Universidade Estadual de Londrina

CAMILA MARIA SITKO

O NOVO PRINCÍPIO DE EULER E A EMERGÊNCIA DA SEGUNDA LEI DE NEWTON NA FORMA

Londrina
2019

CAMILA MARIA SITKO

O NOVO PRINCÍPIO DE EULER E A EMERGÊNCIA DA SEGUNDA LEI DE NEWTON NA FORMA

Tese de doutorado apresentada ao PECEM (Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Marcos Rodrigues da Silva

Londrina
2019

CAMILA MARIA SITKO

O NOVO PRINCÍPIO DE EULER E A EMERGÊNCIA DA SEGUNDA LEI DE NEWTON NA FORMA

Tese de doutorado apresentada ao PECEM (Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – UEL, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

____

Orientador: Prof. Dr. Marcos Rodrigues da Silva
Universidade Estadual de Londrina – UEL

____

Prof. Dr. Daniel Gardelli
Universidade Estadual de Maringá – UEM

____

Prof. Dr. Jó Klanovicz
Universidade Estadual do Centro- Oeste – UNICENTRO

____

Profa. Dra. Rosana Figueiredo Salvi
Universidade Estadual de Londrina – UEL

____

Prof. Dr. Sérgio de Mello Arruda
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 22 de janeiro de 2019.

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Sitko, Camila Maria.
O novo princípio de Euler e a emergência da Segunda Lei de Newton na forma F=ma / Camila Maria Sitko. - Londrina, 2019.
177 f.

Orientador: Marcos Rodrigues da Silva.
Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, , 2019.
Inclui bibliografia.

1. Segunda Lei de Newton - Tese. 2. Novo princípio de Euler - Tese. 3. Paradigmas de Thomas Kuhn - Tese. 4. Estudos científicos de Bruno Latour - Tese. I. Silva, Marcos Rodrigues da. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. . III. Título.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo.

À minha família, por todo o apoio e suporte.

Ao meu orientador, pela paciência, apoio e ensinamentos. À CAPES, pelo apoio financeiro.

A perseverança no estado de movimento pode fazer com que um corpo permaneça sempre imóvel. Entretanto, se num momento anterior uma força muito grande foi aplicada sobre ele e o colocou em movimento, e ele perseverar nesse estado, movido por essa força inicial, irá muito longe, e rapidamente, pois sua motivação é forte.

O objetivo então é ser resistente às mudanças de movimento que o fazem desacelerar (e elas são as mais comuns nessa natureza), e só se permitir ser influenciado for forças que o acelerem na direção e sentido de seus sonhos.

SITKO, Camila Maria. **O novo princípio de Euler e a emergência da Segunda Lei de Newton na forma.** 2019. 177 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

RESUMO

Esta tese apresenta o desenvolvimento da segunda lei do movimento (hoje conhecida como segunda lei de Newton) entre 1687, ano de publicação dos *Principia*, e 1752-1776, ano da elaboração de *um novo princípio* e posterior aperfeiçoamento deste, por Euler. A partir da reconstrução desse episódio histórico, chegamos à conclusão de que a segunda lei de Newton não é o que hoje conhecemos por, a qual foi escrita em 1752, por Euler. Entretanto, este foi omitido da história. Dessa forma, elencamos quatro hipóteses explicativas principais, do ponto de vista histórico, pelas quais, mesmo após a comprovação do grande trabalho e contribuição de nomes como Euler na área, a lei permanece sendo conceituada como trabalho unicamente de Newton. Na sequência, apresentamos uma estrutura filosófica a partir da concepção de Thomas Kuhn, que nos permite explicar o porquê dessa omissão histórica, revelando que a contribuição de Newton é de um tipo diferente da contribuição de Euler: Newton está apresentando um paradigma, enquanto Euler está fortalecendo este paradigma newtoniano. Em seguida, utilizamos outra estrutura, desta vez histórico-filosófica, a de Bruno Latour, a fim de explicar e iluminar o episódio a partir de outro ponto de vista, mostrando que a elaboração da segunda lei contou com um coletivo de atores no processo. Por fim, mostramos que seja qual for o ponto de vista filosófico utilizado, Euler sempre é parte relevante do processo de elaboração da lei.

Palavras-chave: Segunda Lei do Movimento. Lei de Newton. Leonhard Euler. Thomas Kuhn. Bruno Latour.

SITKO, Camila Maria. **Euler's new principle and the emergence of Newton's Second Law in the form**. 2019. 177 p. Thesis (Doctorate in Science Teaching and Mathematics Education) – LUniversidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

ABSTRACT

This thesis presents the development of the second law of the movement (now known as Newton's second law) between 1687, year of publication of the *Principia*, and 1752-1776, year of the elaboration of *a new principle* and later perfection of this, by Euler. From the reconstruction of this historical episode, we reached to the conclusion that Newton's second law is not what we know today as, which was written in 1752, by Euler. However, he was omitted from the episode. In this way, we list four main explanatory hypotheses, from the historical point of view, by which, even after proving the great work and contribution of names such as Euler in the area, the law remains to be conceptualized as only Newton's work. Next, we present a philosophical structure from Thomas Kuhn's conception, which allows us to explain why this historical omission happened, and also reveals that Newton's contribution is one of a different kind from Euler's contribution: Newton is presenting a paradigm while Euler is strengthening this newtonian paradigm. After, we use another structure, this time historical-philosophical, that of Bruno Latour, in order to explain and illuminate the episode from another point of view, showing that the elaboration of the second law had a collective of actors in the process. Finally, we show that from whatever philosophical point of view we use, Euler is always a relevant part of the process of elaborating the law.

Keywords: Second Law of Motion. Newton's Law. Leonhard Euler. Thomas Kuhn. Bruno Latour.

SUMÁRIO

Introdução

A segunda lei enunciada por Isaac Newton nos *Principia*, não é equivalente a $F = ma$, como popularmente é conhecida. Esta última foi descrita por Leonhard Euler, em 1752. Entretanto, para alguns historiadores, essa formulação estaria implícita no enunciado proposto por Newton, e dessa forma, $F = ma$ é considerada por alguns apenas uma reformulação matemática da lei de Newton.

Neste texto, inicialmente fazemos um apanhado de como eram a ciência e a matemática dos séculos XVI a XVIII, o que nos mostrará como os conceitos e a forma de ver a natureza mudaram nesses períodos. Em seguida, discutimos os motivos para a não equivalência das leis, assim como aspectos que levam a essa confusão de interpretações; também discutimos limitações da mecânica newtoniana, que são a respeito do método matemático, coordenadas naturais e das concepções de força de Newton. Indicamos, em seguida, os elementos que não são abrangidos pela mecânica de Newton, evidenciando assim, que de fato, $F = ma$ é uma lei muito mais geral do que a proposta por Newton. Vale também chamar atenção de que durante o texto, quando mencionarmos a equação $F = ma$, não estamos nos referindo apenas à formulação matemática, mas ao princípio geral que ela expressa.

Após isso, discutimos o fato de que após Newton ter construído sua mecânica, uma classe muito grande de problemas ainda não podia ser resolvida, e devido a isso, muitos cientistas passaram a trabalhar na reformulação, aperfeiçoamento e ampliação da mecânica. Os estudos de mecânica no início do século XVIII se concentraram, dessa forma, na busca por generalização de princípios, na inserção de uma nova técnica matemática, que era o formalismo diferencial, no uso de coordenadas cartesianas, a fim de facilitar a resolução dos problemas, no uso de funções, no estudo das colisões e a consequente unificação do conceito de força, no estudo das oscilações, da corda vibrante e do pêndulo, no movimento dos fluidos e a introdução de equações diferenciais na resolução de problemas, na elaboração e uso dos princípios variacionais como bases alternativas da mecânica, no estudo do movimento de rotação como um caso análogo ao linear, a fim de elucidar questões da Astronomia.

Um dos principais nomes que contribuíram para a produção da segunda lei do movimento foi o físico suíço Leonhard Euler. Este foi responsável pela unificação e clarificação de vários conceitos, como matéria, inércia e força, que permearam muitos de seus trabalhos; esses elementos são discutidos também neste texto. Então, a partir de vários fatores, como o uso do formalismo diferencial, o tratamento de corpos rígidos, a unificação do conceito de força, a dinâmica dos fluidos e a decomposição do movimento, o movimento de rotação, as coordenadas cartesianas, o momento angular, os problemas em astronomia, Euler foi capaz de produzir um princípio geral que regia qualquer movimento mecânico, e que quantitativamente poderia ser escrito como $F = ma$.

Esse episódio histórico, desde a proposição da segunda lei por Newton, até a elaboração do novo princípio por Euler, é descrito no capítulo 1 deste trabalho. A partir do que é exposto nele, afirmamos que a lei de Newton e $F = ma$ não são substancialmente equivalentes.

Partindo dessa afirmação, podemos estabelecer a existência do que poderia ser livremente denominado de "problema da incompatibilidade" entre o enunciado de Newton e $F = ma$. Com base nesse problema, acreditamos serem pertinentes três perguntas, que nortearão o rumo da nossa pesquisa: 1) quais foram as principais ocorrências científicas que levaram o enunciado de Newton a ser modificado por Euler? 2) por que, *de um ponto de vista histórico*, $F = ma$ tornou-se lei de Newton, ignorando a contribuição de Euler? 3) como, *de um ponto de vista filosófico*, é possível explicar tanto o trabalho de Euler quanto o fato de $F = ma$ ter sido atribuída a Newton?

Dessa forma, este trabalho tem como objetivo a apresentação do episódio histórico da construção da segunda lei do movimento, o estabelecimento de hipóteses explicativas para que Euler tenha sido omitido da história dessa construção, e finalmente, a apresentação de um respaldo filosófico que nos apoie na defesa dessas hipóteses, para que então possamos inferir por que a lei é "de Newton".

A cada pergunta do parágrafo anterior corresponde um capítulo desta tese. O primeiro capítulo trata do episódio histórico em questão, sendo que, na primeira seção abordamos os desenvolvimentos da ciência e matemática nos séculos XVI, XVII e XVIII. A segunda seção trata dos desenvolvimentos e concepções de Newton. A seção 1.3 trata do surgimento, desenvolvimento e consolidação da mecânica analítica no século XVIII, dos problemas e conceitos tratados pouco antes e durante a construção da segunda lei. A seção 1.4 trata dos desenvolvimentos e concepções de Euler, incluindo a elaboração da segunda lei do movimento, ou também conhecida como princípio fundamental, $F = ma$. A seção 1.5 é um resumo do episódio. Com o que é exposto no capítulo 1, respondemos à questão relativa às ocorrências históricas que levaram a lei de Newton a ser modificada por Euler.

No segundo capítulo, apontamos quatro principais hipóteses explicativas a respeito das razões pelas quais esta lei hoje é conhecida como lei de Newton, sendo omitidos todos os desenvolvimentos pós-newtonianos. As hipóteses por nós elencadas são a cultura do newtonianismo, a redação da Edição Jesuíta (EJ) dos *Principia*, a produção de *Mécanique Analytique*, por Lagrange, e a filosofia e influência de Ernst Mach na Física e no ensino desta. Com esse capítulo, mostramos por que a lei é “lei de Newton”, e por que as contribuições de Euler são omitidas.

No capítulo 3, é realizada uma discussão filosófica, com base na filosofia de Thomas Kuhn, explicando por que, a partir das quatro hipóteses, mesmo com a contribuição decisiva de Euler para a produção da segunda lei do movimento, este é omitido do episódio histórico. Com esse capítulo, somos capazes de compreender o papel de Newton como produtor de um paradigma em mecânica, e o papel de Euler, como articulador deste. A partir das reflexões filosóficas sobre as quatro hipóteses, finalmente compreendemos o porquê a lei é “de Newton”.

No capítulo 4, fazemos uma nova discussão, dessa vez filosófico-sociológica, a partir da visão de ciência de Bruno Latour. Nesse texto, podemos ver a construção da ciência como um coletivo entre atores humanos e não humanos atuando em prol do desenvolvimento da segunda lei do movimento. Da mesma forma como no capítulo 3, utilizamos as quatro hipóteses explicativas para embasar a discussão.

Por fim, ocorre uma discussão final a respeito de como ocorreu a construção do episódio em questão, assim como das razões pelas quais a lei é conhecida como “lei de Newton”, salientando quais foram os papéis exercidos por Newton e por Euler nessa história. Nessa seção, apresentamos os pontos mais importantes das conclusões alcançadas utilizando tanto a visão kuhniana quanto a latouriana, mostrando que, seja qual for a posição filosófica assumida, $F = ma$ é em todas um evento histórico, que possui substância, história e é advinda do trabalho coletivo para a construção da ciência.

O leitor que não estiver interessado em acompanhar o desenrolar técnico e aprofundado da história que levou a essa produção e quiser apenas saber os fatores-chave para a emergência da segunda lei, pode ir direto para o item 1.5, o qual contém as passagens mais significativas (entretanto, superficiais) para a compreensão do desenvolvimento da lei. Entretanto, devemos ressaltar que o entendimento do episódio pode ficar comprometido caso essa seja a opção escolhida.

Capítulo 1. O episódio histórico: A construção da segunda lei do movimento

Neste capítulo[1], vamos fazer a reconstrução do episódio histórico sobre a segunda lei do movimento, desde a enunciação da segunda lei de Newton, até a emergência de $F = ma$ na obra de Euler. A reconstrução desse fragmento histórico é baseada nas delimitações da pesquisa em História da Ciência, utilizando como base fontes históricas primárias e secundárias (MARTINS, 2005). As fontes primárias são basicamente os textos de Euler, Newton, Lagrange, os Bernoulli, d'Alembert, Edição Jesuíta dos Principia, Ernst Mach, e a literatura secundária tem vários autores, mas os principais são Truesdell, Maltese e Panza.

1.1. Ciência e matemática dos séculos XVI a XVIII

1.1.1. Ciência Antiga

Antigamente, a ciência (era resumida à astronomia, estática e óptica) era praticada em conjunto com a matemática e a harmonia. A ciência do século V a.C. era concebida como o estudo das quantidades físicas reais, e era especialmente espacial (KUHN, 1989, p. 69). A astronomia e a harmonia eram matemáticas, pois lidavam com posições e proposições. A estática e a óptica também tinham uma estrutura dedutiva e lógica. É devido a isso que homens como Arquimedes, Euclides e Ptolomeu contribuíram não só em uma área específica, pois elas estavam todas relacionadas. Essas áreas eram conhecidas como as ciências físicas clássicas (KUHN, 1989, p. 70). Além destas, posteriormente Koyré denomina outro grupo (experimental) como ciências baconianas.

[1] O conteúdo deste capítulo estará disponível em SITKO, 2019 (no prelo).

Koyré divide a história do pensamento científico em três etapas: a física aristotétlica, a física do ímpeto, que seria uma transição entre o pensamento grego e o do século XVI, e a física moderna.

Embora as ciências clássicas de Kuhn (ou a aristotélica de Koyré) fossem empíricas, exigiam poucas observações e experimentação refinadas. Assim, observações empíricas cotidianas muitas vezes resolviam o problema. Não havia uma tradição experimental muito definida para essas áreas, com a exceção de ramos em que havia um cunho social envolvido, como a medicina e a astronomia.

A física aristotélica era não matemática. É uma teoria que, partindo de dados do senso comum, oferece a estes um tratamento sistemático, ainda que não matemático. Esta faz distinção entre movimentos "naturais" e "violentos", devido às suas crenças em "*naturezas qualitativamente definidas"* (KOYRÉ, 1986, p. 24) e no cosmo, no qual todas as coisas tem um lugar determinado, ordenado. Por exemplo, se um corpo está em seu lugar natural, se quisermos o tirar dali, ele oferecerá resistência, e é como se fizéssemos um tipo de violência contra ele. Nesse sentido, os movimentos são desordens cósmicas e são sempre transitórios. Assim, não há necessidade de explicar o estado de repouso, que é o natural. Detalhando mais ainda a física aristotélica, vemos que de fato é um sistema coerente, mas só possui fatos impossíveis de acontecerem.

Para Aristóteles, o movimento no vazio não fazia sentido algum, e devido a isso, misturar a física das coisas reais com a geometria das abstrações seria perigoso (KOYRÉ, 1986, p. 32). Seria um erro tentar aplicar a matemática à natureza: não existem nela círculos, triângulos, retângulos. Os gregos mediram os céus, mas isso porque era relacionado à astronomia, onde havia um mundo perfeito, e não o terrestre, dos objetos reais. Essa física aristotélica era incompatível e contraditória à experiência mais comum.

Prosseguindo na linha temporal, podemos notar desde o século IX a eficiência técnica na prática científica do Islão, se comparada à da Antiguidade. No século XIII, houve no Ocidente Latino o desenvolvimento matemático para tratar desses campos conceituais, numa tradição filosófico-teológica (KUHN, 1989, p. 71), que passou a ser objeto de pesquisa central durante o Renascimento europeu. A partir do século

XVI, o problema do movimento passou a ser associado à matemática em vez da filosofia de mudança. Dessa forma, mesmo durante o Renascimento, e também depois desse período, as ciências clássicas continuaram a constituir um conjunto entrelaçado (KUHN, 1989, p. 72). Aqui compreendemos que esta transição comentada por Kuhn até o século XVI, é a mesma física do ímpeto de Koyré.

A física do ímpeto era também baseada em experiências cotidianas. Os adeptos dessa física adotam o ímpeto como uma qualidade, numa discussão confusa a respeito de sua natureza. Essa física é completamente diferente da aristotélica, pois o movimento não é mais tratado como um processo de atualização, mas para explicá-lo é necessária a ação de uma força ou uma causa determinada (KOYRÉ, 1986, p. 36). O ímpeto é a essa causa que produz o movimento; outro papel do ímpeto é ultrapassar a resistência ao movimento. Nos casos em que o movimento continua, como ocorre em movimentos circulares, o ímpeto é *"imortal*" (KOYRÉ, 1986, p. 37).

Galileu contrapõe-se a essa física do ímpeto, mostrando que apesar de ser compatível com o movimento no vácuo, é incompatível com o princípio de inércia, e também com métodos matemáticos. Aos poucos, essa ideia de ímpeto foi sendo esquecida, por mais que a expressão tenha sido utilizada mais adiante, até mesmo por Newton. Para que se fizesse uma física matemática, o conceito de ímpeto deveria ser abandonado. Galileu foi o responsável pela introdução da ideia de movimento, para o abandono do ímpeto, e foi uma importante figura na transição para o período de ciência moderna.

1.1.2. Século XV e XVI

Na física medieval, o pensamento técnico não dependia do científico, mas podia absorver esses elementos juntamente ao senso comum; podiam criar muitas ferramentas e utensílios melhores que os produtos da ciência (KOYRÉ, 1986, p. 64). Assim, muitas descobertas ocorreram nos séculos XV e XVI e muitas maquinarias foram inventadas, mas sem cientificidade; e é esse o contraponto que Bacon faz, entre as invenções e a falta de especulação teórica. Para Bacon, a inteligência seria a ordenação dos fatos de senso comum, e a ciência seria um resumo, ou generalização do saber que foi adquirido na prática (KOYRÉ, 1986, p. 66).

Descartes, com seu otimismo tecnológico, tinha uma conclusão oposta. Ele acreditava na conversação entre a teoria e a prática, a se pensar na possibilidade de uma tecnologia e física. O ato de inteligência, ou seja, de decompor e recompor um equipamento, seria análogo ao de decompor e recompor uma equação. Para Descartes, é essa conversação que leva ao progresso. Para Koyré, essa concepção cartesiana é confirmada na revolução dos séculos XVII e XVIII, em que ocorre a conversão da *episteme* na *techné*.

Se repararmos as máquinas dos séculos XV e XVI, veremos que são aproximadas, não são calculadas. E elas dão certo porque o homem coloca a sua força para manuseá-las, e assim, não é necessário precisão. O homem até essa época não sabia calcular para a ciência e para a tecnologia. O homem que não vive em um mundo de matemáticas não tem a mesma razão que aqueles que vivem em uma sociedade regida pela matemática.

O mundo era "aproximado", uma vez que não só na matemática, mas em várias áreas não se sabia muito como padronizar e avaliar; nomenclaturas e linguagem científica não eram definidas, instrumentos precisos não existiam. A alquimia, por exemplo, fez muitos experimentos, entretanto, tão imprecisos e aproximados que não se comparam aos experimentos químicos. E essa diferença não está em equipamentos, pois muitos dos utilizados na alquimia são utilizados na química até hoje. Não é o instrumento, mas a falta da ideia de como e porque utilizá-lo que faz a diferença. Havia balança, mas o alquimista não pensava em medir a massa de suas soluções. Mesma coisa a respeito dos telescópios e microscópios: não se falta a tecnologia do material, mas a ideia do que se quer olhar.

Um exemplo claro disso é a luneta de Galileu. Os Lippertshey e os Janssen criaram um óculos de longo alcance e estavam fazendo melhorias no produto, quando Galileu criou uma teoria e a ideia de opontá-lo para os céus. Foi a partir desse produto que nasceu a técnica moderna de precisão, pois para que o aparelho seja cada vez mais preciso e enxergue melhor, é necessário melhorar a qualidade dos vidros, seu corte, etc. Foi esse processo técnico que tornou possível uma espécie de revolução. É nessa invenção que ocorre a união dos mundos da física celeste e da física terrestre (KOYRÉ, 1986, p. 77). Já a noção de precisão passou a ser incorporada à vida cotidiana a partir do cronômetro.

Até a Idade Média, o tempo era marcado irregularmente pelo Sol, pelas badaladas do sino das igrejas, e mais especificamente, pelos conventos e monastérios. Mas ainda assim era impreciso com relação ao que hoje precisamos marcar, e o intervalo marcado era muito grande. Enfim, a vida cotidiana não sentia falta de marcar o tempo precisamente; era a vida “aproximada”.

Na medida em que a vida urbana se sobressai à rural, os relógios passam a ser produzidos em maior quantidade, e seu custo, ainda que caro, torna-se menor um pouco do que anteriormente, os quais só a realeza praticamente tinha posse.

O relógio evoluiu, tornou-se prático. Mas sua precisão veio como resultado do pensamento científico. *Não é a utilização do objeto que lhe determina a natureza: é a estrutura* (KOYRÉ, 1986, p. 83). Foram Galileu e Huygens que pensaram no relógio de pêndulo e de espiral reguladora.

A medida exata do tempo era uma necessidade capital para a ciência, e por isso foram os cientistas que se preocupavam com isso, e não os relojoeiros. Galileu trabalhava com a queda de corpos e planos inclinados, e não podia medir o tempo de queda, era uma necessidade urgente. Ele então utilizou a repetição isócrona para marcar o tempo. Mas essa descoberta não pode ser fruto do empirismo. A história de que Galileu pensou no isocronismo ao ver o balanço do candelabro da igreja pode não ser de todo verdade, entretanto, ele pode ter refletido a respeito de uma situação como essa. Foi somente depois da dedução teórica que ele pôde pensar em uma verificação experimental, e somente depois desta, pensar em um instrumento que o permitisse utilizar de maneira prática essa propriedade mecânica do isocronismo.

Foi assim também que Huygens mostrou os erros na teoria galileana e depois partiu para a parte tecnológica da coisa. A história da cronometria é um exemplo do nascimento do pensamento tecnológico e que modifica e eleva a realidade técnica. Para Koyré, é pelo instrumento que a precisão é incorporada ao mundo.

1.1.3. Reconstrução da ciência

A cada dia, novos fenômenos, materiais e descobertas eram trazidos à tona; limites de observação eram ultrapassados com o telescópio e o microscópio e cada vez mais detalhes eram conhecidos, na medida em que ocorriam melhorias nos equipamentos. Práticas intelectuais exploraram a história natural e humana e trouxeram conhecimentos que ninguém havia imaginado (SHAPIN, 1996, p. 19). Nisso, muitas entidades e explicações colocaram a doutrina ortodoxa numa situação desconfortável. A certeza já não pairava mais, pois a cada dia uma parte do desconhecido era descoberta.

Algo importante a mencionar é que essas ciências clássicas foram radicalmente reconstruídas (KUHN, 1989, p. 73) entre os séculos XVI e XVII. A matemática saiu da geométrica para a álgebra e o cálculo; a Terra deixou de ser o centro do Universo e passou seu posto ao Sol; o estudo do movimento obteve leis novas; a óptica obteve novas teorias; entre outras reconstruções. Essas transformações conceituais estão diretamente relacionadas às mudanças de pensamento ocidental (KUHN, 1989, p. 74).

Muitos pensadores afirmam que a ideia de utilizar informações adquiridas pelos sentidos para basear a ciência era algo novo no século XVII (KUHN, 1989, p. 74). Do século XIII ao XVII foram estabelecidas regras para se chegar a resultados conclusivos a partir da experimentação e observação.

Esse novo movimento experimental, muitas vezes chamado de baconiano (KUHN, 1989, p. 75), não era uma expansão do anterior, mas sim era uma forma diferente de ciência empírica. É importante ressaltar que um método não substituiu o outro, mas por muito tempo, coexistiram.

Assim, no início do século XVII, o sentimento geral era de otimismo pela descoberta de um novo mundo. Podemos perceber isso pela obra *The great instauration*, de Francis Bacon (1620), onde ele representa a esperança de um corpo maior de conhecimento e a ampliação do mundo natural, rompendo assim com os esquemas filosóficos existentes (SHAPIN, 1996, p. 20).

Os cientistas modernos preferiram um sistema de mundo que parecia uma máquina, tanto é que passaram a tratá-la como filosofia mecânica (SHAPIN, 1996, p. 30). Utilizar explicações mecânicas para a natureza era algo totalmente diferente do que era feito até então (SHAPIN, 1996, p. 37). Entretanto, essa ideia não era tão diferente da adotada na física aristotélica. A natureza tem um plano e um modo de agir. O humano modifica ou imita essa tecnologia, assim como um tecelão imita o trabalho de uma aranha, por exemplo (SHAPIN, 1996, p. 31).

Entretanto, anteriormente, os artifícios da natureza seriam superiores aos do homem, e não podiam ser comparados. Agora, com Bacon, não havia mais problemas em comparar o que era artificial e o que era natural; muito pelo contrário, havia grande otimismo com relação ao potencial do que o humano poderia fazer. No século XVII, muitos filósofos, entre eles Gassendi, Boyle e Descartes apoiaram essa ideia.

O relógio pode ser um bom exemplo de maquinaria que fez o caminho inverso e mostrou ao mundo natural um padrão, que antes era contado pelos movimentos celestes, mas que agora era produzido pelo homem e tendo cada vez mais precisão. A mudança do feudalismo para o capitalismo e a vinda para o centro urbano fez com que cada vez mais essa contagem do tempo fosse importante para as pessoas. Assim, a maquinaria do relógio era comparada à do mundo natural. É uma metáfora para se compreender a natureza (SHAPIN, 1996, p. 34).

No século XVII, alguns cientistas defendiam a existência do vácuo e outros não, sendo divididos então entre os da filosofia mecânica e a aristotélica. Com o experimento da bomba de sucção, Torricelli trabalhou com esse conceito e também com o do peso do ar, o que também ia totalmente contra a ideia aristotélica, de que nem o ar nem a água em seus estados naturais teriam peso (SHAPIN, 1996, p. 39). A partir dessa experiência e aquela com mercúrio, Torricelli comprovou a existência do vácuo e apresentou um equipamento que media o peso do ar, o barômetro, confirmando a visão mecânica da natureza (SHAPIN, 1996, p. 41).

1.1.4. Naturalismo e a entrada para o mecanicismo

No Renascimento, era comum que se acreditasse em forças ocultas da natureza, como por exemplo, que os corpos se atraiam à distância devido a mecanismos ocultos. Os cientistas respeitavam e acreditavam em certas influências, como a dos corpos celestes, apesar de serem céticos com algumas questões específicas da astrologia.

As ciências clássicas sofreram mudanças que incluíram inicialmente esse misticismo, que foi rejeitado próximo da metade do século, e substituído pela filosofia corpuscular. As forças de Newton de atração e repulsão não eram bem aceitas nesse modelo, o universo já não tinha direções preferenciais (KUHN, 1989, p. 88), movimentos naturais só ocorriam em linhas retas, e perturbações só ocorriam por colisões intercorpusculares.

As ciências baconianas também foram afetadas por esses movimentos, mas de maneira diferente: foi o retrato da figura do mago, querendo controlar a natureza, através de engenharias, transformando-se na ciência experimental. A experiência do século XVIII precisava de orientações a partir de conceitos que estavam relacionados ao oculto, como o flogisto. Mas o corpuscularismo separou as ciências experimentais da magia e "*forneceu uma fundamentação lógica para a experimentação*" (KUHN, 1989, p. 89).

Apesar da filosofia mecânica se mostrar oposta à filosofia aristotélica, o "*naturalismo renascentista*" (SHAPIN, 1996, p. 43) mostrou um modelo do que era ser oposto. Muitos que eram atraídos pelo mecanicismo ficaram perturbados pelas consequências do naturalismo nas práticas sociais e culturais no século XVII e XVIII (SHAPIN, 1996, p. 43). Foi um pouco devido a esses processos de oposição que a concepção mecânica de natureza emergiu. Alguns filósofos, como é o caso de Mersenne, temeram esse reavivamento de vidas impregnadas na matéria, que levariam a heresias[2]. Assim, para Mersenne, era necessária uma metafísica apropriada para explicar a filosofia mecânica do mundo natural, utilizando uma matéria inanimada. Para várias versões de mecanicismo era importante que a matéria fosse vista como inanimada, e assim, Mersenne teve um papel importante

---

[2] Para Aristóteles, os movimentos ocorriam até que os corpos ficassem em seus estados naturais. Os críticos do século XVII afirmavam que essa ideia é como se colocássemos atitudes humanas nos objetos, como se uma pedra soubesse onde era seu lugar correto e fosse até ele. Dessa forma, a partir dessa época, muitos passaram a ser sarcásticos com a física aristotélica (SHAPIN, 1996, p. 30).

nesse desenvolvimento. Essa visão foi principalmente desenvolvida por Descartes, Hobbes e Boyle. Entretanto, havia leigos que faziam oposição a esta, assim como havia várias versões de filosofia mecânica.

A base do pensamento mecanicista era a de que todos os efeitos genuínos na natureza tem uma explicação com base em causas ordinárias, compreensíveis e mecânicas (SHAPIN, 1996, p. 44). Havia algumas crenças como simpatias que pairavam a sociedade da época. Boyle desconfiava de que as curas, por exemplo, eram realizadas por forças totalmente ocultas, e assim, tentava explicá-las da maneira mecânica, e se ainda assim houvesse algo inexplicado, deveria ser direcionado a Deus, e não a forças misteriosas (SHAPIN, 1996, p. 46).

Os filósofos do século XVII passaram a utilizar apenas a explicação mecânica para a natureza. Era nova a ideia de que os princípios de matéria e movimento seriam recursos de definição para a filosofia natural. Se houvesse propostas de filosofia natural que tivessem como base algo além de movimento e matéria, havia o risco de não ser considerada filosófica. Apesar disso, as especificidades de uma explicação mecânica e outra mudavam de um filósofo para outro.

Como no caso do uso e melhoramento do microscópio, uma infinidade de elementos foi descoberta, como superfícies que aparentemente eram lisas, no instrumento apareceram rugosas; a composição do sangue por glóbulos, etc (SHAPIN, 1996, p. 50). Hooke mostrou que com o microscópio, que revela as particularidades da matéria, as qualidades “ocultas” deveriam ser ignoradas (SHAPIN, 1996, p. 50).

O corpuscularismo cada vez mais se tornou uma forte maneira filosófica de pensar a respeito da matéria, justamente devido ao que o microscópio podia revelar. De fato, os resultados eram compatíveis com a teoria corpuscular. O mecanismo corpuscular, dessa forma, abrangia uma grande gama de explicações gerais e específicas (SHAPIN, 1996, p. 52). Os filósofos corpusculares e mecânicos queriam explicar as propriedades dos corpos, e nesse sentido, a explicação mecânica era a única inteligível.

As qualidades eram separadas entre primárias e secundárias. As primárias são aquelas que realmente pertences ao objeto, como tamanho e movimento

(SHAPIN, 1996, p. 53). As qualidades secundárias são derivadas das primárias, como doçura, a cor, se é quente ou frio, etc. As qualidades primárias produzem esses efeitos subjetivos em nós (SHAPIN, 1996, p. 53). Essas ideias de qualidades secundárias nada mais são do que o efeito que os movimentos e os objetos causam em nós.

Há então uma diferença entre o senso comum e o domínio da filosofia, assim como no sistema de Copérnico. Nesse sentido, nossa experiência sensória não era confiável a nos fornecer como o mundo realmente era. Assim, os filósofos mecânicos se colocavam contra a experiência e o senso comum e também contra a doutrina aristotélica das "qualidades reais" (SHAPIN, 1996, p. 54).

Uma estátua de mármore, por exemplo, você pode construir qualquer coisa com esse material. A forma será o objeto. Mas não para os aristotélicos, para eles, as formas eram as entidades reais, como Alexandre ou algum deus. Para eles, haveria uma correspondência entre como o mundo era e como nós o experienciamos (SHAPIN, 1996, p. 54).

Assim, os filósofos mecânicos iam contra a ideia de formas substanciais e afirmavam que suas explicações eram as únicas inteligíveis, e isso os beneficiou. Essas explicações tem um caráter estrutural, ou seja, a explicação sobre uma entidade tem a ver com sua constituição e comportamento. Com essas explicações, os filósofos agora não queriam explicar apenas alguns fenômenos, mas todos.

1.1.5. Método baconiano

Na experimentação antiga, muitos experimentos eram "*de pensamento*" (KUHN, 1989, p. 75), e os que eram realizados, ou era para confirmar uma conclusão já pré-estabelecida, ou para fornecer respostas concretas a questões propostas pelas teorias existentes. A nova tradição experimental lidava com situações reais e inclusive desprezava as experiências mentais (KUHN, 1989, p. 78). Por exemplo, antes de Tycho Brahe, os astrônomos não faziam experimentações sistemáticas do céu, apenas registravam eventos.

A diferença no método baconiano é que neste os cientistas não buscam comprovar teorias e o que já é conhecido, mas ver como a natureza se comporta em situações ainda não observadas (KUHN, 1989, p. 76).

Em geral, o método de experimentos já era pré-determinado, pois nessa época havia a vertente dos filósofos atomistas e a dos corpusculares, e assim, estes buscavam experimentos que fossem condizentes com sua metafísica.

Nessa nova tradição experimental baconiana, a natureza era colocada em situações que jamais poderiam ser alcançadas sem a interferência do homem. A criação de novos instrumentos experimentais também é uma novidade dessa tradição; até 1590, havia somente aparelhos para observação astronômica (KUHN, 1989, p. 77). Assim, "*em menos de um século, a ciência física tornou-se instrumental*" (KUHN, 1989, p. 78).

Entretanto, as contribuições do baconianismo no desenvolvimento da ciência foram muito pequenas, pois a maior parte dos experimentos tinham origem nos medievais, ou mesmo eram confirmação de resultados já previstos anteriormente. Assim, a transformação das ciências clássicas durante a Revolução Científica está mais relacionada a uma nova forma de olhar para os fenômenos já conhecidos do que a novas descobertas experimentais (KUHN, 1989, p. 80). Ainda assim, o baconianismo deu origem a novos campos científicos, como o magnetismo e a eletricidade, pois além de relações que deveriam ser encontradas, esses campos precisavam do desenvolvimento de novos instrumentos e técnicas.

No século XVIII, entretanto, a experimentação se tornou mais sistemática (KUHN, 1989, p. 81). As teorias que sustentavam esses experimentos ainda eram qualitativas, entretanto, podiam ser confrontadas com experimentos individuais e mostravam uma precisão não encontrada na ciência baconiana. E na medida em que os aperfeiçoamentos davam margem para mais confrontos, mais a ciência baconiana se tornava como a da Antiguidade.

As ciências clássicas e as baconianas permaneceram separadas até o século XIX; as primeiras eram consideradas matemáticas e as segundas como filosofias experimentais (KUHN, 1989, p. 82). Bacon desconfiava da matemática, que processos tão complexos e abstratos não poderiam ser úteis para a compreensão da natureza.

No final do século XVII, muitos novos instrumentos adentraram nesses campos de estudo, assim como novos critérios de avaliar dados. Os efeitos percebidos foram mais no sentido de "*refinamento gradual do que uma mudança substancial na natureza das ciências clássicas*" (KUHN, 1989, p. 83). Embora nesse processo a lacuna entre as ciências baconianas e as clássicas tivesse diminuído, não havia desaparecido. No século XVIII, aqueles que praticavam as ciências matemáticas realizavam poucas experiências e poucas contribuições no sentido de desenvolver novos campos experimentais (KUHN, 1989, p. 83).

Apesar de Galileu ter desenvolvido equipamentos e falar muito da ciência experimental, sua atitude era em defesa das ciências clássicas, quando afirma que não há a necessidade de realizar os experimentos que idealiza (KUHN, 1989, p. 83). Já em outras situações, quando um equipamento limitava o que ele pretendia fazer, desenvolvia outros a fim de chegar à conclusão necessária.

Já Newton participou de ambas as tradições. Os *Principia* são uma obra da vertente da ciência clássica, mas seus estudos em óptica mostram uma ciência baconiana, justapondo resultados de experimentos a teorias, elaborando novas. Newton fez o uso do experimento baconiano com um uso não baconiano, que mostra a imersão de Newton nas duas tradições (KUHN, 1989, p. 84). Newton foi praticamente o único que permeou as duas vertentes.

Durante os séculos XVII e XVIII o número de cientistas que contribuíram para as ciências clássicas aumentou, e estes eram profissionais. Já as ciências baconianas eram praticadas por amadores, farmacêuticos, etc. Embora alguns desses tivessem posições nas academias científicas, eram posições de segunda classe, até o fim do século XIX.

Uma das principais diferenças entre as ciências clássicas e as baconianas, como podemos ver no contraste entre Leonardo, Newton e Descartes, e Bacon, Boyle e Hooke, é o utilitarismo; os primeiros não se preocupavam se seus instrumentos funcionaram e para quê, diferentemente do segundo grupo (KUHN, 1989, p. 92). Retornando ao século XVII, as ciências baconianas estavam em processo de formação ainda, e as ciências clássicas passaram por grandes mudanças; é o período que conhecemos por Revolução Científica (KUHN, 1989, p. 86).

1.1.6. Revolução científica

Há uma controvérsia entre os historiadores e filósofos da ciência com relação ao uso do termo revolução científica para descrever mudanças científicas. Ainda que adotemos o uso do termo revolução sem questioná-lo, outra controvérsia aparece, que é com relação a quando esta teria ocorrido. Alguns acreditam que foi com Newton, outros defendem que foi com Galileu, e outros ainda acreditam que tenha sido com Descartes, dentre outras hipóteses (COHEN, 1980, p. 3).

Independentemente de pensarmos quem foi o precursor da revolução, o fato é que a nova ciência e a filosofia que emergiram durante o século XVII podem ser distinguidas daquelas de períodos anteriores, tanto por fatores externos como internos (COHEN, 1980, p. 4).

Alguns dos fatores externos que diferenciam esse período é que agora existia uma comunidade científica, com organizações e recursos financeiros estatais, utilizando os mesmos métodos e dedicados à busca por conhecimento, a partir da experimentação. A forma encontrada pelos cientistas de alcançar esses objetivos foi com o estabelecimento de revistas e sociedades científicas (COHEN, 1980, p. 4). Quanto aos fatores internos, a revolução pode ser percebida através dos métodos e resultados.

A ciência antes era tradicionalmente prática e servia à religião. A nova ciência tinha o objetivo de melhorar a vida cotidiana. Outra característica importante da revolução era a atenção dada ao método. Vários cientistas, como Descartes, Bacon, Huygens, Newton, preocuparam-se em estabelecer um método de se fazer ciência de forma direta e infalível (COHEN, 1980, p. 6). Era um método experimental e não meramente observacional, que poderia levar a princípios matemáticos. A partir do método, qualquer um que tivesse o equipamento e as instruções deveria ser capaz de reproduzi-lo. Essas pesquisas e experimentos reprodutíveis levaram a uma maior compreensão dos fenômenos.

A partir disso, os cientistas passaram a reproduzir experimentos de outros para seus próprios fins, e os experimentos que não eram reprodutíveis não eram ciência, pois esta deveria ser reprodutível e sujeita a leis universais. Além disso, nessa nova ciência, as leis que não se aplicam ao mundo real não tem real importância.

Galileu Galilei foi um dos responsáveis por essa chamada Revolução científica. Nessa nova maneira de ver o mundo, o homem moderno busca dominar a natureza, e não mais somente contemplá-la. A ciência teórica de Galileu e de Descartes provou revoluções técnicas na ciência prática, artesã (KOYRÉ, 1986, p.14).

As ciências clássicas foram praticamente as únicas que se transformaram, uma vez que as demais sequer existiam nessa época, ou existiam sem um corpo de técnicas estabelecido para serem reconstruídas (KUHN, 1989, p. 87). A introdução de novos artifícios intelectuais é um exemplo das mudanças ocorridas. Tentativas de encontrar regularidade na natureza foram estabelecidas, assim como as formas matemáticas foram colocadas como as causas formais do fenômeno, e cada vez mais os cientistas modernos davam valor a essa ferramenta (a matemática) como ontologia (KUHN, 1989, p. 87).

Todavia, não foi somente a mudança intelectual que fomentou a Revolução Científica, muitos outros fatores complexos estavam envolvidos. Por exemplo, agora com novos modos de vida renascentistas, os artífices e técnicos adquiriram riquezas e foram a outro patamar; a invenção da imprensa permitiu que os materiais dos antigos estivessem disponíveis a todos, e não mais somente no ambiente clerical. A partir disso, esses homens agora tinham patrocínio para suas pesquisas, eram empregados e ao mesmo tempo chamarizes de seus governos; nesse grupo estavam Leonardo, Galileu, e Stevin (KUHN, 1989, p. 90).

Contudo, apesar de estarem um pouco relacionadas ao método baconiano, as fontes utilizadas por esses membros eram do grupo clássico. Seja como artistas ou como engenheiros, eles exploraram as obras de matemática, estática, óptica, o que foi um fator relevante para a reconstrução das ciências baconianas. As preocupações da engenharia ajudaram a separar os problemas de movimentos locais do problema filosófico mais geral a respeito da mudança (KUHN, 1989, p. 91). As preocupações dos artistas-engenheiros renascentistas não estavam em incluir aspectos que não fossem mecânicos ou matemáticos, como as técnicas de tecelagem, fabricação de vidros, etc., mas as novas ciências experimentais tiveram seu surgimento justamente nessas técnicas (KUHN, 1989, p. 91).

1.1.7. Características da nova ciência

A observação e a experimentação são características importantes dessa nova ciência. Um exemplo claro disso é o uso do telescópio por Galileu, que colocou em cheque a astronomia e a ciência da sua época (KOYRÉ, 1986, p. 15). Entretanto, deve-se deixar claro que experiências de senso comum não agregavam nada à ciência moderna. É a experimentação, que consiste em *interrogar sistematicamente a natureza* (KOYRÉ, 1986, p. 16), através de uma linguagem específica e objetiva, que será relevante nessa mudança de como fazer ciência. A linguagem utilizada por Galileu era a geométrica.

Na entrada do século XVI, algumas coisas mudaram drasticamente, que foram a destruição da ideia de cosmo, que seria um mundo finito, ordenado, e também a geometrização do espaço, que antes era visto como algo homogêneo e abstrato. Ou seja, ocorreu a matematização da natureza e, consequentemente, a matematização da ciência.

Na ciência moderna, a física e a astronomia foram unificadas, no sentido de que as coisas que ocorriam no mundo supralunar e sublunar estavam no mesmo nível, ou seja, não havia mais um local privilegiado; agora há um universo com geometria concreta, e onde as leis da física "*encontram valor e aplicação"* (KOYRÉ, 1986, p. 18).

Era necessário, na ciência moderna, não só criticar teorias erradas, mas propor soluções melhores do que as existentes, o que nem sempre era fácil, já que o conhecimento produzido nem sempre era condizente com a experiência de senso comum.

No século XVII, não somente nas áreas exatas, mas também nas biológicas, o uso de números foi introduzido. Na Biologia, Harvey, por exemplo, analisou o fluxo de sangue no corpo, numerando a quantidade de pulsos que o coração faz em cerca de uma hora.

As relações numéricas eram proeminentes nessa época porque as leis da ciência ainda não eram descritas por meio de equações. Juntamente aos números, a matemática do século XVII era acompanhada de geometria. As obras de Galileu e o movimento acelerado, ou Newton e as leis do movimento, nada disso era descrito em proporções algébricas, mas em formato geométrico, ou também como Newton o fez, por séries infinitas.

Além da busca por números especiais, os cientistas do século XVII também buscavam relações exatas entre números obtidos a partir da experimentação. Por exemplo, tanto Galileu quanto Kepler eram convencidos de que as velocidades com que os planetas giravam em torno do Sol faziam parte de uma relação específica proposta por Deus, durante a criação. Kepler então estudou o problema e chegou à relação que hoje conhecemos como Terceira Lei de Kepler. Essa é a diferença entre o século XVII e os anteriores: o uso de relações numéricas, mas agora com relação à experimentação e à observação; as relações são baseadas na natureza.

Conforme salienta Cohen, hoje sabemos que Galileu fazia os experimentos não só para relacionar suas descobertas com a natureza, mas seus experimentos eram "*parte do processo de descoberta em si"* (COHEN, 1980, p. 24).

É possível observar certa hierarquia de leis matemáticas na ciência do século XVII. São leis deduzidas a partir de definições e suposições que levam a resultados experimentais passíveis de testes (COHEN, 1980, p. 26). Era comum que as causas dos movimentos não fossem explicadas: o que importava é que as leis matemáticas fossem condizentes com a experimentação.

Criar uma ciência física baseada na matemática era algo novo para o século XVII (COHEN, 1980, p. 30). Outro fator que diferenciava a nova ciência da antiga é que os modelos antigos eram fictícios, e agora, os cientistas explicavam a realidade. A matemática serviu não só para medir posições a ângulos, mas para quantificar qualidades como a temperatura e velocidade. O objetivo era expressar leis gerais da natureza como relações matemáticas, conhecimento que viria da experimentação e observação da realidade.

Entretanto, houve certo avanço, outro tipo de hierarquia, que tentava explicar as causas dos fenômenos, como é o caso de Boyle, que utilizou modelos físicos para explicar sua lei que relacionava volume e pressão de um gás confinado. Esse tipo de explicação mostra uma diferença entre as afirmações matemáticas, ou seja, a descrição matemática de um fenômeno, e um mecanismo que explica o fenômeno, ou seja, uma exploração física e matemática de suas causas (COHEN, 1980, p. 27).

No caso da gravitação de Newton, este mostrou que a descrição matemática da lei era a condição causal do movimento. Newton trabalhava as consequências matemáticas das suas condições relacionadas a condições físicas, sem discutir a realidade física destas.

Os testes eram verificações das predições ou não predições de certas ocorrências, como eclipses e configurações planetárias, e estes só podiam ser precisos ao se fazer uso de uma base de dados numérica. Mas para isso, era necessário que não houvesse preocupação com as causas físicas.

1.1.8. Descartes e Galileu

Há dois mil anos atrás, Pitágoras já tratava da importância dos números, entretanto, ninguém o creditou. Somente Galileu enfrentou o uso prático do número para fazer-lhe "*um elemento do saber exato*" (KOYRÉ, 1986, p. 71).

A física moderna teve que enfrentar muitas lutas para se estabelecer. Descartes e Galileu, por exemplo, tiveram que enfrentar muitas críticas para estabelecer o conceito de movimento e de espaço. Para Galileu, diferentemente da física de Aristóteles, estar em movimento ou não, não afeta o corpo. Em termos modernos, na física aristotélica e na do ímpeto, a força produz movimento, e já na física moderna, a aceleração produz o movimento. Se o corpo permanece em seu estado, sem que uma força externa atue sobre ele, isso implica que o universo é infinito. Ao pensar em corpos que se deslocam no infinito, estamos pensando em objetos matemáticos, e não mais os reais da física aristotélica, os quais se deslocam em um espaço matemático.

Hoje para nós parece simples esse tratamento, mas não o era na época de Galileu. Este escreveu o *Diálogo sobre os dois maiores Sistemas de Mundo*, o qual trata da ciência matemática, da explicação matemática da natureza, fazendo uma oposição à física aristotélica. Galileu mostra que a solução dos problemas astronômicos depende de uma física que leve em conta a filosofia da natureza, "*do papel que as matemáticas desempenham na constituição da ciência da natureza"* (KOYRÉ, 1986, p. 43).

Galileu já sabia que essa questão do papel e da natureza da matemática era complexa, e que já existia desde Platão e Aristóteles. Platão acreditava que a matemática era apropriada à física; Aristóteles defendia o contrário. Para Galileu, os aristotélicos não procuravam demonstrar matematicamente a natureza porque ela era qualitativa e vaga. A ciência, que seria a filosofia do real, não precisaria de determinações matemáticas para suas teorias. Quanto mais alguém está focado no pensamento geométrico, menos percebe os mutáveis, móveis, etc. "*É impossível fornecer uma dedução matemática da qualidade"* (KOYRÉ, 1986, p. 47). E foi isso que aconteceu com Galileu e Descartes, que logo tiveram que "*banir a qualidade do domínio da natureza"* (KOYRÉ, 1986, p. 47).

Galileu anuncia no *Diálogo* que irá apresentar uma nova física (platônica), e mostrará que a queda de corpos é regida por leis que levam em conta os números (KOYRÉ, 1986, p. 49). Ele reúne duas coisas até então separadas: movimentos e números. Assim, Galileu se declara platônico. Ele quer encontrar uma ciência do mundo real, a verdade do raciocínio e da dedução matemática.

Quando Galileu apontou seu telescópio para o Sol, observou nele certas manchas, que ora estavam em um local e ora em outro. Ele não tinha certeza do que elas eram, mas sabia que estavam no Sol, ou muito próximas dele. Isso era uma atitude desafiadora com relação à ortodoxia da época, que acreditava que tudo entre a Terra e a Lua era imperfeito e mutável, mas que a partir da Lua, os movimentos eram apenas circulares e não havia imperfeição (SHAPIN, 1996, p. 16).

Galileu argumentou contra esse sistema aristotélico de perfeição supralunar, mostrando que o Sol possuía manchas e que haveria imperfeição tanto nos céus quanto na Terra. Assim, estabeleceu uma nova maneira de pensar a respeito da natureza. Para ele, o conhecimento sobre o mundo deveria ser advindo de descobertas, observações e raciocínios matemáticos. A defesa de Galileu era a de que não existe um sistema de tratamento para os fenômenos dos céus e outro sistema para os fenômenos da Terra, mas um único sistema universal (SHAPIN, 1996, p. 18). Outros cientistas dessa mesma posição também afirmavam que para se estudar movimentos era possível fazê-los artificialmente, ou seja, o que hoje chamamos de modelagem.

A pesquisa de Galileu serviu para dar crédito ao modelo heliocêntrico proposto por Copérnico, no século XVI. Antes de Copérnico, ninguém havia questionado o modelo geocêntrico e antropocêntrico de Ptolomeu (SHAPIN, 1996, p. 24). Nesse modelo, a vida terrena era considerada vil e limitada, enquanto o resto do universo era perfeito e incorruptível. Essas ideias estão diretamente relacionadas à concepção da Igreja.

Nos séculos XVI e XVII, críticos do modelo geocêntrico colocaram a Terra e todos os outros planetas para orbitar o Sol, rejeitando antropocentrismo. Até mesmo a ideia de outros mundos com outros tipos de humanos foi lançada. Os astrônomos modernos estenderam a escala do universo.

Quando Galileu viu as estrelas pelo telescópio, elas não mudaram o tamanho, o que levava a crer que estariam muito longe da Terra, estando de acordo com o modelo copernicano. Dessa forma, os astrônomos acreditavam que quanto melhor fosse o equipamento, cada vez encontrariam mais corpos celestes (SHAPIN, 1996, p. 26). Apesar de Copérnico não ter anunciado um universo infinito, agora essa era a hipótese dos cientistas, no século XVII.

Por outro lado, enquanto os modernos astrônomos até comemoravam essa possibilidade de universo, os tradicionais tinham um grande desconforto em acreditar em um universo infinito que se movimenta, e que tem a Terra como apenas mais um corpo.

1.1.9. Matemática na nova ciência

Kepler não estava satisfeito com os modelos astronômicos de seus antecessores. Ele queria "*salvar os fenômenos*" (COHEN, 1980, p. 35), ou seja, derivar o movimento dos planetas a partir de suas forças, que seriam as causas desse movimento. Ele buscou então uma descrição dinâmica em vez da cinemática para sua astronomia. Outros, como Descartes, também buscavam essas explicações causais, mas em sua maioria, os cientistas se preocupavam mais com relação às predições dos fenômenos e da observação (COHEN, 1980, p. 36).

Newton conseguiu estabelecer uma dinâmica matemática de acordo com as leis cinemáticas fenomenológicas (COHEN, 1980, p. 37) mostrando as causas físicas uma na outra. Kepler começa das causas, enquanto Newton conclui nas causas. Ou seja, Newton saía dos efeitos para chegar às causas; dos particulares para os gerais, enquanto Kepler saía dos gerais para os particulares. Para Cohen (1980, p. 38), foi essa capacidade de Newton que produziu um resultado impressionante nos *Principia* e inaugurou a época da chamada revolução na ciência, que já havia começado, mas imperfeitamente, com Galileu e Kepler.

Às vezes é dito que a mecanização do mundo implicava em uma concepção matemática da natureza. A visão mecânica certamente foi responsável pela matematização. Alguns dos filósofos insistiam no papel central da matemática (SHAPIN, 1996, p. 58). Contudo, apesar de defenderem o uso da matemática, muitos deles não eram matematizados, e sua habilidade de expressar matematicamente as quantidades mecânicas era comprometida. Ou seja, apesar de saberem a importância disso, ainda assim as conexões entre as duas áreas ficava comprometida.

Nos séculos XVI e XVII havia uma divergência com relação a se a abordagem matemática era obrigatória, contraposta por filósofos que afirmavam que a matemática não era capaz de expressar as complexidades do mundo natural (SHAPIN, 1996, p. 58).

Alguns eram críticos a respeito da idealização matemática, como Bacon e Boyle, que diziam que as explicações matemáticas funcionavam muito bem com situações abstratas, mas não tanto com situações concretas (SHAPIN, 1996, p. 59). A lei de queda de corpos de Galileu, por exemplo, funciona num ambiente ideal, e na situação real é apenas aproximada. Dessa forma então surge o questionamento de se a filosofia natural se concentra no domínio da matemática ideal ou do particular real (SHAPIN, 1996, p. 59).

Ao propor um esquema de sistema solar com os cinco sólidos geométricos, Kepler acabou por dar confiança aos modelos de natureza que afirmavam que esta obedecia às leis matemáticas, criando uma concepção matemática da filosofia natural. Os cientistas queriam mostrar padrões formais do mundo natural, e a maior obra nesse sentido foram os *Principia* (SHAPIN, 1996, p. 61). A máquina do mundo obedecia a leis matemáticas, as quais eram descritas nessa obra. Assim, "*matemática e mecanismo deveriam ser fundidos numa nova definição de filosofia natural apropriada*" (SHAPIN, 1996, p. 61). Newton consolidou o impulso tomado por Galileu. Os *Principia* unificaram a matemática com os movimentos celestes e terrestres. A ideia levantada por Galileu ao mostrar as manchas solares foi consolidada com Newton, que muito afirmam ter "*destruído o cosmo*" aristotélico (SHAPIN, 1996, p. 62).

Nessa visão newtoniana, não havia mais a distinção aristotélica entre o que ocorria no céu e na Terra, e elas estavam unidas pela geometria. Agora a natureza era descrita em termos do abstrato e absoluto, e não mais do local. A certeza nesse modelo era a física, observável, e a ferramenta para se alcançar os resultados era a matemática.

Uma interpretação da visão newtoniana é que as causas eram colocadas de lado, pois a matemática funcionava em explicar o que acontecia, sem a necessidade de uma explicação causal; entretanto, outra vertente afirma que ele expandiu o alcance da explicação mecânica causal (SHAPIN, 1996, p. 63).

Contudo, em alguns assuntos que Newton não compreendia bem, como magnetismo e eletricidade, ele chamava a atenção para forças ocultas, entretanto, afirmando que não estava indo contra o modelo de mecanicismo. Isso foi muito criticado por Leibniz, que afirmava que Newton, utilizando seu prestígio político e religioso, estava trazendo à tona novamente algo oculto, já ignorado há muito tempo. Para cientistas como Leibniz, era imprescindível que se tivesse uma explicação causal, o que Newton não tinha a respeito da gravitação; isso na visão de Leibniz era uma explicação ininteligível e oculta. Mas a inteligibilidade e confiança nos preceitos de Newton é que a lei funcionava. Ela podia ser utilizada como explicatória mesmo que as causas da gravitação não fossem expostas (SHAPIN, 1996, p. 64).

Assim, não se tem clara a noção se Newton reintroduziu as forças ocultas, ou se iniciou uma nova filosofia mecânica natural. No fim do século XVII e no século XVIII, os cientistas passaram a debater justamente essas conquistas de Newton. Os filósofos mecânicos afirmavam que suas inovações eram mudanças radicais com relação ao conhecimento tradicional.

1.1.10. Matematização da natureza e o século XVIII

Na época do Iluminismo, a Mecânica foi desenvolvida por geômetras e algebristas de maneira matemática, a partir de axiomas e deduções matemáticas. É o que vamos expor neste trabalho.

Matematização, assim, é quando um objeto da ciência se torna matemático, ou seja, quando é necessário um modelo, um esquema que o descreva, e isso se torna o próprio objeto real. Panza defende (2002) que a aplicação da matemática na ciência do movimento tem sido feita desde Aristóteles, entretanto, a matematização não ocorreu antes de Newton. Galileu também não lidava com objetos matemáticos, mas aplicava a matemática a fenômenos naturais.

Para Panza (2002, p. 1), a ideia de que a matemática ajuda a ciência a conseguir resultados é um pouco equivocada, ou também conforme Pulte (2001), a matemática não representa os fenômenos físicos, não é um instrumento de explicação. O movimento, por exemplo, era um conceito matemático, e não uma matemática aplicada ao fenômeno; era uma entidade matemática. Newton queria dizer isso, daí o nome princípios matemáticos da filosofia natural e o tratamento da mecânica como racional. É importante perceber que mesmo a Mecânica Analítica (de Euler, Lagrange, Bernoulli, d’Alembert) nunca foi matemática pura, mas tinha significado físico (PULTE, 2001).

A diferença para a nova física é que agora os cientistas não tentavam mais descobrir e explicar leis através de raciocínios, mas investigar a própria natureza, reproduzindo-a com experimentos.

Geralmente, a filosofia da ciência descreve a mecânica do século XVII e XVIII como uma tomada e consciência da importância da aplicação matemática a partir de um resultado experimental. Entretanto, Pulte salienta que não se pode esquecer da "*natureza matemática da natureza*" (2012, p. 184), pois foi justamente essa compreensão que mudou o direcionamento do século XVIII, levando a uma ciência matemática.

Alguns veem a matemática como uma ferramenta para predizer modelos e leis, que representam fenômenos físicos. É como se a matemática fosse um "co-produto" da ciência experimental, como se dependesse da experimentação e dados observacionais. Entretanto, a aplicação matemática é muito diferente da filosofia mecânica que se instaurava no século XVIII. Aplicação é algo que se refere a uma adaptação de entidades diferentes, e não é isso que significa a matematização da natureza, pois esta já é pensada desde o começo matematizada (PULTE, 2012, p. 196).

No mecanicismo, o objetivo era determinar movimentos de partículas sob diferentes condições, e nesse sentido, o movimento era um ente matemático, e dessa forma, a ciência tinha que ser considerada não só experimental, mas também matemática (PULTE, 2012, p. 185).

A mecânica racional, já mencionada por Newton, nunca foi considerada artificial, ou um exercício matemático formal sem significado (PULTE, 2012, p. 186). Assim, os conceitos deduzidos eram esperados em situações empíricas. O mesmo é válido para a mecânica racional na forma analítica, que emergiu no século XVIII. Os símbolos, as fórmulas, as operações matemáticas, todos se referiam ao movimento e à matéria (PULTE, 2012, p. 186).

É dito que a mecânica newtoniana teve sucesso devido ao seu êxito empírico. Entretanto, conforme Pulte destaca (2012, p. 190), pode ser verdadeiro para a lei de gravitação, mas não para as fundações da mecânica, pois no século XVIII, muitos outros tiveram sucesso, mas não foi devido à experimentação, mas sim à racionalização e à matematização.

O século XVIII esteve inflado de princípios e leis. Estes eram trazidos por programas diferentes, confirmados por aplicação a diferentes problemas; não eram deduzidos de princípios "*maiores*" (PULTE, 2012, p. 190), nem deduzidas a partir de fenômenos. Em resumo, esses princípios não eram nem advindos da metafísica, nem do empirismo, mas deduzidos de uma física matemática. Assim, os esforços da época eram no sentido de estabelecer um único sistema de ordem (PULTE, 2012, p. 190).

Euler foi um dos mais importantes matemáticos do século XVIII, pois desenvolveu novos conceitos e princípios da mecânica racional, colocou os conceitos newtonianos em uma matemática formal e ampliou seu campo de atuação. Euler utiliza um pouco de cada programa, na busca da organização de um sistema dedutivo (PULTE, 2012, p. 191), e chega ao cálculo das variações.

Nessa busca do século XVIII por um sistema dedutivo, não é mais suficiente ter axiomas certos e evidentes, mas é importante que o conhecimento mecânico se encaixe nesses axiomas (PULTE, 2012, p. 192). O foco não é como chegar a esses axiomas, mas sim é na estrutura dedutiva do corpo de conhecimento.

Com a invenção do cálculo das variações, a união dos diferentes programas e a transformação das leis de Newton, Euler estabelece um sistema dedutivo como o almejado. Com o estabelecimento desse novo programa, as fundações filosóficas passaram a ser ignoradas, uma vez que os axiomas formais são mais válidos que as leis da natureza, ou a verdade formal mais válida que a verdade material (PULTE, 2012, p. 192). Nessa etapa, há um declínio do esforço em se buscar discussões metodológicas e metafísicas, e um aumento no esforço de buscar técnicas matemáticas e sistemas dedutivos apropriados.

Por exemplo, a natureza do espaço, tempo, força de gravitação, isso tudo era preocupação da primeira metade do século; na segunda metade, as preocupações eram técnicas, no sentido de cálculo de variações, equações diferenciais. Nessa fase, a mecânica racional foi transformada de uma filosofia matemática da natureza para uma “*representação matemática auto-suficiente do conhecimento mecânico”* (PULTE, 2012, p. 193).

Nesse período de transição entre os séculos XVII e XVIII, discursos sobre os limites da ciência eram impossíveis e a matemática se tornou cada vez mais importante para a mudança de visão de ciência. A matemática tornou acessíveis os resultados de um programa de pesquisa a outro (PULTE, 2012, p. 188). Também era a única capaz de integrar todos os princípios a partir dos quais as leis físicas poderiam ser derivadas, ou seja, a matemática integrava os diferentes programas. E assim, ao fim do século XVIII tem-se apenas um sistema, que representa todos os princípios de filosofia natural, que é a obra de Lagrange, *Mécanique Analytique* (PULTE, 2012, p. 188).

A obra de Lagrange marca o final do desenvolvimento desses sistemas dedutivos. O método de Lagrange era totalmente demonstrativo, sem interpretações, intuições, figuras, nem reflexões filosóficas explícitas. Lagrange não estava mais interessado em fundações conceituais da mecânica, mas em lógicas coerentes, muito mais que verdades materiais (PULTE, 2012, p. 195).

1.1.11. Facilidades no Continente

Já no século XVIII, o desenvolvimento da matemática ocorreu de maneira muito maior no Continente do que na Ilha. Guicciardini afirma que a “tecnologia de ponta” em matemática na ilha não era favorecida assim como no continente. Além disso, alguns aspectos culturais também foram relevantes para que o método analítico fosse o mais relevante na época.

O grupo seleto de estudiosos da tradição euleriana recebeu apoio das academias de Paris, Berlim e São Petersburgo, cujo status era de alta qualidade. Os matemáticos que praticavam o método euleriano eram protegidos e tinham espaço na academia.

Enquanto na Inglaterra a Royal Society entrava em declínio, a matemática continental tinha parcerias e fundos disponíveis. Na ilha, os estudantes agora eram avaliados em testes escritos, ou seja, deveriam ter domínio de áreas já estabelecidas da matemática, ou seja, o objetivo não era criar matemáticos profissionais, mas educá-los na doutrina newtoniana. Já no continente, a situação era completamente diferente, onde os preceitos de Leibniz e uma matemática simbólica sem preocupações metafísicas era aceita. Na verdade, a ciência de d'Alembert, Lagrange e Laplace foi construída a fim de não se ter mais pensamentos metafísicos imprecisos. Isso não significa que eles não se preocupavam com as questões fundacionais, mas que podiam exercer a matemática sem se preocupar com isso. Toda essa matemática forneceu muito estímulo para os matemáticos do século XVIII.

Entretanto, os problemas que tiveram bastante atenção no continente nessa época, como a braquistrócrona, o problema da corda vibrante, não estavam muito conectados com aplicações: o interesse era pela matemática. Antes da expansão para eletricidade, magnetismo, calor, o interesse era maior pela astronomia.

Por outro lado, na ilha, a matemática era mais uma linguagem para a filosofia natural. No continente, a interpretação física poderia ser feita, mas somente após a operação algébrica ter sido realizada. Para os britânicos, a matemática deveria provar sua utilidade, e já para os eulerianos, a abstração era o que contava (GUICCIARDINI, 2004).

1.2. Por que a segunda lei de Newton não é $\boldsymbol{F = ma}$?

Concebidas por Isaac Newton, as três leis do movimento foram apresentadas em sua obra prima, *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, ou também conhecidos como *Principia*, em 1687. Dessas leis, interessa a este trabalho a segunda. Newton adota a forma impulso-momento como fundamental.

"A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida" (NEWTON, 1990, p. 15-16).

Esta formulação é bastante diferente do formato em que a conhecemos, $F = ma$, a qual foi escrita somente em 1752, no artigo "*Découverte d'un nouveau* *principe de Mécanique*" (Descoberta de um novo princípio da Mecânica), por Leonhard Euler[3]. Aliás, o texto deste enunciado de Newton parece corresponder a $F = \Delta(mv)$, e não a $F = ma$, como veremos no item 1.2.1.

Entretanto, em alguns livros didáticos, tanto de Ensino Médio, assim como nos de Ensino Superior, o enunciado da segunda lei é escrito com outras palavras, que não as de Newton, seguidas da formulação moderna, induzindo o leitor a acreditar que são as palavras e a matematização de Newton. Conforme aparece em Young e Freedman (2008, p. 116),

> Newton sintetizou todas essas relações e resultados experimentais em uma única formulação denominada segunda lei de Newton:
>
> Segunda lei de Newton: quando uma força resultante externa atua sobre um corpo, ele se acelera. A aceleração possui a mesma direção e o mesmo sentido da força resultante. O vetor força resultante é igual ao produto da massa do corpo pelo vetor aceleração do corpo.
>
> Em símbolos,
>
> $$\sum \vec{\mathrm{F}} = \mathrm{m}\vec{\mathrm{a}} \quad (1.1)$$ [4]

O *Fundamentos de Física* (HALLIDAY, RESNICK e WALKER, 2016) afirma que a segunda lei de Newton é "*a relação entre a força resultante total que age sobre um corpo de massa m e a aceleração produzida pela força*" (p. 237), e em seguida, a formulação moderna é apresentada. Não há incompatibilidade entre o enunciado (já reformulado) e a equação; entretanto, isso não reflete a formulação newtoniana, que foi apresentada no início do desta seção. O problema com essa sugestão é que $F = ma$ não pode ser considerada uma tradução matemática do enunciado newtoniano, devido a que algumas definições, conceitos e ferramentas matemáticas utilizadas em $F = ma$ ainda não eram utilizados no momento em que Newton apresentou sua segunda lei, o que acarreta em uma concepção errônea a respeito da construção de $F = ma$.

---

[3] No entanto, a elaboração de Euler se deve não apenas ao próprio cientista, mas também a suas interações com outros físicos, como d'Alembert, Johann e Daniel Bernoulli, Maupertuis, etc. Por uma questão de economia estilística, quando nos referirmos a $\vec{F} = m\vec{a}$, utilizaremos apenas o nome de Euler, sem que isso signifique desconsiderar outras contribuições.

[4] Note que não estamos utilizando a notação vetorial enquanto falamos de $F = ma$ porque esta notação $\left(\overrightarrow{}\right)$ ainda não havia sido desenvolvida naquela época. Essa notação aparece na equação (1.1) porque é uma citação de um livro atual de Física.

Já em outros livros, como em *Curso de Física Básica*, Nussenzveig define o momento linear, e em seguida, deduz a segunda lei do movimento. Entretanto, associa a essa dedução o enunciado "*a variação do momento é proporcional à força impressa, e tem a direção da força*" (2002, p. 72). Assim, o enunciado de Newton é apresentado em conjunto com a formulação euleriana, sugerindo, com isso, que a elaboração de Euler não passa de uma variante notacional do enunciado newtoniano. Entretanto, como veremos a seguir, o termo variação do momento não está diretamente relacionado à aceleração, mas à velocidade. Dessa forma, podemos perceber o "problema da incompatibilidade" entre o enunciado de Newton e $F = ma$. Com base nesse problema, acreditamos ser pertinente a pergunta: quais foram as principais ocorrências científicas que levaram o enunciado de Newton a ser modificado por Euler? Ou seja, quais eram as limitações do trabalho de Newton para que este precisasse de melhoramentos?

Maltese (1992) e Dias (2006) já realizaram estudos nesse sentido (muito mais aprofundados do que o realizado neste trabalho) sobre a lei do movimento proposta por Euler, utilizando o ponto de vista de que a segunda lei de Newton e $F = ma$ não são o mesmo princípio. Esta seção trata de explicar por que esses não são os mesmos. Então, aqui tentamos estabelecer, nas próximas seções, uma conexão entre a lei proposta por Newton e $F = ma$, usando a linguagem matemática atual e adotando que Newton manteve a variação no tempo implícita em seus problemas de forças discretas atuando sobre impulsos de muito curta duração. Ao fazer isso, podemos obter $F = ma$, embora, como veremos, esse resultado não contenha os fundamentos conceituais nem a generalização que a lei proposta por Euler oferece; em seguida, discutiremos brevemente o método geométrico utilizado por Newton e suas limitações e o conceito ambíguo de força apresentado por ele, que dá margem para diferentes interpretações a respeito da segunda lei; por fim, apresentaremos os principais elementos que diferenciam o enunciado de Newton de $F = ma$, ou seja, o que faltou Newton fazer para generalizar seu enunciado como um princípio fundamental da mecânica, e que foi finalmente apresentado na obra de Euler.

1.2.1. Tentando estabelecer uma conexão entre a lei de Newton e $\boldsymbol{F = ma}$

Newton define movimento, ou quantidade de movimento (1990) como obtido da velocidade e da quantidade de matéria conjuntamente. Assim, como Dias (2006) mostrou anteriormente, a lei proposta parece dizer, de uma forma moderna, que $F \propto \Delta(mv)$. De acordo com Cohen (1970), Newton geralmente omitia o tempo ao lidar com forças discretas atuando em impulsos de duração muito curta.

Então, se concordarmos com Cohen e considerarmos que a expressão *mudança de movimento* na segunda lei significa *taxa de mudança em movimento*, poderíamos pensar em uma relação de compatibilidade entre a formulação de Newton e $F = ma$.

Assim, se adotarmos essa perspectiva, de que essa quantidade de movimento (denotando-a por p) é um produto entre velocidade e quantidade de matéria e de que Newton queria dizer taxa de quantidade de movimento (que na notação moderna significa uma derivada em relação ao tempo), chegaríamos a $F = \frac{dp}{dt}$, que podemos facilmente relacionar com $F = ma$.

Vamos denotar a quantidade de movimento por p:

$$p = mv \tag{1.2}$$

onde *m* é a massa (quantidade de matéria) do corpo e v é sua velocidade. Assim, a taxa de variação da quantidade de movimento pode ser escrita como:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} \tag{1.3}$$

A quantidade de movimento pode mudar devido à velocidade e à massa do corpo. Aqui, estamos adotando uma situação em que a massa m é constante e, assim, pode ser colocada fora da derivada,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{mdv}{dt} \tag{1.4}$$

E sabendo que $a = \frac{dv}{dt}$,

$$\frac{dp}{dt} = ma \tag{1.5}$$

E como a variação da quantidade de movimento no tempo é igual à força resultante, de acordo com a interpretação da segunda lei de Newton, temos finalmente

$$F = ma \tag{1.6}$$

No entanto, é importante perceber que isso é uma *interpretação* de leitura do texto newtoniano, e não uma inferência lógica a partir do mesmo. Contudo, ainda que essa interpretação fosse adotada como correta, isso não resolveria o problema da incompatibilidade entre o enunciado de Newton e a segunda lei do movimento como a conhecemos hoje, pois as elaborações de Euler que culminaram em $F = ma$ foram construídas a partir de ferramentais não utilizados por Newton e elementos conceituais ainda não disponíveis naquela época. Ou seja, houve uma evolução conceitual entre o enunciado de Newton e $F = ma$, e, portanto, $F = ma$ não pode ser compreendida como uma variante notacional do enunciado.

O fato é que o princípio fundamental da mecânica apareceu em 1752, escrito por Euler. Conforme salienta Truesdell (1968), ninguém duvida da lei proposta por Newton, de sua veracidade, mas o que ninguém havia percebido antes de Euler propor o princípio, é que este era um princípio geral sobre os outros, que poderia ser aplicado a cada parte de cada sistema.

1.2.2. Método geométrico e suas limitações

Para Newton, a matemática era essencialmente geométrica, e ele acreditava que esse era o método natural. A mecânica newtoniana era baseada na geometria cartesiana, pois esta resolvia problemas que outros métodos não eram capazes. Por exemplo, nesse método, quantidades diferentes poderiam passar por operações matemáticas, resultando em outra grandeza, algo que antes não era possível de ser feito. Entretanto, dificuldades no método foram encontradas por Newton: as definições cartesianas eram capazes de fornecer as condições para que uma quantidade fosse um produto ou uma razão, mas elas não forneciam o produto, ou seja, não eram capazes de comparar, por exemplo, velocidades ou acelerações.

A fim de resolver essa dificuldade, ainda utilizando os construtos de Descartes, Newton passa a tratar cada quantidade mecânica como uma medida de segmento. Assim, no caso em que se tenha medidas dos segmentos de espaço percorrido e também segmentos do tempo gasto para um determinado movimento, é possível determinar as velocidades e acelerações também em forma de segmentos, e é isso que torna possível obter expressões algébricas para denotar o objeto (PANZA, 2002, p. 18).

Outra dificuldade surge devido ao fato de que o uso de segmentos não era capaz de representar a situação de movimentos não retilíneos. Para resolver o problema, Newton utiliza suas concepções de inércia e força, decompondo o movimento: se nenhuma força atua sobre o corpo pontual, ele fica em movimento retilíneo; se forças atuam sobre o corpo, o movimento é uma combinação dessas forças. No caso de um movimento curvilíneo, forças contínuas atuam mudando a direção do movimento. Dessa forma, a cada instante de um movimento curvilíneo, pode-se expressar a velocidade e a força atuando sobre o ponto, sendo a velocidade representada por um segmento tangente à curva, e a força também representada por um segmento, mas em outra direção, ambos com origem no corpo pontual. Esses segmentos passaram a ser chamados de vetores. Assim, Newton descreve sua mecânica por uma “geometria de trajetórias” (PANZA, 2002, p. 18).

Para Newton, os movimentos são efeitos das forças (ou da inércia), e assim, chama o estudo de dinâmica. As forças e velocidades não são mais entendidas como qualidades dos movimentos, mas como objetos matemáticos, e assim, movimento não é mais dado como um fenômeno externo. Seu método o permitia estender a matemática para o tratamento do movimento de corpos naturais a partir de axiomas e definições que ditavam como os movimentos ocorrem devido a forças. Dessa forma, a mecânica newtoniana torna-se uma ciência de objetos matemáticos, ou seja, resultado de um processo de matematização (PANZA, 2002, p. 19).

Entretanto, a abordagem geométrica não era suficiente para a resolução de problemas mecânicos mais complexos. Por exemplo, problemas em que a extensão dos corpos deveria ser levada em conta, ou seja, corpos rígidos, não podiam ser resolvidos, muito menos os corpos fluidos e deformáveis; problemas mais complexos traziam resoluções muito extensas, sempre utilizando segmentos. Assim, a mecânica newtoniana era limitada aos corpos pontuais. Segundo Panza, um dos objetivos da mecânica analítica do século XVIII foi o de tornar essa ciência da geometrização do movimento a de um objeto analítico, a fim de que essas resoluções pudessem abranger uma classe mais geral de problemas, e de maneira mais prática e sistemática.

1.2.3. Uso de coordenadas naturais

Os problemas nessa época eram tratados com as chamadas coordenadas naturais. Para uso destas, em cada ponto da trajetória, era necessário estabelecer dois referenciais escolhidos "naturalmente" pela tangente e pela normal da situação, de acordo com o contexto do problema (STAN, 2017, p. 4). De acordo com esse uso, era necessário ter certa habilidade para perceber qual era o referencial mais natural, e esse método não era aplicável a corpos extensos e nem a movimentos em três dimensões. Dessa forma, uma classe muito grande de problemas ficava de fora.

1.2.4. Conceitos de força

Um dos conceitos fundamentais presentes na obra newtoniana é o de força. Nos *Principia*, Newton trabalhava com duas concepções gerais de força: a força de inércia e a força impressa[5], que teria vários subtipos, como a centrípeta, de pressão, percussão, etc.

Chang (2014, p.5) discorre a respeito da ontologia do conceito de força de inércia em Newton, a qual é dada como óbvia nos livros didáticos, e até mesmo traz à tona a concepção errônea de que inércia é o que faz o corpo manter seu estado de movimento uniforme ou de repouso. Newton acreditava que a inércia é o que fazia o corpo perseverar o movimento (MARTINS, 2012). Essa ideia de

[5] Nos *Principia,* Newton trata de forças centrais, mas sem se preocupar com a natureza destas. Isso não significa que Newton nunca tenha expressado suas concepções a respeito da natureza da força, mas que estas não eram necessárias para as explicações científicas, como por exemplo, para a teoria de gravitação.

perseverança no movimento surge com Descartes, que muito influenciou as ideias de Newton, principalmente com relação à primeia lei, conforme Cohen (1964) já mostrou anteriormente, e é evidenciada também em Martins (2012).

Entretanto, inércia tem a ver com a massa, a resistência do corpo, e não com perseverança (da forma como Newton pensava sobre perseverança), pois, uma vez que não há forças, o movimento simplesmente não é alterado, e persevera. Halliday e Walker, por exemplo, descartaram os termos “inércia” de seus livros, a fim de evitar a confusão sobre esse assunto (CHANG, 2014, p.11).

A primeira vez que Newton trabalhou com o conceito de força impressa[6] foi a partir do problema da colisão entre corpos. A colisão é tratada em Newton como uma situação discreta de um caso dinâmico, ou seja, como uma ação instantânea (equivalente a força proporcional à velocidade, $F \propto v$). Utilizando a mesma base dessa análise discreta, posteriormente Newton tratou o caso das forças contínuas, também de maneira dinâmica, que são situações em que as forças atuam por um determinado intervalo de tempo, como na queda-livre, por exemplo (equivalente a força proporcional à aceleração, $F \propto a$). Assim, o problema é que, logicamente, o tratamento da situação contínua e da discreta, como feito por Newton, resulta em grandezas dimensionalmente diferentes, o que tornava confusa a definição de Newton para a relação.

Dessa forma, as duas noções de força (discreta e contínua) foram utilizadas nos *Principia*, revelando a conceituação ambígua do conceito de força por parte de Newton. Em sua proposição 1 nos *Principia*, que trata do problema da colisão, Newton considerou as forças como pequenos impulsos discretos; e nos seus *scholium,* trata de movimento acelerado (força contínua) e também da proporcionalidade entre peso e massa dos corpos, que também é um caso de forças contínuas (MALTESE, 1992, p. 27).

Podemos notar a ambiguidade em outros casos também, como no *Waste Book* de Newton, que é onde aparece pela primeira vez a relação entre força e movimento; isso corresponde a $F = \Delta(mv)$[7]. Por outro lado, devido ao uso da lei de

---

[6] Que significa alteração no estado de movimento de um corpo.
[7] Por vários motivos (de natureza da matéria e matemática), para Hankins (em MALTESE, 1992, pg. 27), Newton levou adiante $F = \Delta(mv)$ como enunciado da segunda lei.

Galileu, ao tratar a força centrípeta e a gravidade no *Waste Book*, Newton também utilizou a referência de que a força é proporcional à aceleração, ou seja, o equivalente moderno de $F = ma$.

Percebemos então que estamos diante de duas formulações equivalentes ao que Newton descreve em seus rascunhos: $F = ma$ e $F = \Delta(mv)$. No entanto, o enunciado da sua segunda lei do movimento, que aparece nos *Principia*, será equivalente a $F = \Delta(mv)$. Além disso, em nenhuma parte de sua obra encontra-se $F = ma$ ou o princípio conceitual que lhe dá significado como lei do movimento. Westfall (MALTESE, 1992, p. 21, nota 59 e 60) nota essa ambiguidade na obra de Newton, o que é motivo de muita polêmica ainda hoje a respeito da sua conceitualização de força, e o que leva à confusão a respeito da sua enunciação da segunda lei.

A partir do enunciado da segunda lei proposta por Newton, se levarmos em conta algumas suposições, como o fizemos no item 1.1.1, ainda assim o caminho para $F = ma$ não é trivial, e agora acabamos de mostrar o porquê de não haver consenso a respeito de se Newton queria dizer $F = ma$ ou $F = \Delta(mv)$: suas concepções de força eram confusas devido à ambiguidade mantida entre o uso das forças contínuas e discretas, e muita coisa ainda precisava ser pensada, elaborada e unificada, até que se pudesse chegar ao princípio da mecânica na forma moderna, $F = ma$.

1.2.5. Dependência entre as leis

Na segunda lei proposta por Newton, o movimento de um corpo seria uma sequência de pequenos “golpes”, e diria respeito ao que ocorre quando o golpe é aplicado, e a primeira lei vale quando não há golpe. Para Newton, a primeira lei seria requisitada ao se trabalhar com a segunda. Hoje em dia, utilizamos a primeira lei para definir referenciais inerciais nos quais a segunda lei seja válida.

O princípio proposto por Euler expressa a segunda lei de Newton com relação a um sistema de referência independente, em coordenadas cartesianas ortogonais.

Não somente isso, mas, se a força resultante sobre o corpo for nula, nota-se que sua velocidade torna-se constante, ou seja, o movimento é retilíneo uniforme, estando de acordo com a primeira lei de Newton. A partir da segunda lei escrita por Newton, não se pode deduzir isso (MARONNE & PANZA, 2014, p. 14): com ela, sabemos que se a força for nula, o movimento não é alterado, entretanto, não se pode afirmar que há um movimento retilíneo uniforme. Para isso, seria necessário contar com a primeira lei concomitantemente, que afirma que o corpo permanece em seu estado de movimento, se nenhuma força atua sobre ele, ou se a resultante das forças que atua sobre ele é zero.

Assim, percebe-se que há uma dependência entre as leis propostas por Newton. Estas e as elaborações de Euler são então substancialmente diferentes[8], isto é, houve uma evolução conceitual entre as duas formas de redação (não só de redação como de significado) da lei do movimento (MALTESE, 1992), assim como também ocorre com a primeira lei: inércia não é mais a causa da primeira lei, mas oferece uma definição de referencial inercial[9].

1.2.6. Caso angular

Na enunciação da segunda lei por Newton, este afirma que a variação do movimento ocorre na direção da atuação da força, todavia, isso não é válido para outros tipos de problemas, como os casos de rotação, em que é necessária a introdução de um conceito de quantidade de movimento adequado ao movimento de rotação[10]. Posteriormente, Euler percebe que novos princípios então são necessários para resolver, juntamente a este caso, uma classe maior de problemas.

---

[8] A segunda lei pode ser encarada como resultado de uma série de experiências e observações, que é a chamada visão sintética, defendida por Newton, ou pode ser vista como uma definição, uma função, que é a proposição analítica funcional, defendida por Euler (BUCHDAHL, 1951).

[9] O novo princípio, de certa forma modifica o significado da primeira lei. Inicialmente, para Newton, era necessária uma causa que fizesse o movimento perseverar. Seus estudos sobre Descartes o fizeram mudar de concepção, porém, a ideia de inércia como uma força interna ao corpo permanece em toda sua obra (CHANG, 2014, p. 8).

[10] O tensor de inércia irá influenciar no movimento, em que outrora a massa exercia esse papel.

1.2.7. O que faltou Newton fazer?

Newton deixou um grande legado em mecânica, embora não se possa dizer que foi um trabalho exclusivo, uma vez que seus contemporâneos e sucessores também deixaram grandes contribuições na área. Embora sendo uma grande obra, os *Principia* ainda eram um material a ser aperfeiçoado e completado. Apesar da fecundidade do programa newtoniano, tal programa deixou em aberto diversas questões devido à limitação conceitual e matemática da época.

Por exemplo, além de os *Principia* não conterem equações diferenciais, que poderia ser o álibi que alguns pensadores usam ao afirmar que $F = ma$ foi apenas uma mudança de formalismo matemático, tal obra não contém: 1) o tratamento de qualquer outro tipo de problema a não ser o de pontos materiais: ficam de fora a dinâmica dos corpos rígidos, elásticos, a dinâmica de corpos em interações, fluidos[11], pois nem Newton, nem nenhum outro estudioso contemporâneo dominava o princípio da quantidade de movimento para resolver problemas com relação a corpos deformáveis; 2) o conceito de inércia, que não é definido em Newton; apenas fala-se que para que um corpo se mova, é necessária uma força impressa; assim que ela para de atuar, o corpo mantém seu estado devido à sua força de inércia[12]; 3) leis do movimento angular: Newton até mesmo comenta sobre o movimento de um pião, que somente mudaria seu movimento devido ao contato com o ar, mas não especifica quais leis regem tal movimento (que seria com relação ao movimento angular); 4) o tratamento de corpos celestes como corpos extensos; 5) forma analítica independente da geometria: nenhuma formulação analítica do século XVII poderia ser feita independentemente da representação geométrica. O objeto matemático da mecânica newtoniana era o movimento, e segundo Panza, era *"intrinsicamente geométrico*" (2002, p. 20), devido à conceituação que Newton deu a seus objetos.

Por outro lado, não podemos deixar de mencionar que Newton organizou e deduziu leis e fenômenos aparentemente independentes entre si, criou novos

---

[11] Newton até tratou de alguns desses casos, mas a partir de hipóteses *ad hoc* e que por vezes não levavam a resultados corretos.

[12] O que evidencia a concepção de Newton de que força de inércia seria algo necessário para o corpo perseverar em seu movimento.

conceitos, comparou suas predições a valores medidos, trouxe conceitos dinâmicos genuínos, e não mais os derivados da estática, como outrora era feito; entretanto, não pôde oferecer a forma clássica que hoje utilizamos da mecânica, pois seus princípios não eram claros e precisos (TRUESDELL, 1975, p. 95). Assim, Newton pode ser considerado como aquele que iniciou os preparativos para a formulação de $F = ma$, mas, como veremos, tal formulação contou com inúmeros sucessores para a “produção da mecânica”.

Como vimos, há uma incompatibilidade entre o enunciado proposto por Newton e o que conhecemos por segunda lei de Newton, $F = ma$. Efetivamente, nem $F = ma$ nem nenhuma outra equação diferencial constam nos *Principia*. Nos anos posteriores, coube a outros estudiosos justamente buscar princípios que mostrassem essas equações para os sistemas de Newton, e para os problemas que outros cientistas ainda viriam a estudar. Nomes como Euler aperfeiçoaram seus desenvolvimentos, criando novos campos, conceitos, formalismos, etc, mesmo porque, no século XVIII, os *Principia* não eram a única obra de mecânica: ainda havia as vertentes de Huygens e as de Leibniz (que tinha seguidores como Hermann e os Bernoullis), Varignon e a tradição da estática, os conceitos e métodos newtonianos, o estudo da relação entre forças e suas deformações de Johann Bernoulli, e finalmente, Euler e a junção entre conceitos newtonianos e o formalismo de Leibniz. Essa história se estende até 1788, com a obra de Lagrange, *Mecanique Analytique*, que finaliza os desenvolvimentos da hoje chamada Mecânica Clássica.

1.3. O que foi desenvolvido na mecânica analítica para que $\boldsymbol{F = ma}$ pudesse emergir

Neste texto, vamos comentar a respeito do que estava sendo feito na mecânica no início do século XVIII e que contribuiu para que bases conceituais fossem elaboradas para que então fosse possível a emergência da segunda lei do movimento como um princípio geral da mecânica, como a busca pela generalização de princípios, a introdução da mecânica analítica, com novas técnicas e ferramentais matemáticos, o estudo de determinados tipos de problemas, a unificação de conceitos e a elaboração de bases alternativas para a mecânica, como os princípios variacionais. Essas realizações contribuíram para que a lei proposta por Newton fosse aperfeiçoada e ampliada por Euler para uma classe muito maior de problemas.

1.3.1 Busca por generalização

A mecânica do início do século XVIII estava inflada de princípios, leis e suposições *ad hoc*[13], de forma que a cada novo problema definido, novas formas de resolução precisavam ser elaboradas. Nesse período pós-newtoniano foram então necessários desenvolvimentos teóricos e matemáticos, não apenas no sentido de simbolismo, mas de grandezas e entidades (TRUESDELL, 1975), e desenvolvimentos não experimentais (no sentido de testabilidade), a fim de se definir quantidades físicas e suas relações matemáticas e funcionais[14], visando a elaboração de uma teoria geral. Os novos estudos foram surgindo na medida em que os teóricos se deparavam com cada vez mais dificuldades na resolução de problemas particulares, e a resolução particular não interessava, era apenas o ponto de partida para generalizações corretas.

Daí surge a Mecânica Analítica[15], cujo objetivo então era a generalização de princípios, para que estes pudessem resolver o maior número de problemas possíveis[16]. Devido a essa busca por generalização, a mecânica analítica definitivamente não foi proposta a partir de experimentos, mas a partir de teorias[17]. Truesdell defende (1975, p. 132) que não se pode chamar esses desenvolvimentos de matemática pura, pois a experiência guiava constantemente os raciocínios; é a chamada mecânica racional. Truesdell argumenta que a história da mecânica não é nem experimental nem filosófica, mas sim uma mecânica matemática.

---

[13] Hipóteses *ad hoc* são aquelas que explicam um pequeno número de fenômenos, ou, às vezes, apenas um. Para um maior aprofundamento, ver Silva, 2017.

[14] As relações entre as grandezas passaram a ser vistas como funções matemáticas umas das outras.

[15] O desenvolvimento da mecânica nesse período envolveu a mecânica de partículas pontuais com Newton, até a de corpos contínuos, com Euler e Lagrange.

[16] Quando utilizarmos o termo “mecânica analítica”, estaremos nos referindo à mecânica produzida no século XVIII, que possui ferramentais específicos, cuja base é paralela à newtoniana. Quando utilizarmos o termo geral “mecânica”, estaremos nos referindo à mecânica como um todo, englobando todas as interpretações desta.

[17] Em alguns casos, existiram experimentos posteriores aos desdobramentos teóricos.

Alguns dos princípios elaborados no século XVIII com esse fim foram: o princípio do trabalho virtual de d'Alembert; o Princípio da Mínima Ação, proposto por Maupertuis e também por Euler, a fim de explicar o movimento de um ponto material numa região com presença de forças. Tal princípio utilizava o cálculo de variações[18] e os funcionais[19] como conceito fundamental, e serviu de base para o que hoje conhecemos como Mecânica Analítica[20].

Assim, após os desenvolvimentos de Johann Bernoulli, Maupertuis, d'Alembert e Euler, outros cientistas, como Cauchy, por exemplo, foram responsáveis por estabelecer os conhecimentos que temos hoje em mecânica. É importante frisar que Euler foi uma importante figura, mas não a final no desenvolvimento da Mecânica; Lagrange, Hamilton, Jacobi, embasaram seus estudos não em princípios contidos nos *Principia,* mas nos princípios variacionais e nos demais estudos eulerianos[21]: Laplace introduziu a função potencial e Lagrange as famosas equações canônicas do movimento, assim como contribuiu fortemente para o cálculo das variações, introduzindo o uso de coordenadas generalizadas, o método da lagrangeana, combinando o princípio do trabalho virtual de d'Alembert, estendendo este a um sistema de partículas; enfim, inaugurou "*uma nova era onde a identificação de invariância na física matemática se tornou fundamental*" (MAUGIN, 2014), e assim, praticamente concluindo o desenvolvimento dos princípios de mecânica ao longo do século XVIII.

Dessa forma, percebe-se que por mais de um século, a Mecânica Analítica não foi ancorada em princípios newtonianos. Cerca de cem anos após a publicação dos *Principia*, em 1788, surge a *Mécanique Analytique*, de Lagrange, uma obra que sintetiza toda a Mecânica Analítica, trazendo resumos sobre estática, dinâmica, fluidos, finalizando os desenvolvimentos da mecânica como hoje a conhecemos[22].

---

[18] O cálculo das variações foi criado por Euler, em 1744, em seu *Methodus inveniendi lineas curvas máxime minimive proprietate gaudentes*. É uma espécie de generalização do cálculo diferencial para mais dimensões. Enquanto o cálculo diferencial utiliza funções, o cálculo variacional utiliza funcionais.

[19] Funcionais seriam uma generalização de funções: enquanto uma função liga um conjunto de pontos do domínio a um conjunto de pontos da imagem, um funcional liga um conjunto de funções de domínio a um conjunto de pontos de imagem.

[20] Diferentemente da base galileana, equivalente a a=dv/dt, utilizada na mecânica de Newton.

[21] Lagrange utilizou o *Methodus* de Euler (1744) como base de sua mecânica, ao formular os multiplicadores de Lagrange, que seria uma poderosa ferramenta na resolução de vários tipos de problemas.

[22] Entretanto, as pesquisas em Mecânica Analítica não pararam por ali e Hamilton escreveu um trabalho baseado na revisão de Laplace da mecânica newtoniana. Neste, Hamilton enuncia um novo

Deve-se deixar claro que esta parte da Mecânica Analítica que estamos apresentando, elaborada a partir de funcionais e de cálculo das variações não é uma extensão da mecânica elaborada por Newton, no que diz respeito às suas bases fundamentais: são dois métodos diferentes de se abordar um problema dinâmico, mas que levam a resultados equivalentes. O que nos interessa nesses desenvolvimentos que visavam generalização é que os conceitos e ferramentas elaborados durante a criação da Mecânica Analítica, a qual era uma alternativa à mecânica newtoniana, foram utilizados para colocar a lei de Newton na forma diferencial e ampliar seu campo de atuação.

Assim, parece que a Mecânica Analítica é totalmente independente dos modelos geométricos de Newton e de sua análise de forças. Entretanto, a justificação dos princípios gerais depende de Newton. Para Panza (2002, p. 26), há uma tensão entre a necessidade de eliminação dos modelos geométricos e sua necessidade de invocá-los. Portanto, o nascimento da Mecânica Analítica carrega também essa história de tensão entre os “independentes dependentes”.

Dessa forma, como essas novas construções do século XVIII interferiram na maneira como entendemos e utilizamos a segunda lei de Newton, podemos dizer que as duas mecânicas tem relação, entretanto, não são a mesma coisa. Eventualmente, durante o texto, haverá esse desconforto em entender se elas são complementares ou paralelas, e de fato, ora aparecerão como um caso, e ora como outro. Isso é inevitável, entretanto, não é o objetivo deste trabalho discutir a respeito dessa relação ambígua.

1.3.2 Da mecânica de Newton à Mecânica Analítica

princípio de mínima ação, dessa vez minimizando a integral da diferença entre energia cinética e potencial. Assim, reproduziu os resultados de Euler e Lagrange, podendo resolver uma classe maior ainda de problemas. Após a publicação do material, sua obra foi aperfeiçoada por Jacob Jacobi, resultando no desenvolvimento do conhecido formalismo de Hamilton-Jacobi, utilizado como base para a fundação da Mecânica Quântica. O desenvolvimento da dinâmica do século XIX deveu-se a Jacobi e a Hamilton, entretanto, só foi mostrada a significância do trabalho deste último com o surgimento da física quântica e de partículas. Os trabalhos desses dois só tiveram importância após as formulações de Einstein e os estudos cosmológicos, assim como a descoberta da expansão do universo por Hubble.

A chamada Revolução Científica por muitos é considerada como finalizada com a redação dos *Principia*, e que após Newton, somente melhoramentos matemáticos foram feitos. Discordamos totalmente dessa visão, uma vez que ainda faltavam interpretações físicas, explicações de fenômenos e aplicações em uma nova matemática, mais abrangente e prática que o método de Newton (vide seção 1.2). Se observarmos os estudos produzidos por Newton até os desenvolvimentos de Euler, a partir do advento da Mecânica Analítica, veremos que há relações muito mais complexas do que apenas mudança de formalismo matemático: era necessário um significado mecânico explicativo de toda essa reformulação, a fim de entender como esta era usada, e, além disso, como já comentamos, essa nova mecânica não é advinda dos princípios apresentados por Newton: Euler e Lagrange proveram suas próprias bases, a partir de princípios variacionais, assim como reconstruíram conceitos.

A mecânica newtoniana passou por uma transformação e reformulação. Para Pulte (2001, p. 70), foi Euler quem realmente captou a essência da filosofia matemática. Embora não aceitasse conceitos como o de força de Newton, Euler buscava escrever uma axiomatização newtoniana e ao mesmo tempo analítica da mecânica. Não foi apenas o formalismo diferencial que trouxe a mecânica como a conhecemos, mas também mudanças conceituais na Física (HEPBURN, 2007); por exemplo, se um diferencial é tomado como uma mudança infinitesimal no comprimento de um certo segmento de arco, a definição ainda é, como pensava Newton, geométrica. Já se o formalismo for outro, como o analítico de Euler, chega-se à segunda lei, $F = ma$.

Foi isso que ocorreu com as tentativas de colocar a mecânica newtoniana em outro formato, como as feitas por Varignon, Bernoulli e Hermann; mudaram o formalismo, mas a concepção permanecia a mesma. Em sua *Mechanica Analytica*, de 1736, Euler cita Varignon, Wolff, e Hermann, os quais já haviam escrito a segunda lei no formato moderno, entretanto, ainda com uma visão geométrica (MALTESE, 1992, p. 59). Em *Mechanica*, Euler dá os devidos créditos a Newton[23] e a Hermann, entretanto, faz uma aplicação sistemática que anteriormente não havia

[23] Euler tinha total conhecimento da obra de Newton, e assim, não podemos incorrer no erro de afirmar que Euler escreveu alguma lei análoga à de Newton e não percebeu que chegara aos mesmos resultados.

sido feita por ninguém. Para Pulte (2001), essa obra marca o início da Mecânica Analítica, indo contra as ideias de que a Mecânica Analítica ignorava as fundações conceituais e metodológicas.

Como afirma Panza (2002, p. 27), o programa da Mecânica Analítica não poderia ser somente uma exposição newtoniana[24] em outra linguagem, mas uma ciência mais geral, em que os resultados de Newton são casos particulares. A Mecânica Analítica determina um pequeno número de princípios gerais e a partir deles determina as características dinâmicas do sistema, sobre o qual qualquer tipo de força atua. Ao mesmo tempo, essas equações eram tanto pontos de partida para provas dedutivas, quanto eram instrução para escrever equações de um sistema particular. Nessa situação, movimento não era um objeto matemático, mas um objeto analítico, ou seja, uma relação funcional na forma analítica.

Entretanto, mesmo que não tenham sido a base para os estudos que se seguiram, deve ficar claro que praticamente todas as investigações em mecânica do século XVIII sofreram influência dos *Principia*, pois o paradigma newtoniano estava estabelecido. As reações aos *Principia* foram, principalmente, no sentido de trabalhar com o problema de três corpos e das perturbações no Sistema Solar, que seria de calcular com maior precisão o movimento de um sistema de corpos rígidos regidos pela gravitação universal, e também, o de desenvolver a mecânica para corpos deformáveis finitos. Nessa época, análise do movimento de pontos materiais já era completa, assim como a determinação do centro de oscilação de um corpo rígido. Agora os estudos se focavam também no estudo das oscilações de sistemas flexíveis e na generalização do estudo de colisões para corpos não pontuais. Para este último caso, Maltese discorre a respeito da necessidade da elaboração de um princípio que descrevesse a variação do momento angular do corpo rígido (MALTESE, 1992, p. 145).

[24] Panza faz a leitura de Truesdell como se a matemática analítica fosse uma ferramenta para a exposição da mecânica, o que não era válido para Euler ou Bernoulli, pois estes utilizavam a matemática analítica para estabelecer os conceitos da mecânica racional (2002, p.3). Para Truesdell, a mecânica racional seria o entendimento de suas definições, e a mecânica analítica é o resultado do formalismo de Lagrange, mesmo que tenha havido, por exemplo, Euler anteriormente para que isso fosse concretizado, sobre o movimento de corpos ou sistemas de corpos.

1.3.3 O que era necessário para a generalização de princípios

Para a generalização de princípios, era necessário superar problemas das bases newtonianas, como o da cinemática, uma vez que os problemas antes eram tratados com o sistema de coordenadas naturais, no qual era necessário encontrar um referencial dependente do contexto da situação mais natural possível. Além do mais, nessa base, problemas de três dimensões não eram possíveis de serem resolvidos. Também se fazia necessário estender a dinâmica newtoniana, uma vez que esses princípios e outros dos anos de 1740, só podiam ser aplicados a pontos materiais, ou seja, falhavam em descrever movimentos em contínuos, como os fluidos (STAN, 2017, p. 4-5).

Também era necessária a substituição do modelo geométrico por equações que descrevessem de maneira mais eficiente (analítica) o movimento de uma determinada situação, pois quando os casos são simples, as diferenças da abordagem analítica com relação à mecânica newtoniana quase somem, entretanto, quanto mais complexos são os casos, mais esta última se torna limitada.

A concepção de força de Newton também não era bem aceita, como por exemplo, por d'Alembert, que interpretava a ideia newtoniana de força como um conceito apenas cinemático, sem explicação dinâmica. Também, como já vimos anteriormente, a concepção ambígua de forças discretas e contínuas de Newton era um grande problema para a interpretação e método de resolução dos problemas. Além dessa concepção, havia ainda outras diferentes e as contradições das visões newtonianas, e assim, um novo conceito precisava ser formulado. Sua noção de corpo também era confusa algumas vezes. Era necessário então o esclarecimento de conceitos, como o de força, massa, a noção de inércia linear e inércia de rotação[25].

Além disso, era necessário um método que fornecesse condições de se resolver classes de problemas mais gerais, pois em Newton faltam os corpos rígidos, os corpos em interação, fluidos e deformáveis. Para esse tipo de resolução, era necessário também se compreender bem os conceitos de quantidade de movimento,

---

[25] Esses conceitos aparecem vagamente na mecânica newtoniana, entretanto, não são oferecidas maneiras de medi-las e nem princípios que governem esse tipo de movimento.

ou agora momento linear, bem como um análogo rotacional, que seria posteriormente proposto por Euler, o momento angular.

1.3.4 Fatores que contribuíram para a construção do princípio fundamental da mecânica

Maltese apresenta (1992, p. 204) algumas linhas evolutivas para a construção da segunda lei do movimento: uso do formalismo leibniziano; troca de notação geométrica para notação algébrica; o uso de funções como objetos analíticos; a expressão em coordenadas cartesianas ortogonais e o uso de derivadas parciais; superação da ambiguidade no conceito de força; os estudos das oscilações, corda vibrante e pêndulo; movimento dos fluidos; a introdução dos princípios variacionais; o reconhecimento da generalidade da lei para todos os casos de problemas mecânicos.

A seguir, serão comentados mais aprofundadamente cada uma dessas linhas evolutivas e como de fato elas contribuíram para o desenvolvimento do novo princípio por Euler.

1.3.4.1 Formato analítico (formalismo diferencial e integral leibniziano)

Para os matemáticos do século XVII, estabelecer uma formulação analítica independente da geométrica era uma tarefa muito difícil, pois não era o método usual. Um longo processo ocorreu até o cálculo leibniziano (formalismo diferencial) se apropriar da teoria do movimento (PANZA, 2002, p.21). De acordo com o historiador Michel Blay, podemos considerar o processo como dividido em três estágios: o primeiro estágio foi a tentativa de aplicar soluções diferenciais a problemas estritamente geométricos, feita por Jakob, Johann Bernoulli e também por Leibniz, mas como Blay discute (1992), não havia uma conceituação diferencial ainda. O segundo estágio é devido a Leibniz, que estabelece um princípio geral de proporção entre *ds* e *vdt*. Nesse caso, as velocidades instantâneas são pensadas como pequenos segmentos percorridos em um determinado tempo. O terceiro estágio são as equações de movimento propostas por Varignon; ele podia comparar espaços, tempos, acelerações, comparando segmentos (PANZA, 2002, p. 21-23).

Varignon apresentou à Academia de Ciências de Paris, no início do século XVIII, um trabalho intitulado *Das forças centrais, ou da gravidade necessária dos planetas para descreverem as órbitas que supostamente teriam* (*Des forces centrales, ou des pesanteurs nécessaires aux planètes pour leur faire décrire les orbes qu'on leur a supposées jusqu'ici,* 1703) no qual, a partir da lei de queda de corpos, pôde escrever a segunda lei do movimento na forma diferencial. Entretanto, ainda assim não era um princípio geral mecânico, todavia, um passo à frente no desenvolvimento da mecânica. Vale lembrar que, mesmo para ele, um newtoniano convicto, as bases para seu produto eram os trabalhos de Galileu e não Newton.

A abordagem de Varignon[26] (dos trabalhos entre 1698 e 1711) foi melhorada pelo tratamento de problemas mecânicos na escola leibniziana por Johann Bernoulli, e foi a base da *Mechanica* de Euler. Entretanto, as formulações de Varignon mediam quantidades mecânicas, segmentos de curvas infinitesimais, ou seja, quando se tratava de um problema um pouco mais difícil, era impossível não recorrer à geometria utilizada por Newton para a resolução também.

Posteriormente a Varignon, muitos passaram a estudar os escritos newtonianos e a utilizar bases analíticas. Foi o caso de Johann Bernoulli, que é considerado o primeiro a introduzir equações diferenciais para a resolução de problemas mecânicos.

O uso de equações e do cálculo diferencial e integral oferece uma nova interpretação mecânica para as quantidades em questão (HEPBURN, 2007, p. 16), muito além do que o método geométrico podia alcançar.

1.3.4.2 Coordenadas cartesianas

[26] Sua formulação foi utilizada nas notas de rodapé da edição de Genebra dos *Principi*a (PANZA, 2002, p. 23) (vide seção 2.2.2).

A superação de alguns problemas da mecânica também veio com a introdução de inovações conceituais por Euler, que foram o uso do sistema cartesiano externo ao sistema em três dimensões (no lugar das coordenadas naturais), o que o levou a perceber que a força estava relacionada com a segunda derivada da posição, e também estendeu o estudo de trigonometria esférica para movimentos infinitesimais, a fim de relacionar dois referenciais em que um rotaciona com relação ao outro. Além disso, Truesdell afirma (1960a) que o uso de coordenadas cartesianas tornava a soma vetorial muito simples, assim como nesse formato a compreensão do momento linear, do momento angular e da energia são imediatas, diferentemente do observado nos *Principia*. Foram esses detalhes que o permitiam lidar com o movimento do corpo rígido, fora do alcance da mecânica newtoniana. Aliado ao uso das coordenadas cartesianas, também foi possível decompor os movimentos nos seus eixos principais, o que ampliava o alcance de resolução destes.

O uso de equações diferenciais e de coordenadas ortogonais representa um passo muito importante para o desenvolvimento da Mecânica Analítica; sem esses aparatos, vários problemas não podiam ser tratados, como por exemplo, os contínuos; assim, conforme trata Maltese (1992, p. 148), se não havia essa "capacidade" de resolução antes, então não se pode tratar esses desenvolvimentos sem substancialidade, como apenas formalismos matemáticos.

1.3.4.3 Uso de funções

Outra importante mudança da mecânica de Newton para a de Euler e Lagrange foi o estabelecimento do conceito de função (HEPBURN, 2007, p. 15). Estes últimos adotavam a função como elemento principal a fim de tratar da descrição do movimento. Nesse método, por exemplo, ao se introduzir uma equação para explicar um evento, ela dá a forma analítica da curva, e revela assim a natureza da curva.

O que ocorre então no século XVIII é uma reformulação da matemática como um todo: a função agora é uma abstração de uma quantidade, e não aplicação da matemática a um fenômeno físico. Funções não precisam ser distinguidas entre números e magnitudes, e estas últimas não precisam ser distinguidas de suas naturezas. A Mecânica Analítica, ao fazer uso de funções e equações, tornava mais fácil o transporte da estrutura de resolução de um problema a outro, ou seja, mais problemas poderiam ser resolvidos com um único método, e este ainda fornecia a física do sistema, em vez do uso de trajetórias. Para Guicciardini, a análise infinitesimal sofreu um processo de "de-geometrização", em que os objetos passaram a ser funções, o que mudou a matemática do século XVIII numa direção em desacordo com os preceitos de Newton[27] (2004, p. 241). Assim, pode-se considerar que a análise matemática é uma formulação exclusiva do século XVIII (PANZA 2002, p. 26).

1.3.4.4 Estudo das colisões e unificação do conceito de força

Anteriormente aos desenvolvimentos do século XVIII, a descrição do fenômeno de colisão era tratada como uma extensão do princípio da alavanca, relacionado ao equilíbrio do sistema. Seu estudo era puramente cinemático, limitando-se ao antes e ao depois da colisão. Leibniz, por exemplo, trabalhava com esse problema, a partir do seu princípio da continuidade, no qual os corpos elásticos se deformam em um determinado intervalo de tempo durante a colisão. Para Leibniz, a força que atua em sistemas em equilíbrio é chamada de força morta[28]; é a mesma que atua no braço da alavanca quando o equilíbrio é desfeito; ou seja, é a força que gera o movimento, $F = {}^{dp}/_{dt}$. Quando o corpo já se move, atua a *vis viva*[29], mv^2. Apresentamos essa visão para mostrar que para que Leibniz encontrasse a segunda lei do movimento, bastaria a análise da força elástica, ou seja, a aplicação de $dv = adt$ ao problema, conforme descreve Maltese (1992, p.

[27] Entretanto, essa "de-geometrização" foi um processo silencioso; após a segunda metade do século XVIII, os britânicos se viram isolados com seus métodos e linguagens. Essa nova imagem tem sua versão final no início do século XIX com Cauchy. Assim, até essa mesma data, trabalhos como os de Euler e Lagrange nem eram citados na Grã-Bretanha. Houve posteriormente o uso de equações diferenciais parciais, e depois, o desenvolvimento do cálculo das variações.
[28] A força morta pode ser entendida como energia potencial.
[29] Pode ser entendida como uma espécie de energia cinética.

77); dessa forma, o dualismo dos conceitos de força desapareceria e o princípio geral emergiria. O que se quer afirmar aqui é que o princípio agora estava próximo de todos, devido a construções conceituais; mas não estava na época de Newton.

Em 1724, a Academia de Paris ofereceu o prêmio anual para o melhor modo de tratamento das leis de comunicação do movimento. Colin MacLaurin ganhou com a defesa de corpos duros, colisão instantânea e conservação da quantidade de movimento; do outro lado estava Johann Bernoulli, com um trabalho não de menor nível, relacionando colisões elásticas e a conservação da *vis viva*[30] (MALTESE, 1992, p. 77). Nas obras de Euler e também de Bernoulli, a colisão é vista como uma força que pode atuar com continuidade, e é a partir dessa última interpretação que ocorre a unificação do conceito de força.

> Não podemos imaginar o *Découverte d'un noveau principe de Mécanique* sem essa unificação, e não podemos pensar nessa unificação sem a concepção contínua da matéria, devida a Leibniz (MALTESE, 1992, p. 199).

Para Maltese (1992, p. 205), as duas concepções de força (discreta e contínua, ou seja, colisão e queda livre) permaneceram tanto tempo na mecânica devido às concepções de matéria que os cientistas tinham na época. E, aliás, tal disputa não se tratava apenas de uma questão de palavras, mas sim da relação entre a força e o movimento, determinante para a elaboração e enunciação da segunda lei do movimento. Newton aparece como grande nome ao conceber a força como algo que altera o estado de movimento de um corpo, e não ao associá-la ao estado de movimento do corpo, ou seja, tratando esta como uma causa externa. Aliando esse conceito ao de matéria contínua, o caminho para a produção da lei fundamental do movimento tornava-se de fácil acesso.

Outra divergência de ideias que levou às mudanças nas concepções de matéria e de força foi a respeito da descrição de curvas: se a curva era contínua, relacionada a uma força contínua, ou se era uma curva poligonal, que estava relacionada com uma série de colisões; ou seja, foi um problema matemático que influenciou na descrição física do sistema. Assim, como se pode afirmar que os desenvolvimentos após Newton foram simplesmente formais? E essa nova conceituação de força, por acaso já existia no século XVII? Foram necessários os

[30] Johann e Daniel Bernoulli adaptaram o método de Leibniz para resolver brilhantemente alguns problemas, entretanto, apenas os mais simples.

avanços conceituais aqui tratados para que uma forma nova e geral de descrever os movimentos emergisse.

1.3.4.5 Estudo das oscilações, corda vibrante e pêndulo

Segundo Lagrange (MALTESE, 1992, p. 33), os estudos das oscilações e dos centros de oscilações foram muito importantes para o desenvolvimento da Mecânica Analítica. Em 1638, Descartes desenvolve alguns estudos a respeito de pêndulo e oscilações; em 1673, Huygens escreve sua importante mais obra sobre o tema, *Horologium Oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae*. A dinâmica do corpo rígido foi assim iniciada por Huygens[31] (1673) com a solução para o problema do pêndulo físico, válida para sistemas em torno de um eixo fixo (TRUESDELL, 1960a, p. 15). Entretanto, deve-se salientar que essa solução não era válida para todo sistema de um corpo rígido.

Mais tarde, após críticas ao material de Huygens, Jakob Bernoulli se interessou e estudou o problema do centro de oscilação e formulou sua própria teoria[32], propondo uma nova abordagem da mecânica a partir desse problema, utilizando o princípio da alavanca, a partir de hipóteses integrativas. Ou seja, em seu trabalho, para se determinar o movimento de um sistema vinculado, era necessário introduzir forças que mantivessem esses vínculos, e, além disso, as acelerações (com sentido contrário) são equivalentes a forças estáticas. Também é importante lembrar que para a resolução de problemas de estática, não só o equilíbrio de forças é importante, como também o equilíbrio de momentos. Esse trabalho de Jakob é considerado por Truesdell o segundo mais importante para o desenvolvimento da mecânica, logo atrás dos *Principia* (MALTESE, 1992, p. 38).

Para Truesdell (1968, p. 252), os trabalhos de Jakob Bernoulli de centro de oscilação também marcam a aparição do princípio do momento angular, que seria importante para a construção do princípio fundamental. Deve-se lembrar que isso

[31] Christiaan Huygens foi um nome muito presente também no estudo da colisão, e o diferencial de seu trabalho foi introduzir a relatividade dos movimentos e o centro de gravidade do sistema. Huygens se apoiava também no princípio de conservação de energia.
[32] Trabalho iniciado em 1686, aperfeiçoado até 1703, publicado em 1705.

ocorreu antes[33] dos *Principia*, não podendo assim essa extensão da mecânica ter sido derivada das leis de Newton (MALTESE, 1992, p. 39).

Jakob Bernoulli também atuou em outras frentes, além das oscilações, e assim, publicou, em 1697, a solução para o problema da queda mais rápida de um corpo, ou também conhecida como braquistrócona, a partir de um princípio variacional, variando a curva em um único ponto, a partir de um sistema ortogonal de coordenadas, a fim de compará-las[34]. Posteriormente, Johann Bernoulli reescreveu esse material do irmão Jakob (1719), mas dessa vez explicitando equações gerais e propriedades para a base do cálculo variacional, o que era de extrema importância para Euler propor o novo princípio. Tal trabalho foi motivado pelos estudos de Brook Taylor, em *Methodus incrementorum*, de 1715.

Taylor contribuiu na área ao analisar o movimento de uma corda vibrante e determinar, em seu *Methodus*, sua frequência de vibração do modo fundamental e sua forma. D'Alembert e Daniel Bernoulli também se apoiaram nos resultados de Taylor para suas pesquisas, utilizando a análise da corda como uma extensão do centro de oscilações a sistemas flexíveis, ao observar que todos os elementos da corda passam pelo ponto de equilíbrio simultaneamente, o que significa que o movimento é equivalente a um pêndulo simples. Assim, Taylor utilizou a segunda lei na forma analítica para obter a força em direção ao centro da corda. Foi a primeira vez que o princípio foi aplicado a um corpo contínuo, entretanto, este não reconheceu o resultado como uma equação diferencial e algumas partes do trabalho são confusas e errôneas (TRUESDELL, 1975, p. 108). Dessa forma, Taylor esteve muito próximo de enunciar a lei do movimento, entretanto, como esse não era seu objetivo, acabou por desviar-se do caminho (MALTESE, 1992, p. 43).

Alguns anos após a publicação dos trabalhos de Taylor, Johann Bernoulli publicou sua análise da corda vibrante (1727), a partir do estudo da força restauradora de uma corda tensa de massa nula, e submetida a uma carga de n massas iguais e equidistantes entre si (TRUESDELL, 1975, p. 108), cujo objetivo também era determinar o comprimento do pêndulo isócrono, o que foi feito com sucesso; os resultados obtidos foram similares aos de Taylor. Nesse trabalho,

[33] Exposição iniciada em 1686 e finalizada com o tratado completo em 1703.
[34] Algumas das considerações de Bernoulli não foram utilizadas por, ou foram diferentes das de Euler.

também Johann Bernoulli chega muito próximo à segunda lei do movimento na forma moderna; entretanto, seu objetivo era descrever o período do movimento harmônico, e desviou-se novamente da rota para o princípio geral. Maltese salienta que se Bernoulli o tivesse feito, seria a partir da lei de queda livre e do princípio da energia cinética, e novamente, não a partir dos *Principia* (1992, p. 48)[35].

Johann Bernoulli também publicou sua teoria[36] acerca do momento angular, em que faz uso de diferentes gravidades (diferentemente do tratamento de Jakob). Sua técnica de encontrar o centro de oscilação de um sistema consistia em reunir todas as massas em um único ponto; tal trabalho foi importante para a distinção entre massa e peso.

Mas somente em 1742 é que Johann faria uso de conceitos puramente dinâmicos, como aceleração angular, para escrever a relação entre momento de inércia e momento da força (torque) (MALTESE, 1992, p. 42). Nesse ano, ele apresenta a primeira solução para o problema das oscilações de um sistema composto, *De pendulis multifilibus* (MALTESE, 1992, p. 152); devido à generalidade do trabalho é que sua obra torna-se importante para o desenvolvimento da Mecânica Analítica. Para Truesdell (TRUESDELL, 1960a), é na solução e redação das equações do movimento desses problemas que aparecem resquícios do que viríamos a chamar posteriormente de segunda lei do movimento (MALTESE, 1992, p. 153). Esses estudos chamaram a atenção de Euler, o qual utilizou essa forma de generalização para sua teoria. Para Maltese (1992, p. 155), Johann Bernoulli inclusive teve essa capacidade de generalização devido à clareza com que tratou grandezas como massa, peso e aceleração.

Um dos motivos pelos quais Johann Bernoulli não foi quem chegou ao princípio fundamental é que nessa mesma obra, em que utiliza os argumentos há pouco citados, descritos da metade em diante da obra, restringe-os às pequenas oscilações; não tivesse ocorrido tal restrição, talvez Johann tivesse alcançado o princípio antes de Euler.

---

[35] As inovações que distinguem a abordagem de Euler daquela de Bernoulli é justamente a provida por Taylor. Apesar de Taylor ser inglês e trazer a notação newtoniana em seu trabalho, sua análise parecia-se muito mais com a continental. Entretanto, seria incorreto afirmar que os trabalhos de Euler foram uma extensão dos resultados de Taylor, apesar de Euler chegar a uma derivação similar à deste, já que havia diferenças conceituais entre os dois.

[36] 1714 em Acta Eruditorum e 1717 na Academia de Paris.

Daniel Bernoulli também trabalhou, em 1733, com a natureza dos pequenos modos de vibração, a fim de calcular as frequências destes. Tomou os problemas oscilantes como superposições de pequenas oscilações, ou também, assumiu que um movimento vibratório mais geral pode ser tomado como uma superposição de modos simples de vibração; entretanto, como não partia de equações diferenciais, a demonstração era impossível e nunca pôde justificar a hipótese.

Além disso, Daniel também trabalhou com o problema das cordas vibrantes. Em seu trabalho, comenta sobre a falta de princípios para se tratar problemas de corpos flexíveis. Daniel não utiliza condições estáticas para suas resoluções, assim como fez Johann, mas analisa a ação das forças em um determinado intervalo de tempo. Assim, pela primeira vez, faz aparecer os modos superiores de vibração na análise de um sistema de oscilações. Maltese concorda com as ideias de Truesdell ao afirmar que Daniel tenta chegar à solução de um problema que não era possível de ser resolvido com os princípios disponíveis (MALTESE, 1992, 52-53); podemos nos questionar então a respeito do que Daniel buscava de novidade, uma vez que a defesa tradicional apresentada nos manuais de Física é que a mecânica já havia sido toda desenvolvida. É óbvio que desenvolvimentos conceituais eram necessários para a superação desses problemas mecânicos.

Euler generalizou todos os resultados de Daniel Bernoulli, mesmo utilizando um princípio diferente. Durante o estudo do oscilador harmônico, Euler passou a integrar as equações ordinárias, o que facilitou muito a solução para o problema das vibrações. As pesquisas sobre o centro de oscilação tiveram fim em 1735 com a apresentação da obra de Euler (*De minimis oscillationibus corporum tam rigidorum quam flexibilium methodus nova et facilis*, publicada em 1740), a qual reduzia os problemas à determinação do movimento de oscilação de pêndulos simples, para o caso de corpos rígidos; e para o caso de corpos flexíveis, o essencial seria determinar previamente a forma da curva descrita durante o movimento para então determinar a resolução (MALTESE, 1992, p. 54). Euler utilizava séries para a obtenção dos resultados, mas nesse caso, para barras elásticas. Além disso, Euler não somente utiliza o método da condição de pêndulo, como também adota a estática para o problema, sempre buscando o equilíbrio para a análise do sistema. Esses desenvolvimentos de Daniel Bernoulli e Euler foram de grande importância para o estabelecimento dos princípios gerais da mecânica.

Assim, a partir das pesquisas com relação ao centro de oscilação, que ocorreram paralelas à mecânica newtoniana, surgiram o princípio de d'Alembert, o do momento angular e o da conservação de energia cinética. Com a análise do movimento de sistemas flexíveis também surgiu a análise fenomenológica do movimento.

1.3.4.6 Movimento de fluidos

Juntamente aos problemas da corda vibrante, outra classe de problemas influenciou Euler para que este focasse sua atenção para a generalidade do método, que seria a respeito da análise do movimento de fluidos de Johann Bernoulli de 1742. Euler chamou tais métodos de "novos e genuínos" (MALTESE, 1992, p. 165). A partir dos fluidos, Euler percebe que o movimento pode ser decomposto entre um movimento de rotação e um de translação. Esse conhecimento foi importante para que Euler pudesse tratar o problema dos corpos celestes como corpos extensos, os quais necessitavam de um análogo angular que regesse seu movimento de rotação.

Em 1727, Daniel Bernoulli foi o primeiro a aplicar corretamente o princípio da conservação da quantidade de movimento a um meio contínuo, assim como posteriormente, analisar a velocidade do fluido em movimento. O resultado dessa análise é a equação que hoje conhecemos como equação de Bernoulli; entretanto, as ideias que hoje utilizamos não são as mesmas que levaram Daniel a propô-la.

Em 1739, Johann Bernoulli introduziu as equações gerais da hidráulica, em sua obra *Hydraulica*[37], e fez uso do princípio de que a força aceleradora é igual à massa vezes a aceleração (TRUESDELL, 1975, p. 112); foi o primeiro a determinar o movimento de um corpo deformável mediante o equilíbrio de forças (TRUESDELL, 1975, p. 120). Não se pode dizer que foi simplesmente a aplicação do "princípio newtoniano", pois foi observado que era necessário levar em conta a ação do fluido sobre si mesmo. Entretanto, Bernoulli, mesmo tendo as relações suficientes, não escreveu as equações de movimento, limitando-se a integrações do problema em

---

[37] Publicada em 1742, mas lida por Euler em 1739.

questão. Nesse trabalho, Johann Bernoulli já utilizava o sistema de coordenadas cartesianas retangulares.

Em *Hydraulica*, Johann Bernoulli introduz a grandeza “*gurges*” (ou “vórtices”) para descrever a porção de fluido que se encontra na região de transição entre uma alta e uma baixa velocidade; a fim de calcular o gradiente de velocidade nessas microrregiões, e assim, a força resultante em cada uma delas, Johann Bernoulli obtém uma equação diferencial, que seria, segundo Truesdell, *“um progresso na mecânica dos contínuos*” (1955 *apud* MALTESE, 1992, p. 171). Euler elogia o método de Bernoulli e o utiliza para aplicá-lo a casos mais gerais; além disso, retira o uso incômodo dos “*gurges*”. Para Truesdell, Euler tomou o cerne do método de Johann dos elementos infinitesimais e o aplicou aos contínuos (TRUESDELL, 1955 *apud* MALTESE, 1992, p. 176). Maltese comenta a respeito de que para nós esse método parece óbvio, mas que foram necessárias seis décadas de desenvolvimentos conceituais para que fosse estabelecido; para a História da Ciência, o mais fácil foi considerar que a ideia já era aquela descrita por Newton (MALTESE, 1992, p. 176). Na segunda parte da *Hydraulica*, enviada a Euler em 1740, Bernoulli afirma que sua teoria pode ser descrita por dois princípios, um hidrostático e um hidráulico; sobre eles Euler construiu sua teoria de fluidos.

1.3.4.7 Condição de pêndulo e equilíbrio: equações diferenciais

Em 1743, Johann Bernoulli e d’Alembert obtiveram as primeiras equações diferenciais para sistemas com mais de duas massas, as quais foram utilizadas na resolução de problemas de mecânica de corpos, no problema da vibração de uma barra com cargas, por Daniel Bernoulli, Euler e Johann Bernoulli, assim como no problema de uma corda com carga, no momento em que a análise até então disponível não era suficiente para dar conta de problemas de corpos finitos. Nesses problemas, independentemente, os cientistas aplicaram a “condição de pêndulo” e o equilíbrio dos momentos das forças para as oscilações do corpo.

O problema exposto por d’Alembert para a corda com carga é o *Traité de Dynamique* (1743), o primeiro a fornecer uma regra geral para a obtenção de equações de movimento para corpos vinculados, e obra na qual trata o mesmo problema de Johann Bernoulli, afirmando poder expressar toda a mecânica através de três princípios: inércia, decomposição de forças e o princípio que hoje conhecemos como "princípio de d'Alembert" (MALTESE, 1992, p. 156). A diferença para com Bernoulli é que d'Alembert expressava explicitamente a evolução temporal do sistema, e também trabalhou com o caso limite para uma distribuição contínua, retomando a condição de pêndulo de Daniel Bernoulli. Para o caso em que o equilíbrio não fosse mantido, d'Alembert escreveu a equação diferencial do movimento da corda, a primeira, segundo Truesdell (1960, p. 192 *apud* MALTESE, 1992, p. 157), para meios contínuos. Ao oferecer a equação para além da condição de pêndulo, que restringia as soluções, d'Alembert também contribui significativamente para o desenvolvimento da mecânica[38]. Seu princípio não era suficiente para resolver os problemas gerais da dinâmica, entretanto, como admitia outros princípios, abriu caminho para resoluções da mecânica, além de ser o primeiro a expressar o movimento em derivadas parciais, utilizando um posicionamento bem diferente do pensamento newtoniano, visto que d'Alembert tinha um pensamento contrário aos princípios e ideias metafísicas newtonianas[39] (TRUESDELL, 1960, p. 22).

1.3.4.8 Princípios variacionais

Em 1744, Euler escreve *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*, sua primeira sistematização do cálculo das variações, estabelecendo assim um novo ramo de análise na mecânica, a partir da formulação do problema variacional de maneira geral, identificando padrões de soluções em forma de equações, e oferecendo uma técnica de derivá-las (FRASER, 1994, p. 103). Seu objetivo é mostrar que resultados já conhecidos podem ser obtidos de

[38] A ideia de que d'Alembert tentou reduzir a dinâmica à estática é uma ideia errônea, que, segundo Dias (2006, p. 207), pode ter sido disseminada pelo que Truesdell chama de princípio da aceleração reversa; o que d'Alembert fez foi separar equações entre equações de movimento e equações de vínculo.

[39] Embora tivesse um pensamento contrário aos princípios e ideias metafísicas newtonianos, em 1746, d'Alembert derivou a equação linear de onda para pequenas vibrações em uma corda utilizando a abordagem newtoniana.

uma condição de máximo ou mínimo de uma função. Euler procura um novo ferramental matemático que o permita introduzir um princípio que esteja de acordo com os resultados obtidos por Newton, e que possa ser um princípio geral variacional (MARONNE & PANZA, 2014, p. 17). Os resultados de Euler nesse assunto foram essenciais para a generalização da formulação do Princípio da Mínima Ação por Lagrange, que marcam de fato a origem da Mecânica Analítica.

A possibilidade de expressar movimentos e condições de equilíbrio de sistemas gerais somente surgiu com a mecânica fundada sob princípios não newtonianos, conhecidos como princípios variacionais. Assim, os problemas eram tratados como casos particulares do "*problema de equilíbrio de um sistema mecânico e do problema de movimento de um sistema mecânico*" (PANZA, 2003, p. 1), através de sistemas adequados de equações.

1.3.5 Rumo ao princípio fundamental

Em 1744, Euler escreveu dois trabalhos, entre os quais pode-se notar uma grande evolução conceitual euleriana rumo ao princípio fundamental. No primeiro (publicado em 1751), Euler lamenta-se por, mesmo tendo trabalhado bastante, ainda não obter princípios gerais para a descrição dos movimentos, pois os problemas tratados por ele e por Daniel puderam ser reduzidos à estática (MALTESE, 1992, p. 158), e assim, não foi necessária a busca por princípios novos e gerais; nesse trabalho, Euler resolve problemas particulares, assim como utiliza princípios especiais e a conservação da quantidade de movimento, entretanto, sem enunciar um princípio geral.

No segundo trabalho (também publicado em 1751), pode-se dizer que foi o passo decisivo para o surgimento da segunda lei do movimento, ao utilizar a teoria de oscilações para vibrações de extensão finita e as coordenadas cartesianas ortogonais. O que Euler fez, na verdade, foi tomar um sistema de $n+1$ pontos materiais, levando ao limite do infinito o número de partículas, generalizando assim o sistema para uma corda com peso. Truesdell argumenta (1960, p. 223 *apud* MALTESE 1992, p. 159, nota 322) que, ainda nessa data, Euler não tinha total conhecimento do método que estava produzindo, pois a parte discreta do problema estava completa, entretanto, a parte contínua ainda era somente uma mudança de formalismo.

A partir do momento em que foram enunciadas as equações do movimento, foi possível desenvolver a teoria das pequenas vibrações. A equação mais famosa desse período foi a de d'Alembert para pequenas oscilações da corda vibrante, de 1747 (MALTESE, 1992, p. 162); não somente isso, mas é uma das primeiras vezes, segundo Maltese (1992, p. 163), em que a segunda lei aparece como princípio geral, capaz de fornecer as equações de movimento do sistema. Paralelamente, d'Alembert tratou a força atuante sobre o elemento comparando-a à força de gravidade de queda livre, salientando o caráter dinâmico dessa última. Entretanto, este limitou-se a condições não necessárias. Esses avanços de d'Alembert foram muito importantes para que Euler compreendesse as potencialidades da segunda lei para corpos contínuos, conforme trata Truesdell (1960, p. 251 *apud* MALTESE, 1992, p. 164).

Outro importante trabalho nessa área é devido a Euler, publicado em 1748, *De propagatione pulsuum per medium elasticum,* no qual trabalhou com o mecanismo de propagação do som no ar. Esse "trabalho deu pela primeira vez a solução geral do problema das pequenas oscilações de pontos materiais" (MALTESE, 1992, p. 162), de modo que ofereceu a solução como uma superposição de oscilações simples; esses modos simples são tratados como soluções particulares das equações gerais do movimento. Euler posteriormente defendeu que somente o uso das equações diferenciais já oferecia por si só um enunciado completo. O que faltava a Euler nesse momento era somente a consciência da generalidade da segunda lei (MALTESE, 1992, p. 164-165), que chegaria com os estudos relacionados à gravitação universal.

Esses resultados são alcançados no artigo de 1752, onde $F = ma$ é escrita pela primeira vez; entretanto, ainda não podemos afirmar que foi o resultado conclusivo para a enunciação da segunda lei do movimento como hoje a conhecemos, pois também trazemos o caso rotacional à tona. A formulação definitiva do momento angular por Euler e a consciência de dois princípios fundamentais independentes ocorreria somente em 1776 (MALTESE, 1992, p. 103, nota 238).

Por volta da metade do século XVIII, muitos autores estavam trabalhando com problemas similares aos aqui tratados, e assim, torna-se difícil comentar a respeito de cada um dos seus desenvolvimentos nesse período, assim como Panza também discute (2002) que ocorre com o impreciso nascimento da Mecânica Analítica. Dessa forma, aqui elencamos apenas alguns dos principais trabalhos e nomes que compreendemos terem feito contribuições diretas ao trabalho de Euler.

1.4. Euler e a formulação de um novo princípio

Euler modifica o conteúdo da segunda lei e formula um novo princípio, que amplia o entendimento da segunda lei proposta por Newton. Nas próximas subseções, veremos quem foi Euler, assim como veremos detalhadamente os fatores que contribuíram para que a produção desse novo princípio ocorresse, quem foram os principais nomes que contribuíram com Euler nessa construção, e a consolidação do princípio que hoje utilizamos como segunda lei de Newton. Veremos onde Euler se encaixava na construção da mecânica do século XVIII; em seguida, veremos as concepções conceituais de Euler; passamos, na sequência, às suas realizações; depois, são comentados os elementos utilizados por Euler para a elaboração do novo princípio, e finalmente, nos itens 1.4.6 e 1.4.7, tratamos especificamente da construção da segunda lei do movimento, como a conhecemos hoje. Ao fim desta seção, finalmente teremos o quadro completo do novo princípio de Euler, elaborado devido às limitações da mecânica de Newton, já apresentadas aqui anteriormente.

1.4.1 Leonhard Euler

Leonhard Euler (1707-1783) foi um dos mais importantes matemáticos do século XVIII. Euler teve influência de seu pai para aprender matemática, ao ponto de que com treze anos já ingressava na universidade de Basel. Seu professor era Johann Bernoulli, irmão mais novo de Jakob Bernoulli, o qual havia sido professor do pai de Euler (GAUTSCHI, 2008).

Em 1727, Euler foi convidado por seus amigos, filhos de Johann Bernoulli, a ingressar na recém-fundada universidade de São Petersburgo, na Rússia, que era o centro do Renascimento russo, onde Euler encontrou muitas oportunidades.

De fato, os relatos de Euler mostram uma Academia próspera, que oferecia oportunidades a jovens cientistas, assim como dava liberdade para a suas escolhas de projetos de pesquisa (HOFFMANN, 2007, p. 62). Nesse primeiro período em São Petersburgo, Euler se dedicou não só à matemática e à mecânica, como também a problemas de astronomia, geografia, música, e outras áreas. Isso o tornou um dos membros mais ativos na Academia. Sua lista de publicações e prêmios é enorme.

Em 1741, Euler recebeu um convite do rei da Prússia para ser o diretor da matemática na futura Academia de Ciências em Berlim; devido à mudança de reinado e aos conflitos ocorrentes em São Petersburgo, Euler não pensou duas vezes antes de aceitar o convite.

A Academia Prussiana foi inaugurada em 1746, e logo depois disso Euler também teve ali uma extraordinária reputação, devido às suas publicações. Estas foram tantas que ora eram publicadas na Academia de Berlim, ora na Academia de São Petersburgo, e ora na Academia de Paris. Assim, nota-se que Euler permaneceu ativo tanto em Berlim quanto em São Petersburgo nesse tempo. Euler tentava promover os jovens cientistas russos, e tinha realmente influência na Academia para tal feito. Dessa forma, vários desses jovens que teriam futuros postos em São Petersburgo passaram um tempo com Euler, para aprofundar seus conhecimentos. De tão apreciador da cultura russa, em Berlim, Euler inclusive utilizava o modelo de burocracias científicas que São Petersburgo utilizava.

Depois que Maupertuis, o presidente da Academia de Berlim morreu, o próprio rei Frederick II assumiu esse posto. O rei não dava muita importância a Euler, não reconhecia seu trabalho extraordinário e nem nunca pensou em oferecer a Euler o cargo de presidente. Aliado a isso, havia muita instabilidade e incertezas em Berlim, ainda mais devido às dificuldades geradas pela Guerra dos Sete Anos. A moeda passou a ser depreciada, o rei não pagava Euler corretamente, e isso tudo e mais uma série de fatores fez com que ele percebesse que não poderia realizar suas ambições ali (HOFFMANN, 2007, p. 68), e resolveu retornar a São Petersburgo.

Em 1766, Euler retornou à Rússia, com grande prestígio. A relação com o diretor da academia ainda era difícil, mas era algo que podia ficar em segundo plano. Logo Euler deixou de lado essas obrigações acadêmicas e se concentrou no trabalho científico. Esse período de 17 anos até sua morte foi muito frutífero. Em 1771, Euler ficou completamente cego, o que não diminuiu sua produtividade; muito pelo contrário, foi nessa época que São Petersburgo não dava conta de publicar todos os seus artigos, e teve que contar com as publicações na Academia Francesa e de Berlim.

O Iluminismo europeu começou na década de 1720, quando a matemática ainda não era uma profissão. Os cientistas que trabalhavam nessa área geralmente eram aristocratas, trabalhavam com medicina ou leis, mas a célebre disputa entre Newton e Leibniz e o desenvolvimento do Cálculo Diferencial Integral trouxeram grande prestígio à área. Aliado a isso, nessa época houve também a pesquisa de Euler, que se tornou um dos mais proeminentes cientistas matemáticos da história, e também o que trouxe contribuições muito relevantes (CALINGER, 1996, p. 5).

Euler trabalhou nas áreas de análise infinitesimal, cálculo diferencial, mecânica racional, mecânica celeste, balística, hidráulica, teoria de elasticidade, teoria da música, óptica, etc, para as quais trouxe grande desenvolvimento, devido à clareza de seus trabalhos. Tornou as Academias de São Petersburgo e Berlim importantes centros de pesquisa na Europa (CALINGER, 1996).

1.4.2 Panorama geral

Euler foi responsável pela tradição newtoniana em mecânica que temos hoje, baseada nos princípios do momento linear e angular, utilizando a ideia de vetores, referenciais, coordenadas cartesianas e também a relatividade do movimento (MALTESE, 2000, p. 321).

Ele estendeu a segunda lei de Newton para além do seu domínio de aplicação inicial. Os conceitos newtonianos permitiam resolver problemas a partir de leis gerais; com a ajuda de Euler, que esclareceu (de maneira até parecer óbvia hoje em dia) e ampliou tais conceitos, a mecânica agora era capaz de resolver uma grande gama de problemas a partir de poucos axiomas e leis. O diferencial proposto por Euler está na generalização; é essa a mecânica que hoje chamamos de newtoniana. Podemos tratar a relação de Euler com Newton de duas formas; a primeira é a diferenciação no formalismo matemático, em que Euler coloca a descrição do movimento no formalismo do cálculo leibniziano, fazendo a descoberta de que os processos mecânicos possuem dependências funcionais entre suas variáveis; e a outra é a escolha de Euler por teorias dinâmicas, a fim de buscar uma teoria geral para a descrição dos movimentos do sistema.

Euler teve um grande trabalho de esclarecimento, organização e extensão dos princípios de mecânica, mostrando (diferentemente da complexidade trazida nos trabalhos de Newton e Bernoulli, por exemplo) como, a partir de princípios newtonianos, problemas reais poderiam ser resolvidos. Foi ele quem tornou a mecânica simples e com o caráter moderno que hoje estudamos. Para Gaukroger (1982), o objetivo de Euler era reformular a dinâmica newtoniana de maneira a ser bem estabelecida, preocupando-se principalmente da explicação da ação de um corpo sobre o outro.

Euler desejava tornar a mecânica newtoniana um sistema indiscutível, baseado nos seus princípios eulerianos de impenetrabilidade e de extensão (que serão comentados na sequência); entretanto, somente esses conceitos não poderiam explicar o movimento uniforme ou repouso, a partir de $\frac{d^2s}{dt^2} = 0$; antes, era necessário levar em conta a inércia para caracterizá-lo, ligando assim conceitos de dinâmica e cinemática, o que não era possível naquele nível de estudos antes de Euler. Quantitativamente falando, o que Euler estabeleceu é que a medida da inércia fornece a força que, por sua vez, está relacionada à variação do movimento produzida. A partir desses argumentos qualitativos, Euler estabeleceu a fundação de sua mecânica quantitativa.

Gaukroger identifica três níveis que distinguem a mecânica de Euler das outras: o primeiro é metafísico, com a introdução do conceito de impenetrabilidade e com a fundação conceitual da mecânica; o segundo é qualitativo, em que se deduz que a força advém da impenetrabilidade e inércia; o terceiro é o quantitativo, em que ocorrem as comparações das ações das forças (1982, p. 138). Na próxima seção, vamos abordar tais concepções eulerianas para entendermos melhor como Euler estabeleceu esses argumentos como bases de sua mecânica.

1.4.3 Concepções conceituais de Euler

1.4.3.1 Princípios fundacionais eulerianos

Em sua obra *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, Euler comenta a respeito do uso do método newtoniano e da limitação que ele oferece na resolução de problemas diferentes dos exemplificados nos manuais, assim como as posteriores formulações de outros cientistas (EULER, 1736, p. 8), como foi o caso de Hermann (1716). Dias (2017) comenta a respeito da leitura de Euler acerca do método de Newton e da passagem do axioma II de Newton (das leis do movimento) para o formalismo leibniziano por Hermann como uma prática não bem sucedida, o que leva Euler a utilizar seu próprio método para a solução de problemas diferentes daqueles tratados por Newton e Hermann.

Truesdell afirma (1968) que Euler introduziu suas leis como independentes, fundamentais e gerais, mas na visão de Stan (2017, p. 13), isso pode não ser necessariamente verdadeiro. A generalidade de suas leis é discordada por alguns, como Lagrange[40] e seus seguidores, os quais embasaram suas mecânicas num princípio diferente, o do trabalho virtual. Euler não oferece objeções a tal embasamento, e muito pelo contrário, na obra *Cartas de Euler sobre diferentes assuntos em filosofia natural enderessada a uma princesa alemã* (*Letters of Euler on different subjects in natural philosophy addressed to a german princess)* (EULER, 1823), ele explica a natureza do corpo a partir do Princípio da Mínima Ação, um princípio variacional não-newtoniano. Dessa forma, conforme explana Stan (2017),

[40] Lagrange também produziu outra teoria unificada, a partir da lei geral do princípio da mínima ação, da qual Euler tinha conhecimento, já que era uma extensão da mecânica variacional euleriana.

pode-se perceber que Euler possuía três concepções diferentes a respeito da dinâmica: as leis newtonianas, o Princípio da Mínima Ação e o Princípio do Trabalho Virtual.

Na base fundacional de Euler, os fenômenos incluem situações imagináveis, e podem ser entendidos a partir de suas funções. As forças são trabalhadas mediante suas funções e sua relação com o espaço. Mesmo que os valores das quantidades sejam alterados de acordo com a descrição da situação, a relação funcional permanece a mesma[41]. Ao que parece a Hepburn (2007, p. 22), Euler derivava suas relações de acordo com a localização dos corpos no espaço, ou seja, a representação matemática o permitia lidar com "*forças e movimentos através de suas relações com corpos e espaços*". Sua análise revela o objeto de investigação, que é uma função, que descreve fenômenos.

1.4.3.2 Matéria e inércia

Quanto à ontologia da matéria, Euler utiliza as expressões "pontos materiais", "corpos rígidos" e "corpos deformáveis". Para Stan (2017, p. 12), Euler moldou essas entidades matematicamente, todavia, também havia uma metafísica por trás delas; entretanto, estas não eram coerentes entre si, tornando uma questão mais complexa definir a teoria da matéria de Euler.

Inércia em Euler (EULER, 1765, capítulo II) é definida como uma força, *vis inertiae*, pois é algo que se opõe à mudança de estado, e não o que causa a mudança de estado. E por causa da inércia, os corpos persistem em seus estados (absolutos e relativos), seja de repouso, seja de movimento uniforme, e então, dessa forma, são providos referenciais inerciais.

Euler apresenta o modo de se medir a inércia de um corpo, que seria sua resistência ao movimento e, assim, define que "*a massa do corpo é sua quantidade*

---

[41] Já para Newton, as forças são induzidas por fenômenos de movimento.

de inércia"[42] (GAUKROGER, 1982, p. 137), e está relacionada ao esforço necessário para movê-lo.

Euler considerava a inércia da mesma maneira que o fazia para a impenetrabilidade, entretanto, não mencionava muito a respeito desse primeiro conceito. Apenas sabemos que, na visão de Euler, para que o corpo mude seu estado, é necessária uma causa, que é especificada em termos de forças externas. O conceito de inércia não era tão auto-evidente quanto os demais, entretanto, era essencial para a fundação da mecânica de Euler.

1.4.3.3 Impenetrabilidade como origem das forças

Os procedimentos para os cálculos de forças em Euler são os mesmos para os casos estático e dinâmico; os efeitos das forças são proporcionais às próprias forças. Além disso, Euler faz distinção entre potência e *vis*. Para ele, potência seria a força responsável pela mudança no estado de movimento do corpo (COELHO, 2018, p.2), e *vis* seria uma noção mais geral, incluindo a potência, mas estaria maiormente relacionada à inércia do corpo, que por sua vez estaria relacionada à sua ocupação no espaço; posteriormente, Euler reduz a *vis inertia* à força de impenetrabilidade, e "*discute o papel da impenetrabilidade na mudança de estado dos outros corpos através do contato*" (HEPBURN, 2007, p. 22). Assim, este tratou as forças matematicamente de uma maneira que Newton não o fez, o que levou então, por parte de Euler, a uma desconsideração dessas forças metafísicas, como a *vis inertia*, que não eram representadas matematicamente (HEPBURN, 2007, p. 23), colocando a dinâmica newtoniana na forma em que a conhecemos hoje, e introduzindo uma série de grandezas definidas agora como coeficientes numéricos e relações entre funções.

Euler considera os princípios "externos" ao corpo em forma de força, que definem a mudança no estado deste (EULER, 1765, capítulo III). Na ausência de forças, os corpos persistem em seus movimentos, devido à inércia. Um corpo não

---

[42] Para Euler, a matemática tinha um papel funcional. Todavia, Euler mantinha, para algumas entidades, o caráter metafísico, como é o caso da força de inércia (HEPBURN, 2007, p. 4).

pode mudar seu estado, mas pode mudar o de outros, ou seja, quando um corpo entra em contato com outro, este segundo “se esforça em perseverar” em seu estado, e isso faz com que seja fornecida uma força para mudar o estado do primeiro corpo. É justamente esse esforço para que não haja a mudança que significa força externa aplicada.

Para Euler, tudo o que é impenetrável possui inércia, ou seja, tudo que exerce esse “esforço em perseverar” possui inércia, e então, a impenetrabilidade é a origem de todas as forças. Se há uma mudança no estado, isso então somente ocorre devido à impenetrabilidade, e seu efeito é a prevenção de penetração (GAUKROGER, 1982, p. 136). A impenetrabilidade não é quantificável, mas a força é medida em termos da mudança de estado de movimento. Essas forças ocorrem somente onde a penetração é evitada, e impenetrabilidade sempre oferece força suficiente para isso, a qual Euler afirma ser a única forma relevante de forças mecânicas.

Euler afirmava que a força entre dois corpos surge da impenetrabilidade, ou seja, do momento em que eles não podem persistir em seus estados sem que haja penetração (surgem do “medo da penetração”, que ocorre somente no impacto, e então, não existem forças que atuem a distância (GAUKROGER, 1982, p. 149)), e assim, uma força surge e altera seu movimento[43]. A partir daí, Euler mostra como derivar as leis de colisão entre corpos. Assim, pode-se ver que Euler tinha uma concepção cartesiana de mundo pleno de matéria, mas uma atitude newtoniana. Euler acredita que uma ciência matemática do movimento é possível, mesmo que não saibamos as causas das forças, e a única forma de garantir que haja causas que originam essas forças é mostrar que a consideração dessas causas leva a leis de movimento matemáticas bem conhecidas; e essas leis, por sua vez, são expressões da realidade do universo (MARONNE & PANZA, 2014, p. 14).

Para se compreender como de fato tal força atua, devemos tomar corpos infinitesimalmente pequenos, em períodos infinitesimais e integrarmos para encontrar a mudança no estado de movimento de um período finito (GAUKROGER,

[43] Se essas conclusões estivessem corretas, suas considerações seriam bem mais claras que as de Newton. As forças de Newton não eram internas e eram interpretadas pelos princípios internos experienciados pelos outros corpos. Newton considerava os corpos como impenetráveis, entretanto, não tinham o mesmo papel que para Euler.

1982, p. 137). Euler utilizou o princípio estático do equilíbrio para sua mecânica como mecanismo de medida da força, pois afirmava que a distância percorrida por um corpo ao sofrer uma mudança de estado era proporcional à força atuante sobre ele e inversamente proporcional à sua massa. Assim, era estabelecida uma relação entre força e massa, as quais poderiam agora ser medidas. Devido ao tratamento analítico das grandezas em Euler, para este foi possível resolver uma classe muito maior de problemas do que a geometria utilizada por Newton.

Euler imaginava vários corpos esféricos pequenos, e fez a consideração de que estes colidem, resultando assim em forças e mudanças de movimento; caso não existissem forças, os corpos penetrariam uns nos outros, mas eles possuem impenetrabilidade; assim, essa situação seria impossível, e para que ela não ocorra, o resultado são forças sendo exercidas.

O corpo A modifica o corpo B para que A não sofra a penetração, e vice-versa; o princípio interno que mantém A em seu estado é visto por B como uma força no momento do impacto. Há então uma força externa atuando em B, que não está dentro de A. Estas são forças externas aos corpos, mas diferentes daquelas de gravitação, que atuam a distância, as quais Euler não aceita[44]. Para Euler, força externa não é algo além dos limites do corpo a distância, mas é externa ao corpo em que esta atua. Para ele, na mecânica, todas as forças são de contato, e provêm da impenetrabilidade e da inércia.

Entretanto, nesse mesmo exemplo, se tivermos dois corpos um ao lado do outro, mesmo com impenetrabilidade e inércia, não ocorre uma alteração no movimento, pois não há o “medo da penetração” (GAUKROGER, 1982, p. 147); assim, é necessário que um dos corpos pelo menos esteja em movimento e venha a entrar em contato. Dessa forma, faz-se necessária a introdução do conceito de extensão, pois se os corpos nunca se movem no espaço, não há colisão, e consequentemente, não há forças.

[44] Euler leva em conta a força de gravitação, mas acredita que esta atua por algum mecanismo de contato.

1.4.3.4 Extensão

Para Euler, a posição dos corpos no espaço (extensão) tinha um papel muito importante: movimentos seriam mudanças de posição no espaço, expressos através de funções. Dessa forma, havia um compromisso com a natureza dos corpos e suas reais posições no espaço.

No que diz respeito à extensão, Euler chama de espaço absoluto aquilo que não podemos conceber, e espaço relativo é aquele que escolhemos como espaço finito para decidir o movimento ou o repouso de um corpo. O espaço absoluto para Euler é um conceito puramente matemático e as leis da mecânica se aplicam nesse espaço. Já que qualquer ideia que temos de movimento é relativa, mesmo essas leis não são suficientes para determinar o movimento absoluto de um corpo. Euler defende que não é necessário então estudar o movimento absoluto, já que o relativo, ao nosso alcance, é regido pelas mesmas leis (MALTESE, 2000, p. 322). Dessa forma, pode-se transformar o referencial convenientemente.

1.4.3.5 Essência do movimento

Gaukroger argumenta (1982) que a essência do movimento não poderia ser a força, já que Euler queria esclarecer o que esta significava, tratando-a, portanto, em termos de impenetrabilidade, e, além disso, somente um tratamento e definição cinemáticos não apresentariam, como Euler queria, a realidade da força, que para ele, era um ente que necessitava de elucidação. Euler não teria tomado força como um conceito primitivo porque existia na época certa tensão quanto ao uso da dinâmica newtoniana, pois de um lado, havia corpos inertes ocupando um espaço inerte, e do outro, a ideia de ação a distância. O ponto de maior discussão era essa ação a distância. Então, se Euler fundamentasse sua mecânica em algo que fosse aceito pela maioria e fosse autoevidente, estaria em vantagem: esse “algo” era a impenetrabilidade. Havia concepções intuitivas de forças, entretanto, estas podiam não estar de acordo com a lei newtoniana de inércia, que Euler desejava adotar; entretanto, não haveria problemas com o uso da impenetrabilidade.

Contudo, a relação entre impenetrabilidade, extensão e inércia não era visível imediatamente. O que Euler pretendia dizer afinal é que se há mobilidade, então há inércia, a qual não se refere à massa inercial, conceito que ainda não havia sido introduzido, mas à mudança de estado do corpo que fora submetido a uma força externa. Impenetrabilidade e inércia estão relacionadas quanto à origem das forças. Para Euler, uma sombra, por exemplo, conforme explica Gaukroger (1982, p. 144-145), possuiria inércia, pois manteria seu estado de movimento se não houvesse forças, entretanto, como não seria impenetrável, não forneceria forças que modificassem o estado de outras sombras; assim, a impenetrabilidade do corpo seria essencial, e faria com que a inércia adquirisse um efeito dinâmico. Entretanto, consideramos hoje que é a inércia que tem esse efeito dinâmico.

Além disso, conforme os argumentos de Descartes, Euler acreditava que o corpo deveria ser necessariamente impenetrável e ocupar uma extensão. Os argumentos de Euler levam à compreensão de que tendo essa definição autoevidente de corpo, é possível construir "*uma sofisticada mecânica quantitativa*" (GAUKROGER, 1982, p. 142), diferentemente daquela com inúmeras entidades, como a de Newton.

1.4.3.6 Forças absolutas e relativas

Euler entendia forças absolutas e relativas também de maneiras diferentes. As absolutas atuariam da mesma maneira, independentemente do estado de movimento do corpo, como a gravidade, e já as relativas atuariam de maneiras diferentes, como a resistência dos fluidos (MALTESE, 2000, p. 322). Assim, Euler afirma que fará de problemas de forças relativas os casos de corpos em meios resistentes. Para forças absolutas, assume-se que o movimento ocorre sempre no vácuo.

Para considerarmos se Euler estabeleceu uma noção clara de força, antes temos que ver se esse conceito é válido para todas as situações em que detectamos a ação de forças (GAUKROGER, 1982, p. 149). Essas forças são de contato e repulsivas, no sentido de resistir, e não atuar. Há outros tipos de força, como a de gravitação, e Euler estava ciente disso; quanto a elas, tinha uma atitude instrumentalista, no sentido de utilizá-las, mas não saber explicar suas causas. Gaukroger conclui que não foi suficiente a definição de forças de contato repulsivas como as únicas forças existentes; era necessário poder explicar as forças gravitacionais, elétricas, magnéticas (1982, p. 149). A posição de Gaukroger sobre o assunto também (assim como Stan) é de que Euler deixou "*mais inexplicado do que explicado*" (1982, p. 150). Gaukroger afirma que o projeto fundacional de Euler não foi perfeito, uma vez que, do ponto de vista metafísico, a lei da inércia não podia ser justificada, e do ponto de vista qualitativo, a definição de forças repulsivas de contato como únicas não era clara.

No entanto, mesmo com essas pequenas complicações nas concepções, um estudioso que recorra às obras de Euler as encontrará de maneira clara e moderna, assim como estudamos mecânica atualmente (TRUESDELL, 1975, p. 107), diferentemente das demais obras do mesmo período, que trazem certa dificuldade de compreensão.

1.4.4 Trajetória e realizações de Euler

Euler se interessou pela matemática logo em 1726, ainda enquanto estudante, com o problema da queda mais rápida em um meio resistente, como amplamente tratado em sua obra *Mechanica*, de 1736, o primeiro tratado de mecânica a partir do método da análise, ou seja, primeiro tratado de mecânica cujos problemas são resolvidos a partir de processos puramente matemáticos. Em *Mechanica*, Euler visa tratar de corpos rígidos, flexíveis, elásticos, mecânica dos fluidos e também de mecânica celeste, que eram classes de problemas até então não possíveis de serem tratadas. Nessa obra, definiu o conceito de corpo (vago na obra de Newton, na qual só era possível resolver problemas de massas pontuais), utilizou a aceleração como uma grandeza cinemática e estabeleceu o conceito de vetor não somente para forças estáticas, como era feito por Newton, mas também para velocidades e acelerações.

Nesse tratado, somente corpos de massas pontuais foram abordados, sendo os demais colocados em obras posteriores. É o primeiro tratado de Mecânica Analítica que faz uso do cálculo diferencial e integral (que seria essencial para a elaboração de $F = ma$). O trabalho obteve sucesso, sendo grandemente elogiado por grandes nomes, como Johann Bernoulli. Desde a redação de *Mechanica*, Euler foi colocado como um dos principais matemáticos europeus, embora alguns tratem seus trabalhos como matemática pura. Depois disso, o sistema euleriano dominou o continente. Alguns críticos britânicos identificam esse grande abismo entre a matemática britânica e a do continente, e colocam como razão disso o uso do método euleriano em vez de geometria, mas se isso é verdade, não se sabe ao certo[45]. O fato é que a *Mechanica* foi o pontapé inicial de Euler para a construção do princípio fundamental da mecânica.

Prosseguindo com seus estudos na área, na década de 1740, Euler discorre a respeito da variedade de princípios disponíveis para a descrição dos movimentos, entretanto, afirma que todos podem ser reduzidos a um único e fundamental, e é essa busca que o levou à segunda lei do movimento que hoje conhecemos, e que foi escrita em 1752.

A economia do século XVIII na Europa era em grande parte voltada às navegações, e dessa forma, era necessário que estudos fossem feitos a fim de otimizar processos na engenharia naval, como problemas com a direção dos navios e a transmissão de momento angular nas engrenagens. Em consequência dessas necessidades sócio-econômicas, a Academia francesa anualmente oferecia prêmios como incentivo a estudos relacionados a tais problemas, suas soluções e melhoramentos. Essas necessidades da engenharia e a premiação motivaram Euler a se aprofundar no tema. Este sempre concorria aos prêmios e por diversas vezes ganhou (STAN, 2017, p. 6). Desse concurso surgiu o tratado *Scientia Navalis* (EULER, 1749a), dividido em dois volumes: um marco histórico no desenvolvimento da mecânica racional. Na obra, além dos estudos de hidrostática, estão contidos, no primeiro volume, os primeiros estudos da mecânica do corpo rígido de Euler. O segundo volume da obra aplica as teorias às construções de navios e navegação.

[45] Sobre o uso da matemática analítica na ilha e no continente, ver Guicciardini (2004).

A preocupação com as ciências navais pode mostrar que, ao contrário da imagem que se faz de Euler como um matemático que ignorava a aplicação, na verdade o revela como uma pessoa que se preocupava com a física e melhoramento das condições das questões navais. Em *Scientia Navalis*, ele começa a trabalhar com a otimização de *designs*, cinemática e dinâmica dos corpos rígidos através do uso de equações diferenciais. Para Truesdell (*apud* CALINGER, 1996, p. 148), a experiência era de fundamental importância para Euler, uma vez que este formulava equações que se aplicavam ao mundo físico real.

Apesar de newtoniano em certos aspectos, conforme Maugin e também Hepburn (MAUGIN, 2014; HEPBURN, 2007) defendem, Euler também foi o “inventor” do cálculo variacional como base para solução de problemas de mecânica, generalizando a abordagem de Lagrange ao atacar o problema da braquistócrona.

Euler trabalhou ainda posteriormente com o movimento dos sólidos. Sua importante obra nesse tema é a memória *Découverte d'un nouveau principe de Mecánique* (1752), em que aparece pela primeira vez a segunda lei do movimento[46] no formato moderno. No artigo de 1752, Euler introduz as equações gerais do movimento para um corpo rígido com relação ao seu centro de massa, sobre o qual atua uma força externa. Também aparecem no artigo a velocidade angular e o tensor de inércia. A expressão “momento de inércia” foi cunhada por Euler, embora o conceito já houvesse sido também estudado por Huygens anteriormente.

O tratado *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*, de 1765, traz com detalhes seu trabalho em mecânica (seria um aperfeiçoamento do trabalho de 1752), em que, além de tratar massas pontuais, também aborda o problema do corpo rígido sujeito a forças externas, fazendo uso de equações diferenciais para a descrição do movimento, e traz a novidade de um sistema de coordenadas fixo e um móvel, movendo-se juntamente ao corpo, que seria o uso de três direções para se determinar velocidade e direção de movimentos com relação a referenciais. Euler também formulou o momento angular e a concepção de momento de inércia sobre o centro de massa, constituindo as leis de Euler, válidas para pontos materiais ou corpos contínuos.

---

[46] Ou como a conhecemos hoje, segunda lei de Newton.

Entretanto, foi somente em 1776 que Euler encontrou[47] a formulação definitiva dos princípios do momento angular e momento linear, em *Nova methodus motum corporum rigidorum degerminandi* (EULER, 1776b), como dois princípios independentes e fundamentais para a descrição completa de um sistema mecânico. Esses dois princípios é o que conhecemos hoje como lei de Newton para o caso linear e angular, na forma impulso-quantidade de movimento.

1.4.5 Os elementos utilizados por Euler para a produção de $F = ma$

1.4.5.1 Formalismo leibniziano e tratamento de corpos rígidos

Em *Mechanica*, Euler utilizou o formalismo leibniziano e pensou as relações entre as quantidades mecânicas como funções, mas ainda assim, seguia a tradição do uso de coordenadas intrínsecas e curvaturas de trajetórias (ao trabalhar com forças cuja direção é a mesma do movimento). Foi somente na publicação de 1752 que Euler apresentou o uso de um referencial exterior ao sistema e a invariância das leis com relação a diferentes referenciais em movimento uniforme[48].

Inicialmente, a obra de Euler tratava apenas de pontos materiais, mas este já fazia a distinção em relação aos corpos rígidos. No prefácio de *Mechanica*, dá-se a entender que, para Euler, os princípios até então disponíveis conseguem resolver problemas para corpos pontuais, mas não os de extensão finita, quanto mais os flexíveis ou fluidos. Euler encontra a constante da relação dv/dt na resolução do problema do movimento acelerado e atribui o crédito a Galileu; os *Principia* somente são citados com relação à força de inércia.

1.4.5.2 Unificação do conceito de força

---

[47] É importante salientar que estamos descrevendo apenas os momentos em que se nota alguma relação para o desenvolvimento de $F = ma$, entretanto, Euler estava a todo momento desenvolvendo trabalhos em várias áreas de estudo.

[48] Não significa que foi o único na época, mas foi um importante trabalho a respeito do assunto.

Euler foi o responsável pela unificação do conceito de força, a partir dos estudos de colisão: a colisão era reduzida a um fenômeno contínuo, e era a partir dela que este também trabalhava com os corpos rígidos. Para o estudo dos problemas com corpos finitos em que a reta que liga os centros de gravidade dos corpos não passa pelo ponto de contato (*percussio excentrica*[49]), ele afirma que os princípios disponíveis não são suficientes. Com a ajuda de conceitos descobertos por Daniel Bernoulli[50], Euler foi capaz de descrever tais sistemas. Em sua obra de 1738, Euler afirma que seus desenvolvimentos são feitos a partir de princípios fundamentais da mecânica ($dv = adt$), diferentemente das abordagens de outros matemáticos (MALTESE, 1992, p. 77).

Euler fala de dois tipos de força, a *vis viva* e a *vis mortua*; a primeira está relacionada a ações contínuas e a segunda a ações instantâneas; o objetivo de Euler é mostrar que essas são a mesma coisa, e assim acabar com a ambiguidade entre $F = ma$ e $F = \Delta(mv)$. Euler mostra que não existem colisões instantâneas, mas que todas ocorrem em um intervalo de tempo muito pequeno, mas finito. Assim, reúne as forças de pressão e de colisão: a força de colisão é a ação de uma pressão variável no tempo (MALTESE, 1992, p. 95). Além da mudança de movimento causada, é necessário também perceber quanto de força o corpo suporta. Em todas as situações, Euler entende a colisão como um elástico colocado entre os corpos: seu comportamento é definido conforme a colisão seja elástica ou inelástica. Como defende Maltese (1992, p. 95), esse quadro conceitual foi necessário para que a segunda lei do movimento na forma moderna pudesse ser elaborada.

As forças são consideradas como “pressões” que obedecem a $dv = a\,dt$, estando a um passo da redação de $F = ma$, pois acabam com a ambiguidade das leis até então descritas: o fenômeno da queda livre (ou movimento acelerado) era entendido como a ação contínua de forças, enquanto que a colisão era vista como a

[49] Na *percussio excentrica,* Euler já havia confirmado que possuía o princípio do movimento de um corpo rígido, entretanto, não o iria demonstrar; nessa memória em questão (de 1737) ele ainda não demonstra, mas o explica detalhadamente, de maneira a mostrar a equação da variação do momento angular em relação ao momento das forças externas (MALTESE, 1992, p. 142). Dessa técnica, pode-se obter a conservação da *vis viva*; vale lembrar que os movimentos de rotação tratados nessas memórias são com relação a um eixo fixo. Aqueles cujo eixo não era fixo exigiram a elaboração de um novo princípio, que é o assunto deste trabalho.

[50] Os dois mantinham correspondências a respeito do tema.

ação discreta destas. Para Euler, cada movimento infinitesimal era uniformemente acelerado, e usa essa afirmação para descrever a dinâmica na forma diferencial[51].

Da mesma forma, já era utilizada por vários autores, mas de maneiras diferentes, a lei da conservação do momento angular. Euler também fez a lei como advinda de $dv = a\,dt$, assim como Daniel Bernoulli, entretanto, utiliza-a de maneira independente. Esses princípios permitem tratar a *percussio excentrica*. Para Maltese (1992, p. 146-147), é justamente o uso de princípios gerais e que podem ser utilizados independentemente, em vez de leis de conservação, que traz a superioridade dos estudos de Euler com relação aos seus contemporâneos.

1.4.5.3 Dinâmica dos fluidos e decomposição dos movimentos

Foi no estudo da dinâmica dos fluidos, por volta de 1737, que Euler percebeu os novos princípios necessários para a descrição do sistema entre translação e rotação do corpo rígido em torno de um eixo fixo através de sua decomposição em movimentos independentes (MALTESE, 1992, p. 83-84, nota 217). Dentre as razões que levaram Euler a investigar o assunto estava a necessidade de engenharia da época com relação à transmissão de momento angular e à montagem das engrenagens dos guinchos que puxavam as âncoras dos navios. Como já mencionado, a Academia de Ciências de Paris oferecia prêmios para os que apresentassem melhorias, ora em mecânica celeste, ora em navegação. Euler foi o ganhador por quatorze vezes (MALTESE, 1992, p. 181). O prêmio anual da Academia em 1737 era para o tema de otimização desse tipo de processo. Euler foi um dos ganhadores do prêmio, com o trabalho *Dissertation sur la meilleure construction du cabestan*, publicado em 1745. A grande intuição de Euler foi perceber que o princípio newtoniano da segunda lei, válido para movimentos retilíneos, tinha uma equivalência na rotação de corpos rígidos: na redação do *Dissertation,* Euler descreve o movimento de rotação e as forças envolvidas como

[51] Para Newton, a força tinha essas duas faces, a discreta e a contínua, e assim, não haveria problemas em se carregar as duas versões. Nesse período, então, havia os dualismos entre duro/elástico, duração finita/instantânea da colisão; isso era essencial para o desenvolvimento da segunda lei do movimento (ou melhor, para o não desenvolvimento dessa lei por Newton) da forma como a conhecemos hoje, conhecimento devido essencialmente a Euler.

um análogo ao retilíneo (descrito na segunda lei, proposta por Newton). Posteriormente, esses achados foram publicados em seu *Scientia navalis*, de 1749.

Para Euler, os princípios utilizados para a descrição de um sistema de pontos materiais eram diferentes daqueles de um sistema de corpos rígidos; um avanço conceitual nessa direção também era necessário, no sentido deste perceber que $dv = a\,dt$ poderia ser aplicado a cada elemento do sistema. Essa percepção ocorreu para Euler com o mesmo método que Johann Bernoulli tratou o movimento de fluidos em *Hydraulica* (1742). Euler carregou esse método para a publicação do *Scientia navalis*. Nessa obra, o segundo maior tratado de Euler, depois de *Mechanica,* estão contidos os princípios de hidrostática e a teoria da resistência dos fluidos. Ali também se encontra a primeira formulação da mecânica de corpos rígidos em três dimensões e a enunciação do momento angular. Euler percebeu então, com o trabalho sobre engrenagens, de 1739, que há um análogo entre o caso linear e o rotatório. Em *Scientia navalis*, Euler escreveu o equivalente para a aceleração angular de um corpo rígido em torno de um eixo de rotação fixo como o torque dividido pelo momento de inércia[52] (STAN, 2017, p. 7).

Em *Scientia navalis*, Euler já afirmava que se soubermos o movimento progressivo de um corpo e seu movimento em torno de um eixo, podemos determinar todo o movimento do corpo[53]. O movimento progressivo era comandado pelo princípio $dv = a\,dt$. Para construir um princípio de movimento rotatório, era necessário saber[54] que os movimentos eram independentes, e para que essa independência fosse descrita, Euler utilizou o conceito de invariância dos movimentos. Inicialmente, trabalhou com sistemas de massas pontuais, de onde extraiu que o sistema age como se toda sua massa estivesse concentrada em seu centro de massa, e também que as forças de vínculo não alteram o movimento. Depois disso, Euler estabeleceu um princípio para descrever o movimento rotatório.

---

[52] Esse termo seria cunhado por ele posteriormente para expressar a resistência de uma massa em rotação, dependendo de sua forma.
[53] Referia-se a navios, que era o problema da época e, consequentemente, o estipulado para a premiação da Academia.
[54] Apesar de que, segundo Maltese (2000, p. 325), Euler já sabia disso desde 1727.

Dessa forma, fazendo uso do movimento relativo (vide seção 1.3.2.4), pode-se estudar o movimento rotatório como se o corpo estivesse em repouso[55]. Se tivermos dois movimentos independentes, serão necessários dois princípios. Assim, Euler enuncia o princípio do movimento rotatório também em *Scientia navalis*. Entretanto, ele não tinha consciência ainda de que eram dois princípios fundamentais, o que seria comprovado somente em 1760 e publicado em 1765, em *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* (EULER, 1765).

1.4.5.4 Movimentos de rotação

As soluções descritas em *Scientia Navalis* ainda eram problemas específicos com eixo de rotação fixo. Quando a solução para o eixo não fixo aparecer, teremos a segunda lei na forma moderna. Já comentamos anteriormente que Euler tratou o movimento de um corpo rígido em torno de um eixo fixo ao encontrar os princípios necessários por acaso, ao trabalhar com oscilações em corpos imersos em água, decompondo o movimento entre um movimento de rotação e um de translação. Era um passo à frente de sua *Mechanica*, entretanto, ainda não era um princípio geral, já que tratava apenas de eixos fixos, e era insuficiente para o tratamento de corpos contínuos deformáveis (MALTESE, 1992, p. 166).

É no estudo dos movimentos com eixo de rotação móvel que Euler precisou procurar novos princípios e chegou ao princípio fundamental. As primeiras tentativas de tratamento do movimento de um corpo em uma superfície móvel são as de Euler e Johann Bernoulli. Nestas, Euler faz uso do princípio da *vis viva* (conservação de energia), mas relata não estar satisfeito e que procura soluções em termos de princípios primários da mecânica.

A fim de se obter uma teoria geral, que fosse válida também para eixos móveis, Euler só teria entendimento depois de 1749, ao ler o material de d'Alembert a respeito da precessão dos equinócios, *Recherches sur la precession des equinoxes* (STAN, 2017, p.19, nota 13*)*. Ao que parece, a compreensão de Euler

---

[55] De qualquer forma, nos anos de 1740, Euler já utilizava esse artifício da relatividade do movimento a fim de "isolar" o movimento de translação para estudo.

veio com a prova de d'Alembert de que num movimento rotatório sempre há um eixo de rotação instantâneo com relação a algum referencial inercial.

1.4.5.5 Coordenadas cartesianas e as primeiras equações diferenciais

Para Truesdell e Maltese (1992, p. 167, nota 342), foi na *Hydraulica* (BERNOULLI, 1742a)[56] de Johann Bernoulli que Euler encontrou os princípios genuínos que utilizaria para elaborar a segunda lei na forma moderna (Euler teve acesso a esta através de uma carta em 1739). Entretanto, a novidade de Johann que chama a atenção de Euler está no uso do método, assim como do conceito de pressão, estudando a dinâmica interna do fluido, ou seja, Johann baseou sua teoria no princípio primário $dv = a\,dt$, diferentemente de Daniel, que fez uso da conservação de energia. É importante frisar que foi também Johann Bernoulli quem introduziu em 1742 o uso de coordenadas cartesianas de modo geral, o que foi essencial para a resolução do problema, auxiliando na generalização e facilidade na resolução de problemas mais elaborados, assim como a eliminação do uso das velocidades. Euler também se inspirou no método de Johann Bernoulli com relação ao uso das primeiras equações diferenciais de movimento, que foram propostas por Bernoulli e d'Alembert em 1743 (DIAS, 2017, p. 2).

Euler se baseou no trabalho de Johann sobre a hidráulica e produziu um tratamento de sistemas vinculados similar, porém, mais geral e mais claro. Em 1744, Euler apresentou as equações diferenciais para um sistema de barras rígidas conectadas, fazendo uso das coordenadas cartesianas; foi a primeira vez que apareceu o método newtoniano como hoje utilizamos. Outros cientistas estiveram muito perto da enunciação da lei, como Taylor e d'Alembert, entretanto, ao fazer uso de hipóteses integrativas e limitar as resoluções a certos tipos de problemas pela falta de uso de derivadas parciais, desviaram-se da tão esperada generalização. Para Truesdell (1955, p. XXXIII *apud* MALTESE,1992, p. 176), Euler utilizou a essência do que Johann fez para os infinitesimais e aplicou aos contínuos.

[56] No episódio da construção dessa obra, há uma disputa entre o pai e o filho Daniel, uma vez que Johann roubou as ideias do filho e as incluiu em sua obra, publicando-a antes para levar o mérito.

Euler defendeu o importante uso do sistema cartesiano de coordenadas, a fim de evitar demasiados cálculos de curva de trajetórias, assim como o fornecimento da direção, por exemplo, da velocidade fornecida pelo sistema. Para Truesdell (1960, p. 252-253), a importância não está somente nessa facilidade, mas na naturalidade com que a soma vetorial é realizada, e também na trivialidade com que as propriedades do momento e energia cinética são descobertas. Conforme Meli (1993, p. 316), o uso das coordenadas cartesianas transformou a mecânica, apesar desta não ter ocorrido repentinamente.

1.4.5.6 Momento angular

Maltese (1992) comenta a respeito da carta que Euler recebeu de Daniel Bernoulli, em 1743, acerca do problema de três corpos conectados por um fio, a respeito da insuficiência dos princípios disponíveis e da necessidade da busca de princípios gerais do movimento. Daniel Bernoulli comentou com Euler acerca do problema do corpo móvel no tubo que rotaciona, que havia conseguido uma solução sem necessitar de derivadas segundas e expressa sua alegria de ter conseguido deduzir o momento angular por princípios ordinários, ou seja, $dv = a\ dt$, sem sequer utilizar a conservação de energia. Segundo Truesdell (MALTESE, 1992, p. 127-128, nota 268), é daí que surge a ideia disseminada nos livros de Física de que a conservação do momento angular advém da 2ª lei. Claro que equilíbrio de momento não garante equilíbrio de forças e vice-versa; entretanto, uma ideia errônea disseminada no ensino de física é que os dois princípios são equivalentes e podem ser considerados como apenas um. Tal relação é comumente (e erroneamente) derivada como conseqüência das “leis de Newton”. O trabalho de Daniel é importante já que se pode perceber a compreensão da conservação do momento angular nessa época, e assim, a análise das forças de vínculo.

Segundo Maltese (1992, p. 130, nota 273), é possível que Euler, ao ver os trabalhos de Daniel Bernoulli e dos outros contemporâneos, não tenha publicado memórias intermediárias, que foram publicadas somente postumamente, em 1862 (foram 4 memórias), buscando apresentar, de uma vez por todas e antes dos dois primeiros, uma memória que trouxesse um ponto de vista mais geral dos problemas em questão.

No conteúdo dessas memórias, Euler trata o problema, em uma delas, com o uso não explícito do momento angular, e posteriormente, faz o uso explícito dessa conservação. Na última memória, Euler expressa seu desejo pela proposição de uma generalidade, mostrando a vantagem de se resolver o problema via equações de movimento, ao invés de utilizar integrais primeiras, assim como o fez Johann Bernoulli, afirmando que por mais que este último seja de mais fácil aplicação, o primeiro é mais natural (MALTESE, 1992, p. 134); além disso, Euler chama a atenção para o uso de um segundo princípio para se obter a solução completa do problema, que é o do momento angular. Assim, nos anos de 1740, Euler já colocava seu método em construção acima dos demais.

Dessa forma, Euler não trata mais os problemas particularmente, mas adota um único tipo de solução de maneira geral. Euler não quer utilizar princípios como a conservação de energia, mas princípios primários:

> [...] não é para colocar em dúvida a verdade desse princípio, mas antes para confirmar plenamente de sua veracidade também àqueles que agora duvidam dele através do acordo das minhas soluções com aquelas deduzidas desse princípio (EULER, 1746 *apud* MALTESE, 1992, p. 135-136).

Nas memórias, Euler traz uma equação formalmente igual à segunda lei na forma moderna, entretanto, ainda não conceitualmente igual, já que ainda não utiliza as coordenadas cartesianas nem assume o princípio para cada partícula do corpo ou sistema; Conforme discute Maltese, podemos perceber aí a evolução do pensamento euleriano (1992, p. 137-138). Euler afirma que a abordagem é válida para corpos infinitamente pequenos ou nos casos em que sua massa pode ser considerada como concentrada em um único ponto, mas ainda assim comenta sobre a necessidade de se encontrar princípios válidos para corpos extensos (rígidos).

1.4.5.7 Problemas em Astronomia

O século XVIII foi um período riquíssimo para o desenvolvimento da Mecânica, Na área de Astronomia não foi diferente: havia muitos debates com relação a questões clássicas, como o problema de três corpos (Terra, Sol, Lua), colocando em cheque a validade da lei da gravitação universal. Euler, Clairaut, e d'Alembert passaram então a estudar o problema dos três corpos, chegando a resultados incompatíveis com a gravitação universal; cerca de um ano e meio depois, Clairaut e d'Alembert conseguiram detectar seus erros; entretanto, Euler demorou mais para encontrá-los, e nesse tempo, tentou "*estender a gravitação ao caso de corpos não esféricos*" (MALTESE, 1992, p. 184).

Todavia, ao tentar fazer isso, os princípios primários se tornaram insuficientes, o que o levou a um maior esforço para generalização e finalmente, à proposição da segunda lei. Euler percebeu, em 1747, que a ideia de planetas em órbitas perfeitamente elípticas é pura abstração (MALTESE, 1992, p. 185), e que na verdade, a atração não é estabelecida somente a um par de corpos, mas também a terceiros, o que dá origem a deslocamentos dos eixos de rotação dos corpos, ou seja, Euler afirmava que a força gravitacional não decaía exatamente com o inverso do quadrado da distância. Ele acreditava nessa proporcionalidade, entretanto, não para a resultante das forças, já que outras influências acabavam por tornar o movimento mais complexo, e assim, os princípios disponíveis não eram capazes de dar conta disso. Segundo a percepção de Maltese (1992, p. 186), é o mesmo problema encontrado por Euler na *percussio excentrica*, de 1737, e nas superfícies móveis, de 1746, o qual abriu caminho para a discussão sobre os princípios fundamentais da Mecânica. Além de ter percebido o uso geral de $dv = a\,dt$ no contexto dos contínuos, agora Euler também retira o termo velocidade das equações, que não faz o menor sentido ao se tratar problemas astronômicos, assim como a partir dali passa a utilizar as coordenadas cartesianas, que eliminam diversas complicações na resolução do problema.

Euler formulou o problema de três corpos em 1747 (publicado em 1749b), assim como para vários outros casos, e assim, logo seu método se tornou um método geral, após sessenta anos dos *Principia*, e como Truesdell comenta "*ninguém se surpreendeu; de fato, isso era "óbvio"*" (1960, p. 22). O que Euler fez foi mostrar que esse princípio era geral e aplicável a cada parte de um sistema. Para Maltese (1992, p. 190), a aparição de um novo princípio já havia sido verificada na publicação dessa memória (sobre precessão dos equinócios e nutação do eixo terrestre). Em tal trabalho, Euler já afirmava que o eixo de rotação móvel agora pode ser explicado através dos princípios que ele irá propor (MALTESE, 1992, p. 191). Entretanto, deve-se deixar claro que em 1747 Euler fez isso para corpos discretos, mas ainda falhava na descrição de um sistema fluido ou contínuo.

Em 1748, Euler havia ganhado o prêmio da Academia pelo estudo do problema dos três corpos. Sua técnica, como já comentado, foi a de não utilizar a velocidade, mas a relação entre espaço e tempo, e de colocar as equações no sistema cartesiano. Coube a Euler também modelar os planetas como corpos rígidos. Em algum momento depois disso até 1750 é que Euler percebeu que esse esquema era na verdade um novo princípio da mecânica. O que Euler fez então foi generalizar o problema dos corpos celestes como se forças quaisquer atuassem sobre eles, e não especificamente as proporcionais ao inverso do quadrado da distância. Após utilizar um método similar ao da corda vibrante, percebeu que o princípio do momento linear aplicava-se a sistemas mecânicos de todos os tipos, o que seria publicado no artigo *Découverte* (EULER, 1752).

Euler escreve uma carta a d'Alembert (7 de março de 1750, STAN, 2017, p. 7) contando-lhe sobre suas desventuras anteriores na elaboração dessa solução geral, e anuncia sua descoberta, feita com o auxílio das produções de d'Alembert, que seria lida em 3 de setembro de 1750, à Academia de Berlim (e publicada em 1752).

1.4.6 O novo princípio: $\boldsymbol{F = ma}$

Em *Découverte d'un nouveau principe de Mecánique*, Euler define corpo rígido[57], movimento de translação e de rotação. Estabelece então que qualquer movimento de um corpo rígido pode ser encarado como uma composição do movimento de rotação e daquele de translação, ou seja, que cada um pode ser trabalhado independentemente do outro, e a determinação de cada um fornece o movimento completo do corpo ou sistema, instante a instante. É abordado inicialmente o caso do eixo de rotação fixo. Em seguida, Euler afirma que com os princípios conhecidos até então não é possível resolver problemas para além desse tipo, como aquele em que o eixo de rotação não passa pelo centro de gravidade; e

[57] É um corpo composto de várias partículas cuja distância entre elas não muda.

assim, Euler apresenta um novo caminho em que torna possível o trabalho com esse tipo de problemas, a partir de princípios primários da mecânica.

No *Découverte*, Euler estabelece um princípio de inércia para o movimento de translação e um para o movimento de rotação. Ao fim, Euler consegue estabelecer dois princípios independentes, um para o movimento de translação do centro de gravidade, e um movimento de rotação em torno do centro de gravidade.

Euler apresenta as equações de movimento para um corpo que se move em torno de um eixo de rotação variável. O que há de novo nesse princípio é que agora existe um eixo de rotação instantâneo, e cada elemento do corpo é representado por três funções de coordenadas com relação aos eixos ortogonais, cuja origem é o centro de massa do corpo, fixo no espaço, e principalmente, Euler aplica $dv = a\,dt$ a uma rede de forças, que atuam em cada elemento do corpo. Ele utilizou as mesmas bases que no problema da corda vibrante e nos problemas de hidráulica, generalizando a partir daí, que o princípio poderia ser utilizado para todo tipo de sistema mecânico. Assim, Euler apresenta o novo princípio fundamental:

$$2M\,ddx = Pdt^2; \quad 2M\,ddy = Qdt^2; \quad 2M\,ddz = Rdt^2 \tag{1.7}$$

P, Q e R são as componentes[58] das forças que atuam sobre o corpo de massa M, considerando-se toda a massa deste em um único ponto. As letras x, y e z representam as distâncias do corpo até os eixos de referência correspondentes, e a constante 2[59] é advinda da álgebra manipulada por Euler como resultado de uma derivação[60]. Em alguns momentos ele traz a constante, e em outros não. Dessa forma, podemos eliminá-lo sem problemas, pois Euler assim o fez nas obras posteriores.

A equação apresentada por Euler é exatamente a que hoje conhecemos por segunda lei de Newton. As diferenças são apenas com relação às nomenclaturas.

[58] Essas equações (nº 1.7) já haviam sido escritas anteriormente por Euler (1749b) em uma dimensão para o caso das superfícies móveis (MALTESE, 1992, p. 187). Para Truesdell (1968, p. 170), o que apareceu no trabalho de 1749 foi o enunciado da segunda lei para pontos materiais (MALTESE, 1992, p. 188). Somente três anos depois (em 1752) é que Euler perceberia nessa equação uma forma de expressar um novo princípio, não somente para pontos materiais, mas para corpos extensos (MALTESE, 1992, p. 188-189).

[59] Hoje é muito comum o uso de símbolos para representar grandezas, entretanto, naquela época o modo de representação era feito através de segmentos geométricos. Nesse tipo de representação, o uso de constantes some, explicando o porquê do não aparecimento da massa na segunda lei por muito tempo.

[60] Para um maior aprofundamento nessa álgebra ver Dias, 2017.

Por exemplo, P para Euler é a força na direção x; geralmente nos manuais de Física atuais é utilizado o termo F_x; Q é a componente y da força, ou seja, F_y, e R é a componente z, que também pode ser denotada por F_z. Assim, as equações de Euler podem ser reescritas como:

$$F_x = M\frac{d^2x}{dt^2};\ F_y = M\frac{d^2y}{dt^2};\ F_z = M\frac{d^2z}{dt^2} \tag{1.8}$$

Como $\frac{d^2x}{dt^2} = a_x;\ \frac{d^2y}{dt^2} = a_y;\ \frac{d^2z}{dt^2} = a_z$,

$$F_x = ma_x;\ F_y = ma_y;\ F_z = ma_z \tag{1.9}$$

Esse conjunto de equações representa a lei do movimento que conhecemos por segunda lei de Newton, ou seja, $F = ma$.

Euler resolve também o caso em que não há força atuando sobre o corpo

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2z}{dt^2} = 0 \tag{1.10}$$

e chega às relações do movimento uniforme[61]. Se não há força, integrando uma vez o conjunto de equações, obteremos que a derivada primeira da posição é igual a uma constante; sabendo que a derivada primeira da posição é a velocidade, deduz-se que a velocidade do corpo é constante.

Euler também trabalha com a parte angular como um caso análogo ao linear. Ele dá o exemplo de um sistema com barras rígidas conectadas entre si. Para a resolução, além das equações newtonianas, ele utiliza o equilíbrio do momento angular com relação ao centro de massa das barras. Euler então aplica a segunda lei a cada elemento do corpo, depois forma o vetor posição. Assim, ele obtém o torque e a aceleração angular. Euler obteve a solução para um eixo fixo no centro de gravidade do corpo. A partir disso, substituindo a aceleração pelo vetor velocidade angular e fazendo algumas reduções, chega às conhecidas equações de Euler para um corpo rígido, sujeito a um torque, considerando-se toda a massa sobre seu centro de massa. Disso, surgem seis componentes do tensor de inércia, que é uma

[61] Para ver a dedução detalhada e comentada feita por Euler, ver Dias, 2017.

matriz 3 x 3 cuja diagonal seria uma extensão do conceito de massa para os casos de rotação[62].

Para determinar então o movimento angular completo, basta integrar a nova equação sobre o corpo. Assim, por integração, Euler é capaz de obter o incremento do momento angular para o corpo todo. Euler chama esse incremento de "momento de uma força", ou o que conhecemos popularmente como "torque" (STAN, 2017, p. 8) (repare que o momento angular é análogo ao momento linear e o torque é análogo à força). E assim, Euler consegue decifrar o movimento de um corpo rígido, como nunca antes feito.

1.4.7 Aperfeiçoamentos

Mesmo após a "nova descoberta" de 1752, Euler afirma que suas equações se tornariam muito longas ao serem resolvidas. O problema estava em seu referencial fixo no espaço. Devido a isso, os momentos de inércia não eram constantes e a todo momento deveriam ser recalculados. Para que essas limitações sejam vencidas, Euler sabe que são necessários maiores avanços conceituais. Demorou ainda mais alguns anos até que Euler percebesse que era necessário um referencial que se movimentasse junto com o corpo, com origem no centro de massa do corpo. Tudo isso foi elaborado para que as equações se tornassem mais simples e para que fosse possível encontrar relações cinemáticas entre esse referencial do centro de massa e um referencial inercial em repouso; isso foi sistematizado na obra *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* (EULER, 1765).

Além disso, nessa mesma obra, Euler mostrou que, para um corpo rígido, a inércia é definida pelo tensor de inércia, ou seja, pela distribuição da massa e não simplesmente por esta última, ou seja, agora inércia não poderia mais ser encarada somente como uma tendência dos corpos de permanecerem em movimento, como tratava Newton. Visando a descrição do movimento de rotação, Euler utilizou as descobertas de Andreas Segner (MALTESE, 2000, p. 336), que percebeu que cada corpo tem três componentes de inércia perpendiculares entre si. Euler também

[62] Os outros elementos da matriz referem-se às localizações dos eixos de rotação.

apresenta em *Theoria* o modo de calcular o momento de inércia de alguns corpos, dependendo de seu formato. Nessa obra, Euler cunha o termo “momento de inércia”.

Não acreditamos que se possa dizer que o artigo de 1752 foi um momento crucial em que foi escrita a segunda lei no formato moderno, pois esta ainda não tinha a compreensão que temos hoje. Como vimos, foram necessários mais alguns anos de Euler nesse estudo para a completa elucidação do problema (para além ainda de 1765). Enquanto trabalhava com problemas envolvendo elasticidade, em 1771, Euler se deu conta de que os resultados obtidos para essa classe de problemas estavam sendo obtidos a partir de propriedades particulares das equações e não a partir de leis gerais. Assim, retomando os conhecimentos fornecidos por Jakob Bernoulli, percebeu que era necessário o equilíbrio das forças e também dos torques em suas resoluções. A partir daí, tem-se o primeiro exemplo de leis gerais independentes (CUNHA, 1983, p. 60).

Euler percebeu que o movimento de um corpo rígido possui uma parte cinemática, além da mecânica. A parte cinemática conta com a descoberta de que o movimento de um corpo rígido é composto de uma rotação e uma translação independentes. A translação ocorre a partir de um ponto referencial arbitrário em movimento retilíneo, e a rotação gira o corpo com relação a três componentes relativas a um certo ponto (a matriz de rotação ortogonal). Esse material foi publicado em 1776, na obra *Formulas generales pro translatione quacunque corporum rigidorum* (EULER, 1776a). Foi a partir dessas verificações que Euler passou a compreender como causas externas alteram o movimento[63]. Dessa forma, Euler obtém 6 equações, 2 para cada eixo, sendo estas uma da força e outra do torque sobre o corpo. Numa outra obra, apresentada em outubro de 1775, uma semana após *Formulas Generales*, e também publicada em 1776, Euler percebe a generalização dos princípios para todas as classes de problemas e assim, encontra a formulação definitiva dos princípios do momento angular e momento linear, em *Nova methodus motum corporum rigidorum degerminandi* (EULER, 1776b).

Em 1776, Euler percebe que, na realidade, são necessários dois princípios independentes e gerais para se obter as equações do movimento do sistema: a primeira lei é a de que a força atuando sobre o corpo é igual à taxa de mudança do

[63]Algo que Newton também não conseguira.

seu momento linear total, que é equivalente a $F = ma$, e a segunda é a de que o torque total é igual à taxa de mudança no momento angular total, que seria o análogo da segunda lei para o caso angular, $\tau = I\alpha$. Na mecânica de corpos deformáveis ocorre então a introdução da lei do princípio do momento angular para o caso de rotação, que é análoga à segunda lei de Newton, mas que, todavia, não pode ser deduzida a partir dos princípios newtonianos, devido à falta dos conceitos mencionados anteriormente, na época de Newton. Deve-se ressaltar então que as duas leis são independentes, embora seja possível derivar o caso rotacional a partir do linear para alguns casos particulares.

Escrevendo tais equações em seu formato diferencial, Euler acaba então por compreender que para que a descrição do movimento seja completa, são necessárias duas equações, uma que descreva a força total sobre o corpo, e a outra, o torque total. A primeira é dada pela variação da quantidade de movimento no tempo, em que F é a força resultante, p é a quantidade de movimento, enquanto a segunda traz a variação do movimento angular no tempo, em que H é o torque (o mesmo τ mencionado anteriormente) e L é o momento angular. São elas:

$$F = \frac{dp}{dt} \tag{1.11}$$

e

$$H = \frac{dL}{dt} \tag{1.12}$$

E essas são a segunda lei do movimento (ou segunda lei de Newton) na forma geral, para o caso retilíneo e para o caso angular, respectivamente.

> Lei 1: a força total que atua sobre o corpo é igual à variação temporal da quantidade de movimento total.
>
> Lei 2: o par total que atua sobre o corpo é igual à variação temporal do total do momento da quantidade de movimento, onde tanto o par como o momento se tomam com relação ao mesmo ponto fixo.

Essas leis eulerianas tornam as leis de Newton aplicáveis a todos os sistemas, sejam de massas pontuais, corpos contínuos ou sistemas discretos.

1.4.8 Epílogo

Cientistas passam por um longo percurso conceitual e experimental para elaborar suas teorias e conclusões, não estando livres de errar e oferecer generalizações não verdadeiras: Newton teve muitas limitações e precisou da ajuda de outros. No *Découverte*, Euler afirma que seu princípio é suficiente para determinar o movimento de qualquer sistema, o que não era verdade: o princípio para o caso angular também era necessário (apesar de ele ser um análogo do princípio fundamental). A falha da história da mecânica é acreditar que essa elaboração tenha sido óbvia, e por isso, omitida a participação de Euler em sua construção.

Como afirma Stan:

> A ignorância da mecânica do Iluminismo por muito tempo nos enganou tomando essas integrais como sendo obviamente princípios newtonianos. E ainda, elas são o último fruto de grande conquista dos esforços de Euler, que primeiro estendeu o conceito de força de Newton para além do alcance dos *Principia* (2017, p. 10).

Para se ter noção da limitação da mecânica da época antes de Euler, nem o movimento de rotação em torno de um eixo fixo era determinado, conforme mostra a carta de Daniel Bernoulli a Euler, de 1745 (TRUESDELL, 1975, p. 238), quanto mais o movimento em torno de um eixo não fixo. Coube a Euler introduzir essas equações, o conceito de vetor velocidade angular, o tensor de inércia, dentre outras contribuições. As ideias de Euler de centro de massa e momento de inércia levaram à formulação moderna da segunda lei, ampliando a extensão do assunto, que, entretanto, continua a ser chamado de lei de Newton (WHITROW, 1971, p. 228). A introdução dessas grandezas revela um quadro muito diferente daquele proposto por muitos, de que nenhum conceito teria sido desenvolvido após Newton.

Segundo Truesdell (1975, p. 116), hoje parece óbvia a dedução do formato moderno da segunda lei do movimento, entretanto, sessenta anos de desenvolvimentos e uso de métodos mais complicados foram necessários para a obtenção do "*princípio primário da mecânica*" (palavras de Euler). Ninguém antes havia percebido que este era o único princípio de caráter geral, já que era difícil a compreensão de que a equação $dv = a\,dt$ poderia ser válida mesmo para corpos de extensão finita, e que poderia descrever qualquer sistema mecânico, e isso não era algo óbvio. Mesmo Euler, até 1747, havia teorizado apenas para corpos discretos; ele ainda não entendia o método como geral para qualquer tipo de sistema. A partir dessas realizações, Maltese salienta (1992, p. 56-57) a quantidade de desenvolvimentos obtidos pós-*Principia*, muito além de formalismos matemáticos.

Depois de todos esses estudos e desenvolvimentos ocorridos em torno de Euler, nota-se finalmente que a lei de Newton somente é válida para corpos infinitamente pequenos ou para centros de massa de corpos específicos, não sendo uma lei tão geral quanto se pensava (ou ainda se pensa).

1.5. Resumo do episódio "A construção do princípio fundamental da mecânica"

Concebidas por Isaac Newton, as três leis do movimento foram apresentadas em sua obra prima, *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, ou também conhecida como *Principia*, em 1687. Destas leis, interessa a este trabalho a segunda. Newton escreveu várias formas para a segunda lei entre uma edição e outra dos *Principia* (foram feitas três, em 1687, 1713, e em 1726); enfim, preferiu não fazer nenhuma mudança em seu enunciado:

"A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida" (NEWTON, 1990, p. 15-16).

Esta formulação é bastante diferente (e não equivalente) do formato em que a conhecemos, $F = ma$, que foi escrita somente em 1752, no artigo "*Découverte d'un nouveau principe de Mécanique*" (Descoberta de um novo princípio da Mecânica), por Leonhard Euler[64].

No entanto, em muitos manuais de Física, e até mesmo para muitos físicos e professores, o enunciado de Newton é apresentado de forma a sugerir que $F = ma$

[64] No entanto, a elaboração de Euler se deve não apenas ao próprio cientista, mas também a suas interações com outros físicos, como d'Alembert, Johann e Daniel Bernoulli, Maupertuis, etc. Por uma questão de economia estilística, quando nos referirmos a $F = ma$, utilizaremos apenas o nome de Euler, sem que isso signifique desconsiderar outras contribuições.

(a elaboração de Euler) não passa de uma variante notacional do enunciado newtoniano. Todavia, ao analisarmos o enunciado de Newton, percebemos que este corresponde a $F = \Delta(mv)$, e não a $F = ma$, pois o termo *mudança de movimento* está relacionado a uma mudança de velocidade, ou de movimento, e não à aceleração. Para que esta última fosse a equação correspondente, Newton deveria se referir à *taxa de variação de movimento*[65].

Dessa forma, nota-se que há um "problema de incompatibilidade" entre o enunciado de Newton e o enunciado de Euler, $F = ma$. E mesmo que não houvesse, a elaboração de Euler não pode ser reduzida à redação da fórmula $F = ma$. Ela é muito mais que isso, pois é baseada em muitos desenvolvimentos conceituais pós-Newton. Por exemplo, outros cientistas, como Varignon, Hermann, Johann Bernoulli, já haviam escrito esse formato anteriormente a Euler, entretanto, os fundamentos conceituais necessários para que esta se tornasse o princípio fundamental da Mecânica ainda não haviam sido estabelecidos.

Logo após a elaboração dos *Principia*, na medida em que estes e outros cientistas utilizavam as contribuições de Newton, percebiam que sua mecânica possuía muitas limitações devido ao uso de coordenadas naturais, que fazia com que as resoluções dos problemas fossem muito extensas, e não permitia a resolução de problemas em três dimensões; devido ao método geométrico, que também levava a resoluções muito extensas e corpos diferentes dos pontos materiais (como corpos rígidos, fluidos e deformáveis) não eram abrangidos; devido à confusão nos seus conceitos de força, que ora eram descritas como ações discretas e ora como ações contínuas, que levavam a interpretações diferentes dos problemas e não permitiam a generalização das resoluções para todas as classes de problemas.

Dessa forma, nos anos seguintes à publicação dos *Principia*, os cientistas passaram a trabalhar nos aperfeiçoamentos e ampliação da mecânica para uma gama maior de problemas. O uso de coordenadas naturais foi substituído pelo uso de coordenadas cartesianas ortogonais, por Johann Bernoulli e também por Euler, entre 1739 e 1742. O método geométrico foi substituído pelo analítico leibniziano, o

---

[65] Os que defendem que $F = ma$ é apenas uma variante notacional interpretam o enunciado de Newton como se o termo taxa estivesse implícito na lei.

qual facilitava muito as resoluções, no qual Varignon (entre 1698 e 1711) foi um dos precurssores, e posteriormente seu método foi melhorado por Johann Bernoulli. Foi estabelecido o conceito de função como elemento principal do problema, por Euler, que facilitava a generalização das resoluções. O conceito de força foi unificado a partir do estudo dos problemas de colisão, por volta de 1737. O estudo das oscilações, corda vibrante e pêndulo levaram à junção desses elementos anteriores e, de certa forma, serviram de rascunhos para o que viríamos a chamar de princípio fundamental da mecânica (1735-1742). Os movimentos passaram a ser decompostos entre movimento de translação e de rotação, a partir da percepção da facilidade que Euler encontrou no trabalho de fluidos de Johann Bernoulli, de 1742, e para isso, novos princípios eram necessários. O estudo da rotação de Daniel Bernoulli, de 1743, e também de Euler impulsionou a busca por novos princípios. Ocorre a elaboração de um novo método geral de resolução, paralelo ao newtoniano, que é o cálculo variacional, proposto por Euler em 1744, a partir do qual pode-se obter os resultados das descrições do movimento, utilizando a condição de máximo ou mínimo de funções definidas em algum espaço funcional.

Com todos esses desenvolvimentos, o cenário-base para as resoluções de problemas mecânicos foi mudando. Muitos passaram a utilizar o método variacional de Euler como bases para suas mecânicas no lugar das bases newtonianas, como d'Alembert, Lagrange e Laplace.

Em 1747, Euler descreve o problema astronômico dos três corpos como corpos rígidos, e percebe a insuficiência dos princípios disponíveis. Euler utiliza então o estudo de precessão de d'Alembert, feito a partir de princípios variacionais, para entender o movimento de rotação de eixos móveis, e escreve um novo princípio capaz de resolver o problema: $F = ma$. Mas ainda faltava perceber que esse princípio era geral, que poderia ser aplicado a qualquer tipo de problema mecânico. Em algum momento entre essa época e 1750, Euler percebe que este era um princípio geral da mecânica, ou seja, válido para casos de corpos extensos, fluidos, deformáveis, em três dimensões, sistemas de mais de um corpo, rotações em torno de um eixo não fixo.

Assim, em 1750 (mas publicado em 1752), Euler escreve o *Découverte d'un nouveau principe de Mécanique*, no qual é definido finalmente a segunda lei do movimento, $F = ma$, válida para todos os sistemas mecânicos. Nessa obra, Euler descreve o movimento completo de uma partícula ou sistema como uma composição entre movimento de translação e rotação. A translação é descrita pela segunda lei, e a rotação é descrita por uma lei análoga para o caso rotacional.

Entretanto, depois de 1752, Euler percebe que suas equações são muito extensas e complexas, devido ao seu uso de um referencial fixo no espaço. Devido a isso, em 1765, Euler publica *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum,* na qual finalmente adota um referencial que se move junto com o sistema. Depois de 1765, Euler percebe que ainda falta algo: são necessários dois princípios para a descrição completa do movimento, que seriam a lei do movimento para o caso linear, e a lei para o caso angular. Assim, em 1776, ele as publica em *Nova methodus motum corporum rigidorum degerminandi:*

> Lei 1: a força total que atua sobre o corpo é igual à variação temporal da quantidade de movimento total.
>
> Lei 2: o par total que atua sobre o corpo é igual à variação temporal do total do momento da quantidade de movimento, onde tanto o par como o momento se tomam com relação ao mesmo ponto fixo.

que são equivalentes à forma moderna $F = ma$ e $\tau = I\alpha$, respectivamente.

Cientistas passam por um longo percurso conceitual e experimental para elaborar suas teorias e conclusões, não estando livres de errar e oferecer generalizações não verdadeiras: Newton teve muitas limitações e precisou da ajuda de outros. A falha da História da Mecânica é acreditar que essa elaboração tenha sido óbvia, e por isso, omitida a participação de Euler em sua construção.

Como afirma Stan:

> A ignorância da mecânica do Iluminismo por muito tempo nos enganou tomando essas integrais como sendo obviamente princípios newtonianos. E ainda, elas são o último fruto de grande conquista dos esforços de Euler, que primeiro estendeu o conceito de força de Newton para além do alcance dos *Principia* (2017, p. 10).

Segundo Truesdell (1975, p. 116), hoje parece óbvia a dedução do formato moderno da segunda lei do movimento, entretanto, sessenta anos de desenvolvimentos e uso de métodos mais complicados foram necessários para a obtenção do “*princípio primário da mecânica*” (palavras de Euler). Ninguém antes havia percebido que este era o único princípio de caráter geral, já que era difícil a compreensão de que a rquação $dv = a\ dt$ poderia ser válida mesmo para corpos de extensão finita, e que poderia descrever qualquer sistema mecânico, e isso não era algo óbvio. A partir dessas realizações, Maltese salienta (1992, p. 56-57) a quantidade de desenvolvimentos obtidos pós-*Principia*, muito além de formalismos matemáticos.

Depois de todos esses estudos e desenvolvimentos ocorridos em torno de Euler, nota-se finalmente que a lei de Newton somente é válida para corpos infinitamente pequenos ou para centros de massa de corpos específicos, não sendo uma lei tão geral quanto se pensava (ou ainda se pensa).

Capítulo 2. Por que, mesmo depois de Euler, a lei ainda é segunda lei "de Newton"?

No primeiro capítulo, vimos como a lei do movimento de Newton foi produzida por Euler, e quantos elementos complexos foram determinantes para que a lei finalmente fosse elaborada, mostrando assim que esta é muito mais completa do que a proposta por Newton. Neste capítulo, será discutido a respeito dos possíveis motivos que levaram à omissão das contribuições de Euler para a elaboração do princípio fundamental da mecânica.

2.1. A comunidade aceita o novo princípio, porém o atribui a Newton

Logo que a segunda lei foi enunciada por Euler, esta foi imediatamente aceita e utilizada pela comunidade, não havendo controvérsias nem dúvidas a respeito do seu uso. Euler tinha uma capacidade incrível de sistematização e generalização, e talvez tenha sido isso que o permitiu levar a mecânica à forma relativamente definitiva que hoje conhecemos (GAUTSCHI, 2008, p. 31). A linguagem de fácil acesso que traz, tal como a que aparece na obra em que escreveu as cartas a uma princesa alemã (EULER, 1823), pode ter facilitado a disseminação da obra de Euler.

Entretanto, assim como já tratamos detalhadamente, e como afirmam Maltese, Truesdell e demais historiadores, a lei foi dada como óbvia, pois se acredita que todo o ferramental necessário já estava às mãos de Euler, ao ponto de se pensar que nunca houvera um momento em que essa lei não fosse de Newton.

É difícil perceber hoje que a aplicação da lei do movimento a esses outros tipos de sistemas com mais graus de liberdade não era trivial, e em alguns casos, não era possível de ser realizada. Um detalhe importante para essa percepção é o uso de coordenadas intrínsecas no século XVII. Cannon e Dostrovsky (1981 *apud* MALTESE, 1992, p. 32) partilham dessa opinião, e ainda afirmam que a negli-gência com a mecânica do século XVIII é justamente devido a esse "*grande salto de complexidade*", que logo após a construção de $F = ma$, ficou dito como óbvio. Em vez disso, foi necessária uma compreensão da sua generalização, assim como o abandono de princípios colaterais. Nesse período, antes de Euler, a segunda lei do movimento não era adotada como o princípio fundamental, mas como mais uma lei dentre muitas. Euler (e outros, como os Bernoullis e d'Alembert, por exemplo) teve responsabilidade na imagem que temos de Newton hoje.

Todo o árduo trabalho de décadas e de dezenas de cientistas e o desenvolvimento de novos conceitos, foram ignorados. Todos aceitam a lei, mas a chamam simplesmente de lei de Newton.

2.2. Por que o princípio de Euler foi atribuído a Newton? Por que a contribuição de Euler foi ignorada e ocultada?

Maltese acredita (1992, p.14-15) que possa ter sido a dificuldade de compreensão dos *Principia* que fez com que as matematizações de Euler fossem incluídas como sendo de Newton, a fim de tornar mais "inteligível" o conteúdo da obra, como se tudo o que Euler elaborou estivesse contido na obra de Newton, mas que precisasse de uma "explicação" mais clara. Entretanto, acreditamos que a explicação não seja tão trivial assim.

Conforme já mencionamos anteriormente, outros cientistas já haviam escrito a forma moderna, como Taylor, que em 1715 havia estudado a frequência de vibração de uma corda, utilizando a segunda lei na forma moderna para tal problema; como Hermannn, que havia escrito a forma moderna em 1716; assim como Johann Bernoulli, o qual havia utilizado as coordenadas ortogonais para a resolução de problemas mecânicos, em 1742 (*De pendulis multifilibus)*; ou seja, o uso do formato diferencial já havia sido feito, então por que dizemos que Euler foi o primeiro? Porque novamente, defendemos que não é uma mudança de caracteres matemáticos que foi realizada, mas uma mudança conceitual, que já abordamos detalhadamente no capítulo 1, e uma generalização física e matemática.

O fato é que a lei proposta por Newton, de acordo com o episódio que aqui foi descrito, não é a mesma lei proposta por Euler, a qual chamamos atualmente pelo nome de "lei de Newton". Por algum motivo, ou mais de um, a história da mecânica contada nos manuais praticamente ignora as contribuições de Euler e todo o desenvolvimento conceitual pós-newtoniano. Dessa forma, passamos a nos questionar quais teriam sido as razões para que essa omissão (ou distorção) na história da construção do princípio fundamental da mecânica ocorresse.

Assim, destacamos quatro hipóteses principais que acreditamos terem influenciado a comunidade científica e o público em geral, ao longo dos anos, a defender a ideia de que não houve nenhuma produção conceitual posterior à de Newton, o que já hoje interpretamos como não ser verdade, de acordo com o episódio tratado no capítulo 1. As hipóteses elencadas são:

1) a forte influência do newtonianismo na Europa, logo a partir da criação dos *Principia*;

2) a repercussão que a Edição Jesuíta (EJ) dos *Principia* (publicada entre 1739 e 1742) teve na Europa, na qual aparece a lei de Newton de uma forma mais analítica (mas com visão ainda geométrica);

3) a influência da obra *Mécanique Analytique,* de Lagrange, de 1788, em que este omite o traballho de Euler nas produções da lei do movimento e afirma Newton como o último produtor de conceitos em mecânica;

4) a obra e visão do influente físico e filósofo Ernst Mach, já no século XIX, o qual também defende que após Newton, somente houveram reformulações matemáticas, mas não a criação de novos conceitos em mecânica.

Acreditamos que a ciência é uma construção que depende de contexto, alianças, divulgações, desenvolvimentos conceituais, cientistas, natureza, enfim, inúmeros elementos diferentes. Devido a isso, nossas quatro hipóteses vão nessa direção, de mesclar influências, desenvolvimentos científicos e contextos para então fazerem emergir a “segunda lei de Newton”.

Nas próximas seções, vamos abordar mais detalhadamente cada uma das quatro hipóteses e defender por que acreditamos que estas contribuíram para a omissão das contribuições de Euler para a elaboração do princípio fundamental e reduziram todos os desenvolvimentos conceituais às páginas dos *Principia*.

2.2.1. Newtonianismo

A Mecânica Analítica era conhecida por tratar problemas de matemática pura, sem se preocupar com a realidade dos problemas, enquanto que a mecânica newtoniana tratava do mundo (ou pelo menos é o que a maioria dos que liam entendia). Será possível que o apelo newtoniano de tratar esses problemas reais não tornou a produção do princípio fundamental de Euler uma apropriação de Newton, já que esta proposta por Euler era uma construção que funcionava para o mundo e não somente para a matemática, como era o usual dos matemáticos analíticos? Newton era um personagem forte nessa história, e certamente teria a capacidade de levar o nome da produção do novo princípio, não somente por tratar de problemas reais, mas por outros motivos, que serão mencionados nos próximos parágrafos, a fim de embasar por que estabelecemos essa hipótese.

Os *Principia* trouxeram uma nova visão para a Europa. Seguidores de Newton (como o astrônomo Edmond Halley, por exemplo, que era um formador de opinião), ficaram tão animados com os escritos newtonianos que o colocaram acima dos demais filósofos da época. Entretanto, tal obra foi pouquíssimo lida, possivelmente devido à sua complexidade, mas ainda assim, muito citada; sua fama vem justamente do entusiasmo que esses poucos leitores aptos tiveram. Os pensadores não matemáticos que defendiam as ideias de Newton nem sequer entendiam a parte técnica do livro, como é o caso de John Locke e Voltaire. Estes e muitos outros disseminavam as mensagens da obra de Newton para o público em geral (DOMINICZAK, 2012), a partir de memórias e tratados acessíveis, elaborados por eles mesmos. O conteúdo era extraído a partir do que os poucos cientistas que leram a obra entenderam e divulgaram para esses filósofos (aí já se nota que algumas interpretações errôneas poderiam ser feitas, propositalmente ou não).

A obra foi então rapidamente disseminada e ampliada por toda a Europa. Muitos desejaram colocar a mecânica descrita nos *Principia* em termos mais fáceis. Não somente os cientistas que fizeram essa “tradução” são responsáveis pela popularização da mecânica newtoniana, mas também o são por transformar sua natureza (SNOBELEN, 1998). Essa simples tradução não aconteceu, pois juntamente a ela, ocorreu uma elaboração de novos conceitos para a elucidação dos problemas de mecânica de maneira geral, uma vez que os conceitos de Newton eram insuficientes para uma classe mais geral de problemas.

Assim, logo a obra newtoniana ficou conhecida (mesmo que muitos elementos do texto não fossem de Newton) e sua importância foi reconhecida, principalmente nos níveis populares. Já nos níveis dos filósofos, era um pouco diferente; nestes, os *Principia* eram referência, entretanto, não a única obra disponível em mecânica. Quando a obra de Newton chegou às ruas, popularizada, sem matemática, deixou de ser um texto filosófico e matemático para ser uma forma de conhecimento mais prático e agradável. Dessa forma, os responsáveis pela figura de Newton foram então os defensores de suas ideias, os popularizadores (SNOBELEN, 1998).

Após os *Principia*, outra obra newtoniana muito famosa é *Opticks*, na qual Newton descreve o método experimental de maneira clara e detalhada. Entretanto, não foram apenas as produções dessas duas obras que definem o newtonianismo, mas também as interpretações e adaptações dos seus trabalhos a vários meios intelectuais; e mais ainda, uma mistura de ideias científicas, políticas, religiosas, e que é importante frisar, só em parte remetem às ideias originais newtonianas, pois novamente, muitos que se apoiavam em Newton nem mesmo conheciam suas teorias científicas, apenas utilizavam as opiniões de uns poucos conhecedores das obras.

Muito da influência cultural de Newton não veio propriamente de seus trabalhos, mas da inspiração que estes trouxeram devido à nova maneira de abordagem de pensamento. O desenvolvimento dessa nova maneira de pensar a física trouxe reflexos bem definidos na construção de maquinarias, nos melhoramentos técnicos, nas descobertas geográficas, na economia capitalista. Os *Principia* eram ao mesmo tempo uma obra fundacional e inovativa (BUSSOTTI & PISANO, 2014, p. 35). Newton ficou conhecido como herói pelos franceses devido a ter estabelecido que o movimento dos planetas obedecia às mesmas leis terrestres, ao enunciar a lei da gravitação universal, mas também porque a Inglaterra era conhecida como o lugar da liberdade de pensamento, de acordo com Hankins (1985, p. 9). Se Newton estivesse na França, talvez suas conquistas não teriam o impacto e o apoio da mesma forma que o tiveram na Inglaterra. Voltaire, por exemplo, associou a liberdade social, cultural e de pensamento inglesa às ideias newtonianas. Ele foi grandemente responsável pela disseminação das ideias newtonianas na Europa (BARRA, 2012).

A influência de Newton na religião também era forte, entretanto, seus ideais religiosos eram interpretados por todos os tipos de pessoas, de acordo com suas crenças, mesmo que isso também não remetesse (o que ocorreu muito) às ideias originais de Newton.

Sua sujeição ao papel de Deus em suas teorias também foi um fator decisivo para sua aceitação e continuidade: o sistema newtoniano era teológico-científico. Na época, Newton estava justamente atuando nessa transição de pensamento dos indivíduos (DOMINICZAK, 2012). O fato então de não elimimar as divindades completamente contou a seu favor devido a essa transição. Todavia, até cerca de 1740, a França ainda não utilizava sua mecânica. Como alguns pensadores como Maupertuis e Laplace trabalhavam com a mecânica celeste newtoniana, logo transformaram o estudo em um sofisticado sistema de mecânica celeste[66] livre das ideias religiosas de Newton. Após Darwin, a religião se tornou algo supérfluo para suportar as ideias científicas, e os preceitos newtonianos já não eram mais tão seguidos.

O que Newton fez foi substituir a mecânica aristotélica e mudar a maneira de se ver o universo, um passo à frente para a ciência moderna. Bussotti e Pisano mostram (2014, p. 50) como o nascimento dessa ciência moderna, suas contradições, desenvolvimentos, também representam um fenômeno cultural.

Para o matemático newtoniano Colin MacLaurin, foi a metodologia de Newton que fez com que sua tradição fosse perpetuada, "*abriu caminho para as pesquisas futuras, que poderiam confirmar e ampliar suas doutrinas, mas nunca refutá-las*" (MACLAURIN, 1742, p.10). Sua obra *Treatise of fluxions* é conhecida como um dos maiores exemplos da visão newtoniana (MARONNE & PANZA, 2014). Também com sua obra *Account of Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries* (1748), MacLaurin teve grande responsabilidade na recepção do newtonianismo.

[66] É importante lembrar que esse sofisticado sistema conta com as contribuições de Euler e seus contemporâneos, com conceitos não disponíveis na época de Newton.

A popularização da obra de Newton não se deve apenas ao seu trabalho científico, mas a um misto entre este, sua personalidade, sua influência (uma vez que era o presidente da Royal Society e da casa da moeda), a cultura da época. O contexto em que Newton trabalhava tinha muito a ver com as questões socioeconômicas da época, que eram a Astronomia, a Física, a Geometria e o Cálculo. Newton também ficou conhecido pelo seu aperfeiçoamento de telescópios e outros instrumentos ópticos para navegação; quanto à física que elaborou, esta era totalmente diferente da aristotélica. Os *Principia* eram uma obra teórica, entretanto, como ressaltam Bussotti e Pisano (2014), Newton sempre mencionava a importância prática das suas elaborações.

O newtonianismo vem das ideias de instrumentalismo, de movimento determinado pelas forças acelerativas, da matemática contínua do cálculo. Assim, outros também as utilizaram para seus próprios empreendimentos. A partir disso, muitas de suas ideias foram estendidas e muitos tópicos que hoje tratamos por newtonianos, na verdade não o são. As reformulações matemáticas e conceituais das leis do movimento sofreram reducionismos, que os leigos divulgadores possivelmente não perceberam, e a ideia de Newton como único produtor de $F = ma$ foi perpetuada.

A primeira versão mais acessível dos *Principia* foi criada por Richard Bentley, em 1692 (SNOBELEN, 1998, p. 160), e depois William Whiston, em 1707, seguidas de muitas outras. Assim, seu método logo desapareceu e foi substituído pelo analítico, e nessa transição, muita coisa ficou sem ser bem entendida. A Edição de Genebra (EG) dos *Principia* (ou também conhecida como Edicação Jesuíta) surge então como um grande sistema de notas explicativas que auxilia na compreensão das ideias, técnicas e metodologias de Newton. A obra tenta explicar as proposições de Newton de maneira mais clara; traduz-las de maneira mais analítica; explica desenvolvimentos da física baseados nas descobertas de Newton. Devido ao seu caráter explicativo, a edição jesuíta ficou muito conhecida na Europa no século XVIII, e é a nossa segunda hipótese para a omissão de Euler nas contribuições para a segunda lei.

A partir do exposto nesta subseção, pudemos perceber o quanto o newtonianismo influenciou a Europa no final do século XVII e início do século XVIII, a partir da substituição da mecânica aristotélica, da forma como pensar nos fenômenos, das crenças religiosas e seu papel na ciência, da cultura estabelecida a partir disso tudo, etc. Essa força que Newton teve em influenciar as pessoas de maneiras tão diversas contribuiu significativamente para que todo o desenvolvimento conceitual pós-newtoniano tenha sido considerado como desmembramentos matemáticos de sua mecânica.

2.2.2. Edição de Genebra dos *Principia*

Como já exposto, a abordagem de Varignon da segunda lei foi melhorada por Johann Bernoulli, e foi a base da *Mechanica* de Euler, e, além disso, sua formulação foi utilizada nas notas de rodapé da Edição de Genebra (EG) dos *Principia* (PANZA, 2002, p. 23). Tal edição, também conhecida como "Edição Jesuíta", foi elaborada em 4 volumes, baseada na 3ª edição da obra newtoniana, e publicada entre 1739 e 1742, por Thomas Le Seur (1703-1770), François Jacquier (1711-1788), frades franceses e Jean-Louis Calandrini (1703-1758), matemático suiço. A edição contém várias notas de rodapé com explicações, comentários e até reinterpretações da obra newtoniana. Nessa versão, os processos adotados por Newton, que em geral eram de difícil compreensão, foram simplificados e colocados de uma forma mais analítica, mais acessível ao público em geral. O método de equações diferenciais utilizado por Euler em *Mechanica* foi utilizado como base para essas reformulações analíticas dos *Principia* (ROCHA, 2017, p. 242). Sem o método de Euler, essa reformulação não seria possível. A EG foi re-editada três vezes, sendo a última em 1822, que é a versão analisada por Bussotti e Pisano e também a utilizada neste trabalho.

Essa é uma importante versão, que não somente foi estudada por especialistas, mas também foi utilizada como fonte de explicações dos aspectos da mecânica newtoniana para o público em geral (PISANO e BUSSOTTI, 2016, p. 269). Não somente importante, mas como afirma Rocha (2017), não há abordagem mais meticulosa nem mais clássica referência no século XVIII acerca dos *Principia*. Além disso, com a obra, é possível observar o desenvolvimento das ideias em Física nas décadas seguintes aos *Principia*, assim como a diferença entre a abordagem de Newton e a analítica.

Na nota de rodapé explicativa a respeito da segunda lei na EG, especificamente na nota 31[67], encontramos um fragmento em que os autores comentam a respeito do movimento acelerado, e trazem as equações *G T =2 S:T*, e também G T² =2 S, ambos descrevendo a força acelerativa. Desse trecho, podemos observar que a força é chamada de G, o tempo T e S é a distância percorrida. A partir da equação trazida por Le Seur e Jacquier, se fizermos G= F e a divisão S/T igual à velocidade, obteremos uma relação direta entre força e aceleração ($F \propto a$).

Como dito anteriormente, tal forma mais analítica foi alcançada baseada no material de Varignon e também de Euler, a qual é uma reinterpretação da lei newtoniana, entretanto, não é a lei proposta por Newton, e, além disso, também não é a segunda lei do movimento proposta por Euler, já que o conceito utilizado nas notas da EG ainda é geométrico e não partilha dos avanços conceituais necessários para a construção do princípio como geral, que emergiriam somente em 1752.

Apesar disso tudo, o formato explicado nas notas é muito similar ao que hoje utilizamos, e devido ao grande porte da EG na disseminação da mecânica newtoniana no século XVIII, além da publicação do novo princípio por Euler poucos anos depois, é bem plausível que muitos (cientistas e público em geral) tenham se deixado levar pelo fácil acesso das notas, a fim de procurarem uma explicação mais clara do assunto, esquecendo-se que o conteúdo poderia ter sido modificado por outros[68], e ignorando o limite entre a essência newtoniana e novas construções.

Acreditamos que devido ao que foi discutido a respeito da influência newtoniana na seção 2.2.1 e à complexidade da obra original, as versões populares dos *Principia* ganharam força, sem que fossem comparados seus conteúdos e essencialidade. Assim, a EG e suas notas de rodapé podem ter sido consideradas por muitos como uma obra escrita totalmente por Newton.

---

[67] "Coroll.3 .... *celeritas B D, motu uniformiter accelerato acquisita, est semper (5) ut duplum spatium percursum 2 S K, applicatum ad tempus T B, quo percurritur, seu ut 2 S K: T B. quare si vis accelatrix constans dicatur G; spatium percursum S; tempus quo percurritur T; erit G T =2 S : T (13) adeóque G T²=2 S, seu vis acceleratrix constans in quadratum temporis ducta, est ut duplum spatium eodem tempore vis illius actione descriptum"* (NEWTON, 1822, p. 17).

[68] As notas numeradas, como a nota 31, correspondem a interpretações e anexos dos comentadores, e não a passagens diretas feitas ou pensadas por Newton.

Nossa hipótese é a de que quando Euler publica o novo princípio, os popularizadores newtonianos e o público em geral o tomam como algo esteticamente igual (porém, não igual conceitualmente) ao que aparece na nota 31 da EG, que por sua vez, era compreendido como obra totalmente de Newton, e instantaneamente, $F = ma$ e a generalidade que essa lei trazia passava a ser totalmente fruto do pensamento e elaborações de Newton.

2.2.3. Lagrange

No século XVII, houve muitas tentativas de se criar um sistema coerente dos princípios matemáticos da filosofia natural; obviamente, a obra de Newton foi uma bela tentativa, no entanto, seu trabalho não foi reconhecido como "revolucionário" na época, como hoje se pensa (PULTE, 2001, p. 64). O que era novidade era o uso das leis para a explicação do sistema planetário, mas mesmo a proposição das leis não era entendida como novidade, devido aos trabalhos anteriores de nomes como Huygens e Descartes, que foram inspiração para Newton. A ideia de que este teria criado leis que resolveriam todos os problemas de mecânica foi criada por seus seguidores, como é o caso de Lagrange, em *Mécanique Analytique,* de 1788.

Ainda seguindo essas tentativas, a segunda metade do século XVIII estava inflada de princípios, como comenta Pulte (2001). Esses princípios não foram deduzidos de fenômenos nem de princípios maiores, mas da prática de física matemática apenas; não tinham uma metafísica científica, mas eram relevantes devido ao seu poder de explicação. Entretanto, essa miscelânea de princípios não era tolerada, e era importante encontrar princípios fundamentais que resolvessem todas as classes de problemas. Nessa fase, também não havia mais a preocupação com a existência de entidades, a natureza do espaço, do tempo, mas com questões técnicas. Uma mudança de conceito de ciência aparece então na falta de metodologia ou metafísicas fundacionais, sem reflexões filosóficas.

Como exemplo da mudança da preocupação com a natureza dos fenômenos para as técnicas de descrevê-los é o caso da força atrativa de Newton, a qual possuía uma base ontológica confusa, como já vimos anteriormente, no capítulo 1.

Os matemáticos do século XVIII preferiam se eximir do trabalho de lidar com esse tipo de confusão e necessidade de metafísicas, e dessa forma, queriam colocar as leis de Newton em uma base cinética, ou seja, de forma a apenas trabalhar com energias, sem se preocupar com a metafísica do conceito de força. Devido a isso, no século XVIII, cada vez mais a física matemática se torna independente das fundações filosóficas, de forma que o poder dedutivo era mais importante que o empírico, e a formalidade era mais importante que a verdade material, ou seja, a ideia é a de que se tivermos axiomas verdadeiros, não precisaremos nos preocupar com a fonte dessa verdade (PULTE, 2001, p. 75). Além disso, não é suficiente ter axiomas certos e evidentes, mas todo o conhecimento em mecânica deve enquadrar-se sob esses axiomas. O século XVIII teve assim muito trabalho na construção desse corpo de conhecimento, tendo elementos dos diferentes programas, mas sendo mais conhecido pela transformação das leis de Newton por Euler.

Até a transformação da lei por Euler, na medida em que os problemas eram resolvidos, Euler e seus colaboradores, como Maupertuis, por exemplo, perceberam que o Princípio da Mínima Ação podia ser utilizado como princípio organizador de toda a mecânica, ou seja, a partir do qual leis do movimento poderiam ser deduzidas. Tanto é que Maupertuis, um newtoniano convicto, quis substituir o conceito de força de Newton por princípios de mínima ação. Maupertuis fundamentou sua estática no princípio do repouso e a dinâmica no Princípio da Mínima Ação, conforme cita Dias (2006, p. 205), numa base metafísica. Para Pulte (2001), não é o sucesso empírico que explica essa questão, mas a prática da física matemática, em evidência no século XVIII.

A partir dessas bases e buscando estabelecer uma base dedutivo-axiomática independente das questões metafísicas, Lagrange escreve o *Mécanique Analytique*, publicado em 1788, inteiramente analítico, em contraste ao método geométrico de Newton. Além disso, outro contraste é que a obra de Lagrange trata uma gama de problemas muito maior, como sistemas ligados, corpos rígidos, contínuos, etc. Em geral, pode-se dizer que após Newton, a mecânica mudou-se para o continente, e após Euler, especialmente para a França (GRATTAN-GUINNESS, 1990), onde estava Lagrange.

Euler e seus contemporâneos acreditavam na novidade dos princípios de sua época; entretanto, logo à frente, Lagrange já não esboça a mesma opinião, escrevendo em *Mécanique* que os conhecimentos de força acelerativa após Newton eram apenas sua tradução para a forma analítica (LAGRANGE, 1811, p. 241). Para muitos, a obra de Lagrange completa o desenvolvimento da Mecânica Analítica.

Lagrange tinha à mão diferentes princípios de diferentes problemas, e tinha boas razões para aceitá-los como válidos, porque estes descreviam bem diferentes classes de problemas. O objetivo de Lagrange era a organização dedutiva das leis, não a descoberta destas, através da redução delas à generalização.

Diferentemente da obra de Euler, o *Mécanique* não nos permite construir quantidades físicas como momento linear, centro de massa; apenas tratamos de energia. É um tratado que não possui imagens e esquemas, apenas raciocínio puramente algébrico. Apesar de não conter nenhuma descoberta, há resultados inéditos de Lagrange. Trata-se de uma teoria de equações diferenciais. Nessa obra, Lagrange renova os princípios de filosofia natural, com o cálculo como a base fundacional.

Lagrange começou sua mecânica com princípios analíticos. Utilizou o Princípio da Mínima Ação de Euler como o princípio universal, mas com outro formalismo, e a partir dele derivou as equações do movimento de Newton (ou de Euler) para forças conservativas. Foi o primeiro trabalho de mecânica que não precisou de um conceito *a priori* de força (PULTE, 2001).

Lagrange queria um sistema dedutivo coerente de leis de repouso e movimento, um sistema analítico, buscando uma “ordem na ciência”, de acordo com o necessitado na época. A geometria permaneceu importante para ele no contexto da descoberta, mas não poderia aparecer para a apresentação e justificação (PULTE, 2001, p. 78), bem como as fundações filosóficas, que também não apareciam em sua mecânica puramente matemática. Sua mecânica fica, dessa forma, conhecida como instrumentalismo matemático. Para Pulte (2001, p. 79), a mecânica de Lagrange é uma consequência lógica e ao mesmo tempo, uma dissolução do euclidianismo: coerência lógica no lugar de verdade material.

Para manter a ordem e a unidade da ciência, a Mecânica Analítica busca ferramentas e técnicas matemáticas abstratas, processo que acaba com Lagrange, que escreve a partir de axiomas formais, o que deixa de ser “leis da natureza” para ser uma estrutura dedutivo-axiomática.

Entretanto, tal estrutura foi construída a partir de uma base sólida de conhecimentos já estabelecidos por outros, já mencionados. Mas ao nos depararmos com a obra de Lagrange, o que chama a atenção e é relevante neste trabalho é a omissão quanto à contribuição de Euler para as leis do movimento, e nos perguntamos o porquê desta ter ocorrido. Em *Mécanique Analytique*, Lagrange comenta:

> Mas foi reservado para Newton dar esse novo passo e completar a ciência dos movimentos variados e das forças aceleradas que podem gerá-los. Esta ciência agora consiste apenas em algumas fórmulas diferenciais muito simples; mas Newton utilizou constantemente o método geométrico simplificado pela consideração das primeiras e últimas razões, e se ele usou algumas vezes o cálculo analítico, foi apenas o método de série que ele mesmo empregou, o qual deve ser distinguido do método diferencial, embora seja fácil reuni-los e recordá-los ao mesmo princípio[69] (LAGRANGE, 1811, p. 225).

Nesse trecho, podemos perceber que Lagrange afirma que Newton completou a mecânica, mesmo que tenha utilizado métodos geométricos e que hoje se essa ciência é descrita por elementos diferenciais, tal descrição pode ser reencaminhada para o que Newton elaborou, ou seja, Lagrange afirma que Newton é o último a descrever novos conceitos e teorias em mecânica. Na sequência, ainda ressalta que os seus sucessores apenas traduziram suas produções para o formato diferencial:

> Os geômetras que, depois de Newton, trataram a teoria das forças aceleradoras, quase todos se contentaram em generalizar seus teoremas e traduzi-los em expressões diferenciais. Daí as diferentes fórmulas das forças centrais encontradas em várias obras de Mecânica, mas as quais não são mais usadas, porque só se aplicam a curvas que deveriam ser escritas sob uma única força tendendo a um centro, e que agora temos fórmulas gerais para determinar

---

[69] Mais il était réservé à Newton de faire ce nouveau pas et de compléter la science des mouvemens variés et des forces accélératrices qui peuvent les engendrer. Cette science ne consiste maintenant que dans quelques formules différentielles très-simples; mais Newton a constamment fait usage de la méthode géométrique simplifiée par la considération des premières et dernières raisons, et s'il s'est quelquefois servi du calcul analytique, c'est uniquement la méthode des séries qu'il a employée, laquelle doit être distinguée de la méthode différen tielle, quoiqu'il soit facile de les rapprocher et de les rappeler à un même principe (p. 225).

> movimentos produzidos por quaisquer forças[70] (LAGRANGE, 1811, p. 225).

Entretanto, as fórmulas gerais mencionadas, e que levam em conta quaisquer tipos de força, advêm justamente do trabalho de novas conceitualizações e elaborações de Euler, Bernoulli, d'Alembert e outros.

Como já descrito nos capítulos anteriores, Euler também foi o responsável pela inserção do formalismo analítico leibniziano na resolução dos problemas de mecânica, assim como pela introdução do conceito de função, o que ampliou o alcance do princípio newtoniano, alterando sua substancialidade, ao resolver problemas que outrora não eram possíveis. Lagrange descreve detalhadamente esse processo, mas como se tais elaborações não fossem mais do que uma simples tradução do pensamento newtoniano, e assim, sem ser necessário mencionar os responsáveis pela nova visão de mecânica.

> [...] o efeito da força aceleradora consistindo apenas em alterar a velocidade do corpo, essa força deve ser medida pela razão entre o aumento ou a diminuição da velocidade durante qualquer momento não especificado, e a duração deste instante, isto é, pelo diferencial de velocidade dividido pelo tempo; e como a própria velocidade é expressa nos vários movimentos, pelo diferencial do espaço, dividido pelo tempo, segue-se que a força em questão será medida pelo segundo diferencial do espaço dividido pelo quadrado do primeiro diferencial do tempo assumido constante. Assim também o segundo diferencial do espaço (...) irá expressar a força de aceleração cujo corpo deve ser movimentado na mesma direção, e deve, portanto, ser igual à força atual que deve agir nessa direção. Isto constitui o princípio bem conhecido de forças aceleradas[71] (LAGRANGE, 1811, p. 226).

---

[70] Les géomètres qui ont traité, après Newton, la théorie des forces accélératrices, se sont presque tous contentés de généraliser ses théorèmes, et de les traduire en expressions différentielles. De là les différentes formules des forces centrales qu'on trouve dans plusieurs ouvrages de Mécanique, mais dont on ne fait plus guère usage, parce qu'elles ne s'appliquent qu'aux courbes qu'on suppose dé crites en vertu d'une force unique tendante vers un centre, et qu'on a maintenant des formules générales pour déterminer les mouve mens produits par des forces quelconques.

[71] 1'eflèt de la force accélératrice ne consistant qu'à altérer la vitesse du corps, cette force doit être mesurée par le rapport entre l'accroissement ou le décroissement de la vitesse pendant un ins tant quelconque, et la durée de cet instant, c'est-à-dire, par la différentielle de la vitesse divisée par celle du temps; et comme la vitesse elle-même est exprimée dans les mouvemens varies, par la différentielle de l'espace, divisée par celle du temps, il s'ensuit que la force dont il s'agit sera mesurée par la différentielle seconde de l'espace, divisée par le carré de la différentielle première du temps supposée constante. Donc aussi la différentielle seconde de l'espace que le corps (...) exprimera la force accélératrice dont le corps doit être animé suivant cette même direction, et devra par conséquent être égalée à la force actuelle qui est supposée agir dans cette direction. C'est ce qui constitue le principe si connu des forces accélératrices.

Tem-se também que destacar o fato de que Johann Bernoulli, na obra de 1742[72], além da generalização descrita para o problema das oscilações compostas e redação das respectivas equações de movimento, também deu outro grande passo na mecânica, que foi a introdução do uso de coordenadas cartesianas ortogonais de modo geral (MALTESE, 1992, p. 155). Euler então estabeleceu o uso destas para a resolução de problemas de mecânica, utilizando a decomposição das forças e fazendo as contribuições como independentes entre si. Euler foi o primeiro a expressar a segunda lei newtoniana em formato cartesiano, na obra "*Recherches sur le mouvement des corps célestes en général*", de 1747 (publicada em 1749b), que entretanto, ainda não era o princípio geral.

No entanto, por algum motivo que desconhecemos, talvez pela visão e grande defesa newtoniana partilhada entre MacLaurin e Lagrange e trazida no *Treatise*, ou talvez pela não separação da geometria por Varignon durante o processo analítico nessa obra (GRABINER, 2004), Lagrange coloca MacLaurin como sendo o primeiro a utilizar essa nova maneira de resolução, conforme o trecho a seguir:

> (...) parece que Maclaurin foi o primeiro a usá-lo em seu Traité des Fluxions, que apareceu em inglês em 1742; agora é universalmente adotado[73] (LAGRANGE, 1811, p. 227).

Truesdell discorda com bons argumentos (1960b, p. 252), apontando Johann Bernoulli (1742b) como sendo o primeiro a utilizar as coordenadas na solução de um problema de mecânica, o da corda vibrante com duas massas pontuais (MALTESE, 2000, p. 323). Para Truesdell (1968, p. 252), assim como para Maltese (1992, p. 155), foi a falta de citação por parte de Lagrange e sua falaciosa argumentação a respeito de que MacLaurin seria o precursor no uso das coordenadas ortogonais que contribuiu fortemente para a imagem errônea de mecânica repassada para a literatura da história da mecânica.

Enfim, há inúmeras partes na *Mécanique* em que Lagrange discute, expressa e defende conceitos criados após Newton, entretanto, sempre com a convicção de que todos foram obra deste, e os que não foram, de que eram apenas traduções dos feitos newtonianos para a forma analítica.

---

[72] *De pendulis multifilibus.*

[73] il paraît que Maclaurin est le premier qui l'ait employée dans son Traité des Fluxions , qui a paru en anglais en 1742; elle est maintenant universellement adoptée.

A obra de Lagrange ficou muito conhecida em toda a Europa no final do século XVIII, devido à reputação de Lagrange, ao caráter acessível da obra, e também, devido a resumir o pensamento em mecânica que fora desenvolvido durante muitas décadas. Dessa maneira, acreditamos que a história anterior à criação dessa obra foi simplesmente ignorada devido à crença de que o material de Lagrange era um resumo verdadeiro dos acontecimentos anteriores.

Quem iria duvidar de Lagrange e refazer a trilha dos caminhos que o levaram até o *Mécanique*? Ou melhor, quem iria duvidar do caminho que o levaria novamente até à redação dos *Principia*? E para quê alguém o faria, se um novo e prático formalismo surgia com Lagrange? Pode ser que nem mesmo Lagrange seguisse a trilha correta, sem perceber, ao escrever o *Mécanique*.

2.2.4 Ernst Mach

Com a publicação em 1788 de *Mécanique Analytique*, os cientistas praticamente esqueceram os conhecimentos e princípios anteriormente produzidos, adotando a obra como produto final da mecânica. O que Lagrange faz é justamente defender a ideia de que os desenvolvimentos depois de Newton foram meramente matemáticos. Ernst Mach, físico e filósofo formador de ideias no século XIX e outros historiadores utilizaram essas páginas como referenciais para suas reconstruções históricas.

Mach ficou conhecido por ser um professor que estimulava o ensino de história da física e era também um divulgador de ciência. A partir de 1887, passou a publicar livros didáticos de Física para escolas, assim como materiais de fácil acesso para divulgação, os quais logo foram traduzidos para alemão, italiano e russo (HIEBERT, 1970, p. 187), ou seja, a disseminação da sua obra ocorreu de maneira rápida e ampla. Sua influência era muito forte em toda a Europa, nos séculos XIX e XX.

Em sua obra a respeito da mecânica, *The Science of Mechanics*, cuja 1º edição é de 1883, Mach afirma que:

> Os méritos de Newton quanto ao assunto são duplos. Primeiro, ele ampliou consideravelmente o alcance da física mecânica por sua descoberta da gravitação universal. Segundo, ele completou a enunciação formal dos princípios mecânicos agora aceitos. Desde sua época, nenhum princípio essencialmente novo foi expresso. Tudo o que foi feito em mecânica desde esse tempo, foi um desenvolvimento dedutivo, formal e matemático com base nas leis de Newton (MACH, 1919, p. 187)[74].

Somos obrigados a discordar de Mach com relação a essa sentença, devido ao que já foi exposto neste trabalho. Por muito tempo, as leis fundamentais da dinâmica foram inquestionavelmente creditadas a Newton. Até o início do século XX, nem os historiadores da ciência, nem os cientistas se preocupavam com as ideias de Mach, se estas estariam corretas ou distorcendo fatos ocorridos nos séculos XVII a XIX; dessa forma, concordavam com suas ideias sem questionar, bastando um resumo da história e o conteúdo conceitual técnico para o ensino. Entretanto, a mecânica que se ensina hoje na sala de aula não é aquela primitiva de Newton, mas aquela desenvolvida pelos Bernoullis, Euler e outros. A partir dessa confusão histórica e conceitual, alguns historiadores passaram a questionar as bases duvidosas dessa concepção grandemente defendida por Mach. Dentre eles, um dos principais nomes é Clifford Truesdell.

Truesdell (e também nós) se questiona de onde vem essa mecânica entre Newton e Euler e como foi construída. Para responder a perguntas como estas, Truesdell propôs o programa para redescobrir a mecânica racional do Iluminismo (1960a), o qual foi grandemente citado neste trabalho, na construção do episódio histórico.

Truesdell discorda da visão assumida por Mach de que a mecânica de Newton seja um sistema completo e que nenhum novo desenvolvimento conceitual tenha ocorrido depois dos seus, somente aqueles dedutivos e matemáticos (TRUESDELL, 1960a, p. 89). Truesdell e Hankins deram início à revisão do ponto de vista machiano, indicando várias provas documentadas da insuficiência conceitual da mecânica na primeira metade do século XVIII (MALTESE, 1992, p. 201), assim como nós também o fizemos no capítulo 1. Maltese (1992) e Gaukroger (1982)

---

[74] The merits of Newton with respect to our subject were twofold. First, he greatly extended the range of mechanical physics by his Discovery of universal gravitation. Second, he completed the formal enunciation of the mechanical principles now generally accepted. Since his time no essentially new principle has been stated. All that has been accomplished in mechanics since his day, has been a deductive, formal, and mathematical development of mechanics on the basis of Newton's laws.

também criticam a posição de Mach, e afirmam que foram necessários muito mais esforços para a compreensão da mecânica nessa época do que meros formalismos.

Entretanto, mesmo após toda a exposição de Truesdell, não muitos aderiram à sua visão, e a dificuldade estava justamente em aceitar que o procedimento matemático não era apenas formal, técnico, mas de certa forma, conceitual. Muitos tem dificuldade de aceitar essa visão ainda hoje, e é visando um maior esclarecimento desse episódio histórico que elaboramos este trabalho.

A visão de Mach oculta toda a busca e análise de conceitos, fazendo com que os seus leitores pensem a mecânica como uma ciência que surgiu da experimentação. Para Truesdell, a mecânica é uma ciência matemática (TRUESDELL, 1960a, p. 11), de problemas cujas soluções necessitavam de novos princípios e métodos, que por sua vez eram utilizados em novos problemas, ou seja, reduzidos e generalizados. Assim, a ideia de que os métodos newtonianos dominaram o século XVIII é mostrada como errônea em Grattan-Guinness (1990), devido à participação de muitos contemporâneos e sucessores que trouxeram essas extensões e modificações ao seu trabalho, e também a outros que trouxeram abordagens paralelas e alternativas à de Newton, assim como generalizações, como foi o caso da mecânica variacional.

Segundo Mach, a mecânica de Newton era suficiente para resolver todas as classes de problemas. Entretanto, para determinar o movimento de fluidos, por exemplo, todas as vezes que se atacava essa classe de problemas, não era utilizando princípios de mecânica (TRUESDELL, 1960, p. 7). A partir do momento em que Euler alcançou esse avanço conceitual, imediatamente a lei foi tratada como obviamente de Newton, pois Euler tratava-se de um matemático, que aparentemente (e injustamente o foi assim tratado) não se importava com a física real do problema.

No século XIX, ocorre a fase do utilitarismo científico e não mais o foco nas questões metafísicas. Esse utilitarismo mudou a forma com que se percebiam as fundações do pensamento científico da época da revolução científica do século XVII. Essa é corrente positivista defendida por Mach, que defende que as questões metafísicas deveriam ser ocultadas e somente a descrição pura do conteúdo técnico deveria ser feita.

No final do século XIX, Mach apresenta suas críticas à obra newtoniana e sua visão positivista da Ciência, fazendo grande uso do princípio da economia de pensamento, o qual defende que as leis e teorias devem ser utilizadas de forma a economizar o tempo do cientista (FITAS, 1998). Segundo esse princípio, uma boa teoria científica deve ser escrita por formulações matemáticas, sem qualquer relação com os sentidos, com a explicação causal dos fenômenos, ou com a própria natureza[75]. Para Mach, todo princípio geral involve uma economia de pensamento, e na verdade, esta é a base da ciência[76], e é por isso que em *The Science of Mechanics*, Mach comenta (1919, p. 467) a respeito da estupenda contribuição de Lagrange ao princípio de economia, ao incorporar em sua obra muitos conceitos possíveis em uma única fórmula.

Para apresentar suas críticas à ciência e a Newton, Mach escreve em *The Science of Mechanics* a respeito da mecânica dos séculos XVII e XVIII, em que novamente aparece a ideia (já retomada de Lagrange) de Newton como aquele que concluiu os desenvolvimentos conceituais do assunto. Essa visão tem sido carregada nos manuais de física até os dias de hoje e é o cerne da nossa discussão: uma abordagem histórico-filosófica do assunto não tornaria o estudo de mecânica mais compreensível e com um caráter mais motivador, a partir do rastreamento da construção desse conteúdo?

De fato, as maiores críticas à obra de Newton de fato vieram de Mach, que possivelmente foi o primeiro a criar um jornal de educação em ciências, o qual também defendia, surpreendentemente, um ensino com abordagem histórica. Em sua obra, Mach refaz algumas definições de Newton, pois não aceitava seus conceitos de espaço e tempo absolutos, por exemplo. Para se comprovar a forte influência de Mach no ensino, essas reformulações machianas constam nos manuais didáticos ainda hoje, conforme mostram Assis & Zylbersztajn (2001), que analisaram cinco importantes livros didáticos de física e perceberam tal influência na mecânica newtoniana apresentada. Os autores também evidenciam que os autores dos livros didáticos não percebem que estão sob a influência de Mach.

---

[75] Para uma explicação mais aprofundada acerca do princípio da economia, leia Fisette, 2009.
[76] Para um aprofundamento no tema, ver Mach (1919, p. 481). Na verdade, toda a obra é balizada pelo uso desse princípio.

Assim, Assis & Zylbersztajn acreditam que a interpretação trazida nos livros sobre referencial inercial sendo adotado como sendo o conjunto das estrelas no céu (que é a visão introduzida nos manuais por Mach), como sendo uma interpretação newtoniana, é devida a uma falta de conhecimento histórico, uma vez que esse referencial foi assim determinado somente com Mach e não com Newton. Esse referencial é definido por Mach a partir do experimento do balde de Newton. Newton queria mostrar que é o referencial das estrelas no céu que faz com que a água mude de forma dentro do balde, entretanto, chegou a resultados que o fizeram acreditar que não havia influência das estrelas, e sim do balde com o espaço absoluto. Mach critica Newton nessa questão e define que é o conjunto de estrelas que faz com que a água mude de forma, estabelecendo assim esse padrão de referencial inercial (GARDELLI, 1999). Assim como o que ocorre com essas definições, o mesmo acreditamos ser válido para a construção remontada por Mach (e outros) de que $F = ma$ é a Segunda Lei de Newton, a qual é apresentada de maneira totalmente descontextualizada e sendo reduzida às construções de Newton.

Maltese partilha conosco a ideia de que Mach foi um dos responsáveis pela propagação da ideia de que Newton construiu toda a mecânica, até mesmo entre os físicos. Para ele, talvez a grande defesa machiana de Newton advenha da compatibilidade de sua visão positivista com as de Newton, ao não se importar com a explicação causal dos fenômenos. Ou seja, que o que aconteceu foi uma evolução “substancial” da mecânica.

Neste trabalho, buscamos expor de maneira clara, a partir desses quatro argumentos principais apresentados, a visão defendida por Truesdell e seus seguidores, dentre os quais nos incluímos, de que a segunda lei de Newton por nós hoje utilizada, é na verdade, o produto de uma construção conceitual que durou cerca de sessenta anos, e foi finalizada com a elaboração do princípio fundamental da mecânica por Euler.

Capítulo 3. Análise filosófica do porquê a lei é “de Newton” a partir de Thomas Kuhn

Vimos no primeiro capítulo o desenvolvimento da lei de Newton por parte de Euler; no segundo capítulo apresentamos quatro hipóteses para explicar por que, apesar de Euler ter sido decisivo na alteração conceitual do enunciado original, este tem sido sistematicamente ignorado pela historiografia. Neste terceiro capítulo, nosso objetivo é o de apresentar uma estrutura filosófica que explica esta omissão histórica; buscamos esta estrutura na concepção filosófica de Thomas Kuhn. O capítulo se divide em duas seções. Na primeira, apresentamos o referencial teórico de Kuhn; em seguida, na segunda seção, utilizamos o referencial para explicar a omissão histórica.

3.1. Thomas Kuhn e a ciência normal a partir do estabelecimento de paradigmas

Para Thomas Kuhn, a produção do conhecimento científico ocorre por meio de *paradigmas* compartilhados entre comunidades de pesquisadores. Esses pesquisadores empregam os paradigmas na busca das soluções para seus problemas de pesquisa.

Um paradigma bem sucedido se desenvolve no interior daquilo que Kuhn denomina de *ciência normal*: um período de uma disciplina científica no qual os cientistas trabalham a partir de regras e preceitos compartilhados por todos os membros da comunidade. Essas regras e preceitos são indicações gerais de como a realidade deve ser compreendida e são entendidos coletivamente como sendo um “paradigma”. Na história do pensamento científico é possível encontrar exemplos de paradigmas. Na química de Lavoisier, o paradigma indicava que os fenômenos de transformação da matéria deveriam ser compreendidos quantitativamente e não por meio de qualidades da matéria; no evolucionismo de Darwin se entendia que a natureza era hostil e os organismos estavam envolvidos em uma luta pela existência e, portanto, não fazia mais sentido pensar em ajustes harmoniosos entre organismo e natureza. Na mecânica newtoniana, o paradigma mostrava que os movimentos celestes e terrestres eram regidos pelas mesmas leis, mostrando que já não era mais necessária a presença de um ser superior que mantinha o universo funcionando.

Um ponto importante desta argumentação de Kuhn é que os paradigmas são simultaneamente fomentadores e restritores de formas de se fazer ciência. Um paradigma fomenta a pesquisa, pois indica quais são os métodos, instrumentos e entidades que devem ser considerados para a solução de problemas no interior da ciência normal. Por outro lado, ainda que pela mesma razão, ele restringe a pesquisa, pois não permite que certos métodos, instrumentos e entidades sejam empregados (para a solução dos problemas). Além disso, até mesmo o que conta como um problema a ser resolvido precisa ser legitimado pelo paradigma (retornaremos a este ponto em seguida).

Podemos dizer então que um paradigma fornece uma orientação geral para as pesquisas em um campo. Ora, tal orientação geral fornece um molde para as pesquisas específicas. As pesquisas específicas, por sua vez, fortalecerão o paradigma. Tal fortalecimento é parte importante da atividade científica, pois o paradigma não é uma realização acabada, mas uma estrutura que vai se fortalecendo mediante as pesquisas específicas:

> O sucesso de um paradigma [...] é, a princípio, em grande parte, uma promessa de sucesso [...]. A ciência normal consiste na atualização dessa promessa, atualização que se obtém ampliando-se o conhecimento daqueles fatos que o paradigma apresenta como particularmente relevantes, aumentando-se a correlação entre esses fatos e as predições do paradigma e articulando-se ainda mais o próprio paradigma (KUHN, 2007, p. 44).

A "atualização dessa promessa" é o trabalho científico realizado na ciência normal. Nesse trabalho, os cientistas procuram:

1) determinar com maior precisão os fatos apontados como relevantes pelos paradigmas, como a determinação da posição de estrelas e período dos eclipses, de acelerações de queda dos planetas e resistividade dos materiais, dos pontos de ebulição e de acidez das soluções, a construção de sincrotrons e radiotelescópios, etc.;

2) comparar, quando possível, as predições de um paradigma com os fenômenos;

3) articular de modo mais preciso o próprio paradigma e com isso determinar com igual precisão, por exemplo, o significado científico de certas constantes físicas.

Sem entrar em detalhes acerca de como ocorre pontualmente o trabalho acima, o que Kuhn procura chamar a atenção é que todo o conteúdo resultante de investigações científicas como as mencionadas acima não seria possível sem a orientação de um paradigma. A busca, por exemplo, de uma constante gravitacional, não possui o menor sentido fora dos marcos do paradigma newtoniano:

> Outros exemplos de trabalhos do mesmo tipo incluiriam determinações da unidade astronômica, do número de Avogadro, do coeficiente de Joule, de carga elétrica, e assim por diante. Poucos desses complexos esforços teriam sido concebidos e nenhum teria sido realizado sem uma teoria do paradigma para definir o problema e garantir a existência de uma solução estável (KUHN, 2007, p. 48-49).

Um ponto importante da argumentação de Kuhn gira em torno da noção de “novidade científica”. O paradigma indica a parcela da realidade que compete ao cientista investigar com profundidade; ao fazê-lo de modo bem sucedido, o cientista desenvolve o paradigma e o aprofunda consideravelmente, contribuindo assim tanto para o desenvolvimento do próprio paradigma quanto para o desenvolvimento de sua pesquisa específica.

> Ao concentrar a atenção numa faixa de problemas relativamente esotéricos, o paradigma força os cientistas a investigar alguma parcela da natureza com uma profundidade e de uma maneira tão detalhada que de outro modo seria inimaginável (KUHN, 2007, p. 45).

É nesse sentido que devemos compreender a noção de uma novidade científica. O paradigma da mecânica newtoniana se apresenta, é claro, como uma grande e estupenda novidade científica (entre outras razões por ser um contraponto grandioso à visão de mundo científica de Aristóteles); porém, realizações como as de Euler também devem ser consideradas como novidades. A questão aqui, empregando o referencial teórico de Kuhn, é que as duas novidades são conceitualmente diferentes; enquanto a de Newton é uma realização de natureza geral e indicativa de uma orientação para a mecânica, o trabalho de Euler (no que diz respeito à segunda lei) é uma realização específica, cuja novidade se restringe à apresentação da segunda lei do movimento. Assim, de acordo com Kuhn, a realização de Euler (e a novidade apresentada por Euler) somente faz sentido se compreendida como uma parte do desenvolvimento do paradigma newtoniano.

3.2. A lei é de Newton: consequência do paradigma newtoniano

A partir da exposição e discussão do episódio histórico nos capítulos 1 e 2, e também do exposto na seção 3.2.1., podemos considerar que Newton mudou o paradigma da mecânica no século XVII ao sugerir e determinar que os movimentos terrestres e celestes ocorreriam devido às mesmas leis, rompendo assim, com o paradigma aristotélico até então vigente.

Ao utilizarmos esse ponto de vista kuhniano de paradigmas, podemos considerar que Newton estabeleceu um novo paradigma, e que assim, os *Principia* marcam o início da autonomia da ciência, ou seja, a passagem de uma era da filosofia natural, que admitia sua subordinação à religião, para a era da ciência moderna, que é autosuficiente. Conforme discute Cunningham (1991, p. 380), os *Principia* foram concebidos como uma transformação com filosofia natural, devido às crenças de seu autor, e não como uma transformação da filosofia natural para a ciência moderna. Para esta última, ainda faltava desenvolvimentos posteriores, que chegariam com Euler, no século XVIII.

Verlet comenta (1996, p. 310) que a mecânica newtoniana, mesmo tendo sido reinterpretada e estendida ao longo dos séculos, foi a base para o nascimento de teorias como mecânica quântica e relatividade geral, no século XX, ou seja, o paradigma newtoniano prevalece sobre todos os desenvolvimentos posteriores em mecânica clássica. Quando falamos de bases para outros estudos, não nos referimos a conteúdos conceituais especificamente, mas à forma com que os problemas passaram a ser encarados. A partir da obra newtoniana, uma mudança de pensamento foi estabelecida, ou seja, o estabelecimento de um novo paradigma ocorreu.

O paradigma newtoniano foi aceito por muitos em sua totalidade, mas o número de suas aplicações não era tão grande quanto necessário. Dessa forma, hoje, o que um estudante de física precisa conhecer em dinâmica vai muito além do elaborado por Newton. Newton desenvolveu seus estudos focando no problema da mecânica celeste, não deixando claro como utilizar o paradigma para outros tipos de movimentos[77]. Os problemas terrestres foram então tratados por outros cientistas como Galileu, Bernoulli, entre outros, de maneira diferente do que Newton fez (KUHN, 2007, p. 52). Essas abordagens faziam parte de uma teoria mais geral, que seria posteriormente unificada por Euler. Essas realizações são parte do que Kuhn chama de ciência normal.

Do lado teórico, Newton teve alguns pequenos problemas, como o caso de ter que tratar os corpos como pontuais, ignorar efeitos como a resistência do ar, mas ainda assim, isso levava a uma aproximação entre a teoria newtoniana e a experiência, ainda que limitada. Os questionamentos a respeito de sua obra não eram com relação à experiência e observação, mas quanto a problemas teóricos. No século XVIII muitos cientistas, entre eles Euler, ocuparam-se em "*aperfeiçoar a adequação entre o paradigma de Newton e a observação celeste*" (KUHN, 2007, p. 54), com o desenvolvimento de novas técnicas de manipulação matemática[78] que ia muito além do pensado por Newton. A partir dessa visão, pode-se então considerar que Euler trabalhou no que Kuhn chama de ciência normal, ao fazer uma ciência mais esotérica, a qual envolvia colocar a mecânica regida pelo paradigma numa base fundamental, simples e geral. Mesmo que isso represente avanços conceituais sobre o que Newton fez, o paradigma era partilhado.

Nesse sentido, poderíamos dizer que Euler trabalhou dentro do paradigma, no período de ciência normal, atuando na articulação entre a teoria e o paradigma, resolvendo as ambiguidades, ampliando a abrangência da mecânica, trocando bases matemáticas e conceituais. Com relação aos problemas teóricos deixados por Newton, Euler os resolveu, esclareceu, ampliou sua gama de abrangência, e na parte quantitativa, essa articulação foi feita através da determinação da lei $F = ma$. Novamente conforme expõe Kuhn, não podemos separar esses dois tipos de trabalhos: eles se complementam.

A análise filosófica kuhniana de o porquê a lei ser de Newton e Euler ter sido ignorado, leva-nos a crer que as quatro hipóteses por nós levantadas aclamaram

[77] Kuhn defende que o paradigma não precisa explicar tudo, mas uma classe de problemas em especial, e ser a melhor alternativa entre os competidores.
[78] E como vimos nos capítulos 1 e 2, também desenvolvimentos conceituais.

Newton como o autor da lei devido a muitos cientistas e público em geral enxergarem o paradigma newtoniano. Euler trabalha como um articulador da teoria e o paradigma newtoniano: como Newton é quem estabeleceu o paradigma, o que as hipóteses nos levam a crer é que, depois dele, nada mais teria sido desenvolvido.

O newtonianismo não era somente uma nova forma de analisar, calcular e perceber os problemas mecânicos, mas uma nova cultura, uma nova forma de pensar. Newton teve tanto poder, em vários aspectos[79], que recrutou seguidores muito fieis. Esses seguidores, tanto *experts* em mecânica, como é o caso de Varignon e MacLaurin, quanto o público em geral, que se deixaram levar pela releitura de divulgação da obra de Newton, enxergavam o paradigma newtoniano, e assim, uma vez que Newton criou a estrutura, a lei era dele. Para eles, Newton revolucionou a maneira de se pensar a mecânica, unificou os céus e a Terra. Qualquer obra posterior e que estivesse relacionada aos seus escritos, certamente seria encarada como uma tradução de formalismos, devido a esse apoio que Newton conseguiu de muitos.

Conforme tratamos na seção 3.1, quanto mais uma determinada ciência é desenvolvida, mais esotérica se torna, ou seja, menos compreensível aos que não partilham o paradigma. E foi justamente isso que ocorreu com os *Principia*, que precisavam chegar ao público. A Edição de Genebra dos *Principia* foi uma obra que traduzia os escritos newtonianos para uma forma mais analítica, mais compreensível, e para tanto, foram nela propostas várias notas de rodapé explicativas. Perceba que era uma obra de divulgação, e então, quem a leria seria o público mais leigo e, em maioria, seguidor de Newton. Dessa forma, ao ler na EG uma formulação moderna, é muito possível que tenham imaginado que Newton teria sido o autor desta. E no caso de que não achassem que era Newton, sabiam que seria apenas uma tradução do que ele já havia feito. Como essa formulação da EG é muito parecida com a proposta por Euler, porém conceitualmente diferente, é possível que quando Euler a tenha proposto, a lei tenha sido compreendida como obviamente construção de Newton, pois, lembremos, o que está em vigor é o paradigma newtoniano, o público enxerga Newton num nível diferente dos seus sucessores.

---

[79] Para um maior aprofundamento nessa parte, ver Westfall, 1995.

Depois que Euler propõe seu novo princípio, Lagrange escreve um tratado sintetizando e encerrando o assunto em mecânica. O problema é que Lagrange também enxerga o paradigma newtoniano, e entende como se todo o desenvolvimento pós-Newton fosse apenas desenvolvimento matemático e não conceitual, e é devido a isso que Euler desaparece, pois a ideia lagrangeana é a de que existe um paradigma vigente, e é newtoniano.

Entretanto, a “mecânica newtoniana” que conhecemos foi elaborada ao longo do século XVIII, devido a conflitos na mecânica de Newton que foram substancialmente modificados por Euler e outros (PULTE, 2001). Não podemos dizer também que um paradigma foi substituído por outro, pois não houve um momento em que Newton não valia mais e Euler passou a valer; eles são complementares. O que ocorre é que Euler trabalha na ampliação do paradigma proposto por Newton.

Por fim, a defesa de Mach a respeito da unicidade de Newton como construtor da mecânica e posterior ciência normal com desenvolvimentos puramente matemáticos revela uma posição kuhniana, ao perceber Newton como o produtor da “revolução” da mecânica e como autor de um novo paradigma para essa área. Mach de fato não enxerga nenhum percalço no caminho entre Newton e a atualidade, trazendo uma história em geral linear e clara. Claro que Mach criticou e reestabeleceu alguns conceitos newtonianos, no entanto, ainda assim era defensor de que todos os problemas poderiam ser resolvidos a partir das leis gerais newtonianas.

No entanto, a partir da análise dos materiais e cartas do século XVIII, o que se nota é uma imensidão de princípios utilizados de casos em casos, até que os princípios gerais e compactos fossem finalmente encontrados (por Euler); totalmente diferente da imagem de completeza que permeia os livros didáticos. Se olharmos de longe, apoiando-nos nas ideias machianas, vemos um status antes de Newton, e outro após. Mas, se nos aproximarmos do episódio, o que vemos é algo totalmente diferente, embaçado, misturado. Para deixar o episódio limpo e linear, Mach, Lagrange, EG, newtonianismo, propositalmente ou não, colocaram Newton como único produtor dos princípios gerais do movimento, e ocultaram todo o resto, como Euler, d’Alembert, Bernoulli, etc.

Nesse sentido, trazemos Kuhn para esta análise a fim de expor o porquê da naturalidade e eficácia com que essas hipóteses tratam o paradigma newtoniano como a final produção em mecânica clássica, e consequentemente, a lei do movimento como lei "de Newton". Dado todo o sucesso de Newton, percebido e alicerçado pelas quatro hipóteses aqui elencadas, as quais levaram a enxergar o paradigma produzido por Newton em um nível diferente daquele das articulações do paradigma, que envolveriam as posteriores contribuições, agora torna-se compreensível o porquê a lei ainda ser "de Newton". Gostaríamos de deixar claro que não estamos nos referindo ao conteúdo da lei, se esta é produção de Newton, de Euler, de outros, ou se é uma construção conjunta: estamos analisando e afirmando que, a partir do que a história da ciência nos traz, a atribuição da lei a Newton é plausível mediante conteúdo das quatro hipóteses.

A produção da lei é uma construção que envolve muito mais elementos e cientistas do que Newton e seus *Principia,* já mostramos isso no capítulo 1. Houve muito mais desenvolvimentos depois de 1687 até 1776 para que a segunda lei do movimento emergisse. Entretanto, a lei é "de Newton", está escrito nos livros didáticos, e muito mais do que isso, a história da ciência assim foi construída, porque as quatro hipóteses dessa forma a fez. Não é uma questão de ponto de vista ou interpretação: de fato, a história assim foi construída.

Capítulo 4. Análise filosófica do porquê a lei é “de Newton”, a partir de Bruno Latour

Descrevemos nos capítulos anteriores inúmeros elementos que contribuíram para a construção da segunda lei do movimento. Em seguida, elencamos e discutimos quatro hipóteses principais que pensamos ser contribuintes para a construção da lei “de Newton”, como hoje a conhecemos. Utilizamos a filosofia de Thomas Kuhn para explicar essa ocorrência, e nesta seção, utilizaremos argumentos da perspectiva do filósofo e sociólogo da ciência Bruno Latour para novamente expor e defender nossa visão. Com Latour, desejamos mostrar o que $F = ma$ precisou fazer para se manter real, com a ajuda das hipóteses que apresentamos no capítulo 2, o que incluiu a necessidade de ocultar as contribuições de Euler e adotar Newton como seu criador. Nesse sentido, estamos utilizando Latour não como um explicador da omissão histórica, mas como um iluminador de como se ler o episódio histórico.

4.1 Latour

Abrimos a caixa-preta[80] da segunda lei de Newton, observamos sua construção, passamos pela inevitável confusão entre conceito e conteúdo, encontramos aliados, e por fim, não temos argumentos suficientes para declarar como o episódio se encerra: a ciência em ação (LATOUR, 2000) é muito diferente daquela depois que o conceito já se tornou uma caixa-preta.

Nesta seção, utilizamos a visão do antropólogo, sociólogo e filósofo da ciência Bruno Latour a respeito dos estudos científicos da ciência. Para Latour, existe uma grande diferença entre estudar a atividade de fazer ciência e a definição de ciência dada nos manuais. Para estudarmos tal atividade, devemos ver todos os elementos

[80] Expressão utilizada para a redação de um comando complexo dentro de um código computacional. A estrutura de funcionamento do comando é irrelevante, apenas importa o que entra e o que sai dele. Por isso, desenha-se em seu lugar uma caixa-preta. Aqui, fazemos analogia com conceitos e episódios de construção de fatos científicos, os quais são utilizados como verdadeiras caixas-pretas.

amarrados, sem fronteiras entre os de dentro e os de fora (LATOUR, 2000). A defesa de um mundo exterior e a tentativa da explicação externa de como o mundo funciona nos afasta cada vez mais da realidade, e que se quisermos nos tornar menos alienados, é necessário romper com a dicotomia sujeito-objeto[81] e perceber os demais atuantes no mundo: agora apenas existem atores, quantos forem necessários na construção do episódio. Uma Ciência fria, objetiva, imparcial, está completamente em desacordo com o que vemos dos cientistas, dinâmicos e vivos (LATOUR, 2001). A dificuldade de compreensão deste tipo de discussão ocorre justamente devido a que o fato e o fato não resolvido encontram-se ambos no mesmo espaço de discussão. Latour chama tal estudo de estudos científicos, os quais buscam trazer tanto os atores humanos quanto os não humanos ao discurso, mostrar suas culturas, histórias, ou seja, compreender o funcionamento interno dos fatos científicos (LATOUR, 2001, p. 15).

4.2 Fabricação de fatos e o fim da dicotomia sujeito-objeto

O fato científico pode ser considerado como fabricado, e ao mesmo tempo não-fabricado. Por exemplo, se levarmos em conta seu contexto, sua história, o fato enfraquece, já não aparenta ser tão sólido. Por outro lado, se inserimos seu contexto, o fato se fortalece, pois se torna mais complexo, vascularizado e mais real (LATOUR, 2001, p. 312). Os fatos são fabricados, de forma que no momento da interação dos humanos e não humanos, estes últimos alteram suas histórias, trajetórias. Assim, o cientista é surpreendido pela entidade, pois não a domina, não tem o controle do que ela fará (LATOUR, 2001, p. 324). Não é uma natureza inerte e um sujeito atuando sobre ela, mas um mundo cheio de personagens, divindades, conceitos, controvérsias. A ciência faz o cientista, e o cientista constrói o fato científico. Ambos emergem mutuamente. Newton de fato construiu uma lei de movimento, mas ao mesmo tempo, o cientista só surgiu devido à construção feita

[81] Nos estudos científicos, defende-se a ideia de que não há um sujeito atuante e um objeto passivo, ou vice-versa, mas atividade dos humanos e dos não humanos, e quanto mais atividade há de um lado, mais há do outro também.

pelo ator[82] *segunda lei do movimento* ($F = ma$), que por sua vez, foi fabricada por Euler. Isso não significa algo oposto à realidade. Euler fabrica $F = ma$. A Edição de Genebra dos *Principia*, Lagrange, Mach, o newtonianismo, fabricam a segunda lei "de Newton". Ela, por sua vez, fabrica Newton! Ela, a nova lei, decide que Euler fica de fora, sem se importar com quem permanece e quem é ignorado.

O cientista não apenas observou o fenômeno, ele o elaborou, mediu, calculou, definiu! Euler definiu e unificou a força, calculou, elaborou $F = ma$. A segunda lei também atua, pois elaborou, definiu Newton. Ao vermos um não humano atuando dessa maneira, percebemos que a dicotomia desapareceu completamente. São essas translações que fazem o ator emergir, que o tornam real. Quanto mais vínculos o ator possui, mais existência ele acumula; quanto mais o cientista trabalha nele, mais o não humano se torna independente (LATOUR, 2001, p. 160). Quanto mais vínculos $F = ma$ possui, quanto mais Euler, d'Alembert, Bernoulli, trabalham nessa formulação, mais independente a equação se torna. O fato científico não está aguardando por ser olhado e definido: ele também trabalha para sua imersão no discurso; não existe mais um abismo entre o mundo das coisas e o da linguagem, os não humanos também falam (LATOUR, 2001, p. 163).

Nos estudos científicos é utilizado um conceito de ciência com c minúsculo, que é o acesso, mediante experimentos e elaborações, a entidades não humanas, que lentamente são socializadas. Os cientistas desejam, a partir dessas suas ações, enriquecer a ontologia das entidades (LATOUR, 2001, p. 297), e a partir de mediações, desejam aumentar o número dessas entidades, tornar o conceito, entidade ou fato mais real, mas não de maneira a construí-los, mas mediante mediações que acarretarão em novas associações, e consequentemente, a novas entidades e fatos. Para esse tipo de ciência (a número 2), são necessários problemas, controvérsias, para que haja a associações de diversas entidades no coletivo[83].

Ao utilizarmos os conceitos de humanos e não humanos, rompendo com a dicotomia entre sujeito e objeto, natureza e sociedade, é necessário definir um local para a existência desse entrelaçamento, o coletivo. A ideia não é estender

[82] Para Latour, não existe diferença entre sujeito e objeto: são todos elementos que atuam no episódio.
[83] O "coletivo" é como Latour trata um agregado de elementos, como fatores do tipo "domínio social".

características de sujeitos a objetos ou vice-versa, mas evitar a distinção entre eles, já que a rede envolvida depende de ambos e no mesmo nível. Quanto maior a cadeira de associações entre não humanos uns com os outros, e também com os humanos, mais avançado o coletivo é. Latour explicita que a sociedade é construída, e para tal feito, os não humanos são essenciais. A sociedade é movida por ações mediadas por não humanos, as quais modificam as relações ditas sociais (LATOUR, 2001, p. 233).

Tivemos que mencionar muitos caminhos para a construção da segunda lei do movimento e a emergência da segunda lei de Newton nos capítulos anteriores (o que ainda é muito insuficiente, com base na visão latouriana), pois as construções e ações acontecem no meio do caminho, nas relações, e devido a um emaranhado de elementos (humanos e não humanos). Assim, quanto mais associações a segunda lei do movimento tiver, mais real parecerá, mais “newtoniana” ela será, e mais fechada a caixa estará.

A segunda lei do movimento não era uma caixa-preta (e não era a segunda lei de Newton) até nossas quatro hipóteses a fazerem como tal. Aliás, desde Euler até os dias de hoje, cada vez mais enxergamos a caixa fechada, entretanto, não podemos afirmar que no momento em que Euler escreveu o novo princípio, ou quando Lagrange escreveu o *Mécanique,* a caixa foi fechada, pois esse processo é como uma fogueira, em que quanto mais perto se está desta, mais quente é, mais se queimará; entretanto, não existe um limite exato para o qual se diga: aqui acaba o fogo, aqui a controvérsia é encerrada. Hoje, falamos na segunda lei “de Newton” como caixa-preta ao utilizar os fortes aliados cálculo diferencial, coordenadas cartesianas ortogonais, hidráulica de Johann Bernoulli, notação algébrica, Ernst Mach, segunda lei (enunciada por Newton), *Mécanique* de Lagrange, Edição de Genebra dos *Principia*. Entretanto, nesse tempo, a lei sofreu transformações, teve novas associações e mediações.

Para Latour, essa é a história da ciência, a história da mobilização de alguma coisa que possa ser levada a mover-se[84] (LATOUR, 2000). O problema, em vários

[84] Utilizando a proposta da dicotomia, haveria uma história dos cientistas numa natureza fixa inacessível, que precisaria de outro tipo de história. A noção de história da ciência perderia o sentido, já que esta existe somente quando há a modificação nas associações das entidades (LATOUR, 2000, p. 178).

casos, é a estabilidade dos fatos[85], ou seja, quanto à segunda lei continuar a existir, a se mover, a expandir, a continuar real. Já vimos que esta precisou se mover, trocar de forma, ampliar a rede de atuação, ampliar e substituir aliados, ignorar contribuições e cientistas, a fim de não perder sua realidade.

A segunda lei "de Newton" está a todo momento viva na escola e nos livros, na engenharia. Não podemos realizar qualquer movimento sem utilizar a lei "de Newton". Como poderíamos empurrar uma cadeira se não houvesse $F = ma$? Entretanto, parece que esse elemento não possui história; para se manter viva, $F = ma$ teve que atuar modificando muito ao seu redor, como ocultar o autor de sua existência, Euler. Newton, o "dono" da lei, foi moldado pelas manifestações históricas propostas e realizadas por atores como $F = ma$.

Após um fato científico ou uma tecnologia ser construído e estabilizado, entra em cena um segundo processo, que Latour chama de purificação, no qual os cientistas, ainda que sem admitir a si próprios, mas eficientemente, eliminam a trajetória (muitas vezes controvertida) da construção desses fatos, e é isso que nos dá a impressão de que os povos modernos "descobrem" as coisas, sem a influência da sociedade e sem uma história. Podemos perceber claramente a confirmação dessa afirmação de Latour no material de Mach e Lagrange, que escreveram diretamente a respeito do "descobrimento" da 2ª lei por Newton, sem influência de nenhum elemento adicional. Também podemos interpretar que $F = ma$ se tornou independente, sem precisar mais de Euler, e é essa forma independente que mostrou a Mach e a Lagrange, que auxiliaram o novo princípio a ocultar seu autor, mesmo que não propositalmente.

4.3 Modalidades, translações e aliados

[85] É ilusão acreditar que os fenômenos que existem hoje permanecerão eternamente, que sua realidade será preservada, caso não seja feita sua "manutenção". Quanto mais referências e articulações a entidade possui, mais realidade ela ganha (LATOUR, 2001, p.184). No caso em que não seja mais utilizada, não faça mais parte de nenhuma rede de conhecimento, ela simplesmente desaparece.

Para que você sobreviva num meio em que não é aceito, ou para de ser aquilo, ou redefine o que é sê-lo. Ou os cientistas param de teorizar a descrição dos movimentos através do que Newton escreveu nos *Principia*, pois a notação geométrica é limitante, a lei não é geral, a força não é bem definida, não consegue ser aplicada a uma ampla gama de problemas, como corpos extensos, em três dimensões, deformáveis, ou é necessário redefini-la (LATOUR, 2000), transformá-la. Quanto mais associações e mais ligada a afirmação for, ou seja, quanto mais transformada e incorporada for, mais real ela será.

Latour afirma que a maneira mais simples de disseminar a afirmação é deixando-a solta, para que cada um dos atores a transforme, a translade como for mais conveniente. Vários transformaram a segunda lei do movimento. Assim, a afirmação é acomodada, incorporada pelo público, mas algumas consequências ocorrem, como a transformação dela por todos; ela não terá mais um autor, mas quantos tiver a rede[86]; não será mais uma afirmação nova, pois todos a adaptarão para novas experiências; a mudança nunca é observável, pois não há uma base para comparação (LATOUR, 2000).

> A partir daí será mais fácil interessar mais pessoas na alegação, visto ser menor o controle exercido sobre elas. Assim, ela irá de boca em boca. No entanto, há um preço para essa solução. Nesses casos, a afirmação é acomodada, incorporada, negociada, adotada e adaptada por todos, o que implica várias consequências: primeira: a afirmação será transformada por todos, mas essas transformações não serão observáveis, porque o seu sucesso depende da ausência de comparações com a afirmação original; segunda: ela não terá um autor, mas tantos autores quantos forem os membros da cadeia; terceira: não será urna afirmação nova, mas aparecerá necessariamente como uma mais antiga, uma vez que todos a adaptarão a sua experiência anterior, a seu gosto e ao contexto; quarta: mesmo que a cadeia toda esteja mudando de opinião ao adotar uma nova afirmação - nova para o observador de fora que se comporta de acordo com o outro regime, abaixo -, essa mudança nunca será observável, pois não haverá uma base mensurável em comparação com a qual se possa notar a diferença entre alegações mais antigas e mais novas (...) (LATOUR, 2000, p. 341).

A segunda lei de Newton foi transformada, escrita por diversos autores, adaptada às experiências de Euler, tornou-se um novo princípio, e mesmo assim,

[86] As redes recombinam, mobilizam o mundo. Podemos estudar a própria força em $F = ma$. No interior dessas frágeis redes, a mobilidade é aperfeiçoada, assim como a capacidade de combinar-se. A rede é feita de elementos muitos diferentes, o que torna sem sentido defini-las como “científicas”, “políticas”, “técnicas”. O resultado dessas construções é a capacidade de agir à distância, de forma a dominar a periferia (LATOUR, 2000).

sua transformação não é observável, sempre foi a segunda lei de Newton. Não existe uma ruptura entre o que era de um autor e o que era de outro. Isso se deve a ela ganhar realidade, ser independente, e por isso, não tem mais um único autor. Mas seu aliados a fizeram como lei de Newton, eles também atuam.

Latour introduz o conceito de modalidades, que se refere às sentenças, afirmações enunciadas (2000). A veracidade ou ficcionalidade de uma modalidade é dada de acordo com a maneira como esta é dita: "$F = ma$ é a segunda lei de Newton, é óbvio, e isso está escrito nos *Principia*, na página 15". Analisemos a frase: durante a construção do fato, os atores envolvidos são capazes até mesmo de transformar as modalidades conforme seja conveniente. Relacionar o nome de Newton a uma lei geral da mecânica que funciona perfeitamente é normal e plausível (embora possa não ser verdade), pois devido a tudo o que foi explanado a seu respeito na seção 1.2 e na 2.2.1, ele pode se valer do argumento de autoridade, pois não está sozinho, tem vários e fortes aliados. A página 15 do volume 1 dos *Principia* traz um axioma entitulado de "2ª lei". Existem muitas pessoas que possuem a obra, mas pouquíssimas tem capacidade para compreender o conteúdo desse título, e assim, os poucos experts mostram aos leigos o que eles devem enxergar; a partir do que eles afirmam e devido às elaborações de Euler, $F = ma$ é tomada como a segunda lei do movimento, e mais ainda, todo o conceito se torna a segunda lei de Newton.

Ninguém está mentindo, a lei realmente é de Newton, está em todos os livros didáticos atuais e na boca da maioria dos professores de Física. Quanto mais repetições a modalidade ganha, mais real ela se torna. "*O destino das coisas que dizemos e fazemos está nas mãos de quem as usar depois*" (LATOUR, 2000, p. 52). Mesmo depois que um fato está estabelecido, este sofre transformações na medida em que é utilizado por outras pessoas; é o que Latour chama de estilização (LATOUR, 2000, p. 66). A estilização ocorre quando o fato permanece, então a cada teste, translação, a sentença se torna um fato e vai servindo de degrau para o próximo, e o conceito vai sendo cada vez mais incorporado à realidade. A lei dos *Principia* serviu de degrau para a lei de Euler, que serviu de degrau para a conhecida segunda lei "de Newton".

Depois de pronta, Newton queria que a segunda lei se tornasse uma caixa-preta, mas isso dependeria de seus sucessores. O que o fato, o objeto será, depende do que os outros farão com ele (LATOUR, 2000), se vão rejeitá-lo, largá-lo por falta de interesse, transformá-lo. Lagrange, Johann Bernoulli, d'Alembert, a Edição Jesuíta, a cultura do newtonianismo e Euler abriram a caixa e perceberam inconsistências e que ainda faltavam definições na mecânica de Newton. Vários modificaram sua "caixa-preta", introduziram termos, notações, até que Euler, depois de introduzir o formalismo leibniziano, o conceito de função, as coordenadas cartesianas, acabar com a notação geométrica, estabelecer o pensamento de generalização e a ampliação do método, a analogia com os movimentos angulares e a generalização dos tipos de movimento, formulou $F = ma$, o novo princípio. Lagrange então, após tomar conhecimento disso e da EJ, aplaude a nova "lei de Newton", assim como Mach; enfim, fechamos a caixa. Newton não foi o único produtor desse objeto, quem de fato o construiu? Outros atores foram alistados para a construção do fato, e translações ocorreram para que hoje a segunda lei do movimento tal como é, existisse. Não tem um autor, a lei é independente, é real.

Mas para que esses atores alistados se tornem aliados, é necessário que seus interesses sejam compatíveis com o da construção. Uma translação de interesses ocorre quando os objetivos originais são modificados de forma que um ajude o outro e cheguem a um objetivo comum, que desta vez, é diferente do inicial de cada um (LATOUR, 2001). Por exemplo, o newtonianismo ia muito além de um método científico, era uma cultura que Newton estabeleceu, e se para perpetuar suas ideias era necessário que Newton fosse o autor da lei, então seus sucessores precisavam ser ignorados; a EG não tinha a intenção de encobrir Euler da história, mas se para divulgar os *Principia* era necessário deixar que todos acreditassem que a reformulação da segunda lei fora feita por Newton, era o caminho a seguir. Lagrange não tinha outra intenção se não apresentar uma exposição sistemática, generalizada e sucinta da mecânica, mas se para isso era necessário aclamar Newton e derrubar Euler, era o caminho. Mach defendia o Princípio da Economia do tempo do cientista, e se para defendê-lo era necessário omitir a história, não havia outra alternativa.

$F = ma$ precisa se manter viva, e para isso, devido à aparição das nossas quatro hipóteses e outros fatores adjacentes, não mencionados aqui, ela coloca

Newton como o autor. E para que Newton tenha essa vantagem, ele conta com a política da época, com Halley, que precisava resolver o problema das órbitas planetárias, com Leibniz, um de seus principais inimigos, porém, homem cujo ferramental matemático seria utilizado para a póstuma glória de Newton; além de tudo, Newton conta com Euler e seus estudos, que acabaram o levando a otimizar as leis do movimento inicialmente propostas por Newton, com Varignon, que escreveu seu material numa forma mais analítica, com a EJ, que traduziu sua obra para uma maneira mais compreensível, com a notação algébrica substituindo a geométrica, com Lagrange, que levou a mecânica newtoniana a um nível mais elevado do que anteriormente o era, e com Mach, que confirmou todas essas suas construções como sendo de Newton.

Latour comenta sobre a sutileza com que as translações ocorrem. Quando se menciona uma informação, um *dictum*, ali estão inclusos modificadores, ou *modus* (como se fossem adornos). É uma informação, mas não é um fato científico. Retire o *modus*, e terá o fato científico. Por exemplo: "Newton escreveu uma obra que contém leis que possivelmente descrevem os movimentos terrestres e celestes, mas não se sabe se ela funcionará para todos os tipos de problemas". Tal afirmação pode ser modificada para "Newton estabeleceu as leis que regem os movimentos dos corpos, estão contidas numa obra chamada *Principia*", ou ainda, tempos depois, seria modificada para "as leis de Newton". Na primeira frase, não era um fato científico. A segunda já pode ser melhor encarada, mas ainda assim, não é bem estabelecida como a terceira afirmação, pois ainda possui modificadores. A última contém apenas o *dictum*, e já não é contestada, é uma "verdade" (LATOUR, 2001). É necessário reconstruir a história para avaliar a veracidade desse *dictum*, e é isso que fizemos, e nos deparamos com uma verdade diferente daquela que nos foi apresentada nos cursos de Física.

Os estudos científicos se preocupam em como o mundo se torna discurso graças a essas transformações, sem deformar os conceitos (LATOUR, 2001, p.117). E esse discurso se torna fato científico se houver apoio, se os colegas transladam a afirmação. Se os leitores dos *Principia* não acreditassem em seus escritos, as leis que regem os movimentos mecânicos não existiriam. Euler não teria proposto $F = ma$. Não importa que só os humanos apoiem a ideia, mas que a própria força atue da mesma forma em todas as situações, só assim Euler poderá propor a lei do movimento (LATOUR, 2001). E se as quatro hipóteses não apoiarem a lei, ela nunca será a segunda lei “de Newton”.

Em cada translação, há uma recombinação dos elementos da lei, criando um novo tempo, espaço, uma nova força, um novo Newton, um novo princípio $F = ma$ (LATOUR, 2000); devido a isso, alguma coisa é ganha na reformulação. A segunda lei dos *Principia* não resolve todos os problemas que o novo princípio, $F = ma$. Além disso, a compreensão da lei dos *Principia* não é trivial como $F = ma$. Durante a translação, a segunda lei de Newton perdeu história, geometria, mas ganhou eficiência, maior utilidade, tornou-se apenas $F = ma$. Essas transformações ocorrem em várias etapas, as quais são esquecidas depois que a entidade existe, ou seja, depois que $F = ma$ se torna real, depois que cria Newton e se torna a lei “de Newton”. A segunda lei escrita por Newton transformou-se na lei do movimento, de Euler. Tal lei criou Newton, esqueceu Euler, pois devido aos seus novos aliados (as quatro hipóteses), não era mais útil continuar com Euler, era preciso se apoiar nas forças oferecidas pelos aliados para se manter real, e isso significava ignorar Euler. As proposições sofreram translações e modificaram a articulação da rede. Algumas destas são esquecidas e empurradas para a periferia (LATOUR, 2001, p. 189). Quanto mais transformações e translações o conceito sofre, mais ligada e verdadeira a ciência é. O conceito chamado referência é o que faz com que após todas as translações o conceito permaneça o mesmo.

Nesse processo de transformação ocorre a demarcação de pontos de referência, o estabelecimento de coordenadas, padronizações e com isso, a união de elementos diferentes e desconexos num diagrama, ligado por linhas numa rede. Newton ligou os eventos celestes aos terrestres a partir da proposição das leis de movimento. Euler ligou as leis de movimento a uma generalização axiomática matemática, e ligou esta à própria natureza (LATOUR, 2001). Lagrange ligou essa natureza a Newton, e levou Euler para a periferia.

4.4 Instrumentos, equações e central de cálculo

Certamente, $F = ma$ diz respeito ao concreto, descreve o mundo real, é a força resultante quando há aceleração em um sistema. Entretanto, sua capacidade de ser moldada para diferentes situações, carregada em livros e mencionada como a “lei do movimento”, faz com que ela se torne um signo, um abstrato. O movimento da natureza foi substituído pela inscrição $F = ma$ no livro didático. É importante deixar claro que não há uma ruptura entre as coisas e os signos, apenas transformações que vão e que vêm, e que substituem a realidade, de maneira a deixar o conceito (ou a coisa) constante (LATOUR, 2001, p. 66).

Euler domina a mecânica, a lei do movimento, mas só porque domina os dispositivos de inscrição: se tirar as coordenadas cartesianas, a função, o formalismo leibniziano, Euler fica perdido. A lei “de Newton” também domina a mecânica, mas porque tem a EJ, a *Mécanique*. Retire isso e a lei será de Euler. Concomitantemente, é necessário modificar os dispositivos de inscrição para não nos perdermos em meio aos dados, e é esse movimento que faz emergir o conhecimento (LATOUR, 2001, p. 55).

O instrumento, ou dispositivo de inscrição é o $F = ma$, ele fala por toda a construção, por Newton, pelo cálculo diferencial, por Euler. O porta-voz explica o dispositivo, é capaz de ampliar a rede; Lagrange, Mach, EJ, newtonianismo, são os porta-vozes, mas assim o continuarão somente se o discordante achar que o que eles falam é o que o dispositivo de fato significa. Se o discordante tem sucesso, o porta-voz deixa de falar por todos, e assim, objetividade e subjetividade se deslocam gradualmente conforme a situação. É importante salientar que o porta-voz fala pela multidão, mas não significa que fale a verdade. É por isso que Euler é ignorado, porque os porta-vozes falam em nome de Newton.

Para que o leitor de Física acredite nas informações dadas, que $F = ma$ é a segunda lei de Newton, também é necessário fazer o controle dos opositores, movimento que Latour chama de captação. É necessário fazer com que os leitores se afastem das suas possíveis crenças iniciais, e isso não pode ser feito de maneira ingênua, mas atirando-lhe sempre caixas-pretas como apoio ao que se quer defender como verdade, de maneira que seja praticamente impossível discutir e se opor à questão: jogaram sobre nós a forte visão machiana; sobre Mach, jogaram a *Mécanique,* de Lagrange; jogaram sobre este a edição jesuíta dos *Principia*, a obra de MacLaurin e de Varignon; sobre os escritores da edição jesuíta e sobre tantos outros divulgadores contemporâneos de Newton, jogaram as simplificações e reformulações de sua obra, e esqueceram-se (ou propositalmente o fizeram) de avisar que não eram produções newtonianas. Um belo trabalho de controle de opositores foi feito! O nome de Euler sequer é mencionado.

Um objeto novo é definido pelo que ele faz no laboratório, por sua performance, na medida em que testes são feitos. Toda performance atrai interesses, e depois disso, é necessário mostrar competência (LATOUR, 2000). $F = ma$ não foi sempre a segunda lei dos movimentos do grande Newton; antes era um novo princípio enunciado por um matemático suíço (Euler), ou uma simplificação de divulgadores da obra newtoniana; a lei de Newton (dos *Principia*), por outro lado, era apenas um adendo do livro de um sujeito que escreveu a respeito dos orbes celestes. $F = ma$ é o que conhecemos hoje devido ao que as pessoas a tornaram, pelo que os testes a fizeram. A segunda lei de Newton, de 1687, mostrou sua competência, não foi suficiente, então bagunçou a rede, e foi substituída por outra; hoje é um fato tão resolvido que é até estranho pensar em abrir essa caixa-preta: esta já não é mais matemática, uma fórmula, um axioma, mas um discurso, a própria entidade força. O objeto novo também depende de objetos antigos para sua reificação (LATOUR, 2000). Isso não poderia ser mais verídico ao tratarmos da segunda lei do movimento. A segunda lei do movimento, que é nova, depende da lei de Newton para ser reificada. Mais ainda: a nova lei "de Newton" depende da lei do movimento para ser reificada.

Não se pode ir diretamente dos objetos para as palavras, antes, é necessário um longo caminho intermediário. Para validarmos aquilo que afirmamos, é preciso introduzir e encaixar os objetos no discurso. Como se pode falar que Newton construiu as três leis de movimento, se elas não se mostram presentes no mundo real? Precisamos introduzi-las no discurso, fazê-las essenciais para a explicação dos movimentos. E para que possamos percorrer esse caminho intermediário, identificar esses elementos, o funcionamento das coisas, "*o mundo precisa transformar-se em laboratório*" (LATOUR, 2001, p. 59). A força precisa ser necessária, uma cadeira só poderia ser empurrada com sua permissão.

Depois de coletados os dados, os instrumentos são utilizados para traduzir esse problema real ao laboratório, e lá ele é dominado. Depois das interpretações feitas, um artigo é produzido, que será o dispositivo de inscrição entre esse não humano e o discurso. O artigo de Euler trouxe $F = ma$ ao discurso, e ela está aqui até hoje (LATOUR, 2001). O *Mécanique* trouxe a lei “de Newton” ao discurso e esta se tornou tão real que ofuscou Euler.

Entretanto, uma equação não tem valor maior que outros tipos de ferramentas. Ela permite mobilizar, reunir, organizar, enfim, ela acelera a mobilidade dos traçados, intensifica a permutabilidade dos traçados, diz o que está associado a quê. São subconjuntos de translação. “*Concentram num só ponto aquilo de que a rede é feita, seus pontos fortes e fracos*” (LATOUR, 2000, p.391), reúnem e levam os fatos “*para dentro das centrais de cálculo*” (LATOUR, 2000, p.392).

A central de cálculo é onde os fatos ganham velocidade, apagando e agregando. A central não nega as situações anteriores, mas convence de que não é necessário carregar toda essa história para que o fato funcione (LATOUR, 2000). A partir do momento em que se usa $F = ma$, ela está carregada de Newton, *Principia*, Leibniz, cálculo diferencial, força, Euler, Halley, Descartes, d’Alembert, Bernoullis, Sistema Solar, Inglaterra, EJ, divulgadores que nunca leram os *Principia*, Mach, verdade absoluta apresentada livro didático, de uma forma compacta, etc. Ela remete a tudo o que foi necessário para criá-la. Com essa central de cálculo, o conceito se fortalece. Porém, para que isso ocorra, é necessário que a equação faça parte da rede do conceito de força. Se apenas falamos $F = ma$, ela é fraca, um emaranhado de letras; o fato enfraquece. É exatamente isso que ocorre no Ensino de Ciências: na central de cálculo do ensino, a equação não existe, apenas um punhado de letras, sem significado; o fato enfraquece e a atividade de fazer ciência não é estudada.

4.5 Sistema circulatório da ciência

Latour propõe a reconstrução de vaso por vaso do sistema circulatório da ciência, atribuindo ao coração uma nova função, a fim de se mapear a construção, substituição, translação e constância de conceitos científicos. A ideia é que a definição de uma ciência isolada do resto da sociedade não faz o menor sentido, frente ao que encontramos ao abrir as caixas-pretas dos laboratórios e de como a ciência é fabricada (LATOUR, 2001).

Latour defende que não há uma Ciência isolada e em torno desta, uma sociedade influenciando sua construção, e assim, rejeita-se a ideia de dividir a história em duas partes (LATOUR, 2001, p. 101). O que se defende é que ora a construção/fabricação do fato e do conceito ocorrem por meio de relações sociais, econômicas, ora por desenvolvimentos cognitivos, ou por ambas, e quando cada uma dessas situações ocorre, são mapeadas e incluídas na rede de conexões daquele conceito, ou seja, os estudos científicos traçam as conexões "*quando elas existem*" (LATOUR, 2001, p. 104).

Os estudos científicos buscam romper com essa divisão, e abordar a história como única (LATOUR, 2001, p. 103). Ao passo em que os políticos buscam algo e também os cientistas, ambos se encontram pelo caminho, e aí os elementos da história se modificam, assim como o caminho a ser percorrido por esses personagens. O que se quer sugerir aqui é que os estudos científicos não estabelecem conexões *a priori*, mas que "*a existência dessa conexão depende daquilo que os atores fizeram ou deixaram de fazer para estabelecê-la*" (LATOUR, 2001, p. 104).

Ao contrário da visão tradicional, de que a ciência deve ser isolada, os estudos científicos defendem que quanto mais vínculos ela tiver, quanto maior for sua rede de referências, de translações, quanto mais não humanos forem trazidos ao discurso, mais exata ela pode se tornar (LATOUR, 2001, p. 115).

Se observarmos cada um desses elementos separadamente, não encontraremos conexões diretas entre eles: o cálculo diferencial e integral, a navegação do século XVIII e a otimização de engrenagens, um inglês chamado Isaac Newton e um suíço chamado Leonhard Euler, a resolução de problemas de hidráulica, uma comunidade científica que trabalha com problemas de mecânica, o problema dos três corpos, Johann Bernoulli, o empenho de dois padres em traduzir a mecânica para o público leigo, o desejo de sistematização de Lagrange. São necessárias referências que circulem entre esses extremos para que uma rede seja formada; é necessário também um ator que seja o centro dessa periferia, e que mantenha a rede coesa.

Latour define cinco atividades principais que norteiam a compreensão da atividade científica, que são os instrumentos, colegas, aliados, público e vínculos ou nós (LATOUR, 2001, p. 117-118). Essas atividades são como um sistema circulatório da ciência, pois cada uma depende da outra, e cada uma possui sua função; sem coração, não há vascularização, bem como não há sem veias ou artérias. Inserimos nossas quatro hipóteses a respeito do episódio histórico nesses cinco elementos de vascularização, para que possamos compreender como esse ator $F = ma$ (a segunda “lei de Newton”) se construiu como lei de Newton e ocultou Euler.

$F = ma$ passou a ser um importante ente da Física depois que foi forjado por Euler, o qual levava a referência do formalismo leibniziano, formatado em coordenadas cartesianas, que utilizava a relação funcional, que era útil para a navegação do século XVIII, capaz de comparar e quantificar os movimentos terrestres e celestes, que ignorava o uso de geometria, generalizava a descrição de qualquer movimento mecânico, além de outras conexões nessa imensa rede; por fim, $F = ma$ é importante por ter construído Newton (LATOUR, 2001). A segunda lei do movimento construiu Newton, e para que ela o fizesse, contou com aliados, como Lagrange e Mach, contou com o público, construtor da cultura do newtonianismo, contou com instrumentos, como o artigo de 1752, a EJ, o *Mécanique*, e colegas, como Le Seur e Jacquier.

Os instrumentos (ou mobilização do mundo) referem-se à maneira como os não humanos são inseridos no discurso. Pode ser encarado como uma coleta de dados e suas posteriores reduções; uma coleta de solo, ou de questionários e suas interpretações, uma redação de um signo em um artigo científico. Essa mobilização faz com que o cientista tenha mais segurança sobre aquilo de que fala, a partir dela “*o mundo se converte em argumentos*” (LATOUR, 2001, p. 120). Os instrumentos aqui são o *Découverte*, a EJ, o *Mécanique*, *Science of Mechanics*, que trouxeram a força e Newton ao discurso, ao passo em que encobriam Euler.

A segunda atividade é a autonomização (ou colegas). É necessário que haja pelo menos um grupo de colegas que entendam a área de estudos do cientista, que o critiquem e o auxiliem. É partir da autonomização que se pode distinguir um cientista de um curioso (LATOUR, 2001, p. 121). Além disso, é necessário que haja instituições científicas a fim de reunir esse pessoal que estuda a mesma área. Para que seu estudo seja ciência, é necessário que alguém concorde com isso, e dessa forma, é importante estabelecer relações que façam circular suas referências; não adianta ter dados e interpretações, se ninguém mais sabe disso.

Os autores da EJ, assim como muitos outros divulgadores da obra newtoniana nos séculos XVII e XVIII, defendiam e apoiavam o trabalho newtoniano, tanto que o traduziam de maneira que o público mais leigo compreendesse sua ciência. Lagrange não ofereceu uma divulgação, mas uma sistematização da mecânica que acabou partilhando interesses com a segunda lei "de Newton", que estava construindo seu autor. Podemos ver que muitos colegas defendem a cientificidade da lei.

Outra atividade necessária ao cientista são as alianças, na qual este deve atrair o interesse de grupos, como investidores, por exemplo, para o desenvolvimento da pesquisa. O cientista insere sua ciência a ambientes amplos a fim de "*garantir-lhe sua existência e continuidade*" (LATOUR, 2001, p. 123). Essa atividade torna o fluxo no sistema circulatório mais rápido. É a partir dessas conexões que os não humanos são inseridos na sociedade. $F = ma$ encontrou aliados fortíssimos para sua empreitada, estes são Descartes e as coordenadas ortogonais, Leibniz e o cálculo diferencial integral, o momento angular, Euler e o novo princípio, a navegação, a Edição Jesuíta, Bernoulli e a aplicação de $dv = a\,dt$ a um elemento de fluido, d'Alembert e a crítica à concepção de força ambígua de Newton, e todos os demais atores envolvidos em mecânica após Newton. A conexão entre esses elementos e a lei fazem com que ela se torne forte, desenvolva-se, mesmo que não esteja diretamente relacionada a financiamentos, pois esses aliados são fortes e bem estabelecidos, o que trará forças para a lei.

Mesmo que todas essas atividades mencionadas ocorram, ainda é necessário que o público, ou os civis, entendam e aceitem aquela ciência: é a representação pública. Dependendo do tipo de pesquisa e seus resultados, ela pode acarretar em mudanças na concepção do coletivo, o que pode trazer aborrecimentos e discórdias. Por outro lado, se o público for convencido de que a pesquisa trará bons frutos, isso acarretará em mais financiamento e maior apoio. É necessária a habilidade do cientista de ao mesmo tempo modificar a opinião popular e ainda ter sua aceitação. A segunda lei do movimento teve total apoio do público, como já vimos anteriormente ao tratar do newtonianismo, e também devido à redação da EG (LATOUR, 2001). Depois disso, a lei “de Newton” teve total apoio popular mediante a defesa do newtonianismo por Mach e Lagrange.

O quinto item do sistema circulatório são os vínculos ou nós. Latour coloca estes nomes para evitar a palavra “conceito”. Além disso, deve-se também ter em mente que essa atividade não é mais importante que as outras mencionadas, pois todas fazem parte de uma estrutura única; fazemos a analogia de que os vínculos são o coração e as demais atividades são as veias e artérias; não estamos negando que esse quinto item seja o mais difícil, mas não se pode ter vascularização sem veias e artérias, e caso coloquemos esses elementos distanciados, também não haverá circulação. É isso que ocorre na descrição e compreensão da atividade científica: não chegaremos a lugar algum se estudarmos o conceito de um lado e o contexto de outro. Os vínculos são os conteúdos conceituais, mas para que servem? Para que resolver um cálculo de força, por exemplo? As respostas estão nas outras quatro atividades, como ganhar um concurso de otimização de engrenagens de navios, como foi o caso de Euler, ao reformular a segunda lei, ou construir um prédio em que os alicerces suportem seu peso, ou para otimizar o torque de um carro de luxo, ou ainda, para poder descrever qualquer movimento mecânico a partir de leis gerais. Para que o conteúdo tenha sentido, são necessárias veias e artérias que o coloquem em fluxo (LATOUR, 2001). Se pensarmos que o nó não é apenas a lei, mas sim a expressão “lei de Newton”, então para que este serviria? Para evitarmos de mencionar a história, para omitir construções conceituais e acelerarmos o processo de matematização, enfim, para mantermos a ideia tradicional de desenvolvimento linear da ciência. É por isso que precisamos percorrer os finos rastros deixados pelas formigas (cautelosamente para evitarmos interferir e estragar seus dutos), para descrevermos como a ciência é fabricada.

Em todas as atividades do sistema circulatório, pode-se perceber que cada uma delas não está em um nível superior ou inferior à outra, apenas são exigidos tipos diferentes de habilidades ao cientista para alcançá-las. Os vínculos ou nós são os que amarram essa rede, e é justamente essa capacidade de interligar os diferentes recursos que torna o conceito científico (LATOUR, 2001, p. 127), e são construídos pela junção de cada vez mais elementos.

4.6 Experimentos

Num experimento, não são os mesmos elementos que entram os que saem, pois se fosse dessa maneira, o mesmo Newton que entrou é o que teria saído, a mesma lei que entrou seria a que saiu: "*há sempre mais do que nele foi posto*" (LATOUR, 2001, p. 146). Se formos explicar o experimento por uma série de fatores e atores, sempre faltará algo, cuja explicação vem de maneiras diferentes, conforme a posição filosófica de cada um. O objetivo do experimento é fazer com que o não humano apareça, e a artificialidade do laboratório em nada atrapalha sua veracidade e validade (LATOUR, 2001, p. 151).

Além disso, um experimento não pode ser encarado como um conjunto de elementos prévios que entram, como uma receita de bolo. Antes que Newton escrevesse os *Principia* e elaborasse suas leis da mecânica, os movimentos que ocorriam nos céus e na terra não faziam parte do mesmo conjunto; pelo contrário, eram muito diferentes, descritos por várias teorias que diferiam das de Newton. O próprio Newton foi construído durante o evento de interação desses fenômenos, até a redação do novo princípio por Euler. Os atores se definem pelo experimento: tanto a força, quanto a lei, Newton, assim como a comunidade científica.

É importante observar que existe um abismo enorme entre algo não definido, como a força de Newton, e a definição da lei geral do movimento. O que Euler faz é auxiliar a força a se definir e a se unificar, rompendo a dicotomia entre sua ação contínua e discreta, atribuindo-lhe características e tornando-lhe visível, ou seja, cria uma ontologia para esse ser (LATOUR, 2001, p. 149). O que a EJ, Lagrange, Mach e o newtonianismo fazem também é definir, atribuir significado, mas desta vez, a Newton. Entretanto, para essa definição, precisam colocar Euler na periferia.

O que os estudos científicos desejam explicitar é que o responsável por todo o trabalho de experimento e pesquisa não é apenas o humano; as leis de movimento possuíam uma ontologia, estavam escritas nos *Principia*, elas que autorizaram a validade das afirmações de Newton. O fato de que Newton as descreveu e as fabricou não tira o "mérito" da independência das forças (LATOUR, 2001, p. 154-157). Mais tarde, Euler fê-las se manifestarem como entidades definidas e unificadas. Os humanos em ação mudaram, mas o não humano cada vez mais acumulou potência. $F = ma$ é real, tão real que criou Newton e re-elaborou sua própria história.

4.7 Articulação e redimensionamento do tempo

A relação entre as proposições é chamada de articulação. Por exemplo, Newton fala a respeito das forças (e não "fala das forças", porque o vocábulo não é a força) porque articula diversas proposições a ela, como a de que o movimento necessário para mover uma cadeira é o mesmo necessário para mover a Terra em torno do Sol. Além disso, as proposições não se limitam aos objetos. Quanto mais articuladas forem as proposições, mais definida a substância ou fenômeno se torna, e, portanto, mais real se torna (LATOUR, 2001).

A referência indica a fluidez entre as proposições, a qual vai se transformando a cada modificação de qualquer elemento na rede. A segunda lei de Newton de 1687 não é a mesma $F = ma$ de Euler, de 1752, uma vez que as articulações são outras; a inserção ou modificação de pequenos elementos é capaz de modificar toda a articulação da rede, já que acarretará outras referências, assim como foi o uso do formalismo leibniziano e cartesiano por Euler. Quanto mais referências a substância possui, mais estável será, embora possa ser modificada devido às diferentes articulações que possam surgir conforme esta é manipulada (LATOUR, 2001, p. 176).

As proposições possuem um invólucro espacio-temporal que limita o ator, humano ou não humano, dá-lhe uma definição provisória, e descreve seu desempenho no tempo e no espaço (LATOUR, 2001, p.351). Conforme surgem outros elementos, são necessárias associações ou substituições à entidade, e dessa forma, ocorrem as transformações na rede e no conceito, e a história é delineada. A segunda lei de Newton, de 1687, transformou-se em $F = ma$ de Euler, em 1752, pois houve novas associações e substituições; depois, transformou-se na lei de 1776; em 1788, a *Mécanique Analytique* a tornou lei de Newton; como as proposições e as articulações necessárias para cada uma delas emergirem são diferentes, voltamos a dizer, elas não significam a mesma coisa, as leis são diferentes. Os entes não possuem caráter essencialista, mas são definidos pelas suas associações, as quais se transformam frente às situações com que se deparam.

Quando se analisa o episódio histórico, não se pode afirmar que este possui uma única descrição, uma ontologia essencialista, mas antes, depende das associações que lhe são dadas; existem pelo menos três leis de movimento, a de Newton, a da edição de Genebra e a de Euler, com invólucros diferentes. Assim, não se tem a história dos cientistas e a natureza fixa a ser descrita, mas sendo fabricada conforme a manipulação realizada pelos humanos e não humanos delimitados em cada invólucro (LATOUR, 2001, p. 192). Como afirma Latour, "*a linha de demarcação definitiva onde a história parava e a ontologia natural a substituía desapareceu*" (2001, p. 193).

Hoje, quando utilizamos $F = ma$ (ou a segunda lei "de Newton"), redefinimos a fabricação desse princípio. Euler, a cultura do newtonianismo, a EG, Lagrange, Mach, a segunda lei do movimento, retroadaptaram o passado, redefinem a segunda lei de Newton, redefinem o ano de 1687. Os eventos que ocorriam em 1687 não são os mesmos que os descritos hoje, referentes àquele ano. Euler retroadaptou a segunda lei de Newton, Lagrange recortou $F = ma$, construiu Newton. A segunda lei do movimento criou Newton e fez Euler desaparecer.

Existe a dimensão linear do tempo, em que um ano passa após o outro, assim como existe a dimensão sedimentar do tempo (LATOUR, 2001), que é a que nos referimos quando falamos que muito do ano de 1687 foi elaborado de 1752 em diante. Em 1687, Newton era um matemático que escreveu um livro que tratava dos movimentos celestes e terrestres, o qual continha uma página que tratava das leis de movimento; em 1752, Newton era o autor de uma das várias teorias de descrição dos movimentos. Em 1788, Newton foi o finalizador da construção de conceitos em mecânica. Em 2018, Newton é o pai da Mecânica, autor das leis universais de movimento. Newton foi construído ao longo do tempo, e Euler, os autores da EG, Lagrange, Mach, a própria segunda lei, tiveram papel fundamental nessa proposição.

Newton foi responsável pela fabricação da segunda lei dos *Principia*, mas a emergência de $F = ma$ também fabricou Newton. As quatro hipóteses criaram Newton. Assim, as proposições agregam novas articulações, e consequentemente, sofrem translações: lei nos *Principia* é outra do que quando utilizada na navegação e na astronomia por Euler, e ainda outra de quando utilizada por um engenheiro para a construção de um edifício hoje.

4.8 Teoria Ator-Rede

Uma vez que a lei tenha sido revisitada, transformada, por que ainda é a lei de Newton? Pela rastreabilidade dos atores, retornamos a algo que poderia ser dito como a origem. Mas será que realmente o é? A lei é a mesma de 1687? Acreditamos que não. $F = ma$ arrasta tantas associações que fazem com que ela se mantenha, perdure, embora modificada (LATOUR, 2012). Dizemos mais ainda: a lei criou Newton, a partir de suas translações, que estão diretamente relacionadas às quatro hipóteses. Rastreando suas origens, descobrimos que as autoras de Newton, na verdade, foram sua lei, que por sua vez, foi elaborada por Euler, e as quatro hipóteses, que a partir de translações, reescreveram a história.

As condições nas quais a lei de Newton dos *Principia* foi produzida são diferentes das posteriores formulações e elaborações, até o que hoje chamamos de segunda lei do movimento. Isso que pode trazer fatores diferentes, como lei “de Newton”, e não apenas $F = ma$, que seria a materialidade desse ator.

A lei “de Newton”, ou melhor, a força, nesse caso, funciona como materialidade se conseguirmos mostrar a circulação da referência. Ela age como materialidade de uma materialidade anterior: uma teia é formada de tantas conexões que não é possível elencar todas: é como uma paisagem, a aranha, as árvores, os arbustos, as distâncias entre eles, os ângulos de inclinação, o clima, o vento, a região geográfica, enfim, não há como separar a teia, dessas (e inúmeros outras) entidades (LATOUR, 2012).

A partir da teoria que Latour propõe, não se pode justificar essas conexões, mas descrevê-las. Quando se tenta rastrear uma rede, uma teia, não se retorna à origem, o que é feito são saltos de discursos (LATOUR, 2012), entre o que vemos hoje num livro didático, o que Euler escreveu em seu artigo *Découverte*, o que Newton escreveu nos *Principia*, o que ele realmente pensava sobre as forças, o que Le Seur e Jacquier escreveram na EG, o que Mach pensava sobre a mecânica, e entre diversos outros locais e tempos. A partir desses saltos, a força ($F = ma$) se torna materialidade.

Entretanto, ao passo em que o analista estuda uma rede, ele se movimenta com ela, faz parte dela. Ao rastrearmos, nunca encontraremos uma foto, um instante em que o tempo tende a zero e uma imagem é delineada; não paramos a rede, ela se reconstrói constantemente. Ao mesmo tempo em que ela é móvel, construída, ela é real. E somente é real ao passo em que ela tenha estímulo para permanecer móvel (LATOUR, 2012). Ao analisarmos o episódio, sofremos deslocamentos, passamos pela construção de $F = ma$ de Euler, fomos até a lei do movimento, voltamos à lei de Newton, mas desta vez modificada por elementos que aqui resumimos em quatro hipóteses, até nos encontrarmos na construção de Newton, aquele cujo nome é proferido juntamente à lei que governa os movimentos mecânicos. A rede é móvel, os atores trocam de lugar, as articulações mudam, assim como seu centro. Começamos analisando $F = ma$ e terminamos analisando Newton.

Para Latour, a palavra social vem de associações, que são feitas de vínculos não sociais, heterogêneos. Latour define o social como "*um movimento peculiar de reassociação e reagregação*" (LATOUR, 2012, p. 25). Dessa forma, Latour propõe uma sociologia das associações, que percorre os caminhos de pura descrição, na qual paramos para ouvir o que os atores tem a dizer, é a ANT[87] (Teoria Ator-Rede, do inglês "Ator-Network Theory").

É uma teoria social ajustada aos estudos de ciência e tecnologia. Nela, os não humanos se apresentam de uma nova maneira: são atores "*e não meras projeções simbólicas*" (LATOUR, 2012, p. 29). A ANT rastreia conexões que

[87] Mantivemos a sigla em inglês devido à analogia que Latour faz da atividade desenvolvida nos estudos científicos com o trabalho que as formigas (em inglês "ANT") fazem.

permitem estabilizar as controvérsias criadas em torno de soluções de problemas sociais, por exemplo; tem por objetivo seguir os atores e ver o que eles fizeram com a existência coletiva.

A ANT vislumbra a ordem depois que todos os atores estão dispostos na rede. Definir e ordenar o social é função dos atores. Foi isso que a segunda lei do movimento fez com Newton, definiu e ordenou, e para isso, precisou eliminar elementos, como Euler. O analista só descreve, rastreia as conexões entre as controvérsias. A busca por ordem e padrão não é abandonada, mas colocada mais à frente, sob a forma de abstração, para que os atores tenham espaço para a ação (LATOUR, 2012).

O ponto de partida dos sociólogos das associações pode ser controvérsias acerca de agrupamentos. A fim de ouvir os atores, a ANT utiliza uma infralinguagem, "*algo que não possui outro sentido além de permitir o deslocamento de um quadro de referência a outro*" (LATOUR, 2012, p. 53). Assim, toda vez que mencionamos um grupo, "*seu mecanismo de fabricação se torna visível, e, portanto, passível de ser rastreado*" (LATOUR, 2012, p. 54). O delineamento do grupo é uma tarefa dos atores. Para delinear um grupo, são necessários porta-vozes que falem por ele. $F = ma$ delineou o grupo das quatro hipóteses, as quais falaram, definiram Newton por ela, e assim, explicaram por que Euler desaparece.

Ator, na expressão "ator-rede", não é um ato, mas um conjunto móvel de entidades ao seu redor. Empregar a palavra ator significa não saber quem está atuando, pois o ator nunca está sozinho. A ação é deslocada, traduzida. Não se deve presumir que os atores possuem uma linguagem que está contida na dos analistas, e que pode ser substituída por uma expressão precisa e sucinta. Os analistas possuem uma infralinguagem, que é um relato racional do que estão falando (LATOUR, 2012, p. 79). A tarefa é "*desdobrar os atores como redes de mediações*" (LATOUR, 2012, p. 198). Por isso ator-rede.

Ator-rede significa levar em conta ao mesmo tempo o ator e a rede na qual ele se encontra. Significa que os atores estão inundados pelas estruturas e ao mesmo tempo as estruturas permanecem abstratas, pois não foram mobilizadas por alguma interação (LATOUR, 2012, p. 245). As interações são levadas à existência por outros atores, mas os locais não formam um contexto em torno deles (LATOUR,

p. 241). Não podemos procurar uma estrutura na qual as interações estão alojadas (LATOUR, 2012, p. 241).

Não é possível contar todos os ingredientes da cena ao mesmo tempo. Há um número enorme de participantes modificando as interações; a ação é modificada por entidades de diferentes locais, épocas e que não pressionam o mesmo peso (LATOUR, 2012, p. 292). Newton, de 1687, foi modificado pela segunda lei do movimento, de pelo menos 1752, e principalmente, pelas quatro hipóteses. O leve toque de Lagrange em *Mécanique* modificou o pensamento de toda uma época. Mach, no século XX, ainda modificava o conteúdo dos *Principia.*

Contar uma história ator-rede é ser capaz de apreender as conexões sem estragá-las com a decisão *a priori* de qual é o "tamanho verdadeiro" das interações. Por que exigiríamos equipamentos mais pesados para percorrer finos condutos escuros escavados por formigas? (LATOUR, 2012, p.197-198). Não se deve decidir como os atores são levados à ação, mas detectar como eles constroem mundos entre si. Ali eles decidem as entidades aceitáveis e formam o mundo social (LATOUR, 2012). Descrevemos neste trabalho como $F = ma$ construiu o mundo em torno dela, e já podemos perceber que nessa construção, sua história foi reelaborada, trazendo Newton como seu autor, e deixando Euler de lado.

Sociólogos das associações estudam controvérsias em torno da ação para simplificar a tarefa de reunir o coletivo (LATOUR, 2012, p. 80). Os atores se envolvem em construções que redefinem todos os elementos do mundo. Alimentar controvérsias é uma maneira mais segura do que estabelecer *a priori* quais grupos e atores terão permissão para preencher o mundo social. É necessário liberdade de movimento (LATOUR, 2012). Para a ANT, "social" é um movimento, uma translação. É ali que são reveladas quais combinações foram exploradas (LATOUR, 2012, p. 99). São associações momentâneas que assumem novas formas.

Quando os atores param de deixar traços, deixam de ser atores; não são mais levados em conta. Depois de pronta a parede, os tijolos, nem a gravidade, nem o pedreiro, não mencionam uma palavra. Logo os objetos deixam de ser mediadores e passam a ser intermediários (LATOUR, 2012).

> Quando os objetos recuam em definitivo para os bastidores, sempre é possível – mas ainda difícil – trazê-los de volta à luz, usando-se

> arquivos, documentos, lembranças, coleções de museu etc., para produzir artificialmente, nos relatos dos historiadores, o estado de crise em que nasceram máquinas, recursos e implementos (LATOUR, 2012, p.121).

O texto dá espaço para os objetos agirem. Podem se tornar muito mais que os autores intencionam. É justamente isso que tentamos nos capítulos anteriores, trazer tais objetos novamente à luz, e descrever sua ação, através dos textos deixados pelos atores.

A EG une o novo princípio de Euler a Newton; Lagrange une a lei do movimento a Newton. O social faz essa associação. Um fator é um ator e não uma causa. A própria $F = ma$ explica quem é Newton. Devemos manter o desdobramento da realidade e rejeitar sua prematura unificação de questões de fato (LATOUR, 2012, p.170). O enunciado de Newton e o princípio $F = ma$ de Euler são uma unificação prematura de fatos, no sentido de que quer dar logo uma explicação unificando as duas coisas, pois não é um caminho óbvio, mas é assim que é dado no livro didático. Precisamos de tempo para olhar com calma, para "ouvir o silêncio". Isso não significa paralisar, mas exercitar a capacidade de enxergar as coisas funcionando. O exercício de calar a necessidade da explicação.

A ANT ajuda não a achar o caminho, mas a se perder. Latour (2012) quer que nos acostumemos a nos perder. A ANT segue os fatos científicos, os quais revelam informações para que se chegue até suas fábricas, ou seja, seus laboratórios. Entretanto, esses locais não se limitam aos laboratórios. Quanto mais a ciência e a tecnologia se estenderem para o cotidiano das pessoas, por exemplo, mais tornarão "*os vínculos sociais socialmente rastreáveis*" (LATOUR, 2012, p.174). Os experimentos, controvérsias e a própria organização da ciência fornecem ao analista informações para formular a questão da ontologia (LATOUR, 2012, p.175).

Latour define um bom relato como aquele que "*tece uma rede*" (LATOUR, 2012, p. 189). É uma série de ações em que cada elemento é tratado como um mediador completo; ou seja, um bom relato ANT é aquele em que todos os atores fazem alguma coisa. Cada um dos pontos do texto transforma, translada efeitos, e os atores mostram o movimento do social (LATOUR, 2012, p. 189). O texto trata de quantos atores o autor elenca para a realização do social. O bom texto possui redes com relações e translações entre os atores. Um mau texto é aquele em que apenas alguns atores são apresentados como causas dos demais; a ação apenas transita, mas eles não atuam.

> Rede é uma expressão para avaliar quanta energia, movimento e especificidade nossos próprios relatos conseguem incluir. Rede é conceito, não coisa. É uma ferramenta que nos ajuda a descrever algo, não algo que esteja sendo descrito (LATOUR, 2012, p. 192).

Traçada antes, ela permite projetar um objeto tridimensional. A rede não é o que será descrito nela, apenas dá a guia de como o fazer. É feita de traços deixados por agentes em movimento (LATOUR, 2012, p. 194). Ora $F = ma$ é o centro, ora Euler, ora Newton, ora a lei “de Newton”. Eles transladam, a rede se move. Movemo-nos juntos. Inúmeras vezes o núcleo da rede foi modificado enquanto descrevíamos o episódio. Rede é aquilo que é traçado pelas translações. O social é como areia na mão: toda vez que se segura, ele escapa, e assim, somos obrigados a nos mover juntos a fim de acompanhá-lo em movimento.

O ator revela o espaço no qual os ingredientes do mundo serão incubados e a rede explica por quais trilhas e tipos de informação o mundo é colocado nesses lugares. Isso permite às relações continuarem planas (LATOUR, 2012). O construtor da EG é ligado a Newton. Mach faz Newton. O newtonianismo corta a ligação com Euler. O fato de ser matemático corta Euler. A EG por sua vez, impede que Euler seja enxergado.

Latour define os panoramas, que oferecem imagens sem nenhuma lacuna, dando a impressão ao leitor de estar imerso no mundo real (LATOUR, 2012. p. 272). É o caso de Lagrange, e depois, Mach, que ofereceram panoramas sem nenhuma controvérsia ao público, pois é isso que enxergavam enquanto leitores de mecânica.

Para seguirmos Latour, devemos assumir três deveres em sucessão: desdobramento, estabilização e composição.

> Desdobrar controvérsias para aferir o número de participantes num futuro agregado, acompanhar como os atores estabilizam as incertezas, elaborando formatos, padrões, e finalmente, descobrir como os grupos assim reunidos podem renovar nosso senso de existência no mesmo coletivo (LATOUR, 2012, p. 355).

A tarefa do analista é construir um experimento – narrativa, história – para que a diversidade seja desdobrada, mas não pode decidir no lugar do ator quais grupos estão construindo o mundo e quais mediações os fazem agir (LATOUR, 2012, p. 267); não se pode decidir também o que é de escala macro e micro. Sempre ocorrem essas mudanças de escala, e ela é a própria realização do ator.

Não queremos uma descrição emoldurada, mas estudar a moldura! Não queremos estudar a segunda lei do movimento, mas como ela criou Newton, como fez Euler desaparecer. A descrição é uma adjetivação. E é essa adjetivação que nos impede de enxergar o objeto, pois pressupõe algo *a priori*. É necessário se despir da necessidade de explicação, para então passar à descrição (LATOUR, 2012). Tivemos que nos despir da necessidade da explicação de $F = ma$, para entendermos que não era a segunda lei que precisava ser descrita, mas sim o porquê de Euler ter sido ignorado e Newton construído como autor da lei.

Epílogo: Natureza da ciência e a construção do conhecimento científico: considerações sobre a lei do movimento

Uma das discussões filosóficas mais relevantes no campo do ensino de ciências diz respeito à natureza da ciência, discussão essa presente em autores como Norman Lederman, Douglas Alcchin e Michael Matthews, entre outros. Entende-se como consensual a ideia de que uma reflexão sobre o ensino precisa considerar os aspectos mais importantes da ciência (a natureza da ciência).

Um dos temas destacados pelos autores que trabalham no sentido de esclarecer a natureza da ciência é o da construção do conhecimento científico (MATTHEWS, 1994, p. 49-53); e trata-se também de um consenso de que o conhecimento não é obra de um indivíduo em um determinado momento, senão que uma construção da qual fazem parte vários atores. No caso que estamos examinando, fica clara a ocorrência de uma transição entre o enunciado original de Newton, sua modificação por parte de Euler e a aceitação posterior do enunciado de Euler sem que, no entanto, o nome deste seja mencionado. Assim, $F = ma$ não pertence unicamente a Newton. Com isso poderíamos, em um primeiro momento, compreender a questão da atribuição de autoria da segunda lei como uma questão de injustiça histórica, devido à omissão do nome de Euler em sua construção. Entretanto, a situação não é tão simples.

De acordo com o ponto de vista kuhniano, conforme já vimos na apresentação das quatro hipóteses históricas acerca da omissão de Euler, a realização newtoniana foi algo sem precedentes na história da ciência; mas, para além de qualquer adjetivação ou classificação laudatória, a obra de Newton se afirmou como uma estrutura diretiva das pesquisas em mecânica, estrutura essa que assinalou o caminho para novas contribuições (tais como a de Euler), dentro de um mesmo paradigma. Esta estrutura paradigmática não era uma solução para todos os problemas e muitas de suas imprecisões e imperfeições deveriam (como foram, em vários aspectos) ser corrigidas futuramente.

Uma das formas de se compreender a natureza construtiva (e, portanto, não isolada, não individual) das realizações científicas se dá exatamente em transições enunciativas, tais como a da formulação da segunda lei de Newton para a formulação de Euler. Se empregamos a estrutura conceitual filosófica kuhniana, entendemos por que o nome de Euler foi omitido, a despeito de sua enorme contribuição científica: a omissão seria o resultado de uma concepção de natureza de ciência que indica que estruturas paradigmáticas como a mecânica de Newton são unidades portadores de um significado que difere do significado de realizações como as de Euler.

Se adotarmos o ponto de vista latouriano, além de termos um auxílio em como ler o episódio, da mesma forma somos capazes de perceber o fenômeno Newton-Euler na história. Seja qual for a perspectiva filosófica, em todas Euler atua, modifica, e em todas Euler não existe sem Newton, e nenhum deles sem $F = ma$. Além disso, poder-se-ia pensar em uma complementação: enquanto Kuhn mostra por que Euler foi omitido, Latour mostra como ler o episódio, ou seja, é como se explicasse por que o paradigma é de Newton[88].

Retomando o episódio, Maltese mostra (1992, p. 179) como é difícil comentar as generalizações de $dv = a\,dt$ no século XVIII, o que evidencia a natureza substancial desse construto, e, além disso, comenta (1992, p. 4) a dificuldade em se tratar o episódio, uma vez que a cultura atual é muito distante do nosso objeto; os preconceitos a respeito do episódio estão formados. Também há o grande problema do anacronismo ao tentarmos entender o desenvolvimento de um conceito somente utilizando os conceitos modernos (MALTESE, 2000). Quando se pensa na mecânica do século XVII, imagina-se um período com ideias coerentes e profícuas, entretanto, observando-se mais de perto, a situação é outra: um cenário confuso, misturando novas e boas ideias com a ciência medieval, conforme vimos na seção 1.1. A imagem de uma revolução abrupta iniciada por Newton, dessa forma, não é válida, e é por isso que Latour nos ajuda na compreensão da construção desse fato, a segunda “lei de Newton”, pois com sua perspectiva, somos capazes de nos despir dos preconceitos e da necessidade de explicação, e apenas descrever os caminhos que $F = ma$ nos levou até se tornar a lei de Newton.

Segundo Cunha (1983, p. 52), o que a história da mecânica mostra é que a cada resolução de problemas específicos, as relações entre equações tiveram de ser pensadas e reformuladas, ou seja, são incompatíveis com o desenvolvimento

[88] O uso de paradigmas não é mencionado por Latour, está é apenas uma forma que encontramos de exemplificar o tipo de contribuição que Latour traz à leitura e discussão do episódio.

linear pensado por Mach. Cunha não se refere a que os simbolismos tenham uma história, mas que os significados atribuídos a eles sofrem transformações conforme os problemas emergentes. Cada vez que se invoca um símbolo, ele representa uma série de propriedades do objeto ou da entidade. A cada vez que se tenta resolver um problema levemente diferente do primeiro, são necessárias outras considerações, que acabam por transformar o princípio inicialmente utilizado para a descrição da situação. Essa observação se encaixa perfeitamente no que expusemos a respeito da visão latouriana: o objeto é modificado e modifica, a rede está em constante transformação.

Além disso, Cunha se preocupa com os elementos conceituais de uma teoria, e afirma que isso levaria a uma melhor "*compreensão da relação entre o formalismo de uma teoria, o que ela diz acerca do mundo, e as modificações que se processam à medida em que a teoria é desenvolvida*" (1983, p. 63). Assim, os conceitos seriam enriquecidos na medida em que a teoria enfrenta testes e resolução de novos problemas. Conceitos como o de força, por exemplo, até hoje sofre refinamentos. Cunha afirma a necessidade de uma teoria dedutiva rigorosa, mas o ponto discutido é que as teorias não se resumem a listas de equações, mas antes, é necessário levar em conta suas suposições semânticas; além disso, tem-se que perceber a evolução dinâmica da teoria, quando os significados podem ser modificados à medida que estes se relacionam a outras teorias, por exemplo. Nesse trecho, podemos dizer que Cunha pensa como um latouriano e respalda nossa discussão.

Assim, de tudo o que vimos e discutimos nesta tese, não podemos estabelecer apenas um critério para dizer o porquê Euler chegou ao novo princípio e não Newton, e por que Euler foi omitido do episódio (estabelecemos quatro hipóteses principais para balizar nossa discussão, mas não são únicas). A história não é linear e nem a ciência é ideal; todos os fatores, controvérsias e desenvolvimentos aqui apresentados são extremamente essenciais para se contar a história, todos foram decisivos. A ciência é uma rede, não podemos apontar um fato ou outro, é uma rede que foi construída e trouxe à tona a segunda lei; para a entendermos, cada informação aqui constante é realmente essencial.

Se hoje é possível, fácil e imediato passar de $dv = a\,dt$ a $F = ma$ é porque tudo está à mão: as coordenadas cartesianas, a decomposição do movimento, as derivadas parciais, o conceito de generalização para discretos e contínuos; o que levou sessenta anos não foi a passagem de uma equação a outra, mas a elaboração e percepção desses conceitos adjacentes.

Neste trabalho, restringimo-nos a apresentar uma explicação plausível (do ponto de vista histórico e filosófico) de por que a denominação é “segunda lei de Newton”. No entanto, mesmo entendendo porque isso ocorreu, o mérito de Euler não deveria ser omitido, e assim, aparentemente, o mais adequado, do ponto de vista histórico, seria denominar a segunda lei de Newton- Euler, pois não estamos tratando aqui de um fenômeno[89] discreto, um único cientista fazendo uma ciência infalível e completa, mas contínuo, que sofreu um alargamento temporal de cerca de sessenta anos para dar conta da elaboração de $F = ma$.

Em uma abordagem do conteúdo que levasse em consideração o processo histórico de construção da segunda lei do movimento, o nome de Euler certamente deveria ser mencionado (em conjunto, claro, com suas contribuições). No entanto, tal menção deveria ser feita de modo a que o aluno compreendesse que o trabalho de Euler fazia parte de um todo maior: o do paradigma newtoniano, e que tudo isso ocorre dentro de uma ciência construída coletivamente (Newton, Euler, $F = ma$, etc).

Como argumentou Matthews (2015, p. 136):

> A tarefa da pedagogia é, então, a de produzir uma história simplificada que lance uma luz sobre a matéria, mas que não seja uma mera caricatura do processo histórico.

É importante igualmente ressaltar que, se é uma caricatura apresentar, historicamente, a segunda lei como sendo exclusivamente de Newton, também o seria apresentar como sendo unicamente de Euler. O processo foi coletivo e contou com muitos atores. Além disso, seria também uma caricatura não qualificar a contribuição de ambos como sendo, de um ponto de vista filosófico, categoricamente distintas: a contribuição de Newton é de um tipo diferente da contribuição de Euler. Newton está apresentando um paradigma; Euler está fortalecendo este paradigma newtoniano.

Enfim, o que se quer mostrar aqui é que a conclusão é a mesma, tanto por Kuhn, quanto por Latour: $F = ma$ não foi proposta por Newton, mas por Euler; Euler

[89] Esse fenômeno pode ser também chamado de ideia, cientista, como o leitor preferir.

foi omitido da história, entretanto, muito contribuiu para o desenvolvimento da segunda lei. O uso dessas duas visões, que embora em algum momento até mesmo possam ser conflitantes, fortalece nossa defesa, pois leva-nos sempre ao único resultado, de que a história é construída por um coletivo de atores (para Latour), ou é uma natureza construtiva (para Kuhn). Assim como afirmamos que o trabalho de Newton foi diferente do de Euler, a luz que jogamos sobre o episódio é diferente em Kuhn e em Latour: Kuhn explica por que Euler foi omitido, uma vez que está no paradigma newtoniano, e Latour nos mostra como ler o episódio, quem provoca essas diferenças de trabalho entre eles. Fica a critério do leitor a escolha pelo uso de um dos pontos de vista, ou ainda um terceiro, que seria utilizar a perspectiva kuhniana e latouriana como complementares: o que importa é que $F = ma$ é um evento histórico, que possui história, substância, atua, transforma e é transformado, e não uma mera formulação matemática.

Referências bibliográficas

ASSIS, Andre K. T.; ZYLBERSZTAJN, Arden. The influence of Ernst Mach in the Teaching of Mechanics. **Science and Education**, v.10, p. 134-144, 2001.

BARRA, Eduardo Salles de O. Voltaire e o projeto de uma metafísica newtoniana. **Doispontos**, vol. 9, n. 3, p.69-91, dez. 2012.

BERNOULLI, Jakob. 1697. Solutio problematum fraternorum, peculiari programmate cal. Jan. 1697 Groningae, nec non Actorum Lips. mense Jun. & Dez. 1696, & Fev. 1697 propositorum: una cum propositione reciproca aliorum. **Acta eruditorum**, pp. 211-217. Também em sua Opera Omnia (1744), pp. 768-778.

BERNOULLI, Jakob. Demonstration generale du centre de balancement ou d'oscillation tireé de la nature du levier, **Mem. Acad. Roy. Sci. Paris** (4ª Ed.), 1703 (1705), p. 78-84. Também em: Opera Mathematica Varia, vol.2, p. 930-936.

BERNOULLI, Johann. Meditatio de natura centri oscillationis. **Mem. Acad. Roy. Sci. Paris**, p. 218, 1714.

BERNOULLI, Johann. Remarques sur ce qu'on a donn6 jusqu'ici de solutions des Problames sur les Isoperimetres, avec une nouvelle methode courte & facile de lês resoudre sans calcul, laquelle s'étend aussi à d'autres problêmes qui ont rapport à ceux-là, **Mémoires de l'Académie Royale des Sciences**, 1718 (data de apresentação), pp. 100-138, 1719.

BERNOULLI, Johann. Theoremata selecta pro conservatione virium vivarum demonstranda excerpta ex epistolis datis ad filium Danielem, **Comm. Acad. Sci. Petrop**., vol.2, p. 200-207. 1727 (data de apresentação), 1729.

BERNOULLI, Johann. **Hydraulica nunc primum detecta ad demonstrata directe ex fundamentis pure mechanicis**, 1742a.

BERNOULLI, Johann. Propositiones variae mechanico-dynamicae. **Opera Omnia**, vol.4, p. 253-386, 1742b.

BLAY, Michel. **La naissance de la mechanique analytique.** La science du mouvement au tournat des XVIIème et XVIIIème siècle, PUF, Paris. 1992.

BUCHDAHL, G. Some Thoughts on Newton's Second Law of Motion in Classical Mechanics. **The British Journal for the Philosophy of Science**, v. 2, n. 7, p. 217-235, nov., 1951.

BUSSOTTI, Paolo; PISANO, Raffaele. On the Jesuit Edition of Newton’s Principia. Science and Advanced Researches in the Western Civilization. **Advances in Historical Studies**, v.3, n.1, p. 33-55, 2014.

CALINGER, Ronald. Leonhard Euler: The First St. Petersburg Years (1727–1741). **HISTORIA MATHEMATICA** . v. 3, n. 15, p. 121–166, 1996.

CANNON, J.T.; DOSTROVSKY, S. **The evolution of Dynamics: Vibration Theory from 1687 to 1742**, Springer-Verlag, 1981.

CHANG, Wheijen; BELL, Beverley; JONES, Alister. Historical development of Newton’s laws of motion and suggestions for teaching content. **Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching**, v. 15, n. 1, artigo 4, p.1, jun. 2014.

COELHO, Ricardo Lopes. On the deduction of Newton’s second law. **Acta Mechanica.** v. 229, n. 5, p. 2287–2290, 2018.

COHEN, I. Bernard. ‘Quantum in se est’: Newton’s concept of inertia in relation to Descartes and Lucretius. **Notes and Records of the Royal Society of London**, v. 19, p. 131-155, 1964.

COHEN, I. Bernard. “Newton’s Second Law and the Concept of Force in the *Principia*”, in: R. Pelter, (ed.) **The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton (1666-1966),** The M.I.T. Press, 1970, p. 143-185.

COHEN, I. Bernard. **Introduction to Newton’s “Principia”**. Harvard University Press. 1971.

COHEN, I. Bernard. **The newtonian revolution**. With illustrations of the trasformation of scientific ideas Cambridge University Press, 1980.

CUNHA, Elio B. M. Uma nova visão da história da Mecânica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 5, n.1, jun. 1983.

CUNNINGHAM, Andrew, How the Principia got its name; or, taking natural philosophy seriously. **Science History Publications** Ltd. 1991.

D'ALEMBERT, Jean. **Traité de dynamique**, Paris, David, 1743.

D'ALEMBERT, Jean.. **Recherches sur la precession des equinoxes, et sur la nutation de l'axe de la Terre, Dan le systeme newtonien**. Paris, David, 1749.

DIAS, Penha Maria Cardoso. F=ma?!! O nascimento da lei dinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, n. 2, p. 205-234, 2006.

DIAS, Penha Maria Cardoso. Leonhard Euler's "principle of mechanics" (an essay on the foundations of the equations of motion). **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 39, n.4, e4601, 2017.

DOMINICZAK, Marek H. Science and Culture in the 18th Century: Isaac Newton. **Clinical Chemistry**, v. 58, n. 3, 2012.

EULER, Leonhard. Mechanica sive motus scientia analytice exposita. **Opera Omnia**, série II, vol. 1 e 2, 1736.

EULER, Leonhard. De communicatione motus in collisione corporum. "**Comm. Acad. Sci. Petrop**.", 1730/1 (data de apresentação), vol.5, p. 159-168, 1738.

EULER, Leonhard. De minimis oscillationibus corporum tam rigidorum quam flexibilium methodus nova et facilis, **Comm. Acad. Sci. Petrop**., 1735 (data de apresentação), v. 7, p. 99-122, 1740.

EULER, Leonhard. **Methodus inveniendi lineas curvas maxime minimive proprietate gaudentes.** Lausanæ et Genevæ: M. M. Bousquet et Soc., 1744.

EULER, Leonhard. Dissertation sur la meilleure construction du cabestan, Originalmente publicado em **Piece qui a remporte le prix de l'academie royale des sciences** 1741 (data de apresentação), pp. 29-87, 1745.

EULER, Leonhard. De motu corporum in superficiebus mobilibus. **Opusculi varii argumenti**, v.1, p. 1-136, 1746.

EULER, Leonhard. De propagatione pulsuum per medium elasticum. **Novi Comm. Acad. Sci. Petrop**, 1747/48 (data de apresentação), v.1, p. 67-105, 1750.

EULER, Leonhard. **Scientia navalis seu tractatus de construendis ac dirigendis navibus Pars prior complectens theoriam universam de situ ac motu corporum aquae innatantium**, 1749a.

EULER, Leonhard. Recherches sur le mouvement des corps celestes em general, **Mem. Acad. Roy. Sci. Berlin**, 1747 (data de apresentação), v.3, p. 43-143, 1749b.

EULER, Leonhard. De motu corporum flexibilium, "**Comm. Acad. Sci. Petrop**.", 1744 (data de apresentação), vol.14, p. 182-196, 1751a.

EULER, Leonhard. De motu corporum flexibilium. **Opusculi**, 1744 (data de apresentação), v.3, 1751b, p. 88-165, 1751b.

EULER, Leonhard. Découverte d'un nouveau principe de Mécanique**.** "**Mem. Acad. Roy. Sci. Berlin**", 1750 (data de apresentação), v.6, p. 185-217, 1752.

EULER, Leonhard. **Institutiones calculi differentialis cum eius usu in analysi finitorum ac doctrina serierum**. 1755.

EULER, Leonhard. **Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum**. Rostockii. et Gryphiswaldiae: A. E. Roser, 1765.

EULER, Leonhard. Formulas generales pro translatione quacunque corporum rigidorum, **Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae**, 20, p. 189-207, 1776a.

EULER, Leonhard. Nova methodus motum corporum rigidorum degerminandi, **Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae**, v. 20, p. 208-238, 1776b.

EULER, Leonhard. **Letters of Euler on different subjects in natural philosophy addressed to a german princess**. Traduzido por David Brewster, 3ª ed. v. 1. Edinburgo, Londres: 1823.

FISETTE, Denis. Fenomenologia e fenomenismo em Husserl e Mach. **Scientiae Studia**, v. 7, n. 4, p. 535-76, 2009.

FITAS, Augusto, J. S. Mach: o positivismo e as reformulações da mecânica no séc. XIX. Seminário sobre O Positivismo. **Actas do 3º Encontro de Évora sobre História e Filosofia da Ciência** (Universidade de Évora, 11-12 de Novembro, 1996), Évora, Universidade de Évora, p 115-134, 1998.

FRASER, C. G. The calculus as algebraic analysis: Some observations on mathematical analysis in the 18th century. **Archive for History of Exact Sciences**, v. 390, p. 317-335, 1989.

FRASER, C. G. The Origins of Euler's Variational Calculus. **Arch. Hist. Exact Sci**. v. 47, n.103, 1994.

GALILEI, Galileu. **Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano.** Tradução de Pablo Rubén Mariconda Coleção Estudos sobre a Ciência e a Tecnologia. Coedição: Editora 34 / Associação Filosófica Scientiae Studia. 1ª Ed. 2011.

GARDELLI, Daniel. A origem da inércia. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. v. 16, n. 1, 1999.

GAUKROGER, Stephen. The Metaphysics of Impenetrability: Euler's Conception of Force. **The British Journal for the History of Science**. Vol. 15, No. 2, pp. 132-154, Jul. 1982.

GAUSTCHI, Walter. Leonhard Euler: His Life, the Man, and His Works. **SIAM Review**. vol. 50, n.1, p. 3–33, 2008.

GRABINER, Judith V. Newton, Maclaurin, and the Authority of Mathematics. **Amer. Math. Monthly**, p. 841–852, dez. 2004.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor. The Varieties of Mechanics by 1800. **Historia Mathematica,** v.17, p. 313-338, 1990.

GUICCIARDINI, Niccolò. **Reading the Principia**. Cambridge University Press, 1999.

GUICCIARDINI, Niccolò. Dot-Age: Newton’s mathematical legacy in the eighteenth century. **Early Science and Medicine**. Newtonianism: Mathematical and 'Experimental', v. 9, n. 3, p. 218-256, 2004.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER**,** Jearl. **Fundamentos de física**, volume 1: Mecânica/ Tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. 10 ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HANKINS, Thomas. **Science and the Enlightenment**. Cambridge University Press, 1985.

HEPBURN, Brian S. **Equilibirum and explanation in 18th century mechanics.** Faculty of arts and sciences. University of Pittsburgh. 2007, 134f.

HERMANN, Jakob. **Phoronomia sive de viribus et motivus corporum solidorum et fluidorum libri duo**. Amsterdam, 1716.

HESSEN, B. The Social and Economic Roots of Newton's 'Principia', in **Science at The Cross Roads**. London: Frank Cass Co, Ltd., p. 151-212, 1971.

HIEBERT, Erwin N. **Mach's philosophical use of the history of science**. University of Minnesota Press, Minneapolis, 1970. Retirado de: University of Minnesota Digital Conservancy, disponível em <http://hdl.handle.net/11299/184657>. Acesso em junho de 2018.

HOFFMANN, Peter. Leonhard Euler and Russia. In: BRADLEY, Robert E.; SANDIFER, C. Edward, edited by. **Leonhard Euler**: Life, Work and Legacy. Amsterdam; Boston: Elsevier, 2007, p. 61-73.

KOYRÉ, Alexandre. **Galileu e Platao** e **Do Mundo do "mais ou menos" ao Universo da Precisão**. Tradução revista por José Trindade Santos. Gradiva, 1986.

KOZLOV, V.V. Euler and mathematical methods in mechanics. **Russian Math. Surveys** , v. 62, n. 4, p. 639–661, 2007.

KUHN, Thomas. **A tensão essencial.** (1970). Tradução Rui Pacheco. Lisboa: Edição 70, 1989.

KUHN, Thomas. **A estrutura das revoluções científicas**. Tradução: Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. – São Paulo: Perspectiva, 2007.

LAGRANGE, Joseph Louis. 1ª edição: 1788. **Mécanique Analytique**. Paris, Edição nova e revisada, 1811.

LATOUR, Bruno. **Ciência em ação**: como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora/ Tradução de Ivone C. Benedettí; revisão de tradução Jesus de Pauta Assis. São Paulo: Editora UNESP, 2000.

LATOUR, Bruno. **A esperança de Pandora**: ensaios sobre a realidade dos escudos científicos / Bruno Latour; tradução de Gilson César Cardoso de Sousa -- Bauru, SP: EDUSC, 2001.

LATOUR, Bruno. **Reagregando o social**: Uma introdução à Teoria Ator- Rede/ Tradução de Gilson Cesar Cardoso de Sousa. São Paulo: Edusc, 2012.

MACH, Ernst. **The Science of mechanics**, a critical and historical account of its development. Traduzido do alemão para o inglês por Thomas J. McCormack, Chicago, Londres, The open court publishing co. 4ª Ed.,1919.

MACLAURIN, Colin. **Treatise of fluxions**. In two books. Edinburgh: T.W. and T. Ruddimans, 1742.

MACLAURIN, Colin. **Account of Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries.** Londres: por Patrick Murdoch, 1748.

MALTESE, Giulio. **La storia di "F=ma"** – La seconda legge del moto nel XVIII secolo. Biblioteca di nuncius, Firenze, 1992.

MALTESE, Giulio. On the Relativity of Motion in Leonhard Euler's Science. **Arch. Hist. Exact Sci**. v. 54, p. 319–348, 2000.

MARONNE, Sébastien, PANZA, Marco. Euler, Reader of Newton: Mechanics and Algebraic Analysis. **Advances in Historical Studies**. v. 3, n.1, p.12-21. 2014.

MARTINS, Lílian P. História da Ciência: objetos, métodos e problemas. **Ciência & Educação.** v. 11, n. 2, p. 305-317, 2005.

MARTINS, Roberto de Andrade. Estado de repouso e estado de movimento: uma revolução conceitual de Descartes. In: **Temas de História e Filosofia da Ciência no Ensino**. Org: PEDUZZI, Luiz O. Q.; MARTINS, André Ferrer P. Martins; FERREIRA, Juliana Mesquita Hidalgo. Natal: EDUFRN, 372p., 2012.

MATTHEWS, Michael R. **Science Teaching:** The role of History and Philosophy of Science. New York: Routledge, 1994.

MATTHEWS, Michael R. **Science teaching:** The contribu.tion of history and philosophy of science. New York: Routledge, 2015;

MAUGIN, Gérard, A., **Continuum Mechanics Through the Eighteenth and Nineteenth Centuries** - Historical Perspectives from John Bernoulli (1727) to Ernst Hellinger (1914). Springer Internacional Publishing Switzerland, 2014.

MAUPERTUIS, P. L. **Examen philosophique de la proeuve de l'existence de Dieu employeé dans l'essai de cosmologie**, "Mem. Acad. Roy. Sci. Berlin", 1756.

MELI, Domenico Bertoloni. The emergence of reference frames and the transformation of mechanics in the Enlightenment. **Historical Studies in the Physical Sciences**, vol. 23, p. 301–335, 1993.

NEWTON, Isaac. **De motu Corporum Liber Secundus**, 1687. Cambridge University Library, Department of Manuscripts and University Archives. Disponível em < https://cudl.lib.cam.ac.uk/view/MS-ADD-03990/93>. Acesso em nov. 2018.

NEWTON, Isaac. **Newton's Waste Book**. 1664~1690. Cambridge University Library, Department of Manuscripts and University Archives. Disponível em <https://cudl.lib.cam.ac.uk/view/MS-ADD-04004/1>. Acesso em nov. 2018.

NEWTON, Isaac. **Opticks, or a treatise of the reflections, refractions, inflexions and colours of light**. Londres, 1704. Reeditado: Nova York: Dover, 1952.

NEWTON, Isaac. **Princípios Matemáticos de Filosofia Natural**. Livro I. 3ª Edição: 1726./Tradução de Trieste S.F. Ricci, Leonardo G. Brunet, Sônia T. Ghering e Maria Helena C. Celia. 1ª Edição. São Paulo: Nova Stella Editora, 1990.

NEWTON, Isaac. **Philosophiae Naturalis Mathematica Principia**, auctore Isaaco Newtono, Eq. Aurato, perpetuis commentariis illustrata, communi studio Pp. Thomae Le Seur et Francisci Jacquier ex Gallicana minimorum familia, matheseos professorum. Edição nova (em 3 volumes), Glasgow: Duncan, [1726, 1739-1742], 1822.

NUSSENZVEIG, Moysés H. **Curso de Física Básica 1**: Mecânica, 4ª edição, Editora Edgard Blücher, 2002.

PANZA, Marco. **Mathematisation of the Science of Motion and the Birth of Analytical Mechanics:** A Historiographical Note. In: Cerrai P., Freguglia P., Pellegrini C. (eds) The Application of Mathematics to the Sciences of Nature. Springer, Boston, MA, 2002.

PANZA, Marco. The Origins of Analytical Mechanics in 18th century. H. N. Jahnke. **A History of Analysis**, American Mathematical Society and London Mathematical Society, p. 137-153, 2003.

PISANO, Raffaele; BUSSOTTI, Paolo. Newton's Principia Geneva edition: the action-and-reaction law. Historical and Nature of Science reflexions. **Atti del XXXVI Convegno annuale SISFA** – Napoli, 2016.

PULTE, Helmut. Order of Nature and Orders of Science. In: Lefèvre W. (eds). **Between Leibniz, Newton, and Kant**. Boston Studies in the Philosophy and History of Science, v. 220. Springer, Dordrecht, 2001.

PULTE, Helmut. Rational Mechanics in the Eighteenth Century. On Structural Developments of a Mathematical Science. **Ber. Wissenschaftsgesch**. v. 35, p. 183–199, 2012.

ROCHA, Gustavo Rodrigues. A Contribution to the Newtonian Scholarship: The "Jesuit Edition" of Isaac Newton's Principia, a research in progress by Paolo Bussotti and Raffaele Pisano. **Transversal: International Journal for the Historiography of Science**, v. 2, p. 242-246, 2017.

SHAPIN, Steve. **The scientific revolution**. The university of Chicago Press, 1996.

SILVA, Marcos Rodrigues. Paul Thagard e a inferência da melhor explicação. **Cognitio**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 125-134, jan./jun. 2017.

SITKO, Camila M. Why Newton's Second Law is not $\vec{F} = m\vec{a}$. **Acta Scientiae**, 2019, no prelo.

SNOBELEN, Stephen D. On reading Isaac Newton's *Principia* in the 18th century. **Endeavour**, v. 22, n.4, 1998.

STAN, Marius. Euler, Newton, and Foundations for Mechanics. In Chris Smeenk & Eric Schliesser (eds.). **The Oxford Handbook of Newton**. Oxford University Press, p. 1-22, 2017.

TAYLOR, Brook. **Methodus incrementorum directa & inversa**. Londres, 1715.

TEIXEIRA, Elder Sales; PEDUZZI, Luiz O.Q.; FREIRE JR, Olival. Os caminhos de Newton para a gravitação universal: uma revisão do debate historiográfico entre Cohen e Westfall. **Cad. Bras. Ens. Fís**., v. 27, n. 2, p. 215-254, ago. 2010.

TRUESDELL, Clifford. **Rational fluid mechanics 1687-1765**, em Leonhardi Euleri Opera Omnia, serie II, vol. 12, parte I, p. I-CXXV, 1955.

TRUESDELL, Clifford. A Program toward Rediscovering the Rational Mechanics of the Age of Reason. **Archive for History of Exact Sciences**, v.1, n. 1, p. 1–36, ago. 1960a.

TRUESDELL, Clifford. **The rational mechanics of flexible or elastic bodies**, **1638-1788**, 1960b.

TRUESDELL, Clifford. **Essays in the History of Mechanics**. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg, New York, 1968.

TRUESDELL, Clifford. **Ensayos de historia de la mecânica** /Tradução de Juan Carlos Navascues Howard e Enrique Tierno Perez-Relaño. Editorial Tecnos, Madrid, 1975.

VARIGNON, Pierre. Des forces centrales, ou des pesanteurs nécessaires aux planètes pour leur faire décrire les orbes qu'on leur a supposées jusqu'ici. **Mem. Acad. Roy. Sci. Paris,** 1700 (data de apresentação), p. 218-237, 1703.

VERLET, Loup. 'F=MA' and the Newtonian revolution: An exit from religion through religion. **History of Science**. v. 34, n. 105, Parte 3, p.303, set. 1996.

VOLTAIRE. **Elementos da Filosofia de Newton**. Original: 1738. Tradução: Maria das Graças de Souza. 2ª Ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2015.

WESTFALL, Richard S. **Force in Newton's Physics**. London: MacDonald; New York: American Elsevier, 1971.

WESTFALL, Richard S. **A vida de Isaac Newton** /Tradução Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

WHITESIDE, Derek Thomas. Before the Principia: the maturing of Newton's thoughts on dynamical astronomy, 1664-1684. **Journal of the History of Astronomy**, v.1, p. 5-19, 1970.

WHITESIDE, Derek Thomas. The prehistory of the 'Principia' from 1664 to 1686. **Notes and Records of the Royal Society of London**, v. 45, p. 11-61, 1991.

WHITROW, G. The laws of motion. **The British Journal for the History of Science**, v.5, n. 19, p. 217–234, 1971.

YOUNG, H. D; FREEDMAN, R. A. **Sears & Zemansky Física I**: Mecânica. 12ª edição, São Paulo: Ed. Pearson Addison Wesley, 2008.

ZANETIC, João. Dos "*principia*" da mecânica aos "*principia*" de Newton. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 5 (número especial), p. 23-35, jun. 1988.