Universidade Estadual de Londrina

LAÍS CRISTINA VIEL GERETI

DELINEANDO *UMA* PESQUISA:
LEGITIMIDADES PARA A DISCIPLINA DE CÁLCULO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Londrina
2018

LAÍS CRISTINA VIEL GERETI

DELINEANDO *UMA* PESQUISA:
LEGITIMIDADES PARA A DISCIPLINA DE CÁLCULO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli.

Londrina
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Gereti, Laís Cristina Viel.

Delineando *uma* pesquisa : *legitimidades* para a disciplina de Cálculo na formação do professor de Matemática / Laís Cristina Viel Gereti. - Londrina, 2018.
164 f.

Orientador: Angela Marta Pereira das Dores Savioli.
Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2018.
Inclui bibliografia.

1. Cálculo Diferencial e Integral - Tese. 2. Formação Matemática de Professores - Tese. 3. Modelo dos Campos Semânticos - Tese. 4. História Oral - Tese. I. Savioli, Angela Marta Pereira das Dores. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

LAÍS CRISTINA VIEL GERETI

DELINEANDO *UMA* PESQUISA: *LEGITIMIDADES* PARA A DISCIPLINA DE CÁLCULO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

____
Orientadora: Prof. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina - UEL

____
Prof. Dr. João Ricardo Viola dos Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

____
Prof. Dra. Línlya N. S. Camerlengo de Barbosa
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

____
Prof. Dra. Márcia Cristina de C. Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina - UEL

____
Prof. Dra. Patricia Rosana Linardi
Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP

Londrina, 29 de Março de 2018.

Aos meus pais, Ivete e Santo, com carinho!

AGRADECIMENTOS

O que seria de uma tese se não fossem as pessoas com quem podemos contar ao longo dessa trajetória? Por mais que tenhamos os grupos de pesquisas para discutir e nos orientar, não é suficiente. É preciso trocar ideias. Muitas. E espero poder me lembrar de todas aquelas pessoas que compartilharam *interlocutores* comigo.

Inicio agradecendo a minha querida orientadora, Angela Marta, pela confiança em mim depositada e pela oportunidade de me deixar inventar e fazer essa tese.

À banca que muito admiro: Línlya, Viola (João Ricardo), Patricia e Márcia, pelas conversas e sugestões que aconteceram para além da qualificação e da defesa.

Às pessoas do grupo de pesquisa GEPPMat que sempre estiveram dispostas a contribuir com os trabalhos e, em especial, aos amigos que ficarão para toda a vida: Alessandra, Dani, Henrique, Christian, Michele, Mariany, Marcelo, Geraldo, Cleberson e Débora.

Às pessoas do grupo Sigma-t que me acolheram tão bem, Viola, Patricia, Sergio, Regina, João Pedro e Guilherme. E ao professor Romulo, minha homenagem e admiração.

Às amizades que fiz, também, nessa jornada acadêmica, Laís Maria, Anagela e Lilian.

Aos professores que participaram dessa pesquisa: Sonia, Lilian Nasser, João Bosco, Tânia Cabral, Plínio Moreira e Saulo, por dedicarem alguns momentos, compartilhando suas experiências.

Aos meus pais, Ivete e Santo, e à minha irmã, Juliana, pelo frequente incentivo aos meus estudos. Admiro e amo vocês.

Ao meu companheiro Jorge, pelo incentivo, pelas conversas sobre a vida, sobre a Matemática e por sempre estar aberto a ouvir e discutir sobre a Educação Matemática.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pelo apoio financeiro.

A todos, que direta ou indiretamente, contribuíram de alguma maneira, o meu mais profundo e mais sincero agradecimento!

Eu que quase não sei. Mas desconfio de muita coisa.
(Guimarães Rosa)

GERETI, Laís Cristina Viel. **Delienando *uma* pesquisa**: *legitimidades* para a disciplina de Cálculo na formação do professor de Matemática. 2018. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

RESUMO

A pesquisa tem como objetivo produzir uma discussão a respeito de legitimidades da disciplina de Cálculo na formação inicial de professores de Matemática. Com base em um levantamento de pesquisas acerca do Cálculo na Licenciatura em Matemática, produzimos a trajetória dessa investigação. Escolhemos o Modelo dos Campos Semânticos como referencial teórico-metodológico e utilizamos, também, a História Oral para realizar as *textualizações* de entrevistas com professores formadores e da Educação Básica. Por meio delas, e das discussões a respeito de currículo e de formação matemática de professores de Matemática, produzimos legitmidades, afirmando que não deveria ter uma disciplina de Cálculo para a Licenciatura em Matemática. As *textualizações* referem-se a possíveis legitimidades produzidas para a disciplina de Cálculo e possíveis formações para a Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral. Formação Matemática de Professores. Formação Inicial de Professores de Matemática. Modelos dos Campos Semânticos. História Oral.

GERETI, Laís Cristina Viel. **Delineating *a* research**: *legitimacies* for the discipline of Calculus in Mathematics teacher education. 2018. 164 p. Thesis (Doctoral Degree in Science Teaching and Mathematical Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

ABSTRACT

The research aims to produce a discussion about the legitimacies of the discipline of Calculus in the mathematics teacher education. Based on a survey of research on Calculus in the Mathematics Degree, we have produced the trajectory of this investigation. We chose the Model of Semantic Fields as a theoretical-methodological reference and we also use Oral History to carry out the *textualizations* of interviews with teachers trainer and of elementary/secondary school levels. Through them and the discussions about curriculum and mathematical preparation of mathematics teachers, we produce legitimacy, stating the there should not have a Calculus for the Mathematics Degree. The *textualizations* refer to possible legitimacies produced for the discipline of Calculus and possible preparations for Mathematics Degree.

Keywords: Differential and Integral Calculus. Mathematical Preparation of Teacher. Mathematics Teacher Education. Model of Semantic Fields. Oral History.

SUMÁRIO

TEXTO 1

Da busca de referenciais à escolha do Modelo dos Campos Semânticos

Já que temos que começar, que seja pelo começo

Quando começamos[1] o doutorado e, consequentemente, a buscar referenciais para nossa pesquisa, sentimo-nos confusos, visto o rico material existente na literatura em Educação Matemática. O que poderia filtrar ou nos poupar esses momentos seria "olhar" para a área de estudo do grupo de pesquisa ao qual pertencemos, no meu caso o GEPPMat (Grupo de Estudo e Pesquisa do Pensamento Matemático), em que focamos textos que envolvem teorias do Pensamento Matemático Elementar (PME) e Avançado (PMA), Pensamento Algébrico, caracterizações desses pensamentos e possíveis dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos. Em minha pesquisa de mestrado (GERETI, 2014) fiz o estudo a respeito da manifestação do PMA, segundo a perspectiva de Tommy Dreyfus, em relação à resolução de estudantes para questões matemáticas do ENADE. A perspectiva de Dreyfus (2002) estabelece que o PMA é caracterizado por processos mentais (os principais são representação e abstração) que se interagem durante o desenvolvimento de uma atividade matemática. A partir disso, podemos ter ideia acerca do que acontece na mente de alguém ao lidar com objetos matemáticos com base nos processos evidenciados.

No doutorado, pensei que deveria inovar no aporte teórico e resolvi ir em busca de novos referenciais, tendo minha orientadora, professora Dra. Angela Marta, deixado livre essa minha escolha. No projeto que fiz para a seleção do doutorado, usei como referência principal o Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Foi na disciplina que fiz durante o mestrado, nomeada por Conhecimento, Educação Matemática e as Práticas Pedagógicas, ministrada pela professora Márcia Cyrino, que conheci o MCS. Lembro-me da professora dizendo o quanto gostava da teoria, ainda mais por ter sido desenvolvida por um brasileiro, e além disso, seu orientador de mestrado, o qual trouxe à tona a

---

[1] Durante o texto, transito na transcrição da minha fala na primeira pessoa do singular, quando falo de minhas impressões e experiências pessoais, e também na primeira pessoa do plural, quando outras pessoas, como minha orientadora e amigos, fazem parte e contribuem com as ideias apresentadas. Sendo assim, não há uma separação nítida entre parágrafos, em que descrevo primeiramente *minha fala* e depois *nossa fala*. De certa forma, já exponho a maneira que assumo a escrita neste texto científico.

importância de se evidenciar nossas escolhas epistemológicas. Esse fato interessante foi o que me motivou e me fez estudar mais sobre essa teorização, agora no doutorado, e, talvez, por uma mudança em minhas crenças, do que penso sobre produção de conhecimento, do que penso sobre respeitar e valorizar o conhecimento do outro, além de acreditar que devemos sempre evidenciar nossas bases epistemológicas (pois são elas que sustentam as escolhas que fazemos em nossas pesquisas[2]), são os principais motivos para essa inovação no aporte teórico. Coincidentemente, meu amigo Henrique Elias, também orientando da professora Angela Marta, mostrou-se interessado em estudar o MCS. Foi quando Henrique, Angela e eu formamos um grupo e passamos a estudar, semanalmente, esse referencial teórico, a partir de alguns artigos e pesquisas do professor Romulo e de seus orientandos, que encontramos na internet.

Nessa mesma época, Henrique teve contato com Sergio Dantas, orientando, naquele momento, do professor Romulo Campos Lins (quem desenvolveu o MCS) e integrante do grupo Sigma-t, que nos convidou para participar dos encontros que aconteciam todas as quintas-feiras, via Hangout[3]. Não havia notícia melhor, já que iríamos participar do grupo de pesquisa do próprio professor e de seus orientandos, partilhando de todas as discussões sobre o Modelo. Participamos de vários encontros no segundo semestre de 2014, além do encontro anual do Sigma-t que aconteceu na UNESP, em Rio Claro – SP, no mesmo ano. Nos encontros que participei pela internet, percebi que os orientandos do professor Romulo estavam muito mais avançados na teoria do que nós, e eu preferia mais ouvi-los do que falar, mesmo sendo provocada por eles no sentido de começar a compartilhar *interlocutores*.

Não foi fácil estudar o Modelo e falar sobre ele; para mim, foram momentos difíceis nesse começo, mas não queria abandoná-lo. Henrique e eu tivemos a oportunidade de estar em Rio Claro no encontro, apresentando ideias inicias de um trabalho, porque, se queríamos entender o Modelo, deveria ser como Lins (2012, p. 11) disse: “o MCS só existe em ação. Ele não é uma teoria para ser estudada, é uma

---

[2] Como nos diz Rosa Maria Bueno Fischer (2005), no texto “Escrita acadêmica: arte de assinar o que se lê”: “Reescrever um autor, apropriar-se dele, é vasculhar em suas formulações teóricas um ponto de encontro com nós mesmos, com aquilo que escolhemos com objeto, com aquilo em que nós investimos nossa vida, nosso trabalho, nosso pensamento; tem a ver com uma entrega, nossa entrega a um tema, a um objeto, a um modo de pensar, que assumimos como pesquisadores” (p. 120).

[3] De acordo com o site Wikipédia, o Hangout “é uma plataforma de mensagens instantâneas e chat de vídeo desenvolvido pelo Google”. Para mais informações, https://support.google.com/hangouts/answer/2944865?co=GENIE.Platform%3DDesktop&hl=pt-BR.

teorização para ser *usada*", e foi o que fizemos. No momento da arguição do nosso trabalho, estávamos nervosos, com receio de distorcer as noções do MCS; foi quando percebemos que o Modelo não era somente uma teoria que deveria ser utilizada para ler e analisar falas de alunos para eventuais publicações de artigos, mas que seria uma teoria para utilizar em nosso dia a dia, um modo de olhar/inventar/produzir mundos, de ser e de pensar. Quando nos falaram que não precisaríamos ter medo de usar o Modelo, que o professor Romulo sempre os havia deixado à vontade para pensá-lo e usá-lo; foi aí que decidi que o MCS, realmente, faria parte da minha pesquisa de tese. Depois das sugestões e outros estudos que fizemos, escrevemos o artigo " 'Que horror! Uma coisinha tão simples': um estudo sobre a produção de significados para questões matemáticas" (ELIAS; GERETI; SAVIOLI, 2015), apresentado no VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM, em 2015.

Quando falo que o MCS fará parte da minha tese, quero esclarecer que não será somente na parte da "análise". O que quero com o Modelo é ter a liberdade e, ao mesmo tempo, o suporte que ele oferece para fazer *uma* tese, *uma* maneira de produzir conhecimento, *um* modo de produzir significado para aquilo que se chama pesquisa, *uma* que escolhi (e ao mesmo tempo fui escolhida), em que <u>constituo/invento os momentos e as decisões de como as coisas foram acontecendo</u>, em que os textos foram sendo escritos seguindo uma ordem que estabeleci, optando por um estilo de escrita não tanto científica. A ideia e a vontade de escrever a tese dessa maneira surgiu quando a professora Angela pediu, no segundo semestre de 2015, para apresentar as ideias da tese ao grupo de pesquisa. Na apresentação, que fiz em slides, pensei que a maneira que poderia contribuir com os demais orientandos dela (pois eu e Henrique éramos os "mais velhos" e estávamos no segundo ano do doutorado), seria contar como fui construindo as ideias até chegar ao que tinha naquele momento, assim como as dificuldades, idas e vindas em certas decisões. Quando comecei a pensar na escrita e na estrutura da tese pensei em algumas direções, e lembrei dessa apresentação que fiz no grupo de pesquisa. Decidi estruturar a tese assim, porque já tinha assumido que não saberia escrevê-la de outra maneira[4], já que as minhas escolhas epistemológicas[5] (sobre o que considero que é conhecimento, segundo o MCS) me permitiram produzir/inventar uma pesquisa assim.

[4] Rosa Maria Bueno Fischer também fala algo nesse sentido: "Penso que a leitura e a escrita acadêmica precisariam, talvez, ter um pouco o caráter de experiência, de modo que nós, escreventes e leitores, pudéssemos nessa aventura fazer o exercício de pensar, estar simultaneamente dentro e fora de nós

Muitas vezes, o *status* em que a pesquisa científica nos coloca, acaba nos limitando tanto em termos de escrita quanto na estrutura do trabalho, e quando lemos teses e dissertações, principalmente de amigos dos quais conhecemos o percurso de suas pesquisas, sabemos que não foi perfeito, fácil e muito menos foi seguida a ordem canônica de pesquisa. Penso que escrever essa tese poderá, também, ajudar doutorandos iniciantes a valorizar seus modos de fazer pesquisa[6].

Desde então, tenho estudado o MCS, fazendo leituras dos artigos do professor Romulo Lins e das pesquisas de seus orientandos, o que vem contribuindo para pensar minha pesquisa em múltiplos caminhos. Não quero somente mencionar o Modelo, mas descrevê-lo, sucintamente, sobre as principais noções teórico-metodológicas para essa pesquisa, a partir dos estudos que fiz.

O Modelo dos Campos Semânticos foi desenvolvido pelo professor e pesquisador Romulo Campos Lins[7], tendo as primeiras ideias surgidas em 1986 ou 1987, relacionadas com suas inquietações de sala de aula, como caracterizar o que os alunos estavam pensando quando erravam, mas sem fazer uso da ideia de erro, e sim tratar desse tipo de coisa da mesma maneira que poderia tratar de "coisas certas" (LINS, 2012).

Em sua tese de Doutorado intitulada "*A framework for understanding what algebric thinking is*" (Um quadro de referência para entender-se o que é pensamento algébrico), desenvolvida entre os anos de 1988 e 1992, em Shell Centre for Mathematical Education, Nottinghan (Inglaterra), sob orientação de Alan W. Bell, Lins (1992) apresenta uma caracterização para a álgebra e para pensamento algébrico, mostrando que há uma

---

mesmos, de viver efetivamente experiências, no sentido de que as coisas que vivemos e produzimos nos abram ao que não somos nós mesmos, vivendo algo que é ao mesmo tempo atividade e passividade" (FISCHER, 2005, p. 127).

[5] "[...] é o olhar que botamos sobre as coisas que, de certa maneira, as constitui. São os olhares que colocamos sobre as coisas que criam os problemas do mundo" (VEIGA-NETO, 2007, p. 30).

[6] Fischer (2005) ainda discute sobre a arte de pesquisar: "[...] se esse modelo de racionalismo já não nos serve, se já não negamos que tudo na condição humana está ligado à linguagem, ao corpo, ao tempo, à história – a coisas e fatos confusos, quase nunca tão claros assim -, a proposta é de que operemos com arte sobre esse belo lixo, confuso, multiforme, inesperado, ambíguo. [...] escolher um tema e decidir-se por métodos e teorias necessariamente não se configura como aventura em mar límpido" (p. 135).

[7] O professor Romulo fez "graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (1986), doutorado em Matemátics Education pela Universidade de Nottingham (1992) e pós-doutorado pela Universidade de Bristol (1999)" (VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 208). Foi docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática pela UNESP/Rio Claro. Faleceu em Agosto de 2017.

distinção clara entre fazer álgebra[8] e pensar algebricamente[9]. Seu argumento está naquilo que se propõe apresentar, naquele momento, ideias iniciais do Modelo.

Procurando responder "o que é conhecimento?" e "o que é significado?", Lins (1993) propõe um conceito essencial do MCS

> *conhecimento* é entendido como uma *crença* – algo em que o sujeito acredita e expressa, e que caracteriza-se, portanto, como uma *afirmação* – junto com o que o sujeito considera ser uma *justificação* para sua *crença-afirmação.* (LINS, 1993, p.86, grifo do autor).

Conhecimento é um par ordenado (crença-afirmação; justificação), pois além do sujeito acreditar e afirmar algo, é necessário que ele o justifique. Crença, afirmação e justificação são fatores constituintes do conhecimento, e que só o produz quando acreditado, afirmado e justificado. "Um conhecimento não é nem mais, nem menos, que isto. Existe em sua enunciação e deixa de existir quando ela termina" (LINS, 2012).

No entanto, o autor esclarece que a justificação não é apenas uma explicação da crença-afirmação, mas sim parte integrante dela, "a *justificação* é o que garante – para o sujeito do conhecimento – que ele pode enunciar aquela *crença-afirmação*" (LINS, 1997, p. 142, grifo do autor). Por exemplo, se uma criança afirma que $2 + 3 = 5$ e mostra que juntou dois dedos de uma mão com três dedos da outra mão, sua justificação é parte integrante do conhecimento e não somente uma explicação. Ou, se alguém diz que $E = mc^2$ e explica que leu em algum livro no qual Einstein provou isso, a justificação não é sobre a crença-afirmação, mas garante que possa ser enunciada pelo sujeito (LINS, 1997).

A partir das caracterizações descritas, o autor fala de *significado*, que "é a relação entre a crença-afirmação e uma justificativa para ela" (LINS, 1993, p.86). É o que se diz de um objeto[10], não o que poderia ser dito, mas o que efetivamente se diz no interior de

---

[8] "Declaro lo que creo que es el álgebra: texto. No cualquier texto, sino um texto para el cual puedo producir significado potencialmente en términos de números, operaciones aritméticas, igualdades y desigualdades. Pero esto no dice nada sobre los significados que realmente producirá para ese texto una persona especifica en el ámbito de una actividad específica." (LINS, 1997, p. 44).

[9] Lins (2001) nos alerta sobre o cuidado que devemos ter ao escolher caracterizações para álgebra e pensamento algébrico, pois isso afeta diretamente as abordagens adotadas em sala de aula. "Choices made about what algebra and algebraic thinking are have a strong impact on the development of classroom approaches and material, that is, the discussion of this more theoretical issue is directly related to mathematics education in the classroom." (LINS, 2001, p. 37).

[10] "Objeto é algo a respeito de que se pode dizer algo" (LINS, 2004a, p.114).

uma atividade[11]. Produzir significado é falar a respeito de um objeto (LINS,1997). Para o autor, o aspecto central da aprendizagem é a produção de significados.

De acordo com Pinto (2012), não podemos pensar significados, por meio do MCS, como blocos rochosos e estáticos, que tratam as coisas de maneira definitiva. O que é possível é compreender os significados produzidos em determinadas situações/atividades, mas não estabelecer "o" significado das coisas.

No texto intitulado "Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática", Lins (2004a) fala em monstro monstruoso e monstro de estimação, referindo-se ao monstro que regula duas culturas: a da Matemática da rua e a da Matemática do matemático. E questiona "Como é que *uma coisa*, um monstro, pode ser *duas coisas diferentes*, uma para quem frequenta e outra para quem não frequenta o Jardim do Matemático[12], uma monstruosa e outra de estimação?" (p.114). Uma possível resposta são os significados que cada um produz para a "mesma" coisa. Apesar de se referirem a uma mesma coisa, que se constitui no momento da fala, o que se fala dela é diferente.

Para entendermos um pouco mais essa analogia, continuemos a descrever o que Lins entende por conhecimento. Caracterizado por (crença-afirmação, justificação), o conhecimento é do domínio da enunciação – eu creio, afirmo e justifico – ou seja, é do domínio da fala, e não do domínio do enunciado e do texto. Portanto, "a Matemática é um *texto*, e não *conhecimento*; tem-se *conhecimento* apenas na medida em que pessoas se dispõem a *enunciar* este *texto*"[13] (LINS, 1994, p.29); da mesma maneira "não há conhecimento nos livros" (LINS, 2008, p.541).

Sendo assim, voltemos para os monstros. Para o mesmo texto, para a mesma *coisa*, aquele que está no Jardim e aquele outro que não está, considerando que para cada conhecimento tem-se uma justificação, então eles falam com diferentes justificações, constituindo diferentes conhecimentos. Parece que estavam falando do mesmo objeto, mas não estavam. Segundo Pinto (2012) "produzimos enunciações ao sermos, cada um

[11] Lins assume o conceito de atividade como proposto por Alexei Leontiev.
[12] Para Lins (2004), o Jardim do Matemático é onde os matemáticos praticam a sua Matemática.
[13] Da mesma maneira, Lins (2001) fala sobre a álgebra, considerando-a como um conjunto de afirmações, um texto. "Producing meaning for a statement of algebra is producing meaning for a text, and producing meaning for a text is to constitute objects from that text and relantionships between them" (LINS, 2001, p. 43).

de nós – das mais diferentes formas – afetados pelo mundo, segundo nossa própria linguagem" (p.151).

A respeito de falar do mesmo texto produzindo significados diferentes, Lins (2008) cita o exemplo de quando uma criança que diz que $2+3=3+2$ exibindo os dedos das mãos, dois dedos de uma e três da outra, cruzando-as para inverter o dois e o três, e uma pessoa que diz que $2+3=3+2$ ocorre, pois a adição de números naturais é comutativa, apresentando conhecimentos diferentes (mesma crença-afirmação, mas justificações diferentes).

Outro exemplo, descrito por Lins (1993) como um exemplo exemplar[14], refere-se à professora que queria ensinar a resolver equações do primeiro grau, começando com a equação $3x+10=100$. Depois que os alunos resolveram o problema com sucesso (subtrair dez de cada lado e o resultado dividir por três) a professora apresenta outra equação $3x+100=10$, esperando tranquilamente que os alunos resolvam sem dificuldade. No entanto é surpreendida quando os alunos falam "Mas professora, esse não dá prá entender..." (LINS, 1993, p.80). O que acontece nesse exemplo exemplar, que Lins (1993) esclarece ao nos propor uma mudança de perspectiva e de posição epistemológica, é que a partir de tal texto – a equação – constitui conhecimentos distintos. Os alunos justificaram a primeira equação tendo como referência uma balança de dois pratos, enquanto a professora justificava por meio de propriedades de operações aritméticas. Ao se depararem com a segunda equação, questionaram "como tirar 100 de 10?", isso justificado pela balança é impossível.

Então, de acordo com o MCS, afirmamos algo em que acreditamos e o fazemos, enunciamos um conhecimento, porque acreditamos que nossa justificação nos autoriza para fazê-lo. Quando falamos, falamos em uma *direção* e se escolhemos essa direção é porque ela é *legítima*.

A *direção* da qual falamos é o que Lins (2012) chama de interlocutor. Assim "quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou

[14] Esse termo é utilizado pelo professor Romulo em vários textos seus, para dizer que o exemplo que ele dá "seja 'exemplar' o bastante para marcar os pontos" (LINS, 1993, p. 79) que ele quer abordar.

dizendo" (LINS, 2012, p. 19). Interlocutor não é alguém (ser biológico[15]) a quem direciono minha enunciação, não é uma pessoa com quem converso, e sim um ser cognitivo (LINS, 2012).

Já a *legitimidade* refere-se a modos de produção de significado. Todo conhecimento ao ser enunciado na direção de um interlocutor é verdadeiro, mas o que é afirmado não significa que seja verdadeiro (LINS, 2012). O autor explica que a imersão de uma pessoa em uma cultura acontece por meio de sua imersão em *modos legítimos de produção de significados*. As culturas determinam fatos que proporcionam às pessoas agirem conforme determinadas legitimidades, e não outras (LINS, 2008). Produzimos significados para pertencermos a uma cultura, a um espaço comunicativo, pois acreditamos que dentro dessa cultura, dentro desse espaço é que outras pessoas compartilharão conosco esses significados (ANGELO, 2012).

> A legitimidade de nossa crença-afirmação não é estabelecida por uma verdade (pelo que pode ou não ser dito), nem mesmo por critérios lógicos deduzidos axiomaticamente, nem por empíricos observados em determinadas situações. Essa legitimidade é estabelecida por acreditar que pertencemos a algum espaço comunicativo. (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016a, p. 355).

É por meio das legitimidades que podemos permitir, em sala de aula, interações produtivas, seja do compartilhamento da diferença, seja do compartilhamento de modos de produção de significados. No momento em que professor e aluno compreendem que as legitimidades de cada um são diferentes, é que pode ocorrer uma intensa oportunidade de aprendizagem. O que se torna legítimo é poder dizer que você entende como o outro está pensando, mesmo você pensando de uma maneira diferente. O que se aprende são as legitimidades, e não os conteúdos ou as técnicas (LINS, 2008).

Certas noções tratadas até aqui (conhecimento, significados, texto, direção, interlocutor, legitimidades) estão envolvidas em um *espaço comunicativo*. Lins (1999) apresenta um novo modelo de comunicação, ao fugir da estrutura de comunicação tradicional de transmissão, baseado no modelo "emissor-mensagem-receptor".

As noções de um espaço comunicativo apresentadas por Lins (1999, 2012) são: *autor*, *texto* e *leitor*. O autor é quem produz uma enunciação. O leitor é quem produz

[15] "O instinto de sobrevivência do ser biológico manifesta-se na alimentação e na reprodução. O instinto de sobrevivência do ser cognitivo se manifesta na pertinência (a culturas, práticas culturais, práticas sociais)" (LINS, 2012, p.29).

significado para um resíduo de enunciação. Resíduo de enunciação é “algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém” (LINS, 2012, p.27). É o que fica para mim da enunciação de outrem.

Silva (2003) exemplifica o autor como um professor em uma aula expositivo-explicativa ou um artista plástico exibindo sua obra e o leitor como um aluno que, em uma aula, tenta entender o que o professor diz ou um leitor de um livro. E o texto é o resíduo de uma enunciação. Não existe leitor sem texto, como não há texto sem leitor. Se não produzimos significado para o texto, ele continua sendo um resíduo de enunciação para nós.

Da perspectiva do autor, quando ele fala, sempre o faz para alguém, que é o interlocutor (na direção de um leitor, com modos de produzir significados), constituído pelo *o autor*. É para *um leitor* que *o autor* fala. Segundo Lins (2012), o diagrama para representar essa relação sobre o lado do autor seria:

O AUTOR ⟶ TEXTO -------> **UM** LEITOR

O outro processo, da perspectiva do leitor, quando ele lê, constitui sempre um autor. “É em relação ao que este ‘um autor’ diria que o leitor produz significado para o texto” (LINS, 1999, p.82). Da mesma maneira que descrito no parágrafo anterior, o um autor é um ser cognitivo. O leitor é constituído como tal na medida em que ele produz significado para o texto, colocando-se na posição de autor. O diagrama para essa relação, segundo Lins (2012) é:

UM AUTOR -------> TEXTO ⟶ **O** LEITOR

De forma sucinta, o processo de comunicação ficaria assim: o autor produz uma enunciação, o leitor produz significado para o resíduo de enunciação do autor. Por meio de outra enunciação, o leitor constitui em texto o que o autor disse, produzindo uma nova enunciação, na direção de um autor e assim, sucessivamente (SILVA, 2003).

A partir do momento que nos colocamos de forma contínua e alternada na posição de o autor e de o leitor, as duas imagens se fundem, desaparecendo os pontilhados e restando a sensação psicológica de uma comunicação efetiva (LINS, 1999). A convergência da comunicação entre autor e leitor “se estabelece apenas na medida em que compartilham interlocutores, na medida em que dizem coisas que o outro diria e com autoridade que o outro aceita. É isto que estabelece um *espaço comunicativo*" (LINS, 1999, p. 82, grifo do autor).

Pinto (2012) nos alerta que ter a consciência que no MCS o interlocutor é cognitivo e não biológico e que a direção na qual falamos, portanto, é sempre cognitiva, mostra-nos uma impossibilidade da "compreensão integral" dos seres biológicos que estão se comunicando conosco. Assim, quando falamos "imaginamos" aquilo que o outro entende, sendo isso uma sensação psicológica de estarmos sendo entendidos.

Para exemplificar um espaço comunicativo, Angelo (2012) descreve uma situação em que devemos responder a uma criança sobre

> [...] 'O que é caneta?'. Podemos lhe dizer que 'Caneta é um instrumento que serve para escrever'. Nessa situação estamos produzindo *um* significado para 'caneta': 'instrumento que serve para escrever', ao mesmo tempo em que constituímos *um* objeto 'caneta'. Esse *um* significado não é o único significado para caneta, mas aquele que foi produzido nessa situação. Ao respondermos para a criança, constituímos um interlocutor que acreditamos que a criança compartilharia e falamos na direção desse interlocutor. (p. 20, grifo da autora).

Para essa situação, os significados produzidos correspondem ao que o adulto poderia dizer a uma criança para que ela entendesse, ou seja, o autor (o adulto) constitui um leitor (a criança) na direção de um interlocutor que ambos compartilhariam, que diria o que o outro diria e com a autoridade que o outro aceita. Se a pergunta tivesse que ser respondida para outra pessoa, o significado produzido poderia ser diferente, falando na direção de outro interlocutor.

Diante do que foi descrito nos parágrafos anteriores, podemos dizer que as *justificações* desempenham um papel duplo em relação ao conhecimento, primeiro porque concedem o direito de conhecer, "e essa concessão é sempre feita por um interlocutor na direção que o conhecimento está sendo enunciado" (LINS, 2001, p. 42, tradução nossa)[16]. E segundo, que está relacionado com a constituição de objetos (LINS, 2001). Ou seja, a justificação tem que ser aceitável (por um interlocutor) ao mesmo tempo em

[16] Tradução nossa de: "and this granting is always done by an interlocutor towards whom that knowledge is being enunciated".

que constitui objetos (para um sujeito do conhecimento), assim, “sempre existe um sujeito do conhecimento” (LINS, 2001, p. 43, tradução nossa)[17].

Antes de descrevermos o que Lins entende por *Campos Semânticos*, precisamos caracterizar mais alguns elementos principais do Modelo. Para isso, retomamos a noção de conhecimento: é uma crença-afirmação junto com uma justificação para produzir a enunciação. Sendo assim, Lins (1999) afirma que, quando produzimos significados, produzimos conhecimento.

Nesse processo de produção de significados, certas afirmações que fazemos não precisam de justificações, pois são localmente válidas. Tais afirmações, inspirado nas ideias de Nelson Goodman, Lins (1997, 1999) as nomeou por *estipulações locais*. A um conjunto de estipulações locais constituídas no interior de uma atividade, o autor chamou de *núcleo*.

> Os elementos de um núcleo funcionam como *estipulações locais*: localmente são ‘verdades absolutas’, coisas que assumimos sem que haja a necessidade de uma infinita cadeia regressiva de *justificações*. O que é importante e revelador é que esse ‘localmente’ se refere ao interior de uma atividade, e que no processo dessa atividade esse núcleo pode se alterar pela incorporação de novas estipulações (elementos) ou pelo abandono de algumas estipulações até ali assumidas. (LINS, 1997, p. 144).

Como o núcleo pode se alterar incorporando ou abandonando algumas estipulações, podemos afirmar que ele não é estático. De modo a exemplificar um núcleo, Lins (1997) afirma:

> Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação ‘realista’ ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai se produzindo significado, seja para que texto for. Núcleos não se referem especificamente a ‘conteúdos’ ou ‘áreas de conhecimento’: em relação a um mesmo núcleo de balança de dois pratos, é possível produzir significado para uma equação, para a noção de justiça ou para fenômenos físicos diversos. (LINS, 1997, p. 144).

No interior de um núcleo, os objetos constituídos pela produção de significados apresentam uma *lógica das operações*. Segundo Silva (2003), o que o sujeito faz com os objetos refere-se às operações, enquanto que a lógica garante que ele pode fazer. Para

---

[17] Tradução nossa de: “there is always a subject of knowledge”.

Lins (1997), é essencial que investiguemos essas lógicas para entender as formas de pensar dos nossos alunos.

Sendo assim, com essas noções[18] do Modelo apresentadas, podemos caracterizar Campos Semânticos: "é um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade" (LINS, 2012, p.17). É a atividade de produzir significados em um núcleo. Quando diversas justificações estão relacionadas a um mesmo núcleo, os conhecimentos produzidos estão em um mesmo campo semântico. Lins (2012) ainda esclarece

> 'campo semântico' serve para articular 'produção de conhecimento', 'significado', 'produção de significado' e 'objeto'. A referência a 'no interior de uma atividade' serve para evitar o caso em que se esteja falando de futebol e de equações 'ao mesmo tempo' e terminemos fazendo referência a um campo semântico no qual pareça que se está produzindo significado para gol em relação a uma balança de dois pratos. Não que isto não possa acontecer, mas é melhor ter a possibilidade da leitura mais fina. É isto que o MCS oferece: um quadro de referência para que se possa produzir leituras suficientemente finas de processos de produção de significados. (LINS, 2012, p. 18).

É com essa intenção de saber o que está acontecendo no interior de uma atividade que devemos voltar nossas leituras, a fim de lermos que significados as pessoas produzem. A leitura de mundo que o MCS nos propicia não é absoluta. Por isso, conforme Julio e Oliveira (2012), o professor de Matemática deve ter em sua prática a criação de um espaço comunicativo para que diversos modos de produção de significados sejam explicitados e compartilhados.

No entanto, para que professor e aluno (duas pessoas) estabeleçam um espaço comunicativo, é necessário que o professor (um) se coloque no lugar dele (do outro), saiba como ele é para poder saber onde ele (cognitivo) está, para ir até lá e falar com ele e se entenderem (LINS, 1999). Lins (1999) apresenta uma nova postura educacional em oposição à maneira que Piaget analisava seus sujeitos de pesquisa, de que se a criança não está em seu estágio de desenvolvimento correspondente, então ela está em falta

[18] Lins (1996) faz uma distinção entre as palavras *noção* e *conceito*. Para ele "o papel dos conceitos é o de tematizar e firmar as noções básicas de uma teoria ou campo de investigação; podemos considerar que os conceitos de uma teoria indicam do que é que ela trata, quais são [...] seus objetos" (p. 137). Ainda completa: "Enquanto a noção de conceito pensa em caracterizações estáveis de objetos (e de preferência uma caracterização justa, minimal, como no caso de nossos conceitos científicos), os objetos enquanto noção básica são constituídos de forma redundante, muitas vezes, e são instáveis, na medida em que dentro de uma atividade é possível – e comum – que novas demandas ou condições se apresentem, que vínculos antes distantes se tornem próximos" (p. 140).

(SILVA, 2003), esclarecendo que o "onde está" não se refere a algum estágio de desenvolvimento intelectual, mas sim ao estabelecimento de um espaço comunicativo compartilhado.

> Compartilhar um espaço comunicativo é compartilhar interlocutores e isto, junto com a elaboração que fiz da produção de significados na direção de interlocutores, garante que toda produção de significados é dialógica no sentido cognitivo. Insistindo na diferença: o ser biológico pode estar sozinho, mas não o ser cognitivo. (LINS, 1999, p.88).

A esse ponto de vista, que se opõe a leitura pela falta, Lins (2012) nos apresenta a *leitura plausível/positiva*, que nos permitirá entender o porquê do outro ter feito o que fez, por meio de suas legitimidades, seus interlocutores, compartilhando um espaço comunicativo (SILVA, 2003). Sendo assim

> a leitura positiva como proposta pelo MCS, nos coloca numa posição de análise frente ao outro. A tentativa de produzir legitimidades para as ações do outro nos coloca a ler o outro, em uma tentativa de 'ser' o outro, de dizer o que acreditamos que o outro diria, de dar razão as suas ações, mas, acima de tudo, de nos lermos frente ao outro: ler positivamente o outro e suas ações, frente a nossas produções de significado. (PINTO, 2012, p. 153).

Fazer uma *leitura plausível* do outro não corresponde a falar o que o outro diz, mas falar o que nós dizemos a partir/com do/o outro, produzindo significados para os resíduos de enunciação do outro.

É importante dizer que Lins (2001) afirma que o MCS não é somente uma teoria local para a produção de significados em álgebra, que foi a temática impulsionadora do desenvolvimento da teoria, mas é, de maneira similar, aplicável a todo processo que envolva a produção de significado, não sendo exclusivo da Matemática.

Quando disse, no começo, que o que quero "com o Modelo é ter a liberdade e ao mesmo tempo o suporte que ele oferece para fazer *uma* tese que penso que ela deveria ser", quero dizer que essa *liberdade* e esse *suporte* estão relacionados com minha produção de significado para fazer esta tese, e que esse próprio processo possui suas limitações, visto que tenho meus horizontes culturais, que marcam minhas legitimidades, aquilo que posso dizer. As escolhas que faço para estruturar essa tese são meus modos de produção de conhecimento. Acredito que esse primeiro texto é para dizer *onde*[19] estou e *o que* sustenta minhas escolhas.

[19] Já dizia Lins (1993) "as posições epistemológicas dos pesquisadores devem ser discutidas em relação às suas pesquisas, e isso quer dizer que devemos examinar as questões de pesquisa, tanto quanto os resultados e mesmo os métodos, tomando-se em conta aquelas posições" (p. 75).

TEXTO 2

Sobre o interesse pela formação matemática, em especial, pela disciplina de Cálculo

Delimitando o objetivo

Quando comecei a estudar o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e procurar pelos textos do professor Romulo Lins, percebi neles uma direção para a formação matemática dos professores e isso me interessou. Uma discussão que o professor Romulo propõe é que as disciplinas do curso de Matemática da Licenciatura não sejam estruturadas pela matemática do matemático, mas sim, pela matemática do professor de Matemática. Comecei, então, a pensar a respeito da formação do professor de Matemática e a questionar sobre a formação matemática para os licenciados.

O que me fez lembrar, também, minha própria formação. Lembro que, quando ingressei na universidade, pensei que iria estudar aquela matemática da escola (não achava que poderia haver "mais" Matemática) de uma maneira mais "aprofundada". Será que eu fui formada para ser professora de Matemática da Educação Básica? As disciplinas matemáticas que tive, prepararam-me para a minha prática profissional? Uma maneira de pensar nessas questões era olhar para minha experiência, mesmo que ela tenha sido pouca.

A primeira lembrança que tive, foi quando estava ensinando conceitos de Progressão Aritmética para o terceiro ano do Ensino Médio e uma aluna me questionou "*Professora, como que eu posso somar uma coisa que é infinita?*". Naquele momento, lembrei-me de infinito, limite, integral e dei alguma explicação, mas não sabia falar na direção que ela poderia ouvir e entender. Será que não sou uma "boa" professora? Uma coisa é você aprender os conceitos matemáticos das disciplinas, outra coisa, totalmente diferente, é você ensinar sobre aquilo para alguém. E não é para "qualquer" alguém. A explicação que eu poderia dar seria, em termos, que aquela aluna desconhecia naquele momento. Esse é um exemplo que me motivou a pensar sobre o Cálculo Diferencial e Integral na formação do professor de Matemática.

O que parece é que sentimos essa culpa de que "não sabemos Matemática", de que "se eu não aprendi durante minha formação, então eu não dei conta". Penso que a formação deixa, muitas vezes, a nosso cargo a função de, em nossa prática, aprendamos o "como" ensinar, pois as disciplinas de conteúdo matemático estão desvinculadas das disciplinas de conteúdo pedagógico e vice-versa.

Pensando nisso, comecei a pesquisar sobre a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na Licenciatura em Matemática e, ao olhar para as Diretrizes Curriculares Nacionais voltadas aos cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, Brasil (2002), vemos que ela é proposta para os cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, como conteúdo comum a todos os cursos de Licenciatura em Matemática, juntamente com Álgebra Linear, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica, sendo que os conteúdos comuns devem incluir conteúdos matemáticos da Educação Básica. Podemos observar que as disciplinas de Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra e Fundamentos de Geometria que são da Licenciatura apresentam nomes diferentes das respectivas disciplinas do Bacharelado, como Análise, Álgebra e Geometria, enquanto que Cálculo (e Álgebra Linear) recebe o mesmo nome. Questionamos: as diretrizes assumem que a disciplina de Cálculo deve ser a mesma tanto para Licenciatura quanto para o Bacharelado?

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBEM, publicou, em 2003 um documento[20] com o intuito de contribuir com as discussões sobre a Licenciatura em Matemática. A respeito do Cálculo Diferencial e Integral, o documento destaca algumas potencialidades da disciplina, começando pela riqueza em suas noções; pela diversidade de registros de representação em que os conceitos podem ser apresentados (representações figurais, simbólicas e linguagem natural); pelo seu caráter unificador dentro da Matemática, pelas aplicações em outras áreas do conhecimento, entre outros. Diante das várias potencialidades, o documento afirma que cabe ao grupo de professores formadores dos cursos de Licenciatura passar a questionar "quais as principais potencialidades do Cálculo para a formação de um professor de Matemática, que conhecimentos devem ser priorizados, que articulações podem ser feitas com os temas que o professor de Matemática vai trabalhar na Educação Básica" (SBEM, 2003, p.17).

---

[20] Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Já que há uma diversidade de aspectos que podem ser explorados em/com o Cálculo Diferencial e Integral, realizamos um levantamento de dissertações e teses, a partir do Banco de Teses[21] da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e dos Programas de Pós-Graduação em Educação e em Ensino/Educação Matemática[22], nos meses de Junho e Julho de 2015, com a intenção de conhecer as temáticas apresentadas pelas pesquisas que tratam do *Cálculo Diferencial e Integral na Licenciatura em Matemática*.

Após listar cada pesquisa, excluindo as que não se referiam ao curso de Licenciatura em Matemática e à disciplina de Cálculo, assim como as pesquisas repetidas obtidas nas procuras acima especificadas, chegamos a dezesseis pesquisas de Mestrado Acadêmico (MA), quinze de Mestrado Profissional (MP) e quatorze pesquisas de Doutorado (D) (descritas no Apêndice A[23]). Observamos que a UNESP/RC e a PUC/SP são as instituições que mais apresentam pesquisas voltadas para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática, seguidas da UFOP (Apêndice B[24]): vinte e um trabalhos no total, divididos em Mestrado Acadêmico, Mestrado Profissional e Doutorado em cada programa, em um total de oito pesquisas de Mestrado Profissional.

A partir da leitura dos resumos desses trabalhos, das palavras-chave e das questões de pesquisa (Apêndice C[25]), vimos que são diversas as temáticas de pesquisas. Algumas

[21] http://bancodeteses.capes.gov.br/ acessado nos meses de Junho e Julho de 2015. Inserimos os seguintes termos para a busca: *Cálculo na Licenciatura em Matemática*, obtendo doze pesquisas; *disciplina de Cálculo em Matemática*, aparecendo vinte e cinco pesquisas; *Cálculo e Formação de Professor*, totalizando quinze pesquisas; e *Ensino de Cálculo*, sendo obtidos cento e setenta e nove pesquisas. Ao realizar a busca pelos sites dos Programas de Pós-Graduação em Educação e em Ensino/Educação Matemática, procurando pela palavra *Cálculo* nos títulos dos trabalhos, obtivemos setenta pesquisas.

[22] http://conteudoweb.capes.gov.br/conteudoweb/ProjetoRelacaoCursosServlet?acao=pesquisarIes&codigoArea=90200000&descricaoArea=&descricaoAreaConhecimento=ENSINO&descricaoAreaAvaliacao=ENSINO. Realizamos nossa busca em quarenta e seis programas em Ensino/Educação Matemática (CEFET/RJ, FUFSE, FURB, IFES, UNICSUL, IFG, UNIFRA, PUC/RS, PUC/SP, UNIVATES, UEL, UEM, ULBRA, UEPB, IFSP, USS, UESC, UFABC, UFRRJ, UFAL, UNIAN, UFC, UFG, UNESP/RC, UNICENTRO, UFJF, UFMS, UFAC, UFMT, UFAM, UFOP, IFCE, UFPA, UFPE, UFPEL, UFMA, UFPR, UFU, UFRGS, UCS, UFRJ, FUPF, UFRN) e em três programas em Educação (USP, UNICAMP e UFSCAR). O intuito de realizar essa busca pelos programas, se justifica pelo fato de que os resultados obtidos pelo site da CAPES não contemplavam todas as pesquisas já feitas, estando disponíveis somente as pesquisas defendidas nos anos de 2011 e 2012. Ao realizar a busca pelos sites dos Programas de Pós-Graduação em Educação e em Ensino/Educação Matemática, procurando pela palavra *Cálculo* nos títulos dos trabalhos, obtivemos setenta pesquisas.

[23] Organizamos pela modalidade de pesquisa (cada trabalho recebeu um código constituído pela inicial da modalidade MA, MP ou D, seguido da numeração crescente a cada modalidade), a instituição que oferece o programa de Pós-Graduação, o ano de defesa, o título e autor do trabalho.

[24] Construímos outro quadro com a intenção de mostrar quantos trabalhos têm por instituição.

[25] Organizamos essas informações em outro quadro.

investigam cursos de Cálculo Diferencial e Integral de algumas instituições, buscando conhecer seu desenvolvimento, sua relação com livros didáticos, e questões relativas ao processo de ensino e de aprendizagem; outras investigam falas de professores, em relação às questões referentes à importância da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na formação do professor, ao saberes produzidos sobre o ensino e aprendizagem de conceitos de Cálculo e ao desenvolvimento profissional a partir da reflexão e discussão da própria prática. Há também aquelas que estudam o uso de ferramentas tecnológicas e digitais em aulas de Cálculo; outras investigam a produção ou negociação de significados de alunos para conteúdos de Cálculo; outras estudam a articulação de registros de representações semióticas em livros didáticos de Cálculo ou de Análise; outras investigam a relação dos elementos da Teoria de Representações Semióticas com as categorias do raciocínio intuitivo. Há pesquisas que tratam da análise da mobilização do Pensamento Matemático Avançado, por meio de imagens conceituais, definições conceituais, concepções APOS, processos de visualização e representação para aprendizagem de conteúdos de Cálculo. Há outros trabalhos que apresentam abordagens propostas que visam investigar a aprendizagem dos estudantes quanto ao ensino de Cálculo, por meio de estratégias e metodologias de ensino ou por meio da ação do professor que pode contribuir para uma aprendizagem afastada ou pessoal do Cálculo; ou ao identificar que a dificuldade em aprender Cálculo também é de natureza epistemológica, entre outras.

De todas essas pesquisas, observamos que somente uma (KOGA, 1998) questiona e problematiza a importância da disciplina de Cálculo na Licenciatura em Matemática. As demais sempre consideram o Cálculo como algo que está posto e investigam melhores e eficientes maneiras de se ensinar os conceitos pertinentes a essa disciplina.

Ao fazer o levantamento dessas pesquisas no site da CAPES, essa foi uma das que não tinha a versão digital. Tivemos que buscar, na biblioteca da UNESP/RC. Koga (1998), em sua dissertação de mestrado, buscou analisar a fala de professores de Cálculo Diferencial e Integral de quatro instituições e suas visões a respeito da importância dessa disciplina nos cursos de Licenciatura em Matemática. Por meio de entrevistas, de uma análise documental de projetos pedagógicos e da estrutura curricular, o autor explorou algumas características que lhe interessavam, como: o projeto pedagógico e estrutura curricular, o ensino de Cálculo, recursos didáticos, pensamento diferencial e formação continuada.

Nas análises das entrevistas, observou-se que os professores não conhecem o projeto pedagógico do curso, que se preocupam somente com suas disciplinas, e que há uma divisão entre os professores dos cursos de Licenciatura em Matemática: os que lecionam disciplinas pedagógicas e os que lecionam disciplinas de conteúdo matemático, não existindo um trabalho conjunto entre os professores. Diante dessa situação, o autor afirma que a disciplina de Cálculo não proporciona alguma formação pedagógica ao estudante, ficando essa formação sob responsabilidade das disciplinas de conhecimento pedagógico (KOGA, 1998).

> Teoricamente as disciplinas de conhecimento matemático não apresentam nenhum conhecimento didático-pedagógico, mas o professor também não demonstra nenhum compromisso com essa responsabilidade, tendo como ponto principal da disciplina a transmissão do conhecimento matemático que lhe é determinado, utilizando uma metodologia chamada de tradicional. (KOGA, 1998, p. 92).

Diante dessa distância entre os professores dessas disciplinas, cada um desenvolvendo-as com interesses próprios, o autor questiona como formar um "bom professor", sendo que não se discute "o que seria o bom professor de Matemática". Será aquele que sabe somente Matemática ou que tenha interesse na aprendizagem em Matemática? O que usualmente acontece é a adaptação da Licenciatura ao curso de Bacharelado, já que a maioria dos professores do departamento de Matemática, de acordo com a pesquisa de Koga (1998), tinha uma formação pura ou aplicada, uma formação conteudista, não tendo contato com disciplinas pedagógicas, tornando-se responsáveis pela formação de futuros professores e não se interessando por atividades pedagógicas ou mesmo em discuti-las. O autor aponta para a necessidade de uma maior aproximação entre os professores de Matemática e da Educação, para o desenvolvimento de atividades que envolvam ambas áreas de formação.

Outro ponto levantado por um dos professores entrevistados refere-se à disciplina de Cálculo nos diversos cursos de graduação, que preceitua que o Cálculo deve ser o mesmo para o Bacharelado, para a Licenciatura e para os demais cursos que têm essa disciplina na grade curricular. O que esse professor desconsidera é que os cursos têm características particulares e que os objetivos dessa disciplina em cada curso são diferentes, ou pelo menos deveriam ser diferentes, sendo que "cada departamento deveria ter as disciplinas voltadas para o objetivo central do curso em que está sendo oferecida; portanto, cada curso teria as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, com os objetivos voltados para a graduação que está oferecendo" (KOGA, 1998, p. 107). Assim, também, deveria ser diferente para o Bacharelado e para a Licenciatura em Matemática.

Koga (1998) sugere que a Licenciatura deva direcionar sua formação para a prática docente, apresentando seus objetivos e funções em um projeto pedagógico direcionado para a formação do professor de Matemática; que os professores que trabalham em um curso de formação sejam conscientes de que suas atividades devem objetivar a formação de um bom profissional, além de implementar, em suas aulas, metodologias diferentes da tradicional; e que seja descartada a ideia de que a disciplina de Cálculo possui menos rigor que a disciplina de Análise, mas que o pensamento diferencial seja uma interconexão do Cálculo Diferencial e Integral com a Análise Matemática.

Fizemos, também, um levantamento de artigos em algumas revistas[26], publicados em um período de dez anos (2007-2017), e nos anais do evento Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM (2012 e 2015[27]). Ao olhar cada periódico, procuramos nos títulos dos artigos por palavras que fizessem referência à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, como, por exemplo, cálculo, função, limite, derivada e integral. Em seguida, fizemos outro refinamento dos artigos para selecionar os que tinham relação com o que estávamos procurando, o Cálculo na Licenciatura em Matemática, obtendo um total de quarenta e cinco artigos, e nove artigos nos anais do SIPEM (Apêndice D[28] e Apêndice E[29]).

---

[26] Cuja lista encontramos no site da Plataforma Sucupira, na classificação de periódicos 2015. Dessa lista, selecionamos doze revistas de Educação Matemática e três de Educação, de qualis A1, A2 e B1, a saber: Bolema; Ciência & Educação; Pro-Posições; Educação Matemática em Revista; Educação Matemática Pesquisa; Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática; Revista de Educação, Ciências e Matemática; Rencima – Revista de Ensino de Ciências e Matemática; Vidya; Zetetiké; Boletim Gepem; Boletim Online de Educação Matemática; Em Teia; Perspectivas da Educação Matemática e Revista Paranaense de Educação Matemática.

[27] Fizemos a busca nesses anos, porque o documento dos anais do evento que ocorreu em 2009 possui apenas os resumos dos artigos apresentados.

[28] Organizamos em uma tabela todos os artigos das revistas. É importante esclarecer que não foi em todas as revistas que encontramos trabalhos sobre o Cálculo na Licenciatura em Matemática.

[29] Em outro quadro, organizamos os artigos encontrados nos anais do SIPEM.

Como a intenção da nossa investigação não é fazer um estado da arte das pesquisas sobre Cálculo, mas sim conhecer o que se tem trabalhado nos últimos anos para nos ajudar a pensar o objetivo do nosso trabalho, iremos, aqui, dialogar com aqueles artigos que nos trazem elementos interessantes para tratar do Cálculo na Licenciatura em Matemática.

Santos e Almouloud (2014) analisaram como autores de quatro livros[30] didáticos apresentaram o conceito de limite. De uma maneira geral, os autores buscaram responder quais são os diferentes pontos de vista apresentados nos livros sobre o conceito de limite, para quem o texto se dirige e que elementos mostram isso, apresentando outras questões ao longo do texto, como os tipos de tarefas, disposição dos conteúdos, quantidade de exemplos e tarefas, entre outras questões analisadas. Nessa investigação, notaram que os livros, geralmente, explicitam no prefácio que o texto é dirigido para alunos dos primeiros anos da universidade, mas ao longo do texto os enunciados são mais para especialistas. Além disso, os autores sugerem que o livro deveria estimular o estudo, o que, na maioria das vezes, não ocorre, pelo fato de o livro trazer o conhecimento pronto, acabado, atemporal, de maneira desumana e descontextualizada. As técnicas e procedimentos são mais priorizados do que a abordagem conceitual.

Lima (2014, 2015) investigou a trajetória da disciplina de Cálculo na Universidade de São Paulo, elencando quatro momentos importantes que se devem às transformações que estavam acontecendo em âmbito internacional, na Matemática, na Educação e na Educação Matemática e observou como o curso de Matemática da USP foi estruturado com a introdução, em 1964, de uma disciplina de Cálculo que precedia a de Análise e com o uso de uma metodologia diferenciada que possibilitasse o aprendizado efetivo e significativo dos alunos por meio de discussão em grupos em 1975 (já que até o final dos anos 1960 o estudante era totalmente passivo no processo de ensino e aprendizagem, e na década de 1970 que passou a ser considerada a relação entre aluno e conteúdo e a valorizar a relação entre professor e aluno) e a diferença entre as disciplinas de Cálculo para o Bacharelado e à Licenciatura (três anos de disciplinas obrigatórias e depois mais um ano em que os alunos optavam por disciplinas pedagógicas, para os licenciandos, ou matemáticas, para os bacharelados).

[30] Dos autores Geraldo Ávila; Paulo Boulos; Mauro Rogério, Hélio da Silva e Ana Amélia Badan; e Hamilton Luiz Guidorizzi.

Lima (2014) afirma que mesmo com as formações diferentes para professores de Matemática e matemáticos, a disciplina de Cálculo era ministrada conjuntamente para ambas modalidades. Para ele o que existe, ainda hoje, é uma crise de identidade da disciplina de Cálculo, devido a visões equivocadas, por exemplo, de associar o Cálculo à intuição e Análise ao rigor, ou Cálculo aos algoritmos e Análise aos fundamentos, ou como se Cálculo fosse uma disciplina de preparação para a de Análise. O autor defende que é preciso construir uma identidade para o curso de Cálculo em qualquer curso de graduação, rompendo o cordão com a Análise.

Os autores Lima e Silva (2012) destacam a importância de que novas pesquisas investiguem concepções de professores universitários a respeito de se pensar o Cálculo específico para a graduação em Matemática, desvinculado da Análise, pensando em seus objetivos, conteúdos e metodologias.

Lima (2015) acredita que a identidade para a disciplina de Cálculo não deve estar relacionada somente com o uso de técnicas, mas com a compreensão do conceito, da sua relação com outros conceitos, dos significados no próprio campo de conhecimento e das aplicações na Matemática e em outras áreas. Além disso, deve-se contextualizar o conteúdo matemático em sala de aula correspondente com os objetivos do curso de graduação o qual o Cálculo está inserido. Na Licenciatura em Matemática, para o autor, o Cálculo deve enfatizar os assuntos que são mais adequados à formação do professor dos ensinos fundamental e médio, refletindo em como abordá-los "na universidade e o tratamento que os futuros professores darão a esses mesmos conteúdos na Educação Básica" (p. 8).

Oliveira e Raad (2012) fizeram um estudo histórico, entre a década de 1950 e a década de 1980, a fim de identificar elementos que compõem a existência de uma cultura de reprovação em Cálculo Diferencial e Integral. Os autores observaram que os trabalhos que tratam da dificuldade em Cálculo não discutem a reprovação como elemento do contexto onde ocorre, sendo que, usualmente, tratam de identificar as razões das dificuldades ou propõem alternativas para a superação delas. Mesmo com o uso de bons livros didáticos, boas práticas pedagógicas, iniciativas para diminuir o insucesso dos estudantes, ainda a reprovação existe. O que pode mudar essa realidade, para os autores, é a transformação do corpo docente com a incorporação de educadores matemáticos na licenciatura, substituindo professores de Matemática.

A pesquisa de Garcia (2009) trata do conhecimento de Matemática sobre função que é necessário para o professor, propondo-se a responder alguns questionamentos, como: "quais os conhecimentos de Matemática necessários para o professor ensinar? Quais são os conhecimentos a respeito de função necessários para o professor ensinar? E qual é o conhecimento desejável do ponto de vista da escola?" (p. 44). A autora conclui que é necessário o professor ter um conhecimento profundo de Matemática e do conceito de função, que vá além da matemática escolar. Mas o que seria um conhecimento profundo[31] de Matemática e do conceito de função? Para a autora, deve ser "conhecer mais matemática", já que sua proposta para uma mudança na formação do professor seria: introduzir funções complexas com transformações geométricas euclidianas; trabalhar com funções do plano com transformações euclidianas e não euclidianas e introduzir topologia.

A pesquisa de Gonçalves e Reis (2013) aborda aplicações do conceito de derivada por meio de atividades investigativas utilizando o Geogebra. A partir de uma busca por pesquisas que tratam o ensino de Cálculo, os autores notaram que alguns pesquisadores afirmam que não sabem o que responder quando alunos questionam sobre a importância dos conteúdos de Cálculo e que essa resposta deve ser dada por professores de disciplinas específicas do próprio curso aos alunos. Gonçalves e Reis (2013) acreditam que o professor de Cálculo deve ser o responsável por apresentar a importância da disciplina aos alunos, defendendo que isso deve ocorrer por meio de atividades que envolvam aplicações, pois conhecendo-as, os conteúdos podem ter significado prático. Para os autores, o termo aplicações se refere "a situações-problema relacionadas a qualquer área do conhecimento que podem ser resolvidas utilizando ferramentas e conceitos matemáticos" (p. 421), e não apresentam no artigo que atividades seriam essas. Eles concluem que as atividades investigativas contribuem para a formação de um "novo" professor de Matemática.

A pesquisa de Silva (2012) propõe a inserção do Cálculo no ensino médio, e questiona quais os motivos que levaram à inclusão, em um primeiro momento, e, depois, à exclusão do Cálculo no ensino médio, já que, há algumas décadas, os conceitos de

---

[31] Um cuidado que se deve ter quando falamos que o professor precisa saber mais, é explicitar do que se trata conhecer profundamente a Matemática. Viola dos Santos (2012) em sua tese discute a respeito desse tema, ao questionar "formação (sólida em) matemática ou formação matemática sólida?".

limites, derivadas e integrais estavam nos programas. Em sua discussão sobre o ensino de Cálculo, o autor defende que essa inserção daria sentido à própria Matemática do ensino médio, e não somente pela intenção de facilitar o trabalho dos professores de Cálculo na universidade. O autor propõe oito critérios para selecionar e organizar o currículo de Matemática para o ensino médio, que seriam: riqueza, recursão, relações, rigor, reflexão, realidade, responsabilidade e ressignificação.

O mesmo autor apresenta alguns argumentos e questionamentos para a inserção de Cálculo no ensino médio. Destacamos alguns deles: não se apresenta a prova matemática da forma geométrica do gráfico de uma função, o que poderia ser justificado pela derivada; os estudos de funções polinomiais deveriam ocorrer por meio de pontos de mínimo, máximo, intervalos de crescimento e decrescimento, e de concavidades; deveria incluir o estudo de derivadas no início do tratamento de funções; deveria incluir o tratamento matemático do infinito, já que são abordados em alguns conceitos da Educação Básica, como a soma de uma progressão geométrica. Mas, para ser possível essa inserção, é necessária uma discussão para se modificar o atual currículo de Matemática do ensino médio.

Como nossas buscas por pesquisas se restringiram aquelas que tratam do Cálculo na Licenciatura em Matemática, não podemos deixar de citar o professor e pesquisador brasileiro que tem contribuído para se pensar o Cálculo Infinitesimal, Roberto Baldino. Apesar de estar preocupado com o ensino de Cálculo para engenharias, alguns de seus trabalhos tratam do Cálculo de uma maneira geral, como os artigos "*Infinitésimos: quem ri por último?*" (BALDINO, 2000) e "*Cálculo Infinitesimal: passado ou futuro*" (BALDINO, 1995). Nos dois artigos, o autor relata que os livros didáticos de Cálculo, assim como muitos matemáticos, têm como pedra fundamental o conceito de limite, utilizado também para fundamentar os conceitos de derivada e integral. No entanto, em livros de Física, o conceito de infinitesimal está presente. Baldino (1995) afirma que fundamentar o Cálculo seja por meio do ponto de vista dos limites, seja por meio dos infinitésimos, ambos são epistemologicamente legítimos. A questão é a "legitimidade educativa". O que o professor Baldino (2000) percebe é que os alunos vivem um uma cultura infinitesimal, quando afirmam que 0,999... é menor que 1, ou quando dizem "que o limite de 1/n quando n tende ao infinito é muito pequeno, mas não é zero; 'é zero vírgula zero, zero, zero..., infinitos zeros, depois, 1'" (p.71). Sua proposta é a de que o ensino de Cálculo justifique as grandezas por meio "da integração de uma decomposição infinitesimal. É a idéia originada com Cavalieri e explorada sistematicamente por Leibniz, idéia que os físicos nunca abandonaram" (BALDINO, 2000, p. 74).

Fizemos também uma busca por artigos internacionais, mas como sabíamos que existem muitas pesquisas que tratam do Cálculo, selecionamos alguns trabalhos dos principais eventos europeus ou de edições especiais que tratam sobre o ensino e aprendizagem de Cálculo.

Nessa procura, encontramos uma edição especial da revista *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*[32], com artigos que tratam sobre o ensino e aprendizagem de Cálculo, as limitações sobre os avanços na pesquisa dessa temática, e que buscam responder "o que queremos exatamente que os alunos aprendam em cálculo?". De todos os artigos, selecionamos o intitulado "*Research on calculus: what do we know and where do we need to go?*", onde os autores Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014) apresentam uma visão geral de cada artigo apresentado nessa edição. Os autores afirmam que o Cálculo é visto por carregar um certo *status*, e muitas vezes é utilizado para "remover ervas daninhas", ou seja, separar os "bons alunos" dos "não tão bons", desempenhando papel importante tanto no ensino médio quanto no ensino superior. As pesquisas em Cálculo, nas últimas décadas, contribuíram para que se pudesse compreender o pensamento matemático, assim como o ensino e a aprendizagem sobre limites, derivada e integral.

Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014) relatam que as pesquisas sobre cálculo, geralmente, seguem o padrão de: investigar as dificuldades e obstáculos cognitivos dos estudantes; investigar processos relacionados à aprendizagem de conceitos particulares; estudar os efeitos de inovações curriculares e pedagógicas na aprendizagem de estudantes; e pesquisar sobre conhecimentos, crenças e práticas de professores. Os autores afirmam que há muitas pesquisas que investigam sobre a aprendizagem de alunos em relação aos conceitos particulares de Cálculo e, por isso, sugerem que pesquisadores matemáticos e educadores matemáticos devem trabalhar em conjunto para pensar a respeito de questões teóricas e pragmáticas que estão relacionadas com o ensino e aprendizagem de Cálculo.

---

[32] Volume 46, número 4, Agosto de 2014.

Além disso, os autores destacam que são poucas as pesquisas que tratam sobre "intervenções na prática" e muito menos ainda as que investigam, por exemplo, o conhecimento matemático de professores para o ensino de derivadas (e por que não dizer que existem menos ainda as que tratam sobre conhecimento escolar ou conhecimento dos professores da Educação Básica?), sendo necessário entender como é a relação entre o progresso dessas pesquisas e a adoção delas nas instituições, ou seja, a aceitação, por alunos, professores, departamentos e pesquisas que retomem "o contexto institucional e cultural e como esses aspectos limitam e possibilitam a aceitação sustentada dos avanços na aprendizagem e no ensino do cálculo" (RASMUSSEN; MARRONGELLE; BORBA, 2014, p. 513, tradução nossa)[33].

Outro artigo que encontramos foi nos anais do 9º *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* – CERME, intitulado "*How do research mathematicians teach Calculus?*". Petropoulou, Jaworski, Potari e Zachariades (2015) investigaram como um professor universitário de Matemática, que pesquisa ativamente, atrai os estudantes para a cultura matemática, por meio de sua prática de ensino, no curso de Cálculo oferecido no primeiro ano (na Grécia). Para isso, utilizaram a "Tríade de Ensino", que consiste em três domínios da atividade de um professor: gerenciamento de aprendizagem (como o professor organiza o ambiente em sala de aula: grupos, tarefas, ...), sensibilidade aos alunos (como o professor interage com os alunos e sua atenção às necessidades individuais) e desafio matemático (tarefas ou perguntas que relacionem o pensamento com a atividade matemática).

Os autores observaram que o professor analisado, por meio de sua experiência em Matemática, a partir da pesquisa que produz, pôde apoiar os estudantes a participarem dos processos de pensamento e produção matemática avançada, sendo possível uma aula em nível universitário se assemelhar a um ambiente de produção matemática, ao mesmo tempo que teve a sensibilidade de motivar os alunos, encorajando-os a pensar mais profundamente. Apesar do artigo não deixar claro qual foi o curso participante dessa pesquisa, é visível a ênfase dada à formação matemática para a formação de pesquisadores, e não de professores de Matemática.

---

[33] Tradução nossa de: "the institutional and cultural context and how these aspects constrain and enable sustained uptake of advances in calculus learning and teaching" (RASMUSSEN; MARRONGELLE; BORBA, 2014, p. 513).

Encontramos, também, a *Encyclopedia of Mathematics Education*, publicado pela Springer, que reuniu diversos pesquisadores para definirem os termos pertencentes ao campo de pesquisa da Educação Matemática. Kidron (2014) foi quem ficou responsável por tratar a respeito do Ensino e da Aprendizagem de Cálculo. De acordo com o autor, o cálculo é ensinado no ensino superior e, em muitos países, também, no ensino médio. Para compreender os conceitos de cálculo é preciso compreender os conceitos de variável e de função, analisando problemas de mudanças e movimentos, sendo o limite o conceito fundamental do cálculo diferencial e integral. Desde a década de 1960, há esforços para reformar o ensino do cálculo, tanto que, atualmente, no ensino médio, os conceitos de cálculo são ensinados sem depender de definições e provas formais.

O autor relata que muitas são as pesquisas que abordam o ensino e aprendizagem de cálculo, como os autores David Tall, Shlomo Vinner, Bernard Cornu, Tommy Dreyfus, Eddie Gray, que tratam de teorias cognitivistas. Há, também, pesquisas que investigam o uso de tecnologias para superar dificuldades conceituais, na relação entre as representações gráficas e animações dinâmicas; há trabalhos que usam uma perspectiva histórica; há outros que pesquisam os problemas da aprendizagem de Cálculo na transição do ensino secundário para a universidade. Kidron (2014) finaliza afirmando que é preciso novas teorias, com dimensões social e cultural, para se estudar o ensino e aprendizagem de Cálculo, não deixando de lado pesquisas que abordem o papel das práticas de ensino para uma reestruturação dos conceitos.

Por fim, encontramos o livro *Teaching and Learning of Calculus*, como resultado das discussões que aconteceram no 13º *International Congress on Mathematical Education* – ICME. Os autores Bressoud, Ghedamsi, Martinez-Luaces e Törner (2016) apresentam as principais teorias utilizadas no campo da educação em Cálculo, tanto de perspectivas europeias como americanas, e um breve resumo dos últimos avanços na pesquisa. Como no trabalho de Kidron (2014), descrito no parágrafo anterior, esse livro também apresenta uma visão global das pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de Cálculo, tanto as que tratam do desenvolvimento cognitivo (Conceito Imagem e Conceito Definição; Teoria da Representação Semiótica; Teoria Ação-Processo-Objeto-Esquema; Três Mundos da Matemática), como as teorias com perspectivas socioculturais (Teoria da Situação Didática; Teoria Antropológica do Didático; Estrutura Cognitiva), em relação aos conceitos de limite, derivada e integral. Além disso, os autores relatam como o Cálculo aparece no currículo de sete países (França, Alemanha, Estados Unidos, Uruguai, Cingapura Coréia do Sul, Hong Kong), sendo que em todos eles o Cálculo é ensinado no ensino médio e na universidade.

Devido a isso, algumas pesquisas perceberam que essa transição (do ensino médio para a universidade) constitui em muitas dificuldades na aprendizagem dos alunos, devido às culturas matemáticas de ambas instituições serem diferentes. Um exemplo, é que em alguns lugares o Cálculo no ensino médio é tratado de maneira infinitesimal enquanto que na universidade se tenta formalizá-lo. Bressoud, Ghedamsi, Martinez-Luaces e Törner (2016), também apresentam algumas pesquisas que analisam professores de Cálculo, examinando como a flexibilidade das principais práticas afetam a aprendizagem dos alunos. Apesar de todos esses trabalhos, o foco dos três últimos eventos do ICME foi sobre o papel da tecnologia, no grupo de estudo de Ensino e Aprendizagem de Cálculo.

O que vemos nesses trabalhos internacionais, aqui apresentados, é que o foco está totalmente voltado para as dificuldades, ou obstáculos, ou representações e de como algumas abordagens podem melhorar esse ensino. No entanto, não vemos nenhuma pesquisa que trate, nem de modo superficial, sobre como está sendo o ensino na disciplina de Cálculo voltado para a formação de um profissional que poderá ser professor da Educação Básica, sendo que em muitos países há conceitos de Cálculo que já são ensinados no ensino médio.

*

A leitura desses trabalhos (dissertações, teses, artigos e livros), ajudaram-me a pensar em algumas direções para seguir. Percebi que tinha que constituir uma pesquisa diferente do que aquelas que já existem. Considerando minha preocupação com a formação que a disciplina de Cálculo oferece ao futuro professor da Educação Básica, fiquei intrigada em como poderia continuar com essa discussão nesta pesquisa. Minha preocupação não é, nesse momento, sobre o ensino e a aprendizagem da disciplina de Cálculo, ou de algum conteúdo específico, ou de meios/instrumentos/tecnologias/teorias para abordar como melhorar/facilitar o ensino e a aprendizagem (já que vimos que há muitas pesquisas que fizeram isso), mas o que se pode dizer a mais sobre ela.

Assim, o objetivo da nossa pesquisa é *produzir uma discussão de legitimidades da disciplina de Cálculo na formação inicial de professores de Matemática*. Na verdade, essa discussão já se iniciou neste texto, quando apresentamos as pesquisas aqui discutidas.

A noção de legitimidades será utilizada nesta pesquisa como um movimento de elaborações de modos de produção de significados legítimos para uma disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática. A legitimidade se estabelece quando acreditamos pertencer a um espaço comunicativo. Não somos nós que legitimamos (internalizamos) modos de produção de significados, mas somos legitimados (internalizados) por eles.

Alguns questionamentos surgem nesse momento: Como estruturar/organizar/discutir a respeito da temática que nos interessa? Em que outras fontes deveria recorrer para fazer essa discussão? Que ou quem teria autoridade para falar sobre isso? Uma dessas *direções* é a ideia de entrevistar professores, pois são as pessoas que estão diretamente ligadas com o ensino, tanto os da Educação Básica, quanto os professores formadores. Além disso, outros *interlocutores* precisam ser lidos, como os estudos a respeito de currículo e de formação matemática de professores de Matemática. Esses caminhos são necessários para que possamos produzir legitimidades a respeito do Cálculo na Licenciatura em Matemática.

TEXTO 3

Sobre a *leitura* dos entrevistados

Uma das discussões que fizemos é a respeito de legitimidades que professores produzem para o Cálculo na Licenciatura. No entanto, precisamos pensar em como realizar as entrevistas, em critérios para escolher os entrevistados, de que modo lidar com suas falas, que perguntas devem estar no roteiro, entre outras ideias. Este texto trata dos diversos momentos que foram necessários para se pensar esses elementos, em movimentos de idas e vindas, de conversas e leituras, que nos proporcionaram o amadurecimento de um olhar a respeito da pesquisa que está sempre em trajetória.

Talvez, o primeiro desses momentos foi uma troca de ideias com "o pessoal de Rio Claro". Nesse dia, em Rio Claro – SP, estavam Regina, Guilherme, João Pedro e Sergio Dantas, todos orientandos do professor Romulo. Esse encontro aconteceu na casa dos meninos, mais conhecida como *cortiço*. Sentamos todos no ambiente da cozinha, que era por onde se entrava na casa. Comecei esclarecendo nossa intenção de pesquisa e algumas angústias; falei sobre a intenção de realizar entrevistas e das dúvidas que tinha sobre como proceder. Percebi que a entrevista deveria ser pensada, considerando o Modelo, pois no momento dela poderíamos estabelecer *interlocutores* e mudar a *direção* da fala dos entrevistados. Ou seja, o MCS não seria só utilizado para a leitura das falas, mas também em seu planejamento e execução.

Pensando na influência que poderíamos causar no momento da entrevista, Regina, Guilherme, João Pedro e Sergio sugeriram uma maneira de entrevistar: usar palavras soltas[34] – impressas em papel e recortadas individualmente – como disparador. Assim, o entrevistado poderia dizer o que quisesse a partir daquelas palavras (ou de outras; havia cartões em branco), sem ter a influência de perguntas mais direcionadas, mas com a liberdade de fazermos perguntas quando quiséssemos uma explicação mais

[34] As palavras utilizadas em nossas três primeiras entrevistas: metodologias, demonstração, avaliação, objetivos, conhecimentos do professor, livro didático, prática docente, função, continuidade, integral, limite, derivada, infinitésimos, formação pedagógica, aluno, professor, teoremas, conhecimento, rigor, conteúdo, estágio, Educação Básica, Matemática, abstrato, escola, aprendizagem, formação matemática, ensino, diretrizes curriculares, planejamento, epistemologia, 3+1, didática.

detalhada sobre algo. Foi o que fizemos nas três primeiras entrevistas (Texto 4, Texto 5 e Texto 6), realizadas antes da qualificação.

Na qualificação, a banca entendeu que as palavras influenciavam e poderiam direcionar as falas dos entrevistados, sendo que a minha interferência devia ser a mínima possível, no momento da entrevista. Por isso, decidimos que as outras entrevistas (Texto 7, Texto 8 e Texto 9) seriam realizadas sem utilizar as palavras dos cartões.

E o que fazer com as entrevistas? Como o Modelo dos Campos Semânticos[35] seria utilizado em nossa pesquisa? Seria necessário utilizar outra metodologia? Nessa conversa em Rio Claro, percebi que o cuidado que deveríamos ter em elaborar a entrevista, deveria ser o mesmo no momento em que faríamos a *leitura* das falas dos entrevistados, devido às noções do MCS. Depois da qualificação, decidimos que a leitura que pretendíamos fazer deveria ser complementada pela História Oral (HO), já que algumas direções que ela oferecia me agradavam, porque desde que decidi entrevistar professores, achava que suas falas deviam ser valorizadas e nada melhor do que trazê-las na primeira pessoa do singular no corpo do texto, fazendo parte do corpo da tese e não somente dos anexos. Procurei textos, comprei alguns livros, comecei a aprofundar meus estudos sobre a História Oral em Educação Matemática. Não irei seguir todos os caminhos de modo fiel ao que alguns autores propõem, mas quero me inspirar e basear em certos modos de se produzir uma *textualização*. Para isso, apresento algumas ideias que são interessantes para esse trabalho.

A História Oral em Educação Matemática é uma metodologia que busca criar fontes[36] historiográficas, caracterizada como um processo de teorização, uma história. Teorizar não se trata apenas de fazer citações, mas um movimento de sistematizações, aproveitamentos e abandonos (GARNICA; FERNANDES; SILVA, 2011; GARNICA, 2015). Sendo assim, a história oral é uma das diversas maneiras de se criar histórias. É importante destacar que a HO não é um método que serve apenas aos estudos historiográficos, assim como quem se utiliza dela não pode estar desconectado das ações que são sustentadas por uma concepção de História (GARNICA, 2010). Portanto,

[35] Além do que já foi discutido no texto 1.

[36] Para Garnica (2015, p. 41), “fontes [...] são historiográficas por serem registros de um tempo, de um espaço, de uma série de práticas, etc.”

> quem usa a História Oral visando a compreender o que quer que seja, estará, intencionalmente, produzindo fontes que podem – ou não – servir para expor perspectivas biográficas e contextuais [...]. Um trabalho de História Oral é, pois, sempre, um inventário de perspectivas irremediavelmente perpassado pela subjetividade, um desfile de memórias narradas, um bloco multifacetado de verdades enunciadas. (GARNICA, 2010, p. 31).

Essa perspectiva da HO é, segundo Garnica (2010, p. 33), "um 'método-em-trajetória' de natureza qualitativa", não podendo ser estabelecido *a priori*, pois são os objetos a serem investigados que determinam quais procedimentos devam ser utilizados.

Silva e Viola dos Santos (2012), ao estabelecerem algumas aproximações da HO com o MCS, afirmam que as fontes históricas são *resíduos de enunciação*, e que essas fontes não são constituídas antes da *produção de significados* de alguém. Da mesma maneira, Alberti (2004) destaca que "um acontecimento ou uma situação vivida pelo entrevistado não pode ser transmitido a outrem sem que seja narrado. Isso significa que ele se constitui (no sentido de tornar-se algo) no momento mesmo da entrevista" (p. 77). Assim, as lembranças e experiências são transformadas em linguagem, mas a linguagem não tem a função de traduzir "conhecimentos e ideias preexistentes. Ao contrário: conhecimentos e ideias tornam-se realidade à medida que, e porque, se fala. O sentido se constrói na própria narrativa" (ALBERTI, 2004, p. 79).

As fontes historiográficas, segundo Garnica, Fernandes e Silva (2011), são obtidas por meio da oralidade no momento da entrevista que pode ser gravada ou filmada. Depois da entrevista, pretendemos percorrer três processos: o primeiro, chamado de *transcrição*, momento em que se passa da oralidade para textos escritos; o segundo, chamado de *textualização,* onde é feita uma editoração da transcrição, podendo ser repetido esse momento o tanto quanto for necessário, obtendo várias textualizações, mas que deve ser feito sempre negociando com o depoente para que se mantenha o *tom vital* do entrevistado; e o terceiro processo chamado de *transcriação*, momento em que a textualização pode ser ficcionalizada ou teatralizada.

O movimento de tratar as entrevistas é um *processo de produção de significados*. No momento da textualização, é possível retirar os vícios de linguagem do entrevistado, reescrever ou até excluir algumas frases, reestruturar a ordem das falas da transcrição, de modo a obter uma narrativa[37] em primeira pessoa e *coerente* com o que ela disse, proporcionando uma leitura compreensível para um texto que se constitui como fonte histórica (SILVA; VIOLA DOS SANTOS, 2012). Assim,

> todo esse processo de textualização (ou seja, em seu desenvolvimento), pode ser visto como um processo colaborativo entre aquele que quer se fazer entendido – o entrevistado – e aquele que almeja produzir um *texto* com os pensamentos do outro – o pesquisador-entrevistador. (SILVA; VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 116).

Ao textualizar[38] tentei me aproximar dos significados que o depoente produz, em um movimento de instituir palavras, *plausivelmente*, da maneira que acredito que ele escreveria (SILVA; VIOLA DOS SANTOS, 2012). Desse modo, o que tentarei fazer nas textualizações é realizar uma *leitura plausível*.

De acordo com Lins (2012), a leitura é

> plausível porque 'faz sentido', 'é aceitável neste contexto' [...] ela indica um processo no qual o *todo* do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente (nos termos de quem eu constituo como <u>um</u> autor do que estou lendo). (p. 23, grifos do autor).

E ainda acrescenta que nem toda fala é coerente, e que não conseguimos produzir uma coerência plausível, da mesma maneira que, em muitas situações, não conseguimos produzir significados para um resíduo de enunciação (LINS, 2012).

Em um dos encontros[39] do grupo (Sigma-t), de orientados do professor Romulo e de pessoas interessadas em estudar o MCS, houve uma discussão a respeito do termo *leitura plausível*, uma vez que Lins assumia como leitura positiva. Devido a interpretação

---

[37] "As narrativas oferecem em si a possibilidade de uma análise, se concebermos análise como um processo de produção de significados a partir de uma retroalimentação que se inicia quando o ouvinte/leitor/apreciador de um texto se apropria deste texto, de algum modo, tecendo significados que são seus, mesmo que produzidos de forma compartilhada com o autor do texto, e constrói uma trama narrativa própria que será ouvida/lida/vista por um terceiro, que, por sua vez, retorna ao início do processo.[...] A compreensão de uma realidade, por qualquer tipo de análise, tendo em vista os relatos, as narrativas, apoiadas em visões de mundo, versões sobre um determinado acontecimento, hábitos e práticas, inclui (ou pode incluir) a compreensão dos modos de narrar do outro: os modos pelos quais o outro atribui significado às suas próprias experiências." (CURY, SOUZA, SILVA, 2014, p. 915).

[38] "As textualizações constituem-se como movimentos de análises, teorizações, construção de narrativas que possibilitam compreensões do tema pesquisado. Elas se constituem dessa maneira, pois a ação de textualizar carrega, em si, vieses teóricos do pesquisador que se manifestam na escolha dos depoentes, na elaboração dos roteiros das entrevistas, nas dinâmicas em que elas são realizadas". (SILVA; VIOLA DOS SANTOS, 2012, p.116).

[39] Esses encontros aconteciam nas quintas-feiras no período da noite, transmitido e gravados via Hangout. Esse encontro, especificamente, aconteceu no dia 05 de junho de 2014.

que cada um pode dar para o termo "positiva", Lins passou a utilizar "plausível". Por ser uma discussão em que Lins explica, em maiores detalhes, essa diferença, achamos pertinente trazer um trecho[40] dessa conversa para complementar o modo que faremos a *leitura* nessa pesquisa. Ao ser questionado sobre a escolha do termo leitura positiva, Lins esclarece:

> Romulo: [...] *eu acho que foi uma infelicidade usar essa expressão, porque as pessoas vão naturalmente associar com o que você falou, positivo de bom, valorizar ... Eu poderia ficar só com "leitura pela falta" e "leitura não pela falta". E o plausível é para dizer que não vale qualquer coisa, eu não posso dizer qualquer coisa. Então, a leitura pela falta seria dizer "aqui está o que isto deveria ser". Por exemplo, a criança de dez anos, deveria ser assim com relação a isso. Aqui está o fato de que essa criança não consegue resolver estes testes, por exemplo, os testes piagetianos. E ai eu vou dizer, eu não estou vendo isso mas vou falar, "ela não está resolvendo certo porque não atingiu o nível tal tal tal, ela não coordena esse esquema com aquele esquema, ela não conseguiu atingir um grau de abstração de tal tipo, e assim por diante. Enquanto, que eu posso olhar para essa criança e dizer "ela está pensando como se essa equação fosse uma balança de dois pratos", por exemplo. E isso é plausível. Plausível quer dizer simplesmente é onde eu estou, eu posso dizer isso porque ninguém vai dizer que estou falando barbaridade, é razoável, é aceitável.* [...]

Ao ser questionado, por uma outra pessoa do encontro, sobre ser plausível pela falta, Lins comenta:

> Romulo: *Pode ser. A questão é se eu não aceitasse isso, toda a ideia de produção de significado e campo semântico tinha que ser jogado fora. O Modelo não julga, eu disse isso sempre. O Modelo não julga o que é bom e o que é ruim, o que é certo e o que é errado, com base nele mesmo. Isso é impossível.*

Quando questionado sobre a leitura plausível ter relação com a autorização do outro para o qual se fala ou faz a leitura:

> Romulo: *Não, não. Sua leitura é plausível independente do que o outro vai responder. Essa é uma leitura que você acha plausível, mas não é você sozinha. É aquela história de você falando numa direção. Existe uma direção onde aquilo pode ser dito. Que é a questão da legitimidade.* [...] *Eu estou sinalizando que ela (*a leitura plausível) *é <u>uma</u> leitura.* [...] *Eu*

[40] Disponibilizado pelo grupo Sigma-t.

faço uma escolha que me parece, me responde a pergunta "como é que esta pessoa está falando?", "o que é que ela está falando?", "de que objetos ela está falando?". Porque em última instância, a leitura plausível restaura a coerência. [...] *o meu interesse é "onde é que esta pessoa está".*

Vale a pena retomar uma noção relevante para essa discussão da leitura plausível, a de *interlocutor*, que é a direção na qual um sujeito produz uma enunciação, pois acredita que esse interlocutor diria o que ele diz, com a autoridade com que ele diria. Paulo (2016) ressalta a importância do *interlocutor* para quem faz a leitura, em dois aspectos: "qual interlocutor aquele autor constitui para fazer aquelas enunciações? E segundo: qual interlocutor eu estou constituindo enquanto faço a leitura?" (p. 16). E completa, assumindo que direções de interlocução são delimitadas pelas legitimidades da cultura.

> O interlocutor é a direção na qual se fala, não necessariamente que se imagine uma pessoa sempre que está falando. Acredito que isso é outra coisa. Isso é imaginar um autor para aquilo que você está lendo, por exemplo. Acredito que o interlocutor pode ser dito como direção, porque eu o constituo a partir de legitimidades que cerceiam o que estou dizendo e me limitando a dizer certas coisas dentro daquela cultura. (PAULO, 2016, p. 16).

Desse modo, em nossa leitura, temos, de um lado, os professores que responderam nossos questionamentos, constituindo interlocutores e, de outro lado, nós, que nos propomos a fazer uma leitura das falas deles, colocando-nos na posição dos professores, produzindo significados para os resíduos de enunciação (transcrições das falas). Além disso, como não temos intenção de julgar se as falas dos professores são melhores ou não em relação aos demais, corroboramos com essa fala de Julio (2007), que em sua pesquisa, também fez uma leitura plausível:

> ao ler um texto e produzir significado para ele, não estamos olhando se definições ou falas são melhores ou piores, se são verdades ou não, mesmo porque algo é verdade para alguém e esse alguém não é um indivíduo isolado e sim um indivíduo de práticas sociais e culturais, que compartilha interlocutores, espaços comunicativos. (p. 20).

Uma das características que torna o MCS tão interessante é a valorização do conhecimento; é essa proposta que não tem intenção de apontar o que é certo e o que é errado, melhor ou pior, mas considerar que "todo conhecimento é verdadeiro. Isto não quer dizer que aquilo que é afirmado seja 'verdade'" (LINS, 2012, p. 21). A enunciação de um sujeito garante que o conhecimento seja verdadeiro para ele, posto que o ser cognitivo é diferente do ser biológico, o conhecimento não pode ser verdadeiro para um indivíduo isolado (LINS, 1999).

Desse modo, Lins (2001) nos garante que os "interlocutores são a fonte de legitimidade para o conhecimento, e a verdade é relativa, mas não 'relativa absolutamente'" (LINS, 2001, p. 46, tradução nossa)[41]. E ainda afirma que a verdade não está relacionada com a crença-afirmação, mas com o conhecimento, o que o faz chegar à conclusão de que verdade é uma noção cognitiva, não estando relacionada com fatos concretos (LINS, 2001).

Em uma conversa que tive com João Ricardo Viola dos Santos, por meio da plataforma Hangout, trocamos algumas ideias sobre *leitura plausível*. Para ele, a leitura deve ser a tentativa de entender como o entrevistado opera o discurso dele, como opera suas enunciações. O processo de teorização deve ser um processo de experimentação, no qual submetemos os nossos limites. Quando pesquisamos, inventamo-nos e dizemos coisas que antes não tínhamos condições de entender. "*A leitura é o esforço, é a tentativa, é entender o que o outro diz, de usar os objetos, as palavras que o autor usa, tentando entender a lógica que ele está construindo, as coisas que sustentam aquilo que eles fazem e ao fazer isso, tentar um processo de produção que seria seu*"[42]. Isso significa que por usar o Modelo, "vale tudo" na tese? Não. Nessa minha produção, nessa minha leitura, não vale tudo, porque cada um tem seus próprios horizontes culturais, "*o próprio processo de produção de significados tem limitações*"[43]. Cada experiência vivida é o que nos toca, o que nos passa, mesmo sendo o mesmo acontecimento, a experiência é para cada um singular, única[44].

O que a História Oral e o Modelo dos Campos Semânticos nos permitem é que depois de ouvir, transcrever, textualizar e transcriar as entrevistas não iremos em busca de equívocos, nem temos a intenção de apresentá-los como dados para posteriormente fazer uma análise, mas queremos, com essas narrativas, oportunizar aos leitores que as utilizem em outras pesquisas (SILVA; VIOLA DOS SANTOS, 2012). Juntos, a HO e o MCS, permitem-nos produzir possíveis legitimidades para o Cálculo na Licenciatura por meio da textualização das entrevistas. Nossa intenção não é olhar para o que os

[41] Traducção nossa de: "*interlocutors* are the source of legitimacy for knowledge, and truth is relative, but not 'absolutely relative'".
[42] Fala do João Ricardo Viola dos Santos.
[43] Fala do João Ricardo Viola dos Santos.
[44] Ao longo da conversa com Viola, percebo a influência de Jorge Larrosa Bondía que teve em seus estudos.

professores falam e os ler por meio de um prévio estudo de referenciais teóricos, mas sim olhar para como eles operam, de alguém que disse aquilo porque acredita, e a partir disso evidenciar como deve ser a disciplina de Cálculo na Licenciatura em Matemática para aquele professor.

Passaremos pela tentativa de se constituir um autor e, de acordo com o processo de comunicação do MCS, não produziremos significados mas legitimidades[45] para as falas, de tal modo que as tornem coerentes. Se o que nos cabe é produzir significados, esses acontecem dentro de nossos horizontes culturais. Produzir legitimidades tanto é produzir significados como produzir conhecimento, mas são as legitimidades que delimitam os horizontes culturais. Na leitura plausível, não falamos do outro (*o autor*), falamos de nós, dos significados que produzimos para os resíduos de enunciações de *um autor*.

Produziremos textos, possíveis legitimidades para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na Licenciatura em Matemática; entretanto, assumindo que esses argumentos não são os verdadeiros, nem apontam para uma única direção, que delimitam e estruturam a disciplina de Cálculo para a formação do professor, mas são, apenas, aqueles que conseguimos elaborar nessa pesquisa.

As textualizações[46] serão apresentadas neste trabalho em textos individuais, que trazem aquilo que os entrevistados disseram ao responderem "*Como você pensa que deve ser uma disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática?*". De acordo com Viola dos Santos e Lins (2014), as

> textualizações constituem-se como movimentos de análises, teorizações, construção de narrativas que possibilitam compreensões do tema pesquisado.[...] Textualizar se aproxima do movimento de escrever o que acreditamos que um depoente escreveria, constituindo um texto que acreditamos que ele diria que é dele. (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2014, p. 342).

Após decidir como seriam realizadas as entrevistas, passamos a pensar na escolha dos entrevistados, já que gostaríamos que eles respondessem a "*Como deveria ser uma*

---

[45] Essa demarcação ocorre para que os leitores não produzam qualquer significado a partir de sua enunciação. "[...] un autor no produce significado, sino legitimidad, a saber, una demarcación de la producción de significado. Jacques Derrida advierte correctamente que el significado no puede transmitirse, pero también es necesario justificar el hecho de que los lectores no producirán simplemente cualquier significado" (LINS, 1997, p.40).

[46] Autorizadas pela Carta de Cessão (Apêndice F).

disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática?". Em uma primeira escolha, decidi que deveriam participar professores da Educação Básica e professores formadores. Para isso, convidei uma professora de Matemática da Educação Básica que conhecia. Os demais entrevistados são professores formadores, sendo que, em um segundo momento, decidi por professores da área de Educação Matemática e da Matemática. Em cada texto deles, descrevo o que me levou a escolhê-los. Desse modo, esses textos apresentam possíveis formações para o professor de Matemática, em especificidades das discussões do Cálculo Diferencial e Integral.

TEXTO 4

A disciplina de Cálculo deve ter relação com o que fazemos em sala de aula

A primeira entrevistada é professora de Matemática da Educação Básica, do estado do Paraná, que já tem mais de trinta anos de experiência. Por escolha dela, seu nome foi mantido em sigilo, optando pelo codinome Sônia. Tem graduação em Ciências com habilitação em Matemática, especialização em Fundamentos da Matemática e em Educação Especial e participou do PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional[47].

Por já conhecê-la – foi minha professora durante uma série do Ensino Fundamental – e sabendo da sua prática, por ser exigente e ótima educadora, reconhecida por alunos, ex-alunos e colegas de profissão, escolhi a professora Sônia para fazer parte deste trabalho.

Quando conversamos pela primeira vez, expliquei que estava fazendo doutorado e que gostaria de entrevistá-la para minha pesquisa. Percebi certa insegurança da parte dela ao dizer que não saberia responder as perguntas que eu poderia fazer. Pedi para pensar e que gostaria de ouvir o que ela tinha a me dizer, que eu iria aprender com ela. Passado algum tempo, entrei em contato, fiz novamente o convite e ela aceitou. Combinamos um dia em que ela podia ser entrevistada – uma tarde livre, pois trabalha quarenta horas semanais – e nos encontramos em sua casa.

Sentamos em um sofá de courvin marrom na sala de estar, um ambiente acolhedor: paredes brancas e teto pintado em outra tonalidade de marrom, chão de madeira e uma mesinha de centro de madeira com tampo de vidro. Comecei falando sobre minha preocupação com a formação inicial e matemática dos professores, principalmente com a formação que a disciplina de Cálculo oferecia. Não dei muitos detalhes para não interferir em sua fala. Coloquei os cartões em sua frente, em cima da mesa de centro e perguntei "*Como você pensa uma disciplina de Cálculo adequada à*

---

[47] Mais informações sobre o PDE, acesse
http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20.

Licenciatura em Matemática?", e expliquei que ela poderia responder tendo como referência as palavras que estavam impressas nos cartões.

Depois de um tempo olhando aquelas palavras, Sonia começou a me contar a seguinte história:

Penso que antes de responder a essa pergunta, preciso me lembrar de alguns fatos que aconteceram. Fiz Cálculo duas vezes. Na primeira vez, desisti por causa da falta de prática da professora, ela não tinha didática alguma e não fazia questão alguma de ter; ela podia conhecer muitas coisas, mas não conseguia ensinar e os acadêmicos não conseguiam aprender. Aquilo tudo era muito abstrato. Lembro-me de ter estudado os conceitos de limite, derivada, integral, mas sem saber para que serviam. Na época em que estudei, parecia ter status o professor com maior número de reprovação ou desistência dos alunos em suas aulas, era como se o conhecimento fosse para poucos. Na segunda vez que fiz a disciplina de Cálculo foi com outro professor, cuja metodologia era outra e a relação professor-aluno também. Ele era mais próximo dos alunos, isso ajudou bastante.

No entanto, lembro-me dos conteúdos, mas não com uma finalidade. Para quê? É aquilo que os alunos perguntam hoje: "para que que eu vou aprender isso?". Nos era ensinado, aprendíamos, fazíamos listas de exercícios para as provas, mas não havia uma relação com a prática, os professores não faziam uma articulação com os conteúdos da escola. Antigamente não se explicava para se aplicar e sim para aprender a fazer.

Hoje em dia, na escola, procuramos fazer o máximo possível uma relação dos conteúdos com o cotidiano do aluno. Então, todo conteúdo que eu vejo e consigo fazer essa associação, eu faço, mas mesmo assim, sinto que me falta conhecimento para pegar qualquer conteúdo e associar alguma coisa com o cotidiano dos alunos. Eu acredito que essa associação facilita a compreensão e a Matemática acaba tendo sentido para eles e também é vista com outros olhos.

Nesses meus trinta e três anos de experiência, vejo que muito do que aprendi veio da minha experiência, pelo que eu aprendi no meu dia a dia. Aprendi muita coisa na faculdade, mas tive que buscar muita coisa também para ensinar, não era aquilo que eu tinha aprendido na graduação que eu tinha que fazer quando comecei a dar aula. Lembro-me de que, na época da graduação, por exemplo, houve um conteúdo que não aprendi, não sei se era probabilidade, se era progressão aritmética, porque o professor era recém-formado, mostrava-se inseguro e a inexperiência às vezes prejudica na aprendizagem dos alunos, então eu tive que buscar em vários livros, para primeiro aprender, e depois ensinar.

Para complementar as disciplinas matemáticas, a gente fazia a disciplina de Didática, como faz muito tempo, não me lembro como foi dada. Sei que fizemos estágio, e na época eu já lecionava em uma escola particular, então fiz o meu planejamento dando sequência às aulas que eu tinha que dar. Aliás, eu acho que o estágio é uma experiência de aprendizagem e também de decisão. É o momento em que o acadêmico passa a ter certeza da sua escolha. Os estágios na minha escola funcionam assim: normalmente os alunos de Matemática fazem algumas aulas de observação e depois de atuação. O professor da sala, por exemplo, responde a um questionário e dá nota ao estagiário. Não concordo muito com isso, penso que os estagiários devem estar na companhia do seu professor da disciplina, e que a avaliação deve ser feita por esse próprio professor, sendo cobrado e analisado o que ele ensinou ou combinou. Acredito que o estágio é importante, porque sei de casos em que alguns acadêmicos, depois de passarem pelo estágio, não quiseram seguir com a profissão.

Mas, voltando à sua pergunta. Bom, na disciplina de Cálculo eu estudei os conteúdos de função, derivada, integral. Eu não me lembro sobre esses conceitos, suas definições, mas me lembro que estudei. Se lá eu vi funções, trabalham-se funções na escola, desde a oitava série, que tem a função de primeiro grau e de segundo grau. Depois no Ensino Médio, estudam-se outros tipos de funções, mas não se trabalham com derivadas e integrais. Na verdade, não sei no que eu aplicaria isso com meus alunos, talvez, por falta de conhecimento. Se, de repente, eu tivesse que aplicar, eu até aprenderia mais, até saberia onde utilizar. Mas, só utilizei esses conteúdos na graduação, isso foi apenas questão acadêmica, só.

O que acontece é que, infelizmente, a cada ano que passa, trabalhamos menos conteúdos em sala de aula. Perdemos muito tempo com a indisciplina dos alunos, a falta de interesse e comprometimento com os estudos. Tarefas de casa, os alunos não fazem, isso leva mais tempo num mesmo conteúdo, atrasando e comprometendo todos os outros que seriam trabalhados na série. Então, não trabalhei esses assuntos em nenhum dos meus trinta e três anos de docência.

Eu penso que, numa disciplina de Cálculo para a Licenciatura, o aluno tem que aprender a fazer mais relações do conteúdo com o que a gente faz em sala de aula. Porque, quando foi para a gente estudar, na época que fiz, era só calcule, efetue, coisas assim. Era questão da técnica, de resolver o algoritmo, só. Não sei como é agora. Quando estudei, era algo do tipo: resolva a equação do segundo grau e de repente era para calcular qual a área máxima de um terreno. Eu acho que se deve relacionar o conteúdo com aquilo que a gente vai trabalhar na escola, só que algo mais aprofundado. Se no ensino médio se trabalha isso, um certo conteúdo, então como que a gente pode trabalhar o conteúdo na graduação para poder exigir deles aqui? Deve-se ter um relacionamento "entre".

Penso que deveriam juntar professores de todos os níveis de ensino para estudar e reestruturar a sequência de conteúdos, por exemplo, o que o ensino superior precisa realmente que os alunos do ensino médio saibam de verdade, o que os professores de ensino médio precisam dos alunos do ensino fundamental das séries finais e assim por diante. São muitos os conteúdos; de repente, a importância dada a um desses ou o tempo que se prende a ele não é tão necessário. Gosto da ideia de fazer relações entre conteúdos e situações problemas do cotidiano, conteúdos e aplicações. A tecnologia está aí como aliada, alguns programas de Matemática, se posso falar assim, são ferramentas maravilhosas que enriquecem as aulas e facilitam a compreensão e dão mais sentido à Matemática. Que os novos professores possam sair capacitados para encarar uma sala de aula, o que não está nada fácil.

TEXTO 5

A Educação Básica está falhando muito em preparar o aluno para o bom curso de Cálculo

A segunda entrevistada foi a professora Lilian Nasser. Depois de ver vários trabalhos em relação ao ensino de Cálculo orientados por ela, decidi convidá-la para fazer parte da nossa pesquisa. A professora Lilian é formada em Licenciatura e Bacharelado em Matemática, pela UFRJ, mestrado em Matemática pela mesma universidade e doutorado em Educação Matemática, pela Universidade de Londres. Como eu iria participar do SIPEM em Pirenópolis, vi na programação que a professora Lilian também participaria. Combinamos de nos encontrarmos lá e conversarmos.

Já no SIPEM, logo que a vi, fui me apresentar e decidimos que a entrevista deveria ser em um momento que não atrapalhasse a nossa participação nos grupos de discussão do evento. Reunimo-nos no restaurante da pousada onde estávamos hospedadas. Sentamos em uma mesa de canto, com uma vista para as piscinas da pousada. Um lugar bem agradável, com uma música de fundo.

Como ela já estava ciente do tema da pesquisa, tratei de explicar como procederia com a entrevista. Coloquei as palavras impressas nos cartões a sua frente, em cima da mesa do restaurante e disse que ela poderia escolher sobre quais ela gostaria de falar a respeito, mas que lhes permitissem responder a pergunta "*Como deve ser uma disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática?*". A professora Lilian olhou atentamente para aquelas palavras, separou-as em alguns grupos e começou a falar, de maneira tranquila, sobre a pergunta que eu havia feito:

Eu vou começar chamando a atenção que a pesquisa que eu tenho desenvolvido sobre a aprendizagem de Cálculo tem muito a ver com as deficiências que o aluno traz do Ensino Médio. Têm palavras nesses cartões que você colocou aqui, que estão me reportando muito para essa pesquisa. No início do trabalho, a gente focou no estudo de função, porque quando o aluno vai fazer a disciplina de Cálculo, ele estuda limite, estuda derivada, ele precisa saber função, precisa saber fazer o gráfico, porque ele não aprende a fazer o gráfico de uma função de modo geral, ele aprende o da parábola, o da reta, e só. Então, a gente começou a se debruçar sobre os obstáculos epistemológicos para a construção do conceito de função e o que podemos fazer para melhorar isso. Nosso objetivo nesse trabalho é escrever um material didático para o professor do Ensino Médio, para que ele possa abordar aspectos do ensino de função, de geometria espacial e de conteúdos que o aluno vai precisar para fazer a disciplina de Cálculo. Em particular, no caso da Licenciatura, isso é mais importante ainda, porque esse aluno de Cálculo vai perceber que o que ele não aprendeu no Ensino Médio fez falta e quando ele virar professor no Ensino Médio vai poder rever a prática, incluir esse tipo de pensamento na sua prática, isso é muito interessante.

Com relação a essas palavras: limite, infinitésimos, derivada, função, eu observo que são problemas que os alunos têm dificuldades em Cálculo. Essa ideia do infinitésimo é uma novidade para eles na transição do Ensino Médio para o Superior. No Ensino Médio tudo é exato, não tem essa ideia de infinitésimo. Na sua pesquisa (sobre o trabalho apresentado no GT de Ensino Superior, do SIPEM) sobre o 0.9999... ser igual a 1 ou não, isso já deu muito debate, muita discussão na nossa universidade. O professor Baldino, quando era professor de lá, na graduação, discutia muito isso com os alunos e é interessante porque o aluno vê essa ideia do limite, que está chegando até o ponto de você dizer que é ou não igual ao limite. Então, eu acho que isso, se for bem trabalhado na Licenciatura, vai ajudar o futuro professor quando ele for dar aula no Ensino Médio, principalmente, que ele vai ter que lidar com algumas aproximações. Outra coisa que ele vai aprender no Cálculo, que depois ele pode usar no Ensino Médio, são as fórmulas de volume da esfera, tudo isso é feito por aproximação, ou por uma integral; se ele aprender e entender direito, quando chegar no Ensino Médio vai poder trabalhar isso melhor com a turma dele.

Sobre conhecimentos do professor, isso tem tudo a ver com a formação do professor. Para ele ser professor da escola básica, tem que ter uma boa formação de um modo geral, (já estou juntando com o cartão da Educação Básica), assim como tem que ter uma boa formação em Cálculo, entendendo os conceitos, principalmente nesse sentido que já te falei. Alguns conteúdos que a gente ensina, como fórmulas prontas para o ensino básico, na realidade ele só vai ver a justificativa quando estudar Cálculo, então se ele processar isso bem, ele poderá aplicar o que aprendeu quando chegar o momento de ensinar esses conteúdos.

A parte do estágio também é muito interessante, porque, se o aluno está na faculdade e vai fazer estágio na escola básica, ele já pode cruzar as coisas do que ele está aprendendo com o que está ensinando na escola. Eles já estão fazendo muitas visitas à escola logo nos primeiros anos da Licenciatura, tem umas disciplinas, tem o PIBID, do qual alguns alunos fazem parte; então, isso tem a ver com essa parte que estou falando. É perceber lá, na sala de aula, as dificuldades dos alunos e ver como ele pode justificar as coisas com o que ele está aprendendo em Cálculo, por exemplo.

Livro didático é outra coisa que podemos pensar. Nós fizemos uma leitura em relação ao estudo de função de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio e de livros didáticos de Cálculo, para ver qual era a diferença. Há algumas coisas em comum, mas muitas outras estão mudando A gente percebeu que o ensino de função, até pouco tempo, no Ensino Médio, era aquela ideia de relação entre pares ordenados e, em alguns casos especiais, podiam ser chamados de função. Hoje em dia, os livros não fazem mais isso, já trazem a definição de função, de preferência a partir de algum exemplo prático, de estudos de um fenômeno, como diz o Caraça[48], que seria o ideal.

Em relação à formação pedagógica é muito importante observar quem é o docente que dá aula de Cálculo para a Licenciatura, porque, na universidade, nós temos docentes que têm preocupação com o ensino e outros que não têm. Então se você tem aula com um professor que nunca deu aula para a Educação Básica, que sempre foi pesquisador, ou até mesmo estrangeiro, ele vai recitar a matéria, muitas vezes decorada, na obrigação de ter que dar aulas e não focaliza, não dimensiona para uma formação pedagógica de como devem ser ensinados esses conteúdos para a Educação Básica, porque esse tipo de professor não tem essa formação. Então, uma preocupação dos cursos de Licenciaturas para formação de professores, devia ser essa: de ter professores para formar futuros docentes que tivessem essa preocupação, mas nem sempre é possível, nem sempre tem esse docente com essa preocupação nas universidades.

A formação matemática vem junto com a formação pedagógica. Para formar o professor tem que ter conteúdo, como diz o Shulman, mas tem que ter o como ensinar, o

[48] Referindo-se ao professor Bento de Jesus Caraça.

conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento do conteúdo, isso é uma coisa com a qual nós temos que nos preocupar e isso tem que ser feito no curso de Licenciatura, não só no Cálculo, deve ter essa vertente no curso de Licenciatura.

A didática está junto com a formação pedagógica, com o modo de ensinar na Educação Básica. Essa parte, professor e aprendizagem, estou encarando o professor como professor da Educação Básica, aprendizagem, escola, Educação Básica, Matemática, vem tudo junto. O que nós queremos? Queremos que o curso de Licenciatura forme o aluno para ser um professor consciente, engajado, que saiba além do conteúdo que vai ensinar, saiba como abordar esses conteúdos. Como isso pode ajudar no ensino de Cálculo? O curso de Cálculo direcionado para eles com essa vertente de explicar o porquê daqueles conteúdos, por exemplo, limites com épsilons e deltas, eu nem sei se hoje são usados os épsilons e deltas, mas na UFRJ a gente aprendia o cálculo com épsilons e deltas só na Matemática, tanto na Licenciatura como no Bacharelado, mas na Engenharia não é preciso.

Mesmo assim, hoje em dia, depois que eu me aposentei na UFRJ, eu ministrei 15 anos aulas no SENAI, numa faculdade particular no Rio, para um curso de Engenharia Têxtil e eu fazia essa parte do limite, épsilons e deltas, mostrando graficamente, havia um CD americano que tinha o gráfico da função e conforme você mudava o épsilon mudava o delta, mostrava a relação de um com o outro para o aluno entender o que significa isso, mas nunca exigi que eles fizessem nenhuma demonstração, nenhum raciocínio que precisasse disso, porque eles eram futuros engenheiros. Esse CD dava bem a ideia de quando x se aproxima do x_0, o f(x) se aproximava do f(x_0), pra observar a continuidade, o limite, bem visual, e eu acho que tem que ser assim na Licenciatura também, para o aluno entender e depois poder passar para seus futuros alunos.

Vou falar um pouquinho de avaliação. Avaliação tem que ser uma coisa bem específica, não adianta ficar decorando as coisas. O aluno tem que saber aplicar o que aprendeu, mostrar que ele está sabendo para que serve e onde ele vai aplicar, a partir do que ele vivenciou na aula. De que maneira isso é feito? Não sei. Por exemplo, se for avaliação em turmas grandes e prova única, como se faz nas Engenharias para a disciplina de Cálculo na UFRJ, em horário extra, todas as turmas ao mesmo tempo, sendo que não é o próprio professor da turma quem faz as questões da prova, eu não acho bom. Eu acredito que a avaliação tem que ser contínua, professor observando o aluno, só que no

Ensino Superior isso é mais difícil de acontecer; já na escola básica, a gente ainda consegue. No meu caso, no primeiro mês, eu dava um teste, corrigia com os alunos para eles observarem os erros, as possíveis correções e rumos que eles poderiam ter, então, depois de um mês vinha a prova e isso ajudava um pouco. Especificamente, para a Licenciatura, era bom que o aluno tivesse uma prática assim, bem justa, de avaliação para, futuramente, aplicar nas suas turmas.

Sobre demonstração e teoremas, a gente observa que no ensino básico não se cobra e não se faz demonstração; a gente mostra por aproximação ou por material concreto e os alunos aceitam, o que eu acho que até está bom. Eu penso que quando o aluno chega no ensino superior, ele deve começar a aceitar as bases, as afirmativas com base nas demonstrações. Então, quando o futuro professor vê um teorema, ele tem que entender porque aquilo é verdade e fazer uma demonstração coerente, que explique. Demonstração que não explica nada, não resolve. Por exemplo, uma demonstração, por absurdo, às vezes não tem outro jeito, mas é uma demonstração que não direciona, não explica nada, não ajuda o aluno a entender porque aquilo é verdade. Sempre que possível, nós devíamos optar por demonstrações que mostrassem porque aquilo é verdade, usando os conhecimentos matemáticos que o aluno já tem. E o rigor vem junto com essa demonstração.

Eu acredito que há uma separação entre o que a gente aprende na universidade e o que a gente ensina na escola. É difícil fazer essa conexão. São poucos os conteúdos que o aluno da Licenciatura vê claramente ‘isso aqui é importante’. Um curso de Licenciatura tinha que ter esse viés. A gente tem na UFRJ uma disciplina de Conceitos Fundamentais, I, II e III. A primeira é para ver Geometria, a segunda função e a outra Análise Combinatória, acho que alguma coisa assim. Essas disciplinas têm justamente essa ideia, é você observar o que deve ser ensinado na escola básica e ver como isso aparece no Ensino Superior, como é justificado. Eu acho que isso é uma boa estratégia para o futuro professor, o aluno da Licenciatura. Especificamente, o curso de Cálculo, eu vou repetir o que falei, a minha experiência é que a Educação Básica está falhando muito em preparar o aluno para um bom curso de Cálculo. Ele não sabe fazer simplificação, não sabe fazer fatoração, ele não conhece as formas geométricas.

O aluno chega no Ensino Superior com muitos problemas. A ideia é que se a gente conseguir melhorar um pouco o Ensino Médio, nesse sentido, vai ajudar bastante. E outra coisa que se pode fazer são atividades paralelas com o Cálculo, para suprir as deficiências básicas. Em alguns lugares fazem o Pré-Cálculo, outros fazem essas atividades paralelas ao Cálculo, curso de apoio de Cálculo, para ir construindo, suprindo essas deficiências que vieram de baixo. Eu acho que ajuda, porque se o aluno for estudar Cálculo, sem saber a Matemática básica, ele terá mais dificuldades e vai ter mais dificuldades ao ensinar também. Então, chega um momento que ele tem que parar e aprender o que ele não está sabendo, para depois aplicar na escola o que ele aprendeu em Cálculo.

Em relação aos conteúdos do Cálculo I, é aquilo mesmo: limite, derivada, continuidade, taxa relacionada, máximos e mínimos, integral e aplicações da integral. Eu acho que deve ser isso mesmo, mas poderia ter mais exercícios de aplicação, por exemplo, os de máximos e mínimos são muito importantes porque o aluno vai aplicar aquilo que ele aprendeu em alguma coisa e nós temos feito tentativas de exercícios de máximos e mínimos que servem tanto para o Ensino Básico quanto para o Ensino Superior. Por exemplo, quando a função do problema é de segundo grau, então dá para fazer pelo vértice da parábola se é máximo ou mínimo. A gente aplicou no Colégio de Aplicação e em uma disciplina de Cálculo e comparamos os resultados. O que acontece é que o aluno do ensino superior erra mais o conhecimento do ensino básico por estar mais afastado, e os alunos do Colégio de Aplicação se saíram melhor, um colégio bom da Universidade, não sei se isso influenciou. Em outros casos, quando a função é de terceiro grau ou superior, a gente não pede máximo ou mínimo e, sim, para exprimir a função que representa aquele problema; e no Cálculo a gente pede qual é o volume máximo, aí ele tem que derivar.

Depois, eu fico meio na dúvida, porque cada universidade faz de um jeito diferente a parte de várias variáveis e a parte de equações diferenciais. Na Licenciatura, o Cálculo I é dividido em dois períodos: no primeiro semestre é até derivada e no segundo semestre é até a parte de integral. No Bacharelado é um Cálculo só. Depois, têm várias variáveis, têm uns conteúdos que eu não estou lembrando que são equações paramétricas, coordenadas polares, representação de gráficos, essas coisas assim, que em alguns lugares são parte do Cálculo 2 e em outros, Cálculo 3, mudam de universidade para universidade.

Eu acho importante o aluno conhecer outras representações no plano, como as coordenadas polares, que é diferente do plano cartesiano e dá uma visão boa para ele. Isso deve ser explorado na Licenciatura. Essa parte de coordenadas polares, coordenadas cartesianas, outras maneiras de representar, outros sistemas de representação, tem a ver com o que a gente aprende com Duval, que deve mudar de uma representação para outra e mesmo com equação da reta, que é uma coisa básica, que o aluno vê no Ensino Médio. Na Geometria Analítica e no Cálculo, ele vê as diferentes maneiras de representar a reta, a equação vetorial, a equação cartesiana, a equação reduzida e as equações paramétricas, vê quem é o vetor diretor. Eu acho que isso abre uma visão tremenda para ele.

Isso que pretendemos colocar no material que vamos escrever para o professor do Ensino Médio, é para o aluno começar vendo isso lá. Essa comparação do aluno do Ensino Médio com o aluno da graduação ajuda a ter uma ideia do que o aluno precisa. Os professores nos perguntam nesses congressos: "Como eu vou enfiar mais coisas no Ensino Médio? Já está cheio de coisas", "Não, não é para você colocar algo novo. Você não ensina função? É a maneira de ensinar função". Um aluno meu de mestrado, que está pesquisando sobre aprendizagem de função no Ensino Médio, fez um teste para ver o que os alunos sabiam sobre função e perguntou assim "Represente o gráfico da seguinte função $g(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$, quando o domínio é o conjunto dos naturais e quando o domínio é o conjunto dos reais e colocou os eixos para eles desenharem. Nenhum aluno fez nada, deixaram completamente em branco. Nunca tinham visto uma função com uma 'chavinha', eles falaram "Professor, isso aqui não é função. Que função é essa aqui?".

Na mesma época, a gente ia apresentar um minicurso sobre funções, em uma universidade de Niterói, e eu disse para aplicarmos esse mesmo questionário para os alunos da Licenciatura que iam aparecer no minicurso. Aplicamos e vimos que alguns conseguiram responder, não todos, mas alguns conseguiram e já estavam vendo isso no curso de Cálculo. Como esse minicurso foi em setembro, talvez eles já tivessem visto em Cálculo I.

Esse tipo de coisa que a gente acha que o professor do Ensino Médio tem que encarar para ajudar em uma aprendizagem adequada de Cálculo: "O que ele pode adiantar para o aluno para não deixar para depois?". Função par e ímpar, ninguém ensina no Ensino

Médio. Por que? Não é difícil. Essas funções definidas por duas sentenças, a função escada. Outro dia eu vi um gráfico de uma função escada no jornal e recortei. É difícil ver um gráfico desse tipo no jornal, geralmente é só segmento de reta, porque a gente observa que o aluno entra na faculdade e acha que vai fazer gráfico usando tabelinha de pontos e depois ligar com segmentos de reta, pois todos os gráficos que aparecem na televisão são assim. Por exemplo: tendência política 'sobe e desce, sobe e desce', produção de alguma coisa 'sobe e desce ...' é assim que eles fazem. Temos encontrado resultados que tem a ver com os obstáculos epistemológicos da Sierpinska, que uma das coisas é que o aluno acha que todo gráfico não precisa ser exato, que qualquer coisa simples é um gráfico. Então eles marcam os pontos e unem por segmentos de reta. Isso é uma crença que a gente tem que tirar e tem que tirar explorando mais gráfico na Educação Básica, no ensino médio.

As diretrizes curriculares seriam mais para a Educação Básica; saber como o professor vai direcionar a educação, tem a ver com os PCN e agora temos a nova base curricular. O planejamento do professor tem que ser cuidadoso. O professor da faculdade deve pensar nisso para planejar suas aulas, dependendo da direção do curso, o que não acontece na realidade, porque tem professor que dá a mesma aula de Cálculo em todos os cursos, o que não devia acontecer. Eu já dei aula na Economia, na Contabilidade, tem um livro de Cálculo para esse público. Então, o que muda? Mudam os exemplos e os exercícios que são voltados para essa área. A teoria é a mesma, mas quando você for dar um exemplo, tem o de Engenharia, o financeiro, de Administração, direcionando para a área.

TEXTO 6

A disciplina de Cálculo deve ser baseada na compreensão de conceitos, especialmente do conceito de limite

O terceiro entrevistado é o professor João Bosco Laudares, que trabalha atualmente na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, em Belo Horizonte. Ele tem graduação em Matemática pela UFMG, mestrado em Educação Tecnológica pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) e doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Por ter alguns trabalhos[49] que abordam o ensino de Cálculo, o professor João Bosco foi um dos nossos escolhidos para essa investigação. De maneira muito gentil, o professor nos concedeu essa entrevista durante nossa participação no VI Simpósio Internacional de Educação Matemática, que aconteceu em Pirenópolis em 2015.

Depois de nos apresentarmos em uma conversa descontraída, fomos até um lugar mais reservado e silencioso que tinha atrás do grande salão que abrigava as reuniões dos GTs[50]. Sentamos em uma escada com três degraus, embaixo do beiral do telhado, de onde se podiam avistar o céu e algumas árvores que estavam atrás de um muro a poucos metros de nós. Falei sobre a minha intenção de pesquisa e expliquei que gostaria que ele me respondesse a pergunta inicial que faria, a partir das palavras distribuídas nos cartões que dispus a sua frente, sobre uma pasta, mas que ele poderia falar de outras coisas, se quisesse.

Feita a pergunta geral, deixei-o à vontade para dizer o que pensa. De cabelos grisalhos, óculos, de fala rápida e objetiva, parecia não se limitar com as palavras dos cartões, apresentando confiança ao falar de suas ideias com base na experiência que tem. Eis a história que ele me contou:

---

[49] Como o livro LAUDARES, João Bosco; LACHINI, Jonas. (Org.). A Prática Educativa sob o olhar dos Professores de Cálculo. Belo Horizonte, Ed. Fumarc, 2001.

[50] GTs são grupos de trabalhos que são divididos pela área de pesquisa dos participantes. Nesse último SIPEM houve treze grupos de trabalho que compartilharam suas pesquisas que envolvem a Educação Matemática. Para mais informações, consultar <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/sipem>.

O estudante do curso de Licenciatura e também o de Bacharelado em Matemática, deve ser formado com uma estrutura em que ele tenha condição de sempre exercitar a Matemática, via compreensão. O entendimento deve ser a pedra chave, ou o fundamento de todo o trabalho dele, e essa estrutura envolve os livros didáticos, os conteúdos, as metodologias e os objetivos.

Nos últimos anos, os meus estudos e minhas pesquisas objetivam o trabalho com o conceito e a definição, a compreensão em Matemática, com significado. Estou muito preocupado com essa questão que, quando você coloca uma proposição ao estudante, que esta chegue a ele com compreensão. Muitas vezes nós ficamos preocupados que o aluno opere, que resolva uma equação, que realize um algebrismo, e ficamos satisfeitos com isso: que o aluno aprendeu porque fez uma derivada certa, porque calculou um limite, porque resolveu um problema de Geometria. Mas será que ele levou com ele o conceito, e esse conceito veio seguido de uma compreensão? Então eu acho que a prática docente do professor de Matemática tem que seguir essa direção.

Nas últimas décadas de 70, 80 e 90, tratamos o Cálculo com muito algebrismo, mas agora temos que mudar um pouco essa proposição metodológica. Não é deixar o algebrismo. Calcular derivada é importante? Calcular limite é importante? É. Calcular integral, fazer uma função composta são importantes, mas não é só isso. É fazer a interpretação gráfica, a abordagem numérica e, principalmente, buscar, através do diálogo, da língua natural, da redação matemática, o tratamento conceitual.

O Cálculo na Licenciatura tem que ter uma metodologia diversificada, em que você vai procurar várias formas de interpretar o conceito de função, o conceito de limite, o conceito de integral. Se não der para dar todos os cálculos de integral, que não dê. “Ah, mas eu tenho que dar integral por partes, tenho que dar integral por decomposição em frações parciais”. Não deu integral por decomposição parcial? Com aprendizagem ativa, o estudante de Licenciatura depois vai aprender sozinho, ele vai dar aula disso no futuro, ele vai ter condições de fazer a ressignificação desses métodos sozinho. Por isso, é importante a compreensão, porque o aluno leva o conceito formado na cabeça. Ele pode ainda estudar esses conceitos depois que entrar no mestrado ou no doutorado, podendo estudar o conceito através de Duval, de Tall, ou através da filosofia da Matemática, da didática da Matemática. Em um livro meu, de Educação Matemática, de 1987, eu coloquei uma coisa muito importante da metodologia, que é identificar o essencial do periférico. O que é o essencial? É o que eu tenho de trabalhar com os estudantes. O periférico, eu vou dar se der tempo, se eu conseguir. Então, muita coisa que não é apresentada em sala de aula, depois o aluno vai aprender, principalmente o professor vai estar lecionando, preparando a sua aula, estará lendo novos livros didáticos que surgem, ele vai poder aprender sozinho. Eu, por exemplo, se você me perguntar quantos por cento do que você hoje sabe, do que você hoje ensina, aprendeu na universidade? Eu vou dizer que é setenta por cento, o resto eu aprendi sozinho, aprendi depois da faculdade. Então, na formação inicial do professor, nós temos que dar o essencial.

Eu não estou dizendo que a Matemática formal não deva ser dada, os infinitésimos deverão ser dados com rigor, os teoremas deverão ser demonstrados, mas tudo naquela divisão do essencial e o periférico. Por exemplo, se eu for dar todos os exemplos e as fórmulas, o aluno não vai conseguir estudar o conceito de derivada; ele pode estudar a definição de derivada, mas a compreensão ele não vai ter. Então, quando ele for para a sala de aula, ele vai fazer o aluno calcular derivada, porque ele aprendeu na graduação a calcular derivada, mas ele não vai trabalhar o conceito; aí ele não vai saber fazer nenhum problema de taxa de variação, porque não entendeu o conceito de derivada, não vai saber fazer os problemas de maximização ou minimização.

Para mim, o conceito sempre antecipa a definição. Depois que você entendeu bem o conceito, então se define, porque definir é formalizar, mas formalizar antes da compreensão, para mim, é decorar. Essa é a grande questão: se você não tem o conceito "como você vai definir?", "para que definir?", "o que vai definir?", definir é representar aquele conceito que você construiu na sua mente, "se você não tem esse conceito construído na sua mente, como vai passar para o papel?". Primeiro faz o constructo ou modelo mental, depois vai para a definição formalizada. Por exemplo, na Análise Matemática, a definição vem direta, às vezes o conceito vem embutido dentro da definição e o aluno tem que se virar, mas na Matemática da Licenciatura, o professor pode sempre antecipar o conceito, antes da definição.

Eu trabalho com o aluno o essencial, trabalho com ele uma diversificação de metodologias para ele conseguir entender os conceitos, conseguir ter a compreensão. Se ele teve essa compreensão, para mim está ótimo. No cálculo, se você teve a compreensão do que é função, do que é limite, do que é derivada, do que é integral, para mim está ótimo. “Mas o aluno não sabe resolver um limite ”, não tem importância, ele vai aprender depois. “Ele não sabe derivar ”, ele vai aprender depois. Tudo ele vai aprender mesmo, vai aprender na prática docente dele; então, o conhecimento do professor não é todo dado na educação inicial, é dado uma parte na formação inicial e o restante vem na formação continuada. E o estágio é uma forma do aluno complementar a formação. Se na graduação o aluno não aprendeu algum conceito, no estágio ele terá a oportunidade de estudar novamente para ensinar.

O que tem que atentar é que o conceito de limite é central no cálculo, pois derivada é limite e integral é um limite e lá em função, no momento em que você traça o gráfico, quando toma a função “um sobre x”, com x tendendo a infinito, você está fazendo um limite, você não vai dizer que está fazendo um limite na função, mas você está fazendo um limite. Então, o conceito de limite é central para função, para derivada e para integral. Se a gente não der um conceito bem claro de limite, ele não vai saber construir o restante dos conceitos de Cálculo.

Então, como estudar o Cálculo no curso de Licenciatura em Matemática? Na minha opinião tem que trabalhar os conceitos, trabalhar o entendimento, diversificar as metodologias, incluindo, principalmente, as tecnologias, que facilitam aqueles cálculos demorados e o aluno pode ganhar tempo para interpretação, para significação, para crítica. Além disso, o uso de tecnologias pode facilitar a visualização e desenvolver o pensamento visual.

Em suma, a aprendizagem ativa pode favorecer o estudante e trazer para o professor a eficácia dos processos didáticos, com diversificação de atividades e abordagens diferenciadas do conceito, do que é essencial, das interpretações e da atitude crítica do estudante, dos conteúdos trabalhados e da formação para compreensão.

TEXTO 7

Uma disciplina de Cálculo deve ser desenvolvida por meio de projetos

Antes de anunciar a próxima pessoa entrevistada, é preciso dizer como cheguei até ela. No começo, quando estava fazendo o levantamento das pesquisas sobre Cálculo, encontrei muitas que foram orientadas ou eram próprias do professor Roberto Baldino, mas pelo fato de serem realizadas com alunos de Engenharia, descartei, devido ao meu interesse pelas pesquisas que tratam o ensino de Cálculo na Licenciatura em Matemática. Na qualificação (naquele momento já tinha entrevistado três professores, cujas textualizações apresentamos anteriormente a esse texto), quando a banca perguntou sobre quem mais eu entrevistaria, sugeriram fortemente que teria que conversar com o professor Baldino ou com a professora Tânia Cabral (ou melhor, os "cabraldinos"), pois eles também tinham algo a dizer a respeito e era importante ter a fala deles nesta pesquisa.

Enviei um e-mail ao professor Baldino, convidando-o para entrevistá-lo. Ele respondeu dizendo que tem trabalhado com o Cálculo para a Engenheira e que seria melhor entrevistar a professora Tânia, já que ela trabalha com a Licenciatura. Enviei um e-mail convidando-a para participar da entrevista e, prontamente, ela respondeu, aceitando. Combinamos, então, que a entrevista seria realizada por Skype, uma vez que ela estava ocupada com o término letivo do primeiro semestre de 2017. Como eu havia decidido que não utilizaria mais os cartões das palavras nas demais entrevistas que aconteceriam depois da qualificação, não havia problema em realizar as entrevistas pela internet.

A professora Tânia é formada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista de Rio Claro e doutorado em Educação pela Universidade de São Paulo.

Chegado o dia, conectamo-nos e começamos a nos apresentar. Falamos um pouco sobre nossas formações acadêmicas. Expliquei como seria realizada a entrevista, fiz a pergunta: "*Como você pensa que deve ser uma disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática?*", e de maneira generosa a professora me contou a seguinte história:

Tanto Roberto quanto eu viemos lidando com Cálculo Diferencial e Integral para as Engenharias. O Roberto trabalha especificamente com a Engenharia de Computação, aqui na Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, cuja base de formação tem muita relação com os conteúdos da Engenharia Elétrica. Então, é um Cálculo bem aplicado que ele desenvolve.

No meu caso, como eu estou na PUC, eu faço um duplo trabalho. Os Cálculos, II e III, por exemplo, eu venho conduzindo para turmas nas quais pode haver alunos de qualquer Engenharia, isto é, nessas turmas universais encontramos alunos de Engenharia elétrica, mecânica, produção, entre outras. Também há alunos de Física e Matemática. Em resumo, a partir do Cálculo II em diante, III, IV, Cálculo Numérico, Álgebra Matricial, e outras disciplinas, há uma mistura de alunos oriundos de cursos diversos. Os alunos da Matemática que farão Licenciatura ou Bacharelado em Matemática Empresarial, que é o nosso Bacharelado aqui da PUC, estudam juntos com os alunos da Engenharia. Não há um Cálculo específico para a Licenciatura ou para o Bacharelado. Um dos motivos é porque entram poucos alunos para a Matemática. Formamos poucos alunos por vez na Licenciatura.

Não é um fato isolado da PUC, isso tem uma certa ligação e, até mesmo, há autores que já fizeram uma reflexão sobre a questão de formar professores, como o Plinio Moreira e outros colegas, por exemplo, que têm um artigo muito interessante, "*Quem quer ser professor de Matemática?*". Quer dizer, com tamanha desvalorização da profissão, economicamente, por parte dos pais, por parte de alunos, por parte de administração, de fato é uma profissão que está muito em baixa. Hoje em dia, ser professor é ser um sacerdote, o que não deveria ser assim considerado. É uma profissão como outra qualquer. É claro que ela exige dedicação, como qualquer outra profissão. Mas, enfim, creditam ao professor essa capa, talvez por ser uma das profissões mais estressantes.

Então, na PUC, por conta da baixa entrada de ingressantes para os nossos cursos de Matemática, tanto a Licenciatura quanto o Bacharelado em Matemática Empresarial, temos um número de alunos muito pequeno, insuficiente para constituir uma turma, nos parâmetros colocados pela PUC, que é de sessenta alunos. Esse número de alunos por turma é tomado como referência por várias instituições de Ensino Superior, tanto privadas quanto públicas. De meu ponto de vista, não há argumento pedagógico para sustentar a indicação dessa quantidade de alunos por turma. Uma turma, em que se queira desenvolver o trabalho de ensino, quando se tem prática para ouvir genuinamente o aluno em suas dificuldades, aplicar estratégia de grupo, deveria ser constituída de, no máximo quarenta estudantes; ainda assim é uma turma grande.

Esse é um primeiro argumento para você entender porque nossos alunos fazem Cálculo com os alunos de Engenharia. O segundo argumento, que tem sido também defendido, vai mais para o lado pedagógico-didático: é o fato do aluno da Licenciatura e do Bacharelado terem uma experiência de convivência e de modo de pensar com outros profissionais, como os da Engenharia. Esse é um argumento interessante, do meu ponto de vista, porque coloca o aluno da Licenciatura junto com alunos da Engenharia em uma disciplina supostamente voltada para aplicações. Entendo que seja um bom argumento por encontrar fundamentos, no que é exigido do professor do Ensino Básico, que ele tenha habilidades e capacidades para desenvolver um trabalho por meio de projetos, multidisciplinarmente, interdisciplinarmente. Então vejo isso com bons olhos.

Na PUC, o Cálculo I é uma disciplina semestral de quatro créditos e é estruturado sobre a parte de derivadas, essencialmente; trabalha-se com funções reais de uma única variável real. São abordados conceitos clássicos: funções e seus gráficos, limites, regras de derivação e otimização. Faz tempo que não me atribuem o Cálculo I para trabalhar. Mas, quando eu conduzia a disciplina, procurava abordar o que considero seu núcleo estruturante de pensamento que é o conceito de diferencial. Então, gravita-se em torno desse conceito, a partir de outras várias ideias, como a de derivada entendida como um operador funcional que, aplicado sobre uma função, devolve uma nova função. Relaciona-se isso com aplicações que encontram na Geometria um suporte, ao abordar o coeficiente angular da reta tangente a uma curva em um ponto, até os problemas de otimização, passando pelas taxas relacionadas. Uma rede de conhecimentos.

Eu não vejo nenhum empecilho daquele que vai ser formado professor de Matemática para atuar no Ensino Básico de ter convivência com alunos que serão formados engenheiros ou físicos. Do meu ponto de vista seria rica essa convivência se não se conduzisse a disciplina de modo estático.

Particularmente, na estrutura da época em que eu fui formada, dois anos de básico para depois escolher a formação profissional; não defendendo essa estrutura, vi como saudável a troca de experiências de estudos com colegas de Engenharia. Formávamos grupos de estudos, ficávamos na biblioteca e eu sempre procurava os colegas da Engenharia porque tinham um olhar muito rápido sobre a técnica, sobre problemas e eu tinha um outro olhar que estava sendo formado do porquê que funciona essa ferramenta, como ela funciona, então a agregávamos a esses dois olhares. Dessa experiência, que foi algo bastante espontâneo, em razão da necessidade de sobrevivência dentro dos cálculos, fiquei com essa marca em minha formação. E sempre me interessei pelo fato de que o Cálculo pudesse ser desenvolvido a partir de aplicações, a partir de problemas. Formar um profissional, quer ele seja um engenheiro, quer seja um professor de Matemática, no fundo é preparar um sujeito para resolver problemas.

O professor de Matemática resolve dois tipos de problemas. De um lado, ele tem que saber Matemática para trabalhar com a resolução de problemas, matematicamente falando. De outro lado, ele tem que saber trabalhar com as dificuldades dos alunos, o que constitui um problema para ele: como fazer adequações de conteúdos e projetar encaminhamentos que mantenham os alunos em processos de aprendizagem. Então, é uma pessoa que deve estar pensando, é só isso. Nessa perspectiva, parece interessante a convivência entre alunos de Matemática, Física, Engenharia. Entendendo, o que é exigido desse professor em formação: que ele seja preparado para saber lidar com problemas multidisciplinares, interdisciplinares, saber orientar como resolver um problema; penso que ele deva passar por um processo de resolução de problemas, em suas várias etapas de formação.

O estudo da consistência das ferramentas estudadas nos Cálculos é feito em disciplinas como Análise Real, destinada para alunos da Licenciatura e do Bacharelado. Então, talvez seja interessante o aluno de Matemática cursar disciplinas de Cálculo junto com alunos da Física, por exemplo. De outro lado, ainda acredito que disciplinas de Cálculo deveriam ser destinadas para os cursos específicos em razão das aplicações. Faz algum tempo que argumento que as turmas de Engenharia devem ser constituídas por área e, assim, o Cálculo Diferencial e Integral poderia prover as melhores situações para aprofundar estudos: Cálculo para Engenharia Elétrica, Cálculo para Engenharia

Mecânica, Cálculo para Produção, etc. São as aplicações que caracterizam essa pertinência.

Mas, não sendo assim, sempre chego nas minhas turmas de Cálculo (II e III) e pergunto a que Engenharia eles pertencem, se tem alguém da Matemática, da Física, da Química e, normalmente, sempre tem. Procuro desenvolver um cálculo aplicado, sempre chamando atenção dos alunos de Licenciatura para esse aspecto; pode ser aluno de Matemática, Física ou Química que trabalharão com Matemática como professores do Ensino Básico. Sabemos que, por exemplo, professores de Física, eventualmente, assumirão aulas de Matemática; ultimamente está acontecendo muito. Em algumas instituições do Ensino Básico, o professor acaba conduzindo aulas de outras áreas para poder permanecer na escola com o maior número de aulas possível, porque é desgastante ele ter duas horas em um colégio e duas horas em outro colégio, em outro bairro, no outro lado da cidade; às vezes, até em outra cidade. Entendendo todo esse panorama, sempre que eu tenho licenciandos na minha turma de Cálculo, eu chamo a atenção para o processo do trabalho na sala de aula do Ensino Básico frente àquele conteúdo que a gente vem discutindo que é da formação deles.

Bom, isso sem contar o fato que os alunos têm entrado na universidade, cada vez mais, com problemas com a Matemática Básica. O professor da universidade culpa o professor do Ensino Básico, o professor do Ensino Médio culpa o professor do ensino fundamental, esse culpa os professores dos primeiros anos. É uma bola de neve e a gente sabe disso, então não dá para estar na sala de aula e ignorar esses problemas, como professora tenho que tratá-los. Exemplo: estou ensinando uma técnica de integração, a técnica das frações parciais. Eu preciso que ele saiba o que significa somar duas frações; se eu pulo do domínio numérico para o algébrico, tem um corte, mas, de certo modo, o procedimento é o mesmo, tanto que costumo dizer para eles: “se tiverem dúvida com alguma operação algébrica substitua por valores pequenos inteiros positivos e executem as operações para ver se vai dar alguma coisa, que de fato é possível de dar; se não der, esqueça o procedimento e tentem entender numericamente como ocorre”. Eu faço isso na aula, fazendo as comparações.

A situação é tão crítica que hoje a gente entra numa turma de Cálculo e trabalha com alunos que sequer sabem o que é um círculo trigonométrico. Quando a turma majoritariamente mostra essa deficiência, você tem que ir lá no quadro, fazer um círculo trigonométrico, mostrar os arcos, os ângulos, a diferença entre arco e ângulo, os ângulos elementares com os quais a gente vem trabalhando, aqueles que a gente mais pede, porque as contas são imediatas. Quando se têm alunos de Licenciatura, eu aproveito para fazer uma reflexão, aliás, mesmo quando não há eu faço. Enfim, essa é a minha conduta para um curso de Cálculo; eu não sei se diria que é um Cálculo para a Licenciatura, mas é um Cálculo para a formação de um ser pensante, que possa refletir sobre alguma coisa e resolver problemas.

Na Licenciatura eu tenho outras disciplinas; no início, tenho a disciplina de Introdução à Pesquisa em Matemática. No oitavo período, eu trabalho com uma disciplina chamada Evolução do Pensamento Matemático. Era uma disciplina que tinha um caráter de história e eu fui mudando aos poucos e hoje é uma disciplina em que eu tento trabalhar em conjunto com eles uma prática de projetos; não sigo a história linear em termos temporais, começo com a atualidade e vou articulando conceitos por temáticas. São assuntos relacionados com o tema funções, tais como vistas no Ensino Básico; em setembro, por exemplo, está previsto abordar a parte numérica e algébrica, entrando um pouco na Geometria e encerrando com Geometria e Álgebra, um pouco mais abstrata, e o último mês é dedicado ao estudo das funções, como as funções tratadas por Euler, os tratamentos dados por Cauchy nas definições da Análise Matemática; é um fechamento via análise Matemática.

Não tem uma linearização imposta pelo tempo, nem pela organização matemática; são temas que a gente vai costurando pelos diversos níveis de aprofundamento e, simultaneamente, os alunos têm que fazer projetos intermediários, sendo que esse semestre está relacionado com o tema da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, que é “A matemática está em tudo”. É uma maneira de o aluno começar a trabalhar com esses projetos interdisciplinares, que será uma exigência nas escolas. Eu até compreendo, mas acredito que não seja uma justificativa; se um professor se recusa a fazer projetos interdisciplinares alegando que não foi formado sob essa perspectiva, o que significa que está negando uma atualização da sua formação, que é o que a gente vem tentando incutir no aluno, ao longo da sua formação, sempre dizendo: “você precisa ser um professional formado, não será completo e exatamente por isso será necessário que você continue seus estudos, que continue buscando respostas, ou melhor, buscando perguntas para propor novas respostas". Esse é o meu trabalho junto à Licenciatura e em disciplinas como Cálculo.

Voltando aos Cálculos; embora eu não esteja com a disciplina de Cálculo I, como disse, trabalho com o Cálculo II e Cálculo III, a partir da ideia de diferenciais. Inicio o Cálculo II, com o conceito de diferencial e simultaneamente trato o anti-diferencial para introduzir o Cálculo Integral. Vários professores de Cálculo, normalmente, seguem o programa ou as apostilas. Não uso apostila e sou contra seu uso exclusivo. Na minha opinião, a apostila serve como um complemento do que o livro não trata, aí você forma, constitui um material de apoio ao livro, quer dizer, são poucos os livros que falam sobre a retificação da curva no ponto, por exemplo. O Stewart é um dos poucos que traz isso, inclusive ele põe lente de aumento no ponto, então vai aumentando até que a curva se confunde na região do ponto com a própria reta tangente; é um trabalho super legal, porque isso está na concepção do aluno, a chamada concepção espontânea, com a qual ele vem para o Cálculo.

Então, começo o Cálculo fazendo um trabalho com diferenciais, com o Cálculo Infinitesimal. E quando eu vou trabalhar com o conceito de integral, filiando a ele o modelo geométrico de cálculo de área, também busco apoio na ideia dos infinitesimais, dos muito pequenininhos; a ideia de um retângulo em que uma das dimensões é um elemento muito pequenininho e eles respondem "é um dx". Daí, qualquer elemento infinitamente pequeno é logo por eles reconhecido: "é um ds", "é um dt", "é um d alguma coisa". Os alunos ficam satisfeitos com esse tipo de argumento e acham que o modelo é suficiente para aprenderem a ideia de que se está calculando uma área entre curvas de uma região com esse conceito de soma de áreas de retângulos infinitesimalmente pequenos.

É assim que começo o Cálculo II, com toda essa problemática, tanto que nas minhas primeiras atividades os alunos trabalham com essa ideia. Não tem como fazer um operador integral funcionar se você não compreende o que seja o operador diferencial ou o operador derivada em funcionamento, se você não compreende esses dois operadores, não tem como compreender qual é o sentido do operador integral, como aquele que vai desfazer o que o primeiro fez, dadas algumas condições, naturalmente. Então, trabalho bastante com essa ideia e meus alunos sabem disso.

Eu costumo dizer que o Cálculo III, na PUC, é um Cálculo I zipado. São as ideias que constituem o Cálculo I que devem ser retomadas no trabalho com funções de várias variáveis. Costumo dizer que temos aí um grande problema no Cálculo III. O Cálculo I é conduzido em quatro créditos, mas ao Cálculo III são atribuídos apenas dois créditos. A segunda dificuldade é que a álgebra que vai ser envolvida, principalmente quando chega nos multiplicadores de Lagrange, nos problemas de otimização, é um pouco mais complicada que aquela que eles trabalharam no Cálculo I.

Uma terceira dificuldade é o uso das notações. Sempre lembrando do cálculo infinitesimal, abordo o operador funcional diferencial junto com a derivada, pois eles produzem resultados parecidos, mas, conceitualmente, muito diferentes; então, essa conceituação e a técnica eu vou carregando junto com eles e sempre reforçando, principalmente, a notação. Por exemplo, os alunos, de modo geral, saem do Cálculo I usando a notação "linha" para representar derivadas. De certo modo, isso é um problema, porque muitas vezes o aluno trabalha o Cálculo I inteiro só com "linha" para notação de derivada e quando vai para o Cálculo III, ele não entende a notação de derivada parcial, que é necessária para que ele possa compreender, inclusive, como tratar as derivadas mistas. Então, tenho de refazer essa parte de derivada de ordem um com eles, introduzindo o operador derivada, introduzindo o operador diferencial e a notação de Leibniz, para que eles possam compreender a notação que vem a ser usada no Cálculo III, por exemplo, que é quando se lida com as derivadas parciais de várias ordens, inclusive, nas equações diferencias também, onde essa compreensão se faz necessária. Para trabalhar separação de variável, a notação é fundamental e a gente faz um resgaste dessa notação de Leibniz, oriunda do Cálculo Infinitesimal.

Nós temos uma referência, que são os planos de ensino. Eu não imponho a aula, eu me preparo para a aula, então tenho que desenvolver temas, desenvolver assuntos, desenvolver pensamentos; desenvolver um trabalho que leve o aluno à reflexão, a compreender a importância da sua formação, a importância da disciplina naquela formação e a relação das disciplinas seguintes com as disciplinas anteriores. É nesse sentido que a disciplina deva ser pensada. Tudo o que consta no plano é trabalhado, só que não na ordenação dada, não do modo como aparece no plano. A estruturação, de um modo geral, segue os capítulos de livros. Professores comumente começam, por exemplo, fazendo revisões de funções, estudando funções polinomiais, depois passam para limites e para derivadas; seguem essa ordem. Isso é o que acontece nas instituições de ensino superior de modo geral.

Procuro sempre romper com essa organização linear de conceitos matemáticos, até porque os estudos na disciplina Evolução do Pensamento Matemático, mostram redes de ideias e conceitos sendo construídas. Tome, por exemplo, o conceito de função e veja como ele foi "ganhando forma" a partir de uma multiplicidade de ideias, constituído a partir de seus momentos.

Exemplo do que acontece no Cálculo II é quando, nas técnicas de integração, os alunos têm que lidar com integrais impróprias; só trabalho com esse tipo de integral quando for necessário adiante no programa para estudos de convergência e divergência de séries. Sempre procuro amarrar com o momento em que é preciso este ou aquele conteúdo, então é um entrelaçamento; procuro não trabalhar com uma linearização de conteúdos, mas, sim, com uma rede de conteúdos e, dependendo de onde eu seguro a minha rede, vejo o que está ao redor para ela não arrebentar.

Então, penso que posso, ao menos nesse momento, dizer que não há um Cálculo apropriado para uma Licenciatura; quero que os alunos compreendam o sentido das ferramentas com as quais ele trabalhará no ensino básico, que eles tenham uma compreensão do todo. A forma linear de trabalhar com o aluno, ao contrário, vai impedir que ele veja exatamente as articulações entre conceitos, com as quais deveria saber lidar no ensino básico.

Dos autores de livros didáticos, para o ensino básico, que aprecio muito, é o Bigode; sobre seus livros eu já ouvi queixas dos professores como "não sei por que estou trabalhando com isso aqui agora". Esse professor está procurando um sentido linear e o Bigode está longe de ser uma pessoa que trabalha com linearização de conteúdos; é uma pessoa que trabalha a partir de uma proposta de resolução de problemas, problemas em rede, de articulação de ideias, de formação de pensamento.

Os alunos ficam enlouquecidos comigo porque eu não trato de linearizar, não consigo seguir a sequência do livro por saber que conceitos se relacionam; a sequência precisa ter lógica em termos da necessidade da estruturação da ferramenta com que eu estou lidando; eu tenho uma rede de conteúdos e eles estão articulados, então, dependendo de onde eu pegue eu verei o que é preciso trabalhar. Muitas vezes, os alunos dizem assim "professora, a gente ainda não passou por essa parte no livro", "sim, a gente vai passar lá na frente". Não dá para pensar em fazer nada linear, o pensamento não é linear, na hora que você está resolvendo um problema, o pensamento não é linear. O que você deve ter, na verdade, que é bem diferente, é uma habilidade de estruturar o que está fazendo. Claro que, quando assim procede, está linearizando, mas por uma exigência daquilo que está executando. A linearização não vai "falar" o que você deve fazer, você vai fazer algo e vai resultar num determinado conjunto de passos: primeiro passo, segundo passo, terceiro passo; temos uma linearização de procedimentos aqui, mas é de passos.

Quando eu resolvo um problema com eles, (a minha preferência é trabalhar com eles em grupos e há turmas com as quais não consigo fazer trabalhos em grupos, a não ser os testes), eu vou para o quadro que é o lugar onde "nós estamos pensando". No final a gente olha o quadro e está lá o problema resolvido. Eu começo sempre com um problema e digo: "vocês jamais me verão escrever neste quadro a matéria, porque tem o livro texto e não copiarei matéria no quadro para vocês copiarem no caderno o que já está escrito no livro". Eu escrevo no quadro o tópico que vai ser trabalhado e a partir dele, constituo um problema; eu escolho um problema qualquer do livro, de preferência que tenha algo de aplicação, no livro do Stewart tem muitos, é um dos livros que eu gosto exatamente por isso, tem muitas aplicações, problemas simples, de entrada, mas bastante interessantes para começar a pensar. Então, apresento o problema e vamos desenvolvendo juntos o raciocínio.

No final, o quadro está cheio, com um problema só, "essa parte aqui é álgebra, essa aqui é trigonometria, só esse finalzinho aqui é Cálculo Diferencial e Integral". Com isso, eles têm uma dimensão das ferramentas básicas que foram necessárias para que pudessem construir a solução daquele problema, chegando até a ferramenta do Cálculo, que é o objetivo da disciplina. Não tem nada de linear aí. Eles dizem: "professora, mas passou na seção tal", eu digo "sim passou, a gente vai retomar lá na frente, daqui duas ou três aulas a gente vai voltar a essa seção". Eu despenco o livro, eu vou indo e voltando no livro. Os alunos se sentem um pouco inseguros, porque eles vêm de um procedimento linear desde a escola básica.

Eu me pergunto qual foi o tipo de trabalho que foi feito na formação dos professores pelo qual eles passaram e que os impede de reformularem seus trabalhos; se um aluno tem dúvida, o professor simplesmente repete a explicação, repete a mesma coisa, trabalha a partir da linearização de conteúdos. O aluno chega no Ensino Superior vestido com essa cultura do Ensino Básico e é difícil de removê-la.

Para você ter uma ideia, na última disciplina de Cálculo III, eu e mais duas professoras resolvemos fazer uns trabalhos (que eu chamo de teste) em grupo com consulta, só não podiam consultar aparelhos eletrônicos, mas eles podiam levar toda a biblioteca para a sala de aula, se eles quisessem, para resolver e, mesmo assim, houve grupos que tiraram zero. Eles acham que é fácil, por ser teste em grupo e com consulta. Também resolvemos, nós três, pedir aos alunos de Cálculo III que buscassem uma aplicação numa Engenharia. Eles poderiam se agrupar pela mesma Engenharia, ou formar um grupo com várias Engenharias, mas eles tinham que trazer um trabalho de aplicação do cálculo de duas variáveis a um problema de otimização, maximização e minimização de funções de mais de uma variável.

Você não faz ideia do resultado, de como foi linda a produção nas três turmas. Na minha, particularmente, teve um trabalho de um grupo composto por alunos de várias Engenharias. Para a resolução do problema de otimização, escolheram um estudo de um reator. Eles precisaram do pessoal da Engenharia de Computação, do pessoal da Elétrica, de estudos sobre termodinâmica porque a ideia era essa, eles podiam consultar livros e seria avaliada também a criatividade deles, de buscarem não só no livro de Cálculo, mas de buscarem a aplicação de fato e utilizar em uma Engenharia, sendo necessários vários engenheiros juntos para trabalhar aquele problema.

Esse grupo fez o trabalho no final, com uma função de três variáveis, a partir da ajuda de um professor de Engenharia, sobre o problema. Os próprios alunos disseram que o professor indicou haver uma função envolvida que era uma das variáveis: uma variável escrita como função das outras duas, sendo possível reduzir o problema em uma função de duas variáveis. Os alunos não se deram conta disso e trabalharam o tempo inteiro com uma função de três variáveis; não perceberam o papel da restrição que eles poderiam ter associado ao problema. Mas foi ótimo que isso tenha acontecido, porque gerou uma discussão. Quando se trabalha com problemas de otimização, a gente busca algumas restrições para ajudar na redução do número de variáveis com as quais se está lidando. Então, citei esse caso para você ter uma ideia de como são as minhas aulas.

E o pessoal da Licenciatura junto, o que significa que eles mais tarde, com as turmas deles, possam fazer um trabalho multidisciplinar, interdisciplinar com outros colegas de outras áreas, não tendo medo de enfrentar essa situação. A verdade é que nunca se dão todas as ferramentas que eles precisam; nenhuma instituição forma um profissional completo, fechado. A graduação é uma etapa de formação, mas ele tem que ganhar algumas seguranças; pelo menos, ele vai ter uma segurança de poder se lançar, de saber que pode dar errado. Então, qual o melhor Cálculo para a Licenciatura? É um Cálculo assim, estruturado sobre um projeto.

TEXTO 8

A disciplina de Cálculo não deveria ser obrigatória num currículo de Licenciatura em Matemática

Quando me interessei pelas pesquisas sobre formação matemática do professor de Matemática, além dos artigos do professor Romulo, encontrei outros, do professor Plinio Cavalcanti Moreira. Além de questionar essa formação, ele também problematiza a disciplina de Análise Real[51] no curso de Licenciatura em Matemática. Isso me chamou a atenção, já que na minha pesquisa estava querendo problematizar a disciplina de Cálculo. Pensei: "*esse professor deve ter alguma coisa para falar a respeito disso*!".

Enviei-lhe um e-mail convidando-o para entrevistá-lo. Por saber que sua fala poderia ser diferente de outras que ouviria, ou que faria parte deste trabalho, o professor Plinio já me adiantava em seus e-mails sua posição contrária à obrigatoriedade de disciplinas como o Cálculo no currículo da Licenciatura em Matemática. Eu disse que não haveria problemas; que eu buscava era justamente modos possíveis de se produzir legitimidades para o Cálculo na Licenciatura em Matemática.

Combinamos, também, de realizar a entrevista por Skype. Expliquei como seria realizada a entrevista, fiz a pergunta e, de maneira minuciosa, ele começou a contar, explicando os motivos que o levaram a pensar o que defende atualmente.

O professor Plinio fez graduação (bacharelado) em Matemática, mestrado em Matemática e doutorado em Educação, todos pela Universidade Federal de Minas Gerais.

Como professor no Departamento de Matemática da UFMG, passei, a partir de meados dos anos 1980, a pedir que me designassem para lecionar, preferencialmente, as disciplinas da Licenciatura em Matemática, voltando meu interesse, de modo especial,

[51] "Por que Análise Real na Licenciatura?" (MOREIRA; CURY; VIANNA, 2005) e "Por que Análise Real na Licenciatura? Um paralelo entre as visões de educadores matemáticos e de matemáticos" (MOREIRA; VIANNA, 2016).

para a formação do professor da Educação Básica. Isso aconteceu devido a um envolvimento anterior com grupos de alfabetização de adultos, junto aos movimentos populares em BH e região metropolitana. Com a prioridade dada às disciplinas da Licenciatura, comecei a perceber a falta de sintonia entre a minha relação com a matemática acadêmica e a relação que meus alunos tinham com essa mesma matemática.

Meus alunos da Licenciatura tinham um objetivo do tipo "estou me formando para dar aula na escola", e a minha visão era a de ensinar Matemática essencialmente como um matemático. Custei a deixar cair a ficha de que a futura profissão dos meus alunos não tem muito a ver com a matemática avançada, na forma como os matemáticos costumam vê-la, mas sim com a tarefa (futura) de ensinar uma Matemática específica para os alunos da Educação Básica. Então pensei: o licenciando deve gostar é de estudar para se tornar um professor da escola, para ser capaz de ensinar a Matemática da Educação Básica.

Acreditar nisso foi o motor inicial que fez mudar o meu modo de ver a formação do professor de Matemática. Passei a imaginar como poderia ser uma aula (na Licenciatura) que interessasse a quem realmente quer ser professor da escola. Assim é que, aos poucos, fui me dedicando a pensar a formação matemática do professor da forma como penso hoje. Foi nesse período da minha vida profissional, em que fiquei trabalhando com a Matemática para a Licenciatura, que me dediquei a pensar uma maneira mais "legítima" (no meu modo de ver, claro) de desenvolver a formação do professor da Escola Básica.

Antes eu gostava de dar aula para o Bacharelado, gostava de lecionar as disciplinas do Bacharelado, até porque era para dois ou três alunos somente, enquanto na Licenciatura havia muito mais alunos em cada sala. Além disso, os da Licenciatura se interessavam menos pelo tipo de matemática que lhes era oferecida. Comecei a pensar: "gente, estou contando uma mesma estória para os alunos do Bacharelado e da Licenciatura, mas esses últimos estão querendo ouvir uma estória diferente; pode até ser que queiram uma estória sobre o mesmo assunto, mas não é a que lhes estou contando que querem ouvir". A partir daí, é claro que tive que estudar. Lia tudo o que se referia à formação matemática para a Licenciatura e, assim, minhas percepções mais instintivas foram se transformando em ideias mais consistentes, constituindo, então, uma visão mais fundamentada, mais intelectualizada, digamos assim, do processo de formação do professor de Matemática da Educação Básica. Depois, quando fiz o doutorado, já foi totalmente apoiado nessas ideias, ainda que elas tenham se desenvolvido ao longo dos anos. A minha trajetória na formação de professores foi, resumidamente, essa aí.

Então, a pergunta que você acabou me colocando foi: como acho que deveriam ser planejadas e executadas as disciplinas (porque na verdade são várias) que tratam do Cálculo Diferencial e Integral na Licenciatura?

A minha resposta é a seguinte: acho que essas disciplinas não deveriam constar como obrigatórias em um currículo de Licenciatura em Matemática. Não é uma questão de simplesmente adequá-las à Licenciatura, desenvolvê-las de um modo diferente do que se faz nos cursos de Engenharia, Computação ou qualquer outro. Não se trata de adaptar ou adequar os programas dessas disciplinas para a formação do professor da Educação Básica, acho simplesmente que não devem ser obrigatórias para o curso de Licenciatura.

Para mim, poderiam constituir uma espécie de formação complementar, voltada para pessoas que tivessem especial interesse nesse assunto, dado que as ideias do Cálculo Diferencial e Integral são importantes por vários motivos, entre eles, as aplicações na física e na própria matemática universitária. Nesse ponto, agrego às disciplinas de Cálculo a de Equações Diferenciais, pois, no fundo, essa trabalha também com a ideia de derivada e integral de funções de uma ou de várias variáveis e suas aplicações. Enfim, as ideias do Cálculo Diferencial e Integral são importantes para a formação de uma série de profissionais na Educação Superior. Entretanto, para a formação do profissional que vai dar aula de Matemática na escola, na Educação Básica, penso que essas disciplinas não devem ser obrigatórias.

Por que acho isso? Vou dar duas razões básicas. A primeira é a seguinte: até hoje, não conheço, embora talvez existam, estudos científicos que mostrem que a formação nas disciplinas ligadas ao Cálculo Diferencial e Integral contribua especificamente para a prática do professor de Matemática da Educação Básica. E a segunda razão, que decorre da primeira, mas vai além, é: não havendo fundamentação que justifique a obrigatoriedade delas no currículo, não vejo sentido em ocupar os licenciandos com tais disciplinas, uma vez que há muitos outros saberes, diretamente ligados ao exercício da profissão docente escolar que o futuro professor precisa discutir, no (curto) espaço de quatro anos de formação na Licenciatura.

Vou elaborar um pouco o que disse ao apresentar essas duas razões. Em primeiro lugar, cabe perguntar sempre a respeito de qualquer componente curricular da Licenciatura: que efeito positivo produz na prática profissional para a qual se deseja formar o licenciando? Exceto por especulações e opiniões sem fundamentação científica, não me deparei ainda com nada que me convencesse de que alguém que passou pelas disciplinas Cálculo I, II, III e, talvez, IV, esteja mais preparado para enfrentar as questões que um professor da Educação Básica enfrenta em sua sala de aula de Matemática, do que aquele que não passou por essas disciplinas e ocupou seu tempo curricular com a reflexão sobre outros saberes matemáticos diretamente associados à prática docente escolar.

Como disse, penso que o Cálculo deva fazer parte do currículo da Licenciatura como um conjunto de disciplinas pelas quais se faça uma opção pessoal em função de um interesse específico em conhecer seus métodos, suas ideias principais, pelas suas aplicações em outras áreas e na matemática universitária. Entretanto, obrigar todos os alunos que pretendem ensinar Matemática na Escola Básica a passar quase dois anos (se não mais) estudando derivadas e integrais de funções de uma e de várias variáveis, teoremas de Green, Gauss, Stokes, equações diferenciais, incluindo transformadas de Laplace, técnicas de resolução de equações diferenciais por séries de potências, etc. não me parece fazer sentido. Se considerarmos sessenta horas em cada uma dessas disciplinas, são cerca de duzentas e quarenta horas curriculares ocupadas ao longo do processo de formação do professor de matemática da escola (sem contar o tempo dedicado às funções de variável complexa e outras disciplinas não diretamente vinculadas ao trabalho docente escolar). Não identifico a contrapartida que essa formação obrigatória nas disciplinas do Cálculo Diferencial e Integral oferece ao aluno genérico da Licenciatura.

Em segundo lugar, é preciso lembrar sempre de que, tudo o que está no currículo, está ocupando o lugar de outros saberes que poderiam ser trabalhados na formação, mas que foram preteridos. Agora, reflitamos: já existe uma desvalorização social grande da profissão de professor de Matemática da escola. O egresso do Ensino Médio já pensa duas vezes antes de entrar para um curso de Licenciatura, porque vai ser mal remunerado e vai ter condições de trabalho difíceis (estou falando isso no geral, no grande mercado que é a escola pública, que envolve milhões de alunos e, portanto, tem carência de professor. Em escolas particulares, de elite, as condições de trabalho não são tão difíceis, nem a remuneração é tão ruim. Mas, são poucos os licenciados que vão lecionar em escolas particulares de elite. O aluno que acabou de se formar não entra nessas escolas, o caminho é a escola pública, pelo menos nos primeiros anos de carreira). Talvez até em função dessa desvalorização social da profissão docente, a formação escolar do ingressante nas Licenciaturas é precária. Normalmente ele já vem de uma escola pública, ingressa no curso com uma formação escolar fraca.

A Licenciatura, além de ter que correr atrás desse prejuízo, ou seja, refazer, de alguma forma, a formação escolar do ingressante, ainda precisa trabalhar muita coisa para transformar esse ingressante num profissional docente. Vamos considerar, aqui, um mínimo, sem luxo: para que esse ingressante venha a ser um bom profissional, ou pelo menos tenha chance de vir a ser um bom profissional (é claro que vai depender dele, mas a formação tem que ajudar, não pode ser na base do "se vira aí"), ele tem que aprender praticamente todo o currículo escolar, que é imenso (mas isso é uma coisa sobre a qual a formação não pode atuar, tem que trabalhar com esse currículo escolar que está aí); vai ter que se preparar também para ensinar Matemática na escola do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental e do primeiro ao terceiro do Ensino Médio.

E preparar-se para ensinar não significa aprender a matemática que se quer que o aluno da escola aprenda, significa aprender muito mais do que isso. Por exemplo, o licenciando precisa aprender a somar frações, caso não saiba, mas, entre saber isso como um aluno da escola deveria saber e saber isso como um professor tem que saber para ensinar no quinto ou sexto ano, é muito diferente. Não se trata de ensinar ao licenciando simplesmente algo "mais avançado" do que ele vai ensinar a seu aluno da escola, mas de trabalhar um saber profissional que qualifique o futuro professor a entender as dúvidas e as origens dos erros dos alunos da escola; decidir sobre aquilo que deve explorar, até certo ponto, no sexto ano, mas deverá retomar com maior profundidade no nono ou no Ensino Médio; reconhecer os tipos de dificuldades comumente enfrentadas pelos alunos, nos diferentes níveis de escolarização, no processo de desenvolvimento do pensamento algébrico, por exemplo, ou nas formas de argumentar para convencer a si mesmo e a seus colegas de sala, da validade de determinado resultado etc.

Usando a nomenclatura criada por Deborah Ball e seus colegas, além de trabalhar com o licenciando essa matemática que se espera que o aluno da escola aprenda (CCK - Common Content Knowledge), também é preciso trabalhar uma matemática especializada, própria do professor (SCK, Specialized Content Knowledge). Assim, não basta, ao futuro professor, saber que ‘a’ vezes ‘b’ é igual a ‘b’ vezes ‘a’ – espera-se que qualquer adulto saiba isso. Trata-se de entender, de um modo adequado ao ensino escolar, porque isso é válido, conhecer alguma justificativa (ou, preferivelmente, várias) da validade de tal propriedade. A questão não é saber provar rigorosamente, mas conhecer algum argumento pelo qual alguém (possivelmente trinta alunos em uma sala de aula do sexto ano) possa se convencer da validade desse resultado.

Outro exemplo seria encaminhar uma discussão sobre o assunto que provoque uma atitude reflexiva na criança, que está se desenvolvendo na aprendizagem da Matemática. Isso seria saber Matemática de um ponto de vista específico de um professor da escola. A um engenheiro não se exige que saiba, por exemplo, várias maneiras de justificar que ‘a’ vezes ‘b’ é igual a ‘b’ vezes ‘a’, mas ao futuro professor da escola sim, porque uma explicação que pode ser convincente para alguns alunos, pode não ser para outros, uma explicação pode ser adequada no quinto ano, mas não no Ensino Médio etc.

Então o CCK e o SCK precisam ser trabalhados num processo de formação do professor de Matemática na Licenciatura. Mas, além disso, tem outras coisas: espera-se que o futuro professor tenha conhecimento mínimo a respeito das teorias sobre como as pessoas aprendem e sobre como o ensino pode ser regulado por essas teorias de aprendizagem. É claro que não existe nada absoluto nesse campo, como “aprende-se assim”. Entretanto, é preciso questionar aquilo que está fortemente internalizado na cultura do ensino: “ao professor cabe explicar bem; se o aluno não entende é porque ele tem problema (falta de interesse, dificuldade de aprendizagem etc.)”. Essa visão de ensino é seguramente dominante entre alunos que entram na Licenciatura, talvez na própria sociedade brasileira como um todo: o bom professor é aquele que “explica bem”. Se o licenciado mantém esse tipo de visão de aprendizagem e de ensino, pode se tornar um professor ineficiente.

Considerando que o licenciado pode vir a lecionar para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental até o terceiro do Ensino Médio, se pensarmos em um licenciamento “honesto”, o aluno da Licenciatura deveria refletir, em sua formação, sobre outras possibilidades de entendimento do que seja aprendizagem, ainda que haja, certamente, quem aprenda simplesmente a partir de uma explicação do professor. É desonesto, do meu ponto de vista, certificar para o exercício da docência escolar uma pessoa que só tem a visão dominante a respeito de ensinar e aprender Matemática, que não considera estratégias didáticas que utilizem atividades que exponham seus alunos a situações nas quais tenham que desenvolver um raciocínio ou levantar dúvidas e discutir e argumentar com seus colegas. Observo, para finalizar esse ponto, que uma breve consulta à literatura especializada da área de Educação Matemática, indicaria, prontamente, a imensidão do universo de saberes que envolvem, potencialmente, a preparação do licenciando para o exercício da profissão docente escolar, a partir do que o ingressante real traz de sua formação escolar anterior.

Vê-se, assim, que é preciso selecionar, com muito cuidado, os diversos componentes curriculares e, ainda assim, deixar muita coisa de fora da formação na Licenciatura. Desse modo, se não há fundamentos inequívocos para a obrigatoriedade do Cálculo, o meu ponto de vista é o de que esse assunto não deveria ser selecionado (ainda que possa participar do currículo como uma opção).

Então, respondo a sua pergunta assim: NÃO, não deve ser obrigatório. Sei que sou minoria, inclusive dentro da comunidade de Educação Matemática. Entretanto, observo que uma das Diretrizes para a Licenciatura, não me lembro qual delas, recomenda compor o currículo em blocos de formação. Um desses blocos refere-se à matemática universitária, que inclui o Cálculo, Álgebra Linear etc.. Parece uma coisa prescritiva assim. Mas, o Cálculo, esse está explícito que tem que estar presente no currículo da Licenciatura.

Sou contra esse tipo de diretriz. Diretriz, para mim, deveria ser uma coisa mais ou menos assim: se uma universidade quer criar um currículo com tais disciplinas, quer colocar Cálculo no currículo, que ponha. Não deveria ficar a cargo de um grupo de burocratas (ou mesmo de pesquisadores) dizer que pode (ou não pode) ter Cálculo no currículo da Licenciatura. A meu ver, deveria ser permitido colocar qualquer conjunto de disciplinas no currículo desde que se justificasse. Se se fizer uma justificativa bem fundamentada, não vejo problema. Não se trata, é claro, de dizer simplesmente que conversou com matemáticos e eles disseram que “deve ter, que no mundo inteiro tem, que é assim desde mil e oitocentos...”. Não, isso não é fundamentar suas escolhas.

Na construção de qualquer currículo você tem que escolher, não tem jeito de ensinar tudo. Se me pedissem para criar um currículo ao meu gosto, ia ter que escolher, deixar um tanto de coisa de fora. Por que estou escolhendo tais e tais disciplinas? Estou escolhendo por causa disso e disso, explico os fundamentos da minha escolha. Acho que, em primeiro lugar, isso daria mais liberdade para os cursos. As escolhas não têm que acontecer em função do meu gosto ou do gosto de fulano, muitas vezes, elas têm que dar conta da qualificação daqueles que serão os formadores. Cada um vai ter que se virar com a qualidade de formadores que tem. Mas há que se fundamentar as escolhas, porque, do contrário, as limitações que originaram as escolhas vão se impor, sem contradições nem ações que visem a superação dessas limitações mais adiante.

Normalmente os currículos das Licenciaturas em Matemática contêm as disciplinas associadas ao Cálculo, Equações Diferenciais etc., mas pergunta-se: a partir de quais fundamentos foi feita essa escolha? Não se sabe. O que acontece atualmente é que não há simetria: se você propõe um currículo sem Cálculo todo mundo vai achar um absurdo e te cobrar as razões pelas quais o currículo não contempla o Cálculo. Agora, se você propõe um currículo com Cálculo, não tem que explicar nada, até as diretrizes dizem que tem que ter Cálculo no currículo da Licenciatura, sem apresentar nenhuma razão para isso, sem se dar a esse trabalho.

Voltando ao assunto de me considerar como minoria, dentro da comunidade da Educação Matemática, por defender a não obrigatoriedade do Cálculo, diria que a maioria pensa o contrário por várias razões. Uma delas é essa coisa da tradição: é assim desde sempre, então por que mexer nisso? Muitas vezes, nem se põe essa questão, é assim e pronto, quem quer tirar Cálculo da Licenciatura é maluco. Não estou dizendo que meus colegas me consideram maluco, quero apenas enfatizar que, no fundo, a tradição pesa e muito. Aliás, a tradição tem peso em qualquer lugar, em qualquer comunidade, em qualquer cultura.

Tem um segundo aspecto que acho importante, esse talvez seja o mais fundamental, mas tem a ver com a tradição também. A comunidade dos matemáticos no Brasil (e no mundo inteiro, talvez se possa dizer), possui um status social mais elevado do que a comunidade dos educadores matemáticos. Assim, se um educador matemático, especialista na formação de professores, apresenta uma visão fundamentada a respeito da formação do professor de Matemática da escola, mas um grande matemático opina sobre o mesmo assunto, a simples opinião dele vale muito mais, para o público em geral, do que a visão fundamentada do educador matemático. E a ideia de tirar Cálculo da Licenciatura é vista, pelos matemáticos, como uma loucura. Isso acaba impregnando a sociedade como um todo. Nenhum matemático se dá ao trabalho de defender o Cálculo na Licenciatura, porque não precisa.

Vou falar uma coisa que pode até ser simplista, mas é comum entre os matemáticos ver o educador matemático como aquele profissional que não conseguiu ser um bom matemático. Isso é uma visão que perpassa a comunidade, ninguém fala isso explicitamente, ninguém defende isso, mas está internalizado em muita gente da comunidade. Mais ainda, em certa medida essa ideia está internalizada até na própria comunidade dos educadores matemáticos.

Por outro lado, se num debate, um matemático menciona uma estrutura matemática, por exemplo, anel euclidiano e um educador matemático, que esteja participando desse debate, não reconheça os inteiros como um anel euclidiano, então esse educador matemático já é posto na defensiva. É como se fosse uma falha de formação não saber que os inteiros formam, com a adição e multiplicação, um anel euclidiano. Você pode saber mil coisas relevantes (para o ensino escolar) sobre os números inteiros, sobre a aprendizagem dos inteiros, sobre as dificuldades dos alunos com os inteiros, pode ter uma visão dos inteiros muito abrangente, como educador matemático, mas se não souber que é um anel euclidiano, num debate, já fica pressionado, pessoas vão achar que você não sabe coisa importante sobre os inteiros e, portanto, sobre a própria profissão docente escolar.

Mas, no meu modo de ver, saber que os números inteiros constituem um anel não faz a menor diferença para o trabalho de professor da Educação Básica e muito menos que esse anel é euclidiano. Para um matemático é uma ignorância você não saber essas coisas porque são básicas e por se tratar de uma estrutura que "unifica" um punhado de casos particulares, os quais passam a ser vistos como uma única estrutura. Isso, para a matemática mais avançada, tem um punhado de vantagens, mas não vejo nada de importante para o professor da escola. No entanto, se, num debate, o educador matemático mostra que não sabe isso, o público é levado a pensar: "olha só, o educador matemático não sabe uma coisa básica sobre os inteiros, é ignorante". A conclusão é a de que ele está menos qualificado que o matemático (que sabe). O matemático sabe de anel euclidiano, porque é importante na sua profissão e o educador matemático não sabe de anel euclidiano, porque não é importante na sua profissão.

Mas, as coisas que o educador matemático sabe são menos valorizadas, socialmente, do que as que o matemático sabe. O que o educador matemático sabe também é matemática, mas não é matemática reconhecida pelos matemáticos. É claro que aí está uma disputa social, questão de prestígio social das diferentes comunidades científicas. É "quase" natural a gente entender que alguém, que sabe muita matemática avançada, considere isso uma coisa muito importante para o professor de Matemática da Educação Básica. E o público embarca nessa: a matemática importante (para qualquer coisa) é a que os matemáticos acham importante. Afinal, os matemáticos são os que sabem Matemática.

No entanto, dentro da Educação Matemática, um fenômeno cada vez mais comum tem sido questionar a formação matemática do professor, embora isso venha ocorrendo apenas há algumas décadas. Antes de 1980, apenas para dar uma data razoável, a gente discutia só o chamado bloco das disciplinas integradoras, que já era próprio da Educação Matemática. Cálculo para a Licenciatura em Matemática, isso não era passível de discussão, não fazia sentido questionar. Ainda é difícil desafiar a formação matemática do professor; a matemática do professor é vista a partir da matemática dos matemáticos, mas hoje já é possível dizer isso tudo que digo aqui.

Bom, acho que tem outras coisas que fazem a gente ser minoria. Há pontos de vista sobre o que seja Matemática, sobre o papel da Matemática na sociedade atual, sobre o papel da escola na sociedade etc. O modo de conceber essas coisas acaba se misturando com uma determinada visão da formação do professor de Matemática da Educação Básica e há maneiras dominantes de pensar sobre tudo isso. Quem pensa diferente do que é dominante é minoria, obviamente.

É ameaçador separar a matemática escolar da matemática acadêmica. Por quê? Enquanto tudo é visto como uma coisa só (Matemática, com maiúscula), fica mais fácil impor os valores vigentes, manter o domínio sobre a formação do professor. Na minha tese, certos valores da matemática acadêmica são questionados, são percebidos como intransferíveis para a matemática escolar (entendida como a matemática do professor da escola, não como a matemática que o aluno aprende na escola). Para dar um exemplo simples, um valor fundamental para o matemático é a prova rigorosa. E tem razão, pois no contexto da produção matemática de fronteira, a demonstração tem que convencer a comunidade matemática, portanto se não for rigorosamente sabatinada não passará. Já no contexto do trabalho do professor da Educação Básica, o argumento pode ter como objetivo convencer um aluno do sexto ano do Ensino Fundamental, com doze ou treze anos de idade e uma experiência matemática limitada a essa idade. Você pode elaborar um bom argumento visando o convencimento de um aluno do sexto ano e esse mesmo argumento ser visto como inválido para o convencimento da comunidade científica dos matemáticos. Quando o aluno do sexto ano estiver no nono ano, talvez você tenha que argumentar de outra maneira, ou ele mesmo vai questionar seu argumento.

Do ponto de vista pedagógico, a demonstração continua sendo um argumento que convence, mas deve ser feita para produzir o convencimento daquele aluno que está aprendendo, não necessariamente seguindo os cânones de convencimento da comunidade dos matemáticos profissionais. Existem vários outros exemplos. O fato é que se você adota, na escola, um valor como esse da demonstração rigorosa, pode ser que ninguém se convença e acabem todos aceitando o fato como um argumento de pura autoridade. Mais ou menos assim: "não entendi o argumento, mas deve ser verdade porque existe uma demonstração aceita pelos matemáticos". São valores que fazem sentido num caso e não fazem noutro, mas se você não distingue a matemática própria para cada caso, fica difícil distinguir os valores a serem adotados numa situação de ensino escolar e aqueles legítimos numa situação de trabalho com a matemática acadêmica.

Uma observação: o termo matemática escolar, no sentido que é usado aqui, ficou quase impróprio, porque a matemática escolar já é referida como aquela matemática que o aluno da escola aprende (ou espera-se que aprenda). Quando eu uso a expressão matemática escolar como saber da formação do professor, estou pensando em muito mais do que isso. O uso da expressão "matemática escolar" como referida à matemática da escola, aquela que o aluno aprende (ou deveria aprender) na escola, é praticamente universal; quando se fala matemática escolar todo mundo pensa a mesma coisa. Mas no meu trabalho, quando defini matemática escolar quis me referir à Matemática que o professor precisa conhecer para trabalhar aquela matemática da escola, não é apenas a matemática que o aluno aprende (por exemplo, o professor precisa saber várias justificativas para um fato matemático; o aluno, em princípio, não). Em suma, a matemática escolar a que me refiro, é a Matemática que prepara o professor para o exercício profissional docente na Educação Básica. O professor não tem que usá-la, necessariamente, em sua sala de aula, mas o processo de formação não pode deixar de trabalhar essa Matemática, no meu modo de ver. O que o professor vai usar na sua prática é outra questão, depende de mil circunstâncias. Faço essa observação para não soar prescritivo. Algumas vezes posso me referir a ela como a matemática do professor.

Voltando à questão da distinção entre a matemática escolar (matemática do professor) e a matemática acadêmica, se não fazemos essa distinção, a primeira é vista como parte elementar da segunda. Supõe-se que a matemática do professor esteja inteiramente contida na matemática do matemático (e isso também tem a ver com o prestígio social diferenciado das duas profissões). Tomemos a questão da comutatividade da multiplicação de naturais. Na matemática acadêmica demonstra-se formalmente isso, com base na definição de multiplicação e nos axiomas de Peano. Mas uma demonstração dessa não serve para convencer um aluno da Educação Básica e, portanto, não faz parte, a meu ver, da matemática do professor.

É importante separar, por causa disso, não é separar por separar, mas porque é fundamental que o professor da escola possa distinguir o que é conhecimento matemático relevante, do ponto de vista de sua profissão, e o que é conhecimento matemático relevante, do ponto de vista acadêmico.

Em termos gerais, uma pergunta fundamental para a formação do professor da escola na Licenciatura é a seguinte: a matemática acadêmica tem alguma importância para o exercício da profissão docente escolar? Se tiver, ou melhor, o que tiver importância, incorpora-se à formação do professor (dentro, sempre, das prioridades que determinam as escolhas), o que não tiver importância deixa-se de lado, prioriza-se aquilo que tem reflexos diretos na prática docente escolar. Essa linha de raciocínio faz com que entendamos a formação docente de forma *autônoma*, isto é, que estamos formando pessoas para um determinado trabalho profissional e priorizamos o conhecimento matemático importante na execução desse trabalho. Não é o matemático que vai dizer o que é importante; o matemático exerce outra profissão. Então, matemática acadêmica para a formação do matemático e matemática escolar para a formação do professor. Têm algo em comum, mas não se fundem numa mesma coisa.

Esse tipo de visão causa problemas para os matemáticos porque o “controle” sobre a formação do professor fica mais difícil. No que a matemática do professor é vista como parte da matemática acadêmica, o matemático tem controle sobre o processo de formação docente. Se se separa e entende-se a matemática escolar como uma matemática própria do professor, matemática específica da formação de professores, aí já não é a expertise dos matemáticos que tem importância.

Outra questão ainda resta: no que separou, você começa a questionar a formação. Essa matemática, esse Cálculo está aí porque ele é da matemática acadêmica; se a gente concebe a matemática escolar, a matemática do professor, de outra maneira, então vamos ver se, dentro dessa nova concepção, o Cálculo seria realmente importante. Você tem outros parâmetros para avaliar a relevância na prática do professor da escola. "Ah, é muito importante porque possibilita resolver problemas, tem muitas aplicações em várias áreas da Matemática, fora da Matemática também. É um elemento da cultura matemática". Para o professor da Educação Básica, esse argumento pode não ser relevante. Os parâmetros que vão me orientar na avaliação do papel do Cálculo no currículo da formação do professor são outros. Separadas as matemáticas acadêmica e escolar, posso argumentar assim: quando misturamos, vira uma coisa só, entende?

Por último, essa coisa dos vínculos: "a matemática da formação deve ser a matemática acadêmica, mas vinculada com a matemática escolar". Olha, você pode vincular qualquer coisa com qualquer coisa. Você pega as operações com os números inteiros, por exemplo. Isso está ligado à ideia de grupo, os inteiros formam um grupo com a operação de adição. Assim, a adição de números inteiros tem a ver com uma estrutura algébrica abstrata, com ser comutativa, associativa, ter elemento neutro, simétrico. Considerando também a multiplicação, pode-se ver que o conjunto dos inteiros está ligado à estrutura anel. Isso vai acabar justificando o estudo dos anéis na Licenciatura. Então tem que estudar anel para ser professor da Educação Básica?

Aí pode-se incluir qualquer coisa na formação do professor da escola, desde o Cálculo até as funções de variável complexa, passando pela Análise Real e outras disciplinas, tal como se vê atualmente. Você me fala qualquer conceito da matemática avançada, por exemplo, o conceito de variedade compacta. É fácil fazer algum tipo de ligação desse conceito com conceitos importantes do currículo da matemática ensinada na escola (uma esfera, por exemplo, é uma variedade compacta). Mas é artificial. Se fôssemos seguir essa toada, teríamos que ensinar Teoria de Galois na Licenciatura, já que o professor vai ensinar equação do segundo grau na escola, vai apresentar uma fórmula para achar suas raízes, mas deve saber que não existe fórmula para resolver equações de grau maior ou igual a cinco.

E o que nós, educadores matemáticos, vamos dizer? O poder de decisão volta a quem conhece a matemática acadêmica, é um jogo político. A meu ver, essa visão da formação do professor da Educação Básica (matemática acadêmica "vinculada" à matemática escolar) é reacionária, é conservadora. E romper com ela é um processo muito difícil, mas que está caminhando (dentro das possibilidades) nas instituições formadoras. Não se trata de romper por romper. Trata-se de fundamentar uma visão da matemática da formação do professor da Educação Básica mais voltada para as questões da prática desse profissional e não da prática do matemático.

Essa história de não distinguir a matemática acadêmica da matemática escolar e de procurar ligações entre elas, é um movimento contrário ao que tem se esboçado nos últimos trinta-quarenta anos em certos segmentos da Educação Matemática internacional. Embora não se tenha produzido um consenso em torno de uma posição de distinção clara entre matemática acadêmica e matemática escolar, tem-se caminhado na direção de conceber a matemática da formação do professor como um conhecimento específico desse profissional (ver, por exemplo, os nomes utilizados por autores da comunidade: Mathematical Knowledge for Teaching, da Ball e seus colaboradores, matemática dos matemáticos e matemática do professor, de acordo com o professor Romulo Lins etc.).

Colocar uma oposição total entre essas duas matemáticas também não é o caso, a meu ver. Mas acho que é importante distingui-las, para conquistar autonomia dentro desse mundo da formação do professor, como disse anteriormente. Se tiver alguma coisa da matemática acadêmica que "faça bem" à formação do professor, do ponto de vista de contribuir para sua prática profissional, tudo bem, vamos considerar. Exatamente como no caso do Cálculo: aparecendo estudos empíricos que mostrem que, se um professor da Educação Básica souber derivada e integral e conhecer as ideias do Cálculo, conseguirá tratar melhor as questões que aparecem em sua prática docente escolar, então vamos pensar em selecionar o Cálculo para o currículo da Licenciatura.

Como já disse várias vezes, não tenho essa coisa de "pode" ou "não pode". Gosto da distinção entre matemática acadêmica e matemática escolar, porque com ela a coisa fica um pouco mais clara, você consegue criticar melhor a formação hoje vigente e tem parâmetros mais sólidos, a meu ver, para propor mudanças. Se você não tem parâmetros-base, fundamentos sólidos, com que argumento vai defender a ideia de que o Cálculo deve ser obrigatório no curso de Licenciatura? Partindo da distinção entre matemática acadêmica e matemática escolar, posso criticar argumentos como: "o Cálculo é importante na matemática, então tem que fazer parte do currículo da Licenciatura".

Por outro lado, reduzir a questão da participação da Educação Matemática na formação do professor a um "como ensinar", me parece muito complicado. Pega lá um tema qualquer da matemática da escola, multiplicação e divisão de números naturais, por exemplo. Será que é possível separar "o que" você trabalha sobre esse tema do "como" você trabalha esse tema? Se um professor concebe a Matemática que vai ensinar a partir de certos valores, entende-se, de uma dada maneira, o processo de aprendizagem que desencadeia junto a seus alunos e, de acordo com esses valores e esse entendimento, planeja e desenvolve o ensino da Matemática na escola. Então o trabalho desse professor vai necessariamente priorizar certos aspectos do tema em detrimento de outros. E o "o que" esse professor ensina será uma coisa.

Se outro professor tem outra concepção de ensino e de aprendizagem escolar do tema, planeja e desenvolve suas aulas de acordo com essa outra concepção, então, seguramente, vai priorizar outros aspectos e o "o que" ensina será outra coisa. Só para dar um exemplo: uma coisa é trabalhar a multiplicação e divisão de números naturais a partir da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, levando em conta as diferentes classes de problemas do campo multiplicativo; outra coisa é trabalhar o mesmo tema a partir de definições, demonstrações das propriedades, dos algoritmos canônicos e das "aplicações". As diferenças não se restringem apenas ao "como ensinar". No meu modo de ver, está tudo misturado, é quase impossível dizer que esses dois professores hipotéticos estariam ensinando a mesma coisa e que a diferença seria só o "como estão ensinando".

No caso do Cálculo, a discussão é ainda mais complicada. "Vamos dar um curso de Cálculo, mas na hora de estudar as funções vamos trabalhá-las como se fosse na escola básica". No meu modo de ver, isso não vai acontecer, porque num curso de Cálculo não tem sentido estudar as funções sem utilizar conceitos como derivada e integral. O Cálculo Diferencial e Integral é essencialmente explorar a ideia de "aproximar localmente” uma função “qualquer” por uma linear e construir conhecimentos sobre a função aproximada, a partir do que já se conhece para o caso da função linear. Essa ideia, dita assim, parece simples, mas envolve uma diferença grande em relação ao modo de pensar a matemática da escola básica. Então fica aquela coisa: como a gente vai estabelecer um vínculo? Lá na escola é assim e aqui na universidade é desse outro jeito. E esse “outro jeito” da universidade (para quem está estudando Cálculo) pode não ter nada a ver com o “assim” da escola, ainda que se possa, forçada e artificialmente, identificar vínculos entre eles.

Por exemplo, pode-se dizer que no Cálculo, assim como na escola, estudam-se funções reais e, portanto, espera-se que o aluno aprenda sobre os números reais e sobre as funções estudando Cálculo. Que no Cálculo é importante saber se uma derivada é positiva ou negativa e, portanto, o licenciando aprende a resolver inequações, coisa que vai ensinar na escola. Mas, isso é realmente um vínculo “honesto” ou uma “forçação de barra”? Como já disse, vínculos assim são sempre possíveis, mas perdem o sentido frente a uma discussão séria a respeito da efetiva contribuição da formação do professor para a sua prática docente escolar.

Será possível, honestamente, trabalhar as duzentas e quarenta horas das disciplinas de Cálculo, cujas ementas incluem derivadas de funções de uma e de várias variáveis, integrais duplas e triplas, teoremas de Green, Gauss e Stokes, derivadas parciais, entre outros tópicos, de um modo (ou seja, de acordo com um “como ensinar”) que tenham reflexos identificáveis e efetivos na preparação do licenciando para a sua prática profissional na escola? No meu modo de ver, pode até ser possível, mas não seria eficiente, considerando o objetivo de formar para a docência escolar. Esse objetivo exige mais do que uma vinculação forçada, demanda uma opção eficaz, que utilize essas duzentas e quarenta horas curriculares para trabalhar uma matemática diretamente voltada para o ensino escolar (CCK, SCK, KCT e KCS, as categorias do MKT da Ball e seus colaboradores, por exemplo). Será que o ensino do Cálculo seria mais eficiente do que esse conhecimento matemático para o ensino, na preparação do futuro professor da Educação Básica?

TEXTO 9

Não sei se existe um modelo que consiga descrever como deve ser uma disciplina de Cálculo para a Licenciatura em Matemática

O último professor entrevistado é bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá, fez mestrado em Matemática Pura na mesma instituição e doutorado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Atualmente é professor da Universidade Federal de Santa Catarina. Ele prefere ser chamado pelo codinome Saulo Freitas.

A escolha desse professor deu-se por sua formação em Matemática Pura, diferente dos professores anteriores ligados à Educação Matemática. Além disso, por conhecê-lo (fizemos graduação juntos), tive mais facilidade em convidá-lo para que sua fala fizesse parte desta pesquisa. Lembro-me de que ele era um ótimo aluno, tirava notas altas nas disciplinas matemáticas e tinha grande potencial para tornar-se matemático.

Quando soube que ele iria dar um curso em Maringá, na UEM, enviei uma mensagem combinando o dia e local para nos encontrarmos. Sabia que seria corrido por causa do tempo que ele tinha, mas mesmo assim foi possível realizarmos a entrevista. Marcamos o encontro numa espécie de *Café Literário*, um lugar em que havia alguns livros sobre umas estantes que ficavam próximas as mesas, sendo possível desfrutar de um bom café, ou chá, comer um pão de queijo, escolher um livro e relaxar. Era próximo à universidade. Conversamos um pouco sobre nossas vidas e sobre projetos futuros. Pedimos café, era depois do almoço, um pouco antes do professor Saulo ter que voltar para continuar seu curso. Expliquei que faria apenas uma pergunta, mas que poderia fazer outras, caso quisesse uma explicação mais detalhada sobre algo que seria dito. Ligo o gravador, pergunto, então: "*Como você pensa que deveria ser uma disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática*", entre um gole e outro no café, ele me conta:

O primeiro momento que percebo, quando vou dar aula em uma Licenciatura, é que os alunos não chegam com uma boa formação em Matemática. Acredito que seja devido aos problemas educacionais que vêm da escola. Como consequência, o vestibular não seleciona bem os alunos, e como o *campus* é novo a concorrência do vestibular é muito baixa. Então, a pessoa faz a inscrição e acaba entrando em qualquer curso (aqui no nosso campus) sem saber se ela tem vocação para o mesmo. Deste fato, muitos alunos daqui estão fazendo a universidade porque foi/é a única oportunidade que eles tiveram, e, muitos deles, não sabem realmente se é aquilo que querem para a vida.

Nos primeiros meses de aula do semestre que acontecem, percebemos uma evasão muito grande de alunos, porque é um choque de realidade: os alunos chegam achando que o ritmo é como se fosse da escola e é um pouquinho mais acelerado. Por conta disso, a área de Licenciatura criou a disciplina de Pré-Cálculo, com o objetivo de tentar nivelar um pouco esses alunos que chegam com a Matemática um tanto quanto defasada. Por isso, acredito que o Pré-Cálculo é essencial na formação desses estudantes.

Na ementa do Pré-Cálculo, trabalha-se com conceitos de matemática básica do Ensino Médio, como operar números, relações, depois se introduz o conceito de função e trabalha-se com funções especiais (por exemplo, logaritmo e exponencial), para, em seguida, os alunos aprovados nessa disciplina irem para o Cálculo. De fato, o Pré-Cálculo tenta apresentar os conceitos da escola básica de maneira mais clara e correta, tenta tirar do aluno o medo da Matemática, mostrando que a Matemática não é tão obscura. O intuito é que se tente evitar a saída dos estudantes do curso logo no primeiro ano.

A disciplina de Cálculo I trabalha com os conceitos de função, domínio, imagem, limite, continuidade, derivada e apenas o Cálculo II vai falar da parte de integral. Como eu não sou da área de Educação Matemática, não sei dizer muito bem como deveria ser e como dever-se-ia ensinar esses conteúdos. Eu digo isso no seguinte sentido: se é voltado para a escola básica e/ou pós-graduação (tanto em Educação Matemática quanto em Matemática Pura).

Na minha visão, toda vez que eu dou um curso, eu tento fazê-lo voltado para uma formação geral do aluno, não pensando numa formação que direciona só para a Educação Básica, isto é, tento dar um curso que ofereça uma formação básica e também uma formação que possa oportunizar o aluno a fazer uma pós-graduação. Nesse sentido, para dar uma formação que atinja a escola, eu tento dar um pouco de contexto histórico sobre aquilo que está sendo estudado. Tento discutir qual foi a importância, por que aquele conteúdo surgiu, o que acontecia no contexto histórico da época para se estudar aqueles conceitos. No sentido de preparar o aluno para a pós-graduação, sigo uma linha (baseada na minha formação) um pouco mais tradicional (definição, resultados e exemplos). Não sei se existe exatamente um modelo que consiga descrever como deve ser uma disciplina de Cálculo para Licenciatura em Matemática, no meu caso tento dar um curso que ofereça as formações que comentei.

A minha visão sobre como é a formação dessa disciplina também se estende para as demais, como o Pré-Cálculo, Cálculo I, Cálculo II, ... Todas elas, de uma certa forma, caminham juntas. Acredito que a disciplina de Cálculo possa ser uma das principais que existe dentro da academia, porque é com ela que a gente consegue descrever cenários por meio da modelagem, utilizando a Matemática. Para quase tudo que imaginamos, o Cálculo fornece ferramentas capazes de descrever a natureza das coisas. Digo isso, dentro da própria natureza da Tecnologia, da Informação, da Biologia, da Química e da Física. Sem o conteúdo de Cálculo, a gente não consegue modelar problemas e explicar o que acontece ao nosso redor.

Os conteúdos do Cálculo são importantes, só que eu acho que não deve existir um roteiro dizendo assim: “ah, esse conteúdo tem que ser dado desse jeito, esse outro conteúdo tem que ser dado desse outro jeito”. Eu acredito que não deve acontecer dessa forma, tudo depende do professor. O que eu penso é que o que deve acontecer, como aqui na universidade, é ter o Pré-Cálculo antes do Cálculo. Se caso a disciplina de Cálculo I começar com funções, limite, continuidade, derivada, ok, mas que tenha um Pré-Cálculo antes para explicar de maneira mais concreta e exata, os conceitos de funções, para o aluno chegar no Cálculo I familiarizado com esses conteúdos.

Como eu acredito que não deve existir uma regra de como dar cada conteúdo, creio que o maior responsável pelo aprendizado dos alunos e de influenciá-los no estudo seja o professor. A maneira que o professor apresenta os conteúdos faz com que os alunos possam compreendê-lo ou não. Isso depende de cada professor, independente de o professor dominar todo o conteúdo. Por exemplo, digamos, que o professor é um ótimo matemático, extremamente brilhante, pode ser que ele não consiga apresentar os conteúdos de uma forma tão simples. Por outro lado, podem existir professores que não são matemáticos brilhantes, mas são fantásticos ensinando determinado conteúdo, prendem a atenção de todos, dão exemplos simples, claros e as coisas acontecem. Então, é nesse sentido que eu falo que não deve existir uma regra, porque isso cabe muito ao professor. Cada professor tem o seu estilo e a sua maneira de apresentar o conteúdo. Portanto, acho que é isso que influencia na forma de como ensinar o Cálculo para uma Licenciatura.

Sobre a estrutura da disciplina de Cálculo, devido a minha própria formação (acredito que todos os professores vêm influenciados, também, pela sua própria formação), eu não mudaria nada, digamos, da ementa de Cálculo. Para mim continuaria a mesma, tendo: funções, limites, continuidade, derivada e integral. Não precisa ser necessariamente nessa ordem, mas o conceito de função tem que vir primeiro. Não tem como introduzir os outros conceitos sem saber o de função, pois eles dependem diretamente das funções. O Cálculo é o estudo de funções, é o comportamento delas.

Em resumo, acredito que os conteúdos deveriam ficar como estão e a formação de cada estudante da Licenciatura em Matemática, deve-se muito ao professor, que é o grande influenciador. E aí cabem aquelas questões que eu já falei, de o professor ser um ótimo professor para dar aquele conteúdo (ou não). Eu acho que, para mim, esse é o principal diferencial.

Já dei a disciplina de Cálculo, também, para Engenharia e para Química. Para cada curso, eu olhei a ementa para montar a disciplina. Por exemplo, no caso das Engenharias, eu ia em busca de exemplos mais aplicados na Engenharia. Quando eu estava na Química, procurei exemplos que eram mais aplicados na área de Química. Nos dois cursos eu também dei a disciplina de Equações Diferenciais. Na área de Engenharia, busquei exemplos de como se esquenta um determinado material, como se espalha o calor, então a gente modelou o problema em cima disso. Na Química eu já dei exemplos do crescimento de bactérias que poderia acontecer em uma determinada região, como que se comportava esse crescimento, se esse crescimento ia parar ou se não ia. Para cada disciplina eu sempre tentei ir em busca de exemplos voltados para a própria área. Mas a parte teórica, geral, foi dada praticamente da mesma forma. A parte de aplicações que muda o enfoque.

Outra coisa que se diferencia de curso para curso é o modo de avaliar. Eu tinha pesos e medidas diferentes para as Engenharias e para as Licenciaturas. Até porque a gente olhava também o aspecto humano que acontecia em ambos os cursos: o curso de Licenciatura é noturno e muitos alunos trabalham durante o dia; então, a maneira de cobrar era um pouco diferente do pessoal da Engenharia, que estava totalmente disposto a apenas estudar, a grande maioria não trabalhava, estava ali o tempo todo, era um curso diurno. A maneira de cobrar é um pouco diferente, mas os conteúdos apresentados são os mesmos, exceto a modelagem dos exemplos. É isso.

TEXTO 10

Discutir sobre currículo é necessário, mas ainda não é suficiente

Desde que participei da palestra do professor Miguel Arroyo em um evento no ano de 2016, percebi que uma discussão sobre currículo em minha tese seria necessária para entender o currículo da formação inicial de professores de Matemática, a maneira como é estruturado, sobre o que ou quem decide o que deve estar no currículo, o que deve ser levado em conta, etc. Depois de entrevistar os seis professores, essa vontade só veio para confirmar que não teria como deixar de fazer essa discussão neste trabalho. Sei que não se trata de um assunto simples, neutro, que diz respeito somente à organização dos conteúdos e de como abordá-los, mas que envolve questionar o porquê daqueles conteúdos, daquelas disciplinas, sabendo que existe ali uma disputa de poder e de território. Para isso, dediquei meu tempo a estudar a respeito desse tema. Peguei alguns livros[52] na biblioteca da universidade e baixei alguns artigos de sites de revistas brasileiras. Só então notei o quanto é amplo o rol de pesquisas que tratam de currículo.

Eu pensava "*o que podia ter de tão sério no currículo para haver uma disputa?*". Ao ouvir Arroyo em sua palestra dizer que a educação, da maneira que está, não poderá mudar o mundo, mas o que definitivamente influencia essa mudança é a economia, senti que minha profissão como professora não faria muitas mudanças e diferença na sociedade. Por nunca ter lido algo mais aprofundado sobre currículo, não poderia entender o que Arroyo estava querendo dizer (o que poderia estar sustentando sua fala), ou seja, a *direção em* que ele falava era uma que eu desconhecia.

Sendo assim, poder-se-ia questionar agora: o que é currículo? Seleciono uma definição que mais me agrada para apresentar aos meus leitores e a partir disso desenvolvo meu texto? Trato logo de dizer que currículo é uma questão de poder sem ao menos explicar que existam perspectivas que defendem isso? Não, isso não faz muito sentido, porque escolher uma "definição" para esse termo, significa responder o que uma

---

[52] Para leituras sobre currículo, recomendo os seguintes livros: *Documentos de Identidade: uma introdução às teorias do currículo*, do Tomaz Tadeu da Silva; *Currículo, Cultura e Sociedade*, dos organizadores Antonio Flavio Barbosa Moreira e Tomaz Tadeu da Silva; *Currículo na Contemporaneidade: incertezas e desafios*, dos organizadores Regina Leite Garcia e Antonio Flavio Barbosa Moreira; *Currículo: debates contemporâneos*, dos organizadores Alice Casimiro Lopes e Elizabeth Macedo; e *Currículo, território em disputa*, do Miguel Arroyo.

teoria pensa sobre o que é o currículo, sendo uma abordagem mais histórica do que ontológica. O que fica evidente nas leituras que fiz, é que não existe uma melhor definição de currículo, mas quais questões uma teoria do currículo busca responder.

Pode-se dizer que existem três momentos das teorias do currículo[53]: as teorias tradicionais[54], as críticas[55] e as pós-críticas[56]. As teorias tradicionais estavam mais preocupadas com as formas de organizar e elaborar o currículo, do que questionar sobre os arranjos educacionais. O livro que marcou o currículo como campo de estudos foi escrito por Bobbitt, em 1918. Nessa época, havia uma mobilização econômica, política e cultural sobre responder quais as finalidades da escolarização de massas: formar trabalhadores ou proporcionar uma educação geral? Seu modelo era conservador e estava voltado para a economia, sendo que a escola devia funcionar como uma empresa. O modelo de Bobbitt foi consolidado por Ralph Tyler ao publicar, em 1949, um livro que dominaria o currículo dos Estados Unidos e de outros países pelos próximos quarenta anos. Outra vertente tradicional, mas dita progressista, foi liderada por John Dewey, que estava mais preocupado com a democracia do que com a economia. Tanto os modelos de Bobbitt e Tyler, quanto o de Dewey, buscaram atacar e questionar o currículo clássico humanista, herdado da Antiguidade Clássica (SILVA, 2015).

As teorias críticas[57] surgem ao redor do mundo a partir de vários movimentos que ocorreram na década de 1960, em busca de uma renovação na teoria educacional. Enquanto as teorias tradicionais limitavam-se a como fazer o currículo, as teorias críticas levantaram questões sobre os arranjos sociais e educacionais, com o intuito de compreender o que o currículo faz. Algumas teorias críticas, por exemplo, tinham fundamentos marxistas que enfatizavam a ligação que existia entre a escola e a

[53] Não pretendo me alongar em demais explicações a respeito de tais teorias e seus principais representantes. Faço um pequeno resumo para que o leitor esteja ciente de que essas teorias existem. Meu objetivo é buscar legitimidades que me permitam falar posteriormente sobre a disciplina de Cálculo na Licenciatura em Matemática. Para maiores esclarecimentos a respeito dessas teorias, sugiro fortemente a leitura do livro *Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo*, do Tomaz Tadeu da Silva.

[54] De acordo com Silva (2015), os principais conceitos enfatizados pelas teorias tradicionais são: ensino, aprendizagem, avaliação, metodologia, didática, organização, planejamento, eficiência, objetivos.

[55] Os principais conceitos tratados pelas teorias críticas, segundo Silva (2015), são: ideologia, reprodução cultural e social, poder, classe social, capitalismo, relações sociais de produção, conscientização, emancipação e libertação, currículo oculto e resistência.

[56] Para as teorias pós-críticas, Silva (2015) apresenta os principais conceitos: identidade, alteridade, diferença, subjetividade, significação e discurso, saber-poder, representação, cultura, gênero, raça, etnia, sexualidade, multiculturalismo.

[57] Silva (2015) apresenta uma breve cronologia: em 1970 Paulo Freire, Louis Althusser, Pierre Bourdieu e Jean-Claude Passeron, em 1971 Basil Bernstein e Michael Young, em 1976 Samuel Bowles e Herbert Gintis, William Pinar e Madeleine Grumet, em 1979 Michael Apple.

economia, como Louis Althusser que destaca que os conteúdos escolares transmitem uma ideologia capitalista (SILVA, 2015).

Na mesma época, os sociólogos Pierre Bourdieu e Jean-Claude Passeron, utilizam de metáforas econômicas para se referirem ao funcionamento da escola, na qual seu currículo está baseado na cultura dominante, que tem maior prestígio e valor social. Por meio da reprodução cultural dominante, há uma exclusão daqueles que pertencem às classes dominadas. Outro movimento surge, chamado reconceptualização, como teorias da fenomenologia e hermenêutica, que utilizam estratégias interpretativas de investigação, com ênfase nos significados subjetivos dados pelas pessoas em suas experiências pedagógicas e curriculares (SILVA, 2015).

Outra teoria, baseada nas análises sociais marxistas, foi elaborada por Michael Apple. Para ele, a ligação entre a economia e o currículo não é determinada de maneira simples e direta. O currículo é determinado por uma seleção a partir de interesses de grupos dominantes. Sua preocupação está em saber qual conhecimento é considerado verdadeiro, ao invés de questionar qual conhecimento é verdadeiro, ou por que alguns conhecimentos são considerados legítimos em relação a outros, considerados ilegítimos. Sua análise torna-se política devido à ênfase dada às relações de poder (SILVA, 2015).

No Brasil, Paulo Freire não desenvolveu uma teoria específica de currículo, mas fez algumas discussões ao longo de suas obras. Ele defendia que as pessoas envolvidas no ato pedagógico, devem participar da construção dos seus próprios significados, tornando-se a fonte primária para constituir o conteúdo programático do currículo. No entanto, ele também salientava as estreitas relações entre a pedagogia e a política, entre educação e poder. Freire também faz uma crítica à "educação bancária", assim como a distinção entre cultura erudita e cultura popular, propondo que cultura não deveria ser definida por critérios estéticos ou filosóficos, permitindo a cultura popular ser legítima para fazer parte do currículo (SILVA, 2015).

O movimento da Nova Sociologia da Educação, que aconteceu na Inglaterra com Michael Young e cuja ênfase estava na crítica sociológica e histórica dos currículos; assim como Basil Bernstein, que propôs a realização do conhecimento educacional a partir dos sistemas de currículo, pedagogia e avaliação, além de questionar as relações estruturais que existem em diferentes tipos de conhecimentos que constituem o currículo e sua ligação com princípios de poder; e a noção de currículo oculto, também fizeram parte das teorias críticas (SILVA, 2015).

As teorias pós-críticas vêm ampliar e modificar as teorias críticas. O movimento multiculturalista traz à discussão política a diversidade cultural através da Antropologia, que contribuiu para aceitar a ideia de que não se pode ter uma hierarquia entre as culturas humanas, sendo elas epistemológica e antropologicamente equivalentes[58]. As implicações curriculares dessa visão mostram um combate contra o currículo universitário que privilegia a cultura branca, masculina, europeia e heterossexual (SILVA, 2015).

As teorias críticas sobre educação e currículo focavam suas análises na reprodução cultural da desigualdade na sociedade capitalista, mas ignoravam questões como gênero e raça nesse processo de reprodução da desigualdade. Com o avanço do movimento e teorização feminista, começou-se a dar importância ao papel do gênero e a mostrar que a sociedade, a ciência e o currículo são estruturados de acordo com as características do gênero dominante: o masculino. O que também se ignorava nas teorias críticas, eram as questões de raça e etnia em relação ao currículo. Os estudos iniciais concentraram-se no acesso à educação e ao currículo, analisando fatores, por exemplo, que estavam relacionados com o fracasso escolar de alunos que pertenciam a grupos étnicos e raciais minoritários. O que não estavam considerando era o tipo de conhecimento do currículo que era oferecido a esses alunos (SILVA, 2015).

Passou-se então a problematizar o currículo, confirmando que existe um privilégio das identidades dominantes, e tratar como folclóricas as identidades dominadas. Tornar o currículo multicultural não pode ser feito adicionando informações sobre as culturas e identidades, mas tratando a diferença como uma questão histórica e política (SILVA, 2015).

Outro movimento das teorias pós-críticas é o pós-modernismo, que passou a questionar os princípios iluministas em relação ao pensamento social e político. O currículo existente está consolidado nas características modernas, porque é linear,

[58] Muitas das noções do Modelo dos Campos Semânticos parecem ir ao encontro das ideias pós-críticas, quando o professor Romulo Lins defende que não há hierarquia entre conhecimentos, que não há conhecimentos melhores ou piores do que outros, dando total importância à valorização de *conhecimentos*, sejam eles produzidos na academia, sejam eles produzidos na rua.

sequencial, disciplinar, fragmentado, estando baseado na separação de "alta" cultura e "baixa" cultura, entre conhecimento científico e conhecimento cotidiano[59]. O pós-modernismo desconfia dos princípios de emancipação e libertação do sujeito, defendidos pela pedagogia crítica. O movimento pós-estruturalista mostra uma continuidade e, ao mesmo tempo, uma transformação do estruturalismo, com ênfase na linguagem como sistema de significação. O que se entende hoje por pós-estruturalista, deve-se aos trabalhos de Foucault e Derrida. Nesse movimento, conhecimento e currículo são indeterminados e possuem relação com o poder. Ao desconfiar de definições ditas "verdadeiras", o pós-estruturalismo questiona porque algo é verdadeiro. São essas noções de verdade que são a base das concepções de conhecimento que constituem o currículo contemporâneo (SILVA, 2015).

A teoria pós-colonial junta-se às teorias pós-moderna e pós-estruturalista para analisar a posição atual privilegiada do sujeito imperial europeu. Para isso, analisa as relações de poder das diversas nações colonizadas e suas heranças econômicas, políticas e culturais das conquistas europeias colonizadoras, e reivindicam, juntamente com outros movimentos, como o feminista e o negro, pela inclusão cultural de grupos nos quais suas identidades culturais e sociais são marginalizadas pela identidade europeia dominante. Em relação ao currículo, questiona-se como ele é ainda moldado pela herança epistemológica colonial, exigindo um currículo multicultural e descolonizado (SILVA, 2015).

Os Estudos Culturais analisam a cultura como forma global de vida, como campo de luta de significação social, nos quais diferentes grupos sociais, em diferentes posições de poder, lutam pela imposição de seus significados. As implicações dos Estudos Culturais para o currículo, permite-nos enxergar o conhecimento e o currículo como campos culturais. Ao conceber o currículo como artefato cultural, entende-se que a instituição do currículo e o conteúdo do currículo são invenções sociais e, por isso, não se pode deixar de lado as relações de poder que definem um determinado currículo e não outro, que o currículo tenha um determinado conhecimento e não outro. Um currículo baseado nos Estudos Culturais, privilegia a linguagem e o discurso no processo de construção, procura incorporar ao currículo as diversas pesquisas e teorizações das diversas formas de conhecimento, não havendo níveis de diferença entre o conhecimento

[59] Ou, indo mais além, entre a matemática do matemático e a matemática do professor de Matemática.

tradicionalmente considerado escolar e o conhecimento cotidiano das pessoas envolvidas no currículo (SILVA, 2015).

As teorias críticas e pós-críticas muito contribuíram para que possamos olhar o currículo de maneira diferente, não mais como antes, sendo que ambas as teorias nos ensinam que o currículo é uma questão de saber, identidade e poder. Como disse no começo do texto, não há uma melhor definição para currículo, mas podemos por meio das teorias, dos movimentos e perspectivas pensar sobre ele, sobre como ele está estruturado, sobre o que sustenta os atuais currículos da formação de professores, sobre os conhecimentos que são considerados relevantes para essa formação, sobre por que não há outros tipos de conhecimentos considerados também importantes em um currículo de Licenciatura, sobre quem estamos formando, sobre quem estamos excluindo.

Acredito que, nesse momento, entendo um pouco mais o que o professor Miguel Arroyo estava dizendo. A análise que ele faz do currículo é fundamentada numa economia política do poder, em um sentido marxista, que pertence às teorias críticas. Não quero com isso dizer se estou de acordo ou não com essa perspectiva, se meus ideais vão ao encontro das teorias críticas ou das pós-críticas, mas o que ambas contribuem para se pensar o currículo da formação de professores.

No livro "Currículo, território em disputa", Arroyo (2013) traz algumas considerações acerca das relações existentes entre a formação de professores, o currículo da Educação Básica, as avaliações externas e como isso se reflete na sociedade.

Arroyo (2013) diz que nunca houve tantas políticas oficiais, como se tem hoje, para tratar o currículo, tanto em âmbito nacional quanto internacional, com o interesse em avaliar de um modo único o que se ensina e o que se aprende em todos os países. Para isso, a formação docente também se volta para formar um profissional que siga fielmente os conteúdos definidos pelas diretrizes e avaliados pelas provas oficiais. Em consequência disso, as identidades dos professores acabam tendo, como referência, recortes do currículo e tanto professores quanto alunos são avaliados pelas competências que estão previstas no currículo. Talvez tudo isso esteja relacionado com a crescente consciência profissional, com a criatividade e autoria docente, havendo maior disputa (fiscalização) sobre o que se ensina, o que se trabalha e o que se inventa.

As identidades dos professores podem entrar em crise quando percebem que a realidade da escola se distancia das verdades científicas dos cursos de formação (ARROYO, 2013). Talvez, seja isso que percebi pelo relato da professora Sonia, ao dizer que, devido a sua formação não coincidir com a prática real, sua identidade como profissional entra em crise, sendo que ela mesma desvaloriza seu conhecimento, construído a partir de sua experiência. Como podemos esperar dos professores uma atitude crítica em relação aos conteúdos das matérias que lecionam, ou uma desconstrução da ordem estabelecida pelos livros didáticos, se a eles foi ensinado a cultuá-los como sagrados? Essa desvalorização da própria experiência percebida na fala da professora Sonia acontece com muitos outros professores da Educação Básica, pelo fato de que o conhecimento produzido na experiência da docência não é reconhecido no currículo de formação, e, portanto, não reconhece os professores como sujeitos de conhecimentos (ARROYO, 2013).

A questão que se coloca, então, é

> Qual a relação entre experiência social e conhecimento? O currículo é tratado como se fosse possível a separação entre experiência e conhecimento. A produção do conhecimento é pensada como um processo de distanciamento da experiência, do real vivido. (ARROYO, 2013, p. 116).

Quando reconhecemos que "todo conhecimento tem sua origem na experiência social" (ARROYO, 2013, p.117), conseguimos "entender por que as vivências dos educandos e dos educadores, as experiências das lutas, do trabalho e da condição docente são desprestigiadas e ignoradas, não apenas nos currículos, mas também nas políticas de valorização profissional" (ARROYO, 2013, p.117).

Outra questão que surge nessa discussão é

> 'que tipo de conhecimento vale mais?'. Embora pareça, a pergunta não é nada simples, pois os conflitos acerca do que deve ser ensinado são agudos e profundos. Não se trata 'apenas' de uma questão educacional, mas de uma questão intrinsecamente ideológica e política. (APPLE, 2013a, p. 49).

Além disso, Apple (2013b, p.71) acrescenta que o currículo "é sempre parte de uma tradição seletiva, resultado da seleção de alguém, da visão de algum grupo acerca do que seja conhecimento legítimo". Essa fala de Michael Apple remete-me muito à fala do professor Plinio Moreira, ao destacar a relação entre os matemáticos e os educadores matemáticos, a influência que ambos exercem no currículo do curso de Matemática e o prestígio social dissonante que ambos possuem.

No decorrer dos estudos e na elaboração deste texto, foram surgindo vários questionamentos: se o currículo privilegia uma cultura (branca, masculina, ocidental, ...), que Matemática é apresentada nos currículos?; por que privilegiar somente a Matemática como campo de conhecimento produzido?; por que se valoriza tanto a matemática do matemático?; por que não se valoriza o conhecimento produzido e acumulado por professores da Educação Básica?

Se podemos ter certeza de alguma coisa é a de que o currículo do curso de Licenciatura em Matemática foi e é pensado por grupos que têm considerado algumas disciplinas como legítimas para se formar o professor da Educação Básica. Apesar de muitas mudanças que vêm ocorrendo no currículo, as disciplinas "tradicionais" são mantidas, como o Cálculo Diferencial e Integral (e todas as demais relacionadas com ela), porque, na verdade, não se questiona sobre a permanência delas. Se queremos pensar uma formação adequada à Licenciatura, talvez devêssemos começar a pensar um novo currículo. Finalizamos esse texto, corroborando com a seguinte fala:

"o currículo continua fundamentalmente centrado em disciplinas tradicionais. Essa disciplinaridade constitui, talvez, o núcleo que primeiro deva ser atacado em uma estratégia de desconstrução da organização curricular existente" (MOREIRA; SILVA, 2013, p. 40).

TEXTO 11

Para uma formação matemática em Educação Matemática

Quando nomeei o texto anterior de "*Discutir sobre currículo é necessário, mas ainda não é suficiente*", estava pensando que uma discussão a respeito da formação matemática poderia complementar algumas ideias a respeito de currículo e talvez finalizar essa parte de produzir legitimidades para a disciplina de Cálculo antes de "entrevistar a Laís". Comecei a ler alguns textos que tratavam sobre isso (até porque meu interesse inicial sempre foi a formação matemática do professor de Matemática, quando, no início do doutorado, li textos do professor Romulo Campos Lins) e percebi que essa preocupação com questões referentes à formação de professores aconteceu a partir da década de 1980, mundialmente. Antes, quase nada se investigava sobre a especificidade e complexidade da formação para os professores que atuavam nos diferentes níveis de escolaridade. Ao ser considerado um ser reflexivo, pensante e capaz de construir sua própria prática é que o professor foi o âmago para o desenvolver de inúmeras pesquisas, sendo de interesse compreender "o que e como" pensam e "como" atuam (CABRAL, 2005).

Isso foi possível com o progresso das pesquisas em Educação Matemática, principalmente na área de formação de professores, quando do interesse envolvido nos saberes essenciais para a prática do futuro professor.

> A consolidação nacional e internacional da Educação Matemática como campo de conhecimento e o consequente desenvolvimento de uma literatura de pesquisa especializada na formação do professor de matemática vieram contribuir, decisivamente, para ampliar a compreensão a respeito dos saberes da profissão docente e, na mesma medida, dos saberes potencialmente relevantes para a formação na Licenciatura. (MOREIRA; FERREIRA, 2013, p. 984).

No Brasil, a preocupação em se discutir a formação dos profissionais que os cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática formam é notada há tempos, como vemos em Souza et al. (1995), que no trabalho "*Novas Diretrizes para a Licenciatura em Matemática*", apresentam documentos (Documento de Belo Horizonte), textos geradores e de conclusão de alguns eventos paulistas (I e II EPEM, I e II CEPFE), que ocorreram nos anos de 1989 a 1992.

Nesses eventos, diversas questões relacionadas à formação nos cursos de Licenciatura em Matemática foram tratadas, como ao reconhecer o distanciamento entre a formação do professor com a realidade da escola; ao observar que a concepção dominante da formação é essencialmente matemática; ao sugerir uma formação pedagógica além das/nas disciplinas específicas a fim de acabar com o rompimento Universidade-Escola; ao propor a execução de um projeto pedagógico contemplando o perfil do licenciando que se quer formar, direcionar qual conhecimento deve ser produzido, qual deve ser ensinado e como ensinar, redefinindo a Licenciatura e o Bacharelado, sendo necessária uma integração de todos os professores do curso; ao revelar que os alunos que chegavam à universidade apresentavam um desempenho deficiente ao que era esperado, recomendando-se instituir disciplinas nos cursos do Ensino Superior para suprir as deficiências; ao discutir a respeito da estrutura e do descaso das Universidades para com o declínio das Licenciaturas, em que se gera um efeito em cadeia, ao formar mal o profissional que atuará na Educação Básica que, por sua vez, estará formando mal o aluno que, futuramente, estará ingressando na Universidade; além de enfatizar sobre os fatores de ordem política, no âmbito da Universidade, que contribuem negativamente para o aperfeiçoamento das Licenciaturas (SOUZA ET AL., 1995).

Uma década após esses eventos, em âmbito nacional, no I SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática) ocorrido no ano 2000, o grupo de trabalho de Formação de Professores que Ensinam Matemática questionou sobre os modelos convencionais de formação de professores, destacando alguns problemas a serem superados, como a formação predominantemente teórica presente nos cursos, em que se desprezam o papel da prática na formação e a falta de coerência entre o modelo de formação dos cursos de Matemática e o modelo de ensino e aprendizagem que as disciplinas pedagógicas sugerem como necessário (SBEM, 2000).

No ano de 2004, o I Fórum Nacional de Licenciaturas em Matemática teve como tema “Currículos de Matemática para a Educação Básica no Brasil”, sugerindo como encaminhamento, dentre vários outros, a necessidade de articular a formação de professores com a implementação curricular em sala de aula, com o intuito de oportunizar aos formandos condições de opinar sobre propostas curriculares de forma mais eficiente (SBEM, 2004).

Esses relatos das primeiras edições dos principais eventos de Educação Matemática no Brasil são apenas alguns exemplos que nos mostram que há mais de vinte anos já se constatava a necessidade de se discutir o perfil do licenciando em Matemática, a dicotomia entre as formações que a Licenciatura e o Bacharelado oferecem, a importância de se ter uma interação entre a formação específica e a formação pedagógica, entre a Universidade e a Educação Básica.

Cyrino (2013) relata que o século XXI iniciou-se com novas propostas para as instituições do Ensino Superior, com a publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei n° 9.294/96, com o desenvolvimento de pesquisas sobre a formação de professores, com a publicação das Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática (Parecer CNE/CES 1302/2001) e também as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores em 2002 (Resoluções CNE/CP01 e CP02). Passados mais de dez anos da publicação desses documentos, a autora realizou uma pesquisa com o objetivo de analisar condicionantes da formação inicial de professores de Matemática, no cenário atual, no estado do Paraná.

Os cursos que se disponibilizaram participar (um total de quinze) desse trabalho, apresentam uma porcentagem de 56,5% da carga horária de disciplinas de "conteúdo matemático" e percentuais inexpressivos para disciplinas como "Fundamentos da Educação" e "Políticas Educacionais", evidenciando que é proporcionada "pouca informação e reflexão a respeito do contexto educacional e das políticas públicas vigentes, [...] que revela fragilidade na preparação para o exercício da profissão" (CYRINO, 2013, p. 10). Outro item analisado, por exemplo, refere-se à Prática como Componente Curricular, em que apenas quatro cursos não a apresentam no grupo de disciplinas de "conteúdo matemático". Apesar da publicação de documentos que orientaram a (re)elaboração dos Projetos Pedagógicos, parece não haver uma mudança substancial nos modelos de formação de professores, como relata Cyrino (2013), já que alguns cursos de Licenciatura em Matemática mantêm a tradição disciplinar.

Em relação aos estudos a respeito da formação matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática, Fiorentini e Oliveira (2013), Oliveira (2016), Linardi (2016) e Viola dos Santos (2016), explicitam que há poucos trabalhos sobre esse assunto, e os que tratam dele, muitas vezes, não discutem o conteúdo matemático, tomam-no como já estabelecido. A colocação de D'Ambrosio (2002) ainda se faz atual, ao afirmar que a impressão que se tem, é que há uma rejeição quando se trata de analisar a natureza do conteúdo que está ensinando. Ou, ainda, como diz Oliveira (2016), a matemática do matemático manifesta sua força nas próprias pesquisas sobre formação de professores, contribuindo para que seja mantida a visão de que a Matemática é inquestionável.

Sendo assim, fomos em busca de trabalhos que abordam essa temática. Em uma perspectiva que parte do conhecimento envolvido na prática docente, em confronto com o conhecimento matemático da Licenciatura, diferenciando conhecimento escolar e conhecimento acadêmico, são as pesquisas desenvolvidas por Moreira e David (2005, 2010). Para os autores, há uma distinção muito grande entre os modos de conhecer os objetos matemáticos, tanto para aqueles que estão sendo formados para trabalhar com a teoria matemática, quanto para os que serão formados para o trabalho educativo da Educação Básica. Em relação à matemática escolar e à prática profissional, os autores comentam

> A matemática escolar não se reduz a uma versão elementar e 'didatizada' da matemática científica. A prática profissional do professor de matemática da escola básica é uma atividade complexa, cercada de contingências, e que não se reduz a uma transmissão técnica e linear de um 'conteúdo' previamente definido. (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 51-52).

A ideia dominante da formação matemática presente nos cursos de Licenciatura em Matemática é orientada por uma matemática científica, deixando a cargo da experiência exterior à formação matemática, a articulação do processo de formação para com a prática escolar. A conexão da formação matemática do licenciando com a prática docente escolar, ainda está por se desenvolver, como apontam Moreira e David (2005), assim como a elaboração de propostas mais eficazes.

Fiorentini e Oliveira (2013), também acreditam que a matemática do professor se distingue, tanto em fins epistemológicos quanto em metodológicos da matemática do matemático, ao questionarem "qual o lugar da Matemática na formação do professor?". Para isso, defendem que o professor deve conhecer a Matemática de maneira "profunda" e "diversificada" como prática social, conhecendo-a além do campo científico, como a matemática escolar e as matemáticas das diferentes práticas cotidianas, a fim de proporcionar

> uma matemática que faça sentido aos alunos, ao seu desenvolvimento intelectual, sendo capaz de estabelecer interlocução/conexão entre a matemática mobilizada/produzida pelos alunos e aquela historicamente produzida pela humanidade. (p.924).

Quanto à formação pedagógica, essa deve ser pensada para além daquela proporcionada pelas disciplinas didático-pedagógicas, conforme ressalta Fiorentini (2005). Isso porque as disciplinas matemáticas formam, também, pedagogicamente o futuro professor. Muitos professores ainda pensam que não estão ensinando mais que a Matemática, passando despercebido que, em sala de aula, produzem suas crenças e valores, havendo um "currículo oculto" por trás da ação pedagógica de cada professor. Desse modo, a formação matemática em cursos como Cálculo, Álgebra ou Análise não oportunizam somente uma aprendizagem matemática, mas um modo de estabelecer relação com o conhecimento (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

Ponte (2002) também partilha da ideia de que o curso de formação inicial de professores de Matemática não seja congênere ao curso de Matemática para investigadores matemáticos, e ainda afirma que se os cursos não estiverem formando professores para as escolas reais, estará formando professores inadaptados, deslocados e inaptos a assumirem o papel de ser professor. Ao tratar do conhecimento que o professor que ensina Matemática utiliza em sua atividade profissional, Ponte (2000) indaga-se sobre a natureza desse conhecimento e qual lugar que o conhecimento matemático ocupa em tal conhecimento profissional,

> se para ser professor de Matemática é preciso saber Matemática, não é menos verdade que para se ser professor é preciso um *conhecimento profissional* que envolve, para além do conhecimento relativo às disciplinas de leccionação, o conhecimento didáctico [...], o conhecimento do currículo e o conhecimento dos processos de aprendizagem. (p. 3, grifo do autor).

Em um discurso fundamentado nas competências para o exercício da docência, Ponte (2002) lista as que dão suporte para "processos de acreditação", entendido como processos competentes para o desenvolvimento de cursos de formação inicial, visando formar professores que possam contribuir, de maneira ativa, no sistema educativo, como: *formação pessoal, social e cultural dos futuros docentes* (relacionados ao desenvolvimento de capacidades e valores necessários a prática profissional); *formação científica, tecnológica, técnica ou artística na respectiva especialidade* (relativos a quais conhecimentos e competências o professor precisa ter e de que modo os atingir); *formação no domínio* *educacional* (reflexão sobre os problemas educacionais); *competências de ordem prática* (relacionadas a capacidade de construir soluções para aspectos da ação profissional) e as *capacidades e atitudes de análise crítica, de inovação e de investigação pedagógica* (relativas à capacidade de identificar problemas e procurar soluções adequadas, produzindo novo conhecimento para sua transformação) (PONTE, 2002).

Um grande problema que as instituições formadoras não conseguem solucionar, segundo Moreira (2012), é que as mesmas deixam a cargo do estudante a tarefa de "organizar os saberes da formação num *corpo* de conhecimentos orgânico, consistente e instrumental para a prática docente escolar em matemática" (p. 1141, grifo do autor). E não conseguem realizar tal tarefa porque é impossível fazer em cursos de Licenciatura que são delimitados pela lógica do "$3 + 1$". Essa parece permanecer como lógica estruturante dos cursos de Licenciatura, apesar dos cursos de hoje não terem mais esse formato, conforme relata o autor. O que permanece é a separação entre as disciplinas de conteúdo e as de ensino, sendo independentes umas das outras. Se na prática docente não há separação entre conteúdo e ensino, então não se deve continuar a formar professores seguindo a lógica da separação, porque desse modo não se estará preparando professores para a prática real (MOREIRA, 2012).

Um caminho possível para superar a lógica "$3 + 1$", apresentado por Moreira (2012), é estruturar uma formação matemática que considere os saberes essenciais para a prática profissional. Se olharmos para o professor da escola, vemos que seu conhecimento matemático está inextricavelmente ligado ao aluno, ao ensino, à aprendizagem e, por isso, a matemática do professor não pode ser composta por grupos de disciplinas separadas em *conteúdo* e *ensino*. Dessa maneira, devemos

> partir do estudo da prática docente e de seus problemas, reconhecer a especificidade dos saberes matemáticos associados a essa prática profissional, e ousar repensar a matemática da formação na Licenciatura a partir da aceitação da existência de uma *matemática do professor* (MOREIRA, 2012, p. 1145, grifo do autor).

Ao estruturar o curso de Licenciatura em Matemática, centrada em uma *matemática do professor*, Moreira (2012) explicita quatro desafios que podem surgir no desenvolvimento dessa formação, a fim de serem enfrentados e ultrapassados. O primeiro desafio é o de que devemos aprofundar o conhecimento sobre a prática profissional do professor da escola básica (sua complexidade e limitações) de modo que esteja aliada com a pesquisa. O segundo desafio consiste em repensar a formação dos formadores, já que a lógica "$3+1$" de formação, manteve-se durante setenta anos e muitos formadores ainda não estão qualificados para realizar as atividades de acordo com a lógica proposta (dialogar entre o pedagógico e o matemático). O terceiro desafio recai a respeito de compreender a função que desempenha a matemática acadêmica na formação do professor da escola básica. E o último desafio trata de organizar a matemática do professor em textos e materiais desenvolvidos de forma específica para a formação na Licenciatura.

O que acontece em muitos cursos de Licenciatura em Matemática, talvez até em todos, é uma influência acentuada da comunidade matemática no desenvolvimento dos projetos curriculares e nas atividades de ensino que ocorrem nesses cursos (MOREIRA; CURY; VIANNA, 2005). Esse é outro fator crucial que interfere na formação inicial e matemática dos futuros professores. Os autores relatam que os modos de perceber determinadas questões dos matemáticos, em relação ao conhecimento matemático, podem ser inadequados para a educação escolar básica, ou incompatível com uma visão que considera aspectos cognitivos ou ditático-pedagógicos. Sendo assim, devemos repensar a formação que privilegia o conhecimento matemático baseado em uma sistematização lógico-formal-dedutiva, pois

> 'conhecer matemática', no sentido da matemática 'avançada' (isto é, submetida a um modelo de organização axiomática, utilizando uma linguagem formal, com os conceitos 'unificados' num alto grau de abstração e generalidade, etc.), nem sempre significa 'conhecer a matemática escolar', no sentido de ser capaz de dar respostas às questões que se colocam para o professor em sua prática docente escolar. (MOREIRA; CURY; VIANNA, 2005).

Devemos pensar uma formação organizada e sistematizada do conhecimento matemático que seja orientada para a prática do professor da escola e não na prática do matemático.

Em outro trabalho conjunto, Moreira e Ferreira (2013) também discutem a respeito do lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática, mas afirmam que só faz sentido pensar em um lugar para ela se se discutir os lugares dos demais saberes da formação. O trabalho do professor de Matemática tem natureza social, sujeito a fatores externos à escola e relacionado a interesses políticos, socioculturais e econômicos. Dessa forma, deve ser reservado um lugar na formação inicial para "discussões referentes a uma visão sociológica da Educação, a uma análise das políticas públicas para a educação escolar, [...], às diferentes percepções das relações entre Estado e educação escolar etc." (p.985), assim como para conhecimentos específicos sobre a escola (projeto político-pedagógico, normas, comunidade interna e externa).

Lins (2005a), da mesma forma que os demais pesquisadores, relata que a comunidade de formadores ainda tem um grande desafio a superar: a desarticulação teórica e prática dos cursos de conteúdo matemático, com a profissão do professor de Matemática. O autor sugere que o ato de ensinar deve ser objeto de reflexão, para que esteja presente no plano das decisões políticas. O que pode acontecer, quando não se discute, por exemplo, "o que é ensinar" e "o que é conhecimento", é que esses pressupostos ficam no plano da ideologia. Além disso,

> a resposta ao problema de 'o que é ensinar Matemática bem' está sempre subordinado ao projeto político ao qual se subordina este 'ensinar'. Como já se disse, a questão central não é 'qual conhecimento ensinar' e sim 'ensinar o conhecimento de quem'. (LINS, 2005a, p. 118).

O que deveria ser óbvio, segundo Lins (2004b), é entender que um professor de Matemática, quando em sala de aula, não deixa a Matemática de um lado e a Pedagogia de outro, como se fosse possível essa separação. Para se tomar decisões, muitas coisas estão envolvidas. Mesmo os professores que dizem apenas lecionar "Matemática", carregam em si considerações em nível ideológico, como, por exemplo, sobre o que é "a Matemática" ou o que é "pensar matematicamente". "Mas se as coisas não estão separadas, por que alguém deveria conceber - como muitas pessoas ainda fazem - a educação e desenvolvimento profissional de professores de matemática como se fossem (separados)?" (LINS, 2004b, p. 11)[60].

Com o Modelo dos Campos Semânticos, Lins (2004b) entende que a matemática do professor de Matemática (MPM) não é nem um subconjunto da matemática do matemático, como se fosse uma transposição didática da matemática mais relevante para a matemática escolar, nem é um tipo de etnomatemática do professor. Não se trata também de caracterizar a Matemática para definir o que é certo ou errado, o que deve ser ensinado, o que o professor sabe ou deve saber, mas a MPM trata de "ler os processos de produção de significados".

---

[60] Tradução nossa de: "But if things are not separate, why should one conceive—as too many people still do—the professional education and development of mathematics teachers as if they were?".

Com isso, a proposta de Lins (2005a) é transformar cursos de Matemática em cursos de Educação Matemática, em resposta ao seu questionamento a respeito do papel dos cursos de conteúdo matemático nas Licenciaturas em Matemática. Para isso, "o centro da atividade profissional do professor, seja de que disciplina for, é ler os alunos" (p.120). "Ler" é ter a sensibilidade de não compará-los a etapas de algum estágio de desenvolvimento intelectual, mas respeitar a diferença, para que o aluno possa ser

> capaz de pensar como eu quando quiser, assim como eu, enquanto professor, vou tentar o melhor que posso para entender como você pensa. Não quero corrigir você, e sim lhe ajudar a crescer, sem que você tenha que abandonar outras maneiras de produzir significado para o que lhe aparece. (LINS, 2005a, p.122).

Respeitar a diferença é entender que existem diferentes modos de produzir significados para o que "parece ser a mesma coisa".

Muitos significados não-matemáticos são aceitos na escola, por exemplo, ao ensinar equação por meio da balança de dois pratos, como uma maneira de "facilitar" a aprendizagem. A MPM aceita esses significados como legítimos para o aluno, por isso ele tem que ter uma leitura que "não seja pela falta"[61] sobre o que os alunos estão dizendo. Sendo assim, por considerar significados não matemáticos em sala de aula (além dos significados matemáticos), a MPM, de acordo com Lins (2004b), deve ser

> caracterizada em termos de processos de produção significado e modos legítimos de produção de significado, não em termos de conteúdo. O objetivo central é ampliar o âmbito de significados aceitáveis e legíveis - ou seja, o centro está na capacidade de *leitura* do professor, que é *dirigido aos estudantes* -, para não limitar o conteúdo. (LINS, 2004b, p. 13)[62].

Culturalmente, quem tem autoridade para falar sobre a Matemática, sobre o que é certo e o que é errado, são os matemáticos (isso já nos foi alertado pelo professor Plínio em sua entrevista) (LINS, 2004b). Se um matemático define um objeto, isso se dará por uma determinação simbólica, e não devido a alguma causa natural (LINS, 2004a). Assim, esses objetos são conhecidos não pelo que eles são, mas pelo que se pode dizer

---

[61] "Do ponto de vista de quem se encontra numa posição de poder privilegiada, desejada ou simplesmente 'naturalizada' de forma que permanece insidiosamente transparente (ideologia), a leitura pela falta é adequada, cômoda e eficiente. A assimetria é naturalizada e, nas escolas de todos os níveis, negá-la é negar a própria idéia de 'melhor', de 'progresso', uma *insensatez*." (LINS, 2008, p. 536, grifo do autor).

[62] Tradução nossa de: "characterised in terms of meaning production processes and legitimate modes of meaning production, not in terms of content. The central aim is to broaden the scope of meanings acceptable, *readable* — that is, the centre is in the *reading* capacity of the teacher, which is directed *towards the students* —, not to narrow the content".

deles. Ninguém vai discutir se a definição é boa ou não, se ela vai se referir a algo fora da própria Matemática. Portanto, de acordo com Lins (2004a), a matemática do matemático é *internalista*, *simbólica* e *definicional*. Como a matemática do matemático não depende do mundo físico, ela não tem como ser natural para os demais cidadãos, os que não são matemáticos (e até os professores de Matemática), tornando-se um lugar que abriga seres estranhos, ou monstros (como já dito no texto 2). Assim, se os estudantes não sabem do que os matemáticos estão falando, "eles podem ter outros pontos de vista; eles podem querer dizer coisas que o matemático não diria. E o professor de Matemática tem que lidar com isso." (LINS, 2004b, p. 14)[63].

Muitas vezes, podemos nos perguntar "Será que quando digo 'algo' já não estou fixando um mínimo de essência, que depois será alvo desta ou daquela 'interpretação'?" (LINS, 2004a, p. 115), principalmente quando estamos ensinando Matemática aos nossos alunos. Voltando ao exemplo da equação, quando utilizamos o artifício da balança de dois pratos, estamos pensando "com a balança os alunos vão entender que tudo o que está de um lado (o peso), deve estar do outro". Isso seria a essência, mas quando os alunos lidam com pesos negativos essa essência cai por terra. Então, ao invés de nos perguntarmos "como eles estavam interpretando?", devemos nos perguntar "o que eles estavam dizendo ou fazendo a respeito daquelas coisas?". Para a pergunta que Lins (2004a) nos coloca, de que o dizer algo já fixa uma essência, "A resposta é 'não'; é apenas *na enunciação* que o 'algo' existe, *através dela e com ela*. Nada fosse dito, não haveria 'algo sobre o que nada se disse'" (p. 115, grifos do autor).

Esses questionamentos que surgem, geralmente estão relacionados com o *conteúdo* e com a *maneira de ensinar esse conteúdo* (equação e balança de dois pratos, por exemplo). E isso tem relação com a "Educação Matemática escolar tradicional", que muitos de nós fomos e somos formados, ao pensar que sem o conhecimento científico – a Matemática – não tem como haver ensino de Matemática, mesmo sabendo muitas boas maneiras de se ensinar (LINS, 2008).

Desse modo, para não pensarmos em cursos de formação de professores, que tenham "Matemática mais Pedagogia", devemos ter cursos de Educação Matemática, que imitem os ambientes de salas de aula reais, que tratem das demandas a que esses

[63] Tradução nossa de: "so they may have other views; they might want to say things the mathematician wouldn't. And the mathematics teacher has to deal with that".

professores são submetidos em suas práticas profissionais, que discutam os processos de produção de significados matemáticos e não matemáticos e a diferença entre eles (LINS, 2004b).

Qual a justificativa de oferecer a maior parte dos cursos de Licenciatura com "conteúdos matemáticos mais avançados", se queremos prover futuros professores proficientes à Matemática Escolar? (LINS, 2005a). Se passamos a considerar o Modelo dos Campos Semânticos, suas noções de *conhecimento* e *significado*, para coisas além de uma referência teórico-metodológica, entendemos que não há hierarquização de conhecimentos. Assim, se continuarmos a pensar que a matemática do matemático é mais essencial que a matemática do professor de Matemática, nos cursos de Licenciatura, devemos nos questionar "Para *quem* este conhecimento é importante?" (LINS, 2004a, p. 118, grifos do autor), "Ou, como defende Michael Apple, força a substituição da questão '*que* conhecimento deve estar no currículo' por 'o conhecimento *de quem* deve estar no currículo'" (LINS, 2004a, p. 116, grifos do autor).

Além de propor que o professor precisa saber *mais* Matemática, no sentido que não se refere a mais conteúdo e sim a compreender que produzimos significados diferentes para a mesma coisa (mesmo com a matemática do matemático) (LINS, 2005a), Lins (2004a) defende uma "educação através da Matemática"[64], em que a escolha dos conteúdos deve ser feita sempre considerando o que será útil na prática profissional do professor, e não uma escolha baseada em opiniões de formadores sobre o que deve ser ensinado.

Em uma entrevista concedida a João Ricardo Viola dos Santos, o professor Romulo Campos Lins afirma que certas disciplinas da grade curricular da Licenciatura, como Cálculo Diferencial e Integral, Análise, Estruturas Algébricas, entre outras, estão lá por uma questão de tradição. O Cálculo, por exemplo, se justifica por ser uma pré-Análise; Estruturas Algébricas por estudar os números inteiros, os reais e os complexos. Essas disciplinas estariam, de acordo com o professor Romulo, no "começo da escada". A Análise viria depois para formalizar o Cálculo – que já estaria uns degraus acima. Ou seja, o que se ouve para justificar a pertinência dessas disciplinas é porque são elas que

[64] "Eu acredito, defendo e pratico que educação matemática deva significar 'educação através da Matemática', da mesma maneira que a educação física na escola não é educação para o esporte (competitivo), e sim educação para a saúde, através da atividade esportiva" (LINS, 2008, p. 547).

darão os verdadeiros fundamentos que o professor precisa para ensinar (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016a). Por exemplo, (de acordo com a tradição) o professor

> precisa de Análise para saber o que, na verdade, são os números reais e os complexos, e também, quando ele trabalha com números infinitos, com a ideia de infinito, por exemplo. Com relação a funções, ele tem uma ideia intuitiva de continuidade, de reta tangente e inclinação. Ele viu essas coisas no Cálculo e depois vai formalizar um conceito que, na verdade, se transforma depois na inclinação da reta tangente como um caso particular. [...] Enquanto o cara faz coisas com funções em Cálculo, ele está mais familiarizado. Eu não discordo disso, não é mentira, pois é claro que, na medida em que você trabalha com funções, suas propriedades, você desenvolve uma experiência, uma familiaridade com funções. Entretanto, essa não seria a única maneira. Talvez seja uma, pois você não chama atenção para funções. Parece que você está falando de outras coisas e que, ao mesmo tempo, você está 'praticando' com funções, então eu não acho que isso seja ruim em si. Por outro lado, quando você vai para a Análise, por exemplo, para fundamentar os reais e os complexos, <u>o que acontece é que na escola você não fala daquele jeito</u>. Os números reais não são aquilo. (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016a, p. 334, grifo nosso).

Realmente, estudamos muitos conceitos nessas disciplinas que as pessoas veem/estabelecem "relação" com os conceitos que são ensinados na escola, mas não se fala na escola da mesma maneira que se fala na graduação. E isso me lembra do exemplo que comentei no Texto 2, porque, naquela ocasião, não conseguia falar para a aluna da maneira que ela pudesse entender (que ela pudesse produzir significados), eu só conseguia falar em uma outra linguagem (em outra direção).

O que acontece, segundo o professor Romulo, é que a Licenciatura em Matemática oferece uma experiência matemática que não se aproxima das maneiras dos alunos pensarem, ressaltando que não podemos esquecer que o licenciando era aluno da escola até um tempo atrás, e muitas vezes pensamos que os quatro anos da Licenciatura vão mudar os dezoito anos ou mais que o aluno tem de vida. Os alunos têm saído da Licenciatura sem ter ideia do que estão falando (como o exemplo que o professor conta ao discutir com seus alunos do quarto ano sobre 0,999...=1, tendo a sensação de que seus alunos nunca fizeram as disciplinas de Cálculo e Análise). Não é que o aluno entendeu tudo durante o curso de Matemática, foi para a escola e viu que é diferente e abandonou o que aprendeu lá. O aluno sai da Licenciatura falando, por exemplo, que a vírgula "anda" quando se multiplica por cem, que é uma coisa que ele pode dizer na escola, mas na matemática do matemático não, ou seja, o aluno "não consegue discernir a questão da legitimidade da produção de significado." (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016a, p. 348).

Assim, essas disciplinas de conteúdo matemático, de acordo com o professor Romulo, não são nem necessárias nem suficientes, porque se fossem suficientes seria possível dizer o que é ser um bom professor de Matemática. Mas, ele relata que não excluiria todas as disciplinas da matemática do matemático na formação do professor, propondo um currículo baseado em outros conceitos. Sua proposta para uma formação matemática do professor de Matemática é baseada em *categorias do cotidiano*[65], ou seja, são categorias que se aproximam da forma de pensar de um aluno ingressante na universidade (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016a).

Pensando em um projeto de Licenciatura em Matemática, em uma formação em Educação Matemática, o professor Romulo explica que no primeiro ano do curso seriam ministradas as disciplinas de Seminários de Resolução de Problemas (onde os alunos veriam problemas como os propostos por Lourdes Onuchic, por Polya, etc., as diferenças entre soluções, discutindo os resultados matemáticos utilizados como a intenção didática do professor da disciplina); de Seminário de História da Matemática, discutindo

> a questão da historicidade do conhecimento tanto no sentido da história da Matemática, que pode ser ilustrativa, mas também desenvolver um sentido que toda produção matemática é historicamente localizada e isso não se aplica apenas à Matemática, mas a tudo. (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016a, p. 344);

uma terceira disciplina em que o aluno voltasse o olhar para a escola; e uma de Seminário de Educação Matemática que contemplaria as pesquisas em Educação Matemática. No meio do curso poderia haver muitas alternativas, discutindo propostas para a sala de aula, mas oferecendo uma experiência matemática diferente do que era proposto antes (no outro formato do curso), ou questões filosóficas sobre o papel do aluno no mundo. No fim do curso o aluno deveria assumir a sala de aula, como oportunidade de desenvolvimento profissional. Se o aluno tiver dúvidas quanto a conteúdo ou a disciplina, os professores formadores oferecerão o apoio que puder

[65] A respeito desse termo proposto por Romulo Lins, consultar o texto "Categories of everyday life as elements organising mathematics teacher education and development projects", publicado nos anais do 15th ICMI Study (2005b), e a tese de Viviane Oliveira "Uma leitura sobre formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana" (2011).

durante a regência dele. Mas nada de disciplinas de Física, de Cálculo, por exemplo (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016a).

A proposta do professor Romulo não é baseada em conteúdos, mas em *modos de produção de significados*, a partir da diferenciação que ele faz em relação ao que é aceito dizer na escola, que é a matemática do professor de Matemática, e o que é legítimo dizer na matemática do matemático, como vimos nas discussões feitas ao longo desse texto. A partir disso, cabe problematizarmos a formação matemática oferecida nos cursos de Licenciatura em Matemática, que seja "necessária e adequada frente às demandas da prática profissional do professor de matemática" (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016b, p. 369). Isso não quer dizer que essa formação deve ser "mais elementar" ou "menos sofisticada" do que a formação do Bacharelado.

Finalizamos esse texto corroborando com as ideias do Viola dos Santos (2016). Se muitos de nós, educadores matemáticos, não sabemos a matemática do matemático e temos medo de travar discussões a respeito da formação matemática, deveríamos pensar nas outras coisas de que sabemos falar, como a atividade profissional de professores de Matemática, e termos a atitude de dizer: "*Eu sei o que você fala (sobre a matemática do matemático) e isso não é, por diversas razões e em grande parte, nem necessário e, muito menos suficiente, para formar matematicamente o professor da Educação Básica*." (p.1-2).

TEXTO 12

Não deve haver uma disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática

A última professora entrevistada é formada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá, fez especialização em Educação Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Mandaguari, Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, e no momento está finalizando o doutorado nessa mesma universidade. Trabalhou na Educação Básica, do sexto ano do Ensino Fundamental ao terceiro ano do Ensino Médio. Atualmente, trabalha com formação de professores de Matemática.

Talvez eu me diferencie dos demais entrevistados que aqui se disponibilizaram para falar a respeito da pergunta feita a todos, porque pude acompanhar todo esse processo, deixando-me influenciar pelas suas falas, pelos levantamentos de outros trabalhos que foram feitos sobre o Cálculo na Licenciatura em Matemática, pelos que tratam sobre formação matemática, pelos que tratam de currículo. Se não fosse assim, talvez minha resposta seria baseada no senso comum e nem precisaria de toda esta pesquisa (e nem fosse uma tese).

Muitas coisas devem ser ditas nesse momento. Acho que a mais importante é que com certeza a ideia de pensar sobre a disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática mudou bastante. Vou dizer o porquê. No início da pesquisa, quando pensava sobre a formação matemática para o professor da Educação Básica, estava considerando nas disciplinas que já estão postas nos currículos desses cursos. Como escolhi o Cálculo, poderia ter sido Álgebra, Análise, Variáveis Complexas, ou tantas outras, porque o que eu não sabia é que estava sendo influenciada pela "força" da matemática do matemático, pela tradição das disciplinas que existem no currículo.

Pois bem, voltei à leitura do primeiro texto, assim como lembrar do que efetivamente me fez escolher o Cálculo. Como havia dito lá no começo, foi uma experiência que tive na minha prática que me fez escolher essa disciplina, quando estava ensinando Progressão Aritmética para o terceiro ano e fui questionada sobre o "*como somar uma coisa que é infinita?*" ou "*por que, em alguns casos, uma soma infinita de coisas dá um número finito?*". Esse talvez tenha sido o exemplo que mais me marcou (mas também poderia ter sido a experiência de falar sobre "0,999...=1", ou tantos outros que nos acontecem em sala de aula e muitas vezes não sabemos como lidar). No entanto, eu achava que o problema em não saber responder era porque me faltava alguma matemática que não tinha aprendido. "*Como falar de limites e infinito para alguém do terceiro ano do Ensino Médio?*". Devo ter faltado em alguma aula quando a professora tentou estabelecer alguma relação com esses conteúdos da Educação Básica!

Com essas legitimidades que fomos produzindo ao longo desta pesquisa, sobre o que pôde ser dito sobre o Cálculo na Licenciatura em Matemática, por meio do levantamento de pesquisas (em formato de dissertações, teses e artigos), das entrevistas, da literatura a respeito de currículo e de formação matemática, é que fomos produzindo a nossa legitimidade para a grande pergunta "*Como, então, eu penso que deve ser uma disciplina de Cálculo adequada à Licenciatura em Matemática?*". Talvez, hoje eu faria outras perguntas (por que a disciplina de Cálculo é importante para a formação do professor da Educação Básica?; ou, a disciplina de Cálculo deveria estar no currículo para a Licenciatura em Matemática?), mas que só seria possível depois de percorrer todo esse caminho. A minha resposta então é: *eu acredito que não deve haver uma disciplina de Cálculo que seja adequada para a Licenciatura em Matemática, e nem que deve ter essa disciplina para a Licenciatura.* A seguir, apresentarei meus argumentos.

Começo relembrando a entrevista com a professora Sonia. Com seus trinta e poucos anos trabalhando com a Educação Básica, Sonia disse que muito do que sabe veio da sua prática. Para ensinar os conteúdos da escola ela teve que recorrer aos livros didáticos, não sabendo como usar o que tinha aprendido na graduação. Ela comenta:

> "*Aprendi muita coisa na faculdade, mas tive que buscar muita coisa também para ensinar, não era aquilo que eu tinha aprendido lá que eu tinha que fazer quando comecei a dar aula*". (trecho da textualização da professora Sonia).

Talvez os tempos fossem outros, mas os conteúdos ensinados na disciplina de Cálculo eram os mesmos que existem hoje na ementa na maioria das universidades. Ela disse que a única relação de conteúdos de Cálculo que vê com a escola é o de funções, não se trabalhando com derivadas nem com integrais, colocando em dúvida seu conhecimento, dizendo que talvez pela falta dele não consiga aplicar esses conceitos com seus alunos do Ensino Médio.

Eu, também, quando comecei a dar aulas na Educação Básica recorri muito ao livro didático, até porque por ser uma escola particular tinha que dar conta do livro adotado. Mas não é só por esse fato, é que depois de quatro anos de graduação a gente não lembra mais o que e de que maneira se trabalha com os conteúdos da escola. Existem muitos conteúdos da escola que não são retomados na universidade. E onde encontrar alguma direção a não ser nos livros didáticos? Porque no material da graduação, pelo menos na minha, não havia muitas referências sobre isso. Acredito que o currículo da Licenciatura tem mudado com a inserção de disciplinas de Educação Matemática, mas penso que ainda tem muito a mudar, principalmente em relação às disciplinas matemáticas. Na graduação funciona mais ou menos assim: se você teve uma "boa" formação matemática escolar, você consegue dar conta das disciplinas matemáticas da graduação. Se não teve, desistências e reprovações vão ocorrer, certamente.

A professora Lilian Nasser também comentou em sua entrevista algo nesse sentido, dizendo que existe uma diferença entre o que se aprende na graduação e o que se ensina na escola, sendo muito difícil estabelecer essa conexão.

> "*Eu acredito que há uma separação entre o que a gente aprende na universidade e o que a gente ensina na escola, é difícil fazer essa conexão. São poucos os conteúdos que o aluno da Licenciatura vê claramente 'isso aqui é importante'. Um curso de Licenciatura tinha que ter esse viés*." (trecho da textualização da professora Lilian Nasser).

Mas de que modo fazer isso? Seria uma relação natural dos conteúdos matemáticos da graduação com os conteúdos matemáticos da escola, ou seria uma "forçação", como diz o professor Plinio? De acordo com ele,

> "*vínculos assim são sempre possíveis, mas perdem o sentido frente a uma discussão séria a respeito da efetiva contribuição da formação do professor para a sua prática docente escolar*." (trecho da textualização do professor Plinio Moreira).

O que parece é que existe essa vontade de se tentar relacionar os conteúdos, como se existisse uma relação hierárquica entre a escola e a universidade; por isso, também, a grande valorização da matemática do matemático, mas não é só isso. Quando se fala em uma formação adequada ao professor da Educação Básica pensamos em usar meios mais eficazes de ensino, ou, por exemplo, de inserir "Práticas como Componente Curricular" em disciplinas matemáticas, objetivando essa "relação", considerando que ela já exista. Mas, pensar em mudar o currículo realmente é mais difícil.

No ano de 2017 participei de um grupo de discussão nomeado por "A matemática acadêmica e a matemática escolar na formação do professor", durante o VI Fórum Nacional das Licenciaturas em Matemática, que aconteceu em Campo Grande – MS. Pode ser que outras pessoas tenham entendido de outra maneira, ou pode ser que elas concordem com o que foi dito (na verdade, acredito que a maioria dos educadores matemáticos pensem assim), mas o que eu percebi da discussão foi uma valorização das disciplinas matemáticas com a justificativa de serem voltadas para o ensino.

Por que sempre que queremos mudar a formação pensamos, primeiramente, na maneira de ensinar os conteúdos, tentando relacioná-los com os da escola? Usualmente, se fazemos isso é porque entendemos a matemática da escola como uma transposição da matemática acadêmica, ou como uma redução, ou sendo mais elementar. Sendo assim, o único jeito de pensar uma formação adequada é estabelecendo vínculos. Isso acontece pela ausência de questionamentos acerca das diferenças entre essas matemáticas (acadêmica e escolar). Quando não se estabelece diferenças epistemológicas entre as matemáticas é que se insiste em procurar modos de ensinar, modos de se fazer essa conexão. Como a presença das disciplinas matemáticas nos currículos de Licenciatura em Matemática não é questionada, elas são dadas como "certas". Se são consideradas assim, então são importantes, por isso, a valorização da "matemática do matemático". Resta-nos, então, investigar o como ensinar. Vejo, aqui, claramente, as questões muito bem debatidas pelo professor Plinio em sua entrevista:

> "*Voltando à questão da distinção entre a matemática escolar (matemática do professor) e a matemática acadêmica, se não fazemos essa distinção, a primeira é vista como parte elementar da segunda. Supõe-se que a matemática do professor esteja inteiramente contida na matemática do matemático (e isso também tem a ver com o prestígio social diferenciado das duas profissões). Tomemos a questão da comutatividade da*

> *multiplicação de naturais. Na matemática acadêmica demonstra-se formalmente isso, com base na definição de multiplicação e nos axiomas de Peano. Mas uma demonstração dessa não serve para convencer um aluno da Educação Básica e, portanto, não faz parte, a meu ver, da matemática do professor.*" (trecho da textualização do professor Plinio Moreira).

Outra justificativa muito usada (que já ouvi de amigos que são professores formadores, tanto da Educação Matemática quanto da Matemática pura) é que o licenciando em Matemática deve ter "condições" de seguir qualquer caminho dentro da Matemática (para fazer uma pós-graduação), que ele possa conhecer um pouco da Educação Matemática, mas também da Matemática Pura ou Aplicada. Por que pensamos em oferecer uma formação geral? Infelizmente, porque desvalorizamos nossa própria profissão. Não se fala em dar condições, por exemplo, para um médico (ou outra profissão elitizada) fazer uma pós-graduação, mas em dar condições para que ele seja um excelente médico ao sair da graduação, até porque o salário de um médico é muito mais alto do que o de um professor (considerando o mesmo nível de formação). Já que a profissão professor é muito menos valorizada é "preciso" pensar em dar condições de conhecer outras áreas para que ele possa seguir em uma pós-graduação, e, consequentemente, ter um salário melhor.

Até quando vamos deixar de assumir uma identidade para a Licenciatura em Matemática? Além disso, quem quer ser professor nos dias atuais, encarando uma sala de aula com quarenta alunos ou mais, sabendo que suas condições de trabalho são péssimas, além de que poderá trabalhar por mais tempo sem ter garantia de receber a aposentadoria? Vivemos em tempos de ataque a nossa profissão. Precisamos desmistificar essa visão de que professor é um sacerdote, de que é um dom, como já comentado pela professora Tânia. Professor é uma profissão como outra qualquer. E o curso de Licenciatura em Matemática é um curso profissionalizante como qualquer outro.

Mas, voltando ao Cálculo, especificamente: outro motivo de escolher essa área é que já se encontram pesquisas que problematizam a presença da Álgebra e da Análise na Licenciatura em Matemática, mas o Cálculo é inquestionável. Isso foi confirmado com o levantamento de pesquisas que fizemos e percebemos que o intuito delas é de "como" lidar com ele. Talvez, pelo que o professor Saulo Freitas falou, com o Cálculo podemos descrever muitas coisas que acontecem ao nosso redor, em nosso cotidiano.

> "*Acredito que a disciplina de Cálculo possa ser uma das principais que existe dentro da academia, porque é com ela que a gente consegue descrever cenários por meio da modelagem, utilizando a matemática*." (trecho da textualização do professor Saulo Freitas).

Não estou querendo dizer que o Cálculo não é importante, mas tentar adequá-lo a uma formação específica para a Licenciatura parece perder o sentido. O Cálculo deve ser do jeito que é, estudando aqueles conceitos, compreendendo o que é função e como ela se comporta. E acredito que ela é importante para a formação de vários profissionais, concordando com a fala do professor Plínio. Talvez, nessas formações de outros profissionais, trabalhar com o Cálculo conforme a professora Tânia comentou a respeito dos infinitésimos, rompendo com a organização linear dos conteúdos, ou como acredita o professor João Bosco que deve haver uma diversificação na metodologia, sejam saídas para as grandes desistências e reprovações que acontecem nessas disciplinas.

Acredito que, também, não se trata de estabelecer uma identidade para a disciplina de Cálculo na Licenciatura, como afirmado nas pesquisas de Lima (2014, 2015). Penso que isso deve ser feito buscando uma identidade nos cursos que realmente precisam do Cálculo, como o professor Saulo comentou, que para cada curso específico ele tenta buscar exemplos dessa área para aplicar os conceitos de Cálculo. Uma saída seria pensar a disciplina em conjunto com professores do curso a que se destina, por exemplo, de Engenharia. O que realmente os alunos precisam conhecer do Cálculo para a formação naquele curso? Eles precisam do Cálculo para usar na sua profissão ou precisam dele como ferramenta para lidar com outros conteúdos durante a graduação? Se oferecemos um mesmo curso de Cálculo (ou qualquer outra disciplina) para a formação de diversos profissionais, perde-se o próprio sentido da formação, ainda mais se queremos formar um professor da Educação Básica. Esse exemplo do professor Plinio nos esclarece isso:

> "*A um engenheiro não se exige que saiba, por exemplo, várias maneiras de justificar que 'a' vezes 'b' é igual a 'b' vezes 'a', mas ao futuro professor da escola sim, porque uma explicação que pode ser convincente para alguns alunos, pode não ser para outros,*

> *uma explicação pode ser adequada no quinto ano, mas não no Ensino Médio etc.*" (trecho da textualização do professor Plinio Moreira).

O mais costumeiro modo de pensar os conteúdos é partir "da graduação para a escola", como nas discussões sobre transposição, algo que vem de cima para baixo. O artigo de Silva (2012), apresentado no Texto 2, propõe a inserção de Cálculo no Ensino Médio, como uma maneira de "dar sentido à própria Matemática e não só de facilitar o trabalho do professor na graduação". Na verdade, eu vejo aqui uma maneira de justificar o que se estuda na graduação numa tentativa de permanência da disciplina de Cálculo, propondo mais conteúdos no currículo do Ensino Médio. O pensamento deveria ser ao contrário, deveria se justificar a presença ou não das disciplinas matemáticas da Licenciatura considerando o que está sendo ensinado na escola.

Nessa pesquisa ainda, Silva (2012) fala em ensinar derivadas, pontos de máximo e mínimo, tratamento do infinito no Ensino Médio, já que são abordados certos conceitos na escola, como no caso da soma de uma progressão geométrica. Mas, penso que deveríamos partir "de baixo para cima", discutindo: o que o professor precisa para se ensinar Progressão Aritmética ou Progressão Geométrica?

Em algumas conversas que tive com um amigo matemático a respeito do questionamento da minha aluna ("*por que uma soma infinita de coisas dá um número finito?*"), ele sugeriu uma explicação para meus alunos do Ensino Médio: "bom, você pode dar a seguinte explicação. Fique de frente para uma parede e diga para seus alunos que você sempre vai andar até a metade do que falta para se chegar à parede. Essa é a ideia da soma de uma sequência infinita". O que meu amigo não estava considerando é que meus alunos não conhecem essa ideia de infinito do matemático, ao colocar a parede como o limite, ele já está considerando a soma, o resultado, e o que deveríamos fazer é essa construção para se chegar a essa soma, e não partir dela. Além disso, ele estava dando uma explicação com significados não-matemáticos, mas ao mesmo tempo dizendo que o Cálculo é importante para a formação do professor. Questionei-o, então, se é permitido dizer aquelas coisas em Cálculo, e ele disse que não, que o professor é capaz de fazer essas relações com os conteúdos da escola!

Como eu afirmei no começo, acreditava que o que faltava era algum conteúdo para que eu pudesse explicar melhor a dúvida da minha aluna, porque achava que existiam relações entre o que se estuda em Cálculo com o que se estuda na escola. Nós falamos de função, mas parece que falamos de outras coisas na disciplina de Cálculo, e função acaba ficando em segundo plano. Quando se estuda funções (porque muitas vezes é feita uma breve revisão), é para dar subsídios para estudar limites, derivadas e integrais. Só que temos que perceber que, antes de qualquer conteúdo, existe a *comunicação* e é por meio dela que "achamos que ensinamos" e "achamos que aprendemos". E é por meio dela que falamos de coisas sobre função em Cálculo, que é diferente das coisas de função que falamos desde o ensino fundamental.

Para esse meu argumento, trago novamente as ideias do professor Romulo, a respeito do Modelo dos Campos Semânticos. É por isso que sugerir uma proposta de ensino de Cálculo adequada não seja a resposta. Nem poderia sugerir conteúdos, porque como vimos nas discussões do Texto 1 e do Texto 11, não aprendemos conteúdos, mas modos de produzir significados. Assim, hoje, eu vejo que não me faltava conteúdo, mas conhecer outros modos de produzir significados para a matemática do professor de Matemática. Estávamos em *Campos Semânticos* diferentes, e por isso, não poderíamos estabelecer um *interlocutor*. Como já comentado no texto 11, segundo Lins (2005a), a atividade do professor é "ler os alunos", e para isso ele precisa ser/estar consciente dos diversos modos de produção de significado que acontecem em sala de aula, respeitando essas diferenças.

No entanto, a formação do professor deve ser pensada na escola que queremos. Linardi (2006, 2016) afirma que muitos trabalhos que tratam da formação matemática estão pautados no conhecimento matemático representado pelos temas e blocos sugeridos pelos PCN ou pelos *Standards* da NCTM, ou seja, categorias da Matemática do matemático. Se queremos mudar o currículo da Licenciatura, mas continuamos considerando essas mesmas categorias, colocamo-nos "na posição do catequizador que se utiliza da própria linguagem (do dominador) para catequizar o dominado, assujeitando o professor às esferas acadêmica (da Matemática do matemático) e pública (dos PCN, por exemplo)" (LINARDI, 2006, p. 24).

Para complementar essa discussão, gostaria de trazer uma ideia interessante vista em um dos artigos apresentados no Texto 2, sobre a proposta de Oliveira e Raad (2012) a respeito da inclusão de educadores matemáticos no corpo docente da Licenciatura em Matemática. Essa incorporação "deveria" ocorrer naturalmente, com a formação frequente de educadores matemáticos. Assim, um curso ideal de Licenciatura em Matemática seria aquele em que os professores formadores são educadores matemáticos. "*Mas, Laís, educadores matemáticos não têm uma formação suficiente para dar aula de disciplinas de conteúdos matemáticos mais abstratos!*". Acredito que nem precisariam, porque o intuito é buscar uma transformação no currículo, que influenciará toda uma formação voltada para a prática do futuro professor de Matemática. No entanto, isso está um pouco longe de acontecer, porque os departamentos de Matemática estão cheios de matemáticos e com a entrada de mais educadores matemáticos eles perderiam "forças políticas". Com isso, os matemáticos e educadores matemáticos se dividem, e o currículo de formação de professores, enquanto campo de disputas políticas, é o principal reflexo dessas forças.

Como comentado pela professora Lilian em sua entrevista, os cursos de Licenciatura devem ter professores que se preocupem com a formação de futuros professores da Educação Básica (e não somente com a formação de pesquisadores matemáticos).

> "*Então se você tem aula com um professor que nunca deu aula para a Educação Básica, que sempre foi pesquisador, ou até mesmo estrangeiro, ele vai recitar a matéria, muitas vezes decorada, na obrigação de ter que dar aulas, e não focaliza, não dimensiona para uma formação pedagógica de como devem ser ensinados esses conteúdos para a Educação Básica, porque esse tipo de professor não tem essa formação*." (trecho da textualização da professora Lilian Nasser).

Só que para essa transformação teremos que questionar: por que o currículo do curso de Licenciatura em Matemática é do jeito que é? Quem decidiu as disciplinas que estão lá? Por que as escolheu dessa maneira? A partir de quais fundamentos? Pensando na formação de qual profissional?

Se temos a disciplina de Cálculo no currículo de Licenciatura por uma questão de tradição, se consideramos que o currículo privilegia o conhecimento de certos grupos sociais, se entendemos que as coisas que são ditas na universidade são diferentes das da escola, se percebemos que a matemática da escola é diferente da matemática acadêmica, se acreditamos que o currículo da Licenciatura está falhando na formação do profissional professor, se temos certeza que o professor precisa saber muito mais coisas que a matemática escolar, que não se refere a saber mais matemática acadêmica, só podemos concordar com essa fala do professor Plinio:

> "*não havendo fundamentação que justifique a obrigatoriedade delas* [disciplinas matemáticas tradicionais] *no currículo, não vejo sentido em ocupar os licenciandos com tais disciplinas, uma vez que há muitos outros saberes, diretamente ligados ao exercício da profissão docente escolar, que o futuro professor precisa discutir no (curto) espaço de quatro anos de formação na Licenciatura*." (trecho da textualização do professoro Plinio Moreira).

Ao se incluir disciplinas matemáticas no currículo, como Cálculo, outras estão sendo deixadas de fora. Muitos conteúdos da Matemática da escola são tomados como "base" para se ingressar na universidade, considerando que os alunos os conhecem, e diversos aspectos relacionados ao ensino deles não são explorados durante a formação. Depois de formados, os, agora, professores vão para as escolas e dão aula da mesma maneira como aprenderam enquanto eram alunos do ensino Médio. E o que fez a Licenciatura em todos esses anos?

TEXTO 13

Onde chegamos e para quais outros caminhos precisamos seguir

No decorrer desta pesquisa, fui produzindo legitimidades para a disciplina de Cálculo na Licenciatura em Matemática. Dito de outra maneira, seria entender dentro do meu tempo e do meu alcance, o que as pessoas e as pesquisas dizem a respeito do que deveria ser isso para a Licenciatura em Matemática.

As decisões que foram sendo tomadas para atingir o objetivo se entrelaçaram com a busca permanente de se produzir uma pesquisa. Afinal, como é que se faz uma tese em Educação Matemática? Seguindo etapas? Uma ordem pré-estabelecida? Quando achamos que legitimamos, na verdade já fomos legitimados por essa cultura da academia, do *lattes*. O que de fato o Modelo dos Campos Semânticos me permitiu foi me inventar nesse recompensador e doloroso movimento que é a pesquisa. Inventei, constituí o meu próprio percurso, a maneira que fui descobrindo para lidar com o que eu queria fazer. E isso não acontece sozinho, não acontece de uma hora para outra, vem de encontros e desencontros, idas e vindas, abandonos, ideias e devaneios, de pessoas, de discussões, de leituras e mais leituras, e mais discussões, de conversas...

A escolha do título "Delineando *uma* pesquisa" significa essa busca por demarcar e delimitar o que podia ser dito dentro do meu alcance nesse movimento. A escolha da estrutura da tese em formato de textos e não de capítulos, da fonte que não é Arial nem Times (Calisto MT), tem um motivo estético político. Fui me inventando de *uma* maneira consciente e intencional, *uma* que escolhi (ou que fui escolhida).

Discutir a formação matemática também era algo que gostaria, porque como professora que fui da Educação Básica sei das dificuldades que enfrentei em sala de aula (e penso que muitos outros(as) colegas de profissão diriam o mesmo). Escolher a (ou as) disciplina (ou disciplinas) de Cálculo foi, em um primeiro instante, um momento que fui legitimada pela matemática do matemático, pela tradição disciplinar matemática, e em outro momento, passei por questionar essa inquestionável disciplina. Ou seja, percebi que, no decorrer da pesquisa, fui me desapegando de certos modos de pensar acerca da formação matemática. Por isso, acredito que muitos não se questionam por não ter tido a oportunidade de ler outros modos e estarem dispostos a aceitar a diferença em relação à formação do professor da Educação Básica.

Em nenhum momento pensei em comparar as falas dos professores entrevistados, porque entendo que são modos diferentes de produzir legitimidades para a disciplina de Cálculo. Queria entender como eles operam, o que podia ser dito por eles e pela literatura sobre currículo e formação matemática, para, assim, poder dizer o que penso. Além das pesquisas apresentadas no Texto 2, as textualizações são possíveis legitimidades, possíveis formações para a disciplina de Cálculo na Licenciatura em Matemática.

Discutir o Cálculo pelo Cálculo, somente, torna-se inviável, visto o amplo contexto que temos: a formação matemática do professor de Matemática. Não adianta mudar uma disciplina e não se modificar todo o resto. A discussão feita no texto sobre formação matemática mostrou que é necessário distinguir a Matemática do professor de Matemática (ou matemática escolar) e a Matemática do matemático (ou matemática acadêmica). Mas o texto de currículo foi importante também para entendermos as forças invisíveis que existem em qualquer currículo.

Além disso, as teorias do currículo permitem questionamentos mais profundos, como "por que o Cálculo na Licenciatura em Matemática?". Como poderia ser essa discussão por meio das teorias críticas? Por exemplo, para Bourdieu, é importante dar a todos acesso ao conhecimento dominante. Nesse caso, o Cálculo estaria no currículo. E, como se daria essa discussão para Apple? E para as demais teorias pós-estruturalistas? Compreender as disputas do currículo e como e por que o Cálculo se mantém na Licenciatura permitem várias pesquisas.

Alguns pesquisadores já vêm propondo novos currículos para a Licenciatura em Matemática, como, por exemplo, vimos na textualização do professor Plinio e na discussão de formação matemática a respeito das ideias do professor Romulo. Não significa que as maneiras que eles pensam sejam as melhores, mas são possibilidades para se mudar o que está posto. São poucos, ainda, os(as) educadores(as) matemáticos(as) que pensam em estruturar a Licenciatura com outros modos. Como, por exemplo, podemos citar um projeto do Sigma-t que tenta construir um quadro de referência para as disciplinas matemáticas da Licenciatura, pensando em categorias diferentes da Matemática do matemático.

Devemos, então, pensar em modos de produção de significados ao invés de conteúdos, e, (por que não?) em projetos não-disciplinares em parcerias com as escolas. São necessárias mais pesquisas sobre isso. Pesquisas que investiguem os significados produzidos na escola e nas disciplinas matemáticas da graduação, e percebam que se tratam de coisas diferentes. Pesquisas que analisem as justificações dadas para uma mesma crença-afirmação. Pesquisas que investigam que significados não matemáticos estão sendo produzidos na escola, e que não são aceitos na matemática do matemático.

Há também alguns questionamentos que surgem: De que modo podemos pensar em novas disciplinas? Ou de que modo podemos pensar em cursos baseados em projetos e não em disciplinas? Que categorias considerar? O que de fato precisa ser feito para ocorrer a mudança nos currículos?

REFERÊNCIAS

ALBERTI, V. **Ouvir contar: textos em história oral**. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2004.

ANGELO, C. L. **Uma leitura das falas de alunos do ensino fundamental sobre a aula de matemática**. 2012. 160 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2012.

APPLE, M. W. Repensando ideologia e currículo. In: MOREIRA, A. F.; SILVA, T. T. **Currículo, cultura e sociedade**. 12 ed. São Paulo: Cortez, 2013a. p. 49-69.

APPLE, M. W. A política do conhecimento oficial: faz sentido a ideia de um currículo nacional? In: MOREIRA, A. F.; SILVA, T. T. **Currículo, cultura e sociedade**. 12 ed. São Paulo: Cortez, 2013b. p. 71-106.

ARROYO, M. G. **Currículo, território em disputa**. Petrópolis: Vozes, 2011.

BALDINO, R. R. Cálculo Infinitesimal: passado ou futuro? **Temas & Debates**. Blumenau, n. 6, p. 6-21, 1995.

BALDINO, R. R. Infinitésimos: quem ri por último? **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, n. 36, p. 69-82, 2000.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES 1.302/2001. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e Licenciatura. **Diário Oficial da União**, Brasília, 05 mar. 2002, seção 1, p. 15.

BRESSOUD, D; GHEDAMSI, I.; MARTINEZ-LUACES, V.; TÖRNER, G. **Teaching and Learning of Calculus**. ICME-13 Topical Surveys: Springer. 2016.

CABRAL, T. M. M. Cursos de Licenciatura e desafios da formação de professores de Matemática. **Revista de Educação**. São Paulo, n.18, p. 85-90, jun. 2005.

CYRINO, M. C. C. T. A formação inicial de professores de Matemática no Paraná. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba. **Anais**... Curitiba: SBEM, 2013.

CURY, F. G.; SOUZA, L. A.; SILVA, H. Narrativas: um olhar sobre o exercício historiográfico na Educação Matemática. **Bolema**. Rio Claro, v. 28, n. 49, p. 910-925, ago. 2014.

D'AMBRÓSIO, U. A Matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, n.11A, p. 29-33, abr. 2002.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: TALL, D. **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer. 2002. p. 25-41.

ELIAS, H. R.; GERETI, L. V.; SAVIOLI, A. M. P. D. "Que horror! Uma coisinha tão simples": um estudo sobre a produção de significados para questões matemáticas. In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 6., 2015. Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis, 2015.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação**. São Paulo, n. 18, p. 107-115, jun. 2004.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro, v. 27 (47), p.917-938, 2013.

FISCHER, R. M. B. Escrita acadêmica: arte de assinar o que se lê. In: COSTA, M. V.; BUJES, M. I. E. (orgs). **Caminhos investigativos III:** riscos e possibilidades de pesquisas nas fronteiras. Rio de Janeiro: DP&A, 2005.

GARCIA, V. C. Função: o professor conhece este conceito? **Vidya**, Santa Maria, v. 29, n. 2, p. 43-52, jul/dez, 2009.

GARNICA, A. V. M. Registrar oralidades, analisar narrativas: sobre pressupostos da História Oral em Educação Matemática. **Ciências Humanas e Sociais em Revista**, Rio de Janeiro, v. 32, n. 2, p. 20-35, jul/dez. 2010.

GARNICA, A. V. M.; FERNANDES, D. N.; SILVA, Heloísa. Entre a amnésia e a vontade de nada esquecer: notas sobre Regimes de Historicidade e História Oral. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 213-250, 2011.

GARNICA, A. V. M. História oral em educação matemática: um panorama sobre pressupostos e exercícios de pesquisa. **História Oral**, v. 18, n. 2, p. 35-53, jul/dez. 2015.

GERETI, L. C. V. **Processos do Pensamento Matemático Avançado evidenciados em resoluções de questões do ENADE**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

GONÇALVES, D. C.; REIS, F. S. Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o Geogebra. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 417-432, ago. 2013.

JULIO, R. S. **Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para "dimensão"**. 2007. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2007.

JULIO, R. S.; OLIVEIRA, V. C. A. Movimentos da Álgebra Linear em pesquisas usando o Modelo dos Campos Semânticos. In: ANGELO, C. L. et al. (Orgs). **Modelo**

dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. 1ed. São Paulo: Midiograf, 2012, v. 1, p. 53-78.

KIDRON, I. Calculus teaching and learning. In: LERMAN, S. **Encyclopedia of Mathematics Education**. Netherlands: Springer, 2014, p. 69-75.

KOGA, M. T. **Uma análise no discurso de alguns professores de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Licenciatura em Matemática**. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

LIMA, G. L.; SILVA, B. A. O ensino do Cálculo na graduação em Matemática: considerações baseadas no caso da USP. In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 5., 2012. Petrópolis. **Anais**... Petrópolis, 2012.

LIMA, G. L. Contextualizando momentos da trajetória do ensino de cálculo na graduação em matemática da USP. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 16, n. 1, p. 125-149, 2014.

LIMA, G. L. Em busca de uma identidade para a disciplina de Cálculo: primeiras reflexões. In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 6., 2015. Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis, 2015.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação Matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

LINARDI, P. R. A formação matemática do professor de matemática: dos conteúdos aos processos de produção de significados. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo, 2016.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebric thinking is**. 1992. 330p. Thesis (Phd) – University of Nottingham, Nottingham.

______. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases de pesquisa. **Revista da SBEM** – SP, Campinas, v.1(1), p.75-91, set. 1993.

______. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**, Blumenau, v.1(7), p.29-39, abr./jun., 1994.

______. Notas sobre o uso da noção de conceito como unidade estruturante do pensamento. In: Escola Latino-Americana sobre Pesquisa em Ensino de Física, 3.,1996, Canela – RS. **Anais**... Canela, 1996, p. 137-141.

______. Luchar por la supervivencia: la producción de significado. **UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n.14, p.39-46, out.,1997.

LINS, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções e Perspectivas. Rio Claro: Editora UNESP, 1999. p. 75 – 94.

______. The production of meaning for Algebra: a perspective based on a Theoreticall Model of Semantic Fields. In: SUTHERLAND, R. et al. **Perspectives on School Algebra**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 37-60.

______. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. ; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004a, p. 92-120.

______. Characterizing the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: 10th International Congress on Mathematical Education, 2004b, Copenhagen. **Proceedings**… Copenhagen, 2004b.

______. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas Licenciaturas em Matemática. **Revista de Educação**, Campinas, v.1, n.18, p.117-123, 2005a.

______. Categories of everyday life as elements organising mathematics teacher education and development projects. In: ICMI Study 'The professional education and development of teachers of mathematics', 15., 2005, Águas de Lindóia, SP. **Anais...** Águas de Lindóia, 2005b.

______. A diferença como oportunidade para aprender. In: Peres, E. *et al.* (orgs.). **Processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e cultura.** livro 3. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008, p. 530-550.

______. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al. (Orgs). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. 1ed. São Paulo: Midiograf, 2012, v. 1, p. 10-20.

MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? **Zetetiké**, Campinas, v.13, n. 23, p.11-39, 2005.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 28, 2005.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor**: Licenciatura e prática docente. Belo Horizonte: Autentica, 2010. (Tendências em Educação Matemática, 11).

MOREIRA, P. C. 3+1 e suas (In)Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática). **Bolema**. Rio Claro, v. 26, n. 44, p. 1137-1150, dez. 2012.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, A. C. O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 981-1005, dez. 2013.

MOREIRA, P. C.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? Um Paralelo entre as Visões de Educadores Matemáticos e de Matemáticos. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 515-534, ago. 2016.

MOREIRA, A. F.; SILVA, T. T. Sociologia e teoria crítica do currículo: uma introdução. In: ______. **Currículo, cultura e sociedade**. 12 ed. São Paulo: Cortez, 2013. p. 13-47.

OLIVEIRA, V. C. A. Categorias do cotidiano na formação de professores. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo, 2016.

OLIVEIRA, M. C. A.; RAAD, M. R. A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro: UFRJ, n. 61, p. 125-137, jul/dez, 2012.

PAULO, J. P. A. **Contando uma história:** ficcionando uma dissertação sobre a relação entre professor e aluno. 2016. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2016.

PETROPOULOU, G.; JAWORSKI, B.; POTARI, D.; ZACHARIADES, T. How do research mathematicians teach Calculus? In: Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 9., Prague, 2015**. Proceedings**... Prague, CERME, 2015, p. 2221-2227.

PINTO, T. P. MCS: Produzindo uma leitura para uma sala de aula de matemática da educação básica. In: ANGELO, C. L. et al. (Orgs). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. 1ed. São Paulo: Midiograf, 2012, v. 1, p. 151-163.

PONTE, J. P. **A investigação sobre o professor de Matemática: problemas e perspectivas**. Conferência realizada no I SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, promovido pela SBEM, em Serra Negra, São Paulo, Brasil, nov. 2000.

______. A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, n. 11A, p. 3-8, 2002.

RASMUSSEN, C.; MARRONGELLE, K.; BORBA, M. C. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, 46 (4), p. 507-515, 2014.

SANTOS, M. B. S.; ALMOULOUD, S. A. O Conceito de Limite: estudo das organizações matemáticas e didáticas em livros didáticos. **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 7, número temático, p. 537-572. 2014.

SBEM, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Livro de Resumo do I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)**. SBEM, Serra Negra, 2000.

SBEM, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo: SBEM, 2003.

SBEM, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Relatório do I Fórum Nacional das Licenciaturas em Matemática** – Currículos de Matemática para a Educação Básica no Brasil. São Paulo: SBEM, 2004.

SILVA, A. M. **Sobre a Dinâmica da Produção de significados para a Matemática**. 2003. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2003.

SILVA, M. A. Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio: um ensaio teórico. In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 5., 2012. Petrópolis. **Anais**... Petrópolis, 2012.

SILVA, H.; VIOLA DOS SANTOS, J. R. Sobre teorização, estética ficcional e algumas aproximações entre o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral. In: ANGELO, C. L. et al. (org). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 110-128.

SILVA, T. T. **Documentos de Identidade**: uma introdução às teorias do currículo. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SOUZA, A. C. C.; TEIXEIRA, M. V.; BALDINO, R. R.; CABRAL, T. C. B. Novas Diretrizes para a Licenciatura em Matemática. **Temas e Debates**. Ano 8, n°7, SBEM, p. 41-65, 1995.

VEIGA-NETO, A. Olhares... In: COSTA, M. V. (org). **Caminhos investigativos I: novos olhares na pesquisa em educação.** 3 ed. Rio de Janeiro: Lamparina editora, 2007.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. 2012. 360 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2012.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; LINS, R. C. Para uma outra formação matemática na Licenciatura em Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 7, n. 14, p. 337-357. 2014.

______. Movimentos de Teorizações em Educação Matemática. **Bolema**. Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 325-367, ago. 2016a.

_______. Uma Discussão a Respeito da(s) Matemática(s) na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 351-372, 2016b.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. Legitimidades possíveis para a formação matemática de professores de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo, 2016.

APÊNDICE A

Relação das pesquisas sobre o Cálculo na Licenciatura em Matemática

Modalidade	Instituição	Ano	Título/Nome
MA1	UNESP/RC	1998	Uma análise no discurso de alguns professores de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Licenciatura em Matemática. Miguel Tadayuki Koga
MA2	UNESP/RC	1998	Representações gráficas espaciais para o ensino de Cálculo e Álgebra Linear. Patrícia da Conceição Fantinel
D1	UNESP/RC	1998	Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos. Lígia Arantes Sad
D2	USP	1999	A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. Maria Cristina Bonomi Barufi
D3	UNICAMP	2000	Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral. Arlindo Jose de Souza Junior
D4	UNICAMP	2001	A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise. Frederico da Silva Reis
MA3	UEL	2003	Como alunos do curso de Licenciatura em Matemática que já cursaram pelo menos uma vez a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I lidam com alguns conceitos matemáticos básicos. Luciana Gastaldi Sardinha Souza
D5	USP	2003	O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. Wanderley Moura Rezende
MA4	UNESP/RC	2004	O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904: uma análise documental. Antonio Sylvio Vieira de Oliveira
MA5	PUC/SP	2004	Um olhar sobre as ideias matemáticas em um curso de cálculo: a produção de significados para a continuidade. Maria Cecília Arena Lopes Barto
D6	UNICAMP	2004	Aprendizagem Pessoal e Aprendizagem Afastada: o caso do aluno de cálculo. Dale William Bean
MA6	UNESP/RC	2006	A investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com calculadoras gráficas. Ricardo Rodrigues da Silva Scucuglia
D7	UNESP/RC	2006	Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de matemática: uma abordagem integrando oralidade, escrita e

			informática. Antonio Olimpio Junior
D8	PUC/SP	2006	Transição da Educação Básica para o Ensino Superior: a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo. Rita de Cássia Pistóia Mariani
MA7	PUC/SP	2007	A abordagem do Teorema Fundamental do Cálculo em livros didáticos e os registros de representação semiótica. Ronaldo Pereira Campos
MA8	PUC/SP	2007	Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do Teorema Fundamental do Cálculo. Desiree Frasson Balielo Picone
MP1	PUC/SP	2007	Ensino a Distância: Uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real. Sandra Regina Leme Forster
MP2	PUC/SP	2007	Cálculo Diferencial e Integral nos livros didáticos: uma análise do ponto de vista da organização praxeológica. Pedro Mateus
D9	PUC/SP	2007	Reflexão sobre a Prática: Argumentos e Metáforas no Discurso de um Grupo de Professores de Cálculo. Antonio Luis Mometti
MA9	UFRJ	2008	Compreensão gráfica da derivada de uma função real de um curso de Cálculo Semi-presencial. Gisela Maria da Fonseca Pinto
MA10	UFRJ	2010	Sobre definições em Cálculo: discussões sobre a construção do conceito de continuidade. Marques Fredman Mescolin
MA11	UNESP/RC	2010	O processo de construção de objetos de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma atividade de design. Edinei Leandro dos Reis
MA12	UNESP/RC	2010	Processos de visualização e representação de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral com um software tridimensional. Carolina Augusta Assumpção Gouveia
MA13	UNESP/RC	2010	Aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática do professor de cálculo diferencial e integral no contexto das tecnologias digitais. Andriceli Richit
MP3	UFOP	2010	As tecnologias da informação no estudo do Cálculo na perspectiva da aprendizagem significativa. Anderson Melhor Miranda
MP4	UFOP	2010	Ensino de funções, limites e continuidade em ambientes educacionais informatizados: uma

			proposta para cursos de introdução ao Cálculo. Davis Oliveira Alves
MP5	UFRN	2011	Experiência de atividades para o Cálculo Diferencial e Integral com o software Geogebra. Frank Victor Amorim
MP6	USS	2011	Aspectos motivacionais do Cálculo Diferencial e Integral. Odileia da Silva Rosa
MP7	UFOP	2011	A (re)construção do conceito de limite do Cálculo para a Análise: um estudo com alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Lilian Isabel Ferreira Amorim
MP8	PUC/SP	2011	Um estudo das atividades propostas em um curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral, na modalidade a distância. Antonio Fernando Silveira Alves
MP9	UFOP	2011	Discutindo algumas relações possíveis entre intuição e rigor e entre imagem conceitual e definição conceitual no ensino de limites e continuidade em Cálculo I. Osvaldo Honorio de Abreu
MP10	UFOP	2011	Explorando o conceito de derivada em sala de aula, a partir de suas aplicações e sob uma perspectiva histórica. Daniel Gustavo de Oliveria
MA14	PUC/SP	2011	As idéias centrais do Teorema Fundamental do Cálculo mobilizadas por alunos de Licenciatura em Matemática. Erika Andersen
MA15	UFRJ	2011	Introdução ao Cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção. Valeria Moura da Luz
D10	UFC	2011	Aplicações da sequência Fedathi na promoção das categorias do raciocínio intuitivo no Cálculo a várias variáveis. Francisco Regis Vieira Alves
D11	UNESP/RC	2011	Dimensões teórico-metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem. Marco Antonio Escher
MP11	UFC	2012	O uso de ferramentas pedagógicas para o ensino de Cálculo de uma variável em cursos semipresenciais: o caso do Instituto Federal do Ceará. Wellington Lucio Bezerra
MP12	UFOP	2012	Aplicações das derivadas no Cálculo I: atividades investigativas utilizando o Geogebra. Daniele Cristina Gonçalvez
MP13	UFJF	2012	História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura. Marcos Ribeiro Raad

MA16	UFS	2012	Processos de comunicação da disciplina Cálculo I do curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância do CESAD/UFS/UAB. Márcio Batista Santos
D12	PUC/SP	2012	A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. Gabriel Loureiro de Lima
D13	USP	2013	Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: das técnicas ao humans-with-media. Aldo Freitas Vieira
MP14	UFOP	2014	Construção e interpretação de gráficos com o uso de softwares no ensino de Cálculo: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais. Márcio Augusto Gama Ricaldoni
D14	PUC/SP	2014	Experiências de estudantes na construção do conhecimento de derivada em aulas de Cálculo 1. Sonia Maria da Silva Junqueira
MP15	UFOP	2015	Ensino de derivadas em Cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra. José Cirqueira Martins Júnior

APÊNDICE B

Número de publicações por instituição

Instituição	**Dissertações**	**Teses**	**Total**
UNESP/RC	7	3	10
USP	-	3	3
UNICAMP	-	3	3
PUC/SP	7	4	11
UFRJ	3	-	3
UFOP	8	-	8
UFC	1	1	2
UEL	1	-	1
UFRN	1	-	1
USS	1	-	1
UFJF	1	-	1
UFS	1	-	1
Total	**31**	**14**	**45**

APÊNDICE C

Objetivos, questões de investigação e palavras-chave por pesquisas

Modalidade/Título/Nome	Objetivo/Questão de Investigação/Palavras-chave
MA1 - Uma análise no discurso de alguns professores de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Licenciatura em Matemática. Miguel Tadayuki Koga	*"Qual a visão de alguns professores universitários de Cálculo Diferencial e Integral sobre a importância dessas disciplinas nos cursos de Licenciatura em Matemática?"*
MA2 - Representações gráficas espaciais para o ensino de Cálculo e Álgebra Linear. Patrícia da Conceição Fantinel	*"Esta pesquisa analisa a influência do uso de representações gráficas na compreensão de conceitos de Cálculo e Álgebra Linear que utilizam tais representações". "Baseada no modelo de van Hiele, uma familiarização prévia com perspectivas (isométrica, cavaleira e cônica) e vistas ortográficas (lateral, frontal e superior) auxiliará aos alunos nas disciplinas de Cálculo e Álgebra Linear?" Representações gráficas; visualização; ensino-aprendizagem de Cálculo e Álgebra Linear; Van Hiele.*
D1 - Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos. Lígia Arantes Sad	*"São estabelecidas diversificações nos modos de produção de significados e de objetos a partir do Cálculo diferencial e integral? Quais?" Produção de significados; pensamento diferencial e integral; estipulações locais; conhecimento e Campos Semânticos.*
D2 - A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. Maria Cristina Bonomi Barufi	*"de que maneira é feita a 'ponte' entre o conhecimento matemático desenvolvido na escola secundária e aquele abordado no curso de Cálculo? O Cálculo é apresentado como algo pronto, ou apresenta-se seu caráter heurístico que possibilitou, ao longo da história, diversas formulações para finalmente se chegar à atual? Como, e quanto, o caráter interdisciplinar do Cálculo é explicitado nos diferentes cursos universitários? O conteúdo dos cursos passa por processos de adequação dependendo do que ocorre na sala de aula? Investigar de que maneira é feita a negociação de significados nos cursos de Cálculo I, a fim de possibilitar a construção do conhecimento desejável por parte dos alunos." Negociação de significados no Cálculo; Ensino de Cálculo; Conhecimento significativo no Cálculo; Computador no ensino de Cálculo.*
D3 - Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral. Arlindo Jose de Souza Junior	*"a partir de uma análise da história do grupo da UNICAMP, compreender sua dinâmica, o envolvimento de seus membros e os processos de produção negociada de saberes sobre ensinar e aprender Cálculo."*
D4 - A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise. Frederico da Silva Reis	*"compreender como a relação tensional entre rigor e intuição acontece e manifesta-se no ensino universitário de Cálculo e Análise." "Como a relação entre rigor e intuição encontra-se nos manuais didáticos de Cálculo e de Análise, como ela é percebida/enfrentada pelos seus autores e pesquisadores e*

	quais são suas possíveis implicações na formação matemática do professor?”
MA3 - Como alunos do curso de Licenciatura em Matemática que já cursaram pelo menos uma vez a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I lidam com alguns conceitos matemáticos básicos. Luciana Gastaldi Sardinha Souza	*“fiz um estudo avaliativo para verificar como os alunos lidam com alguns conceitos matemáticos considerados básicos para terem um bom desempenho na disciplina Análise Real” Cálculo Diferencial Integral; Análise Real; Conceito Definição; Conceito Imagem; Educação Matemática.*
D5 - O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. Wanderley Moura Rezende	*“**Mapear** as dificuldades de natureza epistemológica do ensino de Cálculo, procurando interpretá-las em diversas escalas e contextos. O que se busca aqui, a partir de uma **cartografia simbólica** do ensino de cálculo, é uma compreensão do que é o Cálculo é, e o que ele representa para a **formação do cidadão** e para a **arquitetura** do próprio conhecimento matemático.” Cálculo; Epistemologia; Ensino; Mapas de relevância; Dificuldades de aprendizagem; História do Cálculo.*
MA4 - O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904: uma análise documental. Antonio Sylvio Vieira de Oliveira	*“analisar o desenvolvimento do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de São Paulo, no final do século XIX até o início do século XX”; “estabelecer modelos de percepção nas análises de conteúdo dos livros adotados e seguidos no curso de Cálculo Diferencial e Integral da Escola Politécnica, no período que se inicia com a sua criação, em 1893, e vai até a fundação da Universidade de São Paulo, em 1934.” Cálculo; Análise de Conteúdo; Rodolpho de San Thiago; Escola Politécnica; História da Matemática.*
MA5 - Um olhar sobre as ideias matemáticas em um curso de cálculo: a produção de significados para a continuidade. Maria Cecília Arena Lopes Barto	*“investigar a dinâmica da produção de significados para a Continuidade de Funções de uma Variável Real, por alunos em um curso de Pós Graduação e na disciplina de tópicos de Cálculo.” Produção de Significados; Limite e Continuidade; Metáforas Conceituais; Argumentação.*
D6 - Aprendizagem Pessoal e Aprendizagem Afastada: o caso do aluno de cálculo. Dale William Bean	*“Compreender melhor como as atividades desenvolvidas e as avaliações elaboradas pelo professor de Cálculo, no contexto das exigências do curso do aluno, influenciam a aprendizagem.” Cálculo; psicologia da aprendizagem; autoridade – aspectos sociais; autonomia; dependência; relações sociais.*
MA6 - A investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com calculadoras gráficas. Ricardo Rodrigues da Silva Scucuglia	*“Como Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas investigam o Teorema Fundamental do Cálculo?” Educação Matemática; Calculadoras Gráficas; Teorema Fundamental do Cálculo; Seres-Humanos-com-Mídias; Experimentação com Tecnologias.*
D7 - Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de matemática :uma abordagem integrando oralidade, escrita e	*“investigar as compreensões, emergentes da integração entre oralidade, escrita (em linguagem natural) e informática (representada pelo CAS MAPLE), sobre conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial, produzidas por alunos*

informática. Antonio Olimpio Junior	*de primeiro ano de Matemática de uma universidade pública do Estado de São Paulo." Escrita; Oralidade; Maple; Compreensão Conceitual; Cálculo.*
D8[66] - Transição da Educação Básica para o Ensino Superior: a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo. Rita de Cássia Pistóia Mariani	
MA7 - A abordagem do Teorema Fundamental do Cálculo em livros didáticos e os registros de representação semiótica. Ronaldo Pereira Campos	*"investigar como o Teorema Fundamental do Cálculo é tratado em quatro livros didáticos à luz dos registros de representação semiótica." Teorema Fundamental do Cálculo; Livro Didático; Registros de Representação Semiótica; Coordenação de Registros; Indicadores.*
MA8 - Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do Teorema Fundamental do Cálculo. Desiree Frasson Balielo Picone	*"identificar os registros de representação semiótica que professores de Cálculo mobilizam e/ou coordenam ao ministrarem suas aulas referentes ao Teorema Fundamental do Cálculo." Teorema Fundamental do Cálculo; Registros de Representação Semiótica; Coordenação de Registros; Variáveis Visuais Pertinentes; Integração e Derivação.*
MP1 - Ensino a Distância: Uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real. Sandra Regina Leme Forster	*"apresentar o material sobre o assunto 'Limites e Continuidades de Funções de Uma Variável Real', bem como uma análise da produção da metodologia aplicada ao curso de Cálculo Diferencial e Integral II e o aproveitamento dos alunos que cursaram essa disciplina no curso de Licenciatura Plena em Matemática na modalidade à distância para que possam ser observados quais pontos falharam e que provavelmente devam ser alterados." Educação a distância; Teoria Interacionista; Teoria dos Registros de Representações Semiótica; Limites e Continuidade; Metodologia de Design.*
MP2 - Cálculo Diferencial e Integral nos livros didáticos: uma análise do ponto de vista da organização praxeológica. Pedro Mateus	*"Analisar e compreender melhor como atualmente os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral são tratados em alguns livros didáticos disponíveis." Teoria Antropológica do Didático; Teoria das Situações Didáticas; Teoria de Registros de Representação Semiótica; o livro didático.*
D9 - Reflexão sobre a Prática: Argumentos e Metáforas no Discurso de um Grupo de Professores de Cálculo. Antonio Luis Mometti	*"investigar e analisar como a discussão e a reflexão, no âmbito de um grupo de professores de Cálculo, podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos participantes desse grupo, partindo do que os professores efetivamente falam sobre a sua prática, em particular sobre suas aulas de Integral de Riemann para funções de uma variável real." Argumentos; Metáforas; Ensino de Cálculo; Integral; Reflexão sobre a Prática; Desenvolvimento*

[66] Essa tese não foi encontrada no site do programa de pós-graduação, e a autora não respondeu nosso e-mail, em que solicitávamos o documento. Por isso, essa pesquisa não fará parte dessa análise.

	Profissional.
MA9 - Compreensão gráfica da derivada de uma função real de um curso de Cálculo Semi-presencial. Gisela Maria da Fonseca Pinto	*"verificamos de que forma os alunos da Educação à Distância do Consórcio CEDERJ compreendem graficamente o conceito de derivada, [...] analisamos a flexibilidade dos alunos em transitar de uma a outra formas de representação da derivada de uma função." Derivada de uma função real; Ensino à distância; Gráficos de funções.*
MA10 - Sobre definições em Cálculo: discussões sobre a construção do conceito de continuidade. Marques Fredman Mescolin	*"Propor atividades de investigação que possibilitem a construção do conceito de continuidade junto a turmas de graduação, de forma a criar m ambiente em que seja possível a discussão entre o professor e os alunos de exemplos e não exemplos que possam solidificar a assimilação de tal conceito e estimular a participação dos alunos. Verificar se as concepções espontâneas dos alunos, em particular a respeito do conceito de continuidade podem contribuir para a construção deste conceito. Verificar até que ponto, os alunos utilizam suas concepções espontâneas ou a definição matemática de continuidade adotada para classificar uma função quanto à sua continuidade." Continuidade; Concepções Espontâneas; Atividades de Investigação; Ensino de Cálculo.*
MA11 - O processo de construção de objetos de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma atividade de design. Edinei Leandro dos Reis	*"compreender as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design." Educação Matemática; Recursos Educacionais Abertos; Construcionismo.*
MA12 - Processos de visualização e representação de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral com um software tridimensional. Carolina Augusta Assumpção Gouveia	*"compreender os processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos em Cálculo Diferencial e Integral, no contexto das Tecnologias de Informação e Comunicação." Visualização; Representação; Obras Artísticas; Educação Matemática; software K3DSurf.*
MA13 - Aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática do professor de cálculo diferencial e integral no contexto das tecnologias digitais. Andriceli Richit	*"identificar e compreender os aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática docente em um curso à distância de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais." Tecnologias Digitais; Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral; Conhecimento da Prática; Formação Continuada de Professores.*
MP3 - As tecnologias da informação no estudo do Cálculo na perspectiva da aprendizagem significativa. Anderon Melhor Miranda	*"Investigar como o uso de um software em conjunto com a aplicação de atividades elaboradas e analisadas, na perspectiva da aprendizagem significativa, pode contribuir e favorecer as relações entre os subsunçores/conhecimentos prévios dos estudantes – de Cálculo e várias variáveis – e as construções, análises, interpretações e compreensões de conceitos matemáticos em gráficos em* R^3*." Tecnologias Informáticas; Ensino de Cálculo; Aprendizagem*

	Significativa.
MP4 - Ensino de funções, limites e continuidade em ambientes educacionais informatizados: uma proposta para cursos de introdução ao Cálculo. Davis Oliveira Alves	*"Como a utilização de Tecnologias Informacionais e Comunicacionais pode contribuir/redirecionar o ensino de Funções, Limite e Continuidade em disciplinas de Introdução ao Cálculo?" Ensino de Funções; Ensino de Cálculo; Tecnologias da Informação e Comunicação; Educação Matemática; Ensino Superior.*
MP5 - Experiência de atividades para o Cálculo Diferencial e Integral com o software Geogebra. Frank Victor Amorim	*"Elaborar sessões de atividades utilizando o software GeoGebra e identificar implicações que os diferentes recursos possibilitados pelo dinamismo do mesmo podem fornecer para a formação dos alunos de graduação e professores, no tocante aos principais conceitos do Cálculo Diferencial e Integral I". Cálculo Diferencial e Integral; Atividades Investigativas; Software GeoGebra.*
MP6 - Aspectos motivacionais do Cálculo Diferencial e Integral. Odileia da Silva Rosa	*"identificar as motivações e estratégias de estudo que o aluno traz, ou trazia, consigo no primeiro contato com [...] a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em cursos de graduação, modalidade bacharelado ou Licenciatura. [...] a fim de fornecer aos professores e aos alunos da disciplina subsídios que permitam potencializar ou redirecionar estes parâmetros, partindo do pressuposto de que os estudantes necessariamente são sujeitos ativos de uma aprendizagem significativa." Cálculo Diferencial e Integral; Motivação para aprendizagem; Estratégias de aprendizagem.*
MP7 - A (re)construção do conceito de limite do Cálculo para a Análise: um estudo com alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Lilian Isabel Ferreira Amorim	*"Desvendar a contribuição de uma proposta de ensino, baseada nas imagens conceituais, relacionadas ao conceito de limite de uma função, (re)construídas por alunos do curso de Licenciatura em Matemática, após cursarem Análise Real, para a aprendizagem desses alunos." Limites; Imagens e Definições Conceituais; Ensino de Cálculo e de Análise; Educação Matemática no Ensino Superior.*
MP8 - Um estudo das atividades propostas em um curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral, na modalidade a distância. Antonio Fernando Silveira Alves	*"verificar se as atividades propostas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de um curso de Licenciatura em Matemática na modalidade EaD propiciam a utilização de diferentes estratégias de ensino, tais como: investigação, resolução de problemas e exercícios; e verificar quais são os questionamentos, 'dúvidas' propostas pelos alunos e qual o encaminhamento dado a esses questionamentos pelos professor da disciplina." Educação à distância; Formação de Professores de Matemática; Atividades de exploração; Atividades de Investigação.*
MP9 - Discutindo algumas relações possíveis entre intuição e rigor e entre imagem conceitual e definição conceitual no ensino de limites e continuidade em Cálculo I. Osvaldo Honorio de Abreu	*"investigar os processos de ensino e de aprendizagem de 'Limites e Continuidade' em Cálculo I, na perspectiva da Educação Matemática no Ensino Superior; levantar hipóteses e categorias de análise de algumas relações estabelecidas por alunos entre intuição e rigor e entre imagem conceitual e definição conceitual nos processos de ensino e de*

	aprendizagem destes tópicos." Ensino de Cálculo; Educação Matemática; Intuição; Rigor; Imagem Conceitual; Definição Conceitual.
MP10 - Explorando o conceito de derivada em sala de aula, a partir de suas aplicações e sob uma perspectiva histórica. Daniel Gustavo de Oliveria	*"Contribuir para a discussão sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, a partir de seus fundamentos históricos relacionados ao conceito de derivada; apresentar uma sequência de ensino que permita ao aluno explorar o conceito de derivada dentro de uma perspectiva histórica." Ensino de Cálculo; Educação Matemática; História da Matemática; Ensino Superior.*
MA14 - As idéias centrais do Teorema Fundamental do Cálculo mobilizadas por alunos de Licenciatura em Matemática. Erika Andersen	*"investigar quais processos mentais podem intervir e ser combinados por alunos no desenvolvimento de atividades envolvendo a expressão* $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$. *Além disso, verificar se esse tipo de atividade favorece a compreensão das ideias centrais envolvidas no Teorema Fundamental do Cálculo." Teorema Fundamental do Cálculo; Processos do Pensamento Matemático Avançado; Inter-relação entre Derivada e Integral; Ensino e Aprendizagem de Cálculo.*
MA15 - Introdução ao Cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção. Valeria Moura da Luz	*"investigar uma proposta de intervenção, avaliando os resultados qualitativos, em uma disciplina de Introdução ao Cálculo, concomitantemente com o curso de Cálculo Diferencial e Integral I, por meio da metodologia de Resolução de Problemas em um ambiente computacional." Introdução ao Cálculo; Resolução de Problemas; Tecnologia da Informação e Comunicação; Visualização; Múltiplas Representações.*
D10 - Aplicações da sequência Fedathi na promoção das categorias do raciocínio intuitivo no Cálculo a várias variáveis. Francisco Regis Vieira Alves	*"identificação/descrição das categorias do raciocínio intuitivo ao longo das fases de ensino da metodologia nominada Sequência Fedathi." Sequência de Fedathi; Intuição; Cálculo a Várias Variáveis; Representações Semióticas.*
D11 - Dimensões teórico-metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem. Marco Antonio Escher	*"investigar e evidenciar as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as TIC, em uma perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem no curso superior." Cálculo Diferencial e Integral; Paradigma Indiciário; História; Tecnologias de Informação e Comunicação.*
MP11 - O uso de ferramentas pedagógicas para o ensino de Cálculo de uma variável em cursos semipresenciais: o caso do Instituto Federal do Ceará. Wellington Lucio Bezerra	*"avaliar se o uso das ferramentas de tecnologia de informação e comunicação (chat, fórum e videoaula) como possibilidade pedagógica na disciplina de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática na modalidade semipresencial do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, também chamado Instituo Federal do Ceará (IFCE)." Educação à Distância; Ensino de Cálculo; Ferramentas de aprendizagem.*
MP12 - Aplicações das derivadas no Cálculo I: atividades investigativas	*"desvendar as contribuições das atividades investigativas com o uso das TICE´s para os processos de ensino e aprendizagem*

utilizando o Geogebra. Daniele Cristina Gonçalvez	*do conceito de derivadas e suas aplicações em Cálculo Diferencial e Integral I." Ensino de Cálculo e Derivadas; Investigação Matemática; Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação.*
MP13 - História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura. Marcos Ribeiro Raad	*"como ocorreram as práticas de ensino da disciplina Cálculo Diferencial e Integral na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) nos anos 70 e 80 do século passado? E ainda, analisando a cultura de ensino de Cálculo, como a reprovação nesta disciplina é tratada ao longo do tempo?" História na educação matemática; Ensino de Cálculo; Cultura do ensino de Cálculo; História das disciplinas.*
MA16 - Processos de comunicação da disciplina Cálculo I do curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância do CESAD/UFS/UAB. Márcio Batista Santos	*"compreender como os processos de comunicação entre aluno-aluno, aluno-tutor, aluno-PCD1 e tutor-PCD1 interferiram no processo de ensino-aprendizagem, a partir da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I do curso de matemática do CESAD ofertada no período." 2010/2.Processos de comunicação; ensino-aprendizagem; Cálculo I; Universidade Aberta do Brasil.*
D12 - A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. Gabriel Loureiro de Lima	*"De que maneira a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral foi implantada no curso de Matemática da Universidade de São Paulo, de que forma se modificou, ao longo dos anos, em termos do nível de rigor e das preocupações didáticas e como se transformou, de uma disciplina inicialmente de Análise Matemática, em outra efetivamente de Cálculo Diferencial e Integral?" Ensino Superior; Curso de Cálculo na Matemática da USP; Transição da Análise Matemática para o Cálculo; Preocupações Didáticas e Rigor.*
D13 - Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: das técnicas ao humans-with-media. Aldo Freitas Vieira	*"verificando-se os limites e possibilidades do uso de novas Tecnologias da Informação (TI´s) no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, aplicáveis tanto no ensino presencial como na Educação à Distância, no coletivo humans-with-media." Ensino de Cálculo; Epistemologia; Significados; metodologia; Livro Didático; Formação de Professores; Tecnologia da Informação e Informática; Ensino Presencial; Ensino à Distância; Técnica; Tecnologias da Inteligência; Humans-with-media.*
MP14 – Construção e interpretação de gráficos com o uso de softwares no ensino de Cálculo: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais. Márcio Augusto Gama Ricaldoni	*"Quais são as possíveis contribuições da utilização do software GeoGebra para a formação de imagens conceituais relacionadas ao conceito de Derivadas nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo I, a partir da realização de atividades de construção de gráficos?" Ensino de Cálculo e Derivadas; Visualização; Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática.*
D14 - Experiências de estudantes na construção do conhecimento de derivada em aulas de Cálculo 1.	*"apontar possibilidades da experiência nos processos de construção do conhecimento em aulas de Cálculo 1, especificamente para o conteúdo Derivada." Experiência;*

Sonia Maria da Silva Junqueira	*Cálculo 1; Derivada; Relação Dialógica; Subjetividades.*
MP15 - Ensino de derivadas em Cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra. José Cirqueira Martins Júnior	*"Que contribuições a realização de atividades exploratórias com o uso do GeoGebra pode trazer à aprendizagem de Derivadas a partir da visualização?" Visualização; Ensino de Cálculo e Derivadas; Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática; Geogebra.*

APÊNDICE D

Quadro com a relação dos artigos encontrados nas revistas brasileiras

Revista BOLEMA		
Ano	**Título e autor**	**Do que trata o artigo**
2007	Primeiro Ano num Curso de Matemática: a definição de função e a dualidade local/global em conceitos de Cálculo. Antonio Olimpio Junior	"o artigo destaca a dualidade local/global como uma das dinâmicas essenciais a serem exercitadas e exploradas no tratamento de conceitos como o de derivabilidade, no contexto do primeiro ano de um curso de Matemática. Além disso, sugere que a exploração de uma particular definição de função 'mais adequada às demandas educacionais em tal contexto' poderia contribuir para descristalizar e ampliar percepções construídas ao longo Ensino Médio, estimulando a fluidez na dinâmica supra-referida."
2011	A Cross-Age Study of Students' Understanding of Limit and Continuity Concepts. Ilhan Karatas; Bulent Guven; Erdem Cekmez	"The aim of this study is to reveal concept development and the way limit and continuity concepts are understood by students from different levels of education. For this purpose, a test comprising open-ended questions about verbal, algebraic and graphical representations of concepts was administered to students from different levels of education."
2012	Estudio sobre las Praxeologías que se Proponen Estudiaren un Curso Universitario de Cálculo. Ana Rosa Corica e María Rita Otero	"En este trabajo se analizan las organizaciones que se proponen estudiar en un curso de cálculo universitario relativas a las nociones de límite y continuidad funcional. Desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico se analizó el material editado por lo profesores destinado a estudiantes universitários."
2012	Reflexões Sobre Análise Institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. Afonso Henriques; André Nagamine; Camila M. L. Nagamine	"nos propomos, no presente artigo, apresentar uma análise institucional em torno dos projetos acadêmicos curriculares, os livros didáticos e os estudantes enquanto elementos institucionais, de uma instituição de ensino superior, considerando as *integrais múltiplas* como objeto de estudo."
2012	A História da Derivada de Mariana: uma experiência didática. Roberto R. Baldino; Aline S. Fracalossi	"Neste artigo introduzimos o conceito de derivada como quociente de infinitésimos através de uma história para crianças e adultos. Incluímos o relato da compreensão, da história e do conceito, demonstradas por duas meninas, uma de 10, outra de 12 anos. Segue uma breve apologia em favor do uso dos infinitésimos no ensino de cálculo e com a descrição do contexto de uma sala de aula de cálculo para calouros, onde essa história foi aplicada como ficha de trabalho."
2013	Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o	"Nosso objetivo é apresentar um material que complementa e revitaliza alguns exercícios e atividades clássicos de aplicações de derivadas que são,

	GeoGebra. Daniele Cristina Gonçalves; Frederico da Silva Reis	tradicionalmente, encontrados nos livros-textos, muito utilizados nas referências das disciplinas de Cálculo I nas universidades brasileiras."
2013	Algunos Indicadores del Desarrollo del Esquema de Derivada de una Función. Gloria Sánchez-Matamoros; Mercedes García; Salvador Llinares	"Usamos los niveles intra, inter y trans del desarrollo de un esquema propuestos por Piaget y García para caracterizar el uso flexible que los estudiantes hacen de la *equivalencia lógica* entre diferentes elementos matemáticos cuando resuelven un problema, como un indicador del desarrollo del esquema de derivada."
2015	Discussões sobre a Relação entre Limite e Continuidade de uma Função: investigando Imagens Conceituais. Maria Alice V. F. Messias; João Claudio Brandemberg	"Objetivamos investigar as *imagens conceituais* desses sujeitos acerca da relação entre limite e continuidade de uma função, por meio de um estudo exploratório realizado em duas etapas, cujos resultados foram relacionados às pesquisas de Tall e Vinner (1981), Vinner (1991) que, por sua vez, compuseram a base da fundamentação teórica de nosso estudo."
2016	Análisis Didáctico a un Proceso de Instrucción del Método de Integración por Partes. Enrique Mateus Nieves	"En este artículo se presenta un análisis de la estructura y funcionamiento de una secuencia de clases de matemáticas, con estudiantes colombianos de segundo año de la Licenciatura en matemáticas, donde se explica el método de integración por partes."
2016	The Mathematical Work with the Derivative of a Function: Teachers' Practices with the Idea of "Generic". Monica Panero; Ferdinando Arzarello; Cristina Sabena	"This paper investigates the introduction of the derivative notion and, specifically, the introduction of the derivative function, as a significant moment in the development of mathematical work on functions."
Revista Ciência & Educação		
2012	Calculus infinitesimalis: Uma teoria entre a razão e o mito? Tadeu Fernandes de Carvalho e Itala Maria Loffredo D'Ottaviano	"Neste artigo percorremos parte dos caminhos históricos e lógico-matemáticos que unem o cálculo infinitesimal à análise não-standard de Abraham Robinson, e esta ao cálculo diferencial paraconsistente – um cálculo proposto por Newton da Costa, que tem como lógica e teoria de conjuntos subjacentes a lógica paraconsistente e a teoria paraconsistente de conjuntos."
Educação Matemática em Revista		
2014	Aproximando e calculando áreas com recursos diversos: uma proposição para a Licenciatura em Matemática. Márcio de Albuquerque Vianna, Marcelo Almeida Bairral e Leonardo Kirmse de Oliveira	"O cálculo de área de figuras planas com a utilização de integrais definidas em um intervalo numérico é um dos tópicos estudados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. [...] este artigo apresenta uma proposta para a utilização de vários recursos didáticos, sobretudo os informáticos, em um processo de construção de caminhos em que os alunos possam experimentar alternativas ao 'paradigma do exercício' (SKOVSMOSE, 2000), rascunhar, aproximar e escolher recursos e modos

		de calcular a superfície de um objeto, de uma imagem, de uma gravura”
2016	O método da exaustão e o cálculo de áreas: proposta e uma tarefa com auxílio do geogebra. André Luis Trevisan; Higgor Henrique Dias Goes	“apresentamos uma proposta de tarefa que toma o método da exaustão como contexto para a definição do conceito de integral definida de uma função potência. Inspirados nas ideias de Freudenthal (1973, 1991), defendemos a premissa de que o ensino dessa disciplina deveria ser precedido pela exploração qualitativa, intuitiva e informal de ideias como taxa de variação e áreas sob curvas, por meio de abordagens gráficas e numéricas, que seriam gradativamente refinadas.”
	Educação Matemática Pesquisa	
2007	Referências teóricas da didática francesa: análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do *software* Maple. Afonso Henriques; João Paulo Attie; Luíz Márcio S. Farias	“centramos uma atenção particular nas referências teóricas da didática francesa que permitiram a realização de estudos de objetos matemáticos, como as Integrais Múltiplas (IM) usando o *software* Maple. Esse e, portanto, um estudo teórico ligado ao trabalho de tese1 que visou estudar as interações possíveis entre as representações gráficas e analíticas de sólidos nos problemas de cálculo de volume por integrais múltiplas, envolvendo o uso de *softwares* de cálculos avançados.”
2011	Historia y rigor en una iniciación al cálculo: una experiencia cubana. Concepción Valdés Castro; Carlos Sánchez Fernández	“El objetivo principal de este artículo es compartir nuestras experiencias en el desarrollo de un curso introductorio de Cálculo con el uso de problemas históricos. Con este enfoque pretendemos presentar a los estudiantes tanto los obstáculos encontrados en la resolución de problemas históricos significativos, como las ideas y métodos que han servido para superarlos. [...] En este breve trabajo queremos ilustrar cómo la historia no sólo nos puede proveer de entretenidas anécdotas, sino también, que con el enfoque historicista podemos especialmente *enseñar a pensar*.”
2011	Historia de la enseñanza del Cálculo a través de los libros. Maria Teresa González Astudillo	“Vamos a hacer un recorrido por la historia de la enseñanza del Análisis Matemático, partiendo de los inicios de su enseñanza hasta la actualidad, dando fe de los cambios producidos a lo largo de un poco más de 400 años. El inicio de este recorrido se inicia a partir del nacimiento de esta rama de las matemáticas, se revisarán algunos de los libros utilizados en la enseñanza de esos contenidos para finalizar con la introducción de las nuevas tecnologías que logran recuperar ciertos aspectos ligados a los orígenes de esta rama de las matemáticas.”
2011	Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar Cálculo.	“Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que procurou compreender como professores do ensino superior estão usando tecnologia da informação e comunicação (TIC) quando ministram suas aulas de

	Douglas Marin; Miriam Godoy Penteado	Cálculo. Os dados são provenientes de entrevista com treze professores que, em algum momento de sua prática docente, utilizam TIC para ensinar Cálculo. Com esses relatos foi possível fazer uma discussão acerca do trabalho docente frente ao uso de TIC no ensino de Cálculo, contemplando os seguintes aspectos: preparo das aulas, a forma que os livros são usados, a forma que conteúdos são trabalhados, como é a demonstração e a avaliação com o uso de TIC.”
2011	Uma discussão sobre o papel das definições formais no ensino e aprendizagem de limites e continuidade em Cálculo I. Osvaldo Honório De Abreu; Frederico Da Silva Reis	“Este artigo apresenta uma discussão sobre o papel das definições formais de limites e continuidade nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo I. Inicialmente, buscamos algumas contribuições de pesquisas na área de Educação Matemática no Ensino Superior. A seguir, descrevemos uma pesquisa realizada com alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Bacharelado em Estatística de uma universidade pública, a partir da elaboração e aplicação de atividades envolvendo definições formais de limites e continuidade, analisadas à luz das relações entre intuição e rigor.”
2011	Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo. Benedito Antonio da Silva	“Neste artigo o objetivo é discutir diferentes componentes envolvidas no ensino e aprendizagem do Cálculo, em particular aquelas referentes ao próprio saber matemático e às expectativas dos sujeitos envolvidos no processo: estudantes e professores. Partindo de uma breve contextualização do estado das pesquisas referentes ao ensino superior, apresentamos o projeto sobre o tema, que vem sendo desenvolvido há aproximadamente uma década com alunos de mestrado e doutorado em Educação Matemática. São descritos os objetivos de sub-temas e os pressupostos metodológicos que têm guiado o andamento do projeto.”
2011	Transição interna do cálculo em uma variável para o cálculo a várias variáveis: uma análise de livros. Francisco Regis Vieira Alves; Hermínio Borges Neto	“comparando e identificando os elementos que indicamos como pertinentes à transição interna do Cálculo em Uma Variável - CUV para o Cálculo a Várias Variáveis - CVV. Tais elementos são discutidos no âmbito de uma análise de livros didáticos utilizados no ambiente acadêmico, no ensino de cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática no Estado do Ceará. Assim, escolhemos os autores Guidorizzi (2008; 2010), Leithold (1994; 1999) e Stewart (2004a; 2004b), e, com base nas categorias descritas em Alves (2011) e a adoção de técnicas de análise de conteúdos (BARDIN, 1979), inspecionamos estes compêndios, com a intenção de evidenciar elementos que podem funcionar como entraves à referida transição e que não se tornaram objeto de investigação até o momento no Brasil.”

2012	A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. Gabriel Loureiro de Lima	"como objetivo analisar o desenvolvimento da disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral do curso de graduação em Matemática da Universidade de São Paulo, desde 1934, ano em que tal instituição foi fundada e nela foi implantado o primeiro curso superior de Matemática do país, até 1994, momento em que a disciplina de Cálculo I do curso de Licenciatura passou a ser oficialmente diferente daquela oferecida no Bacharelado."
2013	Educação Matemática no Ensino Superior e abordagens de Tall sobre o ensino/aprendizagem do Cálculo. Marcio Vieira De Almeida; Sonia Barbosa Camargo Igliori	"Nele são apresentados elementos teóricos e abordagens de ensino sobre conceitos do Cálculo propostos por David Tall e colaboradores, reunidos a partir da elaboração de um panorama de artigos desses pesquisadores."
2014	Contextualizando momentos da trajetória do ensino de cálculo na graduação em matemática da USP. Gabriel Loureiro De Lima	"presente estudo, tomando como objeto de análise quatro importantes momentos da trajetória da disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral do curso de graduação em Matemática da Universidade de São Paulo, procuramos evidenciar que muitas das transformações ocorridas durante o desenvolvimento de tal disciplina foram consequências de transformações mais amplas que estavam ocorrendo nos domínios da Matemática, da Educação ou da Educação Matemática. Mais do que mudanças locais, foram reflexos da influência exercida por modelos de ensino presentes em instituições do exterior e que começaram a ganhar espaço no país e também de mudanças nas concepções a respeito do papel do professor e do estudante no processo de ensino e aprendizagem na universidade."
2014	O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a. C até o século XX. Karly Alvarenga; Celso V. Barbosa; Gislaine M. Ferreira	"esta investigação aconteceu por meio de uma pesquisa bibliográfica e documental, envolvendo livros, artigos, dissertações e teses, perfazendo o total de 43 trabalhos. Foram revisadas obras que tratam do desenvolvimento do conceito de função e apresentadas uma linha do tempo de seu desenvolvimento."
2016	O conceito de integral de Riemann do ponto de vista da congruência semântica. Claudete Cargnin; Rui Marcos O. Barros	"Este artigo discute a congruência semântica entre representações de conceitos componentes do conceito de Integral de Riemann e o papel da conversão na sua compreensão. São feitas análises de congruência, baseadas nos critérios estabelecidos por Duval, para a notação de somatório, o conceito de convergência e o

		cálculo de área de uma região limitada mediante integral definida.”
2016	Um estudo sobre problemas de tradução relativos às propriedades de limites de função real de uma variável real. Dailson Evangelista Costa; Mônica S. F. de Moraes; Marisa R. A. da Silveira	“Objetivamos com este trabalho realizar um levantamento dos problemas de tradução relativos às propriedades de limite de função. Para tanto, fizemos uma pergunta para alunos universitários, buscando analisar os erros cometidos na tradução dos enunciados em língua materna para linguagem matemática e vice-versa.”
2017	Reflexões acerca da aprendizagem baseada em problemas na abordagem de noções de cálculo diferencial e integral. Débora Vieira de Souza e Rogério Ferreira da Fonseca	“apresentamos reflexões acerca do ensino e aprendizagem de noções de Cálculo Diferencial e Integral. Mediante os aportes teóricos pertinentes, propõe-se atividades para abordar noções de Cálculo, como limites e derivadas, tomando como princípio norteador uma metodologia ativa, no caso, a Aprendizagem Baseada em Problemas (Problem-Based Learning - PBL). [...] Consideramos que por meio da inserção de problemas motivadores, reais ou realísticos, certos entraves observados no ensino e na aprendizagem de Cálculo, podem ser amenizados, bem como contribuir com a construção de conhecimentos transdisciplinares.”
Revista Vidya		
2009	Função: o professor conhece este conceito? Vera Clotilde Garcia	“apresentamos estudo a respeito do conhecimento de Matemática sobre função, necessário para o professor. Caracterizamos função como relação entre conjuntos quaisquer, muitas vezes, sem representação; eixo central de uma rede de conexões no interior da Matemática; com muitas facetas e representações, em diferentes contextos e domínios.”
2012	*Insight*: descrição e possibilidades de seu uso no ensino do Cálculo. Francisco Regis Vieira Alves	“Apesar de se desenvolverem em níveis de dificuldades distintos, as atividades de investigação do matemático profissional e do estudante apresentam elementos de ordem e natureza cognitiva comuns. Dentre eles, destacamos como objetivos neste trabalho, a discussão do papel e as características da faculdade ontológica que nominamos *insight*. Para tanto, apesar do seu caráter de subtaneidade e imprevisibilidade, descrevemos e analisamos suas ligações com a percepção e a intuição. Para evidenciar, todavia, possibilidades e vias de seu uso consciente no ensino, trazemos algumas situações envolvendo o Cálculo Diferencial e Integral a Várias Variáveis.”
2014	Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e	“cujo propósito é apresentar um mapeamento de algumas dissertações e teses produzidas no Brasil que abordam o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Trata-se de uma pesquisa do tipo ‘estado do

	dissertações produzidas no Brasil. Érica Marlúcia Leite Pagani e Norma Suely Gomes Allevato	conhecimento' cuja coleta de dados foi realizada nos repositórios digitais de instituições de Educação Superior, públicas ou privadas, com programas de pós-graduação que contemplam mestrado e/ou doutorado em Educação Matemática ou Ensino de Matemática. Foram selecionadas 28 dissertações e teses que abordam o tema de nosso interesse, ou seja, o ensino de Cálculo, mais especificamente o de derivadas."
2016	Análises preliminares e a análise *a priori* para a noção de integrais dependentes de parâmetros. Francisco R. V. Alves	"desenvolvemos aqui uma discussão relativa aos conceitos intimamente relacionados com a noção ou o processo de integração segundo Riemann, que possui posição invariante, com presença garantida nos currículos de formação de professores de Matemática no Brasil."
Revista REVEMAT		
2009	O Ensino do Cálculo numa perspectiva histórica: da régua de calcular ao MOODLE. Terezinha Ione Martins Torres e Lucia Maria Martins Giraffa	"apresenta uma perspectiva histórica do ensino de Cálculo, considerando aspectos conceituais e tipo de instrumento utilizado para suportar as atividades pedagógicas. [...]O texto apresenta um resgate do ensino de Cálculo no Brasil e ao final apresentam-se algumas considerações a respeito dos artefatos e recursos utilizados para suportar o ensino de Cálculo. Neste sentido apontam-se algumas questões importantes que emergem pela criação do ciberespaço como alternativa de ensino nos dias de hoje."
2014	Um estudo exploratório sobre *evocações* de estudantes universitários acerca do conceito de limite de uma função. Maria Alice V. F. Messias; João Cláudio Brandemberg	"investigação realizada junto a estudantes universitários acerca do conceito de limite de uma função. Os sujeitos investigados [...] foram submetidos a duas etapas de investigação de uma pesquisa de mestrado, cujos resultados nos permitiram evidenciar os elementos que compõem suas *imagens conceituais* relativas ao conceito de limite de uma função."
Revista de Educação, Ciências e Matemática		
2012	Compreensão gráfica da derivada de uma função real em um curso de Cálculo semipresencial. Gisela Maria da Fonseca Pinto e Claudia Coelho de Segadas Vianna	"verificamos de que forma os alunos da Educação a Distância do Consórcio CEDERJ – Fundação CECIERJ compreendem graficamente o conceito de derivada. [...] Embasamos a pesquisa em teorias acerca da formação do conhecimento matemático, da compreensão gráfica de uma função real e da compreensão da derivada desta. Ao final, relacionamos os resultados apurados na pesquisa com a visão de função real normalmente enfocada pelo professor de matemática e suas conseqüências na formação matemática dos estudantes."
2013	Hábitos de estudo de derivadas de uma função real em uma graduação à	"propomos uma análise da forma pela qual os alunos estudam Derivadas em um curso de Graduação na modalidade à distância. [...] Nesse artigo, o foco são os

	distância. Gisela M. F. Pinto	métodos de estudo relatados pelos alunos destes cursos com vistas a relacionar estes resultados com o que eles demonstram conhecer em relação ao conceito de Derivada de uma função real.”
2013	Visualização no ensino de integrais com o uso do Geogebra: o caso das coordenadas polares. Francisco R. V. Alves	“discutem-se neste artigo determinadas situações-problema e, com o uso do *software Geogebra*, certos aspectos são evidenciados e explorados, sobretudo, os que dizem respeito à habilidade de visualização e a percepção de propriedades extraídas de vários gráficos construídos com o *software*.”
2016	Listas de Cálculo: alterações provocadas pelos dispositivos móveis. Luiz Fernando Rodrigues Pires e Marco Antônio Escher	“por objetivo investigar e analisar quais as influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Estratégias de Ensino e Aprendizagem de professores e estudantes de Cálculo Diferencial e Integral, e visa principalmente entender a relação entre homem e máquina na situação abordada.”
Boletim GEPEM		
2012	A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. Maria Cristina Araújo de Oliveira e Marcos Ribeiro Raad	“A partir de uma pesquisa de cunho histórico sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, o presente artigo identifica a reprovação como um elemento da cultura de ensino dessa disciplina.”
Revista Paranaense de Educação Matemática		
2015	Habitando espaços virtuais da disciplina de Cálculo I: aprendizagem e interação de um aluno chamado “Leibniz”. Vanessa Rodrigues Lopes e Suely Scherer	“tem por objetivo apresentar possibilidades de aprendizagem na disciplina de Cálculo I, em ações de interação em espaços virtuais. [...] Neste artigo analisaremos o processo de aprendizagem de um dos alunos participantes da pesquisa, que identificaremos como Leibniz. A pesquisa teve como referencial teórico os estudos de José Armando Valente sobre “Estar Junto Virtual” e de Suely Scherer sobre atitudes de educador e educandos em ambientes virtuais.”
Revista Rencima		
2013	Os conceitos de infinitesimal e diferencial nas regras de derivação de Leibniz. Raquel A. Sapunaru; Bárbara E. Souza; Débora Pelli; Douglas F. G. Santiago	“explicar como Leibniz lidava com o conceito do infinitamente pequeno e propor uma hipótese sobre como ele obteve as regras de diferenciação. A metodologia para atingir este objetivo se baseou nos métodos dedutivo e hipotético-dedutivo e envolveu uma pesquisa bibliográfica acurada.”
EM TEIA		
2012	Um estudo sobre as *imagens conceituais* de universitários relativas ao conceito de limite de Função. Maria Alice V. F. Messias;	“apresentar os resultados de uma investigação acerca dos elementos que compõem a *Imagem Conceitual* de estudantes universitários relativos ao conceito de limite de função.”

	João Cláudio Brandemberg	
Perspectivas da Educação Matemática		
2014	O Conceito de Limite: estudo das organizações matemáticas e didáticas em livros didáticos. Maria Bethânia S. dos Santos; Saddo Ag Almouloud	"O objetivo deste artigo é estudar as relações que os autores estabelecem ao apresentarem o conceito de limite, focando o tipo de abordagem adotado (intuitiva ou direta e formal). Refletimos sobre como os autores trabalham as formas indeterminadas, limites infinitos e limites no infinito."
2016	Função: saberes manifestados por um grupo de professores. Rogério Fernando Pires	"presente artigo busca discutir os saberes relacionados ao conceito de função manifestados por professores que atuavam no Ensino Médio e no Superior, na tentativa de desvelar alguns aspectos que possam estar relacionadas com os problemas de aprendizagem apresentados pelos estudantes."
Acta Scientiae		
2008	Uma investigação experimental com calculadoras gráficas sobre o Teorema Fundamental do Cálculo. Ricardo Scucuglia	"As idéias apresentadas neste texto resumem uma pesquisa de mestrado que discutiu como Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas investigam o Teorema Fundamental do Cálculo. Sob a perspectiva Seres-Humanos-com-Mídias, foram evidenciados os processos de experimentação com tecnologias, visualização e pensamento matemático a partir da realização de experimentos de ensino com estudantes de graduação em matemática."
2010	Aplicações no ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral através de experimentos envolvendo temperaturas. Denise H. L. Ferreira; Júlio César Penereiro	"inclusão da tecnologia, tanto na aquisição dos dados por meio de dois diferentes sensores de temperaturas, como pelo uso do programa *Microsoft Excel* (Excel) na manipulação dessas informações, fortalecendo o fato que trabalhar com medições reais demanda o uso de ferramentas computacionais, o que acaba sendo um fator de motivação para o estudante. [...]O objetivo deste artigo é mostrar que, a partir de dados reais, é possível utilizar vários conteúdos de CDI tornando a aprendizagem desses conteúdos mais significativa e suprir parte dos anseios dos estudantes."

APÊNDICE E

Quadro com a relação dos artigos encontrados nos anais do SIPEM

SIPEM		
Ano	**Título e autor**	**Do que trata o artigo**
2012	*Engenharia didática* para a construção de Gráficos no cálculo: experiência num curso de Licenciatura em matemática. Francisco Regis Vieira Alves	"descrevemos uma *Engenharia Didática* elaborada para a concepção e estruturação de atividades em sala de aula, envolvendo a construção de gráficos de funções a partir das informações de natureza algébrica e geométrica das derivadas f'e f''."
2012	O ensino do cálculo na graduação em Matemática: considerações baseadas no caso da USP. Gabriel Loureiro de Lima; Benedito Antonio da Silva	"discute-se a implantação, em 1934, da disciplina de Análise na graduação em Matemática da Universidade de São Paulo e os motivos que levaram a criação, em 1964, de um curso inicial de Cálculo precedendo aquele de Análise. Destaca-se que tal disciplina foi introduzida sem que houvesse uma reflexão a respeito de seus objetivos específicos, sendo a mesma concebida, na maioria das vezes, como um preparatório para a Análise."
2012	Transição do ensino médio para o superior: como minimizar as dificuldades em Cálculo? Lilian Nasser; Geneci Alves de Sousa; Marcelo André Torraca	"investigar como se dá a transição do Ensino Médio para o Superior, e empreender ações para diminuir esses índices."
2012	Cálculo Diferencial e Integral no ensino Médio: um ensaio teórico. Marcio Antonio da Silva	"defende-se a tese de que o Cálculo Diferencial e Integral pode ser incluído novamente nos programas do ensino médio, desde que essa inclusão seja feita adequadamente. O aumento de conteúdo na já exagerada lista de tópicos presentes na Matemática do ensino médio pode ser vantajoso se analisarmos o quanto significativos tornar-se-ão outros assuntos, quando tratados a partir das ideias do Cálculo."
2015	Taxa de Variação: Como Professores em Formação Continuada Compreendem o Conceito. Eleni Bisognin, Vanilde Bisognin	"são apresentados resultados parciais de um projeto de pesquisa em andamento que tem como objetivo analisar como professores em formação continuada, participantes da disciplina de Fundamentos de Cálculo Diferencial de um curso de Mestrado em Ensino de Matemática, interpretam e relacionam as informações explicitadas pelas diferentes representações do conceito de taxa de variação."
2015	Desenvolvimento de Material para o Ensino de	"No caso desta pesquisa a problemática envolve: a necessidade de integrar teoria e a prática no campo da

	Conceitos do Cálculo Diferencial. Sonia Barbosa Camargo Igliori; Marcio Vieira de Almeida	Educação Matemática e nas pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo e a necessidade de produzir materiais para o ensino baseados em resultados de pesquisas do campo da Educação Matemática.”
2015	Estudos relacionados aos Conceitos Fundamentais de Cálculo e Análise. Odirlei Silva Jesus	“apontar tendências nos estudos referentes às dificuldades no ensino e aprendizagem dos conceitos fundamentais das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, comum aos cursos de graduação na área de Ciências Exatas, e Análise Real, específica do curso de Matemática.”
2015	Em busca de uma identidade para a disciplina de Cálculo: Primeiras Reflexões. Gabriel Loureiro de Lima	“Discutem-se questões referentes à implantação, no Brasil, do modelo europeu de ensino de Matemática e a posterior substituição deste pelo modelo norte-americano, à importância de se possibilitar ao aluno, no sentido de Skemp, uma compreensão relacional e não apenas uma compreensão instrumental da Matemática e à necessidade de contextualizar o ensino de Cálculo nos diferentes cursos de graduação em que tal disciplina está presente para que, conforme preconiza a teoria A Matemática no Contexto das Ciências, ela possa efetivamente contribuir para a formação profissional do aluno.”
2015	Impacto de programas Auxiliares na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Giselle Costa de Sousa	“apresentar os procedimentos e resultados obtidos pelo conjunto de programas auxiliares à disciplina de CDI previstos no projeto supracitado os quais se respaldam nas recomendações do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para o ensino.”

APÊNDICE F

Carta de Cessão

CARTA DE CESSÃO

Local e Data

Eu, ____, portador(a) do documento de identidade número ___________________________ , brasileiro (a), declaro para os devidos fins que cedo os direitos da textualização elaborada a partir da transcrição da minha entrevista realizada no segundo semestre de 2015/2017, ficando Laís Cristina Viel Gereti autorizada a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos e limites de citações, desde a presente data. Da mesma forma, autorizo terceiros a verem e a usarem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição, que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

____

Assinatura