobre os conceitos matemáticos;
- Compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática;
- Conhecimento pedagógico do conteúdo;
- Compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar;
- Compreensão de si como um professor que ensina Matemática.

Além disso, considerando a importância da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010) no processo de desenvolvimento profissional, buscamos nessa análise identificar elementos das três dimensões associados a essa capacidade:

- Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula;
- Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto;

- Estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem.

Essa análise nos permitiu identificar indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores na exploração do caso multimídia.

Com base em tudo o que foi feito, consideramos que o estudo que realizamos a respeito do desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática se caracteriza como uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo.

---

#### **4. TRAJETÓRIA DOS FUTUROS PROFESSORES NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “OS COLARES”**

Neste capítulo, apresentamos um breve relato do trabalho em torno do caso multimídia “Os colares”, para que o leitor possa conhecer com mais detalhes o processo de exploração do caso que nos permitiu identificar as unidades de análise, e, em seguida, uma discussão em torno do que se tornou ponto de enfoque.

Em Abril de 2015 iniciamos, com os alunos da disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado”, o trabalho em torno do caso multimídia “Os colares”, com a intenção de constituirmos um contexto formativo que oportunizasse aos futuros professores o seu desenvolvimento profissional.

Uma vez que o caso multimídia “Os colares” é constituído por elementos relacionados a uma aula que teve por objetivo principal o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 6º ano, consideramos pertinente discutir com os futuros professores alguns aspectos relacionados a esse tema, antes de iniciarmos a exploração do caso multimídia. Para fomentar tal, discussão selecionamos os textos: “Números e álgebra no currículo escolar” (PONTE, 2006) e “O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano” (MATOS, PONTE, 2008).

No primeiro texto, o autor, com base no NCTM (2000), considera que o pensamento algébrico “diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação” (PONTE, 2006, p.7) e que envolve:

Compreender padrões, relações e funções (Estudo das estruturas); Representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos (Simbolização); Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas (Modelação); Analisar mudança em diversas situações (Estudo da variação) (NCTM, 2000, p. 37).

Nesse texto, o autor tem por objetivo discutir alguns problemas que se colocam atualmente em dois eixos do Ensino de Matemática no currículo de Portugal: Números e Álgebra. Para isso, inicialmente ele apresenta alguns aspectos de natureza histórica e epistemológica sobre cada um dos temas. Em seguida, apresenta as principais dificuldades que alunos enfrentam na passagem da Aritmética para a Álgebra. Por fim, discute os principais problemas do currículo português, no que diz respeito ao campo da Aritmética e

da Álgebra, fazendo uma comparação entre o currículo português e os *Principles and Standards* (NCTM, 2000).

No segundo texto, os autores, com base em Kaput (1999), consideram que o pensamento algébrico “surge quando, através de conjectura e argumentação, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais” (MATOS; PONTE, 2008, p.197). Ainda com base em Kaput (1999), eles apontam cinco tipos de pensamento algébrico:

- (i) Generalização e formalização de padrões e restrições; (ii) manipulação de formalismo, guiada sintaticamente; (iii) o estudo de estruturas abstratas; (iv) o estudo de funções, relações e de variação conjunta; e (v) a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos (MATOS, PONTE, 2008, p.197).

Nesse texto, os autores comentam os diferentes significados que podem ser atribuídos a uma mesma “letra” em matemática e analisa o modo como dois alunos do 8.º ano interpretam a linguagem algébrica e a utilizam na resolução de problemas, antes e depois de uma unidade de ensino com tarefas de caráter exploratório e investigativo envolvendo relações funcionais.

No primeiro encontro (09/04/2015), discutimos o texto de Ponte (2006). Para isso, solicitamos, previamente ao encontro inicial, que os futuros professores estudassem o texto e levassem dúvidas e comentários a seu respeito.

Por ser nosso primeiro contato com os futuros professores, a discussão desse texto foi conduzida pela professora Márcia e teve, como ponto de partida, os apontamentos dos futuros professores quanto ao texto.

O primeiro ponto de discussão foi: O que é Álgebra? O que se estuda em Álgebra? Qual a visão da Álgebra que permeia o contexto escolar? Por que falar em pensamento algébrico? O que é o pensamento algébrico?

A partir da leitura do texto e da intervenção dos formadores, os futuros professores disseram que a Álgebra trabalhada na escola possibilita uma visão de que “saber Álgebra” consiste em saber manipular os símbolos e resolver equações. Contudo, o texto permitiu discutir que a Álgebra envolve muitos outros aspectos, tais como, funções, inequações e estruturas algébricas. Saber Álgebra, ou seja, pensar algebricamente, envolve reconhecer esses diferentes aspectos e saber interpretá-los e usá-los para resolver problemas. Desse modo, com base no texto, os futuros professores destacaram que os “objetivos do estudo da Álgebra, ao nível escolar, é dizer que visa desenvolver o *pensamento algébrico* dos

alunos” (PONTE, 2006, p.7) que inclui a manipulação do símbolo e a resolução de equação, mas que não se restringe a ambos os processos.

Na sequência, fizemos a leitura da parte do texto em que o autor, com base no NCTM (2000), apresenta o que envolve o pensamento algébrico, e observou as capacidades que emergem a partir desse tipo de raciocínio. Márcia chamou atenção que o pensamento algébrico deve ser trabalhado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e citou um exemplo de como isso pode ser feito usando os blocos lógicos.

**Márcia:** Esses são os elementos que, de algum modo, o autor quer chamar a atenção e que colaboram para a construção do pensamento algébrico. Não é só do ponto de vista simbólico. Por exemplo, vocês conhecem os blocos lógicos? Os blocos lógicos têm as pecinhas com formato de triângulo, com formato de quadrado, com formato de círculo e com formato retangular...[..] Na Educação Infantil, os professores propõem que as crianças percebam regularidades, por exemplo, que eles façam uma fileirinha com: um triângulo, um círculo, um quadrado, um triângulo, um círculo, um quadrado... Há um padrão nessa sequência que é: um triângulo, um círculo e um quadrado. Perceber esse padrão e dar continuidade nessa sequência é uma maneira de a criança perceber as relações, perceber os padrões, e isso faz parte do estudo das estruturas. Ele (o autor) não fala só da Estrutura Algébrica, como: corpo, grupo, anel, que vocês estão acostumados a ver. Perceber relações, perceber regularidades é um modo de pensar matematicamente, pensar algebricamente, mesmo sem usar os símbolos. Esse tipo de tarefa ajuda na compreensão do processo de sequenciação, de seriação, que são necessários para a construção do conceito de número. Mas não é só o conceito de número que está em jogo, é uma forma de pensar matematicamente [...] de desenvolver o pensamento algébrico.

(1º encontro, 09/04/2015)

O segundo ponto de discussão do texto desencadeou-se a partir de um exemplo (p.9) no qual o autor busca ilustrar os diversos significados que o símbolo “=” (igual) pode ter no campo da Álgebra. Esse exemplo permitiu discutir alguns aspectos matemáticos, tais como: Qual a diferença entre equação e identidade trigonométrica, o que é uma função de proporcionalidade direta? Quais conteúdos do Ensino Fundamental e Médio podem mobilizar a ideia de proporcionalidade? e Qual a relação entre coeficiente angular da reta, constante de proporcionalidade, taxa de variação, derivada e tangente?.

**Márcia:** [...] e o que é a expressão 3 (se referindo à expressão  $\sin(x) = \cos(x) \tan(x)$ )?

**Maya:** É uma identidade.

**Márcia:** É uma identidade trigonométrica ( $\sin(x) = \cos(x) \tan(x)$ ), assim como  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$  são todas identidades trigonométricas?. Por que falamos identidade? Por que, eu não posso chamá-las de equação?

- Roberta:** Porque é algo que sempre vai ser verdadeiro, não é?  
**Márcia:** E na equação, não é?  
**Everton:** É que na equação o x assume um valor específico.  
**Claudia:** Nesse caso (na identidade), pode variar o valor de x.  
**Márcia:** Pode variar o valor de x. É um ângulo qualquer?  
**Claudia:**  $2k\pi$  com k pertencente aos inteiros.  
**Márcia:** Como?  
**Claudia:** É, a gente usa definir de 0 até  $2\pi + 2k\pi$  com k pertencente aos inteiros, mas não é só isso né?  
**Everton:** É que tem o fato da tangente não estar definida em alguns pontos.  
**Márcia:** Quais mesmo?  
**Everton:**  $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ , com k pertencente aos inteiros.

(1º encontro, 09/04/2015)

Nas interações descritas acima, os futuros professores consideram que os múltiplos pares de  $\pi/2$  não pertencem ao domínio da função representada algebricamente pela expressão  $y=\text{tg}(x)$ , mas não levaram em consideração que os múltiplos ímpares de  $\pi/2$  também não fazem parte do domínio dessa função.

O terceiro ponto de discussão, desencadeado pelo texto, foi a respeito das dificuldades que alguns alunos têm na passagem da Aritmética para a Álgebra. Tal discussão aconteceu a partir da leitura da Figura 5 apresentada no texto, em que o autor resume as principais dificuldades.

**Figura 5:** Dificuldades dos alunos na passagem da Aritmética para a Álgebra

- Dar sentido a uma expressão algébrica;
- Não ver a letra como representando um número;
- Atribuir significado concreto às letras;
- Pensar uma variável com o significado de um número qualquer;
- Passar informação da linguagem natural para a algébrica;
- Compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e =,
- Não distinguir adição aritmética (3+5) da adição algébrica (x+3).

**Fonte:**(PONTE, 2006, p. 10)

Nessa discussão, as futuras professoras Cecília e Luiza relataram, que em uma das regências que realizaram no Estágio Supervisionado do 3ª ano da graduação, elas trabalharam com desenvolvimento do pensamento algébrico com alunos do 7º ano do Ensino

Fundamental e que muitas das dificuldades que foram citadas pelo autor no Quadro 2 também foram manifestadas por seus alunos.

- Cecília:** [...] no ano passado, nós duas [**Cecília e Luiza**] trabalhamos, no estágio, com o pensamento algébrico, com o 7º ano. Isso que ele (Ponte) listou aqui a gente viu muito, muito mesmo.  
[...]
- Luiza:** Eles não conseguiam entender por que era uma letra. Eles não conseguiam ver que letra representava um número. Aí, quando eles entenderam, era o “x”. Nós falamos: “Pode ser outra coisa? “Eles ficavam meio assim, “*E se eu colocar um a? E se eu colocar um coração?*” Eles ficavam meio assim no começo, mas depois eles foram entendendo que aquilo era para representar um número, independente do símbolo que fosse utilizado ia representar um número. Eles entenderam que o número, em cada exercício, era um. Eles achavam que era sempre o mesmo.
- Cecília:** x era 2 no primeiro, então x era dois no segundo também.
- Márcia:** Claro, veja, eu sou a Márcia sentada aqui, se eu sair daqui e sentar ali, vou deixar de ser a Márcia? O que eles pensam tem lógica. [...].
- Cecília:** Sim, aí sempre que a gente perguntava: “*O que eu posso usar aqui para representar?*” [**os alunos respondiam**] “x”. Aí a gente dizia: “Ah, mas vamos mudar, né?” [...] A gente colocou estrela, coração...

(1º encontro, 09/04/2015)

Essa discussão permitiu evidenciar uma das principais dificuldades dos alunos no desenvolvimento do pensamento algébrico: lidar com os diferentes significados de um símbolo.

O texto permitiu, ainda, discutir os objetivos de aprendizagem dos Números e da Álgebra. Para desencadearmos essa discussão, foi feita a leitura dos elementos presentes na Figura 6, em que o autor sintetiza as ideias-chave para a aprendizagem dos Números, segundo os *Principles and Standards* e da Figura 7, em que o autor apresenta os objetivos de aprendizagem da Álgebra, que estão presentes no Currículo Nacional de Portugal (ME-DEB, 2001). A partir dessas leituras, discutimos com os futuros professores a importância de trabalhar, na Educação Básica, com as ideias de dobro, triplo, metade, soma 10, entre outras. Esses aspectos aritméticos auxiliam no desenvolvimento do cálculo mental e no reconhecimento de padrões e regularidades, ou seja, auxiliam no desenvolvimento de aspectos do pensamento algébrico.

**Figura 6:** Ideias-chave para a aprendizagem dos números, segundo os *Principles and Standards*

<p style="text-align: center;"><b>Compreender os números</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• O que são...</li><li>• Como se representam com objetos, dígitos ou em retas numéricas,</li><li>• Como se relacionam uns com os outros,</li><li>• Como fazem parte de sistemas que têm estrutura e propriedades,</li><li>• Como é que se usam número e operações para resolver problemas.</li></ul> <p style="text-align: center;"><b>Desenvolver o sentido do número</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Capacidade de decompor números naturalmente,</li><li>• Usar números particulares como referência, como 100 ou <math>\frac{1}{2}</math>,</li><li>• Usar as relações entre as operações aritméticas para resolver problemas,</li><li>• Compreender o sistema decimal de posição,</li><li>• Estimar,</li><li>• Compreender os números (<i>Make sense of numbers</i>),</li><li>• Reconhecer a grandeza relativa e absoluta dos números.</li></ul> <p style="text-align: center;"><b>Desenvolver a fluência computacional</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Conhecer as tabuadas (adição, subtração, multiplicação e divisão),</li><li>• Usar métodos eficientes e rigorosos para calcular (eventualmente, combinações de estratégias mentais e de papel e lápis),</li><li>• Ser capaz de explicar os seus métodos, compreender que existe sempre uma diversidade de métodos,</li><li>• Ser capaz de estimar e de julgar a razoabilidade dos resultados.</li></ul>
---

Fonte: (PONTE, 2006, p. 14)

**Figura 7:** Objetivos de aprendizagem na área da Álgebra do Currículo Nacional (ME-DEB, 2001)

- A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contexto numérico e geométrico,
- A aptidão para analisar as relações numéricas de uma situação, explicitá-las em linguagem corrente e representá-las através de diferentes processos, incluindo o uso de símbolos,
- A aptidão para interpretar e construir tabelas de valores, gráficos, regras verbais e outros processos que traduzam relações entre variáveis, assim como para passar de umas formas de representação para outras,
- A aptidão para concretizar em casos particulares relações entre variáveis e fórmulas para procurar soluções de equações simples,
- A sensibilidade para entender e usar as noções de correspondência e de transformação em situações concretas diversas.

**Fonte:**(PONTE, 2006, p. 18)

Encerrada a discussão do texto, solicitamos que os futuros professores resolvessem a tarefa “Os colares”. Com a intenção de que eles analisassem a tarefa de forma mais natural possível, sem saber que se tratava de uma tarefa implementada em uma aula do 6º ano do Ensino Fundamental, desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório, optamos por trabalhar com a tarefa sem relacioná-la ao caso multimídia. Para isso, a tarefa foi entregue impressa e, para orientar a análise, entregamos, também impressa, as questões da subseção “A tarefa” da seção “Antes da aula” do caso multimídia “Os colares”. Essas questões foram respondidas individualmente pelos futuros professores, entretanto, durante a análise, eles puderam discutir em pequenos grupos.

No final do primeiro encontro, recolhemos as respostas dos futuros professores, referentes à análise da tarefa “Os colares”, e orientamos o estudo do texto de Matos e Ponte (2008) para o próximo encontro (15/04/2015).

No texto de Matos e Ponte (2008), é apresentado um estudo que tem por objetivo analisar como alunos do 8.º ano “interpretam a linguagem algébrica e a utilizam na resolução de problemas, antes e depois de uma unidade de ensino” (p.197) com tarefas de caráter exploratório e investigativo, envolvendo relações funcionais. Para isso, os autores realizaram dois estudos de caso de alunos do 8º ano que vivenciaram tal unidade de ensino. Um estudo envolveu a aluna Sofia, que tem aproveitamento escolar acima da média e interesse pela Matemática, e o outro estudo envolveu o aluno André, que tem aproveitamento escolar abaixo da média e diz “não gostar” de Matemática.

Devido à quantidade de páginas do artigo, orientamos os futuros professores a centrarem o estudo no “**caso do André**” e, para auxiliá-los, entregamos quatro questões norteadoras, que estão apresentadas no Quadro 9.

**Quadro 9:** Questões sobre o texto de Matos e Ponte (2008)

A partir da leitura do texto de Matos e Ponte (2008) “**O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em aluno do 8º ano**” com atenção particular ao “**caso de André**” (a partir da p. 215), pense nas questões que seguem, de modo a preparar-se para a discussão do texto que será realizada na aula.

1. Qual o objetivo principal deste texto e que importância lhe atribui?
2. Que relações encontra entre as práticas letivas que conhece dos anos finais do Ensino Fundamental e as situações apontadas no texto, particularmente na seção 2, no que se refere às dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de Álgebra?
3. Quais as dificuldades apresentadas por André ao realizar as tarefas:
  - 3.1. “Diferentes uso da linguagem algébrica” – Questão 1 (p.205)
  - 3.2. “O calendário das gêmeas” – Questão 2 (p. 206)
4. Com base no texto, aponte alguns aspectos que considera terem contribuído para a superação de dificuldades inicialmente manifestada por André.

**Fonte:** Notas de aula da professora Hélia Oliveira, da Universidades de Lisboa.

No segundo encontro (15/04/2015), discutimos o texto de Matos e Ponte (2008). Nossas intenções foram, a partir dessa discussão, reforçar alguns aspectos relacionados ao pensamento algébrico que foram discutidos no primeiro encontro (09/04/2015), chamar a atenção dos futuros professores para os diferentes significados que uma mesma letra pode assumir, dependendo do contexto, e analisar um exemplo, “caso do André”, que expressasse a dificuldade que um aluno pode ter ao lidar com esses diferentes significados.

A discussão do texto de Matos e Ponte (2008) foi orientada pelas questões apresentadas no Quadro 9. A partir da primeira questão, discutimos com os futuros professores qual o objetivo principal do texto e quais foram os procedimentos metodológicos adotados pelos autores. Para discutir as respostas da segunda questão, voltamos à seção dois do texto a fim de identificar quais eram as principais dificuldades dos alunos na aprendizagem da Álgebra, que foram referidas pelos autores. Nessa seção, os autores comentam que a interpretação da letra como incógnita é o mais trabalhado no contexto escolar e que a maior dificuldade dos alunos na aprendizagem da álgebra reside na interpretação da letra como variável e na interpretação dos diferentes significados da letra. Ao comparar tais aspectos com suas experiências escolares, os futuros professores reconheceram que de fato a letra como

incógnita é a mais trabalhada e que reflexões sobre os diferentes papéis da letra são usualmente negligenciadas.

Durante toda a discussão foram reforçados os aspectos discutidos no primeiro encontro (09/04/15), no que diz respeito ao pensamento algébrico.

**Márcia** Quando estamos organizando uma aula, temos que pensar e trabalhar com esses diferentes significados. [...] Muitas das vezes, os professores consideram que trabalhar com Álgebra é trabalhar com expressões algébricas, com propriedades, com produtos notáveis. Chamam isso de Álgebra. Para dizer se os alunos entenderam, ou não, temos que trabalhar com esses diferentes aspectos.  
(2º encontro, 15/04/2015)

A partir da seção 2 (p. 197-8), também discutimos o estudo que foi desenvolvido pela equipe do projeto *Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS)*<sup>13</sup>, que buscou identificar os diferentes tipos de respostas apresentadas por alunos, entre 11 e 16 anos, quando confrontados com o uso de símbolos literais. Nesse estudo, foram encontrados seis tipos de significados para as letras: letra avaliada; letra não considerada; letra como objeto; letra como incógnita; letra como número generalizado; letra como variável. Nessa discussão, buscamos exemplos que podem se enquadrar em cada uma dessas categorias.

**Helen:** Vocês conseguem citar um exemplo da “letra avaliada”?

**Everton:** Do texto mesmo, [...], são dadas duas equações para o aluno, aí ele fala assim: ‘*a que só tem um  $a$  de um lado é aritmética e a que tem o  $x$  dos dois lados é algébrica*’. Essa ( $a + 1 = 24$ ) só tem em um dos lados. Acho que é avaliada.

**Paulo:** Por que essa não pode ser considerada (na categoria de letra) como incógnita?

**Everton:** Porque o aluno (André) fez a substituição imediata, e incógnita tem que procurar. Na equação algébrica ( $2x + 3 = 4x - 1$ ) ele não determinou o valor da “letra” só de olhar, como nessa.  
[...]

**Helen:** Percebem que é a partir das respostas dos alunos que temos que classificar...

**Paulo:** Às vezes o aluno não atribui significado para a letra, ou seja, ele não consegue identificar, por exemplo, que, na expressão  $2n$ , o “ $n$ ” pode assumir mais de um valor, ou qualquer valor natural quando essa expressão está representando a generalização dos números pares. Se ele não atribui significado, não posso dizer que ele está interpretando a letra como número generalizado, por exemplo.

(2º encontro, 15/04/2015)

<sup>13</sup> O referido projeto (CSMS) foi coordenado por Kathleen Hart e realizou-se entre 1974 e 1979, na Inglaterra.

As informações analisadas no texto de Matos e Ponte (2008) foram obtidas a partir de duas entrevistas realizadas, individualmente, com cada um dos alunos. A primeira entrevista aconteceu antes de Sofia e André participarem da aplicação de uma unidade de ensino envolvendo os temas: sequência de números, equação do primeiro grau e funções. A segunda entrevista aconteceu após o encerramento da unidade didática. Nessas entrevistas, foram propostas aos alunos diferentes tarefas envolvendo o uso da linguagem algébrica. Os autores selecionaram a resolução de três tarefas, apresentadas nas Figuras 7, 8 e 9 a seguir.

**Figura 8:** Diferentes usos da linguagem algébrica (Tarefa 1)

---

Observa as expressões seguintes e explica, em cada caso, o papel que desempenha cada uma das letras utilizadas:	a) $A = c \times l$ b) $n + 3$ c) $a + 1 = 24$ d) $2x$ e) $a(b + c) = ab + ac$ f) $2x + 3 = 4x - 1$ g) $n^2$
---	--

---

Fonte: Matos e Ponte (2008, p. 205)

**Figura 9:** O calendário das gêmeas (Tarefa 2)

A Joana e a Filipa são gémeas e resolveram começar a coleccionar calendários, formando duas colecções individuais. As duas irmãs gostam de inventar mistérios e de propor a sua resolução aos seus amigos. Por isso, resolveram dizer a todos:



Qual das duas irmãs terá mais calendários na sua colecção? Justifica a tua resposta, apresentando todo o teu raciocínio.

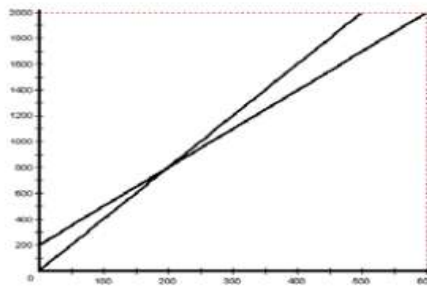
Fonte: Matos e Ponte (2008, p. 206)

**Figura 9:** A corrida de Rita e Miguel (Tarefa 3)

A Rita e o Miguel resolveram fazer uma corrida numa pista de atletismo com 2000 metros. Para tornar a corrida mais justa, o Miguel disse à Rita que a deixaria partir alguns metros à sua frente, afirmando que, mesmo assim, conseguiria vencer.

O gráfico da figura em anexo mostra uma previsão sobre o modo como decorrerá a corrida supondo que:

- O Miguel percorre 4 metros por segundo;
- A Rita percorre 3 metros por segundo e parte com um avanço inicial de 200 metros.



A função  $x \rightarrow 4x$  representa a distância percorrida pelo Miguel ao longo do tempo;

A função  $x \rightarrow 3x + 200$  representa a distância percorrida pela Rita ao longo do tempo.

Em que instante se prevê que se cruzem os dois amigos? Que distância terão percorrido até aí? Justifica a tua resposta.

**Fonte:** Matos e Ponte (2008, p. 207)

Com a intenção de analisar o desenvolvimento dos alunos, a primeira tarefa foi proposta a eles tanto na primeira, quanto na segunda entrevista. A segunda tarefa foi proposta aos alunos na primeira entrevista e a terceira foi proposta na segunda.

A partir da terceira questão norteadora, discutimos quais foram as principais dificuldades apresentadas pelo André na primeira entrevista e o que melhorou na segunda entrevista.

No que diz respeito à primeira entrevista, os futuros professores destacaram que, na Tarefa 1, André associa a letra com incógnita, independentemente do contexto.

**Helen:** Ele [André] reconhece a letra como um número generalizado?

**Luiza:** Não, ele sempre fala que é incógnita.

**Everton:** [...] para ele, colocou a letra “x” não interessa o que venha depois, tem que encontrar o valor de x e chama tudo de incógnita.

(2º encontro, 15/04/2015)

Eles também reconheceram que André interpretava o sinal de “=” como indicador de um procedimento a ser realizado, e por isso tinha dificuldades em aceitar a expressão algébrica “como uma entidade com existência própria, que não carece de fechamento” (MATOS, PONTE, 2008, p. 199).

- Helen:** O que aconteceu no 1º item da questão 1 ( $A = c \times l$ ) ?
- Maya:** Ele sente a necessidade de ter uma resposta, já que tem uma igualdade. Ele quer alguma coisa...
- Everton:** ... numérica.
- Maya:** É. E como só tem letra, para ele não, tem significado.
- Cecília:** Ele acha que se tem um (sinal de) igual, tem que ter alguma operação, [...] tanto que, na expressão:  $2x + 3 = 4x - 1$ , ele fala que não tem sentido, pois, para ele  $2x + 3 = 5x$ .
- Waldir:** Ele queria fazer a mesma coisa que na expressão  $a + 1 = 24$ , ou seja, resolver usando a aritmética.

(2º encontro, 15/04/2015)

Pela fala do Waldir, podemos dizer que, além de identificar a dificuldade do fechamento, ele reconheceu que tal dificuldade é influenciada pelo estudo anterior da Aritmética.

No diz respeito à segunda entrevista, os futuros professores identificaram as mudanças de André e destacaram que, embora ele reconheça a diferença entre letra como número generalizado e letra como incógnita, ele ainda continua se referindo a tudo como incógnita.

- Helen:** O que mudou na segunda entrevista?
- Cecília:** A equação  $2x + 3 = 4x - 1$  ele consegue resolver mecanicamente, mas não sabe justificar os procedimentos.  
[...]
- Helen:** E no item  $a + 1 = 24$ ?
- Cecília:** Ele fala que se fosse só “ $a + 1$ ” o “ $a$ ” poderia assumir qualquer valor. Agora como é  $a + 1 = 24$ , então só tem um valor.
- Márcia:** Ou seja, ele já começa a estabelecer diferenças entre coisas.  
[...]
- Helen:** E o número generalizado?
- Luiza:** Ele consegue perceber que a letra pode assumir mais de um valor.
- Cecília:** Mas ele ainda chama de incógnita.

(2º encontro, 15/04/2015)

A discussão do texto de Matos e Ponte (2008) encerrou-se após analisarmos as dificuldades do André ao resolver as Tarefas 2 e 3. Por conta do tempo, a quarta questão norteadora não foi discutida com os futuros professores.

No terceiro encontro (16/04/2014), continuamos o trabalho com a discussão referente à análise da tarefa “Os colares”. A discussão foi organizada tendo em conta as

respostas que os futuros professores apresentaram às seis questões da subseção “a tarefa” da seção “antes da aula”. Desse modo, antes de iniciarmos a discussão, nós devolvemos aos futuros professores o registro de suas respostas e destinamos 10 minutos para fazerem uma leitura da tarefa e suas respostas.

Ao discutirmos “em que ano/série utilizariam a tarefa “Os colares” e com qual intencionalidade pedagógica”, os futuros professores recorreram às suas estratégias de resolução para justificar suas respostas.

No que diz respeito ao nível de escolaridade, os futuros professores, naquele momento, consideraram que a tarefa “Os colares” poderia ser trabalhada a partir do 7º ano. Para eles, seria possível utilizar a tarefa no 6º ano apenas se os itens cinco e seis fossem retirados.

- Helen:** Em que série vocês trabalhariam essa tarefa e com qual intenção pedagógica?  
**Cecília:** A partir do 7º ano.  
**Maya:** Inteira eu não sei, mas algumas partes dá no 6º ano também.  
**Helen:** No 6º ano?  
**Maya:** É, eu só não sei esse último (item), de escrever uma regra, mas o primeiro e o segundo dá.  
**Márcia:** E se vocês tivessem que fazer uma escolha, essa tarefa do jeito que está, para que série vocês a programariam?  
**Maya:** Sétimo.  
**Dirce:** Sétimo.  
**Helen:** Então vocês acham que no sexto ano eles não conseguem? Alguém discorda?  
**Dirce:** Concordo, acho que generalizar eles não conseguem.  
**Márcia:** Então vocês acham que eles (alunos do 6º ano) não conseguem fazer apenas a generalização.  
**Maya:** Acho que o item 5 ia ficar um pouco...  
**Márcia:** O item 5?  
**Maya:** É, a que tem que fazer o inverso. Mas, se não fosse um número grande, eles poderiam desenhar.  
 [...]

(3º encontro, 16/04/2015)

Quanto à intencionalidade pedagógica, os futuros professores consideraram que a tarefa “Os colares” pode ser utilizada com a intenção de que os alunos percebam a regularidade e o padrão existente entre o número da figura e o número total de contas do colar, assim como para introduzir o conceito de função, de sequência e de progressão aritmética (PA).

Após discutirmos às respostas dos futuros professores a cada um dos itens da tarefa, a discussão seguiu para as respostas dadas às questões da subseção “A tarefa”, respondidas pelos futuros professores no primeiro encontro (09/04/2015).

Discutimos: 1) as ideias matemáticas que podem ser mobilizadas ao resolver a tarefa, 2) quais às estratégias e representações podem ser utilizadas pelos alunos ao resolver a tarefa, 3) que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa, 4) quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos e 5) que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa.

Quanto às potencialidades da tarefa, ao responder essa questão no primeiro encontro (09/04/2015), os futuros professores associaram com aquilo que pode ser abordado a partir dela. Eles consideraram que a tarefa “Os colares” tem potencial para abordar aspectos relacionados ao pensamento algébrico, tais como: padrão, regularidades, sequência, função e particularmente progressão aritmética.

“A tarefa contribui para que o aluno reconheça padrões e desenvolva a habilidade de pensar algebricamente, a partir daí o professor pode iniciar um trabalho com funções, por exemplo.[...]” (Luiza, 1º encontro, 09/04/2015).

Durante a discussão chamamos a atenção para outras características da tarefa “Os colares” que consideramos potenciais, tais como: sua estrutura (constituída por seis questões) que funcionam como “andaimes” que dão suporte para os alunos chegarem à regra.

- Helen:** Tendo em conta o que vocês responderam na questão 5 e tudo o que já discutimos, quais são as potencialidades dessa tarefa que vocês reconhecem agora?
- Márcia:** O jeito que ela está elaborada, permite o quê?
- Everton:** Abordar diferentes conteúdos.
- Helen:** E o que mais?
- Everton:** Relacionar diferentes ideias, por exemplo: função e PA [Progressão aritmética].
- Márcia:** Isso, como fizemos agora pouco, e o que mais? Tem alguma intencionalidade em colocar o item 1, o item 2, o item 3... ? o que está acontecendo de um item para o outro?
- Everton:** Está aumentando (a complexidade) gradativamente
- Márcia:** Está aumentando o grau de complexidade de um item para o outro. [...] Eu não poderia solicitar de início: “*descreva a regra que permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.*” Vocês acham importante terem perguntas anteriores?
- Dirce:** Eu acho que sim, auxilia os alunos a raciocinar, depois, lá no final, que pede a generalização.
- Márcia:** A gente chama isso de processo indutivo. Nós estamos induzindo a criança a diferentes

formas de pensamento. No primeiro item, ela só tem que contar, no segundo [item] pede a próxima figura, e assim por diante. Vai aumentando o grau de complexidade de um item para o outro. O item 6 ficaria muito mais difícil para a criança se não tivessem os itens 1, 2 .. e já fosse direto para o 6.

[...]

**Paulo:** Os itens da tarefa já indicam que o aluno vá pensando em uma regra. Porque no processo de resolução ele vai sentindo necessidade de ter uma regra, e aí, no item seis ele vai ter que descobrir uma. Agora, se apresentamos diretamente uma regra, ele precisa já saber o que é regra para compreender. Então essa é a diferença. A tarefa permite a construção de um conceito novo.

(3º encontro, 16/04/2015)

Também chamamos a atenção para o fato de que a tarefa “Os colares”, embora tenha uma única solução para cada item, possibilita diferentes estratégias de resolução e tipos de registros. Os futuros professores reconheceram que possibilitar diferentes resoluções é potencial para a aprendizagem dos alunos, principalmente quando é feita a articulação entre elas.

Encerramos a discussão coletiva em torno da tarefa “Os colares” destacando que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa. Os futuros professores consideraram que as características dessa tarefa permitem que sejam desenvolvidas perspectivas próximas a da Resolução de Problemas (ONUChic, ALLEVATO, 2011).

Ainda no terceiro encontro (16/04/2015), iniciamos o processo de exploração do caso multimídia “Os colares”. Para isso, apresentamos o que são os chamados casos multimídia, quais são os seus principais elementos e que nossa intenção utiliza-lo é favorecer o contato com uma situação real de ensino desenvolvida em uma perspectiva inovadora. Em seguida, apresentamos a plataforma [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br) e explicamos a dinâmica de exploração do caso multimídia “Os colares”.

A exploração do caso multimídia foi feita em duplas<sup>14</sup>. Durante todo o processo de exploração do caso, os futuros professores foram incentivados a interpretar os materiais de forma autônoma, discutindo com seu parceiro. Acompanhamos todo o trabalho, orientando-os e auxiliando-os em suas dúvidas.

No terceiro encontro (16/04/2015), os futuros professores fizeram a leitura das informações apresentadas na subseção “Contexto” da seção “Introdução ao caso multimídia” e, em seguida, iniciaram a análise da seção “Antes da aula”. Nessa seção, foram

---

<sup>14</sup> Como a regência do Estágio Supervisionado obrigatório (TEIXEIRA, 2009; 2013) também é realizada em duplas, neste trabalho orientamos os futuros professores a seguirem nas mesmas duplas.

analisados os excertos da entrevista realizada com a professora Cristina antes de ter sua aula filmada e o seu plano de aula.

Devido ao tempo, no terceiro encontro (16/04/2015), foi analisada apenas a subseção “Intenção e finalidade da aula”. A análise da seção “Antes da aula” foi concluída no quarto encontro (22/04/2015).

Ao fim do quarto encontro, assim como no terceiro, os futuros professores enviaram as respostas das questões referentes à seção “Antes da aula” para o nosso e-mail. Essas respostas nos auxiliaram no preparo da discussão coletiva referente à seção “Antes da aula” que realizamos no quinto encontro (23/04/2015).

Nesse encontro realizamos a discussão coletiva referente à seção “Antes da aula” e iniciamos a exploração da seção “A aula”. A discussão referente à seção “Antes da aula” foi orientada pelas questões do caso multimídia. Para cada questão, selecionamos respostas dos futuros professores que contemplavam aspectos que gostaríamos de discutir. Essas respostas foram apresentadas e discutidas com os futuros professores.

Começamos a discussão relembando alguns aspectos do contexto em que a aula, que deu origem ao caso multimídia “Os colares”, foi desenvolvida. Em seguida, discutimos características da aula referida pela professora Cristina durante a entrevista e as potencialidades da tarefa que ela reconheceu durante a entrevista.

Tendo em conta isso, discutimos como poderia ser organizado o plano de aula, ou melhor, que elementos deveriam conter esse plano de aula. Com base no plano de aula da professora e em suas experiências com a elaboração dos planos de aula para o estágio, os futuros professores consideraram os seguintes elementos: conteúdo estruturante e específico; nível de escolaridade; quantidade de aula; objetivos gerais e específicos; justificativa do tema; estratégia metodológica (dinâmica da aula); a tarefa; possíveis resoluções; possíveis questionamentos e dúvidas dos alunos; possíveis encaminhamentos para tais dúvidas; e sistematização.

Em seguida, discutimos as questões referentes à fala da professora Cristina a respeito de cada uma das fases da aula. O modo como o caso multimídia foi organizado potencializou o reconhecimento pelos futuros professores de que a aula da professora estava organizada em quatro fases.

**Helen:** Olhando para o multimídia, podemos dizer em quantas fases essa aula foi pensada?  
(silêncio)

Quando entramos na subseção “Fases da aula”, essa subseção está dividida em quantos itens?

- Cecília:** Em quatro.
- Helen:** Então essa aula foi pensada, organizada em quantas fases?
- Cecília:** Em quatro?
- Helen:** Sim, em 4 fases. Quais são elas?
- Maya:** (Faz a leitura) Proposição e apresentação da tarefa, Desenvolvimento da tarefa, Discussão coletiva da tarefa e Sistematização.
- Helen:** Isso, essa aula foi pensada e organizada nessas quatro fases, que recebem os nomes: Proposição e apresentação da tarefa, Desenvolvimento da tarefa, Discussão coletiva da tarefa e Sistematização. [...] O que distingue uma fase da outra? O que muda de uma para a outra?
- Everton:** Muda o que é feito.
- Helen:** Mudam as ações do professor e mudam as ações dos alunos. É isso que caracteriza a mudança de uma fase para a outra.

(5º encontro, 23/04/2015)

Nesse momento, não utilizamos a expressão “Ensino Exploratório” para caracterizar a aula desenvolvida pela professora Cristina. Nossa principal intenção foi a de que as principais características dessa perspectiva fossem sendo construídas com a exploração do caso multimídia “Os colares”. Tal expressão só foi apresentada aos futuros professores no início da exploração da seção “Reflexão após a aula”. Nesse momento, chamamos a atenção dos futuros professores para uma característica marcante do Ensino Exploratório, que são as quatro fases da aula. Com base nas falas da professora Cristina e em suas experiências com o estágio de regência, os futuros professores puderam caracterizar o que foi feito em cada uma das fases e identificar possíveis ações da professora em cada fase.

Nessa discussão abordamos como a professora Cristina planejou fazer a organização dos grupos, o que pretendia fazer para tentar garantir a compreensão da tarefa, o que esperava dos alunos (quais suas possíveis dúvidas, quais estratégias eles poderiam usar e se conseguiriam ou não fazer todos os itens da tarefa), como seria organizada a discussão coletiva, o que poderia ser sistematizado, bem como a importância das fases de discussão coletiva e sistematização para a aprendizagem dos alunos. Também analisamos o plano de aula elaborado pela professora Cristina e discutimos a importância de se pensar em possíveis resoluções e possíveis dúvidas dos alunos.

No fim do quinto encontro (23/04/2015), iniciamos a análise da seção “A aula”. Selecionamos os episódios 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9 e 10 para serem analisados, bem como a produção escrita dos alunos (resoluções da tarefa). Os episódios 2 e 5, referentes à fase de Desenvolvimento da tarefa, não foram selecionados, pois as ações da professora nesses episódios foram contempladas nos demais. Entretanto, recomendamos que os futuros

professores assistissem ao episódio 2, pois ajudaria a entender a estratégia usada pelos alunos no episódio 3.

Nesse encontro os futuros professores analisaram os episódios 1, 3 e 4. A análise da seção “A aula” só foi concluída no sexto encontro, aconteceu apenas em 02 de Julho de 2015, uma vez que no período de 29/04/2015 a 23/06/2015 os servidores da Universidade Estadual de Londrina – UEL estavam em greve.

Devido ao longo período entre o quinto e o sexto encontro, consideramos relevante retomarmos algumas informações antes de continuarmos a análise do caso multimídia. Deste modo, orientamos os futuros professores a fazerem a leitura da tarefa “Os colares”, do plano de aula da professora Cristina, e a assistir aos episódios já analisados no quinto encontro (23/04/2015), antes de continuar a análise dos demais episódios.

Os episódios selecionados foram analisados sequencialmente. Entre os episódios 6 e 7 foram analisadas as produções escritas dos alunos. Ao fim do sexto encontro, assim como no quinto, os futuros professores enviaram as respostas das questões referentes à seção “A aula” para nosso e-mail. Essas respostas nos auxiliaram no preparo da discussão coletiva referente à seção “A aula”, que realizamos no sétimo encontro (09/07/2015).

Na seção “A aula”, assim como nas demais, as discussões foram orientadas pelas respostas às questões propostas no caso multimídia. Para a discussão coletiva, selecionamos respostas dos futuros professores que contemplavam aspectos distintos.

Nossa principal intenção foi oferecer a oportunidade de os futuros professores construírem um inventário de ideias a respeito das principais ações do professor para cada fase de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Desse modo, buscamos promover um contexto em que os futuros professores identificassem as principais ações da professora Cristina, refletissem sobre a importância dessas ações para a aprendizagem dos alunos, bem como pensassem em outras ações que se diferenciavam, ou não, para além do que a professora Cristina fez.

Discutir as ações da professora Cristina em cada fase da aula permitiu a mobilização de reflexões sobre as estratégias adotadas pelos alunos durante a resolução da tarefa e a importância de cada fase da aula. Também permitiu que os futuros professores fizessem comparações entre suas práticas do estágio de regência com a prática da professora Cristina. Essa comparação foi bem forte durante toda a discussão. Por exemplo, ao falarmos da ação da professora Cristina frente a um grupo que apresenta dificuldades em resolver a tarefa, a futura professora Claudia usou sua experiência de estágio para sugerir uma possível ação distinta da utilizada pela professora.

**Cláudia:** Na nossa oficina, a gente tinha uma parte que era para somar duas frações com denominadores diferentes, só que era do tipo  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ . Eles (alunos) não conseguiam de jeito algum pensar em algo para fazer aquilo. A gente questionou, questionou e nada! Aí sugerimos que eles fizessem um desenho. [...] É um jeito de ajudá-los.  
(7º encontro, 09/07/2015)

A discussão referente à seção “A aula” seguiu episódio a episódio. No fim de cada fase da aula, sistematizamos as principais ações da professora Cristina que foram elencadas durante a discussão. Em seguida, demos início a análise a seção “Reflexão após a aula”.

Por conta do tempo, no sétimo encontro (09/07/2015), os futuros professores analisaram apenas a subseção “A tarefa e suas características”. O oitavo encontro (16/07/2015) foi dividido em dois momentos. Inicialmente fizemos uma discussão coletiva referente à subseção “A tarefa e suas características”, explorada no encontro anterior. Posteriormente, os futuros professores deram continuidade à exploração da seção “Reflexão após a aula”.

Na discussão referente à subseção “A tarefa e suas características” foi a primeira vez em que apresentamos o termo “Ensino Exploratório”. Nessa subseção são apresentados trechos de uma entrevista realizada com a professora Cristina após o encerramento da aula, nos quais ela apresenta algumas reflexões quanto à escolha da tarefa “Os colares”. Além da análise do áudio, são propostas três questões para serem respondidas. A primeira diz respeito aos apontamentos da professora Cristina sobre a escolha da tarefa, a segunda questão é sobre as potencialidades da tarefa e a terceira solicita que os futuros professores apontem e expliquem quais são as características mais importantes de uma tarefa matemática para uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Por ser a primeira vez que tal expressão foi usada, ficamos esperando que, durante a análise da subseção “A tarefa e suas características” os futuros professores fossem questionar o que seria uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Contudo, isso não aconteceu. Desse modo, durante a discussão chamamos a atenção para tal expressão e apresentamos o Ensino Exploratório como uma perspectiva de ensino que orientou a aula desenvolvida pela professora Cristina.

**Helen:** Tem alguma coisa diferente nessa questão? Alguma coisa de que vocês nunca ouviram falar?

- Maya:** Ensino Exploratório?
- Helen:** O que é Ensino Exploratório? Eu estava esperando essa pergunta desde a aula passada, mas ninguém perguntou. O que vocês entendem por Ensino Exploratório?
- Maya:** Algo parecido com Resolução de problemas.
- Helen:** É isso que acabamos de assistir. A aula da professora Cristina foi desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório. Essa aula, dividida em quatro fases, desenvolvida a partir de uma tarefa, que é proposta aos alunos, tem lá as quatro fases...Quais que eram as quatro fases mesmo? Não precisa falar o nome exato.
- Cecília:** Entrega da tarefa, resolução da tarefa, depois a discussão e a sistematização.
- Helen:** Ou seja, Proposição e apresentação da tarefa, Desenvolvimento da tarefa, Discussão coletiva da tarefa e a Sistematização. Todas aquelas ações da professora que listamos de cada fase, as principais características que vimos semana passada, caracterizam o que chamamos de Ensino Exploratório. É uma perspectiva de ensino, como a Resolução de Problema [...], a Investigação Matemática [...].

(8º encontro, 16/07/2015)

Ao apresentamos a perspectiva do Ensino Exploratório, a primeira questão que surgiu foi: “Qual a diferença entre o Ensino Exploratório e o ensino *através* da Resolução de Problemas?”.

No oitavo encontro (16/07/2015), optamos por não entrarmos nessa discussão, uma vez que não tínhamos sistematizado as principais características do Ensino Exploratório, mas prometemos que voltaríamos a ela quando encerrássemos a exploração do caso multimídia. Para isso, solicitamos que os futuros professores lessem o texto de Onuchic e Allevato (2011) e buscassem aproximações e distanciamentos entre o que é apontado no texto e o que tinham observado da aula da professora Cristina até aquele momento. A escolha desse texto foi sugestão dos futuros professores, eles alegaram que tal texto tinha sido usado no preparo das oficinas do Estágio Eupervisionado I, realizado durante o 3º ano da graduação (2014). Ainda no oitavo encontro (16/07/2015), os futuros professores deram continuidade à análise da seção “Reflexão após a aula”, analisando a subseção “A aula”.

Conforme apresentado na descrição do caso multimídia “Os colares” (Capítulo 3), além desses excertos da entrevista pós-aula realizada com a professora Cristina, na seção “Reflexão após a aula”, também é apresentado um *Framework*<sup>15</sup> (QUADRO 6) e solicitado que o professor em formação (inicial ou continuada) relacione os elementos que compõem cada uma das seis ações do *Framework* (antecipar; propor; monitorar; selecionar e sequenciar; discutir; sistematizar) com as ações que ele identificou para cada fase da aula durante a exploração do caso multimídia. Para facilitar essa comparação, durante a análise da

---

<sup>15</sup> Mais informações sobre o *framework* podem ser encontradas em Rodrigues (2015) e em Cyrino e Teixeira (2016).

subseção “A aula”, orientamos os futuros professores a construírem um quadro, indicando as principais ações de um professor para cada fase de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

O nono encontro aconteceu em 23 de Julho de 2015. Nesse encontro, a nossa intenção inicial era realizar uma breve discussão das reflexões apontadas pela professora Cristina, quanto às fases da aula, em seguida, solicitar aos futuros professores que comparassem o quadro que construíram com o *Framework* e apresentassem as semelhanças e diferenças encontradas.

Contudo, ao chegarmos à sala de aula, percebemos que os futuros professores estavam bastante apreensivos quanto à comparação entre o Ensino Exploratório e a Resolução de Problemas. Antes mesmo de iniciarmos o encontro, alguns dos futuros professores começaram a discutir entre si se havia ou não diferença entre as duas perspectivas.

A Resolução de Problemas é a perspectiva adotada pela maioria dos futuros professores nas regências do Estágio Supervisionado. Isso permitiu que os futuros professores comparassem suas práticas com a prática da professora Cristina e buscassem relações entre elas. Eles concluíram que muitas das ações da professora Cristina também estiveram presentes em suas práticas, isso levou-os a questionar as diferenças entre as duas perspectivas.

Embora nosso objetivo, não fosse estabelecer semelhanças e diferença entre o Ensino Exploratório e a Resolução de Problema, frente a essa situação, consideramos relevante e necessário conversar a respeito das aproximações e distanciamentos entre essas duas perspectivas de ensino.

Inicialmente deixamos que os futuros professores apontassem quais eram as suas conclusões. A maioria dos futuros professores alegou não ter encontrado diferença entre a prática da professora Cristina e a sua prática no estágio. Para a futura professora Dirce, a diferença está na discussão coletiva que é mais “intensa” no Ensino Exploratório do que na Resolução de Problemas. Para outros, a diferença está na tarefa. No entanto, nenhum dos futuros professores conseguiu argumentar sobre tais diferenças.

Como ainda não tínhamos sistematizado as ações de um professor para cada fase de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, nessa discussão nos focamos em dois pontos: as características da tarefa/problema e o que é sistematizado/formalizado nas duas perspectivas.

Começamos pelas características das tarefas. Inicialmente buscamos compreender o que os futuros professores entendiam por problema e, a partir dessa

concepção, apresentamos o que consideramos como problema, tarefa de investigação e tarefa de exploração.

Quanto às características da tarefa de investigação, foi consenso que são aquelas cujo enunciado indica “situações mais abertas – a questão não está bem definida à partida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição” (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2009, p. 23). Ao longo da discussão, colamos em evidência o fato de que é possível sistematizar ideias, procedimento ou conceito matemático a partir de uma tarefa de investigação e, portanto, é possível trabalhar na perspectiva do Ensino Exploratório com tarefas de investigação.

**Helen:** E se eu tivesse a seguinte tarefa: (escreve no quadro)

**O que têm em comum?**<sup>16</sup>

- **Calcula**

$2^3 - 2$   
 $3^3 - 3$   
 $4^3 - 4$   
 $5^3 - 5$   
 ...
- **Investiga características comuns aos números que se obtêm através deste processo.**

Essa tarefa é um problema?

**Dirce:** Não, é uma tarefa de investigação.

[...]

**Cecília:** É uma tarefa aberta, uma tarefa de investigação...

**Helen:** [...] Vocês usariam em uma aula na perspectiva da Resolução de Problemas?

**Everton:** Não, seria para uma aula de investigação.

**Paulo:** Mas, por que não?

**Everton:** Não dá para sistematizar um conteúdo.

[...]

**Helen:** Vocês acham que não dá para sistematizar nada com essa tarefa? Vamos resolver primeiro, para ver o que conseguimos concluir [...].

**(Após a resolução e discussão da tarefa)**

[...]

**Paulo:** No Ensino Exploratório, eu poderia propor essa tarefa, sendo ela uma tarefa de investigação?

**Luiza:** Não sei por que (no Ensino Exploratório) tem que ter uma sistematização... E, na investigação, não é uma sistematização, é uma retomada de ideias: posso trabalhar isso, posso trabalhar aquilo... Mas não é uma sistematização. [...] Com essa tarefa... eu não sei, e se não apreço aquilo que quero sistematizar?

**Paulo:** [...] Mas você pode sistematizar coisas a partir dessa tarefa?

<sup>16</sup> Tarefa retirada de: PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigação Matemáticas na Sala de Aula. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, 160 p.

- Luiza:** Acho que sim...
- Paulo:** Tipo o quê?
- Luiza:** A regra...
- Paulo:** Qual regra?
- Luiza:** Que a gente concluiu com a tarefa: *Dados 3 números consecutivos eu sempre tenho um número par e um número múltiplo de 3* ou então que os resultados são sempre múltiplos de 2 e de 3, portanto, são múltiplos de 6...
- Paulo:** Então eu posso trabalhar com essa tarefa na perspectiva do Ensino Exploratório?  
[...]
- Luiza:** Sim, mas eu corro o risco de não aparecer o que eu quero sistematizar...
- Helen:** Sim, mas é possível?
- Everton:** Sim  
[..]
- Paulo:** Então veja, eu não preciso ter a definição de um novo conteúdo ou procedimento para ter uma sistematização, é possível sistematizar uma ideia matemática, por exemplo, a ideia de regra. Então, dependendo do objetivo do professor, é possível propor tarefas de investigação em aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.

(9º encontro, 23/07/2015)

Quanto às características de um problema, consideramos, naquele momento, que um problema é toda tarefa cujo enunciado indica uma situação em que o aluno tem que apresentar uma resposta única, cabendo a ele buscar uma “estratégia” para resolvê-la. Conforme pode ser observado nas interações a seguir, tal concepção se aproxima daquilo que os futuros professores consideram como problema.

- Helen:** [...] No Ensino Exploratório nós chamamos de tarefa, na Resolução de Problema chamam de problemas. É a mesma coisa?
- Luiza:** Não
- Helen:** Qual é a diferença?
- Luiza:** A tarefa é o que está escrito aqui, agora se aquilo vai ser um problema ou não para o aluno eu não sei. Porque um problema é aquilo que o aluno não sabe de imediato a resposta, mas também não é aquela coisa que ele nunca vai conseguir resolver, que ele não sabe nem por onde começar.  
[...]
- Helen:** Então a tarefa é a proposta e se vai ou não ser um problema depende do sujeito? Depende do aluno? O que a Onuchic e Allevato (2011) considera como problema?
- Cecília:** É mais ou menos o que a Luiza falou.
- Dirce:** É um ponto de partida.
- Cecília:** Tem a questão dele não ser resolvido de imediato.
- Everton:** Por exemplo, para nós a tarefa “Os colares” não seria um problema, [...] já para os alunos do 6º ano é um problema. Eles conseguiram resolver, mas não de imediato.  
[...]
- Dirce:** Eu acho que a tarefa “Os colares” é um problema. Não sei para os demais, mas para mim o problema é qualquer tarefa que não tenha um método já memorizado para resolver aquilo. Por exemplo, em uma tarefa que tem que resolver uma equação do segundo grau, para o aluno que sabe o procedimento não será um problema, mas para o aluno que não conhece a fórmula resolutive aquela tarefa é um problema.
- Helen:** Então problema é qualquer tarefa que o aluno não tenha algo memorizado?

**Dirce:** Sim, que ele (aluno) não tenha a percepção que tem um método específico para resolver aquilo.

[...]

**Luiza:** Mas que ele (aluno) tenha condições de resolver. Não consegue de imediato, mas ele vai criando estratégias, testando uma coisa e outra e consegue resolver.

[...]

(9º encontro, 23/07/2015)

Para finalizar a discussão em torno das características de uma tarefa proposta em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, nós apresentamos nossa concepção de tarefa de exploração, como sendo aquelas que apresentam uma estrutura bem definida de questões articuladas (geralmente com grau crescente de complexidade), que suportam o aluno na constituição de um conceito, procedimento ou ideia matemática, por exemplo, a tarefa “Os colares”. Além disso, com base em Cyrino e Oliveira (2016), destacamos que no Ensino Exploratório é possível trabalhar com essas três naturezas de tarefas, desde que possuam algumas destas características:

[...] são desafiadoras e partem de uma situação concreta; permitem que os alunos se apoiem na sua experiência para a sua realização, e, portanto, supõem o uso de estratégias variadas com diferentes níveis de sofisticação matemática; estão ancoradas no currículo e visam à compreensão aprofundada de conceitos matemáticos que têm forte ligação com o conhecimento que os alunos vêm a construir nas aulas. (CYRINO, OLIVEIRA, 2016, p.)

Ao longo da discussão, chamamos a atenção dos futuros professores para o fato de que tais preocupações, quanto às características da tarefa, não são encontradas no texto da Onuchic e Allevato (2011). Nós consideramos esse aspecto uma diferença entre o Ensino Exploratório e a Resolução de Problema.

No que diz respeito ao momento final da aula, foi consenso que, na perspectiva da Resolução de Problemas, o objetivo final é sempre formalizar um conceito, princípio ou procedimento matemático novo, uma vez que Onuchic e Allevato (2011) ressaltam que o professor deve

Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula. (p. 83)

Tendo isso em conta, observamos que, no Ensino Exploratório, existe essa intencionalidade, entretanto vai além. Conforme já apontado no Capítulo 2, é possível nessa perspectiva, que o objetivo da aula seja revisar conceitos ou procedimentos com os quais os alunos já estão familiarizados, com a intenção de aprofundar, sintetizar ou estabelecer

conexões com outros tópicos ou conceitos (CYRINO, OLIVEIRA, 2016). Portanto, no Ensino Exploratório, não existe a necessidade de sempre sistematizar algo novo, como existe na perspectiva da Resolução de Problema (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011).

Com essa discussão, os futuros professores concluíram que muitas das ações presentes em uma aula na perspectiva da Resolução de Problema também estão presentes em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Entretanto, devido às diferenças já pontuadas, o Ensino Exploratório assume um caráter mais amplo do que a Resolução de Problema, sendo esta última uma maneira de colocar em prática o Ensino Exploratório.

Ainda no nono encontro (23/07/2015), pedimos para os futuros professores que comparassem o quadro que construíram no oitavo encontro (16/07/2015) com o *Framework*. Nossa intenção era que cada dupla, ainda nesse encontro, apresentasse semelhanças e diferenças, entretanto não foi possível por causa do tempo. Essa comparação foi apresentada no encontro seguinte (30/07/2015).

No décimo encontro (30/07/2015), os futuros professores apresentaram suas considerações a respeito da comparação do quadro construído no oitavo encontro (16/07/2105) e o *Framework*. Com base nessa discussão, sistematizamos as principais ações do professor para cada fase da aula, assim como na etapa “Antes da aula”. Além disso, sistematizamos as principais características de uma tarefa para aula na perspectiva do Ensino Exploratório e comentamos sobre os aspectos importante de cada fase.

Para finalizar nosso trabalho solicitamos que os futuros professores, com base no *Framework* e em tudo que foi discutido, elaborassem um plano de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, prevendo ações do professor direcionadas para a promoção das aprendizagens matemáticas dos alunos e para à condução da aula.

Esse plano foi elaborado em dupla. Os futuros professores tiveram liberdade para escolher o nível de escolaridade e os objetivos da aula, bem como o número de aulas. Cedemos os encontros dos dias 6 e 13 de Agosto de 2015, para que os futuros professores em sala de aula preparassem os planos.

Como o período de entrega dos planos coincidiu com o período de regência do Estágio Supervisionado, a maioria dos futuros professores reaproveitou o plano de aula elaborado para o estágio e o adaptou a uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Finalizamos nosso trabalho com a apresentação e a discussão dos planos de aula, nos dois últimos encontros, 20 e 27 de Agosto de 2015. Durante as apresentações, os licenciados ficaram encarregados de analisar se o planejamento se enquadrava ou não na perspectiva do Ensino Exploratório.

Ao longo de toda a exploração do caso multimídia “Os colares”, identificamos dois aspectos principais que permearam as nossas discussões:

- *As características da tarefa “Os colares”;*
- *As ações do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos na prática do Ensino Exploratório.*

Conforme já descrito neste capítulo, a discussão em torno das principais características da tarefa “Os colares” ocorreu no terceiro encontro (16/04/2015), antes de iniciar a análise do caso multimídia “Os colares”. Entretanto, além desse encontro, identificamos essa temática em diversos momentos ao longo do trabalho: ao discutir as características de uma tarefa proposta na perspectiva do Ensino Exploratório, ao discutir as possíveis semelhanças e diferenças entre o Ensino Exploratório e a Resolução de Problemas, bem como, ao discutir aspectos das ações da professora protagonista do caso multimídia “Os colares”. Em todos esses momentos, nós e os futuros professores, recorremos às características dessa tarefa. Assim, consideramos a temática “As características da tarefa ‘Os colares’” como um ponto de enfoque do trabalho que realizamos com os futuros professores.

As ações do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos na prática do Ensino Exploratório permearam todo o nosso trabalho. Desde o início da exploração do caso multimídia, até a sistematização final das principais características do Ensino Exploratório, as discussões ocorreram em torno das principais ações do professor. Isso se deve ao fato que tais discussões tiveram início com as questões do caso multimídia “Os colares” que, conforme apontado por Cyrino e Oliveira (2016), tem como foco as ações do professor na prática do Ensino Exploratório. Portanto, consideramos a temática “as ações do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos na prática do Ensino Exploratório” como um enfoque do trabalho que realizamos com os futuros professores.

A partir dessa trajetória, apresentamos na, próxima seção, os conhecimentos que foram mobilizados/constituídos pelos futuros professores ao discutir (1) as características da tarefa “Os colares” e (2) as ações do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos na prática do Ensino Exploratório.

## 5. CONHECIMENTOS MOBILIZADOS/CONSTITUÍDOS NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “OS COLARES”

A fim de identificar indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores de matemática na exploração do caso multimídia “Os colares”, analisamos os conhecimentos mobilizados/constituídos pelos futuros professores ao discutir (1) a tarefa “Os colares” e suas características e (2) as ações do professor em relação ao ensino e à aprendizagem dos alunos na prática do Ensino Exploratório. Os resultados estão apresentados respectivamente nas seções 5.1 e 5.2.

### 5.1 A tarefa “Os colares” e suas características

Conforme apontado no Capítulo 4, com a intenção de que a tarefa “Os colares” fosse analisada pelos futuros professores da forma mais natural possível, sem que eles soubessem que se tratava de uma tarefa implementada em uma aula do 6º ano do Ensino Fundamental, cujo objetivo principal foi o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, propusemos aos futuros professores que resolvessem essa tarefa antes de iniciar a exploração do caso multimídia. Na análise realizada pelos futuros professores, uma das características da tarefa “Os colares” que eles mais destacaram foi o seu *potencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico* dos alunos.

A tarefa contribui para que o aluno reconheça padrões e desenvolva a habilidade de pensar algebricamente, a partir daí o professor pode iniciar um trabalho com funções, por exemplo. [...] (PE1<sup>17</sup> –1º encontro, 09/04/2015 - Luiza)

A partir dessa tarefa, o professor pode [...] iniciar o desenvolvimento da habilidade de pensar algebricamente, o estudo de funções e progressão aritmética. (PE2 - 1º encontro, 09/04/2015 - Cecília).

Podemos considerar como potencialidades da tarefa: a percepção de regularidades [...], se o aluno observar a tarefa e suas representações na forma de desenho, ele perceberá as regularidades, ou seja, o enunciado da

<sup>17</sup> Para diferenciarmos as produções escritas dos futuros professores, usaremos as iniciais PE acompanhada de um número.

própria tarefa contribui para isso [...];Por envolver a percepção de regularidades, a tarefa também oportuniza o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, por mais que o pensamento algébrico seja amplo [...] (PE3 - 3º encontro, 16/04/2015 –Charlene e Dirce).

Como pode ser observado nas produções escritas 1, 2 e 3, os futuros professores consideraram que a tarefa “Os colares” permite o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, na medida em que eles buscam identificar a regularidade e estabelecer um padrão que represente a relação entre o número da figura e o número total de contas do colar, envolvendo os conceitos de função e de progressão aritmética. Ou seja, a tarefa permite discutir diferentes ideias que se relacionam ao pensamento algébrico, tais como: *padrão, regularidades, sequência, função* e, particularmente, *progressão aritmética*.

Ao considerar que a tarefa oportuniza o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, os futuros professores evidenciam *a mobilização de conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que o pensamento algébrico representa uma capacidade a ser desenvolvida pelos alunos. Os argumentos utilizados pelos futuros professores revelam conhecimento da existência de estratégias para o ensino de um tema específico da Matemática, um aspecto do conhecimento pedagógico do conteúdo. Consideramos que esse aspecto é inerente à prática de um professor na perspectiva do Ensino Exploratório.

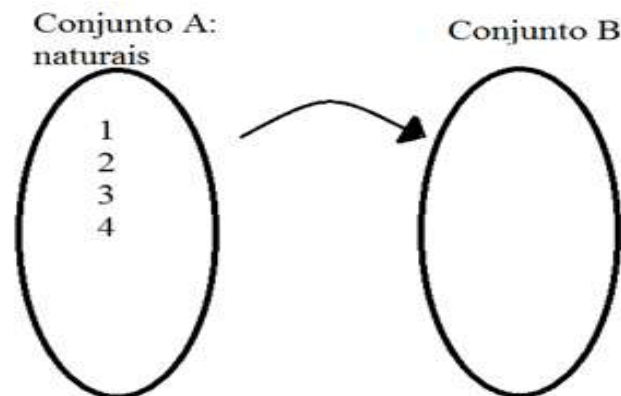
A discussão das diferentes ideias matemáticas que podem ser mobilizadas ao resolver a tarefa “Os colares” desencadeou uma negociação de significados a respeito dos conceitos de progressão aritmética e sequência, o que permitiu que os futuros professores mobilizassem *conhecimentos a respeito do conteúdo matemático*.

1. **Helen:** Que ideias matemáticas podem ser mobilizadas ao resolver essa tarefa?
2. **Everton:** PA (Progressão aritmética)
3. **Helen:** Ótimo, progressão aritmética. E o que é uma progressão aritmética?
4. **Maya:** É uma sequência.
5. **Cecília:** É uma sequência que tem uma razão constante.
6. **Helen:** É uma sequência de razão constante, e o que mais?
7. **Everton:** A diferença entre dois termos consecutivos da sequência é sempre a razão
8. **Helen:** Ótimo, e o que é uma sequência?  
(**silêncio**)  
[...]
9. **Márcia:** Vocês estudaram sequência em análise? Qual a definição de sequência que foi apresentada em análise?
10. **Everton:** Pô, isso foi o ano passado, não dá para saber definição assim não! (risos)
11. **Márcia:** Não precisa definir matematicamente, seguindo todo rigor, mas qual a ideia de sequência que vocês viram em análise (referindo-se a disciplina Análise real)?
12. **Everton:** Seria algo assim: você considera um conjunto e relaciona (...) com um

subconjunto dos naturais ou os próprios naturais e associa cada um dos elementos do conjunto com um natural.

13. **Márcia:** Você vai associar os naturais com outro conjunto?  
 14. **Everton:** Com um conjunto formado pelos termos da sequência numérica, um conjunto de números, aí vai ter o primeiro, segundo, terceiro (...)  
 15. **Márcia:** E essa associação é qualquer?  
 16. **Everton:** Não, não é qualquer, não pode repetir. Não vai ter dois  $a_1$ , por exemplo.  
 17. **Márcia:** Então você vai ter um conjunto que é os naturais: 1, 2, 3.... Que você vai associar cada um de seus elementos a outro (conjunto)?  
 18. **Everton:** É, mas não necessariamente todos os naturais (pode ser um subconjunto dos números naturais). Pode existir uma sequência finita.  
 19. **Márcia:** Você vai associar os elementos do (sub)conjunto dos naturais a outro conjunto. O que é possível dizer a respeito dessa associação?  
 (silêncio)

Para facilitar a discussão, Márcia foi ao quadro e fez o seguinte desenho:



20. **Márcia:** Temos um conjunto aqui (conjunto A), que é formado pelos números naturais. Esse conjunto (conjunto A) vai ser relacionado a outro conjunto (conjunto B) que vai ser formado por alguns números. É isso, não é Everton?  
 21. **Everton:** Sim.  
 22. **Márcia:** Como que este conjunto (conjunto B) é constituído? O que vai estar aqui (conjunto B) depende de alguma coisa? É qualquer coisa? O que é preciso para caracterizar uma sequência (conjunto B)?  
 23. **Maya:** Uma regra?  
 24. **Márcia:** Uma regra. [...] E a partir dela podemos encontrar os elementos desse conjunto (do conjunto B). Existe uma regularidade. Usando o exemplo da tarefa “Os colares”, é como se esses números aqui (números do conjunto A: 1, 2, ...) indicassem o número da figura: primeira figura, segunda figura, terceira figura... [...] A quantidade de contas do colar existente em cada figura é o que vai estar aqui (conjunto B). A quantidade de contas vai depender da regra estabelecida, e a regra é sempre a mesma. Então, o que define uma sequência é a existência...?  
 25. **Cecília:** De uma regra.  
 (...)  
 26. **Helen:** Como chamamos isso? Temos um conjunto A relacionado ao conjunto B, a partir de uma regra. Cada elemento do conjunto A está associado a um ÚNICO elemento do conjunto B...  
 27. **Cecília:** Função!  
 28. **Helen:** É uma função.  
 29. **Cecília:** Então a P.A. (Progressão Aritmética) é uma função!?

30. **Márcia:** P.A. (Progressão Aritmética) é um caso particular de uma função, uma função afim. [...]

(Episódio 1 - 3º encontro, 16/04/2015)

Essas interações permitiram que os futuros professores mobilizassem conhecimentos a respeito de alguns conteúdos matemáticos, tais como: progressão aritmética (4, 5 e 7) e sequência (12, 14 e 16). Também permitiram que os futuros professores constituíssem um novo significado para o conceito de progressão aritmética (PA), reconhecendo que a PA é um caso particular de uma função, cujo domínio pode ser o conjunto (ou subconjunto) dos números naturais. A constituição desse novo significado é evidenciada quando Cecília, que inicialmente considerou a PA como uma “**sequência de razão constante**”, conclui que a PA é um caso particular de função (Conhecimento do Conteúdo Matemático).

No episódio 1, Everton mobiliza o conhecimento de que uma sequência pode ser descrita por meio de uma relação entre o conjunto dos naturais  $N$  com o conjunto  $B$  que é constituído pelo conjunto imagem da sequência  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ . Além disso, ele reconhece que essa relação não é uma relação qualquer, pois “[...] **não pode repetir, não vai ter dois  $a_1$ , por exemplo**”, mobilizando assim, o conhecimento de que a relação existente entre as variáveis  $n$  e  $a_n$ , dos conjunto  $N$  e  $B$  respectivamente, é unívoca no sentido  $n \mapsto a_n$  (CARAÇA, 1951) (Conhecimento do conteúdo matemático). Mediante essas interações, consideramos que, embora Everton não apresente a definição formal de sequência como uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais ou um subconjunto dele, as suas enunciações indicam que mobilizou conhecimentos que se relacionam aos principais aspectos do conceito de função. Cecília também mobilizou conhecimento a respeito do conceito de função, ao reconhecer que progressão aritmética é uma função (Conhecimento do Conteúdo Matemático).

Nesse episódio, os futuros professores concluíram que a progressão geométrica é um caso particular de função do tipo exponencial (Conhecimento do Conteúdo Matemático). A constituição desses novos significados é ressaltada na crônica do terceiro encontro, que foi escrita pelo futuro professor Waldir.

(Durante a discussão das características da tarefa “Os colares”) também foi perguntado o que é uma progressão aritmética. Percebendo a dificuldade de obter a resposta, a professora Márcia foi à frente e desenhou um diagrama de (que representa) uma função [...]. A partir de suas perguntas e explicações, nós concluímos que a Progressão Aritmética é um caso particular de uma função afim e a Progressão Geométrica é um caso

particular de uma função (do tipo) exponencial. (CRÔNICA 1 - 3º encontro, 16/04/2015 – Waldir).

Consideramos que a produção desses novos significados revela que os futuros professores *constituíram o conhecimento do conteúdo matemático*, durante a discussão da tarefa “Os colares” e de suas características, indicando assim um indício de desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática (SOWDER, 2007).

Além das ideias matemáticas, ao analisar a seção “Antes da aula” do caso multimídia “Os colares”, os futuros professores também consideraram que essa tarefa permite desenvolver competências como a *argumentação* e a *comunicação matemática* dos alunos, reconhecendo, assim, que as tarefas podem expressar mais do que conteúdo (CYRINO, JESUS, 2014).

Por ser uma tarefa exploratória investigativa ela permite que os alunos argumentem e justifiquem as suas afirmações e se comuniquem matematicamente. Eles podem fazer deduções, também, nesse tipo de tarefa. Na tarefa exploratória [...], não tem um caminho para o aluno seguir. Ele precisa compreender o que está por trás da tarefa para traçar o seu caminho[...] (PE 4 - 3º encontro, 16/04/2015 – Cláudia e Roberta).

A tarefa [“**Os colares**”] também permite que o aluno investigue o que foi proposto, e como (pode ser) visto no vídeo ela foi trabalhada em grupos, permitindo ainda mais a discussão entre os alunos e seus diferentes raciocínios. Por ser uma tarefa exploratória investigativa, ela permite a argumentação, a comunicação referente à troca de “ideias matemáticas” e por possuir várias formas de resolver, os alunos podem optar por diferentes caminhos de chegar no objetivo proposto (PE 5 - 3º encontro, 16/04/2015 – Charlene e Dirce).

Nesses excertos, as futuras professores consideram que a argumentação e a comunicação matemática são favorecidas pela tarefa “Os colares” por ela ser uma *tarefa exploratória*. Com base em seus conhecimentos elas apontam algumas características da tarefa exploratória investigativa, tais como: permite deduções, não indica aos alunos caminhos a serem seguidos para obter a resposta; para conseguir resolvê-las, é necessário que o aluno compreenda a ideia, o conceito ou o procedimento matemático que colaboram na resolução da tarefa; e permite diferentes estratégias de resolução.

Entendemos que, ao reconhecer que a tarefa “Os colares” é potencial para o desenvolvimento da argumentação e comunicação matemática, os futuros professores

evidenciam a mobilização de *conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007). Em específico, consideramos que os futuros professores mobilizaram o *conhecimento curricular da Matemática*, ao considerar a argumentação e a comunicação como capacidades a serem desenvolvidas pelos alunos no contexto de uma tarefa matemática, e o *conhecimento a respeito das estratégias de ensino da Matemática* ao considerar que as características da tarefa “Os colares” permitem o desenvolvimento dessas capacidades.

As características da tarefa exploratória investigativa que foram apontadas nas produções escritas 3 e 4 se relacionam com as características de uma tarefa proposta na perspectiva do Ensino Exploratório (CYRINO, OLIVEIRA, 2016). Ao afirmar que as tarefas exploratórias investigativas não sugerem aos alunos modos a serem seguidos para obter a resposta e que, para conseguir resolvê-las, é necessário que o aluno compreenda a ideia, o conceito ou o procedimento matemático que colaborem na resolução da tarefa, entendemos que as futuras professoras Cláudia e Roberta consideram de modo implícito que para resolvê-las é *necessário algum grau de esforço cognitivo* (STEIN, SMITH, 2009), evidenciando assim uma característica de tarefas de elevado nível de demanda cognitiva (STEIN, SMITH, 2009).

Ao discutirmos as produções escritas 3 e 4 no quinto encontro (23/04/2015), os futuros professores reconheceram que as potencialidades e características da tarefa podem ou não intensificar as discussões que ocorrem em sala de aula, influenciando o desenvolvimento da argumentação e da comunicação matemática em sala de aula.

1. **Helen:** Vocês consideram que a tarefa permite desenvolver a capacidade de argumentar e se comunicar matematicamente?
2. **Maya:** Sim, porque a professora Cristina fala que quer que os alunos vão ao quadro e falem de suas ideias.
3. **Everton:** Também que (os alunos) defendam suas resoluções. Vão ser feitas perguntas para os alunos, eles vão ter que argumentar.
4. **Helen:** [...] Mas isso que vocês estão dizendo é uma potencialidade da tarefa ou da dinâmica da aula?
5. **Everton:** Eu acho que uma coisa está ligada a outra. Se a tarefa for do tipo: faça isso, faça aquilo, sem colocar o aluno para pensar, não vai ter muita discussão.  
(Episódio 2 – 5º encontro, 23/04/2015)

A partir dessas interações, podemos dizer que, para os futuros professores a argumentação e a comunicação matemática são desenvolvidas à medida que os alunos discutem suas resoluções. Embora essas discussões ocorram em virtude da dinâmica da aula, eles consideram que as características da tarefa podem ou não intensificar essas discussões.

Entendemos que Everton ao dizer: **“Eu acho que uma coisa está ligada a outra. Se a tarefa for do tipo: faça isso, faça aquilo, sem colocar o aluno para pensar,**

**não vai ter muita discussão”,** ele mobiliza o conhecimento de que tarefas que requerem limitada exigência cognitiva e não oportunizam o surgimento de diferentes resoluções restringem as discussões que ocorrem em sala de aula. Entendemos que essa fala evidencia a mobilização de *conhecimento pedagógico do conteúdo*, uma vez que pensar, enquanto professor, em características de tarefas que podem ou não contribuir para o desenvolvimento de capacidades matemáticas dos alunos é um dos aspectos que se relaciona ao *conhecimento de estratégias de ensino*, que, segundo Grossman (1990), é uma das categorias do conhecimento pedagógico do conteúdo (SOWDER, 2007).

Inferimos, portanto, que a exploração do caso multimídia “Os colares” permitiu que os futuros professores reconhecessem que as características de uma tarefa proposta em uma situação de ensino influenciam a aprendizagem dos alunos, que vai além do conteúdo matemático (CYRINO, JESUS, 2014).

No oitavo encontro (16/07/2015), discutimos com os futuros professores as principais características de uma tarefa proposta em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

1. **Helen:** Para vocês, quais são as principais características de uma tarefa proposta em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório?
2. **Maya:** Primeiro ela tem que estar de acordo com o objetivo da aula.
3. **Cecília:** Tem que ser interessante para os alunos.  
[...]
4. **Helen:** De alguma forma, a tarefa tem que instigá-los, tem que despertar a vontade de resolvê-la. O que mais?
5. **Luiza:** Ter várias possibilidades de resolução, que nem a tarefa “Os colares”.
6. **Helen:** [...] Pensando na dinâmica da aula e também na aprendizagem do aluno, por que é importante ter diferentes resoluções?
7. **Cecília** Por causa da discussão coletiva, se não tem diferentes resoluções não vai ter discussão. Quando têm (resoluções) diferentes, cada um compartilha a sua, cada um vê a resolução do outro, aí amplia a questão de como resolver. O aluno só tem uma ideia de como resolver, aí começa ver a dos outros, vê que tem jeito mais fácil.
8. **Helen:** Isso, como nós discutimos na semana passada, é essencial para a aprendizagem do aluno, discutir diferentes modos de resolver a tarefa, analisar qual estratégia é mais rápida. [...] e o que mais que tem de características da tarefa?
9. **Cecília** Nível de complexidade. [...] Ela tem que ser adequada à turma... Não pode ser algo muito fácil e nem muito difícil. Que nem a tarefa “Os colares”, para os alunos do 6º ano resolvê-la eles tiveram que pensar bastante, alguns gastaram bastante tempo, mas eles conseguiram.
10. **Dirce:** É, se essa tarefa fosse para alunos menores, por exemplo, alunos do 2º ano do Ensino fundamental, eu acho que eles não teriam conseguido.
11. **Helen:** [...] E o que mais?
12. **Roberta:** Tem que levar em consideração aquilo que ele sabe.  
[...]

(Episódio 3 – 8º encontro, 16/07/2015)

Para os futuros professores, ao selecionar, adaptar ou elaborar uma tarefa para uma situação de ensino na perspectiva do Ensino Exploratório, o primeiro aspecto que devemos levar em consideração é o objetivo de aprendizagem (2), a tarefa selecionada tem que ser adequada aos objetivos da aula. Além disso, eles também consideraram que a tarefa deve despertar o interesse dos alunos, ou seja, ser desafiadora (3), permitir diferentes estratégias de resolução (5) e levar em consideração o conhecimento prévio do aluno (12).

Além dessas características, os futuros professores também consideraram o nível de demanda cognitiva da tarefa. Ao afirmar que as tarefas não podem ser muito fáceis, assim como a tarefa “Os colares”, que para resolvê-la, é necessário “pensar bastante”, entendemos que, para os futuros professores, as tarefas propostas no Ensino Exploratório devem exigir algum grau de esforço cognitivo dos alunos. Como já dito antes, esse é um dos aspectos que permite classificar a tarefa como de elevado nível de demanda cognitiva. Entendemos que, ao considerar tal aspecto, os futuros professores descartam a possibilidade de escolher tarefas de baixo nível de demanda cognitiva, reconhecendo, assim, que, na perspectiva do Ensino Exploratório, devem ser priorizadas tarefas de elevado nível de demanda cognitiva (CYRINO, TEIXEIRA, 2016).

Os futuros professores consideraram a característica “*permitir diferentes resoluções*” tendo em conta as características da dinâmica da aula na perspectiva do Ensino Exploratório, assim como, a aprendizagem dos alunos. Ao dizer: “**Por causa da discussão coletiva, se não tem diferentes resoluções não vai ter discussão**” Cecília considera que ter diferentes resoluções é importante por conta da fase de discussão coletiva. A nosso ver, essa frase evidencia que Cecília mobilizou o *conhecimento a respeito do Ensino Exploratório* e reconheceu que a intenção da fase de discussão coletiva da aula vai além de chegar a um consenso, envolve também discutir e confrontar diferentes resoluções (CANAVARRO, 2011). Além disso, ao dizer: “**Por causa da discussão coletiva, se não tem diferentes resoluções não vai ter discussão. Quando têm (resoluções) diferentes, cada um compartilha a sua, cada um vê a resolução do outro, aí amplia a questão de como resolver. O aluno só tem uma ideia de como resolver, aí começa ver a dos outros, vê que tem jeito mais fácil**” entendemos que Cecília mobilizou o *conhecimento pedagógico do conteúdo*, em específico o *conhecimento de estratégias de ensino*, uma vez que considera que a estratégia de comparar e discutir as diferentes resoluções pode contribuir para os alunos incorporarem novas estratégias, aumentando o seu repertório de resolução, o que contribui para a sua aprendizagem.

Ao considerar as características de uma tarefa que pode ser desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório, os futuros professores mobilizaram conhecimento a respeito dessa perspectiva. Entretanto, sendo o Ensino Exploratório uma perspectiva para o ensino da Matemática, consideramos que o conhecimento a respeito dessa perspectiva faz parte do conhecimento pedagógico do conteúdo do professor de Matemática.

Nesse sentido, ao considerando as características de uma tarefa que pode ser desenvolvida nessa perspectiva, os futuros professores mobilizaram *conhecimento pedagógico do conteúdo* matemático. Nesse contexto em específico, os futuros professores mobilizaram o conhecimento curricular do conteúdo, uma vez que essa categoria envolve “conhecimentos que permitem ao professor elaborar, adaptar e aplicar propostas pedagógicas reconhecendo a sequência que deve ser dada ao conteúdo e o nível de complexidade das atividades/tarefas” (RAMOS, GRAÇA, NASCIMENTO, 2008, p. 166).

Com base nas interações do Episódio 3, podemos dizer que a exploração do caso multimídia “Os colares” permitiu que os futuros professores reconhecessem as principais características de uma tarefa que pode ser proposta em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

## **5.2 Ações de um professor identificadas para cada fase de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório**

Conforme explicitado no Capítulo 4, as ações do professor em cada fase da aula permearam todo o nosso trabalho. Desde a seção “Antes da aula” até a sistematização final das principais características do Ensino Exploratório, o foco foram as ações do professor na perspectiva do Ensino Exploratório. Para facilitar a análise, optamos por subdividir este segundo ponto de enfoque em quatro agrupamentos correspondentes às fases da aula: (1) Proposição e apresentação da tarefa; (2) Desenvolvimento da tarefa; (3) Discussão coletiva da tarefa e (4) Sistematização. Em cada um desses agrupamentos, procuramos evidenciar os conhecimentos mobilizados/constituído pelos futuros professores ao analisar as ações da professora Cristina em cada uma das fases da aula.

### **5.2.1 Proposição e apresentação da tarefa**

O trabalho em torno das principais ações da professora Cristina para cada fase da aula iniciou-se na exploração da seção “Antes da aula” do caso multimídia “Os

colares”. Conforme apontado no Capítulo 4, analisar essa seção permitiu aos futuros professores identificar possíveis ações da professora Cristina que caracterizam cada fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório. No que diz respeito à fase de proposição e apresentação da tarefa, os futuros professores identificaram as ações da professora Cristina que visam *garantir a compreensão da tarefa e explicitar a dinâmica da aula*.

1. **Helen:** Pela fala da professora, o que é feito na proposição e apresentação da tarefa?
2. **Maya:** Vai separar os grupos...  
[...]
3. **Dirce:** Ler a tarefa, formar os grupos, entregar a tarefa.
4. **Maya:** Ver se tem alguma dúvida do enunciado.
5. **Everton:** É, mas, tipo assim, ela vai tentar garantir que está todo mundo compreendendo o que é para fazer.
6. **Helen:** [...] O que a professora Cristina vai fazer para garantir que os alunos compreendam a tarefa?  
[...]
7. **Everton:** Ela vai dar ênfase, tipo: “o que acontece de uma figura para a outra?”.  
[...]

(Episódio 4 - 5º encontro, 23/04/2015)

Conforme pode ser observado nas falas do Everton, os futuros professores identificaram, nesse momento, que, para tentar garantir a compreensão da tarefa, a professora Cristina vai questionar “**o que acontece de uma figura para a outra?**”. Ao responder as questões do multimídia, os futuros professores identificaram a intencionalidade da professora Cristina ao adotar essa estratégia.

A professora acredita que deve conduzir o aluno a perceber que há uma regularidade no aumento do número de contas de uma figura para a outra, principalmente porque, da segunda questão em diante não há figura que mostre ao aluno a quantidade de contas que a questão pede (PE 5 - 4º encontro, 22/04/2015 – Cecília e Luiza).

Na análise do primeiro vídeo da seção “A aula”, os futuros professores identificaram ações da professora Cristina referentes à fase de Proposição e apresentação da tarefa.

Primeiro ela explicitou que eles iriam trabalhar com uma tarefa em grupo, novamente, e pediu para que eles se organizassem em trios. Posteriormente ela apresentou a tarefa e a leu, pedindo a atenção dos alunos, ela disse para eles perceberem o que estava acontecendo de uma figura para outra e que ela iria passando nos grupos, também falou que eles sozinhos teriam um tempo para resolver e que a cada resposta dada teriam que justificar como chegaram naquele resultado. Comentou que se eles tivessem dúvidas era para erguer a mão e ela iria até os grupos e, por fim, que quando acabasse o

tempo destinado à resolução dessa tarefa, ela avisaria [...] (PE 6 - 5º encontro, 23/04/2015 – Charlene e Dirce).

Dividiu a turma em grupos; entregou a tarefa para cada aluno; leu as três primeiras questões junto com os alunos; explicou o que deveria ser feito na tarefa, ou seja, disse que eles deveriam observar o que acontecia de uma figura para a outra; [...]. (PE7 - 5º encontro, 23/04/2015 – Cecília e Luiza)

De maneira cronológica e descritiva, eles identificaram que as ações da professora Cristina nesse episódio, foram: explicitar a dinâmica da aula e o que é esperado do aluno; organizar os alunos em grupos; apresentar e ler a tarefa; e, chamar atenção para que os alunos observassem o que estava acontecendo de uma figura para a outra, como uma tentativa garantir a compreensão da tarefa.

Entre as ações identificadas, a estratégia que Cristina adotou para promover a compreensão da tarefa foi a ação mais destacada pelos futuros professores ao longo da análise e discussão do primeiro vídeo da seção “A aula”.

Conforme pode ser observado na produção escrita 7, Cecília e Luiza interpretaram essa estratégia como uma “explicação” do que deveria ser feito para resolver a tarefa “Os colares”. No excerto a seguir, essas futuras professoras apresentam uma crítica quanto à estratégia adotada pela professora Cristina.

Não concordamos com a leitura realizada pela professora antes dos alunos lerem e tirarem suas próprias conclusões e nem quando ela explicou o que deveria ser feito. Isso deveria acontecer caso os alunos tivessem dúvidas. Pediríamos para que os alunos lessem e discutissem a tarefa para buscar uma estratégia de resolução, caso tivessem alguma dúvida deveriam levantar a mão para que fossem atendidos por nós. Pensamos que deste modo os alunos teriam autonomia logo no início para resolverem do jeito deles (PE8 - 5º encontro, 23/04/2015 – Cecília e Luiza).

Cecília e Luiza não desconsideraram a possibilidade de auxiliar o aluno chamando sua atenção para o que está acontecendo de uma figura para outra, entretanto elas acreditam que essa estratégia deveria ser adotada apenas se os alunos apresentassem dificuldades ao tentarem resolver a tarefa e não durante a proposição da tarefa aos alunos.

Entendemos que, ao fazer tal consideração, as futuras professoras mobilizaram uma crença a respeito do que deve, e o que não deve, ser feito durante a fase de Proposição e apresentação da tarefa.

Tendo em conta essa produção escrita, ao discutirmos as principais ações da professora Cristina no primeiro vídeo da seção “A aula”, procuramos entender por que essas futuras professoras não concordaram com a ação da professora Cristina. Essa discussão

ocorreu no sétimo encontro (09/07/2015) e foi provocada pela questão do multimídia “Os colares” que indaga o que eles fariam de diferente da situação observada.

1. **Helen:** Então vamos lá, terceira questão: “O que você faria de diferente? Por quê?”  
Pensem no estágio, o que vocês fariam de diferente nessa primeira fase?  
[...]
2. **Paulo:** Ou o que vocês já fizeram diferente.  
[...]
3. **Luiza:** Nós (referindo-se a sua parceira de estágio, Cecília) não lemos a tarefa junto com os alunos. Entregamos a tarefa e deixamos que eles a interpretem, do jeito deles. Não interferimos nessa parte.
4. **Cecília:** Sem intervenção.  
[...]
5. **Helen:** Vocês acham que tem algum problema em fazer a leitura da tarefa? Acham que interfere?
6. **Cecília:** Quando lemos, queira ou não, acabamos dando ênfase em algum ponto.
7. **Luiza:** Eu acho que, nesse caso, o que mais interferiu foi quando ela falou: “*Olha a figura, vê o que está acontecendo de uma para outra*” (fala da professora Cristina, primeiro vídeo da seção “A aula”). Ela já falou o que eles tinham que fazer.
8. **Paulo:** Já indica uma possível estratégia.
9. **Luiza:** Sim, já indicou...  
[...]
10. **Helen:** Mas, quando ela (Cristina) fala: “Olha a figura, vê o que está acontecendo de uma para outra”, ela (Cristina) indicou qual era o padrão?
11. **Maya:** Então, eu não vejo problema, porque eles (alunos) ainda tinham que observar o padrão de uma figura para outra, ela não indicou isso.
12. **Luiza:** Mas ela indica como eles podem resolver a tarefa. Mesmo que eles ainda tenham que reconhecer o padrão, ela indicou em que lugar o padrão está. Eu não sei como dizer, mas ela “facilitou”, interpretou o que tem que fazer na tarefa...
13. **Helen:** E qual foi a intenção da professora, ao dizer para os alunos prestarem atenção no que acontece de uma figura para outra?
14. **Maya:** Para que eles entendessem o enunciado da tarefa, eu acho.
15. **Helen:** Ela estava tentando garantir a compreensão da tarefa, certo? É uma de suas intencionalidades que identificamos lá na seção “Antes da aula”. Vocês não concordaram com essa estratégia, então, o que fariam?
16. **Luiza:** Primeiro tinha que sentir a turma, porque aqui ela já os conhece. No nosso caso, a gente não conhece (referindo-se ao estágio de regência), então temos que saber, mais ou menos, o que eles podem saber ou não, aí a gente vai vendo o que eles estão fazendo.
17. **Cecília:** Em cada grupo.
18. **Helen:** Então vocês fariam isso durante a segunda fase? O desenvolvimento da tarefa?
19. **Luiza:** É.
20. **Paulo:** Não teria, então, no momento em que vocês apresentam a tarefa, discutir a dinâmica da aula? Suponha que vocês fossem fazer a regência do estágio no sexto ano com essa tarefa, o que vocês iam fazer de imediato? Chegou na sala de aula, o que fazer depois de discutir o contrato didático?
21. **Cecília:** Eu ia falar como é que ia funcionar a aula, mas não sobre a tarefa, sobre como ia ser a aula
22. **Paulo:** Então, sobre a dinâmica da aula?
23. **Luiza:** Isso só sobre a dinâmica da aula, que vamos separá-los em grupo e tal...
24. **Dirce:** Aí entrega a tarefa e eles (alunos) leem...
25. **Paulo:** Eles leem na segunda fase?
26. **Dirce:** Não é na segunda fase, mas não fazemos a leitura, como a professora Cristina fez.

Deixamos que eles (alunos) façam uma leitura individual, aí quando todos acabam, perguntamos se tem alguma dúvida, mas isso antes de começar a discutir em grupo, antes de resolver a tarefa.

[...]

27. **Maya:** Nós sempre pedimos para um aluno ler em voz alta e os demais acompanharem. Aí, quando termina, perguntamos se têm alguma dúvida.
28. **Helen:** E quando têm dúvida?
29. **Dirce:** A gente tenta responder sem indicar um caminho ou coloca a questão para os demais alunos da sala. Também podemos fazer perguntas que direcionam, como fazemos enquanto eles resolvem. Mas, geralmente, as dúvidas surgem quando eles vão resolver.
30. **Helen:** E se, quando eles forem resolver, a maioria dos alunos não compreender a tarefa, isso não pode comprometer o desenvolvimento da tarefa?
31. **Luiza:** Se percebermos que eles estão com muita dificuldade, é uma coisa geral, aí, sim, podemos ir no quadro e falar alguma coisa, dar essa dica e tal, mas antes não.
32. **Paulo:** Pelo que eu entendi, vocês não estão desconsiderando isso, mas só se for necessário?
33. **Luiza:** É, quando for necessário.

(Episódio 5 - 7º encontro, 09/07/2015 )

Nessa discussão, os futuros professores consideraram dois aspectos das ações da professora Cristina que fariam diferentes. O primeiro aspecto é a leitura da tarefa. Eles acreditam que, ao fazer a leitura da tarefa, o professor interfere na interpretação do aluno, uma vez que, **“Quando lemos, queira ou não, acabamos dando ênfase em algum ponto”**. O segundo aspecto foi direcionar os alunos a observar o que estava acontecendo de uma figura para outra. Luiza considera que, quando a professora Cristina diz aos alunos: **“Olha a figura, vê o que tá acontecendo de uma para outra”**, ela indica possíveis caminhos para a resolução da tarefa. Além disso, ao dizer: **“Mesmo que eles ainda tenham que reconhecer o padrão, ela indicou em que lugar o padrão está. Eu não sei como dizer, mas ela “facilitou”, interpretou o que tem que fazer na tarefa...”** ela reconhece que, ao indicar esse possível caminho, mesmo que não tenha indicado o padrão entre as figuras, a professora “facilitou” a resolução da tarefa.

Ao considerar esses dois aspectos, os futuros professores evidenciaram a mobilização de conhecimentos e crenças relacionados ao cuidado que o professor deve ter com o modo de propor a tarefa para que não altere o seu nível de demanda cognitiva (STEIN, SMITH, 2009). Conforme apontado por Stein e Smith (2009), ao propor a tarefa em sala de aula, as ações do professor podem alterar o nível de demanda cognitiva da tarefa. Quando são indicados possíveis caminhos para a sua resolução ou dada ênfase em conceitos ou termos do seu enunciado, para que os alunos entendam, o nível de demanda cognitiva da tarefa pode ser reduzido. Entendemos que esses conhecimentos e crenças mobilizados pelos futuros professores evidenciam uma *visão compartilhada para o ensino e aprendizagem da*

*Matemática* (SOWDER, 2007) que se relaciona à prática do Ensino Exploratório, uma vez que nessa perspectiva de ensino o principal desafio do professor na fase de Proposição e apresentação da tarefa é promover a sua compreensão sem reduzir seu nível de demanda cognitiva (CANAVARRO, 2011).

Embora não falem em demanda cognitiva, os significados produzidos/mobilizados por esses professores indicam que eles consideram que as ações da professora Cristina podem ter alterado o nível de demanda cognitiva da tarefa.

Além disso, essa discussão permitiu que os futuros professores relacionassem suas práticas do estágio de regência com a prática da professora Cristina e pensassem em ações que têm pouca influência na interpretação da tarefa feita pelos alunos. Com isso, eles demonstraram uma “*compreensão de si como um professor que ensina Matemática*” (SOWDER, 2007) e sugeriram que a leitura da tarefa fosse feita pelo aluno, individualmente ou para a sala. Sugeriram ainda que, para verificar se os alunos compreenderam o enunciado da tarefa, o professor pode perguntar se os alunos têm alguma dúvida. Caso tenham dúvidas, Dirce aponta que o professor pode pedir para outro aluno responder ou orientá-los por meio de questões. Essa futura professora considerou ações da fase de “Desenvolvimento da tarefa” para superar o desafio de não alterar o nível de demanda cognitiva da tarefa.

Ao propor estratégias que não alterem o nível de demanda cognitiva da tarefa durante a fase de Proposição e apresentação da tarefa, os futuros professores evidenciaram, em nossa interpretação, a mobilização de *conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que, pensar em possíveis encaminhamentos para a tarefa é um processo que a nosso ver, mobiliza o conhecimento a respeito de estratégias para o ensino da matemática. Além disso, ao considerar que o papel do professor não é dizer ao aluno o que fazer, mas orientá-los por meio de questionamentos a fim de que por si só, ou com a ajuda dos pares, o aluno consiga compreender o que está sendo proposto, eles evidenciaram uma *visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da matemática* (SOWDER, 2007) que se aproxima da prática do Ensino Exploratório (MENEZES, et al. 2013).

Na discussão apresentada no Episódio 5, os futuros professores consideram outras ações do professor para a fase de Proposição e apresentação da tarefa: *explicitar a dinâmica da aula, entregar a tarefa e direcionar sua leitura, sanar possíveis dúvidas quanto ao enunciado*. Além dessas ações, ao construir o quadro de ações, no oitavo encontro (23/07/2015), os futuros professores também consideraram: *explicitar o objetivo, garantir a*

*compreensão do enunciado da tarefa, e do que foi proposto.* Essas ações vão ao encontro dos elementos que compõem a “Proposição da Tarefa” do *Framework* (CYRINO, TEIXEIRA, 2016). Entendemos que, ao identificar essas ações, os futuros professores mobilizam *conhecimento a respeito da prática do Ensino Exploratório.*

(As principais ações do professor na fase de Proposição e apresentação da tarefa são:) Explicar a dinâmica da aula, deixar claro o objetivo da tarefa e garantir que eles entendam o que é proposto (PE 9 - 8º encontro, 23/07/2015 – Fabrício e Waldir).

(As principais ações do professor na fase de Proposição e apresentação da tarefa são:) Garantir que os alunos compreendam o enunciado (da tarefa) (PE 10 - 8º encontro, 23/07/2015 – Cecília e Luiza).

(As principais ações do professor na fase de Proposição e apresentação da tarefa são:) Cuidar da organização da sala, da apresentação da tarefa e possíveis orientações e cuidar para que os alunos entendam o que é proposto (PE 11 - 8º encontro, 23/07/2015 – Everton e Maya).

(As principais ações do professor na fase de Proposição e apresentação da tarefa são:) Ler a tarefa; Sanar possíveis dúvidas quanto à escrita do enunciado; Solucionar dúvidas a respeito do que foi proposto. [...] (PE 12 - 8º encontro, 23/07/2015 – Charlene e Dirce).

Conforme apontamos no Capítulo 4, os futuros professores comparam o quadro de ações que identificaram com o *Framework*, indicando as semelhanças e diferenças. Essa comparação foi discutida com os futuros professores no décimo encontro (30/07/2015). A ação que ganhou mais destaque foi “promover a compreensão do enunciado da tarefa”.

1. **Luiza:** A única ação que foi comum ao *Framework* foi “promover a compreensão do enunciado da tarefa”. Porque entregar a tarefa e fazer a leitura nós consideramos óbvio demais e não colocamos. Já a dinâmica da aula, nós não colocamos porque essa ação não vai acontecer em toda a Proposição e apresentação da tarefa. No estágio, por exemplo, nós trabalhamos com várias tarefa e só vamos explicar a dinâmica da aula no início.  
[...]
2. **Paulo:** Se não eles podem resolver só uma tarefa e achar que acabou a aula, não é?
3. **Luiza:** É  
[...]
4. **Helen:** Quanto a ação promover a compreensão do enunciado da tarefa, vocês consideraram como uma ação dessa fase (da aula). Mas, quando analisamos a aula da professora Cristina, vocês não concordaram com a estratégia que essa professora adotou. O que vocês pensam como estratégia para garantir a compreensão do enunciado da tarefa?

- [...]
5. **Luiza:** Quando ela falou para observar o que estava acontecendo de uma figura para a outra, ela tentou garantir que eles compreendessem a tarefa, e nós estamos considerando o enunciado.
6. **Helen:** Entendi. E o que vocês imaginam de estratégia? No estágio, o que vocês farão para tentar garantir a compreensão da tarefa?
7. **Dirce:** Acho que, quando perguntamos se tem alguma dúvida, já estamos tentando garantir a compreensão. No nosso quadro, nós não colocamos essa ação (promover a compreensão do enunciado da tarefa) com essas palavras, mas consideramos que “Sanar possíveis dúvidas quanto à escrita do enunciado” é um modo de tentar garantir que os alunos entendam o enunciado.
- [...]
8. **Luiza:** Mas podemos pedir para um aluno explicar o que entendeu, fazer perguntas sobre o enunciado, geralmente já imaginamos o que vai ser dúvida.
9. **Dirce:** Levar um dicionário.
- [...]

(Episódio 6 - 10º encontro, 30/07/2015)

Essas interações evidenciam a mobilização de *conhecimentos relacionados à prática do Ensino Exploratório* no que diz respeito as ações de um professor na fase de Proposição e apresentação da tarefa. Além disso, eles mobilizaram *conhecimentos pedagógicos do conteúdo* no que diz respeito à tarefa e suas fases. Ao considerarem que sanar dúvidas quanto ao enunciado, pedir para o aluno explicar o que entendeu da leitura da tarefa ou fazer questionamentos acerca de aspectos específicos da tarefa são estratégias que tem por intenção garantir que o aluno compreenda o enunciado da tarefa e evidenciam a mobilização da necessidade de o professor *compreender como os alunos pensam e aprendem Matemática* (Sowder, 2007).

De modo geral, a exploração do caso multimídia “Os colares” permitiu que os futuros professores identificassem as principais ações do professor para a fase de Proposição e apresentação da tarefa, bem como permitiu que mobilizassem conhecimentos do principal desafio dessa fase: promover a compreensão da tarefa sem reduzir o nível de demanda cognitiva.

Além disso, identificamos nas produções escritas apresentadas nesta seção, bem como nos episódios, duas dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, a saber: “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” e “Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto” (VAN ES, SHERIN, 2002; ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010).

Nas produções analisadas nesta seção, é evidente o foco que os futuros professores colocam nas ações da professora em detrimento das ações dos alunos, indicando,

assim, que, para os futuros professores, o aspecto relevante da situação de ensino retratada no primeiro vídeo foram as ações da professora Cristina.

Nas PE 6 e 7, identificamos a primeira dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES, SHERIN, 2002; ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010). Na PE 8, identificamos elementos relacionados à segunda dimensão, uma vez que, nessa produção escrita, as futuras professoras interpretam a estratégia adotada pela professora para garantir a compreensão da tarefa como uma “explicação” do que deveria ser feito para resolver a tarefa, apresentam julgamento de valores quanto à ação da professora e oferecem uma alternativa pedagógica.

No Episódio 5, também encontramos elementos referentes à segunda dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES, SHERIN, 2002; ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010). A partir da fala de Luiza, **“Eu acho que nesse caso, o que mais interferiu foi quando ela falou: *“Olha a figura, vê o que está acontecendo de uma para outra”* [fala da professora Cristina]. Ela já falou o que eles tinham que fazer.”**, entendemos que essa futura professora interpreta que a ação da professora Cristina indicou para os alunos uma possível estratégia de resolução da tarefa, além disso, ela considera que essa ação interferiu na interpretação dos alunos. Nesse mesmo episódio, Luiza ao afirmar: **“Primeiro tinha que sentir a turma, porque aqui ela já os conhece”**, demonstra a necessidade de o professor, com base no que se sabe sobre o contexto, interpretar uma situação de ensino.

Essa segunda dimensão também é manifestada quando Dirce, com base em sua experiência do estágio de regência, oferece uma alternativa à ação da professora Cristina: **“Deixamos que eles façam uma leitura individual, aí, quando todos acabam, perguntamos se têm alguma dúvida, mas isso antes de começar a discutir em grupo, a resolver a tarefa.”** **“A gente tenta responder sem indicar um caminho ou coloca a questão para os demais alunos da sala. Também podemos fazer perguntas que direcionam. Como fazemos enquanto eles resolvem.”**

Nesse sentido, entendemos que duas dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula foram consideradas pelos futuros professores ao problematizar as principais ações da professora Cristina na fase de Proposição e apresentação da tarefa.

### 5.2.2 Desenvolvimento da tarefa

Na fase de Desenvolvimento da tarefa uma das ações da professora Cristina que foi mais destacada pelos futuros professores, ao longo da exploração do caso multimídia, foi a de *questionar*. Ao analisar os vídeos 3, 4 e 6 da seção “A aula”, eles identificam essa ação como sendo a principal ação da professora e destacam seu papel na promoção da aprendizagem dos alunos.

O terceiro vídeo da seção “A aula” mostra um momento da aula que a professora atende um grupo de alunos que estão resolvendo a terceira questão da tarefa “Os colares”. Ela identifica que a resolução apresentada por um dos alunos do grupo, não era adequada para resolver a tarefa e com a intenção de auxiliá-los, ela desenvolve questionamentos até perceber que um dos alunos do grupo havia entendido porque a resolução não estava adequada. Ao perceber, ela pede para que esse aluno convença o colega nesse sentido (RODRIGUES, 2015). Ao analisar esse vídeo os futuros professores destacam os questionamentos feitos pela professora com a intenção de auxiliar os alunos durante a resolução da tarefa.

Elas percebeu que os alunos desse grupo em específico estavam resolvendo a questão de maneira errada e fez questionamentos aos alunos até que eles percebem o erro. [...] Depois, a professora questiona sobre o número de contas brancas a cada lado das figuras 1, 2 e 3, perguntando como será a quarta figura, até que os alunos percebem a relação entre o número de contas brancas de cada lado e o número da figura, (são iguais). (PE 13 – 5º encontro, 23/04/2015 – Everton e Maya)

Orienta os alunos, principalmente um aluno que demonstra dificuldade em compreender a regularidade entre as figuras [...]. Ela faz isso por meio de perguntas, do tipo: O que acontece de uma figura para a outra? Quantas contas têm de cada lado na figura 1? E na figura 2? E na figura 3? Por que são 17 contas? Esses questionamentos fazem com que o aluno reflita sobre o problema e observe dando mais atenção aos detalhes que não havia percebido. [...] (PE 14 – 5º encontro, 23/04/2015 – Cecília e Luiza)

Identificamos nessas produções escritas duas dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, a saber: “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” e “Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto” (VAN ES, SHERIN, 2002; ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010).

A primeira dimensão foi considerada pelos futuros professores ao identificar ações da professora Cristina que influenciaram no desenvolvimento da situação de ensino retratada no terceiro vídeo. Podemos observar que nessas produções o foco são as ações da professora, em detrimento das dificuldades, erros, e acertos dos alunos, que foram surgindo durante a interação. Nesse sentido, podemos concluir, que para os futuros professores os elementos dignos de nota da situação de ensino retratada no terceiro vídeo são as ações da professora, mais especificamente, os questionamentos feitos com a intenção de auxiliar os alunos durante o desenvolvimento da tarefa.

Já a segunda dimensão, entendemos que foi considerada quando Cecília e Luiza disseram: **“Esses questionamentos fazem com que o aluno reflita sobre o problema e observe dando mais atenção aos detalhes que não havia percebido”**. Entendemos que ao fazer tais apontamentos elas interpretaram que os questionamentos feitos pela professora ajudaram os alunos a perceber o erro, uma vez que, a partir deles os estudantes passaram a centrar suas atenções em aspectos específicos da tarefa, o que os permitiu identificar a relação existente entre o número da figura e a quantidade de contas brancas em cada lado do colar. Ao nosso ver, ao fazer tais considerações, os futuros professores reconheceram o papel do questionamento na promoção da aprendizagem dos alunos (MENEZES et al., 2013).

Além dos questionamentos que têm a intenção explícita de auxiliar os alunos durante a resolução da tarefa, os futuros professores também identificaram, na análise do terceiro vídeo, os questionamentos feitos pela professora com a intenção de obter justificações quanto às resoluções apresentadas pelos alunos.

A discussão em torno das ações da professora Cristina que ocorreu no oitavo encontro, permitiu que os futuros professores produzissem significados relacionados à importância de o professor solicitar justificção para as resoluções apresentadas pelos alunos, corretas ou não.

1. **Helen:** [...] Ela observa que eles estão fazendo errado, e o que ela faz? Ela fala que está errado?
2. **Everton:** Não ela pede uma explicação: “Por que deu 19?” e faz várias perguntas para entender o que eles tinham pensado.
3. **Helen:** Isso, ela solicita uma justificção para resolução. Nesse caso o resultado estava errado. E, se estivesse correto? O que vocês fariam, se ele tivesse respondido 17? [...]
4. **Paulo:** Dava um tapinha nas costas... “muito bem!!” e ia para outro grupo ?
5. **Cecília:** Depende...
6. **Everton:** Eu teria perguntado mesmo assim.
7. **Helen:** Por quê?

8. **Everton:** Para saber o que ele fez...
9. **Claudia:** Entender o que pensou, ver se tem alguma dúvida.  
[...]
10. **Everton:** As vezes o aluno chega na resposta certa, mas quando ele vai explicar o porquê daquele resultado ele não consegue, surge um monte de dúvidas... Por exemplo, no episódio 4 (vídeo 4 da seção “A aula”) se a professora não tivesse pedido para eles explicarem, ela não teria identificado a dúvida, talvez nem eles soubessem dessa dúvida.  
[...]
11. **Luiza:** Também para fazer o aluno falar. Quando ele vai falar ele tem que parar, pensar, organizar tudo o que fez. Mesmo que ele não tenha dúvida sobre a resolução, ele vai aprender mais ainda...  
[...]

(Episódio 8 – 7º encontro, 09/07/2015)

Os significados produzidos pelos futuros professores nessa discussão evidenciam uma crença de que, *solicitar justificações quanto às resoluções dos alunos*, mesmo quando estão corretas, é uma importante ação da professora que colabora na aprendizagem dos alunos. Eles consideram que essa ação oferece a oportunidade de o professor entender o que o aluno fez, bem como verificar se de fato ele compreendeu o que foi feito e quais são suas dúvidas. Entendemos que, ao fazer tais considerações os futuros professores evidenciaram uma crença quanto a necessidade de o professor *compreender como os alunos pensam e aprendem Matemática* (SOWDER, 2007).

Além disso, Luiza interpreta que ao solicitar a justificção, o professor desafia os alunos, levando-os a analisar e refletir sobre o que foi feito e, por conseguinte, dando oportunidade para que eles assumam uma atitude mais ativa em sala de aula (MENEZES, et al, 2013). Ela considera que esse aspecto contribui ainda mais para a aprendizagem dos alunos, reconhecendo a importância da comunicação para esse processo.

Entendemos que, no Episódio 8 os futuros professores evidenciaram *uma visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática* que se relaciona à prática do Ensino Exploratório, uma vez que, nessa perspectiva o processo de ensino e de aprendizagem é encarado “como um processo de inquirição que é construído conjuntamente pelo professor e alunos de forma dialógica” (CYRINO; OLIVEIRA, 2016, p. 23). Nesse sentido, as “práticas comunicativas em sala de aula demandam questionamentos que promovam a explicação e justificção do raciocínio matemático” (RODRIGUES, et al., 2016 p. 208) oferecendo ao professor a oportunidade de compreender o raciocínio usado pelos alunos, bem como, identificar dúvidas e equívocos.

O quarto vídeo da seção “A aula” mostra um momento da aula em que, um grupo de alunos, busca da professora uma validação de seus resultados. Mesmo a resposta sendo correta, a professora solicita ao grupo uma justificção para o resultado encontrado. Ela identifica que os alunos desse grupo usaram a recorrência para resolver a terceira questão da tarefa “Os colares” e apresentam dificuldades para justificar suas resoluções. De modo a possibilitar que os alunos busquem outras formas de resolução e compreendam a relação existente entre o número da figura e a quantidade de contas no colar, ela desenvolve questionamentos, tendo em conta aquilo que foi feito pelos alunos (RODRIGUES, 2015). Na análise desse vídeo, os futuros professores destacaram os questionamentos feitos pela professora para compreender o pensamento dos alunos.

Ela intervém por meio de questionamentos, com o objetivo de compreender o que eles estavam pensando e as estratégias que utilizaram e, quando era necessário, ela fazia questionamentos guiando-os para o caminho que ela queria. (PE 15– 6º encontro, 02/07/2015 – Cecília e Luiza)

Ela identifica que a resposta apresentada pelos alunos é correta e faz perguntas para entender o que eles pensaram para resolver a tarefa. Os alunos relacionaram o número de contas do colar com a tabuada do 2, pelo fato de estar aumentando de 2 em 2. No entanto, a resposta dada por eles é 17, que é um número ímpar, isso causou dúvidas nos alunos. Visando ajudá-los ela vai fazendo perguntas até que os alunos percebem que a conta preta não estava sendo levada em consideração [...]. (PE 16 – 6º encontro, 02/07/2015 – Everton e Maya)

Embora o foco dos excertos acima sejam as ações da professora, na produção escrita 16, os futuros professores também levam em consideração as dificuldades e as estratégias de resolução adotadas pelos alunos na situação apresentada no quarto vídeo. Desse modo, além das ações da professora, eles identificam elementos que dizem respeito ao pensamento e à aprendizagem dos alunos. Esses elementos permitem dizer que a primeira dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula”, foi considerada por Everton e Maya na análise do quarto vídeo.

A análise do quarto vídeo também permitiu que os futuros professores mobilizassem conhecimentos e crenças quanto a importância de o professor não responder diretamente às perguntas dos alunos ou não validar de imediato suas estratégias.

Não responder diretamente as perguntas, faz com que os alunos raciocinem mais e busquem com a ajuda dos colegas solucionar o que

foi proposto. Se o professor responder tudo que eles questionam, pode interromper o processo de compreensão dos alunos por si só. Além disso, o aluno vai passar a sempre esperar pela resposta do professor. (PE 17 – 6º encontro, 02/07/2015 – Dirce)

Fazendo isso ela possibilita que o aluno busque suas "próprias respostas". [...] Nesse vídeo (vídeo 4) também vimos que ao serem questionados a respeito de suas resoluções os alunos apresentaram dificuldades para justificar sua resposta, o que fez os alunos procurarem justificativas mais concisas e bem fundamentadas. Isso não teria acontecido se a professora tivesse validado a resposta deles como certa desde o início [...] (PE 18 – 6º encontro, 02/07/2015 – Everton e Maya)

Os significados produzidos nesses excertos indicam que os futuros professores reconhecem que fazer questionamentos ao invés de dar respostas durante a fase de desenvolvimento da tarefa é uma estratégia que pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia e para a promoção da aprendizagem dos alunos, encorajando-os para que não criem dependência em relação ao professor para a resolução da tarefa (MENEZES, *et al.*, 2014).

Com base na situação apresentada no quarto vídeo, Everton e Maya interpretam que fazer questionamentos ao invés de validar de imediato as resoluções dos alunos é uma estratégia que força os alunos a buscar “justificativas mais concisas e bem fundamentadas”, contribuindo assim, para a sua aprendizagem. Por outro lado, Dirce considera que responder diretamente as perguntas dos alunos, além de interferir no desenvolvimento da autonomia dos alunos, o professor pode interromper o processo de constituição de conhecimento por si só, o que não contribui para o processo de aprendizagem.

Interpretamos que ao fazer tais considerações, os futuros professores evidenciam a mobilização de conhecimentos *pedagógicos do conteúdo* (SOWDER, 2007). Em específico, eles evidenciam a mobilização de *conhecimentos e crenças sobre os propósitos do ensino*, ao considerar a autonomia como um aspecto a ser desenvolvido pelos alunos no contexto de uma aula de matemática. Além disso, ao considerar que não validar de imediato as resoluções dos alunos é uma estratégia que contribui para o desenvolvimento da autonomia e da aprendizagem dos alunos, eles evidenciam a mobilização de crenças a *respeito das estratégias de ensino da Matemática*.

Consideramos que ao interpretar que os questionamentos, feitos pela professora Cristina no quarto vídeo, permitiram que os alunos buscassem justificativas mais concisas e bem fundamentadas, os futuros professores evidenciam elementos referentes à

segunda dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, a saber: “Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto” (VAN ES SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010), uma vez que interpretar os efeitos que as ações do professor tem sobre as aprendizagens dos alunos é um dos elementos que Alsawaie e Alghazo (2010) atribuem a essa segunda dimensão.

O sexto vídeo da seção “A aula” mostra uma situação em que a professora apresenta questionamentos a um grupo de alunas que não conseguiu obter a generalização solicitada no item 6 da tarefa “Os colares”. Por meio de uma interação entre a professora e as alunas, elas conseguem explicitar uma regra, que é um indício de generalização (RODRIGUES, 2015). Ao analisar esse vídeo, os futuros professores também identificam o questionamento como sendo uma ação da professora e interpretam que, mediante as dificuldades apresentadas pelas alunas, os questionamentos feitos pela professora nesse vídeo são mais diretos e têm por objetivo direcionar a resolução da tarefa.

1. **Helen:** Quais são as principais ações da professora nesse episódio (sexto vídeo)?
2. **Cláudia:** Como as alunas têm bastante dificuldade para resolver, ela vai meio que direcionando a resolução... Fazendo perguntas, dando dicas...
3. **Helen:** [...] E tem diferença entre questionamentos que ela faz aqui (sexto vídeo) e os que são feitos nos episódios quatro e três (terceiro e quarto vídeo)?
4. **Cláudia:** [...] aqui (sexto vídeo) ela é mais direta, né? [...] Ela faz o questionamento, mas, tem uma hora que ela fala “faz a tabela”, “faz o teste”...
5. **Maya:** Até os questionamentos são mais diretos. Tem umas perguntas, do tipo: “do 38 para 39 está aumenta quanto? ”; “A regra é o números da figura vezes 2, mais o quê? ”  
[...]

(Episódio 9 - 7º encontro, 09/07/2015)

A discussão a respeito das ações da professora no sexto vídeo permitiu que os futuros professores pensassem em possíveis encaminhamentos para as dificuldades apresentadas pelas alunas.

1. **Helen:** Teve uma dupla (de futuros professores) que respondeu assim: “As alunas não conseguiram encontrar uma relação entre as figuras e a professora insistiu bastante na formulação da regra, ao invés de ajudá-las primeiramente a reconhecer o padrão.” Vocês acham que as alunas não entenderam a regra?
2. **Cecília:** Eu acho que não. Elas até conseguiram escrever algumas coisas por que a professora foi direcionando, mas acho que elas não entenderam o que significa... Não sei se elas conseguiriam justificar.
3. **Helen:** [...] O que vocês fariam de diferente, do que foi feito pela professora

- Cristina, para ajudar as alunas?
4. **Cecília:** Voltaria lá no começo.
  5. **Maya:** Não no começo da tarefa, lá no começo da tabela que ela fizeram
  6. **Luiza:** É lá nas primeiras figuras, para ir comparando o número da figura e o número de contas no colar.
  7. **Maya:** Para elas entenderem o padrão, né? A professora faz a comparação com a figura 19, mas elas estavam com dificuldades, até para multiplicar  $19 \times 2$ . Números menores teriam ajudado...  
[...]

(Episódio 10 – 7º encontro, 09/07/2015)

Ao propor uma estratégia para ajudar os alunos a superar as dificuldades e compreender a relação existente entre o número da figura e o total de contas do colar, os futuros professores evidenciaram, em nossa interpretação, a mobilização de *conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que, pensar em possíveis encaminhamentos para as dificuldades dos alunos é um processo que a nosso ver mobiliza o *conhecimento a respeito de estratégias para o ensino da matemática*. Além disso, quando Maya considera que trabalhar números menores é um fator que pode contribuir para a compreensão dos alunos, ela mobiliza conhecimentos relacionados às *estratégias* que permite a compreensão e diminuição de *possíveis erros dos alunos*.

Além dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo, ao propor estratégias alternativas às ações da professora, os futuros professores evidenciam a mobilização de elementos relacionados a segunda dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, uma vez que, propor estratégias de ensino alternativa às estratégias observadas, é um dos elementos que Alsawaie e Alghazo (2010) atribuem a essa segunda dimensão “Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto”.

Além dos questionamentos, os futuros professores também identificaram, ao longo da exploração do caso multimídia, outras ações da professora para a fase de Desenvolvimento da tarefa. No quadro de ações elaborado no oitavo encontro (23/07/2015), os futuros professores consideram como ações de um professor para essa fase da aula:

Orientar [...] os alunos; interferir quando necessário; saber fazer as perguntas corretas; inteirar-se sobre as resoluções de todos os alunos; motivá-los; escolher as resoluções que devem ser apresentadas na lousa e a ordem delas. (PE 19 – 8º encontro, 23/07/2015 – Cecília e Luiza)

Essas ações vão ao encontro dos elementos que compõem as ações “Monitorar” e “Selecionar e sequenciar” do Framework (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Entendemos que ao identificar essas ações os futuros professores mobilizam *conhecimento a respeito da prática do Ensino Exploratório*.

Conforme apontamos no Capítulo 4, os futuros professores compararam o quadro de ações que elaboraram com o Framework, indicando as semelhanças e diferenças. Essa comparação foi discutida com os futuros professores no décimo encontro (30/07/2015). Durante essa discussão ganhou mais destaque as “*ações do professor que alteram o desafio cognitivo da tarefa*”

1. **Luiza:** [...] Teve alguns elementos do *framework* que a gente não colocou no nosso quadro, mas consideramos importante.
2. **Helen:** Quais?
3. **Luiza:** O terceiro [**Manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos**], quarto [**Solicitar justificações para as resoluções e representações utilizadas (corretas ou não)**] e quinto [**Não validar a correção das respostas dos alunos**].
4. **Helen:** [...] O que significa essa ação: “manter o desafio cognitivo?”
5. **Luiza:** A gente não pode direcionar: faz isso, faz aquilo. Ou já fazer uma pergunta que entrega a resposta ou facilita demais para o aluno...
6. **Cecília:** Também entra um pouco a ação: *não validar a correção das respostas*.
7. **Helen:** Você acha que essas ações estão relacionadas?
8. **Luiza:** Acho que sim. Quando o professor fala de imediato se resolução está certa ou errada, o aluno não vai precisar refletir sobre aquela resolução para ver se realmente está certa.

(Episódio 11 - 10º encontro, 30/07/2015)

Os significados produzidos no Episódio 11 evidenciam a mobilização de conhecimentos que se relacionam a ações do professor que podem alterar o desafio cognitivo durante a fase de desenvolvimento da tarefa. Eles consideram que dizer ao aluno o que fazer, propor questionamentos que entregam a resposta, bem como, validar de imediato a resolução dos alunos, são exemplos de ações do professor que podem diminuir o desafio cognitivo da tarefa durante sua resolução.

Conforme apontado por Cyrino e Jesus (2015),

o nível de demanda cognitiva de uma tarefa está relacionado aos tipos de raciocínio matemático que são exigidos dos alunos para sua realização, bem como, com o nível e o tipo de aprendizagem que proporciona aos alunos (...) Ao lidar com tarefas de elevado nível de demanda cognitiva, torna-se essencial que o professor: não elimine os aspectos desafiadores das tarefas para os alunos; não simplifique as tarefas; não fale as respostas ou caminhos a serem seguidos pelos alunos; dê tempo suficiente, para o aluno realizar o trabalho (...) (p. 754)

Nesse sentido, entendemos que pensar em ações do professor que podem alterar o desafio cognitivo da tarefa, é pensar em ações que interferem na aprendizagem dos alunos. Desse modo, consideramos que ao fazer tais considerações os futuros professores evidenciam a mobilização de *conhecimento pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007).

Além disso, entendemos que os conhecimentos e crenças que foram mobilizados pelos futuros professores no episódio 11, evidenciam a *visão compartilhada para o ensino e aprendizagem da Matemática* (SOWDER, 2007) que se relaciona a prática do Ensino Exploratório, uma vez que, nessa perspectiva de ensino o professor deve ficar atento aos comentários e questionamentos feitos aos alunos durante o desenvolvimento da tarefa, a fim de não alterar seu nível de demanda cognitiva (OLIVEIRA; MENEZES e CANAVARRO, 2013).

### 5.2.3 Discussão coletiva da tarefa

Assim como na fase de desenvolvimento da tarefa, na fase de Discussão coletiva, o questionamento é um dos aspectos da prática da professora Cristina que os futuros professores mais destacam ao longo da exploração do caso multimídia “Os colares”.

O sétimo vídeo da seção “A aula” representa o momento da aula que é feita a discussão dos três primeiros itens da tarefa “Os colares”. Nessa discussão alguns alunos vão ao quadro e apresentam suas resoluções de acordo com uma sequência estabelecida pela professora. Ao final dessa sequência, a professora, junto com os alunos estabelecem relações entre as diferentes resoluções apresentadas. Ao analisar esse vídeo os futuros professores ressaltaram o papel do questionamento na promoção das apresentações dos alunos, identificando essa ação como uma estratégia adotada pela professora para *obter explicações e justificativas sobre as resoluções apresentadas* (MENEZES, et al. 2013).

A professora faz algumas perguntas durante a explicação dos alunos para que o restante da turma compreenda como o colega pensou. (PE 20 – 6º encontro, 02/07/2015 – Cecília e Luiza)

[...] Na discussão da questão 3 ela pede para os alunos explicarem como eles resolveram. Essa parte foi mais complicada pois os alunos não estão habituados a explicar, sendo assim [...] ela foi fazendo questionamentos sobre as resoluções com a intenção de que os alunos conseguissem explicar os seus respectivos pensamentos. (PE 21 – 6º encontro, 02/07/2015 – Dirce)

Nessa fase da aula os questionamentos da professora podem ser traduzidos essencialmente em pedidos de explicação e justificção, que tem por intenção compreender o que o aluno pensou, e forçá-los a compartilhar suas resoluções com os colegas. Dirce interpreta que, frente à dificuldade de os alunos justificarem suas resoluções, alguns dos questionamentos feitos pela professora tiveram por intenção auxiliá-los a organizar as estratégias e ideias matemáticas presentes nas resoluções. Ao fazer tais considerações ela leva em conta o papel do questionamento na promoção da qualidade das apresentações dos alunos.

Além dos questionamentos que tem por intenção obter explicações e justificções os futuros professores também reconheceram, na análise do vídeo 7, outra intenção para os questionamentos da professora: *fomentar o surgimento de ideias matemáticas que são importantes para a fase de sistematização.*

Por meio de perguntas, ela tenta suscitar as ideias que serão utilizadas para a generalização, no caso, a multiplicação do número da figura por dois mais um, com a intenção de que os alunos percebam e entendam a regularidade que será sistematizada. [...] (PE 22 – 6º encontro, 02/07/2015 –Everton e Maya)

Na produção escrita 22, Everton e Maya destacam que a ação da professora de suscitar ideias que serão utilizadas na sistematização é um dos objetivos da fase de discussão coletiva da tarefa. O reconhecimento da necessidade de levantamento de ideias necessárias para a sistematização, que tenham origem na resolução dos alunos, revela uma *compreensão a respeito de como os alunos pensam e aprendem Matemática* (SOWDER, 2007).

Na análise do vídeo 8, os futuros professores reconheceram, mais uma vez, o questionamento da professora como um dos principais motores de suas ações. Esse vídeo mostra o momento da aula em que é feita a discussão do item 4 da tarefa “Os colares”. Para essa discussão diferentes alunos apresentam as resoluções e, ao final da apresentação, a professora estabelece relações entre cada uma delas. Ao analisar esse vídeo os futuros professores destacam os questionamentos que têm a intenção *de fazer com que os alunos percebam a existência de diferentes resoluções para uma mesma tarefa e estabeleçam relações entre essas diferentes resoluções.*

Os grupos vão ao quadro para resolverem a quarta questão, a professora faz algumas perguntas para ver qual o raciocínio que os grupos tiveram e compara as resoluções fazendo perguntas para

percebessem a relação entre as estratégias. (PE 23 – 6º encontro, 02/07/2015 – Fabricio)

A discussão é sobre a questão 4 da tarefa em que eles tem que encontrar quantas contas existem na figura 19. Ela aborda todas as formas que os alunos resolveram, mostrando que os resultados estão iguais mesmo para diferentes resoluções. Além disso, ela foi fazendo perguntas e comparações para que os alunos percebessem que todas as estratégias, tanto tabela, quanto um padrão por meio de uma fórmula, como ir somando de 2 em 2 até chegar na figura 19, todas elas, podem ser relacionadas entre si. Ela também compara duas resoluções, a fim de que percebam que 19 somado a 19 é o mesmo que multiplicar 19 por 2. (PE 24 – 6º encontro, 02/07/2015 – Dirce)

Com base nas produções acima podemos dizer que Fabricio e Dirce reconhecem a intenção da professora de partilhar todas as formas de resoluções apresentadas pelos alunos para destacar que diferentes estratégias podem levar a um mesmo resultado e que elas podem mobilizar diferentes tipos de representação (numérica/contagem, tabular, algébrica).

Comparar as diferentes resoluções, estabelecer relações entre elas pode revelar respeito do professor quanto a produção dos alunos no sentido de desenvolver no futuro professor uma *compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar* (SOWDER, 2007). É importante que os futuros professores compreendam a importância de tratar os alunos de forma respeitosa e como produtores de conhecimento.

Entendemos que ao identificar diferentes intencionalidades para os questionamentos feitos pela professora nos vídeos 7 e 8, os futuros professores, implicitamente, identificam importantes ações da professora para a fase de Discussão coletiva da tarefa, a saber: *solicitar justificações para as resoluções e representações apresentadas, auxiliar os alunos durante apresentação, chamar a atenção para as ideias estratégias e/ou representações matemáticas particularmente importantes para suas aprendizagens; comparar e confrontar as diferentes resoluções e salientar a existência de diferentes resoluções para a tarefa.*

Com base nessas considerações podemos dizer que a primeira dimensão “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” (VAN ESHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010), foi considerada na análise dos vídeos 7 e 8, uma vez que, identificar a forma do professor transmitir uma mensagem ao aluno, leva-los a observar aspectos matemáticos importantes, bem como lidar com as questões dos alunos,

são elementos que Alsawaie e Alghazo (2010) atribuem à primeira dimensão que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula.

Se na análise escrita dos vídeos 7 e 8 o questionamento da professora surge como um aspeto estruturante das suas ações promotoras das aprendizagens dos alunos, no sétimo encontro (09/07/2015), ao discutirmos as principais ações de um professor para a fase de Discussão coletiva, o questionamento também foi considerado como uma *estratégia para promover e gerir a participação dos alunos na discussão coletiva*.

1. **Helen:** Então quais são as principais ações de um professor nessa fase?
2. **Cecília:** Escolher as resoluções
3. **Helen:** É nesse momento que o professor escolhe as resoluções?
4. **Cecília:** A, é verdade, enquanto os alunos vão resolvendo o professor já tem que ir observando quais resoluções vão ser escolhidas para a próxima fase...
5. **Everton:** É, na fase anterior  
[...]
6. **Luiza:** Relacionar as deferentes resoluções, organizar as apresentações, pedir para o aluno explicar, se ele não conseguir ela tem que fazer perguntas para ajudar...
7. **Cecília:** Fazer com que os alunos, que não estão apresentando, prestem atenção e participem da discussão.
8. **Helen:** E como fazer isso?
9. **Cecília:** Pode fazer perguntas...
10. **Claudia:** Eu sempre direciono a pergunta para ele. “Você entendeu?” “O que o amigo falou?” “Vocês concordam?” “É igual ao que vocês fizeram?”
11. **Helen:** O questionamento é uma boa estratégia, não só fazer questões, mas incentivar os demais a fazer questionamentos.  
[...]

(Episódio 12 - 7º encontro, 09/07/2015)

Nesse episódio os futuros professores consideraram como principais ações do professor para essa fase da aula: *organizar as apresentações, solicitar justificações para as resoluções apresentadas, auxiliar os alunos durante a apresentação de modo que consiga justificar suas resoluções, estabelecer relações entre as diferentes resoluções e promover a participação de todos os alunos durante a discussão*. Além disso, reconhecem que *selecionar e sequenciar resoluções* são ações desenvolvidas ao longo da fase de Desenvolvimento da tarefa (4).

Mais uma vez o questionamento é considerado pelos futuros professores como uma importante ação da fase de Discussão Coletiva. Nesse episódio eles consideram essa ação como uma estratégia para chamar a atenção dos alunos para a discussão e promover suas participações durante essa fase da aula. Quando Claudia diz “*Eu sempre*

*direciono a pergunta para ele...*” e aponta questionamentos que podem ser feitos para centrar a atenção dos alunos e promover sua participação, ela evidencia uma “*compreensão de si como um professor que ensina Matemática*” (SOWDER, 2007).

No Episódio 12 os futuros professores evidenciam a mobilização de conhecimentos e crenças que se relacionam à prática do professor durante essa fase da aula e, por conseguinte uma *visão compartilhada para o ensino e aprendizagem da Matemática* (SOWDER, 2007). Mais especificamente, relacionam essa prática à prática do Ensino Exploratório, uma vez que, entre as principais ações do professor nessa perspectiva de ensino temos: organizar a discussão, promover a participação de todos e comparar as diferentes resoluções (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; TEIXEIRA; CYRINO, 2016).

Além dos questionamentos, outro aspecto que foi bastante destacado ao longo da análise das ações da professora Cristina, foi a importância de fomentar a discussão coletiva das resoluções para a aprendizagem dos alunos. Os futuros professores consideraram que a discussão coletiva das resoluções da tarefa é um momento importante, pois oferece a oportunidade de os alunos sanarem suas dúvidas, conhecerem e compararem diferentes estratégias de resolução.

Por meio da fala do colega e também durante as discussões [...] o aluno pode entender algo que ainda não estava claro. (PE 25 – 5º encontro, 23/04/2015 - Cecília e Luiza)

Ao ver o que o colega fez, o aluno percebe que há outras formas de pensamento que podem chegar na mesma resposta, também pode compará-las discutindo qual é a mais prática. Durante a discussão, podem expor suas dúvidas e conclusões, contribuindo para compreensão dos colegas. (PE 26 – 6º encontro, 02/07/2015 – Cecília e Luiza)

Aqueles alunos que ainda não compreenderam a questão tem a oportunidade de compreender, além disso, eles analisam estratégias diferentes que podem ser incorporados no seu modo de pensar. (PE 27 – 6º encontro, 02/07/2015 –Everton e Maya)

Os significados produzidos pelos futuros professores para justificar a importância da discussão para a aprendizagem dos alunos evidenciam que para os futuros professores analisar e comparar diferentes resoluções para a mesma tarefa, são ações que contribuem para o processo de aprendizagem dos alunos. Além disso, essas diferentes resoluções podem ser incorporadas ao seu modo de pensar contribuindo assim para o desenvolvimento de um repertório de resoluções.

De acordo com os futuros professores, analisar e comparar diferentes resoluções pode proporcionar ao aluno uma visão mais ampla sobre a matemática envolvida na resolução, bem como as relações entre as diferentes resoluções.

A apresentação de diferentes estratégias pode proporcionar ao aluno uma visão mais ampla sobre a matemática envolvida na resolução e, as relações entre as próprias estratégias. (PE 28 – 8º encontro, 16/07/2015 –Everton e Maya)

Entendemos que ao considerar “comparar e analisar diferentes resoluções para uma mesma tarefa” como uma estratégia que contribui para a aprendizagem dos alunos, os futuros professores evidenciam uma *compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática* (SOWDER, 2007), assim como a mobilização de *conhecimentos pedagógicos do conteúdo* (SOWDER, 2007), uma vez que pensar, enquanto professor, em ações que podem contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos é um dos aspectos que se relaciona ao *conhecimento de estratégias de ensino* (GROSSMAN,1990).

Os conhecimentos e crenças que foram mobilizados pelos futuros professores ao falar sobre a importância da discussão coletiva, evidenciam uma *visão compartilhada para o ensino e aprendizagem da Matemática* que se aproxima da prática do Ensino Exploratório, uma vez que, nessa perspectiva o propósito das discussões, vai além de chegar a um consenso sobre a resposta correta, mas envolve relacionar as diferentes resoluções com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas (CANAVARRO, 2011).

Além da importância da discussão coletiva, outro aspecto, que se relaciona a essa fase da aula, bastante destacado ao longo da exploração do caso multimídia, foi o conjunto de *desafios que se colocam ao professor durante a discussão coletiva* das resoluções da tarefa.

1. **Everton:** Eu acho que o maior desafio é fazer aluno perceber essas conexões, sem mostrar quais são as conexões.
2. **Maya:** Só com questionamentos.
3. **Dirce:** É difícil porque não é algo que estamos habituados a fazer e nem os alunos a falar, eles ficam esperando pela gente... Então, um desafio é fazer o aluno participar, se ele não participar nós não temos discussão. [...] Temos que tomar cuidado para que a discussão não se torne uma apresentação de resoluções.
4. **Claudia:** Eu acho que esse é o maior desafio: a discussão ser de fato uma discussão.
5. **Helen:** E como a gente faz isso?
6. **Luiza:** Tem que relacionar as resoluções, ver qual é mais viável, chamar atenção para a ideias importantes... o professor tem que fazer perguntas, provocar o

aluno, forçar ele a falar... Só que tudo isso é um desafio...

(Episódio 13 - 7º encontro, 09/07/2015)

Ao reconhecerem os desafios que se colocam ao professor nessa fase da aula, os futuros professores evidenciam uma *visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da matemática* (SOWDERS, 2007) que se relaciona ao Ensino Exploratório, uma vez que nessa perspectiva, a intenção da fase de Discussão coletiva da tarefa é ir além da realização de um “desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa; o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas” (CANAVARRO, 2011, p. 16).

Além de reconhecer as ações da professora (1) (3), os futuros professores destacam o que pode ser feito para enfrentar os desafios e promover as discussões em sala de aula (6) revelando, assim, indícios de compreensão do papel do professor (de si) para promover o ensino e fomentar a aprendizagem dos alunos nessa fase da aula.

Nesse sentido consideramos que a terceira dimensão “Estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem” foi considerada pelos futuros professores, uma vez que tais conclusões se deram, a partir da análise dos vídeos 7, 8 e 9 da seção “A aula”.

De modo geral, a exploração do caso multimídia “Os colares” permitiu que os futuros professores identificassem as principais ações do professor para a fase de Discussão coletiva da tarefa, bem como os desafios postos ao professor nessa fase da aula.

#### **5.2.4. Sistematização das aprendizagens**

A discussão em torno das ações da professora Cristina, que são referentes à fase de sistematização das aprendizagens, teve por base o décimo vídeo da seção “A aula”. Nesse vídeo, diferentes alunos apresentam suas resoluções referentes ao item 6 da tarefa “Os colares”, que pede para descrever uma regra que permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência. No final da apresentação, a professora estabelece relações entre cada uma das resoluções e sistematiza as ideias matemáticas envolvidas na tarefa.

Analisar o décimo vídeo permitiu aos futuros professores identificar aspectos que a professora Cristina dá atenção durante a fase de sistematização. Entre os diferentes aspectos identificados, os futuros professores destacaram duas ações da professora:

*mostrar que a regra encontrada no item 6 da tarefa “Os colares” pode ser usada para encontrar a quantidade de contas de qualquer figura; e, promover o reconhecimento de que a regra é uma estratégia mais rápida e mais viável do que a utilização de uma tabela.*

[...] É perceptível que o enfoque dela foi no padrão (regra) encontrado por alguns e mostrar a importância desse padrão para encontrar qualquer figura que se quisesse e também que (a regra) é a forma mais rápida de encontrar as respostas. (PE 30 – 6º encontro, 02/07/2015 – Dirce)

Ela dá uma atenção maior na regra que os alunos encontraram, e vai perguntando a eles se com qualquer figura eles conseguem achar o total de contas a partir da regra, pergunta se a regra ou a tabela é mais fácil, pois se for uma figura muito grande a tabela não é conveniente (PE 31 – 6º encontro, 02/07/2015 – Roberta)

Entendemos que ao identificar essas ações da professora os futuros professores reconhecem a necessidade de *promover a compreensão da ideia de regra e de discutir a sua importância* (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Compreender que a generalização encontrada no item 6 serve para encontrar a quantidade de contas de qualquer figura, nos permite inferir que os futuros professores reconhecem a ideia de regra como um aspecto do pensamento algébrico e a sua importância para agilizar os cálculos e torná-los mais viáveis quando os valores são muito grandes, evidenciando assim a mobilização de *conhecimento do conteúdo matemática* (SOWDER, 2007).

Na produção escrita 31, a futura professora Roberta refere-se explicitamente a ação *questionar*, identificando-a como uma estratégia adotada pela professora para promover a compreensão da ideia de regra, bem como, o reconhecimento da sua importância.

Outro aspecto da prática da professora Cristina que foi considerado pelos futuros professores, foi a ação *comparar e confrontar diferentes resoluções com as representações da regra e as representações entre si*. Eles apontam que nesse vídeo a professora utiliza essa estratégia para mostrar aos alunos que diferentes resoluções podem levar a um mesmo resultado e que a regra pode ser escrita tanto em linguagem natural, quanto em linguagem algébrica e que, na notação algébrica, podem ser utilizadas diferentes letras para representar o número da figura.

Compara as resoluções mostrando que os alunos poderiam responder o item 6, tanto em uma linguagem natural quanto em uma linguagem matemática (utilizando símbolos), e na última (linguagem simbólica) enfatizou que

poderiam utilizar qualquer letra para representar o número da figura. (PE 32 – 6º encontro, 02/07/2015 – Cecília e Luiza)

Um dos elementos do processo de sistematização, na perspectiva do Ensino Exploratório, é relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com as representações matemáticas formalizadas (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Interpretamos que Cecília e Luiza apresentam indícios de compreensão desse elemento, uma vez que argumentam a respeito da comparação das resoluções dos alunos realizada pela professora (conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos), que possibilitou a discussão com os estudantes de aspectos do que havia explicitado como objetivo da aula, especificamente, no que diz respeito à ideia de que, em uma regra, pode-se utilizar diferentes letras para representar uma variável (representações matemáticas formalizadas).

Ao identificar essas ações da professora, os futuros professores identificam elementos da primeira dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, denominada “Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula” (VAN ES SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010).

Além disso, na discussão que ocorreu no sétimo encontro (09/07/2015), em torno das principais ações da professora para a fase de sistematização, notamos elementos relativos à terceira dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, denominada “Estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem” (VAN ES SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010).

1. **Helen:** Nesse caso a professora sistematiza um conteúdo?
2. **Luiza:** Ela sistematiza uma ideia... a ideia de regra, dentro do contexto da matemática.  
[...]
3. **Maya:** Se tivesse no primeiro ano (do Ensino Médio) ela poderia ter sistematizado função.
4. **Helen:** [...]A partir dessas resoluções?
5. **Maya:** Sim.
6. **Helen:** Mas aqui ela estabeleceu alguma ideia de variável? Que tipo de letra ela trabalhou aqui?
7. **Everton:** Ela só chama atenção para o fato de que a letra pode ser substituída por 1, 2 , 100... que corresponde ao número da figura. Acho que está mais para letra como número generalizado do que variável.  
[...]
8. **Paulo:** Mas, quando ela diz que a regra permite encontrar o número de contas para qualquer figura, não é uma relação?  
[...]

9. **Everton:** Sim, eu acho que tem implícito o pensamento funcional, mas para ela sistematizar o conceito de função ela ia precisar de uma outra letra para representar a quantidade de contas a cada figura. Aí eu acho que ela teria a ideia de variável dependente.
10. **Paulo:** Entendi...
11. **Everton:** Mas, seria possível considerar essa outra variável. Ela poderia ter colocado um t e dito que aquela letra é uma representação para o número total da figura...
12. **Maya:** Ela poderia voltar na tabela também e mostrar que a segunda coluna são os valores de t e que esses valores vão depender do valor de n. A relação de (inter)dependência entre elas. Ela só precisaria de mais tempo...
13. **Helen:** Sim, ela quase não conseguiu terminar a sistematização. [...] Mas, vocês acham que os alunos do 6º ano dão conta?
14. **Maya:** Eu acho que essa ideia de uma letra dependendo da outra pode até ser que sim, mas o que é uma função não... Seria para alunos do 1º ano (Ensino Médio) mesmo.

(Episódio 14 – 7º encontro, 09/07/2015)

Interpretamos que ao considerar que a partir das resoluções dos alunos é possível sistematizar o conceito de função (3), Maya estabelece relações entre as estratégias de resoluções observadas no décimo vídeo com elementos externos a essa situação, associados ao currículo (3, 14) e a gestão de sala de aula (12), considerando assim, a terceira dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010).

Elementos referentes a essa terceira dimensão também são encontrados nas falas do futuro professor Everton, ao dizer: **“Ela só chama atenção para o fato de que a letra pode ser substituída por 1, 2, 100... que são o número da figura.. Acho que está mais para letra como número generalizado do que variável.”**, uma vez que, ao interpretar que o significado da letra que foi trabalhado pela professora, em termos de registro, se relaciona mais ao conceito de letra como número generalizado do que letra como variável, ele relaciona as resoluções usadas para viabilizar o processo de sistematização com aspectos de uma pesquisa desenvolvida pelo *Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS)*, que é citada no texto Matos e Ponte (2008), que foi discutido com os futuros professores antes da exploração do caso multimídia “Os colares”. Conforme já mencionado, nessa pesquisa buscou-se identificar os diferentes tipos de respostas apresentadas por alunos, entre 11 e os 16 anos, quando confrontados com o uso de símbolos literais e como resultado foram encontrados seis tipos de significados para as letras: letra avaliada; letra não considerada; letra como objeto; letra como incógnita; letra como número generalizado; e letra como variável.

Além disso, Quando Everton aponta: **“Mas, seria possível considerar essa outra variável. Ela poderia ter colocado um t e dito que aquela letra representação para o número total da figura...”**, consideramos que ele reconhece a ideia, mobilizada pelos alunos e discutida pela professora, relativa ao conceito de variável. Ao interpretar que na sistematização tem implícito o pensamento funcional (9), Everton interpreta a situação observada no décimo vídeo com base em seus conhecimentos e crenças, evidenciando assim, também, elementos relacionados à segunda dimensão do que consiste reconhecer interpretar interações em sala de aula (VAN ES SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010).

Além dos aspectos relacionados a segunda e terceira dimensão do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula, os significados produzidos pelos futuros professores nesse episódio evidenciam a mobilização de *conhecimentos pedagógico do conteúdo* (SOWDER, 2007), bem como, *conhecimentos do conteúdo matemático* (SOWDER, 2007).

Maya, ao considerar a possibilidade de no 1º ano do Ensino Médio usar a tarefa “Os colares” para sistematizar o conceito de função (3) e reconhecer que tal conceito não pode ser sistematizado para alunos do 6º ano (14) ela evidencia a mobilização de *conhecimentos pedagógicos do conteúdo* e *conhecimento de como os alunos aprendem matemática* (SOWDER, 2007). O conhecimento pedagógico do conteúdo está associado a mobilização de *conhecimento curricular da Matemática*, uma vez que, esse conhecimento envolve saber quais conteúdos podem ser trabalhados em cada nível de ensino, e quais materiais são apropriados ao trabalho com determinados temas da Matemática (OLIVEIRA, 2004; MARCON; GRAÇA; NASCIMENTO, 2010). Além do conhecimento curricular, ela também mobiliza *conhecimento de estratégias para o ensino de temas específicos da Matemática* (SOWDER, 2007), ao considerar que para falar sobre a dependência entre as variáveis o professor pode recorrer a tabela. Quanto ao *conhecimento de como os alunos pensam e aprendem matemática* (SOWDER, 2007), entendemos que é mobilizado ao dizer **“Eu acho que essa ideia de uma letra dependendo da outra pode até ser que sim, mas o que é uma função não.”**, como se os alunos ainda não estivessem preparados para entender o conceito de função.

Everton, ao considerar que para sistematizar o conceito de função a professora irá precisar de outra variável para representar a quantidade de contas a cada figura e, dizer **“ai eu acho que ela teria a ideia de variável dependente”**, evidencia a mobilização de *conhecimentos matemático* (SOWDER, 2007), uma vez que, a ideia de interdependência entre as variáveis é uma das noções que fundamentam o conceito de função (CARAÇA,

1998). Além disso, ele evidencia a mobilização de conhecimento pedagógico do conteúdo (SOWDER, 2007), uma vez que pensar em estratégias para a sistematização de conteúdo é um processo que ao nosso ver mobiliza o *conhecimento de estratégias para o ensino de temas específicos da Matemática*.

A seguir apresentamos, no Quadro 10, uma síntese dos conhecimentos, crenças e compreensões que foram mobilizados/construídos pelos futuros professores no decorrer da exploração do caso multimídia associados aos objetivos do desenvolvimento profissional destacados por Sowder (2007). No Quadro 11, apresentamos uma síntese dos elementos que foram considerados pelos futuros professores ao analisar os vídeos do caso multimídia “Os colares” associados as três dimensões da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010).

**Quadro 10:** Conhecimentos mobilizados/constituídos pelos futuros professores na exploração do caso multimídia “Os colares”

<b>Objetivos do desenvolvimento profissional</b>	<b>Conhecimentos, crenças e compreensões mobilizados/constituídos pelos futuros professores na exploração do caso multimídia “Os colares”</b>
<b>Visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da Matemática</b>	<p>Necessidade de o professor:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuidar da manutenção do nível de demanda cognitiva da tarefa;</li> <li>• Organizar questionamentos para a Proposição e apresentação da tarefa;</li> <li>• Solicitar justificações quanto às resoluções dos alunos;</li> <li>• Confrontar diferentes resoluções para uma mesma tarefa;</li> <li>• Papel do professor na fase de discussão coletiva da tarefa;</li> <li>• Papel do professor na fase de Proposição e apresentação da tarefa.</li> </ul>
<b>Conhecimento sobre os conceitos matemáticos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequências (Definição, progressão aritmética, progressão geométrica)</li> <li>• Função;</li> <li>• Generalizações;</li> <li>• Pensamento algébrico.</li> </ul>

<b>Compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática</b>	<p>Ações do professor que podem contribuir para a aprendizagem dos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Confrontar diferentes resoluções e registros;</li> <li>• Conhecer o currículo e avaliar em que ano um determinado conceito pode ser trabalhado;</li> <li>• Propor questionamentos;</li> <li>• Solicitar justificações para as resoluções apresentadas;</li> <li>• Sistematizar o conceito/ideia/procedimento matemático a partir das resoluções dos alunos.</li> </ul>	
<b>Conhecimento pedagógico do conteúdo</b>	<b>Crenças e propósitos para o ensino de Matemática</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autonomia é um aspecto a ser desenvolvido pelos alunos no contexto de uma aula de matemática;</li> </ul>
	<b>Conhecimento sobre as compreensões, concepções e possíveis erros dos alunos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O professor tem que pensar em estratégias para minimizar erros (como, por exemplo, trabalhar com números menores) e “garantir” a compreensão dos alunos.</li> </ul>
	<b>Conhecimento sobre o currículo (da Matemática) e materiais curriculares</b>	<p>Cabe ao professor:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliar em que ano determinado conteúdo deve ser trabalhado;</li> <li>• Conhecer e garantir o trabalho com temas transversais a matemática, tais como: a comunicação e a capacidade de argumentação matemática;</li> </ul>

	<p><b>Conhecimento de estratégias e representações para o ensino de temas específicos (da Matemática)</b></p>	<p>Cabe ao professor:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar o potencial para o desenvolvimento do pensamento dos alunos;</li> <li>• Avaliar e explorar as estratégias e argumentações apresentadas pelos alunos na resolução da tarefa tendo em conta a necessidade de desenvolvimento de competências, tais como, argumentação e comunicação matemática;</li> <li>• Analisar as características de uma tarefa a ser desenvolvida em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório;</li> <li>• Ser capaz de reconhecer e elaborar tarefas que requerem alta exigência cognitiva;</li> <li>• Reconhecer que confrontar diferentes resoluções para uma mesma tarefa é potencial para aprendizagem dos alunos;</li> <li>• Garantir a compreensão da tarefa sem reduzir seu nível de demanda cognitiva</li> <li>• Sistematizar conteúdos, conceitos e ideias matemáticas a partir das resoluções dos alunos.</li> </ul>
<p><b>Compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Confrontar diferentes resoluções;</li> <li>• Considerar e respeitar as produções dos alunos.</li> </ul>	
<p><b>Compreensão de si como um professor que ensina Matemática</b></p>	<p>Os futuros professores relacionam suas práticas enquanto alunos com a sua futura prática como professores, no que diz respeito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Às ações que podem interferir no nível de demanda cognitiva da tarefa;</li> <li>• À gestão da participação dos alunos durante a discussão coletiva da tarefa.</li> </ul>	

**Fonte:** A autora.

**Quadro 11:** Elementos considerados pelos futuros professores que se relacionam as dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula.

<b>Dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula</b>	<b>Elementos que foram considerados pelos futuros professores</b>
“Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula”	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar ações da professora em cada fase da aula;</li> <li>• Reconhecer as intenções dos questionamentos feitos pela professora durante o desenvolvimento da tarefa;</li> <li>• Identificar as estratégias de resolução dos alunos;</li> <li>• Identificar as dificuldades dos alunos;</li> <li>• Identificar a maneira do professor de transmitir uma mensagem aos alunos;</li> <li>• Identificar os conteúdos que foram sistematizados.</li> </ul>
“Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto”	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar os efeitos que as ações do professor têm sobre a aprendizagem dos alunos;</li> <li>• Interpretar as resoluções dos alunos com base em seus conhecimentos e crenças;</li> <li>• Fazer julgamentos de valores quanto as ações da professora;</li> <li>• Propõe estratégias alternativas as ações da professora.</li> </ul>
“Estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem”	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender o papel do professor para promover o ensino e fomentar a aprendizagem durante a fase de discussão coletiva da tarefa;</li> <li>• Estabelecer relações entre as estratégias de resoluções dos alunos com elementos externos a situação, associados ao currículo e a gestão de sala de aula;</li> <li>• Estabelecer relações entre as estratégias de resoluções dos alunos com elementos teóricos.</li> </ul>

**Fonte:** A autora.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Na busca por responder a questão de investigação - “Que indícios de desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática podem ser identificados na exploração de um caso multimídia desenvolvido na perspectiva do Ensino Exploratório?” descrevemos a trajetória de futuros professores na exploração do caso multimídia “Os colares” e analisamos os conhecimentos, crenças e compreensões mobilizados/constituídas por eles na exploração desse caso multimídia.

A partir da descrição, identificamos dois pontos de enfoque assumidos pelos futuros professores no decorrer da exploração do multimídia, nomeadamente:

- A tarefa “Os colares” e suas características;
- As principais ações do professor em cada fase da aula: Proposição e apresentação da tarefa; Desenvolvimento da tarefa; Discussão coletiva da tarefa; Sistematização.

A análise das informações foi organizada em torno desses pontos de enfoque, a partir dos quais constituímos cinco unidades de análise, nomeadamente:

- A tarefa “os colares” e suas características”;
- As principais ações do professor na fase “Proposição e apresentação da tarefa”;
- As principais ações do professor na fase “Desenvolvimento da tarefa”;
- As principais ações do professor na fase “Discussão coletiva da tarefa”;
- As principais ações do professor na fase “Sistematização”.

Essa análise permitiu identificar indícios de vários conhecimentos, crenças e compreensões mobilizados pelos futuros professores, que associamos aos objetivos do desenvolvimento profissional elencados por Sowder (2007):

- Visão compartilhada para o ensino e a aprendizagem da matemática;
- Conhecimentos sobre os conceitos matemáticos;
- Compreensão de como os alunos pensam e aprendem Matemática;
- Conhecimento pedagógico do conteúdo;

- Compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar;
- Compreensão de si como um professor que ensina Matemática.

Além disso, identificamos elementos relacionados as três dimensões do que consiste reconhecer e interpretar interações em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010), nomeadamente:

- Identificar o que é importante ou digno de nota em uma situação de sala de aula;
- Interpretar a situação de ensino com base no conhecimento do contexto;
- Estabelecer conexões entre os aspectos observados e princípios mais amplos dos processos de ensino e aprendizagem.

As ações da professora foram os aspectos mais destacados pelos futuros professores ao longo da exploração do caso multimídia. Na grande maioria das produções escritas, essas ações são apresentadas numa lógica de descrição cronológica dos eventos de cada vídeo. Dentre as ações destacadas pelos futuros professores, relacionamos a importância de o professor questionar; cuidar da manutenção do nível de demanda cognitiva da tarefa; solicitar dos alunos justificações quanto às suas resoluções; confrontar diferentes resoluções para uma mesma tarefa; e, gerir a participação dos alunos durante a fase de discussão coletiva da tarefa.

A ação questionar foi a que ganhou mais destaque ao longo do trabalho. Os futuros professores identificaram ao longo da exploração do caso multimídia que os questionamentos feitos pela professora, podem: auxiliar os alunos durante a resolução da tarefa; levá-los a analisar e a refletir sobre o que foi feito; levá-los a perceber o erro; desencadear uma atitude mais ativa dos alunos em sala de aula; fomentar a sua aprendizagem; oferecer ao professor a oportunidade de compreender o raciocínio usado pelos alunos, bem como, identificar dúvidas e equívocos. Além dessas intencionalidades, eles reconhecem que fazer questionamentos ao invés de validar de imediato as resoluções dos alunos é uma estratégia que pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos alunos e para a promoção da aprendizagem dos alunos, encorajando-os para que não criem dependência em relação ao professor para resolução da tarefa.

Entendemos que ao enfatizar o questionamento como um aspecto da prática docente utilizado para auxiliar o aluno, obter justificações, fomentar suas aprendizagens etc., os futuros professores evidenciam indícios de uma visão de ensino que se aproxima da visão do conhecimento na perspectiva dialógica da aprendizagem (WELLS, 2004) que foi adotada ao falar do Ensino Exploratório.

Além dessas intencionalidades, ao longo da exploração do caso multimídia o questionamento também foi identificado pelos futuros professores como uma estratégia, que pode ser adotada para atingir ações mais específicas, como: garantir a compreensão da tarefa sem reduzir seu nível de demanda cognitiva; obter explicações, quanto as resoluções apresentadas; confrontar diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas; promover e gerir a participação dos alunos na fase de Discussão da tarefa; e, promover a importância da regra.

A manutenção do nível de demanda cognitiva da tarefa é vista pelos futuros professores como uma importante ação do professor que interfere nas aprendizagens dos alunos. Eles apontam que, na fase de Proposição e apresentação, a leitura da tarefa pela professora é uma ação que diminui o nível de demanda cognitiva da tarefa. Na fase de Desenvolvimento da tarefa eles consideram que ações do professor, como: dizer ao aluno o que fazer, propor questionamentos que entregam a resposta, bem como, validar de imediato a resolução dos alunos, são exemplos de ações do professor que podem diminuir o desafio cognitivo da tarefa durante sua resolução.

Solicitar justificações quanto às resoluções dos alunos, também é identificada pelos futuros professores como uma importante ação do professor que colabora para a aprendizagem dos alunos. Eles consideram que, ao solicitar justificativa o professor desafia os alunos, levando-os a analisar e refletir sobre o que foi feito e, por conseguinte, dando oportunidade para que eles assumam uma atitude mais ativa em sala de aula (MENEZES et al., 2013). Por outro lado, eles também consideram que ao solicitar justificativa o professor tem a oportunidade de entender o que o aluno fez, bem como verificar se ele compreendeu o que foi feito e quais são suas dúvidas.

Confrontar diferentes resoluções para uma mesma tarefa também é outra ação da professora que foi identificada pelos futuros professores como importante para a aprendizagem dos alunos. Eles consideram que confrontar diferentes resoluções pode contribuir para que os alunos percebam a existência de diferentes resoluções para uma mesma tarefa e incorporarem novas estratégias, aumentando o seu repertório de resolução. Além disso, pode proporcionar ao aluno uma visão mais ampla sobre a matemática envolvida na

resolução, bem como as relações entre as diferentes resoluções. Consideram que ao refletir sobre a importância de se confrontar diferentes resoluções, além de, constituir conhecimentos a respeito de uma ação que pode vir a ser incorporada em sua prática, o futuro professor tem a oportunidade de desenvolver compreensão sobre o papel da “equidade” na Matemática escolar (SOWDER, 2007). Eles identificam o questionamento como uma estratégia que pode ser usada para confrontar as diferentes resoluções apresentadas pelos alunos.

Ao refletirem sobre os desafios postos ao professor na fase de discussão coletiva da tarefa, os futuros professores consideraram que promover e gerir a participação dos alunos durante a discussão é um dos principais desafios dessa fase. Eles ressaltam que a discussão da tarefa só será produtiva se tiver a participação efetiva dos alunos: fazendo perguntas, comparando suas resoluções com outras, expondo suas dúvidas e conclusões, dentre outras. Entretanto, para que isso ocorra se faz necessário que o professor promova e gerencie essa participação dos alunos. Mas uma vez eles consideram o questionamento como uma estratégia que pode ser adotado pelo professor para promover e gerir essa participação dos alunos durante a fase de Discussão coletiva da tarefa.

Em geral, a análise do caso multimídia “Os colares” permitiu que os futuros professores identificassem as principais ações de um professor na perspectiva do Ensino Exploratório, refletissem a respeito da importância dessas ações para a aprendizagem dos alunos, e comparassem o que foi observado com suas experiências e conhecimentos, permitindo assim, reflexões sobre sua futura prática profissional.

Nesse sentido, inferimos que os conhecimentos, crenças e compreensões, bem como, a manifestação da capacidade de reconhecer e interpretar interações em sala de aula, revelam indícios de desenvolvimento profissional por parte dos futuros professores, na medida em que o repertório compartilhado por eles, no decorrer do trabalho, traz informações a respeito de suas histórias de vida e de formação.

O desenvolvimento profissional, representado aqui por meio das mobilizações/construções de conhecimentos, compreensões e crenças, é assumido como um processo contínuo e que pode ter sido influenciado pela exploração do caso multimídia, assim como por outras ações desenvolvidas no âmbito da formação inicial desses futuros professores.

Nesse sentido, acreditamos que uma possibilidade de investigação são as contribuições de possíveis ações desenvolvidas no âmbito da formação inicial de futuros professores, relacionadas ou não ao Estágio supervisionado, articuladas à exploração de casos multimídia.

Para finalizar, acreditamos em uma formação na qual cada futuro professor tenha oportunidade de problematizar suas certezas e convicções de modo a (re)significar seu próprio processo de desenvolvimento profissional, modificando, e possibilitando modificações, de seus repertórios. Com base nos resultados apresentados neste trabalho consideramos que a exploração de casos multimídia tem potencial para viabilizar contextos de formação inicial com essas características, ou seja, contextos de formação inicial na perspectiva do desenvolvimento profissional (SOWDER, 2007).

## REFERÊNCIAS

---

ALSAWAIE, O.; ALGHAZO, I. The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Nova Iorque, v.3, n.3, p.223-241, 2010.

BALDINI, L. A. F. **Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra**. 2014. 219 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BATES, A.W. **Technology, E-Learning and Distance Education**. 2. Ed. Edition, Londres: RoutledgeFalmer, 2005, 246p.

BORKO, H.; PUTNAM, R. Expanding a teachers' knowledge base: A cognitive psychological perspective on professional development. In: GUSKEY T.; HUBERMAN M. (Eds.), **Professional development in education: New paradigms and practices**. New York: Teachers College Press, p. 35–65, 1995.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, v.115, n.1, p.11-17, 2011.

CANAVARRO, A. P. **Práticas de ensino da Matemática: duas professoras dois currículos**. 2004. 658f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Departamento de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P.; BOAVIDA, A. M.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CARREIRA, S. (Eds.), **Investigação em educação matemática: Práticas de ensino da matemática**. Portalegre: SPIEM, p. 255-266, 2012.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Gradiva: Lisboa, 1951.

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.13, n.6, p. 445-458, 2010.

CLIMENT, N.; ROMERO-CORTÉS, J.; CARRILLO, J.; MUÑOZ-CATALÁN, N. P.; CONTRERAS, L. Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula? **Relime**, v. 16, n. 1, p. 13-26, 2013.

CYRINO, M. C. C. T. (org). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática**, 2016.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. in: BATISTA, I. L.; SALVI, R. F. (org.). **Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática: um perfil de pesquisas**. Londrina: EDUEL, 2009. p. 95-110.

CYRINO, M. C. C. T. Formação de professores que ensinam matemática em comunidades de prática. In: VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 16 e 20 de setembro/2013, Uruguai. **Actas... Montevideo**, 2013.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para o recurso multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. (org). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática**, 2016.

CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA. H. M. Casos multimídia sobre o Ensino Exploratório na formação de professores que ensinam Matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (org). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática**, 2016.

CYRINO, M.; JESUS, C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam Matemática. **Ciência & Educação**. Bauru, v.20, n. 3, p. 751-764, 2014.

DUARTE, J. A. O. **Tecnologias e pensamento algébrico**: um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de matemática. 2011. 677f. Tese (Doutorado) – Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, Lisboa, 2011.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática**: uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

FIorentini, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento Profissional DOCENTE: Um Termo Guarda-Chuva ou um novo sentido à formação? **Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, Belo Horizonte, v. 5, n. 8, p. 11-23, 2013.

GROSSMAN, P. L. **The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education**. New York: Teachers College Press, 1990.

GROUWS, D. A.; SCHULTZ, K. A. Mathematics teacher education. In SIKULA, J.; BUTTERY, T. J.; GUYTON E. (Eds.), **Handbook of research on teacher education**. New York: Macmillan, 2ed., p. 442– 458, 1996.

JAWORSKI, B. Situating mathematics teacher education in a global context. In BEDNARZ, N., FIORENTINI, D., HUANG, R. (ed) **International approaches to professional development for mathematics teachers**, 2011, pp.2-51.

JESUS, C. C. **Análise crítica de tarefas matemáticas**: um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. 2011. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Eds) **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 133- 155, 1999.

KENNEDY, M. The role of preservice teacher education. In L. Darling-Hammond & G. Sykes (Eds.), **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**. San Francisco: Jossey-Bass, p. 54– 85, 1999.

KOC, Y.; PEKER, D.; OSMANOGLU, A. Supporting teacher professional development through online video case study discussions: An assemblage of preservice and inservice teachers and the case teacher. **Teacher and Teacher Education**, v. 25, n.8, p. 1158-1168, 2009.

LLINARES, S.; VALLS, J. Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 13, n.2, p. 177-196, 2010.

MAAß, K; ARTIGUE, M. Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. (ZDM) - **The International Journal on Mathematics Education**, v. 45, p. 779-795, 2013.

MARCELO, C. Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. **Sisifo, Revista de Ciências da Educação**, 08, jan/abr, 2009. p. 7- 22. Disponível em: [http://www.unitau.br/files/arquivos/category\\_1/MARCELO\\_Desenvolvimento\\_Profissional\\_Docente\\_passado\\_e\\_futuro\\_1386180263.pdf](http://www.unitau.br/files/arquivos/category_1/MARCELO_Desenvolvimento_Profissional_Docente_passado_e_futuro_1386180263.pdf) Acesso em: 28/02/2016.

MARCON, D.; GRAÇA, A. B. S.; NASCIMENTO, J. V.; Reflexões sobre o processo de construção do conhecimento pedagógico do conteúdo de futuros professores. In: Congresso internacional de Filosofia e Educação, Maio de 2010. Caxias do Sul. **Actas...** 2010.

MATOS, A.; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8º ano. **RELIME**, v. 11, n. 2, p. 195-231, 2008.

MCGRAW, R.; LYNCH, K.; KOC, Y.; BUDAK, A.; BROWN, C. The multimedia case as a tool for professional development: an analysis of online 242 developing knowledge of inquiry-based teaching... and face-to-face interaction among mathematics pre-service teachers, inservice teachers, mathematicians, and mathematics teacher educators. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.10, n.2, p. 95-121, 2007.

MENEZES, L.; GUERREIRO, A; MARTINHO, M. A.; FERREIRA, R. T. Essay on the role of teachers' questioning in inquiry-based mathematics teaching. **Sisyphus**, Lisboa, v.1, n.3, p. 44-75, 2013.

MIZUKAMI, M. das G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (Org.). **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 213-231. 2006.

MOTA; H. D. F., RODRIGUES, P. H. CYRINO, M. C. C. T.; Significados produzidos por futuros professores de Matemática a respeito do Ensino Exploratório na exploração de um caso multimídia. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 13, 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa:Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2015.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Assessment standards for school mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1995.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Edição por NCTM, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Professional standards for teaching mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1991.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

OLIVEIRA, H. M. A. P. **A construção da identidade profissional de professores de Matemática em início de carreira**. 2004. 576f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Departamento de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004.

OLIVEIRA, H. M.; CYRINO, M. C. C. T. Developing knowledge about inquiry-based teaching through analysis of a multimedia case: a study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, Lisboa, v.1, n.3, p. 214-245, 2013

OLIVEIRA, H. M.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Lisboa. v. 22, n.2, p. 29-53, 2013

OLIVEIRA, H.; CANAVARRO, A. P.; MENEZES, L. Casos multimédia na formação de professores que ensinam Matemática. In: J. P. Ponte (Org.), **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 429-461, 2014.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação, com casos multimédia, em torno do ensino exploratório. In: FERNANDES, J. A.; MARTINHO, M. H.; TINOCO, J.; VISEU, F. (Orgs.). **Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática**. APM & CIEd da Universidade do Minho, 2013.

OLIVEIRA, I. M. B. **Contributos do Plano da Matemática II para o desenvolvimento profissional dos professores**. 2011. 280f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Instituto de Educação, Universidade do Minho, 2011.

OLIVEIRA, L.M.C.P. **Aprendizagens no empreendimento estudo do raciocínio proporcional**. 2014. 209f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PASSERINI, G. A. **O estágio supervisionado na formação inicial do professor de Matemática na ótica de estudantes do curso de licenciatura em Matemática da UEL**.

2007. 120 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PASSOS, C.; NACARRATO, A. M.; FIORENTINI, D.; MISKULIN, R. G. S.; GRANDO, R. C.; GAMA, R. P.; MEGID, M. A. B. A.; FREITAS, M. T. M.; MELO, M. V. Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante, Revista teórica e de investigação**, Lisboa, v. 15, n. 1-2, p. 93-219, 2006.

PEREZ, G. Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M.A.V. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, p. 263-282. 1999.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: **Actas do ProfMat 98**, Lisboa: APM, p.27-44, 1998.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**, p. 11–34. Lisboa, 2005.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P. (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, p. 5-27, 2006.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Campinas, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

RODRIGUES, P. H. **Práticas de um grupo de estudo e pesquisa na elaboração de um caso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática**. (em publicação). 2015. 228 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

RODRIGUES, P. H.; RODRIGUES, R.V.R.; CYRINO, M.C.C.T; OLIVEIRA, H. A mídia vídeo na formação de professores que ensinam Matemática: análises de pesquisas brasileiras. **Nuances: estudos sobre Educação**. v. 25, n. 2, p. 148-169. Presidente Prudente, 2014.

SOWDER, J. T. The mathematical education and development of teachers. In: Frank Lester (Ed.), **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, Vol.1. Reston: NCTM, 2007. p. 157-224.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática (Artigo original publicado em 1998). **Educação e Matemática**, Lisboa, v.105, n.1, p.22-28, 2009.

STEIN, M.; ENGLE, R.; SMITH, M.; HUGHES, E. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v.10, n. 4, p.313–340, 2008.

TEIXEIRA, B. R. **O Estágio Supervisionado e o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática: uma análise a respeito da identidade profissional docente.** 2013. 184 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

TEIXEIRA, B. R. **Registros escritos na formação inicial de professores de Matemática: uma análise sobre a elaboração do Relatório de Estágio Supervisionado.** 2009. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

TOMÁS FERREIRA, R.; OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. A discussão na aula de matemática a partir da análise de um caso multimídia na formação inicial de professores. In: J. P. Ponte (Ed.), **Práticas profissionais dos professores de Matemática.** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 491-512, 2014.

VAN ES, E. A.; SHERIN, M. G. Learning to Notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations of Classroom Interactions. **Journal of Technology and Teacher Education**, Norfolk, v.10, n.4, p. 571-596, 2002.

WELLS, G. **Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education.** Cambridge: Cambridge University Press. 2004.

WENGER, E. **Communities of practice: learning, meaning and identity.** New York: Cambridge University Press, 1998.

## APÊNDICE

---

### APÊNDICE A: Termo de livre consentimento esclarecido

#### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Vimos por meio deste, convidá-lo para participar do projeto: REDE DE COOPERAÇÃO UEL/UL NA ELABORAÇÃO E UTILIZAÇÃO DE RECURSOS MULTIMÍDIA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA e subprojeto: DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA DESENVOLVIDO NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO

Descrevemos a seguir algumas informações sobre o projeto e o subprojeto e pedimos que, caso aceite o convite, preencha as informações solicitadas.

---

#### I – DADOS DE IDENTIFICAÇÃO DO SUJEITO DA PESQUISA OU LEGAL RESPONSÁVEL

---

##### 1. Nome do participante:

.....

Documento de Identidade N<sup>o</sup> :.....Sexo: ( )M ( )F

Data de Nascimento:...../...../.....

Endereço:.....N<sup>o</sup>:.....Apto:.....  
.....Bairro:.....CEP:.....

Município.....Telefone: (.....).....

e-mail:.....

---

#### II – DADOS SOBRE A PESQUISA

**1. Título do Protocolo de Pesquisa:** Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia desenvolvido na perspectiva do Ensino Exploratório

##### 2. Pesquisadores:

Prof.<sup>a</sup> Helen Dabiani Frioli Mota

Prof.<sup>a</sup> Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

### 3. Avaliação do Risco da Pesquisa:

Sem Risco( ) Risco Mínimo (X) Risco Médio ( )  
 Risco Baixo( ) Risco Maior ( )

**1. Duração da Pesquisa:** A obtenção das informações contemplará possíveis 15 encontros de três horas de duração cada um.

### III – REGISTRO DAS EXPLICAÇÕES DO PESQUISADOR AO ENVOLVIDO OU SEU REPRESENTANTE LEGAL SOBRE A PESQUISA, CONSIGNANDO:

#### 1. Justificativa e objetivo

Práticas como o Ensino Exploratório têm sido alvo de grande atenção nas pesquisas da Educação Matemática nos últimos anos, pois elas possibilitam aos alunos construir seus conhecimentos matemáticos com significado e, simultaneamente, desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Por se tratar de práticas complexas e muito exigentes, que colocam desafios diversos ao professor, e por se distinguirem significativamente das práticas mais usuais de ensino da Matemática, acreditamos ser importante que os professores tenham contato com os aspectos teóricos e práticos dessa abordagem, pois o contato com teorias desarticuladas da prática profissional não tem garantido os conhecimentos profissionais necessários aos futuros professores de Matemática. O recurso multimídia elaborado no Gepefopem oferece ao professor o contato com um conjunto de materiais articulados, que pode funcionar como meio para subsidiar contextos de formação, tanto inicial quanto continuada, que combinem observação, análise, discussão e reflexão de cada momento da aula na perspectiva do ensino exploratório. A utilização de recursos multimídia tem se apresentado na literatura como um espaço fecundo para explorar os processos de aprendizagem e, por conseguinte, a constituição da identidade de professores e futuros professores de Matemática. Assim, o objetivo do presente estudo é investigar a exploração do caso multimídia “Os Colares” na formação inicial de professores de Matemática, especificamente descrever a trajetória de futuros professores na utilização do caso multimídia “Os colares” e estudar aspectos considerados significativos por futuros professores de Matemática que marcam as ações e o papel da professora, no contexto do ensino exploratório, que protagoniza o caso multimídia

#### 2. Procedimentos que serão adotados durante a pesquisa

A utilização do caso multimídia “Os Colares” contemplará possíveis 15 encontros de três horas de duração cada um, que acontecerão às quintas- feira das 19 horas e 15 minutos às 22 horas e 15 minutos, nas dependências da Universidade Estadual de Londrina. Buscaremos,

em todos os momentos, criar um relacionamento de confiança com os participantes, estabelecer uma comunicação agradável de modo que eles se sintam à vontade e com o mínimo de constrangimentos, valorizar o significado que dão às coisas e aos fatos, respeitar seus valores culturais e aspectos emocionais e não somente o produto da investigação.

### **3. Desconfortos e riscos**

No presente estudo todo, o esforço será feito para que não ocorram constrangimentos por parte dos investigados.

### **4. Benefícios esperados**

Esperamos que esta investigação possa fornecer subsídios para a:

- produção de material bibliográfico de educação matemática a ser utilizado em programas e cursos de formação em serviço de professores de matemática dos ensinos fundamental, médio e superior.
- utilização do caso multimídia “Os colares” em contextos de formação inicial de professores de Matemática.

---

## **V – ESCLARECIMENTOS DADOS PELO PESQUISADOR SOBRE GARANTIAS DO ENVOLVIDO NA PESQUISA**

### **1. Exposição dos resultados e preservação dos voluntários**

Os resultados a serem obtidos neste estudo serão publicados, independentemente das informações encontradas, contudo sem que haja a exposição dos participantes que prestaram sua contribuição a situações constrangedoras, respeitando-se normas éticas. Após o término da pesquisa, os dados serão destruídos.

### **2. Despesas decorrentes da participação no projeto de pesquisa**

Os voluntários estarão isentos de qualquer despesa ou ressarcimento decorrente da participação voluntária neste projeto de pesquisa.

### **3. Liberdade de consentimento**

Os participantes estarão livres para negar a assinatura deste consentimento ou, ainda, para parar de participar em qualquer momento, se desejarem, sem que isso lhe traga algum prejuízo ao mesmo.

#### **4. Questionamentos**

Os participantes terão acesso, a qualquer tempo, às informações sobre procedimentos relacionados a esta pesquisa. No caso de outros esclarecimentos que se fizerem necessários, informações adicionais poderão ser obtidas com os responsáveis pelo projeto.

---

### **VI –PARA CONTATO EM CASO DE DÚVIDAS**

Prof.Helen Dabiani Frioli Mota

Rua Pascoal Barbieri, 436 – Sertanópolis, PR.

CEP: 86170-000

Telefone: (43) 3232-3575 ou (43) 96078092

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Rua Caracas, 377 apto 2103

CEP 86061-060

Telefone: (43) 3351-4506 ou 9102-8776

Londrina/PR

Comitê de Ética da UEL

Telefone: (43) 3371-2490

---

## VII – CONSENTIMENTO PÓS-ESCLARECIDO

Declaro que, após convenientemente esclarecido pela pesquisadora e ter entendido o que me foi explicado, consinto em participar do presente Protocolo de Pesquisa.

Londrina, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do participante/representante legal

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador  
Helen Dabiani Frioli Mota

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador  
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

## APÊNDICE B: Estrutura e questões do caso multimídia “Os colares”

### Quadro 1: Resumo da estrutura do caso multimídia “Os colares”

- Introdução do Caso Multimídia
  - Contexto
    - A escola
    - A professora
    - A turma
  - Como usa o caso
  - Autoria
  
- Antes da aula
  - A tarefa
  - Planejamento da aula
    - Intenções e finalidades
    - Momentos da aula
      - Proposição e apresentação da tarefa
      - Desenvolvimento da tarefa
      - Discussão coletiva da tarefa
      - Sistematização
    - Reflexões
  
- A aula
  - Proposição e apresentação da tarefa
    - Episódio 1
  - Desenvolvimento da tarefa
    - Episódio 2
    - Episódio 3
    - Episódio 4
    - Episódio 5
    - Episódio 6
    - Produção Escrita dos alunos
  - Discussão coletiva da tarefa
    - Episódio 7
    - Episódio 8
    - Episódio 9
  - Sistematização
    - Episódio 10
  
- Reflexões após a aula
  - A tarefa e suas características
  - A aula
    - Proposição e apresentação da tarefa
    - Desenvolvimento da tarefa
    - Discussão coletiva da tarefa
    - Sistematização
    - Quadro de referências (*Framework*)
  - Implicações

- Colocar em prática

**Fonte:** A autora

**Quadro 2:** Elementos e questões que compõem cada seção e subseção do caso multimídia “Os colares”

- **Introdução do Caso Multimídia**

- **Contexto**
  - A escola
  - A professora
  - A turma
- **Como usa o caso**
- **Autoria**

- **Antes da aula**

- **A tarefa**

Questões:

1. Resolva a tarefa.
2. Que ideias matemáticas foram mobilizadas ao resolver essa tarefa?
3. Que estratégias e representações podem ser utilizadas pelos alunos na resolução dessa tarefa?
4. Que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa?
5. Quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos?
6. Que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa?

- **Planejamento da aula**

- **Intenções e finalidades**

Questões:

1. Quais as características da aula que foram referidas pela professora?
2. Do ponto de vista da professora, quais as potencialidades da tarefa para aprendizagem matemática dos alunos?
3. Tendo em conta as declarações da professora, como poderia ser organizado o plano de aula?

- **Momentos da aula**

- Plano de aula

- **Proposição e apresentação da tarefa**

Questões:

1. Que aspectos a professora dá atenção para garantir a compreensão dessa tarefa?
2. Que elementos a professora leva em consideração para organização do trabalho dos alunos tendo em conta os seus objetivos e as características da turma?

- **Desenvolvimento da tarefa**

Questões:

1. Quais elementos a professora considera necessários, no plano de aula, para o desenvolvimento dessa tarefa?

2. Selecione dois desses elementos que lhe pareçam mais importantes e justifique.

3. Comente as expectativas da professora quanto:

- a) ao monitoramento do trabalho
- b) ao desempenho dos alunos.

- **Discussão coletiva da tarefa**

Questões:

1. Tendo em conta as declarações da professora e o plano de aula:

- a) Que cuidados a professora revela em relação à condução dessa fase da aula?
- b) Qual a sua importância?

- **Sistematização**

Questão:

1. O que a professora considera relevante no processo de sistematização das aprendizagens dos alunos? Qual sua importância?

- **Reflexões**

Questão:

1. Quais as semelhanças e diferenças entre o que você antecipou em relação a essa aula na seção "A tarefa" e o planejamento da professora?

- **A aula**

- **Proposição e apresentação da tarefa**

- **Episódio 1**

Questões:

1. Identifique as ações da professora nessa fase da aula
2. Qual a importância dessas ações para o desenvolvimento dessa aula?
3. O que você faria de diferente? Por quê?

- **Desenvolvimento da tarefa**

- **Episódio 2**

Questões:

1. Identifique as ações da professora nessa fase da aula.
2. Que estratégia (s) é(são) utilizada(s) pelos alunos?
3. Que questionamento desenvolve a professora para auxiliar o trabalho dos alunos? Comente.
4. Identifique quais interações ocorrem nesse episódio e qual sua importância em uma aula de ensino de exploratório.

- **Episódio 3**

Questões:

1. Identifique as ações da professora nessa fase da aula.
2. Que estratégia(s) é(são) utilizada(s) pelos alunos?
3. Que questionamentos desenvolve a professora para auxiliar o trabalho dos alunos? Comente.
4. Identifique quais interações ocorrem nesse episódio e qual sua importância em uma aula de ensino exploratório.

- **Episódio 4**

Questões:

1. Identifique as ações da professora nessa fase da aula.
2. Que estratégia(s) é (são) utilizada(s) pelos alunos?
3. Que questionamentos desenvolve a professora para auxiliar o trabalho dos alunos? Comente.
4. Identifique quais interações ocorrem nesse episódio e qual sua importância numa aula de ensino exploratório.
5. Qual a importância do professor não responder diretamente às perguntas dos alunos ou não validar de imediato suas estratégias?

➤ **Episódio 5**

Questões:

1. Identifique as ações da professora nessa fase da aula.
2. Que estratégia(s) é(são) utilizada(s) pelos alunos?
3. Que dificuldades as alunas manifestam nesse episódio? Como a professora auxilia as alunas?

➤ **Episódio 6**

Questões:

1. Que estratégia(s) é(são) utilizada(s) pelos alunos?
2. Que questionamentos desenvolve a professora para auxiliar os alunos? Qual sua importância?

➤ **Produção Escrita dos alunos**

Questão:

1. Quais produções você selecionaria para discussão coletiva e em que sequência elas seriam apresentadas? Justifique sua resposta.

• **Discussão coletiva da tarefa**

➤ **Episódio 7**

Questões:

1. Como a professora organiza essa fase da aula? E como isso contribui para a aprendizagem dos alunos?
2. Que ações desenvolve a professora para sustentar a dinâmica de apresentação dos alunos? Quais as suas intenções?
3. Que desafios se colocam à professora nessa fase da aula?

➤ **Episódio 8**

Questões:

1. Que ações desenvolve a professora para promover o estabelecimento de conexões entre as diferentes estratégias dos alunos?
2. Como a dinâmica de discussão nesse episódio colabora para a aprendizagem dos alunos?
3. Que desafios se colocam à professora nessa fase da aula?

➤ **Episódio 9**

Questões:

1. Que aspectos se destacam na dinâmica dessa discussão que colaboram para a aprendizagem dos alunos?
2. Que critério a professora parece ter utilizado para escolha e ordenação das resoluções apresentadas? Justifique.

• **Sistematização**

➤ **Episódio 10**

Questões:

1. Quais são os aspectos que a professora dá atenção nessa fase da aula? Com que intenção?
2. De que modo este momento contribui para os objetivos estabelecidos pela professora para essa aula?
3. Como se caracteriza a ação da professora nessa fase da aula?

➤ **Reflexões após a aula**

• **A tarefa e suas características**

Questões:

1. Que aspectos se destacam da reflexão da professora sobre a tarefa escolhida? Porque você os considera importantes?
2. Tendo em conta as suas expectativas iniciais quanto à tarefa, aponte que outras potencialidades você reconhece agora.
3. Quais são em sua opinião as características mais importantes de uma tarefa matemática para uma aula de ensino exploratório? Explique.

• **A aula**

Questão:

1. Tendo em conta suas expectativas iniciais quanto ao desenvolvimento da aula, aponte os principais aspectos que constituíram novidade para você. Que importância você atribui?

• **Proposição e apresentação da tarefa**

Questões:

1. Que aspectos se destacam da reflexão da professora sobre a proposição da tarefa à turma e como estes se relacionam com o que você observou da aula?
2. Qual a importância que você atribui a esta fase da aula? Explique.
3. Quais as principais ações de um professor nesta fase de uma aula de ensino exploratório?

• **Desenvolvimento da tarefa**

Questões:

1. Que aspectos se destacam da reflexão da professora sobre o desenvolvimento da tarefa e como estes se relacionam com o que você observou da aula?
2. Qual a importância que você atribui a esta fase da aula? Explique.
3. Quais as principais ações de um professor nesta fase de uma aula de ensino exploratório?

• **Discussão coletiva da tarefa**

Questões:

1. Que aspectos se destacam da reflexão da professora sobre a discussão coletiva da tarefa e como estes se relacionam com o que você observou da aula?
2. Qual a importância que você atribui a esta fase da aula? Explique.
3. Quais as principais ações de um professor nesta fase de uma aula de ensino exploratório?

• **Sistematização**

Questões:

1. Que aspectos se destacam da reflexão da professora sobre a sistematização da tarefa e como estes se relacionam com o que você observou da aula?
2. Qual a importância que você atribui a esta fase da aula? Explique.
3. Quais as principais ações de um professor nesta fase de uma aula de ensino exploratório?
4. Como se relacionam e se articulam as diferentes fases da aula de ensino exploratório

- **Quadro de referências (*Framework*)**

Questões:

1. Relacione os momentos de uma aula de Ensino Exploratório com as seis ações do professor apresentadas no framework.
2. Quais as semelhanças e diferenças entre o que você indicou como as principais ações do professor nos diferentes momentos de uma aula de Ensino Exploratório em relação ao framework?

- **Implicações**

Questões:

1. Considerando uma aula com estas características, indique aspectos que podem contribuir para a aprendizagem dos alunos.
2. Qual o papel do aluno em uma aula deste tipo? Que elementos de uma aula com estas características favorecem o desempenho desse papel?
3. Que avaliação a professora faz a respeito do planejamento desta aula? O que você pensa sobre isso?
4. Quais os principais desafios que se colocam ao professor nesse tipo de aula?

➤ **Colocar em prática**

**Fonte:** A autora