



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

MARCOS CÉSAR BENELI

**A MATEMÁTICA E O NOVO ENSINO MÉDIO:  
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA QUE CONTEMPLA AS  
DIRETRIZES DA BNCC - DESENVOLVIDA A PARTIR DE  
QUESTÕES DE VESTIBULARES DA UEL**

---

Londrina  
2022

MARCOS CÉSAR BENELI

**A MATEMÁTICA E O NOVO ENSINO MÉDIO:  
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA QUE CONTEMPLA AS  
DIRETRIZES DA BNCC - DESENVOLVIDA A PARTIR DE  
QUESTÕES DE VESTIBULARES DA UEL**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional (PROFMAT) da Universidade Estadual de Londrina (UEL), como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Ana Lucia da Silva

Londrina  
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

B465m Beneli, Marcos César.  
A matemática e o novo ensino médio : Uma sequência didática que contemple as diretrizes da BNCC - desenvolvida a partir de questões de vestibulares da UEL / Marcos César Beneli. - Londrina, 2022.  
102 f. : il.

Orientador: Ana Lucia da Silva.  
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, 2022.  
Inclui bibliografia.

1. matemática - Tese. 2. educação - Tese. 3. BNCC - Tese. 4. temas contemporâneos transversais - Tese. I. Silva, Ana Lucia da. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDU 51

MARCOS CÉSAR BENELI

**A MATEMÁTICA E O NOVO ENSINO MÉDIO:  
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA QUE CONTEMPLA AS  
DIRETRIZES DA BNCC - DESENVOLVIDA A PARTIR DE  
QUESTÕES DE VESTIBULARES DA UEL**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional (PROFMAT) da Universidade Estadual de Londrina (UEL), como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientadora: Prof. Dr<sup>a</sup> Ana Lucia da Silva  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

---

Prof. Dr Paulo Antonio Liboni Filho  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

---

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Magna Natalia Marin Pires  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Londrina, 3 de junho de 2022.

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a Deus que sem ele não seria possível.

Agradeço a minha esposa e minhas filhas pelo incentivo e por compreender a ausência em alguns momentos.

Agradeço à minha orientadora Ana Lúcia pelo incentivo e pelos conselhos em relação ao estudo realizado para esse trabalho.

Aos professores do curso Profmat UEL, e aos colegas que participaram do curso.

Obrigado a todos.

Comece fazendo o que é necessário,  
depois o que é possível,  
e de repente você estará fazendo o impossível.  
São Francisco de Assis

BENELI, Marcos César. **A matemática e o novo ensino médio**: Uma sequência didática que contemple as diretrizes da BNCC - desenvolvida a partir de questões de vestibulares da UEL. 2022. 102 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

## RESUMO

O Novo Ensino Médio passou por uma reorganização norteado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e pelos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs). A BNCC é um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, em conformidade com o Plano Nacional de Educação (PNE). Por outro lado, Concursos Públicos e Vestibulares, ENEM, Olimpíadas, oferecem um rico material a ser trabalhado em sala de aula e pelo menos um destes exames faz parte da vida de um aluno do Ensino Médio, portanto utilizar suas questões, no processo de ensino/aprendizagem encontra-se dentro das diretrizes da BNCC. Assim, o objetivo dessa dissertação é apresentar uma sequência didática que possibilite ao professor, seguindo as diretrizes da BNCC, desenvolver sua prática pedagógica, principalmente no Ensino Médio, por meio de questões interdisciplinares e híbridas de Concursos Vestibulares, especificamente da Universidade Estadual de Londrina-PR.

**Palavras-chave:** matemática; educação; BNCC; temas contemporâneos transversais.

BENELI, Marcos César. **Mathematics and the new high school**: A teaching sequence that contemplates the guidelines of the BNCC – developed from questions from UEL entrance exams. 2022. 102 p. Dissertation (Professional Master in Mathematics in National Network - PROFMAT) - Center of Exact Sciences, State University of Londrina, Londrina, 2022.

### **ABSTRACT**

The New High School underwent a reorganization led by the National Common Curriculum Base (BNCC) and the Contemporary Transversal Themes (TCTs). BNCC is a normative document that defines the set of essential learning that students must develop along the stages and modalities of Basic Education, in accordance with the National Education Plan (PNE). On the other hand, Public and Vestibular Competitions, ENEM, Olympics, offer a rich material to be worked on in the classroom and at least one of these exams is part of the life of a high school student, so use their questions, in the teaching/learning process is within the guidelines of the BNCC. Thus, the objective of this dissertation is to present a didactic sequence that allows the teacher, following the guidelines of the BNCC, to develop their pedagogical practice, especially in high school, through interdisciplinary and hybrid questions of Vestibular Contests, specifically from the State University of Londrina-PR.

**Key words:** mathematics; education; BNCC; contemporary cross-cutting themes.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – Esquema macroáreas TCTs, referentes questão 1.....	48
<b>Figura 2</b> – Gráfico Comorbidades .....	50
<b>Figura 3</b> – Representação de conjunto por diagramas.....	51
<b>Figura 4</b> – Representação de intersecção de conjuntos .....	51
<b>Figura 5</b> – Representação de conjunto por diagramas.....	54
<b>Figura 6</b> – Representação de intersecção de conjuntos .....	54
<b>Figura 7</b> – Esquema macroáreas TCTs, referentes questão 2.....	58
<b>Figura 8</b> – Esquema macroáreas TCTs, referentes questão 3.....	65
<b>Figura 9</b> – Vista superior estrada .....	66
<b>Figura 10</b> – Esquema macroáreas TCTs, referentes questão 4.....	69
<b>Figura 11</b> – Princesa Dido.....	71
<b>Figura 12</b> – Círculo para cálculo de área .....	71
<b>Figura 13</b> – Área de setor circular .....	73
<b>Figura 14</b> – Área de triângulo.....	73
<b>Figura 15</b> – Área hachurada do círculo .....	74
<b>Figura 16</b> – Esquema macroáreas TCTs, referentes questão 5.....	76
<b>Figura 17</b> – Obra Moça de Brinco de Pérola .....	78
<b>Figura 18</b> – Imagem parábola .....	80
<b>Figura 19</b> – Imagem gráfico parábola.....	81
<b>Figura 20</b> – Gráfico equação parábola $x = ay^2 + by + c$ .....	82
<b>Figura 21</b> – Imagem Obra Moça de Brinco de Pérola com a equação parábola .....	83
<b>Figura 22</b> – Esquema macroáreas TCTs, referentes questão 6.....	85

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b>	– Competência 1 e suas habilidades .....	27
<b>Tabela 2</b>	– Competência 2 e suas habilidades .....	28
<b>Tabela 3</b>	– Competência 3 e suas habilidades .....	29
<b>Tabela 4</b>	– Competência 4 e suas habilidades .....	31
<b>Tabela 5</b>	– Competência 5 e suas habilidades .....	33
<b>Tabela 6</b>	– Quadro comparativo BNCC e Capacidades esperadas Manual do Candidato Uel .....	38
<b>Tabela 7</b>	– Quadro comparativo Base Decimal e Base Binária .....	44
<b>Tabela 8</b>	– Quadro demonstrativo unidades de Informática.....	45
<b>Tabela 9</b>	– Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 1 .....	47
<b>Tabela 10</b>	– Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 2 .....	56
<b>Tabela 11</b>	– Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 3 .....	64
<b>Tabela 12</b>	– Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 4 .....	68
<b>Tabela 13</b>	– Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 5 .....	75
<b>Tabela 14</b>	– Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 6 .....	84

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
TCTs	Temas Contemporâneo Transversal
LDB	Leis de Diretrizes e Base
CNE/CEB	Conselho Nacional de Educação/ Câmara de Educação Básica
UEL	Universidade Estadual de Londrina
ASCII	American Standard Code for Information Interchange ou "Código Padrão Americano para o Intercâmbio de Informação".
CEPE	Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PNE	Plano Nacional de Educação

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>BNCC, ÁREA DO CONHECIMENTOS, ITINERÁRIOS FORMATIVOS E TCTs</b> .....	<b>16</b>
2.1	TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS (TCTs).....	22
<b>3</b>	<b>A ÁREA DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS (BNCC)</b> .....	<b>24</b>
3.1	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS PARA O ENSINO MÉDIO.....	25
3.2	AS COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA ÁREA MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS E SUAS HABILIDADES .....	26
<b>4</b>	<b>PROCESSO SELETIVO DO VESTIBULAR DA UEL</b> .....	<b>35</b>
<b>5</b>	<b>A PROPOSTA DIDÁTICA QUESTÕES DE VESTIBULARES UEL</b> .....	<b>40</b>
5.1	QUESTÃO 1 .....	40
5.2	QUESTÃO 2 .....	50
5.3	QUESTÃO 3 .....	60
5.4	QUESTÃO 4 .....	66
5.5	QUESTÃO 5 .....	71
5.6	QUESTÃO 6 .....	78
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>87</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>89</b>
	<b>ANEXOS</b> .....	<b>91</b>
	ANEXO - Sugestões de outras questões dos vestibulares UEL para sala de aula .....	91

## 1 - INTRODUÇÃO

Foi com angústia e obscurantismo que há algum tempo, nas escolas, ouço, juntamente com meus colegas professores, burburinhos sobre o Novo Ensino Médio. A partir daí vários termos passaram a fazer parte do cotidiano de nós professores. Por exemplo, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e seus eixos, Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), competências e habilidades, transversalidade, interdisciplinaridade, transdisciplinaridade, intradisciplinaridade, curso profissionalizante. Entretanto, pouco sabíamos a respeito desta mudança que viria a ser implementada a partir deste ano de 2022. Quais seria seu impacto na vida do professor, como seria efetivamente sua ação em sala de aula?

Por outro lado, Concursos Públicos e Vestibulares, ENEM, Olimpíadas, provas oriundas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) oferecem um rico material a ser trabalhado em sala de aula e pelo menos um destes exames faz parte da vida de um aluno do Ensino Médio, portanto utilizar suas questões, no processo de ensino/aprendizagem encontra-se dentro das diretrizes da BNCC.

Sempre tive atração por problemas de Olimpíadas de Matemática, do ENEM, de vestibulares, em especial o da UEL, por ser da região, considerando-os interessantes e transdisciplinares, portanto bons para serem trabalhados com meus alunos. Ao mesmo tempo, via que tais problemas, muitas vezes, estavam distantes do que conseguíamos efetuar em sala de aula.

Além disso, está posto nos TCTs a integração de diversos conhecimentos, a contextualização dada por temas contemporâneos, a transversalidade e transdisciplinaridade o que me gerou uma inquietação e me despertou a ideia de pesquisar sobre o que me afligia uma vez que eu iniciara meu curso de mestrado.

Assim, considerando a mudança ocorrida no Ensino Médio e suas repercussões para o professor e ainda meu gosto por questões de exames em grande escala, neste trabalho busco aprofundar os conhecimentos sobre elementos centrais que acompanham a implementação e desdobramentos oriundos do Novo Ensino Médio. Mais especificamente sobre o itinerário formativo “Matemática e suas Tecnologias” e a partir deste estudo, elaborar uma sequência didática, que

contemple as diretrizes dispostas na BNCC, utilizando questões da primeira fase do vestibular da UEL.

No capítulo 2, versamos sobre os Itinerários Formativos na BNCC - Base Nacional Comum Curricular, e sobre os Temas Contemporâneos Transversais - TCTs, na qual o Ensino Médio está organizado em quatro áreas do conhecimento, conforme determina a LDB, quais sejam:

- 1 - Linguagens e suas Tecnologias
- 2 - Matemática e suas Tecnologias
- 3 - Ciências da Natureza e suas Tecnologias
- 4 - Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Na direção de substituir o modelo único de currículo do Ensino Médio por um modelo diversificado e flexível, a Lei nº 13.415/2017 alterou a LDB, estabelecendo que o currículo do Ensino Médio deve ser composto pela Base Nacional Comum Curricular e por itinerários formativos, que devem ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino, a saber:

- I – linguagens e suas tecnologias;
- II – matemática e suas tecnologias;
- III – ciências da natureza e suas tecnologias;
- IV – ciências humanas e sociais aplicadas;
- V – formação técnica e profissional (LDB, Art. 36; ênfases adicionadas).

Essa nova estrutura do Ensino Médio, além de ratificar a organização por áreas do conhecimento – sem desconsiderar, mas também sem fazer referência direta a todos os componentes que compunham o currículo dessa etapa –, prevê a oferta de variados itinerários formativos, seja para o aprofundamento acadêmico em uma ou mais áreas do conhecimento, seja para a formação técnica e profissional.

Desta forma, a flexibilidade é adotada como princípio de organização curricular, o que permite a construção de currículos e propostas pedagógicas que atendam mais adequadamente às especificidades locais e à multiplicidade de interesses dos estudantes, estimulando o exercício do protagonismo juvenil e fortalecendo o desenvolvimento de seus projetos de vida.

Dissertamos também sobre os TCTs cujo o objetivo é garantir ao aluno o entendimento de situações reais, juntamente com o conhecimento das competências e habilidades propostas pela BNCC, com essas situações reais a serem trabalhadas nos diferentes conteúdos das disciplinas, criou-se os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) com a função de explicitar a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como de fazer sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, contribuindo para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos do conhecimento descritos na BNCC. Os TCTs, são articulados pela Coordenação-Geral de Educação Ambiental e Temas Transversais da Educação Básica, no Ministério da Educação e estão dispostos em seis macro áreas temáticas:

**I- Meio Ambiente:** Educação Ambiental, Educação para o Consumo;

**II- Economia:** Trabalho, Educação Financeira, Educação Fiscal;

**III- Saúde:** Saúde, Educação Alimentar e Nutricional;

**IV- Cidadania e Civismo:** Vida Familiar e Social, Educação para o Trânsito, Educação em Direitos Humanos, Direitos da Criança e do Adolescente, Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso;

**V- Multiculturalismo:** Diversidade Cultural, Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras;

**VI- Ciência e Tecnologia:** Ciência e Tecnologia.

Sendo assim, as atividades podem ser trabalhadas tanto em um ou mais componentes de forma intradisciplinar, interdisciplinar ou transdisciplinar, mas sempre transversalmente às áreas de conhecimento.

No capítulo 3, abordamos a Área da Matemática e suas tecnologias na BNCC, tendo em vista alguns pensamentos do tipo: numérico, algébrico, geométrico,

grandezas e medidas e o pensamento relativo à estatística, e versamos sobre as competências e habilidades descritas na BNCC.

No capítulo 4, versamos sobre o Processo Seletivo Vestibular para ingresso nos Cursos de Graduação da Universidade Estadual de Londrina - UEL.

No capítulo 5, apresentamos uma sequência didática que possibilita ao professor, desenvolver sua prática pedagógica dentro das diretrizes da BNCC, a partir de questões da primeira fase do vestibular UEL que constam de questões, intradisciplinares, interdisciplinares e transdisciplinares. São apresentadas, analisadas e interpretadas sob o ponto de vista da BNCC, seis questões. Cada questão é conectada com suas competências e habilidades postas na BNCC e com os Temas Contemporâneos Transversais. Além disso, tentamos, para cada uma delas, sugerir, quando possível, formas de abordá-las de maneira transdisciplinar.

Em anexo deixamos várias sugestões de questões retiradas dos vestibulares da UEL de 2018 a 2022 que podem ser abordadas conforme a proposta deste trabalho.

## 2 - BNCC, ÁREA DO CONHECIMENTOS, ITINERÁRIOS FORMATIVOS, EIXOS ESTRUTURANTES E TCTs

Neste capítulo, apresentaremos o conceito de itinerários formativos, seus eixos estruturantes e os TCTs.

**Base Nacional Comum Curricular (BNCC)** é um documento de caráter normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento aplica-se exclusivamente à educação escolar, conforme o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996)<sup>1</sup>, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN)<sup>2</sup>.

Define-se **competência** na BNCC, como sendo a construção de conhecimentos (conceitos e procedimentos), desenvolvimento de habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), formação de atitudes e valores nos termos da LDB. Destacamos que as competências gerais da Educação Básica, que apresentaremos a seguir, inter-relacionam-se e articulam-se por meio do tratamento didático proposto nas três etapas da EB - Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, neste trabalho o foco será nesta última etapa. Transcrevemos a seguir, as competências gerais da Educação Básica, conforme posto na BNCC página 9. Veremos no decorrer deste trabalho as competências específicas da Matemática e suas Tecnologias.

---

<sup>1</sup> BRASIL. Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm)>. Acesso em: 23 mar. 2017.

<sup>2</sup> BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2013. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 16 out. 2017.

## **COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo

responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

A estrutura do novo Ensino Médio, está organizada por **áreas do conhecimento** que são:

- 1 – Linguagens e suas Tecnologias;
- 2 – Matemática e suas Tecnologias;
- 3 – Ciências da Natureza e suas Tecnologias;
- 4 – Ciências Humanas e Sociais Aplicadas;

Além disso, sugere a oferta de **itinerários formativos**, que devem ser oferecidos por meio de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino e quais sejam:

- I – Linguagens e suas Tecnologias;
- II – Matemática e suas Tecnologias;
- III – Ciências da Natureza e suas Tecnologias;
- IV – Ciências Humanas e Sociais Aplicadas;

V – Formação Técnica e Profissional (LDB, Art. 36; ênfases adicionadas). (BNCC pg 468)

As recentes mudanças na LDB, em função da Lei no 13.415/2017, substituem o modelo único de currículo do Ensino Médio por um modelo diversificado e flexível:

O currículo do ensino médio será composto pela Base Nacional Comum Curricular e por itinerários formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino. (BNCC pg 468)

Podemos notar que, as áreas do conhecimento e os itinerários formativos, são basicamente os mesmos. Diferindo apenas pelo Itinerário formativo V - Formação Técnica e Profissional. Na prática, os estudantes podem escolher uma área do conhecimento, a formação técnica e profissional ou itinerários integrados.

Os itinerários formativos – estratégicos para a flexibilização da organização curricular do Ensino Médio, pois possibilitam opções de escolha aos estudantes – podem ser estruturados com foco em uma área do conhecimento, na formação técnica e profissional ou, também, na mobilização de competências e habilidades de diferentes áreas, compondo itinerários integrados, nos seguintes termos das DCNEM/2018. (BNCC pg 477)

Os itinerários formativos devem garantir o ato de aquisição de conhecimento e o uso de metodologias que favoreçam o processo educativo, e organizar-se em torno de um ou mais dos seguintes **eixos estruturantes**:

I – **investigação científica**: supõe o aprofundamento de conceitos fundantes das ciências para a interpretação de ideias, fenômenos e processos para serem utilizados em procedimentos de investigação voltados ao enfrentamento de situações cotidianas e demandas locais e coletivas, e a proposição de intervenções que considerem o desenvolvimento local e a melhoria da qualidade de vida da comunidade;

II – **processos criativos**: supõem o uso e o aprofundamento do conhecimento científico na construção e criação de experimentos, modelos, protótipos para a criação de processos ou produtos que atendam a demandas para a resolução de problemas identificados na sociedade;

III – **mediação e intervenção sociocultural**: supõem a mobilização de conhecimentos de uma ou mais áreas para mediar conflitos, promover entendimento e implementar soluções para questões e problemas identificados na comunidade;

IV – **empreendedorismo**: supõe a mobilização de conhecimentos de diferentes áreas para a formação de organizações com variadas missões voltadas ao desenvolvimento de produtos ou prestação de serviços inovadores com o uso das tecnologias (Resolução Conselho Nacional de Educação/ Câmara de Educação Básica CNE/CEB nº 3/2018, Art. 12, § 2º).

Nesta dissertação, trabalharemos com o itinerário formativo II - Matemática e suas Tecnologias, que visa estudar, detalhar, aplicar, diferentes conceitos matemáticos em contextos diversos.

II - Matemática e suas Tecnologias: aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino. (BNCC pg 477)

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação à realidade

A seguir introduzimos os TCTs que têm por objetivo buscar uma contextualização do que é ensinado, trazendo temas que sejam de interesse dos estudantes e de relevância para seu desenvolvimento como cidadão.

## 2.1 - Temas Contemporâneos Transversais (TCTs)

Os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) têm a função de explicitar a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como de fazer sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, contribuindo para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos do conhecimento descritos na BNCC.

O objetivo dos TCTs é garantir ao aluno o entendimento de situações reais, juntamente com o conhecimento das competências e habilidades propostas pela BNCC, com essas situações reais a serem trabalhadas nos diferentes conteúdos das disciplinas, orientou-se a inclusão de determinadas transversalidades no ensino. A transversalidade no âmbito da Educação é definida na BNCC como:

A **transversalidade** diz respeito à possibilidade de se estabelecer, na prática educativa, uma relação entre aprender conhecimentos teoricamente sistematizados (aprender sobre a realidade) e as questões da vida real e de sua transformação (aprender na realidade e da realidade) (BRASIL, 1998, p. 30).

Os TCTs, estão dispostos em seis macroáreas temáticas, e são articulados pela Coordenação-Geral de Educação Ambiental e Temas Transversais da Educação Básica, no Ministério da Educação:

**I** - Meio Ambiente: Educação Ambiental, Educação para o Consumo;

**II** - Economia: Trabalho, Educação Financeira, Educação Fiscal;

**III** - Saúde: Saúde, Educação Alimentar e Nutricional;

**IV** - Cidadania e Civismo: Vida Familiar e Social, Educação para o Trânsito, Educação em Direitos Humanos, Direitos da Criança e do Adolescente, Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso;

**V** - Multiculturalismo: Diversidade Cultural, Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras;

**VI** - Ciência e Tecnologia: Ciência e Tecnologia.

Para atender as diferentes demandas, as abordagens dos TCTs foram divididas em três níveis crescentes de complexidade de forma a tratar os TCTs de maneira **intradisciplinar** (aquilo que é próprio ou pertence a uma única disciplina), **interdisciplinar** (que se efetiva nas relações entre duas ou mais disciplinas) e **transdisciplinar** (capaz de produzir uma interação entre disciplinas, não somente se restringindo ao conteúdo disciplinar, propõe um diálogo entre campos do saber, buscando alcançar e alterar a percepção, cognição ou comportamento do sujeito).

Por fim, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora.

Na BNCC, essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada.

Para maior entendimento sobre temas contemporâneos transversais veja um estudo na dissertação de Gabriel Felipe Facin: *As Relações e Demonstrações com Possibilidades para o Ensino Via Temas Contemporâneos Transversais*.

### 3 - A ÁREA DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS (BNCC)

No Ensino Médio a área do conhecimento e/ou, o Itinerário Formativo II “Matemática e suas tecnologias” - propõe a consolidação, ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental.

Ambos Ensinos Fundamental e Médio, têm compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**, definido como as competências e habilidades que envolvem raciocinar, representar, comunicar e argumentar em matemática. Espera-se, segundo a BNCC, que no Ensino Médio, o letramento matemático dos estudantes se torne mais denso e eficiente, considerando que as competências e habilidades propostas no Ensino Fundamental, são ampliadas.

Em relação ao significado de cada uma destas competências temos que:

- Raciocinar: investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, enfatizando os processos de argumentação matemática.
- Representar: elaborar registros com utilização de objetos matemáticos. Modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática.
- Comunicar: justificar conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas de forma oral, relatórios ou outros registros.
- Argumentar: desenvolver, formular e testar conjecturas, apresentando justificativas. Além de raciocinar, representar e comunicar.

As competências não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma requer, às vezes, a mobilização de outras. Relacionadas a cada uma delas, são colocadas, posteriormente, habilidades a serem alcançadas.

Cada área do conhecimento estabelece competências específicas de área, tanto no âmbito da BNCC como dos itinerários formativos das diferentes áreas.

O próximo subitem versa especificamente sobre as competências de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio.

### **3.1 - COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS PARA O ENSINO MÉDIO**

Considerando as competências gerais da Educação Básica articuladas com a área de Matemática do Ensino Fundamental, no Ensino Médio, a área de Matemática e suas Tecnologias deve garantir aos alunos o desenvolvimento de competências específicas, que listamos a seguir.

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

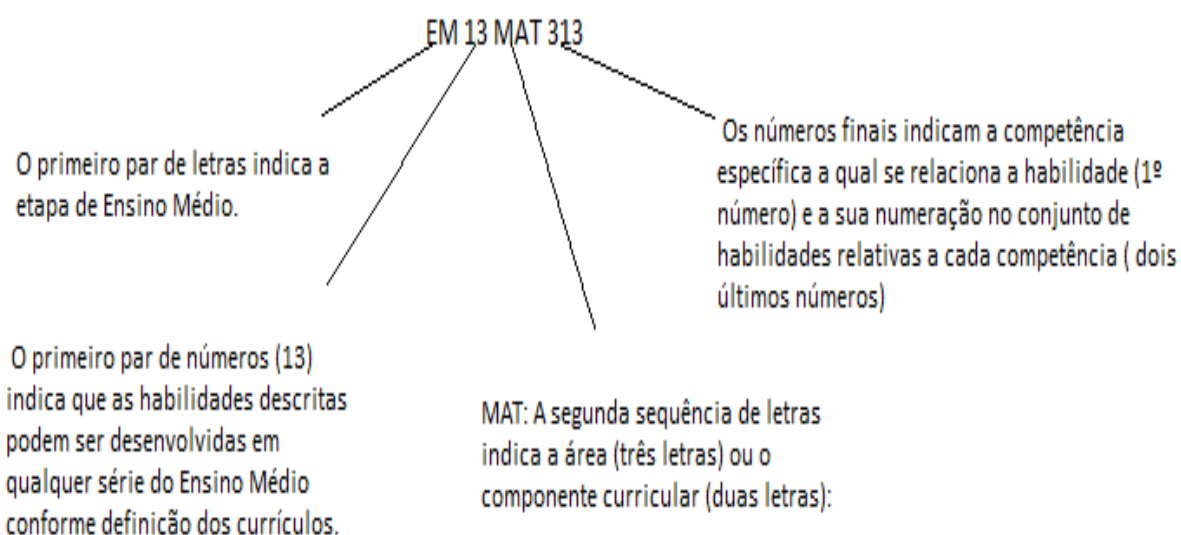
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

O próximo subitem versa especificamente sobre as competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio.

### 3.2 - AS COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA ÁREA MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS E SUAS HABILIDADES

Para assegurar o desenvolvimento das competências específicas da área de Matemática e suas Tecnologias, a cada uma delas é relacionado um conjunto de habilidades, que representa as aprendizagens essenciais a serem garantidas no contexto da BNCC.

Cada habilidade é identificada por um código alfanumérico cuja composição é a seguinte



Fonte: Base Nacional Comum Curricular

Segundo esse critério, o código EM13MAT313, por exemplo, refere-se à décima terceira habilidade proposta na área de Matemática e suas Tecnologias

relacionada à competência específica 3, que pode ser desenvolvida em qualquer série do Ensino Médio, conforme definições curriculares.

Seguem nas tabelas 1, 2, 3, 4, 5 as competências específicas e habilidades referentes a cada competência, bem como seu código alfa numérico.

Tabela 1 - Competência 1 e suas habilidades

<b>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1</b>	
Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.	
<b>HABILIDADES REFERENTES À COMPETÊNCIA 1</b>	
(EM13MAT101)	Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT102)	Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT103)	Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
(EM13MAT104)	Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(EM13MAT105)	Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
(EM13MAT106)	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

Fonte: Base Nacional Comum Curricular

Tabela 2 - Competência 2 e suas habilidades

<b>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2</b>	
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	
<b>HABILIDADES REFERENTES À COMPETÊNCIA 2</b>	
(EM13MAT201)	Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
(EM13MAT202)	Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT203)	Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular

Tabela 3 - Competência 3 e suas habilidades

<b>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3</b>	
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	
<b>HABILIDADES REFERENTES À COMPETÊNCIA 3</b>	
(EM13MAT301)	Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT202)	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT303)	Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
(EM13MAT304)	Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305)	Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306)	Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT307)	Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT308)	Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
(EM13MAT309)	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT310)	Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311)	Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT312)	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT313)	Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
(EM13MAT314)	Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
(EM13MAT315)	Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.
(EM13MAT316)	Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

Tabela 4 - Competência 4 e suas habilidades

<b>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4</b>	
Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	
<b>HABILIDADES REFERENTES À COMPETÊNCIA 4</b>	
(EM13MAT401)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403)	Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404)	Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT405)	Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

(EM13MAT406)	Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407)	Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular

Tabela 5 - Competência 5 e suas habilidades

<b>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5</b>	
Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	
<b>HABILIDADES REFERENTES À COMPETÊNCIA 5</b>	
(EM13MAT501)	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502)	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$ .
(EM13MAT503)	Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT504)	Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
(EM13MAT505)	Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
(EM13MAT506)	Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

(EM13MAT507)	Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT508)	Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT509)	Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.
(EM13MAT510)	Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.
(EM13MAT511)	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular

## 4 - PROCESSO SELETIVO DO VESTIBULAR DA UEL

Este capítulo versa sobre o vestibular UEL, regulamentação, propósitos, estrutura, para posteriormente comparar seus objetivos com os expostos na BNCC.

As normas que regem o Processo Seletivo do Vestibular da UEL são postas, a cada ano, por meio de uma Resolução CEPE nº XX/ANO.

Pesquisamos várias destas resoluções, as que direcionam os 5 últimos processos seletivos do vestibular da UEL - 2018 - 2019 - 2020 - 2021 e 2022. Em todas elas, havia um artigo com o mesmo conteúdo. Ou seja, invariante por vestibular.

Devido a pandemia o vestibular 2020 e 2021 da instituição sofreu algumas mudanças, entretanto, pelo menos um dos artigos constantes em tais resoluções se manteve fixo, colocamo-lo a seguir:

Art. N° XX Para atingir os objetivos estabelecidos nesta Resolução, as provas do Processo Seletivo Vestibular 2021 serão elaboradas de modo a permitir a avaliação e a adequação de candidatos que demonstrem saber:

I. interpretar textos, dados, fenômenos e fatos, estabelecendo relações entre objetos de conhecimento nas diferentes áreas;

II. organizar e expressar ideias com clareza, interpretar informações diversas e selecionar modelos explicativos adequados;

III. formular hipóteses, selecionar métodos, estabelecer relações e propor soluções a partir de problemáticas apresentadas;

IV. avaliar e sintetizar informações, posicionando-se com argumentos coesos e coerentes, dentro de progressão temática e estruturação claras;

V. analisar criticamente proposições éticas, sociais, políticas, científicas, tecnológicas e culturais;

VI. interpretar e produzir diversos textos nos eixos do narrar, do argumentar e do expor;

VII.demonstrar domínio dos conteúdos das áreas do conhecimento do Ensino Médio.

Conforme Manual do Candidato UEL Vestibular 2021 a prova de conhecimentos gerais deve constar de questões de múltipla escolha elaboradas na perspectiva interdisciplinar, abordando as áreas do conhecimento desenvolvidas no Ensino Médio, conforme estabelecido pelo MEC nas Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio e nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná, seguindo os programas constantes para as seguintes disciplinas: Artes, Biologia, Filosofia, Física, Geografia, História, Matemática, Química e Sociologia.

As questões de Matemática procuram identificar, nos candidatos, um conhecimento crítico e integrado dos conteúdos da Matemática do Ensino Médio. Espera-se que os candidatos demonstrem as seguintes capacidades:

1. ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões);
2. transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas) e vice-versa;
3. procurar, selecionar e interpretar informações relevantes para a compreensão situação-problema;
4. selecionar e elaborar estratégias de resolução de problemas;
5. elaborar e apresentar argumentos consistentes nas resoluções;
6. utilizar os conceitos e os métodos matemáticos em outras áreas do conhecimento.

As capacidades apresentadas no manual do candidato ao vestibular da UEL, são estáticas no sentido de que referem-se a habilidades exigidas para resolução de problemas já postos. O estudante recebe uma situação-problema que no momento do vestibular não pode ser modificada. Já as competências postas na BNCC, podem ser “dinâmicas”, ou seja, o educando ou o professor é que cria o problema a partir de situações postas no “mundo contemporâneo”. Por exemplo a competência:

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis,

com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

A competência 2 amplia o significado da competência 1 por colocar os estudantes em situações nas quais precisam investigar questões de impacto social que os mobilizem a propor ou participar de ações individuais ou coletivas que visem solucionar eventuais problemas. Isto é, moldar um problema matemático de acordo com observações, dados, articulações, decisões do sujeito da ação - o estudante. O problema matemático não vem pronto e acabado, ele será criado a partir desses procedimentos. A este dinamismo utilizado para modelar um problema matemático é que chamamos de competências dinâmicas ou não estáticas. Não basta aplicar a competência num produto pronto. Devemos criar o produto desenvolvendo a competência.

Note que na competência 1 é utilizado o verbo “interpretar”. Ora, interpretamos algo que já aconteceu ou que está acontecendo. Já na competência 2 temos os verbos “propor” e “participar” (de ações). Que nos remete a ações do presente ou futuro. Ou seja

A competência 2 remete a ação. Já a competência 1 é de introspecção. Prevê execução de ações, não apenas interpretação, e análise.

Neste trabalho propomos a utilização de questões do vestibular da UEL, podendo ser de outros concursos, para auxiliar o trabalho do professor na implementação das diretrizes da BNCC que direciona o novo Ensino Médio.

A seguir um quadro comparativo das Competências Específicas postas na BNCC e Capacidades esperadas conforme Manual do Candidato do Vestibular UEL de 2021.

Tabela 6 - Quadro comparativo BNCC e Capacidades esperadas Manual do Candidato Uel

<b>Quadro comparativo das Competências Específicas da Matemática e suas Tecnologias /BNCC e Capacidades esperadas conforme Manual do Candidato/Uel</b>	
Competências Específica N / BNCC N = 1, 2, 3, 4, 5 Note a semelhança entre 1 e 3	Capacidades esperadas Manual do Candidato/Uel
1-Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.	Utilizar os conceitos e os métodos matemáticos em outras áreas do conhecimento. <hr/> Procurar, selecionar e interpretar informações relevantes para a compreensão da situação-problema
2-Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	Não está no manual do vestibular.
3-Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	Elaborar e apresentar argumentos consistentes nas resoluções.
4-Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e	Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas)

comunicação de resultados de problemas.	e vice-versa. <hr/> Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões)
5-Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	Selecionar e elaborar estratégias de resolução de problemas.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular, Manual do Candidato UEL

Tendo em vista as competências e habilidades da BNCC, os TCTs e as capacidades esperadas do candidato ao concurso vestibular da UEL, no próximo capítulo, analisaremos algumas questões da primeira fase dos vestibulares UEL de 2020 e 2021.

## 5 - A SEQUÊNCIA DIDÁTICA - QUESTÕES DE VESTIBULARES UEL

Neste capítulo apresentamos 6 questões selecionadas dos vestibulares de 2020 e 2021 da Universidade Estadual de Londrina. Para cada questão, apresentamos:

- Gabarito, resolução e conteúdo programático, conforme consta no site da COPS - Coordenadoria de Processos Seletivos da UEL.
- Quando possível, uma resolução alternativa elaborada pelo autor deste trabalho.
- Tópicos adicionais de Matemática suscitados a partir da questão. Bem como, uma forma de desenvolvê-lo.
- Sugestão de trabalho transdisciplinar.
- Quadro demonstrativo que consta das Competências Específicas da Matemática e suas Tecnologias e Habilidades da BNCC relativas à questão, as Macroáreas dos TCTs e capacidades esperadas do candidato ao Vestibular UEL.

**5.1 - (UEL 2021)** Simão Botelho e Teresa Albuquerque moram em casas vizinhas e vivem um amor de perdição através de suas janelas em plena Portugal do século XIX. Quando são proibidos de se ver, combinam uma fuga para além das fronteiras de Portugal e precisam contabilizar suas economias. Teresa, com auxílio de uma lanterna a óleo acesa, quer informar a Simão sua quantia por meio de um código mutuamente combinado. Para isso, realiza de sua janela uma sequência de movimentos que simbolizam 6 algarismos  $m_5, m_4, m_3, m_2, m_1$  e  $m_0$ , nesta ordem, de forma que cada algarismo pertença ao conjunto  $\{0, 1\}$  utilizando a seguinte convenção:

i) Levar a lanterna ao seu lado esquerdo simboliza o número 0;

ii) Levar a lanterna ao seu lado direito simboliza o número 1.

A sequência transmitida por Teresa a Simão é transformada, por ele, em um número natural  $N$  através da seguinte regra:

$$N = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3 + m_2 2^2 + m_1 2^1 + m_0 2^0$$

Sabendo que  $N = 42$  é a quantia informada por Teresa a Simão, assinale a alternativa que apresenta, correta e ordenadamente, a sequência  $m_5, m_4, m_3, m_2, m_1, m_0$  de algarismos simbolizada por ela.

a) 0, 0, 1, 1, 1, 1

b) 0, 1, 0, 1, 0, 1

c) 1, 0, 1, 0, 1, 0

d) 1, 0, 1, 1, 0, 0

e) 1, 1, 0, 0, 1, 0

Alternativa correta: c

Justificativa (Manual do candidato UEL)

Escrevendo 42 como soma de potências de 2, temos que

$$42 = 32 + 8 + 2 = 2^5 + 2^3 + 2 =$$

$$= 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0,$$

concluimos que a sequência  $m_5, m_4, m_3, m_2, m_1, m_0$  de algarismos simbolizada por Teresa Albuquerque é 1, 0, 1, 0, 1, 0.

Solução alternativa:(Manual do candidato UEL)

Observe que  $N - m_0 2^0 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3 + m_2 2^2 + m_1 2^1$  é divisível por  $2^1$ . Como  $m_0$  pertence ao conjunto  $\{0, 1\}$  e  $N = 42$ , então temos duas possibilidades para  $N - m_0 2^0$ , a saber: 42 ou 41. Como  $N - m_0 2^0$  é divisível por  $2^1$ , então  $N - m_0 2^0 = 42$ . Ou seja:  $m_0 = 0$ .

Logo  $42 - 0 \cdot 2^0 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3 + m_2 2^2 + m_1 2^1$ .

Portanto  $42 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3 + m_2 2^2 + m_1 2^1$ .

Da mesma forma,  $42 - m_1 2^1 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3 + m_2 2^2$  é divisível por  $2^2$ .

Como  $m_1$  pertence ao conjunto  $\{0, 1\}$ , então temos duas possibilidades para  $42 - m_1$

$2^1$ , a saber: 42 ou 40. Como é divisível por  $2^2$ , então  $42 - m_1 2^1 = 40$ . Ou

seja:  $m_1 = 1$ .

$$\text{Logo } 42 - 1 \cdot 2^1 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3 + m_2 2^2.$$

$$\text{Portanto } 40 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3 + m_2 2^2.$$

Da mesma forma,  $40 - m_2 2^2 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3$  é divisível por  $2^3$ . Como  $m_2$

pertence ao conjunto  $\{0, 1\}$ , então temos duas possibilidades para  $40 - m_2 2^2$ , a

saber: 40 ou 36. Como é divisível por  $2^3$ , então  $40 - m_2 2^2 = 40$ . Ou seja:  $m_2 = 0$ .

$$\text{Logo } 40 - 2^2 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3.$$

$$\text{Portanto } 40 = m_5 2^5 + m_4 2^4 + m_3 2^3.$$

Da mesma forma,  $40 - m_3 2^3 = m_5 2^5 + m_4 2^4$  é divisível por  $2^4$ . Como  $m_3$  pertence ao

conjunto  $\{0, 1\}$  então temos duas possibilidades para  $40 - m_3 2^3$ , a saber: 40 ou 32.

Como é divisível por  $2^4$ , então  $40 - m_3 2^3 = 32$ . Ou seja:  $m_3 = 1$ .

$$\text{Logo } 40 - 1 \cdot 2^3 = m_5 2^5 + m_4 2^4$$

$$\text{Portanto } 32 = m_5 2^5 + m_4 2^4.$$

Da mesma forma,  $32 - m_4 2^4 = m_5 2^5$  é divisível por  $2^5$ . Como  $m_4$  pertence ao

conjunto  $\{0, 1\}$ , então temos duas possibilidades para  $32 - m_4 2^4$ , a saber: 32 ou 16.

Como é divisível por  $2^5$ , então  $32 - m_4 2^4 = 32$ . Ou seja:  $m_4 = 0$ .

$$\text{Logo } 32 - 0 \cdot 2^4 = m_5 2^5.$$

Portanto  $32 = m_5 2^5$ .

Por fim, como  $32 = 2^5 = m_5 2^5$ , segue que  $m_5 = 1$ , o que nos permite concluir que a sequência  $m_5, m_4, m_3, m_2, m_1, m_0$  de algarismos simbolizada por Teresa Albuquerque é 1, 0, 1, 0, 1, 0.

### **Conteúdo programático:**

Matemática: Conjuntos Numéricos: Números Naturais e Números Inteiros: Operações e propriedades, divisibilidade, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, decomposição em fatores primos.

- **Tópicos adicionais de Matemática suscitados**

a) Sistema posicional. Definição.

Uma sequência de números naturais formado pelos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, formam o sistema decimal e esse sistema é posicional, pois cada algarismo, além de seu valor, possui uma posição na sequência, essa posição interfere em seu valor relativo. Por exemplo, no número 234, o algarismo 2 significa duas centenas, o número 3 significa três dezenas e o 4 significa quatro unidades, ou equivalentemente:

$234 = 200 + 30 + 4 = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$ . O professor pode solicitar ao aluno pesquisar sobre sistema binário e a forma como computadores armazenam informações. Por que no sistema binário.

b) Base binária.

O sistema binário é um sistema de numeração formado por apenas dois algarismos: 0 (zero) e 1 (um). Semelhante ao sistema de numeração arábico que usamos (que, quando se chega ao 9, retorna-se ao 0), no código binário quando se chega ao 1 volta-se ao 0, já que o conjunto só possui dois algarismos.

Então, temos:

Tabela 7 - Quadro comparativo Base Decimal e Base Binária

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
Binário	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	...

Fonte: O autor

c) Forma como o computador armazena informações.

Os microprocessadores percebem somente sinais elétricos, distinguindo-os em dois níveis de voltagem: alto, "high", H, correspondente a tensão elétrica alta, e baixo, "low", L, tensão elétrica baixa. Portanto, qualquer comunicação com o microprocessador pode ser reduzida exclusivamente a esses dois sinais, associando-se H com o bit 1 e L com o bit 0.

Um byte unidade de medida em informática, frequentemente confundido com bit, é um dos tipos de dados integrais em computação. É usado com frequência para especificar o tamanho ou quantidade da memória ou da capacidade de armazenamento de um computador, independentemente do tipo de dados armazenados.

Note que um byte nada tem de especial, é apenas um número binário de oito algarismos. Sua importância na informática deriva apenas do fato do código ASCII haver adotado números de oito bits, além de razões meramente construtivas ou operacionais. Por exemplo: os códigos enviados a impressoras para controlar a impressão têm oito bits, os valores trocados pelos modems entre computadores também, assim como diversas outras operações elementares de intercâmbio de informações.

Exprimem-se as quantidades em prefixo binário (e não no Sistema Internacional de Unidades), que é uma forma de quantificação utilizada em Informática onde se torna mais útil utilizar potências de dois do que potências de dez. Têm o mesmo nome das unidades do SI, embora sejam múltiplos de 1024 ( $2^{10}$ ) no lugar de 1000 ( $10^3$ ).

Tabela 8 - Quadro demonstrativo unidades de Informática

Byte (B)	Quilobyte (KB)	Megabyte (MB)	Gigabyte (GB)	Terabyte (TB)
* 1 Byte = 8 bits ( $2^3$ bits).	* 1 024 ( $2^{10}$ )Bytes	* 1 024 KB	* 1 024 MB	* 1 024 GB
	* 8 192 Bits	* 1 048 576 ( $2^{20}$ ) Bytes	* 1 048 576 KB	* 1 048 576 MB
		* 8 388 608 Bits	* 1 073 741 824 ( $2^{30}$ ) Bytes	* 1 073 741 824 KB
			* 8 589 934 592 Bits	* 1 099 511 627 776 ( $2^{40}$ ) Bytes
				* 8 796 093 022 208 Bits

Fonte: O autor

d) Jogos cujo raciocínio se dá por meio da base binário (Jogo Nim). Mudança de Base.

Sobre o jogo do Nim segundo Gardner (1961), são atribuídos ao matemático Charles L. Bouton. Por sua vez, mesmo não se sabendo com certeza de onde se origina o nome Nim, em inglês arcaico, significa apanhar. Além disso, NIM invertido (win) significa vencer. Porém, além das raízes inglesas, também existe uma outra suposição afirmando que essa palavra pode ser de origem chinesa.

O jogo do Nim é composto por um número qualquer de peças e suas disposições podem ser feitas espalhadas sobre a mesa ou mesmo dispostas em torres. Diante desta disposição caracterizam-se as duas versões do jogo Nim, a versão 1 é aquela cuja a disposição é feita no plano e a variação 2 é quando as peças estão dispostas no espaço.

A denominação de o Nim ter uma origem chinesa foi proposta em 1901 por Charles L. Bouton, data em que apresentou uma teoria para a estratégia de vitória do jogo. Esta teoria está ligada, de modo surpreendente, com a aritmética dos números naturais no sistema binário de numeração.

Para maior entendimento sobre jogos binários, em especial o Nim, veja um estudo completo e as relações e demonstrações com a matemática ver dissertação de Tales Aparecido Sanches Macedo - UEM Jogos Combinatórios do Tipo NIM como Estratégia Pedagógica.

- **Sugestão de trabalho transdisciplinar**

01) Trabalhar com os alunos como eles fariam hoje para passar a informação de forma segura. Whatsapp é seguro? Por quê?

02) Monte uma planilha de custo para o caso de você e um amigo planejarem uma viagem de férias para além das fronteiras do Brasil? Qual país escolheria? Por quê?

03) Suponha que você não tivesse acesso a celular/computador/novas tecnologias. Como faria para se comunicar com sua vizinha de forma secreta e segura? Desenvolva uma estratégia.

4) É possível realizar um jogo em sala de aula, simulando o teatro de Simão Botelho e Teresa Albuquerque. Como os alunos fariam? A lanterna foi um artifício utilizado por Teresa Albuquerque e que era comum nas casas, portanto não levantaria suspeitas. Como fazer um equivalente de maneira contemporânea. Cada grupo de alunos realiza sua forma de passar alguma mensagem.

**Língua Portuguesa:** a importância da comunicação, formas de se comunicar - comunicação criptografada. Formas simples de explicar ao aluno Estratégias de codificação de mensagens e sua importância. Sua relação com as novas tecnologias.

**História:** Portugal do século XIX.

**Geografia:** Localização de Portugal e países limítrofes.

**Artes:** Teatro encenando o jogo de Simão Botelho e Teresa Albuquerque.

A questão analisada está em uma perspectiva transdisciplinar, abordando as áreas do conhecimento desenvolvidas no Ensino Médio, dessa forma podemos verificar as Competências e Habilidades (BNCC), na macroárea das TCTs e no manual do candidato da UEL, desenvolvidas nessa questão:

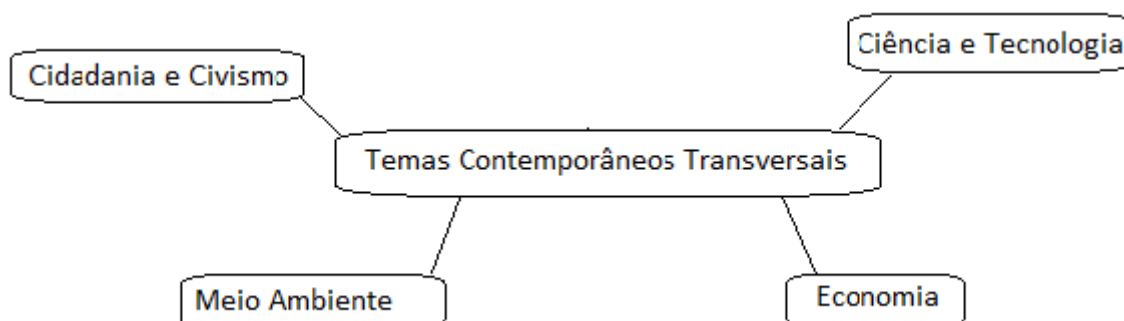
Tabela 9 - Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL

<b>Competência 3</b>
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
<b>Habilidade referente à competência 3</b>
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>Competência 4</b>
Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
<b>Habilidade referente à competência 4</b>
(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
<b>Macroárea das TCTs</b>
Ciência e Tecnologia; Economia; Cidadania e Civismo e Meio ambiente
<b>Manual do candidato UEL</b>
Utilizar os conceitos e os métodos matemáticos em outras áreas do conhecimento.
Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas) e vice-versa.
Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões)

Fonte: Base Nacional Comum Curricular, Temas Contemporâneos Transversais, Manual do Candidato Uel

No caso das macroáreas citadas na tabela 9 podemos destacar alguns tópicos a serem trabalhados de forma transdisciplinar.

Figura 1: Esquema macroáreas TCTs, referente questão 1



Fonte: O autor

**Ciência e tecnologia:** Contemplado na resolução.

**Economia:** Ao planejar a fuga Simão e Teresa precisam pensar em custo de vida, transporte, alimentação..., países com os quais Portugal faz fronteira. Cidades com as quais sua atual moradia faz fronteira. Tudo isso com intuito de minimizar custos. Em Matemática é possível trabalhar com tabelas, interpretação, representações sobretudo educação financeira e todas as suas especificidades.

**Meio Ambiente:** A partir do momento em que se forma uma família, e mesmo cada indivíduo, deve-se pensar em formas de preservação e proteção do ambiente em que vive, bem como ter conscientização ambiental. Avaliar e reavaliar seus padrões de consumo, por exemplo, de água e luz. **Sugestão de pesquisa:** ver como era o sistema de iluminação na época do romance em Portugal e no Brasil. Analisar a poluição e lixo urbanos, na contemporaneidade e no século XIX. Naquela época se falava em reciclagem? Quando foi o início desta prática? Havia leis de proteção ao meio ambiente no século XIX? Algumas destas questões, provavelmente, estão abertas. Mas podem suscitar nos estudantes uma dúvida, uma indagação, um fio condutor para pensarem na preservação da natureza, nas consequências de sua falta. Em matemática é possível estudar, as consequências de por exemplo consumo indevido de água, luz, lixo. Desenvolver estratégias para coleta de lixo, para economia de luz e água.

**Cidadania:** condição de pessoa que, como membro de um Estado, se acha no gozo de direitos que lhe permitem participar da vida política.

**Civismo:** dedicação e fidelidade ao interesse público, patriotismo, civismo.

A partir do momento em que Simão Botelho e Teresa Albuquerque têm uma vida em comum e constituem uma família, carregam com eles as responsabilidades, deveres e direitos de um casal. Isto pode ser trabalhado em sociologia, projeto de vida (matéria nova do Ensino Médio).

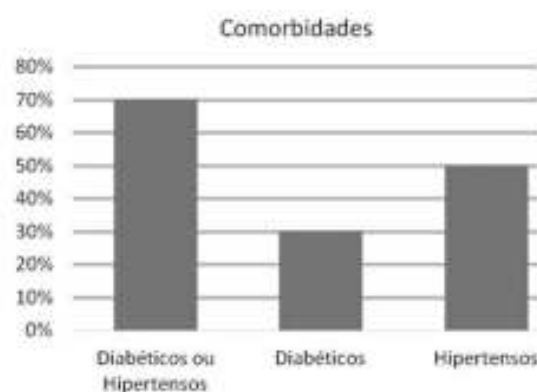
Com essa questão do vestibular da UEL verificamos que não só a matemática está presente, mas que, a partir dela, uma série de questionamentos podem ser levantados, analisados, pesquisados e trabalhados, de forma contemporânea, transversal e transdisciplinar, conforme sugere a BNCC.

**5.2 (UEL 2021)** Leia o texto e analise o gráfico a seguir.

Foi realizado um estudo para compreender as características de pacientes que morreram de COVID-19. Os dados foram coletados a partir de 150 óbitos ocorridos dentro das fronteiras de Wuhan na China entre os dias 21 e 30 de janeiro de 2020 decorrentes do Novo Coronavírus. A partir destes registros foi elaborado o gráfico a seguir que exibe o percentual destes óbitos cujos pacientes sofriam de determinada comorbidade.

Figura 2. Gráfico comorbidades

Adaptado de: //jamanetwork.com



Fonte: Vestibular UEL

Com base no texto e no gráfico, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a probabilidade de se tomar, ao acaso, dentre os pacientes hipertensos deste estudo, um paciente diabético.

- a) 10%
- b) 20%**
- c) 25%
- d) 30%
- e) 50%

Alternativa correta: b

Justificativa ( Manual Candidato UEL)

Inicialmente, note que o conectivo lógico 'ou', na Matemática, é utilizado de modo inclusivo. Isto é, a união de dois conjuntos A e B é denotada por  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$ . Em outras palavras, a união de A com B, representada pelo conectivo 'ou', é formada pelos elementos que pertencem a A, a B ou a ambos.

Quanto à solução da questão, denote por E o conjunto dos pacientes do estudo, D o conjunto dos diabéticos do estudo, H o conjunto dos hipertensos do estudo. Se escrevermos #A para representar a quantidade de elementos no conjunto A, então, do enunciado, têm-se que  $\#(D \cup H) = 70\%$  de  $150 = 105$ ,  $\#H = 50\%$  de  $150 = 75$  e  $\#D = 30\%$  de  $150 = 45$ . Observe que  $\#(D \cup H) = \#D + \#H - \#D \cap H$ . Portanto,  $105 = 45 + 75 - \#D \cap H$ . Consequentemente,  $\#D \cap H = 15$ . Sabemos que a probabilidade P de se tomar, ao acaso, dentre os pacientes hipertensos deste estudo, um paciente diabético, é, na verdade, a probabilidade condicional de se escolher um paciente diabético sabendo que ele é hipertenso. Isto é:

$$P = \frac{\#D \cap H}{\#H} = \frac{15}{75} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Solução alternativa: (resolução do autor)

Figura 3: Representação de conjuntos por diagrama



Fonte: o autor

Diabéticos ou Hipertensos

$$\#(D \cup H)$$

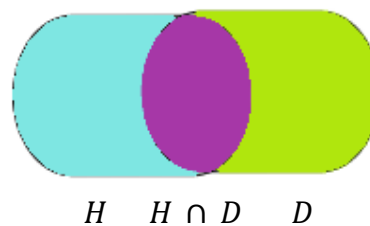
$$\#(D \cup H) = 70$$

$$\#(H \cap D) = x$$

$$\#H = 50 - x$$

$$\#D = 30 - x$$

Figura 4: Representação de intersecção de conjuntos



Fonte: o autor

Diabéticos e Hipertensos

$$\#(H \cap D)$$

Como não conhecemos a quantidade de diabéticos e hipertensos (intersecção) vamos chamá-la de  $x$ , logo temos:

$$50 - x + x + 30 - x = 70$$

$$80 - x = 70$$

$$x = 10$$

$$\text{Então, } \#H = 50 - x \rightarrow \#H = 50 - 10 \rightarrow \#H = 40$$

$$\#D = 30 - x \rightarrow \#D = 30 - 10 \rightarrow \#D = 20$$

Pela probabilidade temos:

$$P = \frac{\text{Eventos favoráveis (EF)}}{\text{Eventos possíveis (EP)}} =$$

$$\text{Eventos favoráveis (EF) } \#(H \cap D) = 10$$

$$\text{Eventos possíveis (EP) } \#H = 50$$

$$P = \frac{10}{50} = 0,2 \text{ ou } \frac{20}{100} = 20\%$$

Conteúdo programático:

Matemática: Conjuntos Numéricos: Razão, Proporção, Regra de Três e Porcentagem. Noções de Estatística e Probabilidade: Representações Gráficas. Conceituação de probabilidade. Probabilidade condicional. Matrizes, Determinantes.

- **Tópicos adicionais de Matemática suscitados**

1) Não fazer a questão de múltipla escolha, antes trabalhar várias possibilidades, por exemplo:

Com base no texto e no gráfico, encontre a probabilidade de se tomar, ao acaso, dentre os pacientes hipertensos deste estudo, um paciente diabético.

Quantos óbitos de diabéticos ocorreram em Wuhan entre os dias 21 e 30 de janeiro de 2020?

150  $\rightarrow$  100% como queremos 30% dividimos  $\frac{100}{10} = 10\%$ , multiplicamos por 3 ( $10\% \cdot 3 = 30\%$ ), da mesma forma dividimos  $\frac{150}{10} = 15$  e multiplicamos por 3 ( $3 \cdot 15 = 45$ ), isso corresponde a 45 óbitos de diabéticos em Wuhan.

Quantos óbitos de hipertensos ocorreram em Wuhan entre os dias 21 e 30 de janeiro de 2020?

150  $\rightarrow$  100% como queremos 50% dividimos  $\frac{100}{10} = 10\%$ , multiplicamos por 5 (10%  $\cdot$  5 = 50%), da mesma forma dividimos  $\frac{150}{10} = 15$  e multiplicamos por 5 (5  $\cdot$  15 = 75), isso corresponde a 75 óbitos de hipertensos em Wuhan.

Discutir o que significa o conectivo “ou” na matemática.

Em matemática a palavra “ou” tem um significado específico um tanto diferente daquele que lhe é atribuído na linguagem comum. No dia a dia, “ou” quase sempre liga duas alternativas incompatíveis, em matemática a afirmação “P ou Q” significa que pelo menos uma das alternativas P ou Q é válida, podendo perfeitamente ocorrer que ambas sejam.

Discutir a definição de união e intersecção de conjuntos.

Dados dois conjuntos A e B, a reunião é o conjunto formado pelos elementos de A mais os elementos de B, enquanto que a intersecção é o conjunto dos objetos que são ao mesmo tempo elementos de A e de B. Portanto se considerarmos as afirmações

$$x \in A, x \in B$$

veremos que se, quando pelo menos uma dessas afirmações for verdadeira e, por outro lado, quando ambas as afirmações acima forem verdadeiras.

Discutir definição de probabilidade condicional. Por que utilizar probabilidade condicional?

A probabilidade condicional é a chance de o evento A acontecer, dado que B já aconteceu. O evento B é conhecido como condicionante, então, calculamos a chance de o evento A acontecer na condição de o evento B ter acontecido.

A fórmula para calcular a probabilidade condicional é:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Com base no texto e no gráfico, qual a probabilidade de se tomar, ao acaso, dentre os pacientes diabéticos deste estudo, um paciente hipertenso.

(resolução autor)

Figura 5: Representação de conjuntos por diagrama

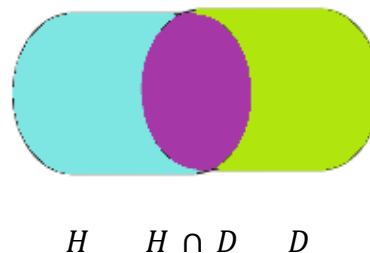


Fonte: o autor

Diabéticos ou Hipertensos

$$\#(D \cup H)$$

Figura 6: Representação de intersecção de conjuntos



Fonte: o autor

Diabéticos e Hipertensos

$$\#(H \cap D)$$

Como não conhecemos a quantidade de diabéticos e hipertensos (intersecção) vamos chamá-la de  $x$ , logo temos:

$$\#(D \cup H) = 70$$

$$\#(H \cap D) = x$$

$$\#H = 50 - x$$

$$\#D = 30 - x$$

$$50 - x + x + 30 - x = 70$$

$$80 - x = 70$$

$$x = 10$$

$$\text{Então, } \#H = 50 - x \rightarrow \#H = 50 - 10 \rightarrow \#H = 40$$

$$\#D = 30 - x \rightarrow \#D = 30 - 10 \rightarrow \#D = 20$$

Pela probabilidade temos:

$$P = \frac{\text{Eventos favoráveis (EF)}}{\text{Eventos possíveis (EP)}} =$$

$$\text{Eventos favoráveis (EF) } \#(H \cap D) = 10$$

$$\text{Eventos possíveis (EP) } \#H = 50$$

$$P = \frac{10}{50} = 0,2 \text{ ou } \frac{20}{100} = 20\%$$

Eventos favoráveis (EF)  $\#(H \cap D) = 10$

Eventos possíveis (EP)  $\#D = 30$

$$P = \frac{10}{30} = 0,333... \text{ ou } \frac{333...}{100} \sim 33,34\%$$

- **Sugestão de trabalho transdisciplinar**

- 1) O que significa adaptado em Adaptado de: //jamanetwork.com Pesquisar a fonte original. Ver o gráfico original.

A questão foi elaborada a partir de uma notícia do site JAMANETWORK.

A pandemia foi decretada no Brasil em fevereiro de 2020. A pesquisa foi feita na China em janeiro de 2020. Notem como a tecnologia nos informa dos acontecimentos quase no mesmo momento em que ele está acontecendo do outro lado do mundo. Isto nos permite tomar as providências para amenizar ou mesmo sanar determinados problemas.

Quais os impactos econômicos e ambientais da pandemia?

Quais os problemas de saúde desencadeados pela covid 19. Efeitos colaterais. Qual a importância de se procurar fontes seguras para pesquisa?

O que é uma fonte de pesquisa segura? Daí nos vem até a pergunta: o que é fake News?

Fazer um paralelo com outras crises sanitárias, por exemplo a Gripe espanhola e a Peste Negra.

Dicas para o professor: Deixar questões em aberto. O que cada aluno pensa? Quais suas questões a partir do problema? É possível responder todas as dúvidas?

Biologia: Comorbidades, Doenças, Vírus. Início da pandemia. Conceito de pandemia.

Geografia: China, localização de Wuhan

Inglês: Artigo original em inglês. A importância do idioma para ampliação do conhecimento.

Novas Tecnologias.

A questão analisada está em uma perspectiva transdisciplinar, abordando as áreas do conhecimento desenvolvidas no Ensino Médio, dessa forma podemos verificar as Competências e Habilidades (BNCC), na macroárea das TCTs e no manual do candidato da UEL, desenvolvidas nessa questão:

Tabela 10 - Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 2.

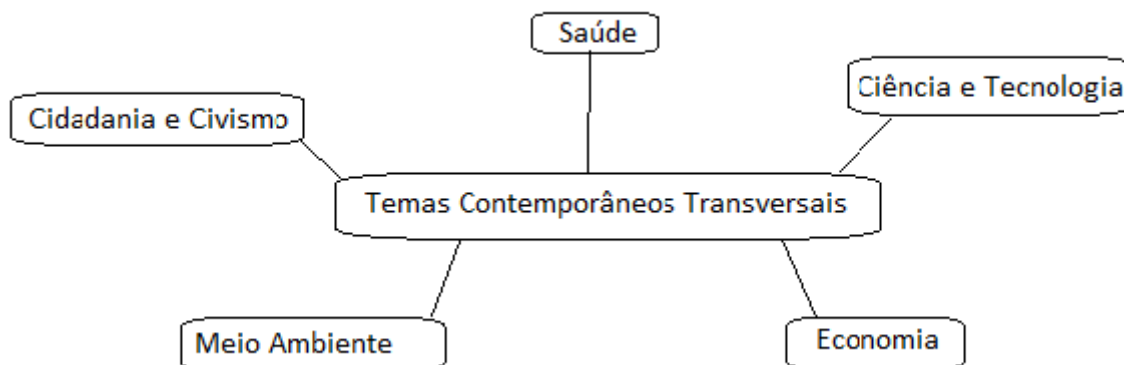
<b>Competência 1</b>
Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
<b>Habilidade referente à competência 1</b>
(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
<b>Competência 2</b>
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprias da Matemática.
<b>Habilidade referente à competência 2</b>
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os

resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
<b>Competência 3</b>
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
<b>Habilidade referente à competência 3</b>
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
<b>Macroárea das TCTs</b>
Saúde, Ciência e Tecnologia, Meio Ambiente, Economia, Cidadania e Civismo.
<b>Manual do candidato UEL</b>
Elaborar e apresentar argumentos consistentes nas resoluções.
Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas) e vice-versa.
Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões).

Fonte: Base Nacional Comum Curricular, Temas Contemporâneos Transversais, Manual do Candidato Uel

No caso das macroáreas citadas na tabela 10 podemos destacar alguns tópicos a serem trabalhados de forma transdisciplinar.

Figura 7: Esquema macroáreas TCTs, referente questão 2



Fonte: O autor

### **Nos TCTs temos:**

**Ciência e Tecnologia:** O avanço da internet como meio de comunicação, informação e pesquisa. Nos tempos de pandemia a comunicação foi muito importante pois o contato não era possível só era possível através da internet desse modo a tecnologia teve muitos avanços no quesito comunicação mas com essa evolução surgiu muita notícia falsa “fake news”, como podemos evitá-las? Com o avanço da Ciência no que se diz respeito à saúde tivemos uma grande evolução como no caso das vacinas que foram disponibilizadas em tempo recorde para que pudesse conter a grande perda da população.

**Economia:** É possível versar sobre os impactos econômicos da pandemia no Brasil. Sendo a China uma potência mundial estudar os impactos econômicos da pandemia e suas consequências no mundo globalizado. Política interna e externa. Como a China ficou depois da pandemia sendo ela uma potência mundial? Certos que a pandemia trouxe uma crise na saúde e também na economia foi de altas proporções, o governo decretou que somente serviços essenciais deveriam ficar em funcionamento, dessa forma houve muitas demissões, cortes de salários por parte dos trabalhadores e a falência de muitas empresas, por outro lado as indústrias de tecidos tiveram uma alta nas suas produções pois foi necessário um aumento significativo na confecção de máscaras, nas indústrias de plásticos com a fabricação de Equipamentos de Proteção Individual (EPIs), laboratórios na fabricação de álcool em gel, entre outras.

**Cidadania e Civismo:** Tendo em vista que em virtude da pandemia uma parcela da população teve que procurar uma maneira de sobrevivência e até mesmo contar com a solidariedade de outra parcela da população.

**Saúde:** Estudar, por exemplo, os prejuízos causados pela pandemia na saúde mental e emocional, bem como, a diminuição drástica nas cirurgias eletivas (SUS) as quais foram canceladas ou adiadas. Analisar as medidas propostas pela Organização Mundial da Saúde (OMS) com intuito de amenizar os efeitos da pandemia e ter uma vida mais saudável.

**Meio Ambiente:** A pandemia afetou o meio ambiente de que forma (na China e no mundo)? Analisar o aumento na fabricação e no consumo de produtos plásticos como acessórios de proteção contra o coronavírus e frascos para armazenamento de álcool gel. Estudar a produção e descarte de lixo doméstico, durante a pandemia.

**5.3 (UEL 2021)** Nos últimos 20 anos, três vírus foram responsáveis por síndromes respiratórias agudas graves, como a SARS, MERS e a COVID-19. A previsão exata do número de pessoas infectadas por um determinado vírus é impraticável. Todavia, especialistas assumem que técnicas, como a descrita a seguir, fornecem um limitante para este número. Seja  $R$  uma região afetada por um vírus. Suponha que vivam  $K$  pessoas em  $R$ , com  $K > 2$  um número constante e inteiro. Denote por  $h(t)$  o número de pessoas, em  $R$ , infectadas pelo vírus até o instante  $t \geq 0$ , medido em dias. Como dito anteriormente, prever  $h(t)$  é inexecutável, entretanto pode ser majorado pela função  $y : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  de modo que:

$$h(t) \leq y(t) \text{ onde } y(t) = \frac{2K}{2+(K-2)e^{-3t}}$$

sendo  $e > 1$  uma constante irracional. Com base na técnica apresentada e nos conhecimentos sobre vírus, atribua verdadeiro (V) ou falso (F) às afirmativas a seguir.

- ( ) No instante  $t = 0$ , vale que  $h(0) = 3$ .
- ( ) Doenças emergentes, como a COVID-19, surgem por diferentes processos, sendo um deles a própria mutação dos vírus.
- ( ) Em todo instante de tempo  $t \geq 0$ , vale que  $h(t) < K$ .
- ( ) O novo coronavírus é causador da síndrome respiratória aguda severa em humanos, devido ao fato de ser constituído de dupla fita de DNA.
- ( ) A função  $y$  é constante nos dias iniciais da pandemia.

Assinale a alternativa que contém, de cima para baixo, a sequência correta.

- a) V, F, F, V, F.
- b) V, F, V, F, V.
- c) F, V, V, F, F**
- d) F, V, F, F, V.
- e) F, F, V, V, V

Alternativa correta: c

Justificativa (Manual do candidato UEL)

I. Falso.

$$y(0) = 2.$$

$$\text{Logo } h(0) \leq y(0) = 2.$$

II. Verdadeiro. A mutação é um dos mecanismos que dá origem a novas cepas virais, para as quais, por exemplo, os seres humanos não possuem imunidade.

III. Verdadeiro. Como  $K > 2$ , temos que  $K - 2 > 0$ . Além disso, sabe-se que  $e^{-3t} > 0$ . Com isso,  $(K - 2)e^{-3t} > 0$ . O que implica que  $2 + (K - 2)e^{-3t} > 2$  ou, equivalentemente,  $\frac{2}{2 + (K - 2)e^{-3t}} < 1$ . Multiplicando ambos os lados da desigualdade por  $K$  obtemos que  $\frac{2K}{2 + (K - 2)e^{-3t}} < K$ . Em outras palavras,  $y(t) < K$ , o que implica em todo instante de tempo  $t \geq 0$ , vale que  $y(t) < K$ . Como  $h(t) \leq y(t) < K$ , segue que  $h(t) < K$ .

**Outra forma de resolução para item III : ( resolução do autor)**

$$t \geq 0 \quad h(t) < k$$

$y(t) = \frac{2k}{2 + (k-2)e^{-3t}}$  podemos escrever da seguinte forma

$y(t) = \frac{2k}{\frac{2+(k-2)}{e^{3t}}}$  como  $e$  é uma função exponencial e  $e$  é maior que 1 temos uma

função crescente e o comportamento da divisão  $\left(\frac{k-2}{e^{3t}}\right)$  conforme  $t$  aumenta a tendência dela é diminuir ficando muito próxima de zero, assim

$$y(t) \approx \frac{2k}{2+0}$$

$$y(t) \approx k$$

E como  $h(t) \leq y(t)$  e  $y(t) \approx k$

$$h(t) < k$$

IV. Falso. A classe dos coronavírus é constituída por genoma de fita simples de RNA (ssRNA), sendo que não existe relação direta entre esta característica e o desenvolvimento da síndrome respiratória aguda severa.

V. Falso. Note que  $y(0) = 2$ . Todavia,

$y(1) = \frac{2K}{2+(K-2)e^{-3}}$ . Se a função  $y$  fosse constante nos dias iniciais da pandemia, teríamos que  $y(0) = y(1)$ , o que implicaria que  $2 = \frac{2K}{2+(K-2)e^{-3}}$ . Com isso, seria possível concluir que  $4 + 2(K-2)e^{-3} = 2K$  ou, equivalentemente,  $(K-2)e^{-3} = K-2$ . Como  $K > 2$ , podemos dividir a última equação por  $K-2$  e obter  $e^{-3} = 1$ . Como  $e > 1$ , podemos aplicar o logaritmo de base  $e$  em ambos os lados da equação para obter  $-3 = 0$ . Em outras palavras: se a função  $y$  fosse constante nos dias iniciais da pandemia, teríamos que  $e^{-3} = 0$ , o que implica que a função  $y$  não é constante nos dias iniciais da pandemia.

### Solução alternativa:

Como  $y(0) = 2$ ; vamos calcular  $y(1)$

$$y(1) = \frac{2k}{2+(k-2)e^{-3t}} \text{ como } e \approx 2,7 \text{ temos } 2,7^{-3} \approx 0,05 \text{ temos}$$

$$y(1) = \frac{2k}{2+(k-2) \cdot 0,05}$$

$$y(1) = \frac{2k}{2+0,05k-0,1}$$

$$y(1) = \frac{2k}{1,9+0,05k} \text{ como } k \text{ é o número de pessoas ele tem de ser um número inteiro,}$$

$$K = 3$$

$$y(1) = \frac{2 \cdot 3}{1,9+0,05 \cdot 3}$$

$$y(1) = \frac{6}{2,05} \approx 3$$

Então a função não é constante, alternativa falsa.

Conteúdo programático:

Matemática:

Conjuntos numéricos: Números Naturais e Números Inteiros: Operações e Propriedades, Divisibilidade, Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum, Decomposição em Fatores Primos. Números racionais e noções elementares de

números reais: Operações e Propriedades, Ordem, Valor Absoluto e Desigualdades. Funções, Equações e Inequações: Relações e Funções: Domínio, Contradomínio, Imagem e Gráficos, Crescimento e Decrescimento. Função Exponencial. Função Logarítmica. Equações Exponenciais e Equações Logarítmicas. Inequações. Sequências Numéricas: Funções de variável discreta. Noção de sequência. Progressão Geométrica,.

- **Tópicos adicionais de Matemática suscitados**

Suporemos que o leitor tenha alguma familiaridade com o conceito de função.

a) Conceito de função.

Dados dois conjuntos  $X, Y \neq \emptyset$ , uma função é uma correspondência entre  $X$  e  $Y$ , tal que , a cada elemento de  $X$  associa um único elemento de  $Y$ .

Em outras palavras, dados dois conjuntos  $X, Y \neq \emptyset$ , uma função  $f: X \rightarrow Y$  é uma lei que associa a cada elemento de  $x \in X$ , um único elemento  $y = f(x) \in Y$ .

No nosso caso,  $X \subseteq IR$  e  $Y \subseteq IR$

b) domínio e imagem da função  $f$

O conjunto  $X$  chama-se domínio e  $Y$  é o contradomínio da função  $f$ . Para cada  $x \in X$ , o elemento  $f(x) \in Y$  chama-se a imagem de  $x$  pela função  $f$ , ou o valor assumido pela função  $f$  no ponto  $x \in X$ . Escreve-se  $x \rightarrow f(x)$  para indicar que  $f$  transforma (ou leva)  $x$  em  $f(x)$ .

c) Qual o significado da função  $h$ ?

O número de pessoas de uma região infectada pelo vírus.

d) gráficos estatísticos

- **Sugestão de trabalho transdisciplinar**

- Explorar os conceitos e significados de SARS MERS.
- Explorar conceito e significado COVID 19. O que significa “19”?
- Existem outros tipos de COVID?
- Versar sobre outros casos de doenças respiratórias.

Biologia: Síndromes respiratórias, vírus.

Língua Portuguesa: interpretação de texto científico, argumentação.

História: Pandemias e endemias ocorridas na história.

A questão analisada está em uma perspectiva interdisciplinar, abordando as áreas do conhecimento desenvolvidas no Ensino Médio, dessa forma podemos verificar as Competências e Habilidades (BNCC), na macroárea das TCTs e no manual do candidato da UEL, desenvolvidas nessa questão:

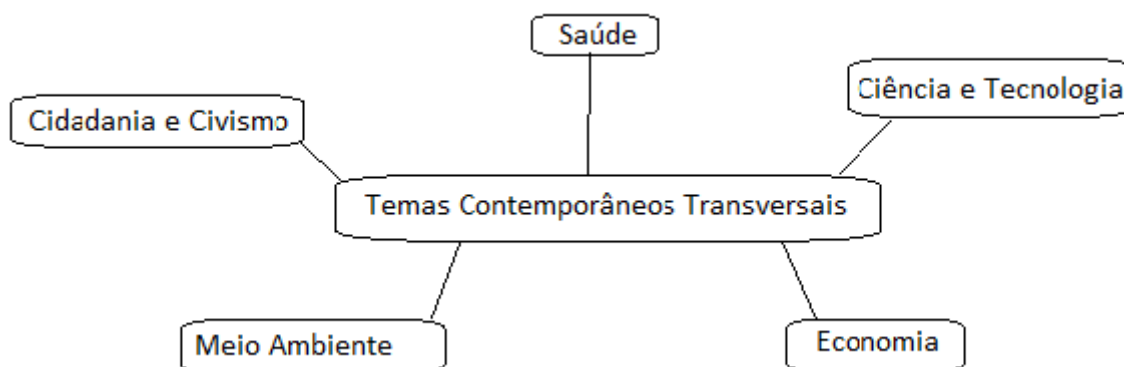
Tabela 11 - Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL referentes à questão 3

<b>Competência 3</b>
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
<b>Habilidade referente à competência 3</b>
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
<b>Macroárea das TCTs</b>
Ciência e Tecnologia; Economia; Cidadania; Meio Ambiente e Civismo e Saúde.
<b>Manual do candidato UEL</b>
Elaborar e apresentar argumentos consistentes nas resoluções.
Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas) e vice-versa.
Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões).

Fonte: Base Nacional Comum Curricular, Temas Contemporâneos Transversais, Manual do Candidato Uel

No caso das macroáreas citadas na tabela 11 podemos destacar alguns tópicos a serem trabalhados de forma transdisciplinar.

Figura 8: Esquema macroáreas TCTs, referente questão 3



Fonte: O autor

Nos TCTs temos

**Saúde:** Explanar sobre as síndromes respiratórias existentes, explorar as mutações de vírus, sejam eles respiratórios ou não. Dialogar sobre DNA. O Sistema de Saúde pode mensurar todos casos de pessoas infectadas pelos vírus em uma pandemia?

**Economia:** No Brasil o Sistema de Saúde, com os recursos disponíveis, têm um desenvolvimento adequado no que diz respeito aos vírus e doenças existentes?

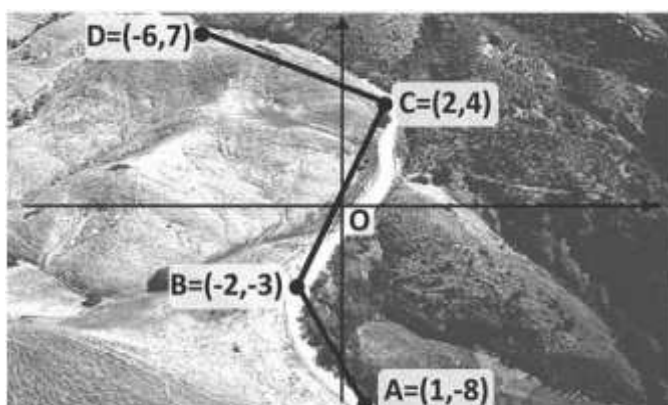
**Ciência e Tecnologia:** Com o avanço da tecnologia os estudos sobre doenças têm sido de grande desenvolvimento pois os cientistas podem se comunicar de forma rápida e prática.

**Cidadania e Civismo:** Muitos casos de síndromes respiratórias podem ser tratadas com medicamentos naturais, por isso a população deveria ter acesso aos remédios naturais, mas a farmacologia põe em risco muitos desses medicamentos naturais por não terem o conhecimento dos efeitos dos mesmos.

**Meio Ambiente:** O meio ambiente tem influência direta sobre os casos de síndromes respiratórias pois passamos por uma variação de temperatura durante um dia, com isso o corpo fica mais suscetível a doenças respiratórias.

**5.4 (UEL 2021)** Suponha que Cassi Jones, para se exibir e conquistar paixões, estima o comprimento de uma estrada que marca a fronteira entre dois países. Para isso, supõe que essa divisa esteja contida em um plano munido de um referencial de coordenadas cartesianas de origem  $O$ . Na sequência, ele escolhe quatro pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  na fronteira, calcula suas coordenadas com base nesse sistema cartesiano e os conecta por três segmentos de reta de modo a criar a poligonal de vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , conforme imagem a seguir.

Figura 9: Vista superior estrada



Fonte: Vestibular UEL

Sabendo que Cassi calcula o comprimento da poligonal para estimar o comprimento desejado, assinale a alternativa que apresenta o número obtido, corretamente, por ele.

- a) 30
- b)  $3\sqrt{19}$
- c)  $\sqrt{122} + 1 + \sqrt{137}$
- d)  $\sqrt{82} + \sqrt{5} + \sqrt{173}$
- e)  $\sqrt{34} + \sqrt{65} + \sqrt{73}$

Alternativa correta: e

Justificativa: (Manual do candidato UEL)

A distância  $d(P, Q)$  entre um ponto  $P = (a, b)$  e  $Q = (c, d)$  do plano cartesiano é dada pela fórmula  $d(P, Q) = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$ . Como Cassi calculou acertadamente a estimativa do comprimento, ele realizou o cálculo  $d(A, B) + d(B, C) + d(C, D)$  de maneira correta. Note que:

$$d(A, B) = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-8 - (-3))^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{9 + 25}$$

$$d(A, B) = \sqrt{34}$$

$$d(B, C) = \sqrt{((-2) - 2)^2 + (-3 - 4)^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{16 + 49}$$

$$d(B, C) = \sqrt{65}$$

$$\text{e } d(C, D) = \sqrt{(2 - (-6))^2 + (4 - 7)^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{8^2 + (-3)^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{64 + 9}$$

$$d(C, D) = \sqrt{73}$$

$$\text{Portanto } d(A, B) + d(B, C) + d(C, D) = \sqrt{34} + \sqrt{65} + \sqrt{73}$$

Conteúdo programático:

Matemática:

Geometria Analítica: coordenadas cartesianas na reta e no plano, distância entre dois pontos, operações com números inteiros, números irracionais, raízes exatas e raízes aproximadas.

- **Tópicos adicionais de Matemática suscitados**

Matemática Financeira: Planilhas de custo, financiamentos.

Estatística: Tabelas e gráficos sobre fretes, acidentes nas estradas.

Razão e proporção: Velocidade média, custo benefício de caminhões.

- **Sugestão de trabalho transdisciplinar**

a) Estudar formas de como construir uma estrada.

- b) Você conhece uma estrada mal planejada ou sem planejamento? Quais impactos sociais, econômicos, ambientais podem trazer uma estrada mal planejada?
- c) Com a ligação entre duas ou mais cidades podemos ter um desenvolvimento para a região de forma consciente para o crescimento das cidades.
- d) O desenvolvimento econômico dessas cidades a partir do escoamento e distribuição de mercadorias entre as cidades vizinhas.

Arte: Cinema.

Geografia: Relevo de uma região.

Língua Portuguesa: Literatura, interpretação de texto.

Tecnologia: Sistemas de tráfego.

A questão analisada está em uma perspectiva interdisciplinar, abordando as áreas do conhecimento desenvolvidas no Ensino Médio, dessa forma podemos verificar as Competências e Habilidades (BNCC), na macroárea das TCTs e no manual do candidato da UEL, desenvolvidas nessa questão:

Tabela 12 - Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 4.

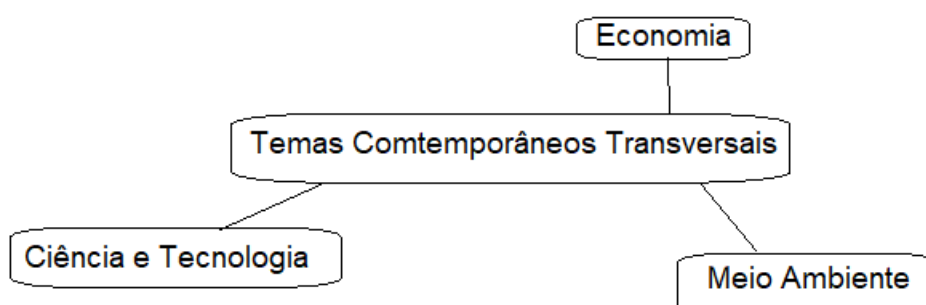
<b>Competência 2</b>
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprias da Matemática.
<b>Habilidade referente à competência 2</b>
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
<b>Competência 3</b>
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
<b>Habilidade referente à competência 3</b>
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando

técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>Macroárea das TCTs</b>
Ciência e Tecnologia; Economia e Meio Ambiente.
<b>Manual do candidato UEL</b>
Elaborar e apresentar argumentos consistentes nas resoluções.
Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas) e vice-versa.
Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões).
Selecionar e elaborar estratégias de resolução de problemas.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular, Temas Contemporâneos Transversais, Manual do Candidato Uel

No caso das macroáreas citadas na tabela 12 podemos destacar alguns tópicos a serem trabalhados de forma transdisciplinar.

Figura 10: Esquema macroáreas TCTs, referente questão 4



Fonte: O autor

Nos TCTs temos

**Economia:** Com o alto custo dos combustíveis o transporte por via terrestre tem ficado cada dia mais caro, mas em diversas regiões esse é o único meio de transporte de carga, com isso o governo deveria repensar o custo dos combustíveis que por sua vez diminuiria o preço final das mercadorias. Sabemos que, com a evolução dos veículos de transporte, poderiam facilitar e baratear os custos das mercadorias para os consumidores finais.

**Meio Ambiente:** O meio ambiente precisa ser preservado, dessa forma os motoristas têm de ter a consciência da preservação das rodovias, são feitas muitas campanhas para essa finalidade mas mesmo assim isso não acontece.

**Ciência e Tecnologia:** Com o avanço da tecnologia temos os satélites de localização que realizam qualquer medição que precisamos em tempo real, sendo assim podemos medir distâncias em qualquer lugar do mundo sem sair de casa. E também para a evolução dos veículos elétricos que não causam poluição.

### 5.5 (UEL 2021) Leia o texto a seguir.

Em Eneida (Virgílio, I a.C.), a princesa Dido, tendo a vida ameaçada numa disputa de poder, refugiou-se na costa do Mar Mediterrâneo. A ela foi prometida a extensão de terra que pudesse cercar com o couro de um boi. Diz o poema que preparou com ele uma longa e fina correia e que, estendendo-a como uma porção de circunferência, delimitou terra ao longo da

Figura 11 : Princesa Dido



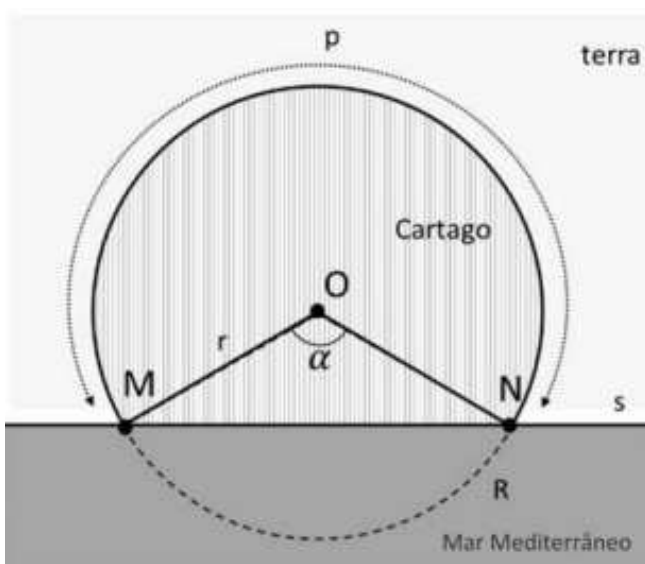
Fonte: Vestibular UEL

costa de modo a obter a maior área possível, dentro da qual foi erigida a cidade de Cartago.

Adaptado de: //estudogeral.uc.pt

Mesmo desconhecendo detalhes, um geômetra deseja calcular a área da porção de terra que a princesa cercou. Para este fim, considera  $s$  a reta que representa o litoral;  $R$  a circunferência de raio  $r > 0$  e centro  $O$ ;  $M$  e  $N$  a intersecção de  $R$  com a reta  $s$ ;  $\alpha$  o ângulo  $M\hat{O}N$  (medido em radianos); e  $p$  o comprimento da correia de couro, conforme esboço a seguir.

Figura 12: Círculo para cálculo de área



Fonte: Vestibular UEL

O geômetra encontra a área  $A(\alpha)$  da região hachurada, onde  $A : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  é dada por

$$A(\alpha) = \frac{p^2}{(2\pi - \alpha)^2} \left( \frac{\text{sen}(\alpha)}{2} - \frac{\alpha}{2} + \pi \right)$$

Em seguida, pesquisando mais detalhes, descobre que Dido delimitou terra de modo a formar um semicírculo. Sabendo que o geômetra utiliza essa informação e a função  $A$  para calcular a área desse semicírculo, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o número obtido por ele.

a)  $\frac{p^2}{\pi}$

b)  $\frac{p^2}{2\pi}$

c)  $\frac{p^2}{3\pi}$

d)  $\frac{p^2}{4\pi}$

e)  $\frac{p^2}{5\pi}$

Alternativa correta: b

Justificativa (Manual do candidato UEL)

Como Dido estendeu a correia de couro delimitando um semicírculo, conclui-se que  $\alpha = \pi$ . Utilizando a função  $A$  para determinar a expressão que representa a área da região hachurada, têm-se que:

$$\begin{aligned} A(\alpha) = A(\pi) &= \frac{p^2}{(2\pi - \pi)^2} \left( \frac{\text{sen}(\pi)}{2} - \frac{\pi}{2} + \pi \right) = \\ &= \frac{p^2}{(\pi)^2} \left( 0 - \frac{\pi}{2} + \pi \right) = \\ &= \frac{p^2}{(\pi)^2} \left( \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \frac{p^2}{\pi} \left( \frac{1}{2} \right) = \\ &= \frac{p^2}{2\pi} \end{aligned}$$

Conteúdo programático:

Matemática

Funções, Equações e Inequações: Relações e funções: domínio, contra-domínio, imagem e gráficos, crescimento e decréscimo. Trigonometria: Ângulos: medidas, Funções trigonométricas. Geometria Plana: Figuras geométricas: reta, semirreta, segmento, ângulo plano, polígonos planos, circunferência e círculo. Áreas de polígonos, círculos, coroa e setor circular.

- **Tópicos adicionais de Matemática suscitados**

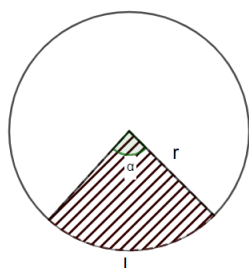
a) Deduzir a expressão da função  $A(\alpha) = \frac{p^2}{(2\pi-\alpha)^2} \left( \frac{\text{sen}(\alpha)}{2} - \frac{\alpha}{2} + \pi \right)$ .  
Questionar-se sobre a origem de tal função. (resolução do autor)

Temos que

$$(2\pi - \alpha)r = p \Rightarrow r = \frac{p}{2\pi - \alpha}$$

por outro lado a área do setor circular

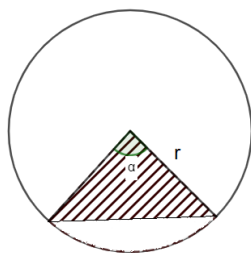
Figura 13 : Área de setor circular



$$\Rightarrow A_s = \frac{l \cdot r}{2}$$

Fonte: o autor

Figura 14: Área do triângulo



Fonte: o autor

e

Área do triângulo

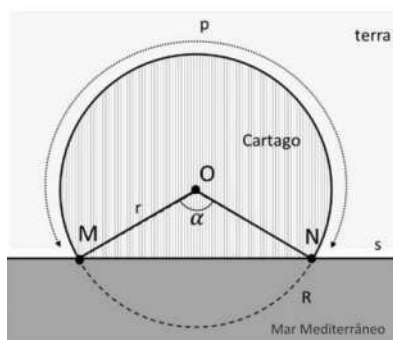
$$A_{\Delta} = r^2 \frac{\text{sen} \alpha}{2}, \quad \frac{h}{r} = \text{sen} \alpha$$

$$h = r \text{sen} \alpha$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Daí

Figura 15 : Área hachurada círculo



Fonte: Vestibular UEL

$$A_{\text{hachurada}} = \frac{p \cdot r}{2} + \frac{r^2 \text{sen} \alpha}{2}$$

$$A_{\text{hachurada}} = \frac{(2\pi - \alpha)r \cdot r}{2} + \frac{r^2 \text{sen} \alpha}{2}$$

$$A_{\text{hachurada}} = r^2 \left( \frac{\text{sen} \alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} + \pi \right) =$$

$$A_{\text{hachurada}} = \left( \frac{p}{2\pi - \alpha} \right)^2 \left( \frac{\text{sen} \alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} + \pi \right)$$

b) Como era o sistema de medidas usado na época da princesa Dido?

● **Sugestão de trabalho transdisciplinar**

a) Pesquisar sobre Eneida (Virgílio, I a.C.). Sua origem, época, história.

b) No poema Eneida de Virgílio, quem foi a princesa Dido?

c) Qual a localização da cidade de Cartago e como foi erigida?

d) Como a princesa Dido fez para encontrar a maior correia de couro de boi?

e) Existe até hoje a cidade de Cartago?

**Língua Portuguesa:** Literatura, interpretação, poemas.

**História:** Cidadania dos povos antigos

**Geografia:** Coordenadas geográficas, fusos horários, Meio ambiente.

**Arte:** História da arte nos séculos a.C.

A questão analisada está em uma perspectiva interdisciplinar, abordando as áreas do conhecimento desenvolvidas no Ensino Médio, dessa forma podemos verificar as Competências e Habilidades (BNCC), na macroárea das TCTs e no manual do candidato da UEL, desenvolvidas nessa questão:

Tabela 13 - Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 5.

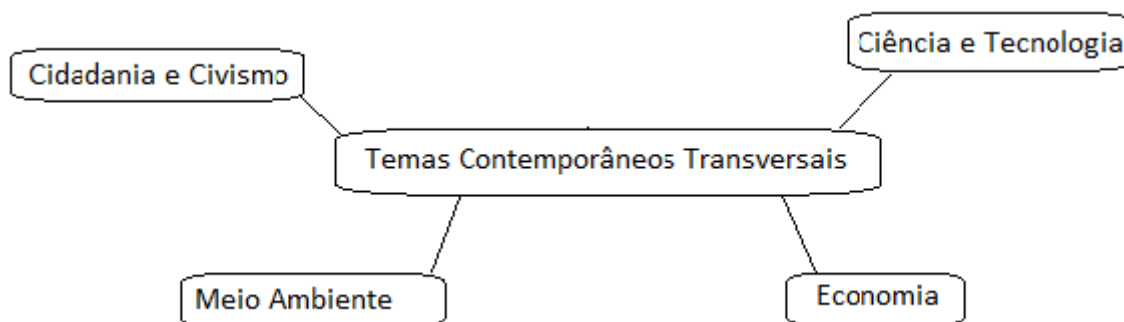
<b>Competência 2</b>
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprias da Matemática.
<b>Habilidade referente à competência 2</b>
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
<b>Competência 3</b>
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
<b>Habilidade referente à competência 3</b>
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>Competência 4</b>
Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
<b>Habilidade referente à competência 4</b>
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
<b>Competência 5</b>
Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

<b>Habilidade referente à competência 5</b>
(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.
<b>Macroárea das TCTs</b>
Ciência e Tecnologia; Economia; Cidadania e Civismo; Meio Ambiente.
<b>Manual do candidato UEL</b>
Elaborar e apresentar argumentos consistentes nas resoluções.
Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas) e vice-versa.
Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões).
Procurar, selecionar e interpretar informações relevantes para a compreensão da situação-problema.
Selecionar e elaborar estratégias de resolução de problemas.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular, Temas Contemporâneos Transversais, Manual do Candidato Uel

No caso das macroáreas citadas na tabela 13 podemos destacar alguns tópicos a serem trabalhados de forma transdisciplinar.

Figura 16: Esquema macroáreas TCTs, referente questão 5



Fonte: O autor

Nos TCTs temos

**Cidadania e Civismo:** A cidadania surgiu na Grécia no século VIII a.C, os cidadãos só eram considerados se ele possuía alguma riquezas materiais ou propriedades. Versar sobre cidadania hoje.

**Meio Ambiente:** Nos séculos a.C a população era reduzida e eles se preocupavam com meio ambiente? Como se deu a preservação do meio ambiente?

**Economia:** A economia foi marcada por duas atividades principais: a agricultura e o comércio.

**Ciência e Tecnologia:** Nessa época a Ciência se desenvolvia de forma lenta pois a comunicação era muito difícil.

### 5.6 (UEL 2020) Analise a figura a seguir.

Figura 17: Obra Moça com brinco de pérola



VERMEER, J. *Moça com brinco de pérola*. 1665.

Tinta a óleo, 44 cm x 39 cm. Museu Mauritshuis de Haia. Fonte: Vestibular UEL

Utilizando duas retas graduadas e perpendiculares, um estudioso caracteriza cada ponto da obra de Johannes Vermeer, como um par ordenado no plano cartesiano, de forma que um ponto no brinco de pérola esteja associado à origem  $(0, 0)$ . De acordo com a associação feita, o estudioso constata que os pontos de coordenadas  $(-10, 0)$  e  $(-8, 8)$  se localizam, respectivamente, na boca e no olho retratados.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, uma propriedade da parábola que passa pelos três pares ordenados presentes no texto.

- a) Tem por equação  $y + x^2 + 5x = 0$
- b) Tem concavidade voltada para cima.
- c) Tem por vértice um ponto na região do ombro retratado.
- d) Tem por equação  $2y + x^2 + 10x = 0$**
- e) Admite três raízes reais distintas, todas localizadas no turbante.

Alternativa correta: d

Justificativa (Manual do candidato UEL)

a) Como  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 5x$  é a equação da parábola que passa pelos pontos  $(0, 0)$ ,  $(-10, 0)$  e  $(-8, 8)$ , esta alternativa é incorreta, pois a expressão  $-\frac{1}{2}x^2 - 5x$  é distinta de  $-x^2 - 5x$ .

b) Como  $-\frac{1}{2}x^2 - 5x$  é a equação da parábola que passa pelos pontos

$(0, 0)$ ,  $(-10, 0)$  e  $(-8, 8)$ , obtemos que ela tem concavidade voltada para baixo pois o coeficiente de  $x^2$  é negativo.

c) Observando que a parábola tem concavidade voltada para baixo, se seu vértice estivesse no ombro, então o gráfico da parábola não interceptaria nada acima do vértice. Em particular, a parábola não passaria pela boca, olhos e brinco, o que contradiz o enunciado.

d) Observe que  $2 \cdot 0 + 0^2 + 10 \cdot 0 = 0$ . Analogamente  $2 \cdot 0 + (-10)^2 + 10 \cdot (-10) = 100 - 100 = 0$ . Por fim,  $2 \cdot 8 + (-8)^2 + 10 \cdot (-8) = 16 + 64 - 80 = 0$ . Portanto,  $2y + x^2 + 10x = 0$  é a equação da parábola que passa pelos pontos  $(0, 0)$ ,  $(-10, 0)$  e  $(-8, 8)$ .

e) A equação de uma parábola não pode admitir três raízes reais distintas.

Solução alternativa: (resolução do autor)

Usando a forma fatorada da equação quadrática.

Sendo a forma fatorada da equação quadrática  $y = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$ , e as raízes da equação  $x_1$  e  $x_2$ , temos que as raízes  $(-10, 0)$  e  $(0, 0)$ , substituindo  $x_1$  por  $-10$  e  $x_2$  por  $0$  na equação temos:

$$y = a(x - (-10)) \cdot (x - 0)$$

e como temos também o ponto  $(-8, 8)$  podemos substituir  $y$  por  $8$  e  $x$  por  $-8$ , assim

$$8 = a(-8 + 10) \cdot (-8 - 0)$$

determinamos o valor de  $a$

$$8 = 2a \cdot (-8)$$

$$8 = -16a$$

$$a = \frac{8}{-16}$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

logo teremos

$$y = -\frac{1}{2}(x + 10) \cdot x$$

$$2y = -(x^2 + 10x)$$

$$2y = -x^2 - 10x$$

$$2y + x^2 + 10x = 0$$

Conteúdo programático:

Matemática:

Funções, Equações e Inequações: produto cartesiano; relações e funções: domínio, contra-domínio, imagem e gráficos, crescimento e decrescimento; função quadrática.

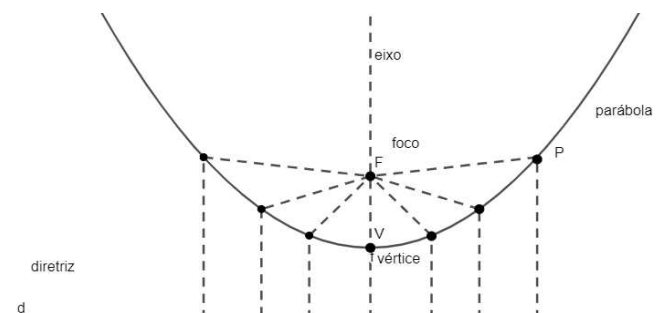
Geometria Plana: Figuras geométricas: reta, semirreta, ângulo plano, polígonos planos, circunferência e círculo. Geometria Analítica: coordenadas cartesianas na reta e no plano, cônicas.

- **Tópicos adicionais de Matemática suscitados**

a) Versar sobre parábola.

Denominamos parábola ao lugar geométrico dos pontos de um plano que são equidistantes de uma reta dada  $r$  e de um ponto dado  $F$ ,  $F \notin d$ , do plano.

Figura 18: Imagem parábola



Fonte : o autor

$$d_{P,d} = d_{PF} \text{ para todo ponto } P \text{ da parábola}$$

O ponto  $F$  chama-se Foco e a reta  $d$  chama-se diretriz da parábola. A distância entre  $F$  e  $d$ , que vamos representar por  $2p$ , chama-se parâmetro da parábola.

O ponto  $V$  da parábola, tal que  $d_{VF} = p$  é o vértice e a reta  $\overleftrightarrow{VF}$  é denominada eixo da parábola (é o eixo de simetria).

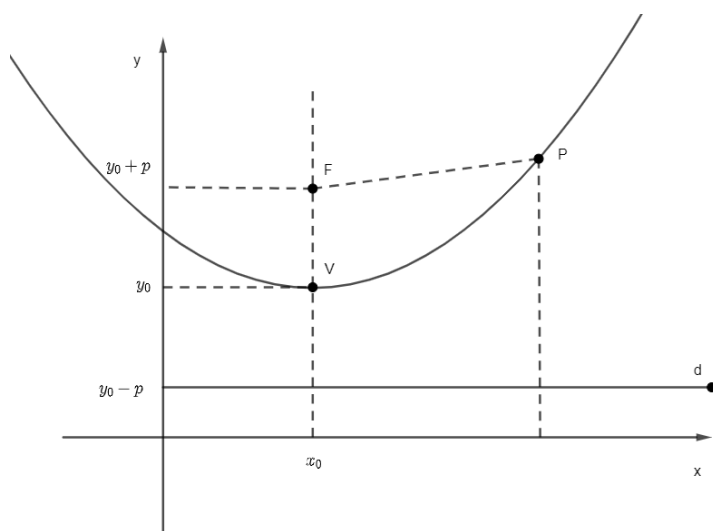
A propriedade característica dos pontos  $P$  da curva é

$$d_{P,d} = d_{PF}$$

## Equação da parábola

Para obter a equação da parábola de foco  $F(x_0, y_0 + p)$  e diretriz  $(d) y - (y_0 - p) = 0$ . Observe que o vértice é  $V(x_0, y_0)$  e a parábola tem “concavidade para cima”. Apliquemos a  $P(x, y)$  a propriedade dos pontos da parábola:

Figura 19: Imagem equação parábola



Fonte : o autor

$$d_{P,d} = d_{PF}$$

$$\left| \frac{y - (y_0 - p)}{\sqrt{0^2 + 1^2}} \right| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - (y_0 + p))^2}$$

$$(|y - y_0 + p|)^2 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - (y_0 - p))^2}$$

$$(y - y_0 + p)^2 = (x - x_0)^2 + (y - (y_0 - p))^2$$

$$(y - y_0)^2 + 2p(y - y_0) + p^2 = x^2 - 2x_0x + x_0^2 + (y - y_0)^2 - 2p(y - y_0) + p^2$$

$$4py - 4py_0 = x^2 - 2x_0x + x_0^2$$

que podemos colocar na forma

$$y = \left(\frac{1}{4p}\right)x^2 + \left(\frac{-x_0}{2p}\right)x + \left(\frac{x_0^2 + 4py_0}{4p}\right)$$

ou ainda

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{onde } a = \frac{1}{4p} \text{ (portanto } a > 0), b = \frac{-x_0}{2p} \text{ e } c = \frac{x_0^2 + 4py_0}{4p}$$

### Observações

1ª - Quando a parábola tem “concavidade para baixo” também obtemos equação de forma  $y = ax^2 + bx + c$ , mas com  $a < 0$ .

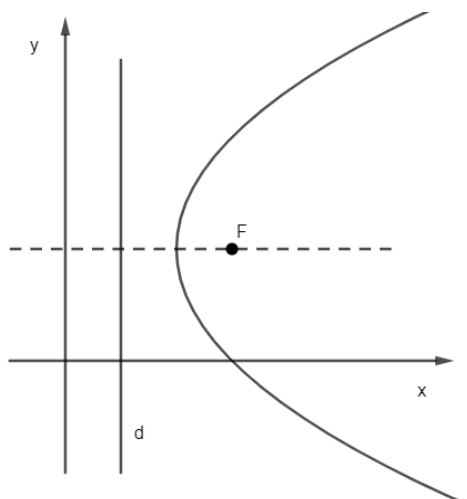
2ª - Toda equação da forma  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$ , tem como gráfico uma parábola de concavidade para cima (se  $a > 0$ ) ou para baixo (se  $a < 0$ ). As coordenadas do vértice são dadas por  $x_v = \frac{-b}{2a}$  e  $y_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$  (verifique no caso da equação reduzida acima).

3ª - No caso de uma parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo  $x$ , obtemos uma equação da forma

$$x = ay^2 + by + c$$

com  $a \neq 0$ . Neste caso, as coordenadas do vértice são  $y_v = \frac{-b}{2a}$  e  $x_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$ .

Figura 20: Gráfico equação parábola  $x = ay^2 + by + c$



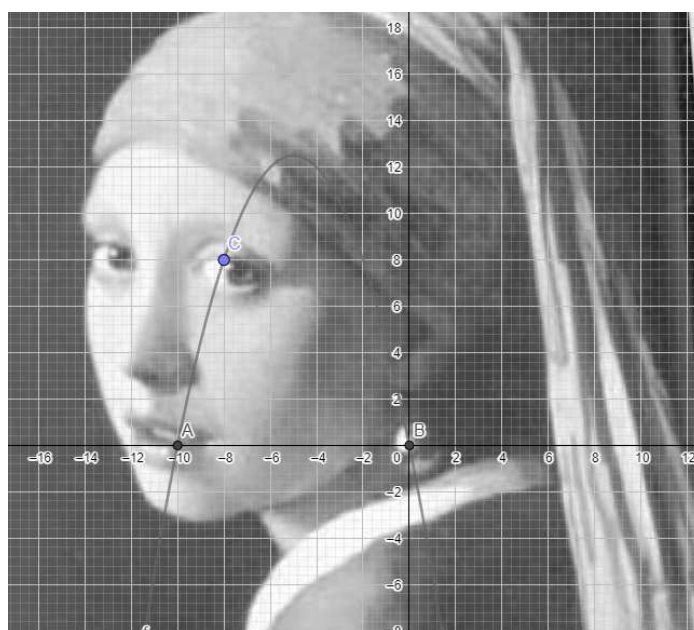
Fonte : o autor

4ª - Para obter a equação de uma parábola da qual conhecemos o foco  $F$  e a diretriz  $d$  empregamos o método dos lugares geométricos: aplicamos a um ponto genérico  $P(x, y)$  a propriedade dos pontos da parábola ( $d_{P,d} = d_{PF}$ ).

5ª - Quando o eixo de simetria não é paralelo a nenhum dos eixos coordenados, a equação é “mais complicada”, mas também se enquadra na forma geral da equação do 2º grau a duas incógnitas:  $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ .

b) Representar a figura com a respectiva equação sobreposta.

Figura 21: Imagem Obra Moça com brinco de pérola com a equação da parábola



Fonte: o autor

- **Sugestão de trabalho transdisciplinar**

- Quem foi Johannes Vermeer?
- Onde se localiza o Museu Mauritshuis de Haia?
- Quais são os tipos de tinta para pintar quadros?

Artes: Gravuras, pinturas em diferentes tipos de telas

Química: Composição das tintas.

Biologia: Moluscos

A questão analisada está em uma perspectiva interdisciplinar, abordando as áreas do conhecimento desenvolvidas no Ensino Médio, dessa forma podemos verificar as Competências e Habilidades (BNCC), na macroárea das TCTs e no manual do candidato da UEL, desenvolvidas nessa questão:

Tabela 14 - Quadro demonstrativo Competências e Habilidades (BNCC), Macroárea TCTs e Manual do Candidato UEL, referentes à questão 6.

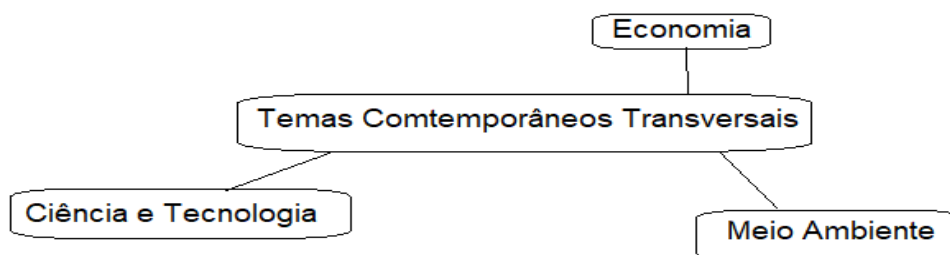
<b>Competência 1</b>
Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
<b>Habilidade referente à competência 1</b>
(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
<b>Competência 3</b>
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
<b>Habilidade referente à competência 3</b>
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>Competência 4</b>
4- Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
<b>Habilidade referente à competência 4</b>
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
<b>Competência 5</b>
5- Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

<b>Habilidade referente à competência 5</b>
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$ .
<b>Macroárea das TCTs</b>
Ciência e Tecnologia; Economia; Meio Ambiente.
<b>Manual do candidato UEL</b>
Elaborar e apresentar argumentos consistentes nas resoluções
Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas) e vice-versa.
Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos e expressões)
Selecionar e elaborar estratégias de resolução de problemas.
Utilizar os conceitos e os métodos matemáticos em outras áreas do conhecimento.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular, Temas Contemporâneos Transversais, Manual do Candidato Uel

No caso das macroáreas citadas na tabela 14 podemos destacar alguns tópicos a serem trabalhados de forma transdisciplinar.

Figura 22: Esquema macroáreas TCTs, referente questão 6



Fonte: O autor

Nos TCTs temos

**Economia:** As obras de Arte são objetos que não encontramos em qualquer loja, mas sim em leilões onde são comercializadas e podem ser avaliadas em notáveis fortunas. O mercado de artes se tornou um investimento muito caro que nem todos podem pagar por esse tipo de artigo.

**Ciência e Tecnologia:** Hoje em dia a tecnologia está interligada com a Arte pois nas exposições os visitantes interagem com a exposição, não ficando apenas visualizando as telas ou objetos.

**Meio Ambiente:** O meio ambiente contribui para as obras de artes de diversos artistas pois eles a retratam de forma natural, ou de forma distorcida, ou de forma futurista, entre outras formas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como dito na introdução desta dissertação a angústia era grande com o processo da implementação do Novo Ensino Médio, e todos os desdobramentos advindos desta ação. Com os estudos aqui realizados foi possível conhecer, aprender, apreender conhecimento, tornar-me independente no que tange ao trabalho com o novo Ensino Médio e suas decorrências. Ter autonomia para lidar com as expressões e termos introduzidos na BNCC, tais como competências e habilidades, Temas Contemporâneos Transversais TCTs, itinerário formativos, eixos estruturantes, áreas de conhecimento, macroáreas, componentes curriculares e outros.

Conhecendo melhor estes termos, podemos pensar de forma mais consciente sobre a Área de Matemática e suas Tecnologias em relação a outras Áreas do Conhecimentos e realizar atividades contextualizadas contemplando as competência e habilidades da BNCC e os Temas Contemporâneos Transversais.

Verificamos que as questões apresentadas e trabalhadas não trazem somente conteúdo de matemática para análise, mas também a possibilidade de um trabalho transdisciplinar. Percebemos que uma atividade como a posta neste trabalho, pode desencadear uma série de questionamentos sobre a mesma. É possível desenvolver a transdisciplinaridade descrita nos TCTs, por meio de questões selecionadas de alguns concursos e exames, possibilitando ao aluno um direcionamento profissional, ou pensamento crítico, ou pensamento científico, ou interagir com seu cotidiano.

Conforme consta na BNCC, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal , integradora e contextualizada.

Contudo, a realidade nos coloca diante de várias indagações, e ao nosso entender, algumas dissonâncias entre expectativas postas na BNCC e a realidade que presenciamos todos os dias nas escolas. Muitas questões, ainda não possuem respostas, a seguir algumas delas expostas por nós professores e/ou estudantes :

- A forma como se coloca o material didático no Paraná - LRCO\* - contempla o disposto na BNCC? Será que não estaria engessando a criatividade dos agentes envolvidos no processo ensino/aprendizagem? Como exercer a autonomia didática, abordar os TCTs, contextualizar dentro da realidade regional? \*LRCO - Livro de Registro de Classe on-line - Módulo de planejamento - nele o professor encontra planos de aulas específicos para sua disciplina com sugestões pedagógicas e encaminhamentos metodológicos. É possível encontrar links para vídeo-aulas, listas de exercícios e slides. [RCO+Aulas | Escola Digital - Professor](#)
- O que acontecerá se ao concluir o Ensino Médio o estudante decidir por outra área de conhecimento, oposta ao itinerário formativo já efetuado?
- Como ficará o ENEM para o estudante, considerando que este priorizará e estudará os conteúdos do itinerário formativo escolhido?
- E os vestibulares? Sofrerão mudanças? Como o estudante deve se preparar?
- Em cidades pequenas com poucas escolas, ou apenas uma com Ensino Médio, como serão escolhidos os itinerários formativos e ensino técnico profissional?
- Como recuperar conteúdos em que o aluno possui deficiência, conforme é posto na BNCC que prevê o letramento matemático? Como realizá-lo diante de uma carga horária restrita e limitada?
- Como proceder diante do descontentamento de estudantes frente ao ensino técnico profissional efetuado na modalidade síncrona e assíncrona.

É necessário um tempo da implementação deste documento de caráter normativo para que haja, de fato, uma avaliação condizente e justa. Neste sentido, e na tentativa de sempre privilegiar a Educação e o estudante fica aqui nossa contribuição e reflexão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Machado, Antônio dos Santos. Matemática Temas e Metas. São Paulo, SP. Editora Atual, 1988
- Carvalho, Paulo. Métodos de contagem e Probabilidade. Rio de Janeiro, RJ. IMPA. 2017.
- Dutenhefner, Francisco.; Cadar, Luciana. Encontros de Geometria. Rio de Janeiro, RJ. IMPA. 2017.
- Malagutti, Pedro Luiz. Atividades de Contagem a partir da Criptografia. Rio de Janeiro, RJ. IMPA. 2017.
- Hefez, Abramo. Iniciação à Aritmética, Rio de Janeiro, RJ. IMPA. 2014.
- Lima, Elon Lages.; Carvalho, Paulo Cezar Pinto.; Wagner, Eduardo.; Morgado, Augusto César. A matemática do ensino médio - volume 1. Rio de Janeiro, RJ. SBM. 2012.
- Facin, Gabriel Felipe. A MATEMÁTICA E O EXERCÍCIO DA CIDADANIA: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO VIA TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS./ Gabriel Felipe Facin - Londrina-Pr, 2021.
- Macedo, Tales Aparecido Sanches. JOGOS COMBINATÓRIOS DO TIPO NIM COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA. – Maringá-PR, 2022.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- Disponível em:  
<[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)> Acesso em: 14 jan. 2022
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Temas Contemporâneos Transversais na BNCC. Brasília, 2019. Disponível em:  
<[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia\\_pratico\\_temas\\_contemporaneos.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf)> Acesso em: 15 jan. 2022.
- \_\_\_\_\_. Manual do candidato UEL 2021  
<<https://www.cops.uel.br/v2/download.php?Acesso=YzlmNzU2YTBiMWIzYTM4MDZiM2RmN2FiYWVzZDdkMWE2N2Y1M2UzYWVzMDVIMTEwMGViM2YwYzU3ZGQ1NDVjZWQwNGVhNzA0ZDk2MzVjMzA2M2U0ZGEyYjk1YTYwZmJkNjQ4NzYxOGY1O DE2MDkwNjk0ZGE4MTdmZTY1NDVhYTdhMzlmMmNjYzg5OTc2ZWY4Zjc0YWE4MDk2YmE2ODQzYjRIODg4M2Y4MjA5NDEyYzhhYUExNTUxMTE2NjVhZjNj>>  
Acesso em: 29 mar. 2022.
- \_\_\_\_\_. Dicionário Online de Português.<<https://www.dicio.com.br/interdisciplinar/>>  
Acesso em: 29 mar. 2022.
- \_\_\_\_\_. Como funciona o computador  
<<https://vestibular.uol.com.br/resumo-das-disciplinas/fisica/entenda-o-funcionamento-do-computador.htm#:~:text=O%20computador%20%C3%A9%20uma%20m%C3%A1quina%20capaz%20de%20armazenar,m%C3%A1quina%20capaz%20de%20arma>>

[zenar%20e%20processar%20n%C3%BAmeros%2C%20te>](#)

Acesso em: 03 mar. 2022

\_\_\_\_\_.Unidade de medida em Informática – Byte, Quilobyte, Megabyte, Gigabyte...  
<<https://www.adassoft.com/unidade-de-medida-em-informatica-byte-quilobyte/>>

Acesso em: 03 mar. 2022.

\_\_\_\_\_.Jogo nim <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/2MC06193102434.pdf>>

Acesso em: 03 mar. 2022.

\_\_\_\_\_.Programa de Iniciação Científica da OBMEP 2007. Criptografia.

[COPS - Coordenadoria de Processos Seletivos \(uel.br\)](#)

[Resolução CEPE nº 045/2021 - Normas do Processo Seletivo Vestibular 2022](#)  
[Microsoft Word - Res\\_CEPE 045\\_2021\\_Vest2022 normas e vagas.doc \(uel.br\)](#)

[Resolução CEPE nº 041/2020 - Normas do Processo Seletivo Vestibular 2021](#)  
<https://www.cops.uel.br/v2/Selecao/DetailharSelecao/Selecao/255>

[Resolução CEPE nº 021/2019 - Normas do Processo Seletivo Vestibular 2020](#)  
<https://www.cops.uel.br/v2/Selecao/DetailharSelecao/Selecao/245>

[Resolução CEPE nº 075/2018 - Normas do Processo Seletivo Vestibular 2019](#)  
<https://www.cops.uel.br/v2/Selecao/DetailharSelecao/Selecao/229>

[Resolução CEPE nº 044/2017 - Normas do Processo Seletivo Vestibular 2018](#)  
[COPS - Coordenadoria de Processos Seletivos \(uel.br\)](#)

## ANEXOS

## SUGESTÕES DE OUTRAS QUESTÕES DOS VESTIBULARES UEL PARA SALA DE AULA

## Questões Vestibular UEL 2018

UEL – VESTIBULAR 2018

4

Leia o texto e observe a figura a seguir.

O corpo da galinha sabe muito de geometria. Foi o ovo que me contou. Porque o ovo é um objeto geométrico construído segundo rigorosas relações matemáticas. A galinha nada sabe sobre geometria, na cabeça. Mas o corpo dela sabe. Prova disso é que ela bota esses assombros geométricos. Sabe muito também sobre anatomia. O ovo não é uma esfera.

(ALVES, R. O ovo. Correio Popular, Caderno C, 3 fev. 2002.)



Dois valores positivos são necessários para descrever a geometria de um ovo:  $R$  e  $L$ . Em função destes, o volume total  $V$  do ovo é dado pela expressão  $V = \pi R^2 L$ . Suponha que um ovo flutue em um copo d'água, conforme indicado na figura. Um matemático determina que o volume  $S$  da parte submersa do ovo, em função da altura  $h > 0$  da parte que se encontra acima d'água, é dado pela equação a seguir.

$$S = \frac{\pi R^2}{L} \left( L^2 - \frac{1}{2} h^2 \right)$$

Considerando as equações, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor de  $h$ , sabendo que o volume da parte submersa corresponde a 80% do volume total do ovo.

- a)  $L$
- b)  $0,2L$
- c)  $0,8L$
- d)  $\frac{\sqrt{8}}{10}L$
- e)  $\frac{\sqrt{10}}{5}L$

**Alternativa correta: e**

**Conteúdo programático:** Funções, Equações e Inequações: Função quadrática. Conjuntos Numéricos: Razão, proporção, regra de três e porcentagem. Geometria Espacial: Cálculo de áreas e volumes

**Justificativa**

Por um lado, sabemos que o volume da parte submersa corresponde a 80% do volume  $V = \pi R^2 L$ . Ou seja, o volume  $S$  da parte submersa é  $\frac{4}{5} \pi R^2 L$ . Por outro lado, de acordo com o enunciado,

$$S = \frac{\pi R^2}{L} \left( L^2 - \frac{1}{2} h^2 \right).$$

Portanto

$$\frac{4}{5} \pi R^2 L = \frac{\pi R^2}{L} \left( L^2 - \frac{1}{2} h^2 \right).$$

Consequentemente,

$$\frac{4}{5} L^2 = L^2 - \frac{1}{2} h^2.$$

Além disso,

$$\frac{1}{2} h^2 = \frac{1}{5} L^2.$$

Logo  $h^2 = \frac{2}{5} L^2$ . Como  $L > 0$  e  $h > 0$ , segue que  $h = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} L$ . Racionalizando, segue que  $h = \frac{\sqrt{10}}{5} L$ .

33

Como podemos compreender a dinâmica de transformar números? Essa pergunta pode ser respondida com o auxílio do conceito de uma função real. Vejamos um exemplo. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função dada por  $f(x) = x\sqrt{5} + 1 - 2x$ . Se  $a, b \in \mathbb{R}$  são tais que  $f(a) = b$ , então diremos que  $b$  é descendente de  $a$  e também convencionaremos dizer que  $a$  é ancestral de  $b$ . Por exemplo, 1 é descendente de 0, já que  $f(0) = 1$ . Note também que 1 é ancestral de  $\sqrt{5} - 1$ , uma vez que  $f(1) = \sqrt{5} - 1$ .

Com base na função dada, e nessas noções de descendência e ancestralidade, atribua V (verdadeiro) ou F (falso) às afirmativas a seguir.

- ( ) Todo número real tem descendente.
- ( )  $2 + \sqrt{5}$  é ancestral de 2.
- ( ) Todo número real tem ao menos dois ancestrais distintos.
- ( ) Existe um número real que é ancestral dele próprio.
- ( )  $6 - 2\sqrt{5}$  é descendente de 5.

Assinale a alternativa que contém, de cima para baixo, a sequência correta.

- a) F, F, F, V, V
- b) F, V, F, F, V
- c) V, V, F, V, F
- d) V, V, V, F, V
- e) V, F, V, V, F

**Alternativa correta: c**

**Conteúdo programático:** Funções, Equações e Inequações: domínio, contra-domínio, imagem. Função injetora, sobrejetora e bijetora. Função afim.

**Justificativa**

- I. Verdadeira. Se  $x \in \mathbb{R}$ , e como a domínio da função da função é  $\mathbb{R}$ , então  $f(x)$  é descendente de  $x$ . Logo, todo número real tem descendente.
- II. Verdadeira. Note que  $f(2 + \sqrt{5}) = (2 + \sqrt{5})\sqrt{5} + 1 - 2(2 + \sqrt{5}) = 2\sqrt{5} + 5 + 1 - 4 - 2\sqrt{5} = 5 + 1 - 4 = 2$ . Logo,  $2 + \sqrt{5}$  é ancestral de 2.

III. Falsa. Se  $x$  e  $y$  são ancestrais do mesmo número, então  $f(x) = f(y)$ . Logo  $x\sqrt{5} + 1 - 2x = y\sqrt{5} + 1 - 2y$ . Consequentemente,  $x\sqrt{5} - 2x = y\sqrt{5} - 2y$ . Portanto,  $x(\sqrt{5} - 2) = y(\sqrt{5} - 2)$ . Por fim, concluímos que  $x = y$ . Consequentemente, se um número admite dois ancestrais, então eles devem ser iguais, e não distintos.

IV. Verdadeira. Observe que procurar um número que é ancestral dele próprio é equivalente a encontrar um número real  $x$  tal que  $f(x) = x$ . Logo  $x\sqrt{5} + 1 - 2x = x$ . Manuseando a equação, obtemos que  $x\sqrt{5} - 2x - x = -1$ . Logo  $x(\sqrt{5} - 3) = -1$ . Resolvendo essa equação de primeiro grau, obtemos que  $(3 - \sqrt{5})^{-1}$  é ancestral dele próprio.

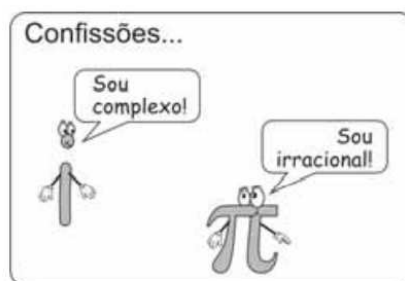
V. Falsa. Observe que o descendente de 5 é  $f(5) = 5\sqrt{5} + 1 - 10 - 5\sqrt{5} - 9 \neq 6 - 2\sqrt{5}$ .

## Questões Vestibular UEL 2019

UEL – VESTIBULAR 2019

5

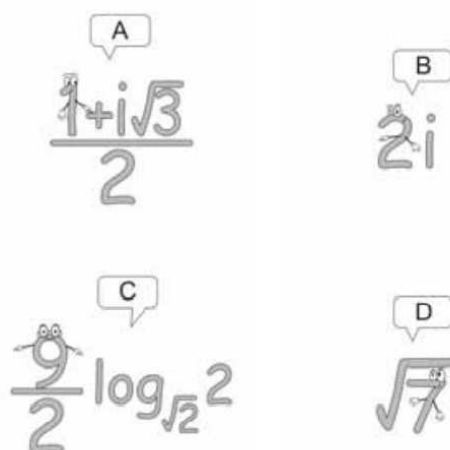
Uma estratégia para obter efeito humorístico em quadrinhos é atribuir a objetos abstratos características e ações tipicamente humanas. A figura a seguir é um exemplo de aplicação desse recurso.



Adaptado de somatematica.com.br

Supondo que cada número diga uma verdade matemática sobre si mesmo, relacione as frases (de I a IV) aos balões de diálogo (de A a D).

- I. Meu cubo é irracional.
- II. Sou racional.
- III. Sou puramente imaginário.
- IV. Meu inverso multiplicativo coincide com meu conjugado.



Assinale a alternativa que contém a associação correta.

- a) I-B, II-C, III-A, IV-D.  
 b) I-C, II-B, III-A, IV-D.  
 c) I-D, II-A, III-C, IV-B.  
 d) I-D, II-A, III-B, IV-C.  
 e) I-D, II-C, III-B, IV-A.

**Alternativa correta: e**

**Conteúdo programático:** Conjuntos Numéricos: Números naturais e números inteiros. Números racionais e noções elementares de números reais: operações e propriedades. Noções Elementares de Números Complexos: operações simples. Funções, Equações e Inequações: Função logarítmica.

**Justificativa**

I-D. Observe que  $\sqrt{7^3} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{7} = 7\sqrt{7}$ , que é irracional.

II-C. Observe que

$$\frac{9}{2} \log_{\sqrt{2}} 2 - \log_{\sqrt{2}} 2^{(9/2)} - \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2^9}) - 9 \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} - 9,$$

que é racional.

III-B. Ora,  $z$  é puramente imaginário quando possui parte real nula. Além disso,  $z = 2i$  é o único número que atende estas condições.

IV-A. De fato, seja  $z = a + ib \in \mathbb{C}$ . O inverso multiplicativo de  $z$ ,  $z^{-1}$  coincide com seu conjugado se, e somente se,  $\bar{z} = z^{-1}$ . Equivalentemente,  $\bar{z}z = 1$ . Em outras palavras,  $|z|^2 = 1$  representa a propriedade solicitada. O único número nestas condições é  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ , pois  $|z|^2 = (\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = 1$ .

O filme Jumanji (1995) é uma obra de ficção que retrata a história de um jogo de tabuleiro mágico que empresta seu nome ao longa-metragem. O jogo é composto de dois dados distinguíveis de 6 lados, um tabuleiro com um visor de cristal no centro e peças que representam cada jogador. No filme, Alan Parrish é um garoto que encontra o jogo em um local de construção e o leva para casa. Assim que chega, Alan convida Sarah Whittle, uma garota da vizinhança, para jogar. Quando Alan lança os dados, aparece no visor a seguinte mensagem:



Adaptado de google.com.br

Alan então é sugado pelo visor de cristal e transportado magicamente até a selva de Jumanji.

Supondo que os dois dados do jogo sejam independentes e honestos, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a probabilidade de algum jogador lançar os dois dados e obter a soma de 5 ou 8, de modo a tirar Alan da selva.

- a) 15%
- b) 22%
- c) 25%
- d) 62%
- e) 66%

**Alternativa correta: c**

**Conteúdo programático:** Análise Combinatória: Princípios de contagem. Noções de Estatística e Probabilidade: conceituação de probabilidade. Probabilidade da União de Eventos.

**Justificativa**

O espaço amostral de 2 dados honestos, distinguíveis e independentes é formado por todos os pares ordenados, onde cada coordenada de cada par ordenado é um número natural de 1 até 6, resultando em 36 possibilidades igualmente prováveis, a saber  $\{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), \dots, (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), \dots, (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), \dots, (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), \dots, (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), \dots, (6,6)\}$ . O conjunto dos resultados favoráveis é formado por aqueles pares ordenados cuja soma das coordenadas é 5 ou 8, a saber  $\{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1), (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$ . Com isso, a probabilidade pedida é  $9/36=1/4$  ou, equivalentemente, 25%.

## Questões Vestibular UEL 2020

UEL – VESTIBULAR 2020

12

Na exposição virtual “A Beleza da Matemática”, realizada no Museu do Amanhã, o belo é celebrado como simetria matemática, como exemplificado na imagem a seguir.



Imagem da exposição “A Beleza da Matemática”  
Museu do Amanhã

No plano cartesiano, dois pontos distintos  $P$  e  $Q$  são simétricos em relação a uma reta  $r$  se as seguintes condições forem simultaneamente atendidas:

- i) a distância de  $P$  a  $r$  é igual à distância de  $Q$  a  $r$
- ii) a reta que contém  $P$  e  $Q$  é perpendicular à reta  $r$

Suponha que, no plano que contém a imagem da borboleta, o eixo de simetria  $r$  seja dado pela equação de reta  $y + x = 2$ . Se  $P = (-2, 0)$  é um ponto desse plano, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o ponto simétrico a  $P$  em relação à reta  $r$ .

- a) (0,2)
- b) (2,0)
- c) (2,2)
- d) (2,4)
- e) (4,2)

**Alternativa correta: d**

**Conteúdo programático:** Geometria Analítica: Coordenadas cartesianas na reta e no plano. Equação da reta. Distância do ponto à reta.

**Justificativa**

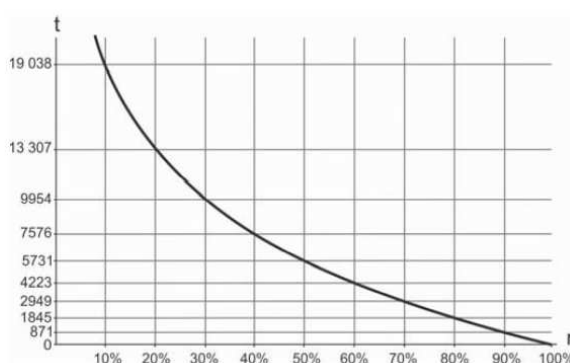
Seja  $Q$  o ponto simétrico a  $P = (-2, 0)$  com respeito ao eixo de simetria  $r$ , que é dado por  $y + x = 2$ . Note que, por (i), a distância de  $P$  a  $r$  é igual à distância de  $Q$  a  $r$ . Inicialmente calculemos a distância de  $P$  a  $r$ . Para este fim, observe que a reta perpendicular ao eixo de simetria  $r$ , e que passa pelo ponto  $P$ , é dada pela reta  $s$  de equação  $y = x + 2$ . A intersecção de  $r$  com  $s$  é o ponto  $O = (0, 2)$ . Com isso, a distância de  $O$  a  $P$  é  $2\sqrt{2}$  que é, exatamente, a distância do ponto  $P$  à reta  $r$ . Note que, por (ii), a reta que contém  $P$  e  $Q$  é perpendicular à reta  $r$ . Em outras palavras:  $Q$  pertence à reta  $s$ , que é perpendicular à  $r$  e contém  $P$ . Para este fim, seja  $Q = (x, x+2)$  um ponto da reta  $s$ . De forma a atender a (i), precisamos determinar  $x$  de modo que o ponto  $Q$  diste  $2\sqrt{2}$  do ponto  $O$ . Com isso, obtemos a equação  $\sqrt{2}x^2 = 2\sqrt{2}$ , que admite conjunto solução  $x = 2$  e  $x = -2$ . Note que  $x = -2$  não convém, uma vez que  $P$  e  $Q$  são distintos. Conseqüentemente, o ponto  $Q = (2, 4)$  é o ponto solicitado.

**Leia o texto a seguir.**

*Luzia é de inestimável valor científico por se tratar do mais antigo fóssil humano paleoamericano já encontrado no Brasil. O crânio e ossos da coxa e do quadril de Luzia foram achados em 1975, em uma gruta da região de Lagoa Santa, em Minas Gerais. Seu esqueleto foi datado de 11,5 mil anos e ela deve ter morrido aos 25 anos. Neste século, seu rosto foi reconstituído na Inglaterra.*

Adaptado de: [www.museunacional.ufrj.br](http://www.museunacional.ufrj.br)

Um dos processos de datação arqueológica ocorre calculando o percentual  $r$  da quantidade de carbono 14 presente no fóssil em relação à quantidade desse mesmo elemento encontrada em um ser vivo de características semelhantes. Suponha que para fósseis humanos paleoamericanos a figura a seguir exiba o gráfico da função  $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+$  que associa, a cada  $r$ , a quantidade  $t = f(r)$  de anos que se passaram desde a morte do ser humano em questão.

**Com base no texto e no gráfico, assinale a alternativa correta.**

- No caso de Luzia, o percentual  $r$  no momento de sua datação se encontrava entre 20% e 30%.
- À medida que o tempo passa, o percentual  $r$  de um fóssil humano paleoamericano cresce em relação a um ser vivo de características semelhantes.
- Um fóssil humano paleoamericano, datado entre 2949 e 4223 anos, apresenta percentual  $r$  de, no máximo, 50%.
- O percentual  $r$  apresentado por Luzia, imediatamente após sua morte, se encontrava entre 80% e 90%.
- O tempo necessário para que um fóssil humano paleoamericano perca 10 pontos percentuais de  $r$  é constante.

**Alternativa correta: a**

**Conteúdo programático:** Conjuntos Numéricos: Razão, proporção, regra de três e porcentagem. Funções, Equações e Inequações: Relações e funções: domínio, contra-domínio, imagem e gráficos, crescimento e decrescimento.

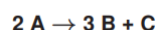
**Justificativa**

- Correta. De acordo com o texto, Luzia foi datada em 11,5 mil anos atrás, número que se encontra entre 13307 e 9954 anos atrás. Observando o gráfico e considerando o intervalo 13307 e 9954, obtemos que o percentual  $r$  no momento de sua datação se encontrava entre 20% e 30%.
- Incorreta. De acordo com o gráfico, observamos que, à medida que o tempo passa, o percentual  $r$ , na verdade, decresce.
- Incorreta. De acordo com o gráfico, um fóssil humano paleoamericano datado entre 2949 e 4223 anos atrás apresenta percentual  $r$ , na verdade, entre 60% e 70%.
- Incorreta. De acordo com o gráfico, imediatamente após a morte de Luzia, seu percentual  $r$  se encontrava, na verdade, em 100%, o que torna esta alternativa incorreta.
- Incorreta. Observando o gráfico, o tempo necessário para que um fóssil paleoamericano perca 10 pontos percentuais de  $r$  não é constante alongando-se à medida que o tempo passa. Por exemplo, por um lado são necessários 871 anos para Luzia cair de 100% para 90%, já por outro lado, são necessários 5731 anos para Luzia cair de 20% para 10%.

## Questões Vestibular UEL 2021

1

Há uma fronteira entre remédio e veneno! Um dos principais perigos dos medicamentos é a sua administração incorreta, pois doses demasiadamente elevadas podem levar a uma intoxicação aguda e até fatal. Este risco é maior para crianças devido às intoxicações acidentais, uma vez que, muitos medicamentos possuem embalagens coloridas e atraentes, com diferentes formatos, sabores e aromas agradáveis. Considere um determinado xarope para tosse contendo a substância A, que, ao ser metabolizada, gera o produto B, o qual, em altas concentrações, é tóxico, seguindo a equação:



Sabendo que a concentração da substância A no xarope é de  $0,0200 \text{ g mL}^{-1}$  e que a concentração máxima diária permitida do produto B, para uma criança de 8 anos de idade e 30 kg de massa corpórea, é de 0,450 g, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o volume máximo diário, em mL, de xarope que essa criança pode tomar, sem riscos de intoxicação.

Dados:

Massa Molar (A) =  $250 \text{ g mol}^{-1}$  Massa Molar (B) =  $150 \text{ g mol}^{-1}$

- a) 20,0                      b) 25,0                      c) 30,0                      d) 35,0                      e) 40,0

**Alternativa correta: b**

**Conteúdo programático:** Estequiometria

**Justificativa**

1º Sabendo que a concentração máxima permitida de B é 0,450g de B para uma criança de 30 Kg.

2º Determinar a quantidade em mol de B:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ mol B} \text{ --- } 150 \text{ g} \\ w \text{ mol B} \text{ --- } 0,450\text{g} \\ w = 0,00300 \text{ mol B} \end{array}$$

3º Determinar, empregando a relação estequiométrica, a quantidade, em mol, do reagente A:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ mol A} \text{ --- } 3 \text{ mol B} \\ x \text{ mol A} \text{ --- } 0,00300 \text{ mol B} \\ x = 0,00200 \text{ mol A} \end{array}$$

4º Determinar a massa máxima de A:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ mol A} \text{ --- } 250\text{g} \\ 0,00200 \text{ mol A} \text{ --- } y \\ y = 0,500\text{g de A} \end{array}$$

5º Por fim, determinar o volume máximo diário de xarope que pode ser tomado sem causar intoxicação.

$$\begin{array}{l} \text{Volume máximo de xarope por dia} \\ 1 \text{ mL de Xarope --- } 0,0200 \text{ g A} \\ z \text{ --- } 0,500 \text{ g A} \\ z = 25,0 \text{ mL de Xarope} \end{array}$$

Leia o texto a seguir.

De maneira similar à produção de grãos, o Brasil fechou 2019 batendo recorde nas exportações de frutas. Pela primeira vez, o país atingiu US\$ 1 bilhão em negócios, segundo dados do Ministério da Agricultura. Em 2020, nos três primeiros meses, o Brasil apresentou uma queda de apenas 2% na exportação de frutas se comparado ao mesmo período de 2019.

Adaptado de://revistagloborural.globo.com e //abrafrutas.org/

O aumento da produtividade se deve ao aprimoramento da tecnologia empregada na agricultura, maior área de plantio e uso de defensivos agrícolas. Fungicidas cúpricos são bastante empregados no cultivo de frutas e grãos. Tais fungicidas podem ser comercializados em formulações contendo óxido cuproso [CuO], oxicloreto de cobre [Cu<sub>2</sub>(OH)<sub>3</sub>Cl] ou hidróxido de cobre [Cu(OH)<sub>2</sub>] na concentração de 500g Kg<sup>-1</sup>. Cada fungicida deve ser aplicado numa determinada cultura na dose de 2,0 Kg de cobre por hectare e o custo de aquisição do oxicloreto de cobre é o dobro dos demais fungicidas. Considerando a dose recomendada por hectare e o custo de aquisição, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o(s) fungicida(s) adequado(s) que deve(em) ser aplicado(s) na cultura.

Dados:

Massa molar do Cu<sub>2</sub>(OH)<sub>3</sub>Cl = 213,56 g mol<sup>-1</sup>

Massa molar do Cu(OH)<sub>2</sub> = 97,56 g mol<sup>-1</sup>

Massa molar do CuO = 79,54 g mol<sup>-1</sup>

Massa molar do cobre = 63,54 g mol<sup>-1</sup>

- CuO
- Cu(OH)<sub>2</sub>
- Cu<sub>2</sub>(OH)<sub>3</sub>Cl
- Mistura de 50%/50% (m/m) de Cu(OH)<sub>2</sub> e CuO
- Mistura de 50%/50% (m/m) de Cu<sub>2</sub>(OH)<sub>3</sub>Cl e CuO

**Alternativa correta: a**

**Conteúdo programático:** Estequiometria e cálculo de concentração

**Justificativa**

1 mol de Cu<sub>2</sub>(OH)<sub>3</sub>Cl ——— 2 mols de Cu

213,56g ————— 127,08 g

500 g ————— X

X = 297,52 g de Cu presente na formulação.

500 g ——— 297,52 g de Cu

X ——— 2000 g de Cu por hectare

X = 3364,73 g/500 g

Assim, para 2000 g de cobre seriam necessários 6,7 formulações por hectare

1 mol de Cu(OH)<sub>2</sub> ——— 1 mol de Cu

97,56g ————— 63,5 g

500 g ————— X

X = 325,4 g g de Cu presente na formulação.

500 g ——— 325,4 g de Cu

X ——— 2000 g de Cu por hectare

X = 3072,76 g/500 g

Assim, para 2000 g de cobre seriam necessários 6,1 formulações por hectare

1 mol de CuO ——— 1 mol de Cu

79,54 ————— 63,5 g

500 g ————— X

X = 399,17 g g de Cu presente na formulação.

500 g ——— 399,17 g de Cu

13

Em 2020, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) apresentou a segunda edição do estudo “Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil”, com informações fundamentais para análise das condições de vida das mulheres no País.

### Infográfico: Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil



Adaptado de: <https://www.ibge.gov.br/>

Com base no infográfico, considere as afirmativas a seguir.

- I. Comparando-se os cargos gerenciais ocupados por homens e mulheres, houve uma diferença de 35,2 pontos percentuais em 2020. As mulheres eleitas vereadoras nas câmaras municipais possuem representatividade de 84%.
- II. No ensino superior, em 2019, as mulheres apresentam taxa de frequência maior se comparada aos homens. Em relação às mulheres entre os docentes de ensino superior, nos anos de 2003 a 2019, houve um aumento de 3,6 pontos percentuais.
- III. Entre 2011 e 2019, a taxa anual de mortalidade de meninas com menos de 5 anos de idade foi reduzida em 4,4 pontos percentuais, indicando melhoria nas condições de saúde na primeira infância.
- IV. Embora a população feminina com idade igual ou superior a 15 anos seja maior que a masculina, a taxa de participação das mulheres na força de trabalho é de 19,2 pontos percentuais menor que a dos homens, mostrando que estes estão mais inseridos no mercado de trabalho.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas I e II são corretas.
- b) Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- c) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

**Alternativa correta: e**

**Conteúdo programático:** Dinâmicas populacionais: crescimento, distribuição e migrações; Identidade, pertencimento e lugar.

**Justificativa**

---

13 / 51

**Vestibular UEL 2022**

- I. Incorreta. No Brasil, comparando-se os cargos gerenciais ocupados, em 2020, por homens e por mulheres, houve uma diferença de 25,2 pontos percentuais. Já em relação às mulheres entre vereadores eleitos, a representatividade foi de 16%.
- II. Correta. Observando a taxa ajustada de frequência escolar líquida no ensino superior, é correto afirmar que as mulheres possuem 29,7% de frequência, enquanto os homens possuem 21,5%. Entre os anos de 2003 e 2019, houve um aumento de 3,6 pontos percentuais, entre as mulheres docentes de ensino superior.
- III. Correta. A taxa anual de mortalidade de meninas com menos de 5 anos de idade no Brasil, entre 2011 e 2019, sofreu redução de 4,4 pontos percentuais, indicando melhoras nas condições de saúde na primeira infância, de acordo com o IBGE.
- IV. Correta. A taxa de participação na força de trabalho de pessoas com 15 anos ou mais de idade apresentou uma diferença de 19,2 pontos percentuais, ou seja, homens representam 73,7%, enquanto as mulheres representam 54,5%. De acordo com o IBGE, essa diferença mostra que os homens estão mais inseridos no mercado de trabalho.

No universo virtual, é comum quem diga: “Não leia os comentários! Não leia os comentários! Não leia os comentários!” – uma vez que parecem males saídos da Caixa de Pandora de tão violentos que são. Entretanto, utilizando a Ciência como guia, pode-se navegar de modo crítico e embasado pelas afirmações que são feitas nestas seções.

Com base no texto e nos conhecimentos matemáticos, considere as afirmativas a seguir.

- I. A probabilidade de se escolher, ao acaso, dentre as mulheres de todas as idades em território brasileiro, uma vítima representada pela pesquisa é de 17%.
- II. Ao noticiar que uma em cada quatro mulheres acima de 16 anos foi vítima de algum tipo de violência durante a pandemia, infere-se que todo brasileiro conhece, a cada quatro mulheres de seu entorno, uma que tenha sofrido violência nas condições pesquisadas.
- III. A reportagem noticia que 24,4% das mulheres do segmento pesquisado representam 17 milhões de vítimas, do que se conclui que o estudo está equivocado, pois este percentual representa 24,4 milhões de mulheres.
- IV. A autora aproximou 24,4% por 25% ao utilizar a expressão “uma em cada quatro mulheres”. Caso escolhesse aproximar os mesmos 24,4% por 24%, escreveria “seis em cada 25 mulheres”.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas I e II são corretas.
- b) Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- c) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

**Alternativa correta: b**

**Conteúdo programático:** Conjuntos Numéricos: Razão, proporção, regra de três e porcentagem. Noções de Estatística e Probabilidade: Conceituação de probabilidade.

**Justificativa**

- I. Correta. Seja  $P$  a probabilidade de se escolher, ao acaso, dentre as mulheres de todas as idades em território brasileiro, uma vítima representada pela pesquisa. Nestas condições:

$$P = \frac{17.000.000}{100.000.000} = \frac{17}{100} = 17\%$$

- II. Incorreta. A probabilidade de escolhermos ao acaso uma mulher – do segmento e período pesquisado – não significa que se aplique de maneira uniforme a todos os segmentos da sociedade. Em particular, não é possível inferir que, dado um brasileiro, ele conheça uma mulher vítima de violência a cada quatro conhecidas sua. Além disso, a notícia não indica que a violência sofrida pelas mulheres pesquisadas é conhecida pelas pessoas de seu entorno.

- III. Incorreta. Os 17 milhões de mulheres citadas na notícia referem-se aos 24,4% do espaço amostral da pesquisa, que é um subconjunto próprio daquele formado pelas mulheres brasileiras. Mais precisamente, retira-se, do conjunto maior, as que estejam abaixo da idade de corte da pesquisa.

- IV. Correta. Por um lado, 25% representam  $\frac{25}{100}$  que, ao simplificarmos, obteremos  $\frac{1}{4}$ . Por outro lado, 24% representam  $\frac{24}{100}$  que, ao simplificarmos, obteremos  $\frac{12}{50} = \frac{6}{25}$ .