UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

JULIANA ÇAR STAL

TRIGONOMETRIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Londrina
2017

JULIANA ÇAR STAL

TRIGONOMETRIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção da titulação de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina.

Orientadora: Profª. Drª. Irinéia de Lourdes Batista.

Londrina
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Stal, Juliana Çar.
TRIGONOMETRIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA / Juliana Çar Stal. - Londrina, 2017.
158 f.

Orientador: Irinéa de Lourdes Batista.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, , 2017.
Inclui bibliografia.

1. Trigonometria - Tese. 2. Ensino da trigonometria - Tese. 3. Formação inicial de professores de Matemática - Tese. I. Batista, Irinéa de Lourdes. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. . III. Título.

JULIANA ÇAR STAL

TRIGONOMETRIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção da titulação de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Profª. Drª. Irinéia de Lourdes Batista
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Profª. Drª. Benadete Barbosa Morey
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

Profª. Drª. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 20 de maio de 2017.

"(...) Se fosse fácil achar o caminho das pedras,
tantas pedras no caminho não seria ruim (...)"
((Outras frequências – Engenheiros do Hawaii)

Dedico este trabalho àqueles que me ensinaram a ter persistência e a lutar pelos meus sonhos independentemente das pedras que eu encontre em meu caminho.

Aos meus pais Margarete M. Çar e Jurandir Stal

AGRADECIMENTOS

“Foi o tempo que perdeste com tua rosa que fez tua rosa tão importante.”
(Antonie de Saint Exupery – O Pequeno Príncipe)

Eu a escolhi a frase acima para iniciar meus agradecimentos, porque durante o mestrado, tempo de muita dedicação, renúncias, mudanças, crescimento profissional, pessoal e intelectual, tive pessoas ao meu lado que contribuíram com o meu bem-estar, com o meu crescimento e com a minha pesquisa. A todos minha sincera e imensa gratidão!

As primeiras pessoas que eu gostaria de agradecer são meus pais Margarete M. Çar e Jurandir Stal, por tudo o que fizeram e fazem por mim, por me apoiarem afetivamente e financeiramente para que eu pudesse me dedicar exclusivamente ao mestrado. Sinto-me honrada por tê-los como meus pais, por serem pessoas que sempre tiveram muita garra para lutar pelos seus sonhos e que muitas vezes, os deixaram de lado para que eu pudesse realizar os meus. Eu os amo muito!

Ao meu irmão Rafael Çar Carneiro Pinto e minha cunhada Esther Fechner Carneiro, agradeço por estarem ao meu lado sempre, serem meus exemplos e meus companheiros nas horas boas e ruins. E, é claro, não poderia deixar de agradecer pelo melhor presente que me deram que chegou na metade do meu primeiro ano de mestrado: meu sobrinho Miguel Fechner Carneiro. A ele eu agradeço simplesmente pela sua existência. Amo vocês!

Ao Renan dos Santos Stal, meu sobrinho/irmão mais novo e meu amigo, eu agradeço por fazer parte da minha vida e por trazer mais alegria aos meus dias!

Gostaria de agradecer à minha família (primas, tias, primos, tios) por me incentivarem e darem forças para alcançar meus objetivos. Com toda certeza, vocês fazem a diferença na minha vida! Eu quero fazer um agradecimento especial à tia Marilene Çar Feliciano e à prima Thays Çar Feliciano de Oliveira por me auxiliarem na coleta de dados, me acompanhando nas instituições participantes da pesquisa de Foz do Iguaçu e Cascavel. À minha prima Emanoela Menezes, ao seu esposo Rodrigo Menezes e à tia Renilce Stall por me acolherem e me guiarem durante as coletas de dados das instituições de Curitiba.

Meu muito obrigada à minha orientadora Dra. Irinéa de Lourdes Batista por ter aceitado me orientar antes mesmo de me conhecer pessoalmente, ter me oportunizado a estudar no PECEM-UEL e por todos os seus ensinamentos.

À professora Angela Marta Savioli por me auxiliar na coleta de dados, pelo aceite em fazer parte da banca examinadora, pelas sugestões, contribuições e correções para enriquecer a minha dissertação.

À professora Bernadete B. Morey, por também aceitar fazer parte da banca examinadora, por dedicar seu tempo para contribuir ricamente com esta dissertação.

À Marcela Teixeira Godoy, minha prima-amiga, agradeço por ser quem é. Meu exemplo de quem luta pelo que quer, por me incentivar desde a época da seleção e durante todo o processo deste trabalho. Por compartilhar risadas e dividir o “fardo” quando este estava pesado. Não poderia deixar de agradecer pelas caronas e pelas viagens intelectuais. Muito obrigada!

À Thamiris C. Mendes, uma amiga para todas as horas. Nos dias difíceis, nos felizes, nas risadas, nas “aventuras” da vida, nas conquistas, sempre esteve presente. Agradeço por ter me auxiliado desde a construção do projeto para a seleção, compartilhando muito do seu conhecimento e da sua experiência. Conte comigo sempre!

À Joseli Almeida Camargo, agradeço por me incentivar à buscar a “vida acadêmica”, por todo cuidado que tens comigo e pela sua disponibilidade em ouvir, compartilhar e me aconselhar.

Ao Rodrigo Labiak agradeço por sempre torcer por mim desde as etapas da seleção até cada etapa concluída do mestrado e ainda por compartilhar algumas angústias. Não é sempre que encontramos pessoas que torcem por nossas vitórias, não é mesmo? À você, meu muito obrigada.

Aos meus “velhos” amigos e às minhas “velhas” amigas: Daniela Fabricio, Diviane Rodrigues, Fernando Carneiro da Silva, Gabriela Barreto, Jean Guilherme, Jessica Prandel, Joselba Carneiro da Silva, Leticia Pacheco Wendler, Kaori Ouba, Mayara Mendes, Patricia C. Buss Wisbiski, agradeço pela compreensão da minha ausência nesses últimos dois anos. A distância física não foi um motivo para nos afastarmos.

Às novas amizades construídas em Londrina: Bruna Fary, Etiane Ortiz, Hallynnee H. Rossetto, Jair Lucas Jorge, Márcia da Costa, Osmar Pedrochi Junior,

Ronaldo Silva, Túlio Moura, Viviane Ortiz, agradeço por me acolherem, me ouvirem, compartilharem ideias, pelas conversas, pelos bons e maus momentos e viagens intelectuais.

Por falar em novas amizades, não poderia deixar de agradecer àquelas que conviveram diariamente comigo nos últimos dois anos: Denise C. de Souza e Ligia A. Kikuchi. Além de agradecer por tudo o que compartilhamos profissionalmente, agradeço pelo auxílio ao esclarecer uma ideia, em me mostrar como agir, na leitura de um parágrafo ou quando não conseguia saber se havia ou não transmitido uma ideia e mais do que isso, pelas suas contribuições pessoais. Mais do que "colegas de laboratório", a amizade construída tem muita importância para mim. Obrigada por tudo!

Agradeço à Juliane Sachs por todo cuidado comigo, pela sua amizade, por me acalmar, me ajudar à tomar decisões e por sempre me ajudar à buscar respostas e ideias na pesquisa mesmo não sendo da mesma área de conhecimento que a minha.

Agradeço também aos integrantes do grupo IFHIECEM por todas as contribuições, incentivo e apoio durante esses dois anos de mestrado. Em especial gostaria de agradecer ao João Henrique Lorin, à Marcia da Costa e ao Walter Ramazzina que me auxiliaram na coleta de dados. Também gostaria de agradecer à Gabriela Issa Mendes, João Henrique Lorin, Kátia Bertolazzi, Ligia A. Kikuchi e Marcia da Costa pelas leituras, correções e sugestões para o desenvolvimento da dissertação.

À Helenara R. Sampaio pelo empréstimos de livros e artigos utilizados no referencial teórico da sua pesquisa e por ser uma pessoa com um grande coração, sempre disposta a ajudar.

À Dicléa T. Godoy pelo incentivo durante o processo de mestrado e pelas correções ortográficas.

Agradeço à Glaucia Staveski Roloff e à Keylla Garbuio por cuidarem da minha saúde física e mental durante todo o processo de mestrado.

Minha imensa gratidão aos(às) estudantes que participaram voluntariamente da pesquisa, aos professores, professoras e à coordenação dos cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná que disponibilizaram suas aulas e seu tempo para aplicação dos questionários: Angela Marta Savioli, Carlos Alexandre Ribeiro Martins, Elenice Weber, Elisangela Campos, Fabio

Alexandre Borges, Gislaine Suzuki, Jader Dalto, João Henrique Lorin, Joseli Almeida Camargo, Julio Cézar Rodrigues de Oliveira, Luciano Panek, Luciene Regina Leineker, Maria Ivete Basniak, Maria Regina Lopes, Marli Therezinha Van Kan, Neusa Tocha, Rodolfo Vertuan, Sérgio Dantas, Tania Bassoi e Tania Zimer.

Agradeço aos(às) professores(as) e estudantes do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (2015-2016) pelo compartilhamento de conhecimentos e experiências que contribuíram para o desenvolvimento da pesquisa.

Agradeço aos secretários e secretárias da secretaria de pós-graduação da UEL, assim como ao Silvio Cesar Caldeira e à Maria Izabel Arruda Silva da secretaria do Departamento de Física pela prestação de serviços que contribuíram para os processos burocráticos da pesquisa e com as intermediações para as instituições participantes da pesquisa.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

E, é claro, jamais poderia deixar de agradecer a Deus por colocar pessoas maravilhosas em minha vida e por presentear-me com oportunidades como esta.

STAL, Juliana Çar. **Trigonometria na formação inicial de professores de matemática**. 2017. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

RESUMO

Esta pesquisa traz uma discussão a respeito da inserção da trigonometria na formação inicial de professores de Matemática e das propostas de ensino da mesma na Educação Básica no estado do Paraná. O principal objetivo foi investigar como está a formação dos (as) futuros (as) professores (as) de Matemática para ensinar a trigonometria na Educação Básica nesse estado. Para a realização desse estudo foram utilizados dois tipos de metodologia: Análise Documental e Análise de Conteúdo. A primeira foi utilizada para analisar os Projetos Políticos Pedagógicos e ementas das disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática de instituições públicas de Ensino Superior do estado do Paraná que obtiveram notas 4 e/ou 5 no Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) nos anos de 2011 e 2014. A segunda foi utilizada para analisar questionários aplicados para estudantes das instituições selecionadas que estão em fase de conclusão, ou seja, que já cursaram setenta e cinco por cento (75%) ou mais das disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática. Por meio desta pesquisa observou-se que a trigonometria está inserida nos cursos de Licenciatura em Matemática de modo específico e relacionada a outros conteúdos matemáticos. Com a aplicação dos questionários e sua respectiva análise observou-se que a trigonometria está apresentada explicitamente e implicitamente nas ementas de cada disciplina. Também inferiu-se que o ensino da trigonometria está inserido na formação inicial de professores, porém não há a formação para o ensino de tal conteúdo na Educação Básica de modo contextualizado como está proposto nos documentos oficiais da educação no estado. A maioria dos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática que participaram desta pesquisa afirmaram ter dificuldades ao aprender o referente conteúdo durante os seus estudos.

Palavras-chave: Trigonometria. Ensino da trigonometria. Formação Inicial de Professores de Matemática.

STAL, Juliana Çar. **Trigonometry in the initial formation of mathematics teachers**. 2017. 158 p. Dissertation (Master's Degree in Teaching of Science and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

ABSTRACT

This research presents a discussion about the insertion of trigonometry in the initial formation of Mathematics teachers and the proposals of the teaching of this content in Basic Education of the State of Paraná. The main objective was investigating how these teachers are graduated to be future mathematics teachers and teach trigonometry in the state. For this study, two types of methodology were used: Documentary Analysis and Content Analysis. The first one was used to analyze the Political and Pedagogical Projects of the subjects of Mathematics Undergraduate Courses of Public Institutions of Higher Education of the State of Paraná that obtained grades 4 and / or 5 in the Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) in the years of 2011 and 2014. The second one was used to analyze questionnaires applied to students of the selected institutions that are in the conclusion phase, that is, they have already attended seventy-five percent (75%) or more of the subjects of the Mathematics Undergraduate courses. Through this research, it was observed that trigonometry is inserted in the Mathematics Undergraduate Courses in a specific way and related to other mathematical contents. With the application of the questionnaires and their respective analyzes, it was observed that the trigonometry is presented explicitly and implicitly in the menus of each discipline and it was also inferred that the teaching of trigonometry is inserted in the initial formation of teachers, but there is no formation for the teaching of such content in Basic Education in a contextualized way as it is proposed by the official educational documents of the State. Most of the students of Mathematics Undergraduate Courses who participated in this research also stated they had difficulties in learning the referent content during their studies.

Keywords: Trigonometry. Teaching of trigonometry. Initial formation of Mathematics Teachers.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa apresenta um estudo a respeito da trigonometria com enfoque na formação inicial de professores de Matemática. Antes de explicar quais são os questionamentos norteadores, os objetivos e a organização deste trabalho, explicitaremos a etimologia e a origem da palavra trigonometria, bem como o porquê escolhemos tal conteúdo como objeto de nossa pesquisa.

A palavra "trigonometria" tem origem grega e sua etimologia é "*trigo-onos*" que significa triângulo e *"metrón"* que significa medida, ou seja, medida de triângulos (BUENO, 1967). Essa palavra foi utilizada pela primeira vez pelo alemão Bartholomew Pitiscus (1561-1656) para descrever as propriedades dos triângulos (KATZ,1998).

Sabemos que, ao tratarmos dos triângulos e/ou suas medidas, remetemo-nos aos conteúdos contidos na Matemática. Dentre tantos outros conteúdos matemáticos o que nos fez escolher a trigonometria?

Uma das causas de escolhermos tal conteúdo justifica-se pelo fato da trigonometria estar inserida nos currículos da Educação Básica e do Ensino Superior nos cursos de Matemática (bacharelado e licenciatura) do Estado do Paraná, explicita e/ou implicitamente.

E, segundo o que consta nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+), uma das habilidades propostas a serem desenvolvidas por estudantes por meio das unidades temáticas, é "compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais." (BRASIL, 2002, p.123).

A respeito dos contextos sociais, o desenvolvimento da trigonometria se deu em diversas épocas por diversas civilizações, sendo as suas principais contribuições para o desenvolvimento da sociedade centradas na astronomia, agrimensura e navegação. Embora seja um conteúdo humanizado, produzido ao longo do tempo, e apresentar uma linguagem particular, é considerada por estudantes e professores como um conteúdo difícil de aprender e de ensinar. Pesquisas de Brolezzi (1996), Brito e Morey (2004), Sampaio (2008), Gomes (2013) indicam essas dificuldades e que serão especificadas no decorrer da apresentação do referencial teórico da nossa pesquisa.

Ao estudar as dificuldades de ensino e aprendizagem em trigonometria e ao considerar o que está sendo proposto para o ensino de tal conteúdo nos documentos oficiais da Educação Básica, surge-nos o questionamento a respeito de como está a formação dos(as) futuros(as) professores(as) para ensinar a trigonometria no Ensino Fundamental e Médio. A partir desse questionamento, derivam-se outras questões, as quais são: *Como os(as) futuros(as) professores(as) caracterizam a trigonometria e os conceitos que a envolvem? Houve o conhecimento de algum aspecto histórico da trigonometria durante a formação inicial, uma vez que a trigonometria está proposta para ser ensinada nos documentos oficiais para Educação Básica como uma construção histórico-social? Houve dificuldades ao aprender tal conteúdo? Quais foram/são essas dificuldades?*

Assim, o objetivo geral desta pesquisa é investigar como está a formação dos(as) futuros(as) professores(as) de Matemática no Estado do Paraná e especificamente, objetivamos:

- analisar como a trigonometria está inserida nas ementas das disciplinas e Projetos Pedagógicos das Licenciaturas em Matemática das instituições de ensino selecionadas para a pesquisa;
- conhecer como futuros(as) professores(as) caracterizam a trigonometria, as razões, as funções e as relações trigonométricas e como se dá a relação entre elas;
- identificar se os(as) futuros(as) professores(as) conhecem algum estudos histórico a respeito da trigonometria;
- identificar se houve dificuldades ao aprender a trigonometria e quais foram/são essas dificuldades.

Para alcançarmos os objetivos propostos, selecionamos como participantes da pesquisa estudantes que estão no último ano (para instituições em que os cursos são anuais) e nos últimos dois semestres (para instituições em que os cursos são semestrais) do curso de Licenciatura em Matemática, das instituições públicas do Estado do Paraná, que obtiveram notas 4 e 5 no Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) nos anos de 2011 e 2014. Como instrumento de pesquisa foi aplicado um questionário, que será detalhado no capítulo 2.

Também, fizemos uma análise documental de ementas e/ou Projetos Pedagógicos das instituições de Ensino Superior selecionadas.

Nossa pesquisa está estruturada em quatro capítulos. O primeiro deles é denominado Fundamentação Teórica que foi dividido em secções. Na primeira secção, apresentamos um levantamento de artigos publicados em revistas de Educação Matemática, a respeito da trigonometria. Na segunda secção discutimos o ensino da trigonometria na Educação Básica, as dificuldades de aprendizagem e como os documentos oficiais de educação sugerem que o ensino da trigonometria seja abordado. Na terceira secção, apresentamos uma discussão a respeito da formação inicial de docentes segundo o que está proposto nos documentos oficiais do Ensino Superior, dos currículos e das dificuldades dos(as) professores(as) ao aprender e ao ensinar a trigonometria. Em complemento às discussões feitas a respeito da formação inicial de professores, na secção 1.4 fizemos um estudo teórico de saberes docentes e o ensino contextualizado. Para finalizar o capítulo 1, apresentamos um episódio histórico a respeito da função seno.

No capítulo 2, Metodologia, organizamos as etapas da coleta de dados e da elaboração do material, especificamos a seleção dos sujeitos da pesquisa, analisamos as ementas e/ou Projetos Pedagógicos das instituições participantes da mesma e explicamos os procedimentos da análise das respostas do questionário.

O capítulo 3 contém os resultados e discussões da pesquisa, e são explicitadas as interpretações dos dados com o referencial teórico apresentado.

Para finalizar o trabalho, no capítulo 4 apresentamos as considerações finais, nossas observações, interpretações e conclusões de acordo com os objetivos da pesquisa.

CAPÍTULO 1: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 PUBLICAÇÕES ATUAIS A RESPEITO DA TRIGONOMETRIA

O levantamento de publicações atuais a respeito da trigonometria foi realizado para que pudéssemos encontrar referenciais que contribuíssem com nossa fundamentação teórica e análise de dados e para que obtivéssemos uma visão geral e atual das discussões a respeito de trigonometria de modo organizado e sistemático.

Ao organizar e analisar os artigos encontrados, utilizamos a Análise Documental (LÜDKE; ANDRÉ,1986), em que são considerados como documentos materiais quaisquer informações em formato escrito, que possam ser utilizados como fonte a respeito do comportamento humano (PHILLIPS, 1974, p.187 apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

O levantamento foi realizado, contemplando publicações no período de 2010 a 2015, em revistas de *Qualis* A1, A2 e B1 da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), na área de Ensino, mais especificamente nas revistas de Educação Matemática, como: BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (online); Educational Studies in Mathematics; For the Learning of Mathematics; International Electronic Journal of Mathematics Education; The Journal of Mathematical Behavior; Educação Matemática Pesquisa (online); Educação Matemática em Revista (SP/RS); Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática; Perspectivas da Educação Matemática; Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática; Revista Brasileira de História da Matemática. Essas revistas foram selecionadas por serem as revistas melhor conceituadas na área de Educação Matemática.

Durante o levantamento foram encontrados treze artigos que abordam a trigonometria. Como não tivemos acesso a um deles, porque o *link* em que o mesmo estava disponível apresentava erro, entramos em contato com os(as) seus autores(as), mas não obtivemos retorno. Isso nos permitiu identificar somente os dados básicos do artigo citado (periódico, *Qualis*, autores e ano). Em consequência das dificuldades de acesso, a partir do Quadro 3 trabalhamos doze artigos.

Iniciamos a apresentação dos artigos encontrados por meio do Quadro 1, no qual consta a quantidade de artigos publicados, de acordo com a classificação do *Qualis,* e suas respectivas frequências.

Quadro 1- Quantidade de artigos por classificação do Qualis

Classificação da *Qualis*	**Quantidade de artigos**	**Frequência relativa à quantidade de artigos**
A1	3	23,08%
A2	0	0%
B1	10	76,92%

Fonte: A própria autora.

De acordo com o quadro apresentado acima, pudemos observar que o maior número de produções foi em revistas B1, correspondendo a 76,92% do total de artigos produzidos. No quadro abaixo apresentamos a quantidade de publicações por ano de acordo com a classificação do *Qualis*.

Quadro 2- Quantidade de artigos publicados anualmente

Ano	**Quantidade de artigos publicados em revista A1**	**Quantidade de artigos publicados em revista A2**	**Quantidade de artigos publicados em revista B1**	**Total anual**
2010	0	0	3	3 (23,08%)
2011	0	0	3	3 (23,08%)
2012	0	0	0	0 (0%)
2013	2	0	1	3 (23,08%)
2014	1	0	3	4 (30,77%)
2015	0	0	0	0 (0%)

Fonte: A própria autora.

Nos anos de 2012 e 2015 não foram feitas publicações a respeito da trigonometria, diferentemente do ano de 2014, que teve o maior número de produções, correspondendo a 30,77%. Os anos de 2010, 2011 e 2013 possuem um percentual de 23,08% de artigos produzidos por ano.

Entre os artigos que encontramos, ao realizar a leitura dos resumos e alguns textos na íntegra, percebemos que, embora abordem a trigonometria, todos apresentam objetivos e propostas diferentes e, por isso, fizemos uma classificação para agrupar os artigos de acordo com o objetivo e a proposta de cada trabalho. Assim, os artigos foram classificados como: relacionados à Abordagem histórica, Utilização de tecnologias, História da trigonometria e/ou de instrumentos para o estudo da temática, A trigonometria relacionada com outros conteúdos matemáticos/físicos/químicos, Estudo dos erros cometidos ao resolver problemas de trigonometria e Algumas trajetórias e resolução de problemas. Dessa forma, no quadro abaixo, apresentaremos a classificação dos doze artigos.

Quadro 3- Classificação dos artigos

Classificação	**Quantidade de artigos**
Abordagem histórica	1 artigo
Utilização de tecnologias	4 artigos
História da trigonometria e/ou instrumentos para o estudo da temática	2 artigos
Trigonometria relacionada com outros conteúdos matemático/físico/químico	2 artigos
Estudo de erros cometidos ao resolver problemas de trigonometria	1 artigo
Algumas trajetórias e resolução de problemas	2 artigos

Fonte: A própria autora.

Intitulamos como Abordagem histórica a classificação de artigos que podem ser agrupados por apresentarem tal abordagem para o ensino da trigonometria. Nessa abordagem, encontramos um artigo em que o autor Severino Carlos Gomes (2013) relata a construção e aplicação de um caderno de atividades para o ensino da trigonometria por meio da abordagem histórica.

A segunda classificação intitulada Utilização de tecnologias agrupa quatro artigos que tratam do uso de softwares como *Geogebra, Cabri Geometre,* entre outros, para a realização de atividades de trigonometria em sala de aula.

Gerson Pastre de Oliveira e Ricardo Uchoa Fernandes (2010) relatam uma pesquisa realizada com estudantes do Ensino Médio em uma escola pública em São Paulo, que utilizam tecnologias tradicionais e tecnologias digitais para o estudo de conceitos de seno e cosseno. Os autores afirmam que, uma estratégia pedagógica amparada por diversos tipos de tecnologia, pode resultar em avanços cognitivos a respeito da trigonometria. John A. Ross, Catherine D. Bruce e Timothy M. Sibbald(2011) afirmam que a utilização do software em sala de aula inclui características funcionais como:

> Alivia os(as) estudantes do tédio de criação de gráficos à mão; cursores dão aos estudantes o controle das simulações dentro de parâmetros do programa; existem fáceis transições entre representações gráficas e algébricas; o ambiente torna-se dinâmico; animação e a visualização estão incluídos nas funções gráficas. (ROSS; BRUCE; TIMOTHY, 2011, p.120, tradução nossa).

A autora Maria Maroni Lopes (2013) apresenta como produto educacional, um caderno de atividades para o uso de software em sala de aula tanto para o Ensino Fundamental quanto para o Ensino Médio. Os resultados da sua pesquisa mostram algumas potencialidades e limitações na utilização do software Geogebra. Por fim, o último e mais recente artigo que se refere ao uso das tecnologias, foi elaborado por Neiva Ignês Grando e Roberto Preussler (2014), no qual investigam a apropriação dos significados das funções trigonométricas seno e cosseno no ciclo trigonométrico e as representações gráficas, usando softwares. Os(as) autores(as) afirmam que os softwares são instrumentos motivacionais e auxiliam na construção de um sistema de representações que permite que os(as) estudantes relacionem os conceitos e seus significados (GRANDO; PREUSSLER, 2014).

A terceira classificação denominada História da trigonometria e/ou instrumentos para estudo da temática é constituída por dois artigos, agrupados por tratarem de um percurso histórico da trigonometria e da história de instrumentos utilizados para estudos da trigonometria. Um dos artigos foi escrito por Maria Elisa E. L. Galvão e por Vera H. G. de Souza (2013) e aborda a história da quadratura das luas. As autoras fazem um percurso histórico incluindo o estudo das luas feito por Hipócrates em que foram realizados os primeiros passos da quadratura do círculo. No outro artigo, escrito por Marisa da Silva Dias e Fumikazu Saito (2014), é apresentada a história do setor trigonal[1] comparando a sua função com a de um compasso e seu estudo histórico mostra que há fortes indícios de que o setor trigonal foi utilizado para estudos das propriedades dos triângulos, navegações, agrimensura, entre outros.

---

[1] Setor trigonal é um instrumento utilizado para o estudo de ângulos e de triângulos, o qual foi descrito e publicado por John Chatfeild aproximadamente no ano de 1650 (DIAS; SAITO, 2014).

Para a quarta classificação atribuímos o nome Trigonometria relacionada com outros conteúdos matemático/físico/químico, nessa agrupamos dois artigos, um deles produzido por Theodoros E. Simos (2010) que faz uma comparação de dois métodos -exponencial e trigonométrico- para resolução da equação de Schrödinger. O outro artigo, escrito por Natanael Karjanto (2011), apresenta a trigonometria como um conteúdo que precisa ser aprendido por estudantes do Ensino Médio e da graduação. Ele traz a resolução de triângulos oblíquos, que geralmente são resolvidos pelas leis do seno e do cosseno, de forma diferenciada, utilizando a fórmula de Mollweide[2]. Apresenta, ainda, alguns exemplos desta utilização em sala de aula.

A quinta classificação intitulada Estudo de erros cometidos ao resolver problemas de trigonometria agrupa artigos que dão enfoque aos erros cometidos por estudantes ao resolver situações-problema de trigonometria. Para esta classificação, encontramos um artigo escrito por Fátima Queiroz Dionizio, Célia Finck Brandt e Méricles Thadeu Moretti (2014), que trata de uma atividade de trigonometria aplicada para estudantes do 2º ano do Ensino Médio, apresentando estudos do uso da linguagem e suas funções. Por meio da atividade proposta pelos(as) autores(as), foi possível realizar um estudo dos erros dos(as) estudantes ao resolver a atividade proposta.

Por fim, a sexta e última classificação intitulada Algumas trajetórias e resolução de problemas agrupa artigos que apresentam estudos a respeito de trajetórias e resolução de problemas de trigonometria que envolvam tanto os(as) estudantes quanto os(as) professores(as). Tais estudos são escritos respectivamente por Arnaldo Traldi Júnior e Luciane Santos Rosenbaum (2010), Gisela Montiel Espinosa e Gonzalo Jácome Cortés (2014). No primeiro artigo é apresentado o processo de construção, discussão e avaliação de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem a respeito das Funções Trigonométricas. O segundo artigo apresenta o relato da aplicação de uma situação-problema para professores(as) do México a respeito das distâncias inacessíveis. Esses(as) admitem que as razões trigonométricas são ferramentas para a resolução de diversos problemas.

---

[2] É uma fórmula utilizada para calcular arestas e vértices de um triângulo a partir da lei dos senos, dos cossenos e da tangente, a qual é $\frac{b-c}{a}=\frac{sin\frac{B-C}{2}}{cos\frac{A}{2}}$ (SCHNEIDER; EBERLY, 2003)

Por meio do levantamento, percebemos que há uma produção significativa de artigos que abordam a trigonometria, sendo a maioria a respeito da utilização de tecnologias e a minoria com abordagens históricas e estudo dos erros na resolução de atividade de trigonometria.

É relevante mencionar que, de todos os trabalhos encontrados por meio desse levantamento, não encontramos artigos nos quais os(as) participantes da pesquisa fossem professores em formação inicial, ou seja, pesquisas com enfoque na formação inicial como a nossa pesquisa.

Porém, em diversos artigos (OLIVEIRA; FERNANDES, 2010; TRALDI; ROSENBAUM, 2010; ROSS; BRUCE; SIBBALD, 2011; GOMES, 2013; LOPES, 2013; DIONÍZIO; BRANDT; MORETTI, 2014; GRANDO; PREUSSLER, 2014) foram feitos estudos a respeito da trigonometria na Educação Básica com diferentes propostas. A seguir apresentamos uma discussão a respeito da inserção da trigonometria na Educação Básica para melhor compreensão.

1.2 Ensino da trigonometria na Educação Básica

Como a trigonometria é um conteúdo presente e obrigatório no currículo escolar nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio e para que possamos conhecer um pouco da organização sugerida nos documentos oficiais da educação, recorremos às Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) de 2008, às Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) de 2002 e à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2015, em versão preliminar. Utilizamos tais documentos por nortearem a elaboração dos currículos escolares e por apresentarem objetivos, organização e/ou contextualização específica de cada conteúdo. Nesse caso, nos detivemos no conteúdo específico de trigonometria.

Nas DCE (2008) do Estado do Paraná, os conhecimentos específicos de cada disciplina a serem ensinados são organizados por meio de conteúdos estruturantes.

Segundo esse documento,

> Entende-se por conteúdos estruturantes os conhecimentos de grande amplitude, conceitos, teorias ou práticas, que identificam e organizam os campos de estudos de uma disciplina escolar, considerados fundamentais para a compreensão de seu objeto de estudo/ensino. Esses conteúdos são

> selecionados a partir de uma análise histórica da ciência de referência (quando for o caso) e da disciplina escolar, sendo trazidos para a escola para serem socializados, apropriados pelos alunos, por meio das metodologias críticas de ensino-aprendizagem. (PARANÁ, 2008, p.25).

Dessa forma, tanto para o Ensino Fundamental quanto para o Ensino Médio, a trigonometria é apresentada no Conteúdo Estruturante de Grandezas e Medidas. No Ensino Fundamental a trigonometria engloba as relações métricas no triângulo retângulo e relações métricas em um triângulo qualquer. O Ensino Médio engloba as relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo e a trigonometria na circunferência. Segundo DCE (2008),

> Com a trigonometria integrando o Conteúdo Estruturante Grandezas e Medidas, pretende-se contemplar as relações entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo, relações essas desenvolvidas a partir da necessidade do homem de determinar, por exemplo, distâncias inacessíveis (a altura das pirâmides, distância entre os astros, largura de rios, etc.) (PARANÁ, 2008, p.54).

As PCN+ (2002) organizam as disciplinas e os conteúdos por meio de temas estruturadores e unidades temáticas. Os três temas estruturadores a serem desenvolvidos concomitantemente em todas as séries do Ensino Médio são: “Álgebra: números e funções”, “Geometria e medidas” e “Análise de dados” (BRASIL, 2002).

Segundo as PCN+ (2002),

> Cada tema estruturador é um campo de interesse com organização própria em termos de linguagens, conceitos, procedimentos e, especialmente, objetos de estudo. Apesar da unidade característica de cada tema estruturador, para organizar o planejamento do ensino cada um deles foi dividido em unidades temáticas que, por sua vez, são parcelas autônomas de conhecimentos específicos que podem ser organizadas dentro do projeto pedagógico de cada professor ou escola, em função das características de seus alunos e dos tempos e espaços para sua realização (BRASIL, 2002, p.120).

A trigonometria é uma das duas unidades temáticas do primeiro tema estruturador “Álgebra: números e funções” (BRASIL, 2002). Essa unidade temática é composta pelos seguintes objetivos:

> Trigonometria: do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta.
> • Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
> • Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais (BRASIL, 2002, p.123).

Porém, uma das dificuldades do estudo da trigonometria está em seu algebrismo. Devido ao estudo dos triângulos, a alocação ideal para trigonometria seria tema estruturador “geometria e medidas” devido ao desenvolvimento desse conteúdo.

Como podemos perceber nas PCN+, a trigonometria é proposta para ser ensinada de modo contextualizado, um desses meios é a História da Matemática, apresentando para os(as) estudantes o desenvolvimento desse conhecimento e não somente como se configura a trigonometria atualmente. Na secção 1.4 traremos mais detalhes a respeito do ensino contextualizado por meio da história.

Por fim, o documento educacional mais recente, ainda em versão preliminar, BNCC (2015), traz alguns objetivos relacionados à trigonometria para o nono ano do Ensino Fundamental e para o primeiro e o segundo anos do Ensino Médio.

Os objetivos propostos para o nono ano são, referentes à Geometria com um dos enfoques em trigonometria, que são:

> MTMT9FOA001[3] Reconhecer arcos, ângulo central e ângulo inscrito na circunferência, estabelecendo a relação entre elas.
> MTMT9FOA002 Reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos semelhantes e utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo e as razões trigonométricas. (BRASIL, 2015, p.137)

Já os objetivos referentes ao ensino da trigonometria para o primeiro e para o segundo ano do Ensino Médio, respectivamente, são: “compreender e aplicar as razões trigonométricas no triângulo retângulo e as relações trigonométricas em triângulos quaisquer; (...) reconhecer as funções seno e cosseno em suas representações algébricas e gráficas e descrevê-las, considerando domínios de validade, imagem e características especiais como periodicidade, amplitude, máximos e mínimos” (BRASIL, 2015, p.139).

Por meio dos documentos oficiais da educação mencionados, pudemos entender como a trigonometria deveria estar inserida na Educação Básica, quais são seus objetivos e como ela deve ser apresentada aos(às) estudantes, para que eles a reconheçam como estudos realizados em diversas épocas e em diversos contextos sociais.

---

[3] MTMT9FOA001 e MTMT9FOA002 são códigos para referenciar os objetivos utilizados na BNCC de Matemática.

Ao tratarmos do ensino e da aprendizagem da trigonometria, acreditamos que entender algumas dificuldades de aprendizagem enfrentadas por estudantes ao estudar esse conteúdo possibilita-nos ampliar o nosso conhecimento a respeito de algumas limitações que ocorrem no processo e auxiliará para que encontremos caminhos para melhoria do ensino de trigonometria. Assim, elaboramos uma breve discussão a respeito de alguns trabalhos (teses, dissertações e artigos) que tratam dessas dificuldades.

Para selecionarmos os trabalhos que utilizamos para elaboração da discussão das dificuldades no ensino e na aprendizagem de trigonometria, utilizamos de nosso levantamento (secção 1.1) referenciais que tratassem das dificuldades de aprendizagem do assunto, como: o artigo do Severino C. Gomes (2013); a tese do Brolezzi (1996), por ser um dos poucos autores que trata a respeito das dificuldades da aprendizagem em trigonometria relacionadas à linguagem e a dissertação da Helenara R. Sampaio (2008), que trata do ensino da trigonometria na Educação Básica em uma contextualização histórica e por ser um trabalho no qual o problema de pesquisa originou das dificuldades dos estudantes da Educação Básica.

Iniciaremos a discussão a respeito das dificuldades de ensino e de aprendizagem de trigonometria por meio do trabalho do Antônio Carlos Brolezzi (1996). Ele nos diz que alguns fatores tornam o ensino desse conteúdo interessante devido ao seu desenvolvimento ocorrer em diversas épocas e em diversas civilizações, além disso, ela se relaciona com outras áreas do conhecimento, sendo formada por uma rede conceitual heterogênea, possuindo uma linguagem simbólica particular, utilizando simultaneamente os sistemas sexagesimais[4] e decimais (BROLEZZI, 1996).

Antônio Carlos Brolezzi (1996), em sua tese de doutorado, destaca que, dificuldades, tanto de ensino quanto de aprendizagem da trigonometria, acontecem devido à essa linguagem simbólica.

> Da carga simbólica forte da trigonometria advém muito da dificuldade do seu ensino e aprendizagem. A origem grega da boa parte dos seus conceitos e a utilização da linguagem dos ângulos calcada na base 60 dos povos da Mesopotâmia fazem com que os alunos tenham muita dificuldade em aprender trigonometria (BROLEZZI, 1996, p.70).

---

[4] Sexagesimal é o sistema numérico com base no número 60.

As PCN+ (2002) ressaltam a importância da trigonometria, mas ela é apresentada desconectada das aplicações, focando nos cálculos algébricos das identidades e equações, em detrimento dos aspectos das funções trigonométricas e da análise de seus respectivos gráficos (BRASIL, 2002). Nesse sentido, Helenara R. Sampaio (2008) entrevistou professores de Matemática do Ensino Médio a respeito das dificuldades observadas na aprendizagem dos(as) estudantes os quais relataram que:

> −os alunos não conseguem visualizar os gráficos das funções;
> −os alunos não têm bom desenvolvimento geométrico e algébrico;
> −o fato de os alunos pensarem que a trigonometria no triângulo retângulo é a mesma do círculo trigonométrico dificulta o aprendizado das funções trigonométricas;
> −o aluno não compreende o estudo do período e do domínio das funções;
> −outra dificuldade é quanto às transformações de graus para radianos. (SAMPAIO, 2008, p.82)

A dificuldade identificada na pesquisa da Helenara R. Sampaio (2008) a respeito dos(as) estudantes não conseguirem visualizar os gráficos das funções trigonométricas pode estar relacionada ao que consta nas PCN+ (2002) onde a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações das funções trigonométricas e em seus respectivos gráficos.

Severino C. Gomes (2013) relata que sua escolha em trabalhar com a trigonometria advém da percepção das dificuldades de seus alunos em interpretar enunciados de problemas, na aplicação de conceitos básicos em trigonometria e em determinadas técnicas algébricas de alguns conceitos trigonométricos (GOMES, 2013). No seu trabalho realizado por Severino C. Gomes (2013), ele elaborou um produto educacional[5] em uma abordagem histórica que descreve o desenvolvimento da trigonometria a partir de estudos astronômicos. Ao aplicar esse material, percebeu outras dificuldades apresentadas pelos(as) participantes das atividades, e que foram:

> 1) Não familiaridade com instrumentos nas construções geométricas. 2) Conhecimentos geométricos insuficientes ou problemas na assimilação de conceitos básico. 3) Domínio insuficiente de técnicas algébricas. 4) Mesclar geometria e álgebra na formação da trigonometria (GOMES, 2013, p.575).

[5] Na pesquisa do Severino C. Gomes, o produto educacional elaborado foi a construção de um caderno de atividades para a Educação Básica a respeito da trigonometria em uma abordagem histórica.

Visando amenizar tais dificuldades as PCN+ (2002) apontam um dos caminhos para ensinar a trigonometria, ressaltando que:

> O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo (BRASIL, 2002, p.122).

De acordo com o que foi proposto nas PCN+ (2002), especificamente, a respeito de como a trigonometria deve ser trabalhada em sala de aula em uma perspectiva histórica, mostrando o desenvolvimento desse conhecimento no decorrer dos anos e nas diversas civilizações, a BNCC (2015) trata da Matemática de modo geral em que deve-se redimensionar o currículo, possibilitando aos(às) estudantes evidenciar a relevância social, cultural e o papel da Matemática no desenvolvimento histórico da Ciência (BRASIL, 2015).

A partir das dificuldades apresentadas anteriormente é que questionamos se a formação dos(as) futuros(as) professores(as) para ensinar a trigonometria de modo contextualizado, em uma perspectiva histórica, com aplicações como está sendo proposto nos documentos oficiais da Educação Básica está sendo propiciada pelas instituições de Ensino Superior. Em outras palavras, como está sendo proposta a formação inicial de professores nos documentos oficiais específicos de Ensino Superior e nos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática? Na tentativa de responder a esses questionamentos elaboramos a próxima secção desta dissertação.

1.3 Ensino da trigonometria na Formação Inicial de Professores de Matemática

Após observar e discutir que há dificuldades por parte dos(as) estudantes da Educação Básica em aprender trigonometria e na tentativa de responder aos questionamentos citados na secção anterior, buscamos por referenciais que nos auxiliassem na discussão a respeito da formação dos(as) futuros(as) professores(as) de Matemática, uma vez que, segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (2001), "os cursos de Licenciatura em Matemática tem como objetivo principal a formação de professores para a Educação Básica" (BRASIL, 2001, p.1).

Ainda destaca-se que, o(a) licenciado(a) de Matemática deverá ter como capacidades:

> a) elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a Educação Básica; b) analisar, selecionar e produzir materiais didáticos; c) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a Educação Básica; d) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos; e) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente; f) contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica (BRASIL, 2001, p.4).

Dessa forma, a formação inicial de professores de Matemática deve ser pensada para que futuros(as) professores(as) estejam preparados(as) conceitualmente e criticamente para atuar em sala de aula, e entender o funcionamento da disciplina de Matemática, o currículo, os conteúdos e o desenvolvimento desses conhecimentos como um processo contínuo, não sendo um conhecimento pronto, meramente reproduzido. Assim, segundo Araman (2011, p.94) "o professor necessita ter conhecimentos críticos a respeito da disciplina que trabalha".

Ao tratarmos do entendimento por parte dos(as) futuros(as) professores(as) de Matemática a respeito da disciplina escolar e dos seus constituintes, André Chervel (1990) faz um estudo a respeito da história das disciplinas não só de Matemática, mas destaca que

> A disciplina escolar é então constituída por uma combinação em proporções variáveis, conforme o caso, de vários constituintes: um ensino de exposição, os exercícios, as práticas de incitação e de motivação e um aparelho docimológico[6], os quais, em cada estado da disciplina, funcionam evidentemente em estreita colaboração, do mesmo modo que cada um deles está, à sua maneira, em ligação direta com as finalidades (CHERVEL, 1990, p.207).

Ao discutir a formação inicial de professores em geral, temos dois tipos de currículos envolvidos, o currículo da Educação Básica do qual o(a) futuro(a)

---

[6] Docimológico "vem de docimo, antepositivo, prova, tentativa" (HOUAISS, 2OO1, p. 1068).

professor(a) deve ter conhecimento e currículo do Ensino Superior que se remete ao que está previsto para ser ensinado na formação inicial desses(as) professores(as).

Para entendermos o currículo, antes de discutirmos as propostas curriculares e os documentos oficiais que norteiam o desenvolvimento do currículo das Licenciaturas em Matemática e da Educação Básica, recorremos à conceituação de currículo por meio dos estudos de José Gimeno Sacristán (2013):

> O conceito de *currículo* e a utilização que fazemos dele aparecem desde os primórdios relacionados à ideia de seleção de conteúdos e de ordem na classificação dos conhecimentos que representam, que será a seleção daquilo que será coberto pela ação de ensinar. Em termos modernos, poderíamos dizer que, com essa invenção unificadora, pode-se, em primeiro lugar, evitar a arbitrariedade na escolha de *o que será ensinado* em cada situação, enquanto, em segundo lugar, se orienta, modela e limita a autonomia dos professores. Essa polivalência se mantém nos nossos dias (SACRISTÁN, 2013, p.17).

Ao tratar do currículo como seleção de conteúdos, ressalta-se que, para cada etapa do ensino, o currículo precisa estar de acordo com as finalidades propostas. Como o enfoque desta secção é o currículo do Ensino Superior/universitário, ao que diz respeito às finalidades destaca-se a adequação referente ao progresso da Ciência, de diversos âmbitos do conhecimento e da cultura, de acordo com que o mundo profissional exige (SACRISTÁN, 2000).

De acordo com o que foi citado anteriormente, para as licenciaturas a finalidade e as exigências estão relacionadas ao favorecimento da aprendizagem de estudantes.

> [...] o currículo se relaciona com o ensino e a aprendizagem nas instituições educacionais, ele obrigatoriamente também se relaciona com a formação de professores, com o que se produz dentro deles e cujo fim é favorecer a aprendizagem dos estudantes (MUÑOZ, 2013, p.495).

Na citação acima foi mencionado a relação entre currículo, ensino, aprendizagem e formação de professores. Essa relação acontece de modo influente, ou seja:

> A melhoria da escola exige um processo sistêmico, o que supõe que as mudanças em uma parte do sistema afeta as demais partes. Portanto, a formação dos professores influencia e sofre influência do contexto no qual se dá, e essa influência condiciona os resultados que podem ser obtidos. A formação dos professores não pode se limitar ao fato de que eles sejam objetos de seus processos, mas que sua participação deve englobar tarefas de programas e, em geral, de aperfeiçoamento para resolver situações problemáticas gerais ou específicas relacionadas com o ensino no contexto da sociedade do conhecimento. (MUÑOZ, 2013, p.505)

Como podemos observar, o currículo da Educação Básica e o da formação inicial de professores estão diretamente ligados, pois as mudanças curriculares que ocorrem na formação inicial de professores, influenciam na Educação Básica e vice-versa. Uma vez que, na licenciatura está prevista a formação desses(as) profissionais para atuarem na Educação Básica.

A respeito do currículo da formação inicial de professores especificamente em Matemática, as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (2001), trazem conteúdos comuns às Licenciaturas em Matemática, que podem ser distribuídos ao longo do curso de acordo com o currículo proposto em cada Instituição de Ensino Superior (IES), como:

> • Cálculo Diferencial e Integral • Álgebra Linear • Fundamentos de Análise • Fundamentos de Álgebra • Fundamentos de Geometria • Geometria Analítica A parte comum deve ainda incluir: a) conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise; b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias; c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática (BRASIL, 2001, p.6).

Como podemos perceber, o conteúdo de trigonometria não é apresentado explicitamente nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (2001), pois nessas Diretrizes são citados os nomes das disciplinas sem suas respectivas ementas, podendo haver variação no que está sendo proposto na ementa de cada disciplina de acordo com o curso de cada instituição.

Para entendermos como a trigonometria está inserida em Cursos de Licenciatura em Matemática no Estado do Paraná, apresentamos, uma análise documental na secção 2.2, a respeito das ementas das disciplinas e/ou Projetos Políticos Pedagógicos de Curso das IES participantes desta pesquisa.

Ainda, a respeito dos conteúdos presentes no currículo da instituição de Ensino Superior, de acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (2001), também devem ser incluídos “os conteúdos da Educação Básica, consideradas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores em nível superior, bem como as Diretrizes Nacionais para a Educação Básica e para o Ensino Médio” (BRASIL, 2001, p.6).

Atualmente, estão sendo discutidas as modificações a respeito do currículo dos cursos de formação de professores, de acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores em nível superior e formação continuada (2015) as quais deverão entrar em vigor em julho de 2017.

No artigo 11 a seguir, trata da identidade própria do curso de licenciatura articulado com os demais.

> Art. 11. A formação inicial requer projeto com identidade própria de curso de licenciatura articulado ao bacharelado ou tecnológico, a outra(s) licenciatura(s) ou a cursos de formação pedagógica de docentes, garantindo: I - articulação com o contexto educacional, em suas dimensões sociais, culturais, econômicas e tecnológicas; II - efetiva articulação entre faculdades e centros de educação, institutos, departamentos e cursos de áreas específicas, além de fóruns de licenciatura; III - coordenação e colegiado próprios que formulem projeto pedagógico e se articulem com as unidades acadêmicas envolvidas e, no escopo do PDI e PPI, tomem decisões sobre a organização institucional e sobre as questões administrativas no âmbito de suas competências; IV - interação sistemática entre os sistemas, as instituições de educação superior e as instituições de Educação Básica, desenvolvendo projetos compartilhados; V - projeto formativo que assegure aos estudantes o domínio dos conteúdos específicos da área de atuação, fundamentos e metodologias, bem como das tecnologias;
> VI - organização institucional para a formação dos formadores, incluindo tempo e espaço na jornada de trabalho para as atividades coletivas e para o estudo e a investigação sobre o aprendizado dos professores em formação; VII - recursos pedagógicos como biblioteca, laboratórios, videoteca, entre outros, além de recursos de tecnologias da informação e da comunicação, com qualidade e quantidade, nas instituições de formação; VIII - atividades de criação e apropriação culturais junto aos formadores e futuros professores (BRASIL, 2015, p.9 – 10).

Diante do que está sendo proposto pelas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores em nível superior e formação continuada (2015), gostaríamos de destacar o item II, que trata da articulação do contexto educacional com o social, cultural, econômico e tecnológico. Se articularmos o que está sendo proposto para a identidade do curso de licenciatura com o que está sendo proposto para a Educação Básica, o item destacado torna-se indispensável, uma vez que, o objetivo do curso de licenciatura é formar professores para Educação Básica.

Em complemento a isso, ao tratar da especificidade do ensino da Matemática na Educação Básica, George P. Fernandes (2004), posiciona-se a favor da Matemática direcionar-se à realidade dos(as) estudantes, incluindo o conjunto de relações nas quais estes(as) estão inseridos(as). O autor, ainda, destaca que,

> Pensar na matemática de forma contextualizada e atraente parece ser o desejo de muitos. Mas, a prática continua sendo caracterizada pelo isolamento da própria matemática, como se fosse possível superar as dificuldades por abstrair o conjunto das relações que caracterizam o objeto estudado (FERNANDES, 2004, p.155).

Ao tratar da prática, Arlete de Jesus Brito e Bernadete Barbosa Morey (2004) desenvolveram um estudo com professores atuantes na rede de ensino do estado do Rio Grande do Norte a respeito do ensino de Geometria e de conceitos trigonométricos para a formação dos(as) professores(as). As autoras colocam que professores que participaram da pesquisa não tiveram acesso aos conceitos mencionados no curso ministrado e a trigonometria praticamente não foi estudada na graduação desses(as) professores(as) (BRITO; MOREY, 2004).

No estudo de Brito e Morey (2004), foi realizada a análise de entrevistas de oito professores, entre três e doze anos de prática de docência (BRITO; MOREY, 2004).

> Durante esse tempo 4 deles nunca ensinaram trigonometria na escola, dois afirmaram ter ensinado os conceitos de seno, cosseno e tangente, outro afirma que trabalhou, em sala de aula, com o círculo trigonométrico e um último ensinou as relações, equações, inequações e funções trigonométricas (BRITO; MOREY, 2004, p.17).

Além das entrevistas, foi realizada pelas autoras uma sequência de atividades para esses participantes, envolvendo Geometria e trigonometria. Durante a realização das atividades, percebeu-se uma série de fatores que se remetem às dificuldades desses(as) professores(as) (BRITO; MOREY, 2004), como:

> - Boa parte dos professores estavam estudando o assunto pela primeira vez e nunca tinham lecionado. Os que já tinham estudado o assunto, o fizeram de maneira mecânica, sem analise dos porquês.
> - A diversidade com relação à trigonometria, proposta por nós, não foi suficiente para abarcarmos todos os aspectos dos conceitos envolvidos (BRITO; MOREY, 2004, p.30).

O que nos chama a atenção ao lermos os referenciais estudados, é que a maioria dos(as) professores(as) afirma que na graduação teve pouco/nenhum estudo a respeito da trigonometria.

Portanto, a seguir apresentaremos os conhecimentos matemáticos que são utilizados e/ou pertencentes aos estudos trigonométricos indicados na literatura para o ensino da trigonometria.

1.3.1 Conhecimentos trigonométricos

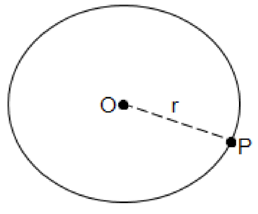
Antes de apresentarmos qualquer conhecimento matemático que seja utilizado e/ou pertencente aos estudos trigonométricos, decidimos explicitar um pouco a respeito da trigonometria.

A **trigonometria** era considerada como extensão da Geometria e parte da Matemática que tinha como objetivo o estudo das medidas de um triângulo, como os lados (segmentos) e ângulos. Porém, a trigonometria não pertence exclusivamente ao campo da Geometria, ela também está presente no campo matemático denominado Análise, no campo da Álgebra, e suas aplicações são encontradas em diversas áreas de conhecimento, mostrando seu caráter interdisciplinar, estendendo-se aos estudos da Física, Engenharia Civil, Topografia e Música (DANTE, 2005).

Para o estudo da trigonometria temos as razões, as relações e as funções trigonométricas, as quais serão explicitadas na sequência. Dessa forma, para aprofundarmos e detalharmos os conhecimentos matemáticos envolvidos e/ou considerados como trigonométricos, precisamos detalhar alguns conceitos geométricos como: circunferência, corda, arco, ângulos e ciclo trigonométrico.

Segundo Osvaldo Dolce e José N. Pompeo (2005), considera-se como **circunferência** "um conjunto de pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência" (DOLCE; POMPEO, 2005, p.147). No caso da Figura 1, o ponto O é o centro, P é um ponto qualquer e r é o raio da circunferência.

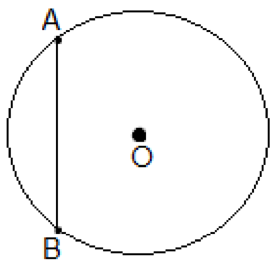
Figura 1- Circunferência



Fonte: imagem adaptada de (DOLCE; POMPEO, 2005, p.147)

Ao considerarmos a definição de circunferência, quando se tem um segmento em que suas extremidades são pertencentes à ela obtemos a **corda**. Exemplo: na Figura 2, $\overline{\mathrm{AB}}$ é uma corda (DOLCE; POMPEO, 2005).

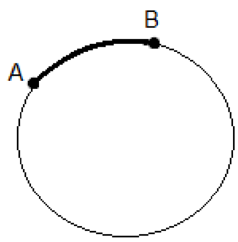
Figura 2- Corda



Fonte: própria autora

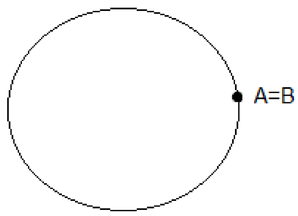
Ainda a respeito da circunferência, de acordo com estudos da Geometria Plana, segundo Luiz Roberto Dante denomina-se **arco geométrico e/ou arco de uma circunferência** “uma das partes da circunferência delimitada por dois pontos, inclusive. Se os dois pontos coincidirem, teremos arco nulo ou arco de uma volta” (2005, p.209). Para as Figuras 3 e 4, temos o arco $\widehat{AB}$.

Figura 3 - Arco geométrico e/ou de uma circunferência



Fonte: própria autora

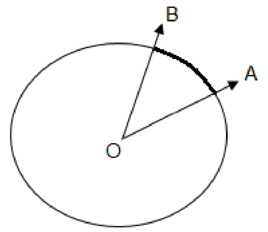
Figura 4-Arco nulo



Fonte: própria autora

Quando observamos os arcos apresentados acima e notamos que cada um deles corresponde a um **ângulo central**, ou seja, se desenharmos uma representação de uma semirreta para cada extremidade do arco, de modo que esses passem pelo centro da circunferência, será formado um ângulo cujo vértice se encontra no centro da circunferência e a esse ângulo formado dá-se o nome de ângulo central (GIOVANNI; DANTE, 1985).

Figura 5 - Ângulo central



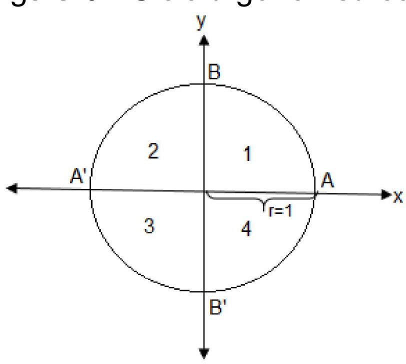
Fonte: imagem adaptada de (GIOVANNI; DANTE,1985, p.284)

Com a finalidade de tornar mais claro o que é denominado de ângulo central, explicaremos o que é chamado de **ângulo**. Segundo Osvaldo Dolce e José N. Pompeo "Chama-se ângulo à reunião de duas semirretas de mesma origem, não contidas numa mesma reta (não colineares)" (2005, p.21). Dessa forma, existem os ângulos reto (igual a 90 graus), agudo (menor que 90 graus) e obtuso (maior que 90 graus).

Para finalizarmos as explicações a respeito de alguns conceitos geométricos e nos aprofundarmos nas razões, relações e funções trigonométricas, explicaremos o que é um ciclo trigonométrico.

Segundo Giovanni e Dante, "Denomina-se ciclo trigonométrico a circunferência orientada cujo raio é 1 unidade de comprimento e na qual o sentido positivo é anti-horário" (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.291).

Figura 6 - Ciclo trigonométrico



Fonte: imagem adaptada de (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.291)

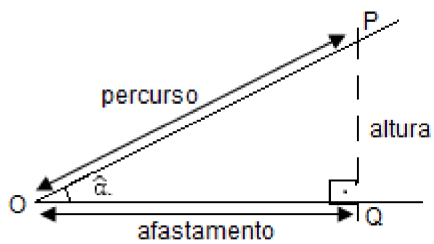
Observemos que, na Figura 6, os eixos que dividem o ciclo trigonométrico nas partes que numeramos de 1 a 4 (no sentido positivo, ou seja, anti-horário) e esses eixos são representados por x e y (GIOVANNI; DANTE, 1985).

A seguir aprofundaremos o que chamamos de razão, relação e função trigonométrica.

Consideramos como razão a definição dos astrônomos gregos, ou seja, uma relação (comparação) de medição de grandezas de mesma natureza que pode ser representada por uma fração (ROQUE, 2012). Especificadamente, a **razão trigonométrica** é a comparação de medidas em um triângulo retângulo.

O **triângulo retângulo** é o triângulo que possui um ângulo reto (igual a 90º). Especificando usamos um exemplo encontrado no livro de José Ruy Giovanni e Luiz Roberto Dante (1985, p.272), que mostra a aplicação de um triângulo retângulo em uma subida, apresentando cada um dos seus elementos.

Figura 7 - Triângulo retângulo



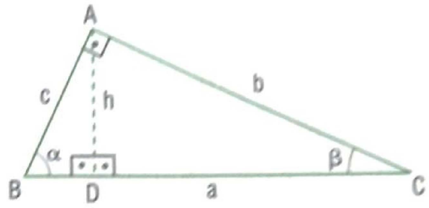
Fonte: imagem adaptada de (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.272).

- O triângulo OPQ é retângulo, com ângulo reto em Q.
- O percurso é a hipotenusa (lado oposto ao ângulo reto).
- O afastamento e a altura são os catetos (lados que formam o ângulo reto)
- O afastamento é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{\alpha}$, e a altura é o cateto oposto ao ângulo $\hat{\alpha}$ (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.272).

Após reconhecermos elementos do triângulo retângulo, apresentaremos os triângulos semelhantes, uma vez que a **semelhança de triângulos retângulos** está interligada com as relações métricas (DANTE, 2005).

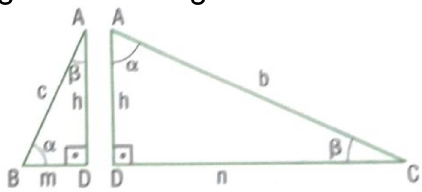
Os triângulos retângulos são semelhantes quando “a altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo ABC o divide em dois triângulos retângulos semelhantes a ele e semelhantes entre si” (DANTE, 2005, p.171).

Figura 8 - Semelhança de triângulos retângulos



Fonte: (DANTE, 2005, p.171)

Figura 9 - Triângulos semelhantes



Fonte: (DANTE, 2005, p.171)

Nas figuras 8 e 9, podemos notar que os três triângulos possuem todos os ângulos congruentes, ou seja, todos os ângulos possuem a mesma medida. Assim, o primeiro caso de semelhança é representado da seguinte forma: ΔABC~ΔDBA~ΔDAC (DANTE, 2005, p.171).

A partir da semelhança entre triângulos retângulos, mostraremos algumas relações métricas com base nas Figuras 8 e 9.

Primeiramente faremos a relação de semelhança de dois triângulos (ΔABC e ΔDBA), dessa forma, segue que: “$\frac{AB}{BC} = \frac{DB}{BA} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{m}{c} \rightarrow c^2 = am\ (1)$” (DANTE, 2005, p.171). Temos também a semelhança entre ΔABC e ΔDAC, que é representada por duas igualdades: “ $\frac{AB}{BC} = \frac{DA}{AC} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{h}{b} \rightarrow ah = bc\ (2)$" (DANTE, 2005, p.171) e “$\frac{AC}{BC} = \frac{DC}{AC} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{n}{b} \rightarrow b^2 = an\ (3)$" (DANTE, 2005, p.171).

Por fim, temos a quarta igualdade que representa a semelhança entre os triângulos ΔDBA e ΔDAC, "$\frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DA} \rightarrow \frac{h}{m} = \frac{n}{h} \rightarrow h^2 = mn\ (4)$” (DANTE, 2005, p.171).

Para obtermos uma relação denominada como **Teorema de Pitágoras**, basta somarmos as relações métricas (1) e (3) membro a membro.

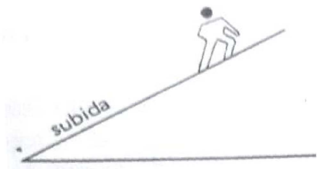
$c^2=am$
$+\ b^2=na$
$b^2+c^2 = am+an = a\ (m+n)$
como m+n = a, substituímos m+n por a, assim, temos: $b^2+c^2 = a.a \rightarrow b^2+c^2 = a^2$ que é o teorema de Pitágoras (DANTE, 2005, p. 172).

Ao observarmos as relações métricas no triângulo retângulo, podemos notar uma comparação de medidas de dois triângulos retângulos, ou seja, comparação de medidas de grandezas de mesma natureza, a que é a definição de razão para os gregos (ROQUE, 2012). Dessa forma, as relações métricas no triângulo retângulo são um tipo de razão, especificadamente, razão trigonométrica.

Algumas razões trigonométricas possuem nomes específicos e que são denominadas como: seno, cosseno e tangente. Para detalharmos cada uma dessas razões, em nossos estudos, encontramos aplicações à uma subida, como na explicação do triângulo retângulo.

Observemos a Figura 10 uma pessoa subindo uma rampa ou ladeira e vejamos na Figura 11 o triângulo com os elementos que representam a subida (GIOVANNI; DANTE, 1985).

Figura 10 - Subida



Fonte: (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.267)

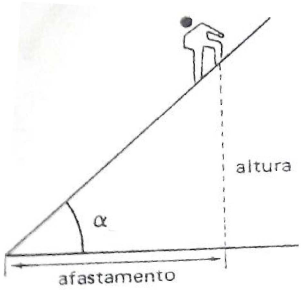
Figura 11 - Triângulo que representa a subida

Fonte: (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.267).

Se fizermos a razão entre a altura e o afastamento para cada ponto da mesma subida o resultado será sempre o mesmo, isto é, constante. A essa constante dá-se o nome de índice de subida (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.268). Note que, na Figura 11, pela definição de ângulo, temos três ângulos nessa figura. O ângulo formado pelo percurso e o afastamento é ângulo de subida.

Quando associamos o ângulo de subida com o índice em uma mesma subida temos a **tangente**. Ou seja, a tangente é a razão entre a altura e o afastamento, em outras palavras, a tangente é igual ao índice de subida. Observe as Figuras 12 e 13 (GIOVANNI; DANTE, 1985; DANTE, 2005):

Figura 12 - Tangente na subida



Fonte: (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.270).

Figura 13 - Tangente de um ângulo de subida

$$Tangente\ de\ um\ \hat{a}ngulo\ de\ subida = \mathrm{k1}$$

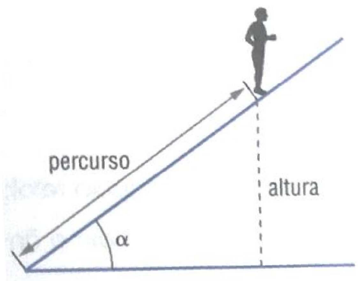
$$tg\ \alpha = \mathrm{k1}$$

$$tg\ \alpha = \frac{altura}{afastamento} = \text{índice de subida}$$

Fonte: (GIOVANNI; DANTE, 1985, p.270).

Retomando a Figura 11, se fizermos a razão entre a altura e o percurso teremos o **seno** de um ângulo de subida. Observe as Figuras 14 e 15.

Figura 14 - Seno na subida



Fonte: (DANTE, 2005, p.189).

Figura 15 - Seno de um ângulo de subida

$$Seno\ de\ um\ \hat{a}ngulo\ de\ subida = \mathrm{k2}$$

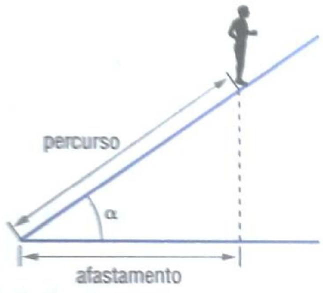
$$sen\ \alpha = \mathrm{k2}$$

$$sen\ \alpha = \frac{altura}{percurso}$$

Fonte: (DANTE, 2005, p.189).

A última razão que faltou ser estabelecida na Figura 11 foi a razão entre o afastamento e o percurso, essa é denominada de **cosseno**.

Figura 16 - Cosseno na subida



Fonte: (DANTE, 2005, p.189).

Figura 17 - Cosseno de um ângulo de subida

$$Cosseno\ de\ um\ \hat{a}ngulo\ de\ subida = \text{k3}$$

$$cos\ \alpha = \text{k3}$$

$$cos\ \alpha = \frac{afastamento}{percurso}$$

Fonte: (DANTE, 2005, p.189).

De acordo com os estudos mencionados acima, temos conhecimento do que é uma razão trigonométrica e a ideia de tangente, seno e cosseno em um triângulo retângulo.

A seguir, mostraremos as relações trigonométricas existentes em um triângulo qualquer.

Se retornarmos à Figura 16 poderemos notar que, em um triângulo retângulo tem-se o ângulo reto e dois ângulos agudos, não tem-se ângulos obtusos. Porém, em determinados momentos será necessário obter valores de senos e cossenos de triângulos obtusângulos (com ângulos obtusos) (DANTE, 2005). Para isso, é preciso saber que:

> • Sen90º=1 e cos 90º=0
> • Senos de ângulos obtusos são exatamente iguais aos senos dos suplementos desses ângulos: $sen\ x = sen\ (180° - x)$
> • Cossenos de ângulos obtusos são opostos aos cossenos dos suplementos desses ângulos $cos\ x = -cos\ (180° - x)$
> (DANTE, 2005, p.203)

Para estudarmos a trigonometria em triângulos quaisquer, usamos as **relações trigonométricas.** Gostaríamos de destacar que o seno, o cosseno e a tangente se relacionam de diversas maneiras, algumas delas consideradas como **relações fundamentais** (DANTE, 2005).

- $sen^2x + cos^2x = 1$ para todo x pertencente ao conjunto dos números reais;
- $tgx = \frac{senx}{cosx}$ para todo x diferente de $\frac{\pi}{2} + k\pi$;
- $cotg\ x = \frac{1}{tg\ x} = \frac{\cos x}{sen\ x}$ para todo x diferente de kπ (cotangente);
- $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ para todo x diferente de $\frac{\pi}{2} + k\pi$ (secante);
- $cossec\ x = \frac{1}{sen\ x}$ para todo x diferente de kπ (cossecante) (DANTE, 2005).

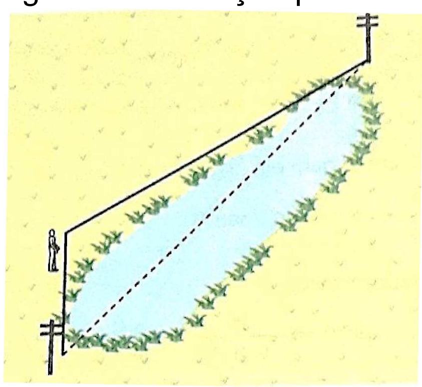
Além dessas relações fundamentais, temos outras relações decorrentes das apresentadas anteriormente:

> $\mathrm{sen}^2\mathrm{x} + \cos^2\mathrm{x} = 1 \rightarrow \frac{\mathrm{sen}^2\mathrm{x}}{\cos^2\mathrm{x}} + \frac{\cos^2\mathrm{x}}{\cos^2\mathrm{x}} = \frac{1}{\cos^2\mathrm{x}} \rightarrow \mathrm{tg}^2\mathrm{x} + 1 = \sec^2\mathrm{x}$ para $\cos\mathrm{x} \neq 0$
> Assim: $\mathrm{tg}^2\mathrm{x} + 1 = \sec^2\mathrm{x}$ para todo x ≠ $\frac{\pi}{2} + k\pi$ sendo k ϵ Z
> $\mathrm{sen}^2\mathrm{x} + \cos^2\mathrm{x} = 1 \rightarrow \frac{\mathrm{sen}^2\mathrm{x}}{\mathrm{sen}^2\mathrm{x}} + \frac{\cos^2\mathrm{x}}{\mathrm{sen}^2\mathrm{x}} = \frac{1}{\mathrm{sen}^2\mathrm{x}} \rightarrow 1 + \mathrm{cotg}^2\mathrm{x} = \mathrm{cossec}^2\mathrm{x}$ para $\mathrm{sen}\,\mathrm{x} \neq 0$
> Assim: $\mathrm{cotg}^2\mathrm{x} + 1 = \mathrm{cossec}^2\mathrm{x}$ para todo x ≠ $k\pi$ sendo k ϵ Z.
> (DANTE, 2005, p.222).

Para darmos sequência aos estudos das relações trigonométricas em triângulos quaisquer, vamos mostrar uma situação-problema e sua resolução.

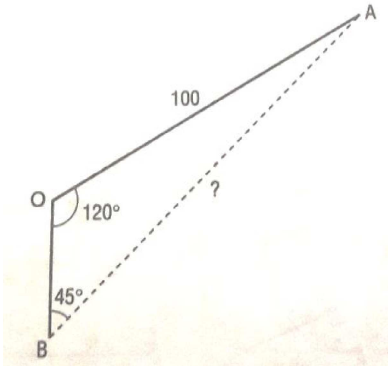
> Uma empresa de fornecimento de energia, ao instalar a rede elétrica numa fazenda, precisou colocar dois postes em lados opostos de um lago para permitir a passagem da fiação. Com isso surgiu um pequeno problema: para fazer o projeto da rede, seria necessário saber a distância entre os postes, e a presença do lago impedia a medição direta dessa distância.
> Um dos engenheiros posicionou-se em um local onde era possível visualizar os dois postes e medir a distância entre eles. Com um aparelho apropriado, ele mediu o ângulo entre a linha de visão dele e os postos, obtendo 120º. Um auxiliar mediu a distância do poste mais afastado do engenheiro e obteve 100m; um outro auxiliar mediu o ângulo entre a linha do poste mais próximo do engenheiro e a linha entre os postes, obtendo 45º. Com essas informações, o engenheiro sorriu. Ele já conseguiria calcular a distância entre os postes. Vejamos como (DANTE, 2005, p.203):

Figura 18 - Situação-problema



Fonte: (DANTE, 2005, p.203)

Figura 19 - Representação por meio de um triângulo da situação-problema

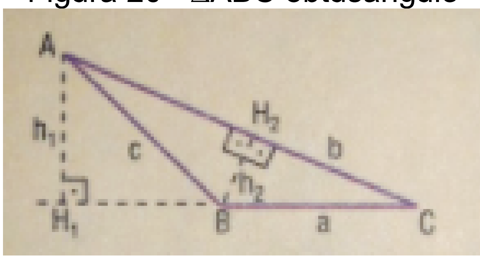


Fonte: (DANTE, 2005, p.203)

Na Figura 18 podemos notar que o triângulo AÔB é obtusângulo. Para resolver uma situação-problema como essa, em que se deve determinar a medida de $\overline{AB}$, utiliza-se a **lei dos senos.** "Em qualquer triângulo ABC, as medidas dos lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos, ou seja: $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{sen\ A}} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{sen\ B}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{sen\ C}}$" (DANTE, 2005, p.204).

Faremos uma demonstração da lei dos senos considerando o triângulo ∆ABC obtusângulo, porém, sendo $\overline{\mathrm{AH1}}$ e $\overline{\mathrm{BH2}}$ duas de suas alturas (DANTE, 2005).

Figura 20 - ∆ABC obtusângulo



Fonte: (DANTE, 2005, p.204)

- No ∆BCH2, retângulo em H2, temos: $sen\ C = \frac{h2}{b} \rightarrow h2 = b.senC$
- No ∆ABH1, retângulo em H1, temos: $sen\ B = \frac{h1}{c} \rightarrow h1 = c.senB$

Comparando, temos:$b.senC = c.senB \rightarrow \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} \quad (1)$

- No ∆ACH1, retângulo em H1, temos: $sen\ C = \frac{h1}{a} \rightarrow h1 = a.senC$
- No ∆ABH2, retângulo em H2, temos: $sen\ A = \frac{h2}{c} \rightarrow h2 = c.senA$

Comparando $h1$ com $h2$, temos: $a.senC = c.senA \rightarrow \frac{a}{senA} = \frac{c}{senC} \quad (2)$

Portanto, de (1) e (2), temos que: $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$ (DANTE, 2005).

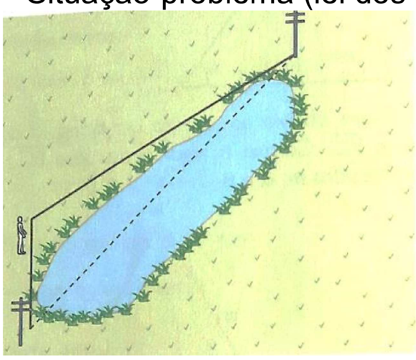
A partir da demonstração acima, podemos resolver a situação-problema já apresentada, retomando as imagens (Figura 18 e Figura 19): "Pela lei dos senos, temos: $\frac{100}{sen45°} = \frac{d}{sen120°} \rightarrow \frac{100}{\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}} = \frac{d}{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}} \rightarrow \sqrt{2}d = 100\sqrt{3} \rightarrow d = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{3}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \frac{100.\sqrt{6}}{2} = 50\sqrt{6} \cong 122{,}47\ m$" (DANTE, 2005, p.204).

Em outras palavras, pela lei dos senos, a distância entre os postes se aproxima de 122, 47 metros (DANTE, 2005).

Porém, há a possibilidade de obtermos o cálculo da distância de outros lados, por exemplo: caso não quiséssemos ou não pudéssemos obter a medida com base no ângulo de 45º, como faríamos?

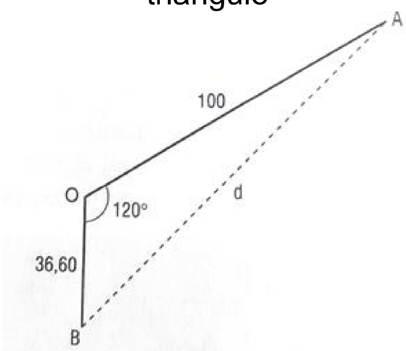
> (...) o engenheiro poderia ter pedido ao seu segundo auxiliar que medisse a distância do poste mais próximo do local onde ele estava. Assim, além do valor ângulo (120º) que o engenheiro já havia medido e da distância de (100m) entre o poste mais afastado e ele, teria obtido a nova distância, de 36,60m, entre o poste mais próximo e o engenheiro. Essas informações também permitiriam ao engenheiro calcular a distância desejada (DANTE, 2005, p.206).

Figura 21 - Situação-problema (lei dos cossenos)



Fonte: (DANTE, 2005, p.206)

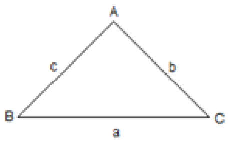
Figura 22 - Representação da situação-problema da lei dos cossenos em um triângulo



Fonte: (DANTE, 2005, p.206)

Com base nas Figuras 21 e 22, observamos que o que deveremos calcular é a medida de um dos lados de um triângulo, sabendo que teremos a medida do ângulo oposto a esse lado do triângulo que queremos encontrar e temos as medidas dos demais lados. Para calcular a medida do lado desse triângulo, precisaremos estudar e utilizar a **lei dos cossenos**, que é composta pelo seguinte enunciado: “Em qualquer triângulo ABC, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados menos duas vezes o produto das medidas desses lados pelo cosseno do ângulo que eles formam, ou seja:” (DANTE, 2005, p.206).

Figura 23 - Lei dos cossenos

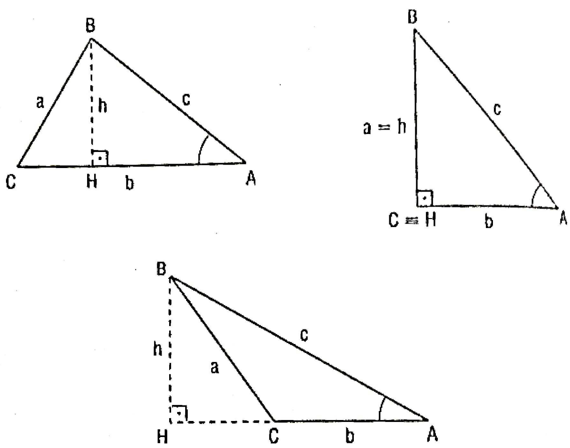


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.cosA$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.cosB$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.cosC$$

Fonte: (DANTE, 2008, p.206)

Provaremos a 1ª relação citada na Figura 23, demonstrando a lei dos cossenos no triângulo acutângulo, considerando o ângulo $\hat{A}$ agudo. Gostaríamos de destacar que o ângulo agudo $\hat{A}$ pode estar em um triângulo acutângulo, retângulo ou obtusângulo (DANTE, 2005).

Figura 24 - Triângulos



Fonte: (DANTE, 2005, p.206)

Se traçarmos a altura $\overline{BH}$, obteremos dois triângulos retângulos ABH e CBH (DANTE, 2005).

- No ΔABH temos: `

$$\begin{cases} \cos A = \dfrac{AH}{c} \longrightarrow AH = c.\cos A \\ c^2 = h^2 + AH^2 \longrightarrow h^2 = c^2 - AH^2 \longrightarrow h^2 = c^2 - (c.\cos A)^2 \\ h^2 = c^2 - c^2 \cos^2 A \end{cases}$$

(1)

- No ΔCBH temos:

$$a^2 = h^2 + CH^2 \longrightarrow a^2 = h^2 + (b - AH)^2 \longrightarrow h^2 = a^2 - (b - c.\cos A)^2$$

$$h^2 = a^2 - b^2 + 2bc.\cos A - c^2 \cos^2 A$$

(2)

De (1) e (2) temos:

$$a^2 - b^2 + 2bc.\cos A - c^2 \cos^2 A = c^2 - c^2.\cos^2 A \longrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

(DANTE, 2005, p.206)

Como já tivemos a lei dos cossenos apresentada anteriormente, podemos resolver a situação problema proposta, com base nas Figuras 21 e 22. Assim, pela lei dos cossenos temos: "$d^2 = 100^2 + (36{,}6)^2 - 2.100.36.6.cos120° \rightarrow d^2 = 1500 \rightarrow d = \sqrt{1500} = 50\sqrt{6} \cong 122{,}47m$" (DANTE, 2005, p.207). Ou seja, a medida d tem o valor igual ao obtido pela resolução feita por meio da lei dos senos, utilizando ângulos diferentes.

Ainda a respeito das relações, quando estabelecemos uma relação que envolva duas grandezas variáveis, estamos estudando as funções. Observe o exemplo a seguir (BIACHINI; PACCOLA, 1995).

> Se considerarmos um tanque com 1.200L de capacidade e uma torneira que despeja nele 30L de água por minuto, o volume de água despejada dependerá do tempo que a torneira ficará aberta:
> - Após 1 min, será 30L;
> - Após 2 min, será 2.30L=60L;
> - Após 5 min, será 5.30L=150L;
> - Após 10 min, será 10.30L=300L;
> - Após 40 min, será 40.30L=1200L, momento em que o tanque ficará totalmente cheio.
>
> Indicando o tempo (em minutos) por *t* e o volume de água (em litros) por *v*, podemos construir a seguinte tabela: (BIACHINI; PACCOLA, 1995, p.42).

Quadro 4 - Variáveis da função

Tempo (t)		1	2	3	...	40
Volume (v)		30	60	90	...	1200

Fonte: (BIACHINI; PACCOLA, 1995, p.42)

Ao observar o Quadro 4, podemos perceber que há valores referentes à t e à v os quais são as variáveis que se relacionam por meio de uma igualdade, essa é: *v*=30.*t*, sendo t maior que 0 e menor que 40. E para cada valor de t encontramos um valor para v. Dessa forma, constitui-se um dos exemplos de função em que v está em função de t (BIACHINI; PACCOLA, 1995).

A partir do exemplo dado acima a respeito de funções, apresentaremos a definição de função:

> Dados os conjuntos X, Y, uma função $f: X \to Y$ (lê-se "uma função de X em Y") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento x ∈ X um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se *domínio* e Y é o *contradomínio* da função f, ou o *valor* assumido pela função f no ponto x ∈ X. Escreve-se $x \to f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$ (LIMA.et al., 2001, p.39).

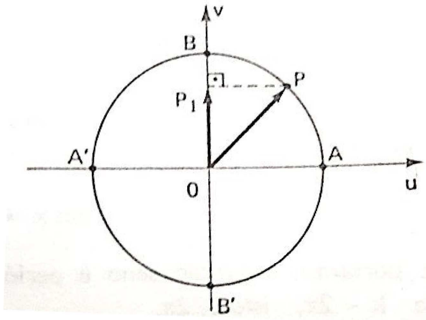
Existem diversos tipos de funções: exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, polinomiais, entre outras. Porém, nesta pesquisa, vamos nos deter nas características da **função trigonométrica**.

Uma das características das funções trigonométricas é a sua periodicidade, o que faz com que seja denominada como **função periódica**. Essa função em determinados intervalos repete seus valores de períodos em períodos (GIOVANNI; DANTE, 1985). A seguir vamos especificar as funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante) detalhando em que local essas funções são periódicas. Ressaltamos que a periodicidade de uma função não se dá exclusivamente nas funções trigonométricas.

Iniciaremos as especificações pela **função seno**, que tem como definição:

> Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos seno de x (e indicamos senx) a ordenada $\overline{OP1}$ do ponto P em relação ao sistema uOv. Denominamos *função seno* a função $f: R \to R$ que associa a casa real x o real $\overline{OP1} = senx$, isto é : $f(x) = sen\ x$ (IEZZI, 1985, p.17-c).

Figura 25 - função seno



Fonte: (IEZZI, 1985, p.17-c)

De acordo com a definição e o gráfico acima, apresentaremos as propriedades da função seno.

> 1) A imagem da função seno é o intervalo [-1,1], isto é, -1≤senx≤1 para todo x real.
> 2) Se x é do primeiro ou do segundo quadrante, então sen x é positivo
> 3) Se x é do terceiro ou quarto quadrante, então sen x é negativo.
> 4) Se x percorre o primeiro ou o quarto quadrante, então sen x é crescente.
> 5) Se x percorre o segundo ou o terceiro quadrante, então sen x é decrescente.
> 6) A função seno e periódico e seu período é 2π (IEZZI, 1985, p.18-c).

Vamos mostrar, na sequência, o que acontece com a f(x) = sen x ao percorrer um determinado intervalo [0, 2π]. A ordenada P (imagem de x) vai variar segundo o Quadro 5, se P der uma volta completa no ciclo trigonométrico no sentido anti-horário (IEZZI, 1985).

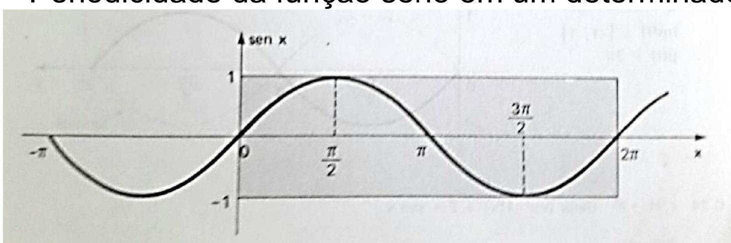
Quadro 5 - Periodicidade da função seno

X	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
Senx	0	Cresce	1	Decresce	0	Decresce	-1	Cresce	0

Fonte: (IEZZI, 1985, p.19-c)

Observe a Figura 26, que é o gráfico da função seno com os valores representados segundo o Quadro 5, a esse gráfico denominamos de *senóide,* ou seja, é a função de seno de x, indicada por $f(x) = sen\, x$. Ainda, gostaríamos de destacar que está sendo representado somente um período da função, a senóide continua para ambos os lados (direita e esquerda) (IEZZI, 1985).

Figura 26 - Periodicidade da função seno em um determinado intervalo



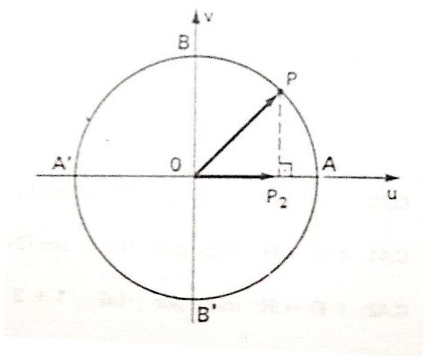
Fonte: (IEZZI, 1985, p.19-c)

A segunda função que vamos especificar é a função cosseno. Observe a definição a seguir:

> Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos cosseno de x (e indicamos cos x) abscissa $\overline{OP2}$ do ponto P em relação ao

sistema uOv. Denominamos *função cosseno* a função $f: R \to R$ que associa a casa real x o real $\overline{OP2} = \cos \quad x$, isto é : $f(x) = cos\, x$ (IEZZI, 1985, p.26-c).

Figura 27 - Função cosseno



Fonte: (IEZZI, 1985, p.26-c)

De acordo com a definição de **função cosseno** e com a Figura 27, a seguir, apresentaremos as propriedades da função cosseno.

1) A imagem da função cosseno é o intervalo [-1,1], isto é, -1≤cosx≤1 para todo x real.
2) Se x é do primeiro ou quarto quadrante, então cos x é positivo
3) Se x é do segundo ou terceiro quadrante, então cos x é negativo.
4) Se x percorre o terceiro ou o quarto quadrante, então cos x é crescente.
5) Se x percorre o primeiro ou o segundo quadrante, então cos x é decrescente.
6) A função cosseno e periódico e seu período é 2π (IEZZI, 1985, p.27-c).

Como foi mencionado no item 6 da citação acima, o período da função cosseno de x é 2π, assim, no gráfico a seguir (Figura 28), mostraremos x percorrer o intervalo [0, 2π] para vermos o que ocorre com cos x, uma vez que, a ordenada P (imagem de x) varia segundo a tabela abaixo, quando P faz uma volta completa no ciclo trigonométrico no sentido anti-horário (IEZZI, 1985).

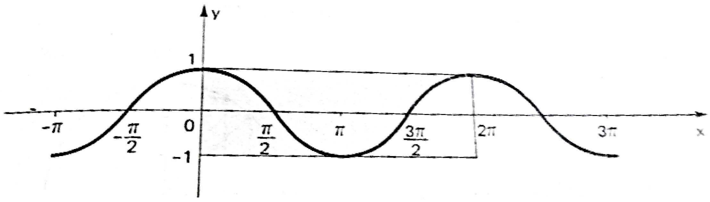
Quadro 6 - Periodicidade da função cosseno

X	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
Cos x	1	Decresce	0	Decresce	-1	Cresce	0	Cresce	1

Fonte: (IEZZI, 1985, p.27-c)

Na Figura 28, será representado o gráfico da função cosseno em um determinado intervalo, cujos valores estão representados no Quadro 6. Ao gráfico da função cosseno dá-se o nome de *cossenóide* que indica a variação que ocorre em $f(x) = cos\ x$. Gostaríamos de destacar que a cossenóide continua crescendo para ambos os lados (direita e esquerda) e que no gráfico a seguir está sendo representado o intervalo de $[0,2\pi]$.

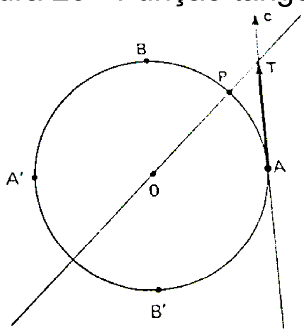
Figura 28 - Periodicidade da função cosseno em um determinado intervalo



Fonte: (IEZZI, 1985, p.27-c)

A terceira função que queremos especificar é a **função tangente**, que possui a seguinte definição: “Dado um número real x, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, seja P sua imagem no ciclo, Consideremos a reta $\overleftrightarrow{OP}$ e seja T sua intersecção com o eixo das tangentes. Denominamos *tangente de x* (e indicamos tg x) a medida algébrica do segmento $\overrightarrow{AT}$” (IEZZI, 1985, p.29-c).

Figura 29 - Função tangente



Fonte: (IEZZI, 1985, p.29-c)

A função tangente está associada a cada real x, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, o real $\overline{AT} = tgx$, $f(x) = tgx$. E, para $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ a tangente não é definida por não existir o ponto T, pois P está em B ou B’ e, ou seja, $\overleftrightarrow{OP}$ é paralela ao eixo das tangentes (IEZZI, 1985). Vamos apresentar as propriedades dessa função.

1) O domínio da função tangente é $D = \{x\epsilon R | x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\}$

> 2) A imagem da função tangente é R, isto é, para todo y real existe um x real tal que tg x = y.
> 3) Se x é do primeiro ou terceiro quadrante , então tg x é positiva.
> 4) Se x é do segundo ou quarto quadrante, então tg x é negativa.
> 5) Se x percorre qualquer um dos quatro quadrantes, então tg x é crescente.
> 6) A função tangente é periódica e seu período é π (IEZZI, 1985, p.30-c).

De acordo com as propriedades vistas anteriormente, notamos que o período da tg x é π, para que ela seja periódica. Porém, no Quadro 7, mostraremos os valores dessa função para o intervalo $[0,2\pi]$, dando uma volta completa no ciclo trigonométrico, no sentido anti-horário, a medida algébrica $\overline{AT}$ varia segundo o Quadro 7 (IEZZI, 1985):

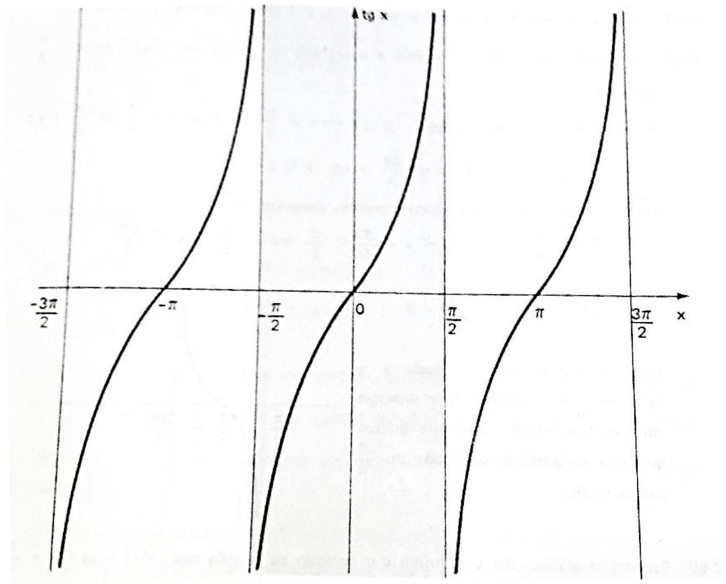
Quadro 7 - Periodicidade da função tangente

X	0		$\frac{\pi}{2}$			π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
Tgx	0	Cresce	$\nexists$	Cresce		0	Cresce	$\nexists$	Cresce	0

Fonte: (IEZZI, 1985, p.31-c)

Com base nos valores determinados no Quadro 7, o seguinte gráfico (Figura 30) indica a variação de $f(x) = tgx$ e denomina-se *tangentóide*.

Figura 30 - Periodicidade da função tangente em um determinado intervalo

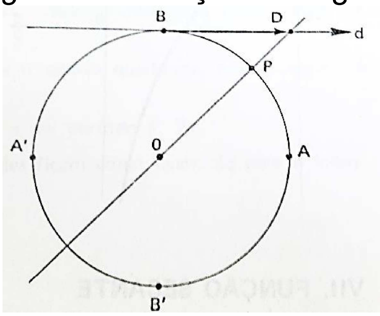


Fonte: (IEZZI, 1985, p.31-c)

A quarta função, que queremos apresentar, é a função cotangente, que tem como definição: "Dado um número real x, $x \neq k\pi$, seja P sua imagem no ciclo.

Consideremos a reta $\overleftrightarrow{OP}$ e seja D sua intersecção com o eixo das cotangentes. Denominamos co*tangente de x* (e indicamos cotg x) a medida algébrica do segmento $\overrightarrow{BD}$" (IEZZI, 1985, p.33-c).

Figura 31 - Função cotangente



Fonte: (IEZZI, 1985, p.33-c)

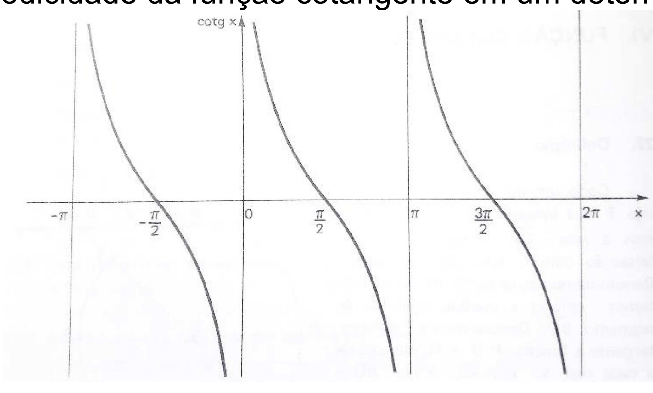
A função cotangente está associada a cada real x, $x \neq k\pi$, o real $\overline{BD} = cotgx$, ou seja, $f(x) = cotgx$. Para $x = k\pi$, a cotangente não é definida, pois P está em A ou A', assim a reta $\overleftrightarrow{OP}$ se torna paralela ao eixo das cotangentes (IEZZI, 1985).

A seguir citaremos as propriedades da função cotangente.

> 1) O domínio da função cotangente é $D = \{x \epsilon R | x \neq k\pi\}$
> 2) A imagem da função cotangente é R, isto é, para todo y real existe um x real tal que cotg x=y.
> 3) Se x é do primeiro ou terceiro quadrante, então cotg x é positiva.
> 4) Se x é do segundo ou quarto quadrante, então cotg x é negativa.
> 5) Se x percorre qualquer um dos quatro quadrantes, então cotg x é decrescente.
> 6) A função cotangente é periódica e seu período é π(IEZZI, 1985, p.33-c).

De acordo com as propriedades vistas anteriormente, mostraremos um gráfico (Figura 32) a respeito da função cotangente no intervalo [0, 2π].

Figura 32 - Periodicidade da função cotangente em um determinado intervalo

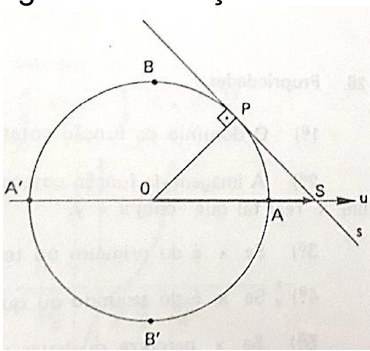


Fonte: (IEZZI, 1985, p.34-c)

Outra função trigonométrica que queremos apresentar é a **função secante,** cuja definição é:

> Dado um número real x, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, seja P sua imagem no ciclo. Consideremos a reta s tangente ao ciclo em P e seja S sua intersecção com o eixo dos cossenos. Denominamos secante de x (e indicamos sec x) a abscissa $\overline{OS}$ do ponto S. Denominamos *função secante* a função $f: D \rightarrow R$ que associa a cada real x, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, o real $\overline{OS} = secx$, isto é, $f(x) = \sec x$ (IEZZI, 1985, p.34-c).

Figura 33 - Função secante



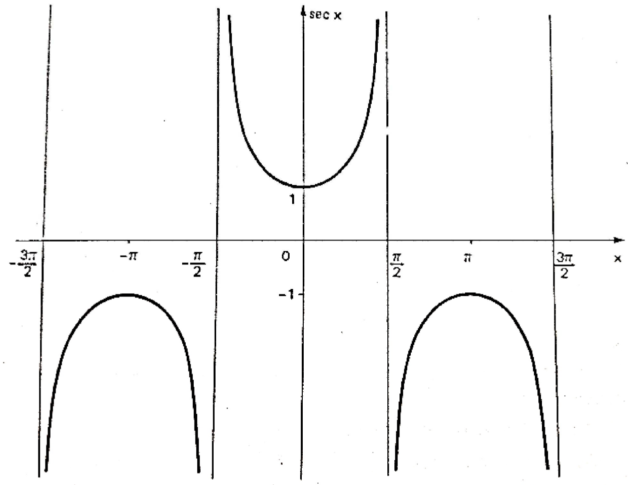
Fonte: (IEZZI, 1985, p.34-c)

Observe na Figura 33 que, para $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, a reta s fica paralela ao eixo dos cossenos. Dessa forma, não existe o ponto S, tornando a sec x não definida (IEZZI, 1985). Portanto a seguir, mostraremos as propriedades da função secante que a tornam definida, e que são:

> 1) O domínio da função secante é $D = \{x\epsilon R | x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\}$
> 2) A imagem da função secante é R -]-1,1[, isto é, para todo real y, com $y \leq -1$ ou $y \geq 1$, existe um x real tal que sec x=y.
> 3) Se x é do primeiro ou quarto quadrante, então sec x é positiva.
> 4) Se x é do segundo ou terceiro quadrante, então sec x é negativa.
> 5) Se x percorre o primeiro ou o segundo quadrante, então sec x é crescente.
> 6) Se x percorre o terceiro ou o quarto quadrante, então sec x é decrescente.
> 7) A função secante é periódica e seu período é 2π (IEZZI, 1985, p.35-c).

A partir das propriedades, elencadas anteriormente, podemos ver que a função secante é periódica e que seu período é 2π. Em seguida, veremos a representação gráfica da função secante em um determinado intervalo [0, 2π].

Figura 34 - Periodicidade da função secante em um determinado intervalo

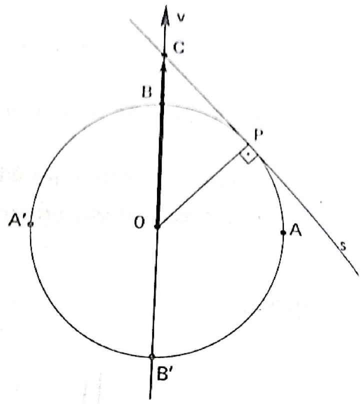


Fonte: (IEZZI, 1985, p.35-c)

Por fim, a última função trigonométrica que vamos apresentar é a **função cossecante**, que possui a seguinte definição:

> Dado um número real x, $x \neq k\pi$, seja P sua imagem no ciclo. Consideremos a reta s tangente ao ciclo em P e seja c sua intersecção com o eixo dos senos. Denominamos cossecante de x (e indicamos cossec x) a ordenada abscissa $\overline{OC}$ do ponto C. Denominamos *função cossecante* a função $f: D \rightarrow R$ que associa a cada real x, $x \neq k\pi$, o real $\overline{OC} = cossec\ x$, isto é, $f(x) = \operatorname{cossec} x$ (IEZZI, 1985, p.36-c)

Figura 35 - Função cossecante



Fonte: (IEZZI, 1985, p.36-c)

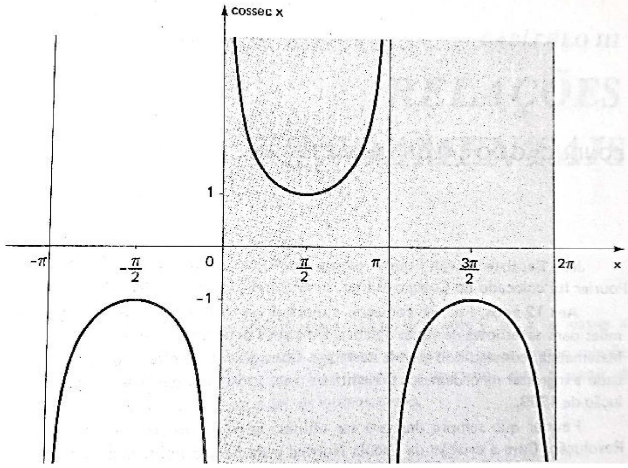
Ao observar o gráfico, podemos notar que, para $x = k\pi$, a reta s fica paralela ao eixo dos senos, o que torna o ponto C inexistente e a cossec x indefinida (IEZZI, 1985). Para que a cossecante seja definida precisamos das seguintes propriedades:

1) O domínio da função cossecante é $D = \{x \epsilon R | x \neq k\pi\}$
2) A imagem da função cossecante é R -]-1,1[, isto é, para todo real y, com
3) $y \leq -1$ ou $y \geq 1$, existe um x real tal que cossec x=y.

4) Se x é do primeiro ou segundo quadrante , então cossec x é positiva.
5) Se x é do terceiro ou quarto quadrante, então cossec x é negativa.
6) Se x percorre o segundo ou o terceiro quadrante, então cossec x é crescente.
7) Se x percorre o primeiro ou o quarto quadrante, então cossec x é decrescente.
8) A função secante é periódica e seu período é 2π (IEZZI, 1985, p.36-c).

Como visto no item 8, o período da função cossecante é 2π em que ela é periódica. Relacionado a isso mostraremos no gráfico a seguir essa função em um determinado intervalo, uma vez que, essa é crescente para ambos os lados (direita e esquerda).

Figura 36 - Periodicidade da função cossecante em um determinado intervalo



Fonte: (IEZZI, 1985, p.37-c)

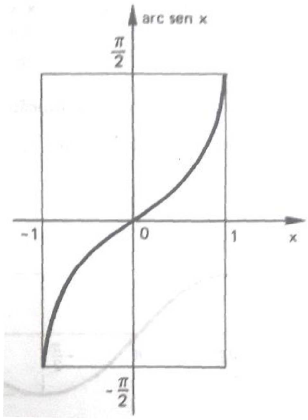
Após apresentarmos as funções especificamente trigonométrica, ainda há algumas características particulares que devem ser destacadas. As funções trigonométricas podem ser **par e/ou ímpar**, que assim se caracterizam pela simetria que cada umas delas possuem em seu domínio. Observe a definição a seguir:

> Seja f uma função cujo domínio é simétrico com relação a 0 (quer dizer,, se *x* está no domínio então –*x* também está).
>
> - f é chamada função par se para todo *x* do seu domínio se tem $f(-x) = f(x)$.
> - f é chamada função ímpar se para todo *x* do seu domínio se tem $f(-x) = -f(x)$ (BOULOS, 1999, p.32).

Também existem as **funções circulares inversas,** essas funções estão alocadas no arco assim como a função seno, cosseno e tangente. Para funções alocadas em um arco admite-se a sua inversa. Ou seja:

- "$f(x) = \text{sen}\, x \rightarrow y = \text{sen}\, x$ a inversa dessa função é $f^{-1}(x) = \text{arc sen}\, x \rightarrow \text{sen}\, y = x$" (IEZZI, 1985, p.115 –c).

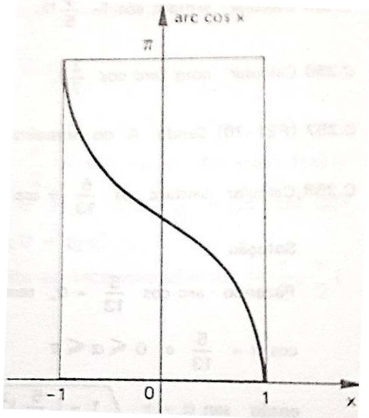
Figura 37 - Arco seno



Fonte: (IEZZI, 1985, p.116-c)

- "$f(x) = \cos x \rightarrow y = \cos x$ a inversa dessa função é $f^{-1}(x) = \text{arc cos}\, x \rightarrow \cos y = x$" (IEZZI, 1985, p.118 –c).

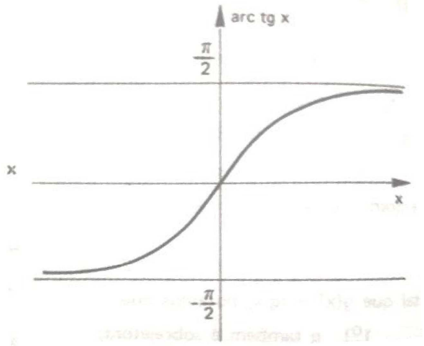
Figura 38 - Arco cosseno



Fonte: (IEZZI, 1985, p.119-c)

- "$f(x) = \text{tg}\, x \rightarrow y = \text{tg}\, x$ a inversa dessa função é $f^{-1}(x) = \text{arc tg}\, x \rightarrow \text{tg}\, y = x$." (IEZZI, 1985, p.121 –c).

Figura 39 - Arco tangente



Fonte: (IEZZI, 1985, p.122-c)

Como pode-se perceber nas explicações realizadas anteriormente a respeito das funções seno, cosseno, tangente, entre outras, as funções trigonométricas são representadas no modo algébrico e gráfico. Por mencionar o modo algébrico, para finalizar nossas explicações a respeito do conteúdo específico de trigonometria, temos as **equações e inequações trigonométricas.**

As equações trigonométricas são igualdades de uma ou mais funções trigonométricas de determinados arcos. Aqui, exemplificaremos as equações mais simples que envolvem funções trigonométricas de um só arco, cujas equações são: sen x=a; cos x=a; tg x=a; cotg x=a; sec x=a; csc x=a, em que “a” é um número real pertencente à imagem de cada função (OLIVEIRA/.et al.,1988).

Ao contrário das equações trigonométricas, as **inequações trigonométricas** são desigualdades que envolvem uma ou mais funções de determinados arco. Por exemplo: sen x > m; sen x < m; cos x > m; cos x < m; tg x > m; tg x < m. Em que “m” é um número real (IEZZI, 1985).

Os conceitos apresentados anteriormente a respeito da trigonometria são saberes básicos para que os(as) professores(as) e os(as) futuros(as) professores(as) possam ensinar o assunto aos(as) estudantes.

Para aprofundarmos um pouco mais a discussão a respeito desses saberes, na secção 1.4 fazemos uma discussão dos saberes docentes e do ensino contextualizado.

1.4 Saberes Docentes e o Ensino Contextualizado

Na secção anterior apresentamos uma discussão a respeito da formação de professores, dos currículos, dos documentos oficiais da educação, do ensino da trigonometria na formação inicial de professores de Matemática. Em complemento ao que foi discutido elaboramos esta secção para discutirmos os saberes docentes e o ensino contextualizado, uma vez que a formação de professores não se dá somente na formação inicial, mas também, na prática, no estabelecimento de relações entre o que estuda e o que deve ser ensinado.

Para selecionarmos os referenciais a respeito dos saberes docentes, fizemos uma leitura da tese de doutorado da Eliane Araman (2011) que discute os saberes docentes na concepção de vários autores. Por meio dessa tese, identificamos a perspectiva de nosso trabalho com os estudos feitos por Lee S. Shulman (1986, 1987), logo, recorremos também aos estudos desse autor.

Lee S. Shulman (1986) inicia a discussão do seu texto a respeito de um de um ditado popular com a profissão docente, conhecida no Brasil como: “Aquele que sabe, faz. Aquele que não sabe, ensina”[7] (SHULMAN, 1986, p.4). Diante do que foi citado, Lee S. Shulman (1986) questiona o conhecimento de professores que chamados de saberes docentes e classifica em três categorias de conhecimento de conteúdo, sendo elas: (a) conhecimento do assunto do conteúdo, (b) conhecimento do conteúdo pedagógico, e (c) conhecimento curricular.

Para o autor, o conhecimento do assunto do conteúdo refere-se à quantidade e a organização do conhecimento e enfatiza que os(as) professores(as) precisam entender o porquê um conteúdo é central em uma disciplina, e que não deve definir somente verdades aceitas em um domínio mas, deve saber e mostrar porque as proposições foram aceitas, porque é preciso conhecer isso e como se relaciona com outras proposições (SHULMAN, 1986).

O conhecimento do conteúdo pedagógico para Lee S. Shulman (1986) é o conhecimento de "caminhos de representação e formulação do assunto que se faz compreensível para os outros.”[8] (SHULMAN, 1986, p.10). Ou seja, são meios com os quais os(as) professores(as) vão tornar seus conhecimentos, a respeito de determinado conteúdo, compreensível para estudantes, seja por meio de uma contextualização, exemplos, exercícios, ou até mesmo por meio de uma linguagem mais próxima da realidade desses estudantes.

---

[7] Disponibilizamos a citação original em inglês: “He who can, does. He who cannot, teaches”.

[8] Disponibilizamos a citação original em inglês: “the ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others.”

A terceira e última categoria apresentada por Lee S. Shulman (1986) é o conhecimento curricular, em que professores precisam ter uma gama de alternativas e de entendimentos curriculares acessíveis para dar encaminhamento ao seu trabalho.

No artigo escrito por Lee S. Shulman (1987) é feita uma discussão a respeito da base de conhecimento para o ensino, ou seja, a base de conhecimento que um professor precisa ter. Dessa forma, o autor posiciona-se dizendo que o ensino inicia com o entendimento do professor daquilo que deve ser aprendido e como deve ser ensinado.

Na base do conhecimento para o ensino, segundo Lee S. Shulman (1987) elabora categorias mínimas, que são: conhecimento do conteúdo; conhecimento pedagógico geral: trate-se da organização e gerenciamento da sala de aula; conhecimento do currículo; conhecimento do conteúdo pedagógico; conhecimento de estudantes e suas características; conhecimento de contextos educacionais; conhecimento das finalidades, propósitos e valores da educação, bem como da sua base histórica e filosófica.

Segundo o autor, na constituição da base de conhecimento para o ensino é preciso buscar por fontes que proporcionem tais conhecimentos. Dessa forma, o autor enumera quatro fontes, que para ele essas não são as únicas: (1) formação acadêmica nas áreas de conhecimento ou disciplinas; (2) os materiais e o entorno do processo educacional institucionalizado; (3) pesquisas a respeito da escolarização, organizações sociais, aprendizado humano, ensino e desenvolvimento, outros fenômenos sociais e culturais que afetam o que os professores fazem; e (4) a sabedoria que deriva da própria prática (SHULMAN, 1987).

Das fontes da base de conhecimento enumeradas por Lee S. Shulman (1987), a primeira é a *formação acadêmica nas áreas de conhecimento ou disciplinas*, ou seja, conhecimento do conteúdo, que é adquirido por meio de bibliografias, estudos nas áreas de conhecimento e produção histórica e filosófica a respeito da natureza do conhecimento (SHULMAN, 1987).

A segunda fonte é denominada como *estruturas e materiais educacionais*, trata dos materiais e estruturas que são criados para ensinar, aprender e ter uma organização escolar e esses currículos, as organizações profissionais de professores, agências governamentais e mecanismos de gestão e finanças (SHULMAN, 1987).

A literatura acadêmica que diz respeito à compreensão dos processos de escolarização, ensino e aprendizagem, está classificada na terceira fonte denominada *formação acadêmica formal em educação.* Nesse corpo da literatura estão inclusos resultados e métodos de pesquisa aplicadas nas áreas de ensino, aprendizagem, desenvolvimento humano e fundamentos de educação, sejam eles normativos, filosóficos, teóricos e/ou éticos (SHULMAN, 1987).

Por fim, tem-se a *sabedoria da prática*, como próprio nome já diz é a sabedoria que se adquire na prática, dessa forma é a menos codificada de todas (SHULMAN, 1987).

Ainda, no mesmo artigo de Lee S. Shulman (1987), são mencionados aspectos do raciocínio pedagógico. Dois dos aspectos são: compreensão, transformação. O primeiro aspecto trata da compreensão crítica de professores, a respeito de um conjunto de ideias ou conteúdo a ser ensinado. Assim, espera-se que professores entendam o que ensinam e não só de uma maneira, mas de diversas, relacionando ideias a respeito do mesmo assunto. Já a transformação é encontrar um caminho entre o conteúdo aprendido pelo(a) professor(a) e a motivação de estudantes (SHULMAN,1987).

Acreditamos e defendemos que um dos caminhos para a motivação de estudantes é a contextualização. Para esclarecer nosso posicionamento, discutiremos, com base em referenciais teóricos, o ensino contextualizado.

Segundo Simone Luccas (2011),

> A contextualização compreende o ato de produzir um contexto. Esse, por sua vez, envolve a narrativa de um fenômeno, a partir da interação entre elementos e circunstâncias. A representação desse fenômeno pode ocorrer pelo uso de símbolos, figuras, palavras, frases, gráficos, entre outros (LUCCAS, 2011, p.136).

A mesma autora, especifica o que um contexto pode representar a partir de estudos a respeito da Educação Matemática Realística. Para ela “um contexto pode representar um fenômeno de realidade física ou um fenômeno puramente matemático” (LUCCAS, 2011, p.137). A autora diferencia os dois tipos de fenômenos da seguinte forma:

1- Contexto da realidade física: é de natureza interdisciplinar e "constitui-se na narrativa de um fenômeno da realidade física sujeita à investigação científica" (LUCCAS, 2011, p.137).
2- Contexto matemático: desvinculado de relações empíricas com linguagem própria (simbólica-abstrata) e "uma lógica bem estabelecida e fundamentação ontológica, epistemológica e axiológica sistematizada" (LUCCAS, 2011, p.137).

Ambos os contextos podem ser usados em âmbito educacional com devidos cuidados a respeito da sua produção adequada e não simplificada (LUCCAS, 2011).

> A elaboração desse último tipo de contexto pode até alterar a estrutura de um conhecimento destinado ao ensino. Assim, para uma produção adequada de um contexto é fundamental o domínio do conhecimento matemático. Contudo, é importante ressaltar que conhecer o objeto de estudo é necessário, porém, não é condição suficiente para que haja essa contextualização e, consequentemente, nem para a produção de um ambiente propício ao ensino de matemática (LUCCAS, 2011, p.137).

Ao tratar da contextualização e do ensino da Matemática para Simone Luccas e Irinéa L. Batista (2011) "a contextualização possibilita uma aproximação entre a Matemática e o entorno histórico-social no qual o aluno está inserido, evidenciando a ação interdisciplinar entre áreas do conhecimento" (LUCCAS; BATISTA, 2011, p.459). Concluímos que, uma das maneiras de contextualizá-lo é por meio do ensino História da Matemática.

Antes de discutirmos especificadamente a História da Matemática, discutiremos a respeito da História, Filosofia e Sociologia (HFS) da Ciência.

Michael R. Matthews (1995) posiciona-se referente à HFS da Ciência, à contextualização do ensino por meio da História e cita contribuições, como:

> (1) motiva e atrai os alunos; (2) humaniza a matéria; (3) promove uma compreensão melhor dos conceitos científicos por traçar seu desenvolvimento e aperfeiçoamento; (4) há um valor intrínseco em se compreender certos episódios fundamentais na história da ciência – a Revolução Científica, o darwinismo, etc.; (5) demonstra que a ciência é mutável e instável e que, por isso, o pensamento científico atual está sujeito a transformações que (6) se opõem a ideologia cientificista; e, finalmente, (7) a história permite uma compreensão mais profícua do método científico e apresenta os padrões de mudança na metodologia vigente (MATTHEWS, 1995, p.172 – 173).

Além das contribuições citadas anteriormente, ainda, menciona que quem defende a inserção da HFS do ensino de ciências e na formação de professores, advoga em favor de um ensino sob a dimensão de contextos variados, sejam eles éticos, sociais, históricos, filosóficos e tecnológicos (MATTHEWS, 1995).

Ao tratar da História, Iran Abreu Mendes afirma que “a História é, a nosso ver, uma tentativa de responder às perguntas acerca do processo de construção das informações apresentadas no presente” (2001, p.64) e que

> A história é construída a partir de acontecimentos e ações – fatos, lugares, nomes, datas, sempre dignos de memória (memoráveis). Os acontecimentos dignos de memória surgem através de um filtro de informações selecionadas quando se busca historiar os acontecimentos. Isso ocorre através de critérios e valores definidos pelo historiador (investigador dos acontecimentos e ações). Nesse sentido, é fundamental buscarmos sempre responder aos seguintes questionamentos: o quê? onde? quem? quando? Como? (MENDES, 2001, p.66).

Em complemento às respostas que historiadores buscam responder, Irinéa de Lourdes Batista (2004) afirma que:

> Uma discussão com abordagem histórico-filosófica recria o ambiente contextualizador que permite entender a origem da problemática, do desafio conceitual e/ou empírico – como se apresentaram as questões, as hipóteses, os elementos conflitantes – e os desenvolvimentos subsequentes, atingindo os conhecimentos procedimentais (os comos) além dos declarativos (o quê), para uma reestruturação fundamental, no sentido de ruptura com as bases conceituais e empíricas originais (BATISTA, 2004, p.473).

Dessa forma, a autora ainda considera que:

> A abordagem histórico-filosófica funciona como um fio condutor dos raciocínios, como um elemento na estrutura didática que favorece a cognoscibilidade dos conteúdos, que justifica racionalmente a coordenação didática desses, estabelecendo-se no próprio corpo integrado das estruturas de ensino e, como pretendemos, de aprendizagem (BATISTA, 2004, p.473).

Ao considerarmos a abordagem histórico-filosófica como favorecedora da cognoscibilidade dos conteúdos, nos detivemos nas contribuições da História da Matemática para o ensino da Matemática de acordo com Lígia Sad (2004):

> - Especificamente, a História da Matemática tem contribuído para motivar, introduzir um conteúdo matemático, ou exemplificar;
> - Compreender as dificuldades de alguns conceitos;
> - Agregar elementos às concepções de uma Matemática elaborada por seres humanos, e, portanto, sujeita às condições socioculturais de produção, falível, sujeita a críticas;
> - Questionar a hegemonia dos estudos da História da Matemática sob o ponto de vista somente de culturas dominantes (como a europeia), incentivando os estudos e investigações das produções matemáticas de outras culturas, como a nossa;
> - Articular a matemática com outras ciências;

- Relacionar e unificar os ramos da matemática;
- Mostrar a importância da notação simbólica (linguagem) na constituição das formas e estruturas matemáticas, no processo histórico de construção dos objetos matemáticos por diferentes culturas;
- Saber situar a matemática cronologicamente: em relação aos produtores e à sua própria constituição, para poder compreender as condições de sua produção. (SAD, 2004, p.4)

Diante da série de potencialidades apresentadas a respeito da HFS por Matthews (1995) e da História da Matemática por Sad (2004) articuladas ao ensino, a História da Matemática, também é um dos meios de auxiliar estudantes a terem uma visão menos mitificada[9] da Matemática, por meio da reflexão a respeito do desenvolvimento do conhecimento matemático, como uma atividade humana que ocorreu em diferentes sociedades, por diversos estudiosos (ARAMAN, 2011).

Além disso, segundo Eliane Araman (2011), a História da Matemática quando estudada e estruturada para utilização em sala de aula, enriquece o repertório de saberes de professores.

A mesma autora ainda menciona que na formação inicial de docentes a História da Matemática contribui para a compreensão da natureza do conhecimento matemático; para a compreensão dos conteúdos matemáticos; para a formação metodológica e para a visão interdisciplinar do professor (ARAMAN, 2011).

Com base nos referenciais estudados, entendemos que a História da Matemática faz parte dos saberes docentes e são perceptíveis as ricas contribuições da história para o entendimento do conteúdo matemático.

Porém, Mendes (2001) coloca que na utilização da História da Matemática uma das dificuldades apresentadas por professores é a falta de informação a respeito de como ocorre o desenvolvimento histórico da Matemática, e das propostas metodológicas para seu uso no ensino da Matemática.

Também, a esse respeito Eliane Araman (2011), faz uma crítica citando que:

> A formação inicial, muitas vezes, não favorece um entendimento adequado sobre essas questões, levando o docente a compreender a matemática como um conjunto de fórmulas, estruturado por uma linguagem que não consegue justificar e contextualizar em sala de aula (ARAMAN, 2011, p.95).

---

[9] Mitificada vem do verbo mitificar, ou seja "transformar algo em mito" (HOUAISS, 2001, p.1936) que pode ser entendida como atribuição à alguma coisa ou pessoa de modo que mascara a realidade (HOUAISS, 2001)

De acordo com Matthews (1995), Sad (2004) e Araman (2011) podemos notar que a contextualização histórica apresenta uma série de potencialidades para o ensino tanto de Ciências, quanto de Matemática, suas críticas também existem, como a respeito da falta de informação e formação adequada para a utilização dessa contextualização, assim, justificamos o porquê escolhemos um enfoque contextualizador da nossa pesquisa.

Para concluir, gostaríamos de destacar que um dos aspectos do raciocínio pedagógico mencionado por Shulman (1987), a História da Matemática possibilitaria a compreensão crítica de professores a respeito do conteúdo de diversas maneiras, a encontrar caminhos para ensinar os(as) estudantes e um dos modos de motivar estudantes a aprenderem matemática criticamente, promovendo melhor compreensão do conteúdo.

Assim, acreditamos nas potencialidades de estudos históricos como um dos meios de contextualizar o ensino da Matemática, mas não como único. Dessa forma, na próxima secção apresentaremos um episódio histórico a respeito de um dos conceitos pertencentes à trigonometria, para que possamos compreender por meio da história o desenvolvimento de tal conceito e suas utilidades e aplicações atuais. Mostraremos também, as modificações que o conceito teve no decorrer dos anos.

1.5 Um episódio histórico a respeito da função seno

Como já foi citado em nosso referencial teórico, a trigonometria foi desenvolvida em diversas épocas e em diversas civilizações e para que se tenha mais conhecimento a respeito da história da trigonometria trazemos algumas indicações de sínteses que foram estudadas durante a elaboração dessa pesquisa, a partir de Zeller (1944) e Sampaio (2008).

Devido à extensão e a riqueza de detalhes apresentada na história da trigonometria, optamos por indicar sínteses históricas trigonométricas e focar em um dos seus elementos, apresentando um episódio histórico a respeito da função seno.

A palavra “seno” ao ser traduzida por diversas civilizações obteve alguns erros de tradução, os quais surgiram a partir da abreviatura da palavra *jya-ardha* que significa meia-corda/semicorda em sânscrito. Sua abreviatura era Jya ou o sinônimo de *jiva* e quando os Hindus traduziram o trabalho para árabe eles não utilizaram as vogais, logo, as consoantes *jb* foram interpretadas como *jaib* que significa seio ou peito e não como *jiba* (KATZ, 1998). Ou seja, os erros de tradução se deram pela diversidade de sistemas ortográficos, mais especificadamente, pelo sistema árabe definir o termo por consoantes e não por uma falha de tradutor(a).

Anos mais tarde, no século 20, os trabalhos de trigonometria foram traduzidos do árabe para o latim e a tradução de *sinus*, palavra latina, que possuía também o significado de “peito”, “toga sobre o peito”, “baía” ou “golfo” ao ser traduzida para o inglês tornou-se “sine” que é o que atualmente chamamos de “seno” (KATZ, 1998).

As origens do seno se remetem a estudos astronômicos para medição de distâncias inacessíveis, como, por exemplo a medida entre a Lua e a Terra. Um dos estudiosos da astronomia e da trigonometria foi Ptolomeu, que usava uma “função” trigonométrica, a corda, que os Hindus modificaram para seno (KATZ, 1998). Porém, nos primórdios da trigonometria islâmica foram utilizadas ambas as “funções” -corda e seno-, mas eventualmente permaneceu somente a utilização do seno. O seno islâmico de um arco, equivalente ao dos hindus, era o comprimento de uma determinada linha em um círculo com raio específico (KATZ, 1998).

AL-BATTANI (850 d.C – 929 d.C) seguia os estudos dos árabes mais antigos, combinando os desenvolvimentos gregos e hindus, porém em seu “Opus astronomicum” ele usou "sinus", "sinus complementi" ou "cosenos" e "sinus versus" (ZELLER, 1944). E, ABUL-WAFA (940 d.C – 998 d.C) investigou um método de computação de tabelas de senos que resultou no seno de meio grau correto para nove casas decimais, provavelmente tenha sido um(a) dos(as) primeiros(as) a demonstrar o teorema de seno relativo aos ângulos esféricos (ZELLER, 1944).

Anos mais tarde, George Joachim Rheticus (1514-1574), na Europa, definiu explicitamente as funções trigonométricas em relação aos ângulos, altura dos triângulos, sendo um dos lados do triângulo com um valor numérico grande e fixo (KATZ, 1998).

Nos séculos XVII e XVIII, o esboço da noção de função foi realizado por Leibniz e Newton a partir de estudos de Cálculo (ROQUE, 2012). Newton tentou estabelecer uma relação entre a trigonometria e as funções exponenciais. Porém, o delineamento da definição explícita da noção de função foi feita por Jean Bernoulli (1718) que ele chama de função de uma grandeza variável uma quantidade composta da grandeza variável e de constantes (ROQUE, 2012). Mas, o estabelecimento da função como uma noção central da Matemática, foi dada por Euler o que ele define a função como uma expressão analítica composta da quantidade variável e de números, ou de quantidades constantes (ROQUE, 2012). A noção de função dada por Bernoulli e Euler é atualmente chamada de relação e não de função.

No século XIX, houve uma redefinição de função, estabelecida por Fourier ao buscar uma solução para seus estudos por meio da série trigonométrica em que ele diz que a função representa uma sucessão de valores, não supondo que as ordenadas (x, y) estejam sujeitas a uma mesma lei, mas as ordenas sucedem umas às outras (ROQUE, 2012).

Trazemos um pouco a respeito de seno e das modificações que ocorreram na definição de função para que possamos ter uma ideia a respeito da história da função seno, a qual era utilizada para estudos astronômicos. Atualmente, a função seno (definição matemática apresentada na secção 1.3.1) é utilizada para encontrar a altura da maré em função do tempo; na medicina em aparelhos que medem a respiração e/ou batimentos cardíacos, entre outras situações. Observe o exemplo a seguir:

> (Vunesp) Uma equipe de agrônomos coletou dados da temperatura (em ºC) do solo em uma determinada região, durante três dias, a intervalos de 1 hora. A medição da temperatura começou a ser feita às 3 horas da manhã do primeiro dia (t=0) e terminou 72 horas depois (t=72). Os dados puderam ser aproximados pela função H(t) = 15+5. Sen $\frac{\pi}{12}t + \frac{3\pi}{2}$, em que t indica o tempo (em horas) decorrido após o início da observação de H(t) à temperatura (em ºC) no instante t.
>
> a) Resolva a equação Sen $\frac{\pi}{12}t + \frac{3\pi}{2}$ = 1, para t ϵ [0, 24].
>
> b) Determine a temperatura máxima atingida e o horário em que essa temperatura ocorreu no primeiro dia de observação (DANTE, 2005, p.238-239).

Dessa forma, podemos concluir que a função seno, desde a etimologia da sua nomenclatura até conceitualmente passou por diversas modificações e suas aplicações são utilizadas em nosso cotidiano de diversas maneiras. Porém, essas modificações não estão muito claras nem em livros didáticos, nem em documentos oficiais da educação e por vezes, nem em apanhados históricos, o que dificulta o processo investigativo histórico desse conceito.

Para concluir o capítulo da fundamentação teórica desta pesquisa, que contém discussões a respeito da inserção da trigonometria na Educação Básica e no

Ensino Superior, das propostas de ensino, discussões a respeito da contextualização da trigonometria e das suas potencialidades da contextualização, permitiram o conhecimento de forma panorâmica a respeito do ensino da trigonometria favorecendo o desenvolvimento dos capítulos seguintes.

CAPÍTULO 2: METODOLOGIA

2.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa é caracterizada com uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo.

O processo de investigação qualitativo é conduzido refletindo uma espécie de diálogo entre os(as) investigadores(as) e os(as) participantes da pesquisa. De maneira que eles(as) “[...] estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador” (BOGDAN; BIKLEN,1994, p.49).

Robert Bogdan e Sari Biklen (1994) afirmam que para a pesquisa qualitativa o ambiente natural é a fonte de dados, em que o principal instrumento é o(a) pesquisador(a), e o interesse dos(as) investigadores(as) está mais voltado ao processo do que ao resultado.

Em relação aos dados descritivos, que são o foco da nossa pesquisa, ao recolhê-los “os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.49). Além disso, para analisa-los, são respeitadas as formas em que esses dados foram registrados ou escritos, analisando-os em toda a sua riqueza (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Em outras palavras,

> A abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo (BODGAN; BIKLEN, 1994, p.49)

Na busca de uma pista que nos permita esclarecimentos do nosso objeto de pesquisa é que selecionamos a abordagem qualitativa.

Para este estudo, os procedimentos metodológicos foram realizados em duas etapas. A primeira etapa consiste na análise de Projetos Políticos Pedagógicos e/ou ementas das disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática das instituições públicas de Ensino Superior do Estado do Paraná selecionadas por meio do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) de 2011 e de 2014, que obtiveram notas 4 e 5.

Optamos pelo ENADE de 2011 e de 2014 por serem os últimos resultados dos cursos de Licenciatura em Matemática, até o momento. E, optamos fazer a seleção das instituições por meio do ENADE por ser um exame que avalia o desempenho dos estudantes de acordo com os conteúdos programáticos presentes nas diretrizes curriculares do respectivo curso (BRASIL, 2015, p.7). Nos quadros a seguir apresentamos o nome das instituições selecionadas por meio do ENADE de 2011 e de 2014 e a cidade em que elas se encontram.

Quadro 8 - Identificação e localização das instituições de Ensino Superior do Paraná com nota 4 e 5 (ENADE 2011).

Nome da instituição	**Cidade de localização do *campus***
Fundação Centro Universitário	Mandaguari
Universidade Estadual de Londrina	Londrina
Universidade Estadual de Ponta Grossa	Ponta Grossa
Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Cascavel
Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Foz do Iguaçu
Universidade Estadual do Paraná	Campo Mourão
Universidade Estadual do Paraná	União da Vitória
Universidade Federal do Paraná	Curitiba
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Pato Branco

Fonte: A própria autora.

Quadro 9 - Identificação e localização das instituições de Ensino Superior do Paraná com nota 4 e 5 (ENADE 2014).

Nome da instituição	**Cidade de localização do *campus***
Universidade Estadual do Centro-Oeste	Guarapuava
Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Cascavel
Universidade Estadual do Paraná	Apucarana
Universidade Estadual do Paraná	Campo Mourão
Universidade Estadual do Paraná	União da Vitória
Universidade Federal do Paraná	Curitiba
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Cornélio Procópio
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Curitiba
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Pato Branco
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Toledo

Fonte: A própria autora.

De acordo com os quadros apresentados anteriormente, temos 14 instituições selecionadas para participar desta pesquisa. Também, podemos observar que 50% das instituições apresentadas no Quadro 9, constavam no Quadro 8, ou seja 5 instituições, mantiveram suas notas entre 4 e 5 no ENADE de 2011 e de 2014.

Na Figura 40 abaixo, apresentamos um mapa das mesorregiões do Estado do Paraná, localizando as instituições presentes em nossa pesquisa.

Figura 40 - Localização das instituições nas mesorregiões paranaenses

Fonte: www.baixarmapas.com.br adaptada pela autora.

A segunda etapa da pesquisa foi realizada por meio da elaboração e aplicação de um questionário, para estudantes que já cursaram setenta e cinco por cento (75%) das disciplinas previstas no currículo do curso. Ou seja, em instituições com a organização curricular anual, os(as) estudantes participantes da pesquisa estão no último ano do curso. Para instituições que são organizadas por créditos e/ou períodos, os(as) estudantes participantes da pesquisa estão nos últimos períodos do curso de Licenciatura em Matemática das instituições que constam no

Quadro 8 e no Quadro 9. Adotamos esse critério de seleção de estudantes devido a eles(as) já terem cursado grande parte das disciplinas propostas na Matriz Curricular. Ao que se refere à nota do ENADE, selecionamos os cursos com maior nota devido a sua qualidade de ensino e formação inicial no Estado do Paraná.

Ainda, gostaríamos de destacar que as respostas obtidas por meio dos questionários foram analisadas por meio da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2010) e serão discutidas no capítulo 3.

2.2 ANÁLISE DOCUMENTAL DOS PROJETOS PEDAGÓGICOS DOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Nesta etapa da pesquisa, utilizamos a análise documental dos Projetos Políticos Pedagógicos e/ou das ementas das disciplinas das instituições apresentadas no Quadro 8 e no Quadro 9 aos quais tivemos acesso *online*, ou a disponibilizados por e-mail pela coordenação do curso. Segundo Menga Lüdke e Marli André (1986, p.38), a análise documental “[...] pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”.

Para Menga Lüdke e Marli André (1986, p.40), a análise documental como técnica exploratória, indica problemas que devem ser explorados por meio de outros métodos e completam informações de outras técnicas de coleta.

Optou-se por Projetos Políticos Pedagógicos e/ou ementas das disciplinas das instituições com o objetivo de analisar de que maneira a trigonometria está inserida nas disciplinas e na Matriz Curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática. Dessa forma, a escolha dos documentos foi realizada com um propósito e não de forma aleatória (LUDKE; ANDRÉ, 1986).

Os documentos surgem em um contexto e fornecem informações do mesmo. Eles são uma fonte que nos permite retirar evidências que fundamentam afirmações e declarações do pesquisador (LUDKE; ANDRÉ, 1986).

Para analisar como a trigonometria está inserida nas disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática das instituições selecionadas, fizemos uma busca por disciplinas que apresentassem explicitamente em suas ementas as palavras “trigonometria”, “funções trigonométricas”, “razões trigonométricas” e/ou “relações trigonométricas”.

As instituições presentes na pesquisa foram identificadas aleatoriamente com a letra inicial da palavra instituição e a numeração escolhida, assim, a codificação se deu como: **I1**, **I2**, **I3** e assim sucessivamente.

A seguir, apresentamos o Quadro 10 que contém as disciplinas, as instituições e os conteúdos relacionados à trigonometria. Neste quadro, foram feitos agrupamentos, tornando mais fácil a visualização dos conteúdos relacionados à nas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática.

Quadro 10 - Classificação dos conteúdos relacionados à trigonometria presentes nas ementas das disciplinas

Disciplina	**Instituições**	**Conteúdos relacionados à trigonometria**
Análise da Reta	**I8**	Funções Trigonométricas.
Cálculo Diferencial	**I10** e **I11**.	Continuidade: continuidade das funções trigonométricas; Derivadas de funções trigonométricas.
Cálculo Diferencial Integral I	**I1**, **I6** e **I7**	Funções Reais; Integrais indefinidas: Integração por substituição de Variáveis Trigonométricas.
Cálculo Diferencial Integral IV	**I7**	Séries de Fourier: séries trigonométricas;
Cálculo Integral	**I10** e **I11**.	Integração indefinida: integração de funções trigonométricas; integração por substituição trigonométrica;
Cálculo numérico	**I11**.	Ajustes de curvas: Método dos Mínimos Quadrados: caso discreto e caso contínuo. Ajuste de funções polinomiais, exponenciais e logarítmicas, periódicas e trigonométricas.
Calculo vetorial	**I11**.	Funções Complexas Elementares; Soluções de Equações Complexas: Equações complexas e suas soluções, subconjuntos do plano complexo. Definição de função de variável complexa, domínio e imagem, partes real e imaginária, a funções lineares e polinomiais, funções racionais,

		função exponencial, trigonométricas e hiperbólicas. Função inversa. Funções univalentes, multivalentes. O conceito de Superfície de Riemann. O conceito de função complexa como transformação.
Complementos de Matemática/ Fundamentos da Matemática	**I1**, **I2**, **I6**, **I7**, **I9**, **I10**, **I11** e **I12**.	TRIGONOMETRIA: Triângulo retângulo: conceito, elementos, teorema de Pitágoras e razões trigonométricas; Relações entre seno, cosseno, tangente e cotangente; Seno, cosseno, tangente e cotangente de ângulos complementares; Razões trigonométricas especiais: ângulos de 30º, 45º e 60º; Arcos e ângulos; Razões trigonométricas na circunferência; Relações fundamentais; Redução ao primeiro quadrante; Transformações; Fórmulas da adição, multiplicação, divisão, transformação em produto; Identidades: demonstração das identidades e Identidade no ciclo trigonométrico; Equações e inequações; redução ou adição de arcos; multiplicação de arcos; divisão de arcos; transformação em produto; resolução num triângulo qualquer. NÚMEROS COMPLEXOS: Forma trigonométrica dos números complexos.
Funções	**I8**	Funções trigonométricas.
Funções reais e de uma variável real	**I10** e **I11**.	Funções transcendentes: trigonométricas, logarítmicas, exponenciais, maior inteiro, definida por partes.
Geometria Euclidiana e Tópicos de Geometria não euclidiana	**I2**, **I6**, **I7**,	Trigonometria: funções trigonométricas, relação fundamental, Leis dos cossenos e dos senos; Trigonometria hiperbólica.
História da Matemática	**I6**.	Matemática no Renascimento: a trigonometria.
Matemática Elementar	**I4**	Trigonometria.
Modelagem Matemática na	**I6**	Modelagem para o Ensino Fundamental e

perspectiva da Educação Matemática		Médio: Modelagem em Geometria e trigonometria.
Pré-calculo	**I4**	Funções trigonométricas;
Trigonometria e Números Complexos	**I3**	Relações no triângulo retângulo; ciclo trigonométrico; funções trigonométricas; identidades trigonométricas.

Fonte: A própria autora.

Ao agrupar disciplinas e conteúdos presentes nas instituições no quadro acima, observamos que, no que se referem às ementas das disciplinas e/ou Projetos Políticos Pedagógicos (PPP), duas das catorze instituições não apresentam explicitamente a trigonometria relacionada a conteúdos em alguma disciplina que compõem sua matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática. Essas instituições são **I5** e **I14**, correspondendo a uma porcentagem aproximada de 14,28%. E, uma das instituições **I13**, correspondendo a 7,14% não apresenta ementa das disciplinas e/ou PPP no site do curso, entramos em contato com a coordenação do curso de Licenciatura em Matemática e com a Pró-reitoria de graduação da **I13** e nos foi recusado o envio do documento solicitado.

Dessa forma, podemos observar no Quadro 10, que onze instituições apresentaram a trigonometria inserida em seus currículos seja relacionada a algum conteúdo ou a trigonometria mais detalhada e aprofundada.

Apresentaremos a seguir um quadro (Quadro 11) que consta a quantidade de disciplinas que cada instituição possui contendo a trigonometria em seus currículos.

Quadro 11 - Quantidade de disciplinas por instituição que contém a trigonometria

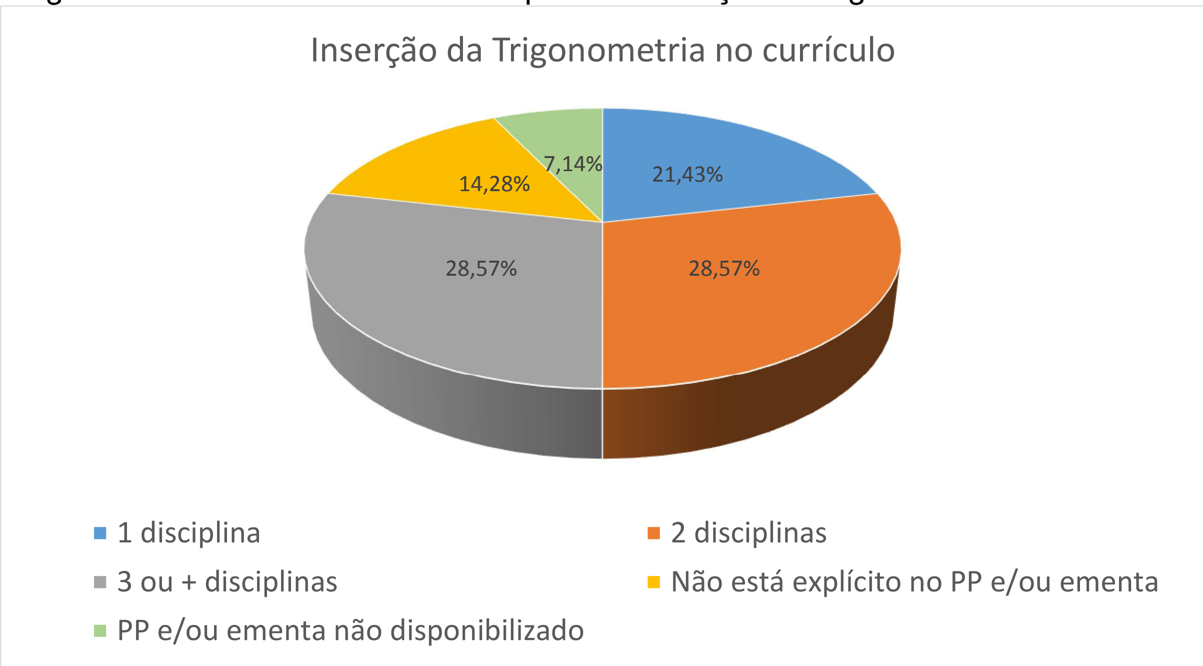
Quantidade de disciplinas	**Instituição**	**Frequência em relação ao número total de instituições participantes da pesquisa**
Uma disciplina	**I3, I9, I12**	21,43%
Duas disciplinas	**I1, I2, I4, I8**	28,57%
Três ou mais disciplinas	**I6, I7, I10, I11**	28,57%
Não aparece explicitamente a Trigonometria no PP e/ou ementa	**I14, I5**	14,28%
Não disponibilizou PP e/ou ementa	**I13**	7,14%

Fonte: A própria autora.

De acordo com o Quadro 11, podemos observar que a maior frequência diz respeito a duas disciplinas, três disciplinas ou mais, tendo a mesma quantidade de instituições que possuem a trigonometria inserida em seus currículos, correspondendo à 28,57% cada. Ou seja, a maioria das instituições apresentam duas disciplinas ou mais que possuem conteúdos de Trigonometria ou relacionados a ela.

Para melhor visualização da distribuição dos dados apresentados no quadro acima, construímos um gráfico de setores.

Figura 41 - Gráfico de setores a respeito da inserção da trigonometria no currículo



Fonte: A própria autora.

Gostaríamos de destacar que, das dezesseis disciplinas que constam no Quadro 10, uma disciplina é específica de trigonometria, denominada "Trigonometria e Números Complexos" correspondendo à 6,25% do total, essa disciplina está inserida no PPP da instituição **I3**. Ainda, gostaríamos de destacar que a trigonometria está inserida tanto em disciplinas de matemática pura e aplicada quanto em disciplinas que visam à contextualização do ensino, como: "História da Matemática" e "Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática", as quais estão inseridas no PPP da **I6**, correspondendo à 12,5% do total.

A disciplina "Complementos da Matemática/Fundamentos da Matemática" que contém a trigonometria em sua ementa, é a disciplina que aparece com maior frequência nos PPP, ou seja, em oito instituições correspondendo à 57,24% das instituições participantes da pesquisa.

Com base na análise das ementas das disciplinas e/ou PPP dos cursos de Licenciatura em Matemática participantes da pesquisa, podemos inferir que a trigonometria está inserida no currículo da maioria das instituições em mais de uma disciplina, seja relacionada a algum conteúdo ou à própria trigonometria. Dessa forma, acredita-se que ocorre o ensino da trigonometria na formação inicial de docentes, sendo assim, nos resultados e discussões da pesquisa faremos uma análise das respostas de estudantes com o que está sendo proposto nas ementas das disciplinas e/ou PPP das instituições de ensino.

2.3 Análise de Conteúdo dos questionários

A segunda etapa da pesquisa consiste na elaboração, aplicação do questionário e análise das respostas obtidas por esse. Para analisar o que obtivemos por meio desses, utilizamos a Análise de Conteúdo (BARDIN, 2010).

A Análise de Conteúdo consiste em três fases:

1. Pré-análise: pode ser caracterizada pela fase da organização;
2. Exploração do material: fase em que é feita a codificação;
3. Tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação: fase em que é realizada a síntese e a seleção dos resultados (BARDIN, 2010).

Laurence Bardin (2010, p.44) resume a Análise de Conteúdo da seguinte forma:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.

A Análise de Conteúdo sendo um conjunto de técnicas das comunicações serve para analisar mensagens e todas as formas de comunicação, tendo duas funções:

-Função heurística: serve para enriquecer a tentativa exploratória, aumentando as capacidades investigativas;

-Função de “administração da prova”: serve de diretriz, confirmando ou invalidando as hipóteses ou afirmações provisórias (BARDIN, 2010).

Ao tratar das diversas formas de comunicações, para Laurence Bardin (2010) questionários são documentos que podem ser submetidos à análise.

Desta forma, faz-se necessária a codificação para organizar e analisar os questionários, ou seja, é feita a transformação dos dados brutos do texto, por meio do recorte, agregação e enumeração, para atingir índices (BARDIN, 2010).

Para a codificação, é preciso de *Unidades de Contexto* e *Unidades de Registro.*

A Unidade de Contexto possui dimensões superiores às da Unidade de Registro, correspondendo ao segmento de mensagem, que serve para compreender a significação exata da Unidade de Registro (BARDIN, 2010).

Segundo Laurence Bardin (2010, p.130), a Unidade de Registro "é a unidade de significação a codificar e corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade de base, visando a categorização e a contagem frequencial".

Para analisar os dados por meio da Análise de Conteúdo, selecionamos a análise categorial que pretende tomar em consideração a totalidade de um "texto", neste caso, respostas descritivas do questionário aplicado, funciona por operações de desdobramentos do texto em unidades (BARDIN, 2010).

A seguir, apresentaremos a elaboração e aplicação dos questionários.

2.3.1 Elaboração e aplicação dos questionários

Os questionários foram elaborados com oito questões abertas para que os(as) estudantes, que participaram da pesquisa, tivessem a oportunidade de escrever a respeito dos seus conhecimentos e suas dificuldades em trigonometria. A construção das questões foi realizada pela pesquisadora responsável e decodificada intersubjetivamente pela coordenadora e por integrantes do grupo de pesquisa IFHIECEM[10]. No quadro, a seguir, enunciamos as questões que compuseram o questionário, com o objetivo de investigar como estudantes de Licenciatura em Matemática entendem a trigonometria, assim como as razões, relações e funções trigonométricas e como elas se relacionam. Também objetivamos investigar se os(as) estudantes de Licenciatura em Matemática conhecem algo a respeito da

[10] Grupo de pesquisa: Investigações em Filosofia e História da Ciência, e Educação em Ciências e Matemática (http://www.uel.br/grupo-pesquisa/ifhiecem/).

História da trigonometria e identificar as principais dificuldades que os(as) mesmos(as) apresentaram ao estudar a trigonometria.

Quadro 12 - Perguntas do questionário.

1- Em sua graduação, você estudou ou está estudando trigonometria ou conteúdos relacionados à ela? Em caso afirmativo, em que disciplina(s)?
2- Como você caracteriza a trigonometria? Por gentileza, exemplifique.
3- Como você caracteriza uma razão trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.
4- Como você caracteriza uma relação trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.
5- Como você caracteriza uma função trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.
6- Há alguma relação entre as razões, relações e funções trigonométricas? Por gentileza, justifique sua resposta.
7- Você conhece estudos históricos a respeito da trigonometria? Em caso afirmativo, exemplifique.
8- Ao estudar trigonometria, você teve/tem dificuldade(s)? Em caso afirmativo, quais foram/são suas dificuldades? Por gentileza, comente em detalhes.

Fonte: A própria autora.

Para a aplicação dos questionários, entramos em contato com coordenadores(as) e/ou professores(as) de cada instituição selecionada. Devido à falta de recursos para as viagens, optamos por coletar os dados *in loco* em seis instituições. No caso de oito universidades, entramos em contato com a coordenação e/ou professores(as) do curso para saber se havia a disponibilidade de algum dos(as) professores em receber, aplicar e enviar os questionários por *Correios.* Em alguns casos, integrantes do grupo IFHIECEM, que trabalham em instituições participantes da pesquisa se disponibilizaram em entregar os questionários para professores(as) ou coordenadores(as) dos cursos investigados.

Os procedimentos para a coleta de dados foram realizados de acordo com o regulamento do Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Londrina, para qual submetemos o projeto[11] afim de assegurar o sigilo dos sujeitos da pesquisa.

[11] O parecer do Comitê de Ética em Pesquisa – UEL a respeito do projeto desta pesquisa é o ANEXO A

Para participar da pesquisa voluntariamente, os(as) estudantes deveriam assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (APÊNDICE A) e responder as questões do questionário (APÊNDICE B). Dessa forma, somente os questionários com TCLE assinados constam como sujeitos desta pesquisa.

A codificação utilizada para análise de respostas foi E1i1(estudante 1 da instituição 1), E2i1(estudante 2 da instituição 1) e assim, sucessivamente.

Obtivemos um total de 121 participantes que colaboraram voluntariamente com o preenchimento dos questionários, sendo esses pertencentes a 13 instituições, pois estudantes da instituição **I13** não aceitaram participar da pesquisa. Mais detalhamentos a respeito das respostas obtidas por meio do questionário serão apresentados no próximo capítulo intitulado “Resultados e discussões”.

A seguir apresentamos as Unidades de Registro e de Contexto utilizadas para agrupar as respostas obtidas nos questionários.

2.3.2 Unidades de Contexto e de Registro

Para que pudéssemos agrupar e classificar os fragmentos textuais obtidos por meio do questionários, elaboramos Unidades de Contexto e de Registro prévias para cada questão com base no referencial teórico utilizado na fundamentação teórica.

Optamos por Unidades de Contexto e Registro prévias por terem um papel hipotético das respostas, sendo essas fundamentadas em referenciais teóricos e acreditamos que ao analisar os dados com base nas unidades prévias olhamos para esses de modo educado e informado pela literatura científica.

Apresentaremos, a seguir, as questões e suas respectivas unidades prévias.

Questão 1: Em sua graduação, você estudou ou está estudando trigonometria ou conteúdos relacionados à ela? Em caso afirmativo, em que disciplina(s)?

Essa questão foi proposta com o intuito de investigar se os(as) estudantes do curso de Licenciatura em Matemática estudaram a trigonometria em sua graduação, seja de forma específica ou relacionada a outros conteúdos.

A Unidade Temática de Contexto 1 (UC1) “**Trigonometria na Formação Inicial de Professores de Matemática**” foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito da presença da trigonometria nas disciplinas lecionadas no curso de Licenciatura em Matemática. A construção das UR da UC1 deu-se por meio de leitura das Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (2001).

-UR1.1 “**A trigonometria foi estudada em diversas disciplinas**”: para agrupar os registros em que os(as) estudantes citam diversas disciplinas que abordaram a trigonometria;

-UR1.2 “**A trigonometria foi estudada em uma disciplina**”: para agrupar os registros em que os(as) estudantes citam uma única disciplina que estudaram a trigonometria;

-UR1.3 “**A trigonometria não foi estudada em nenhuma disciplina**”: para agrupar registros dos(as) estudantes que não estudaram trigonometria em disciplina(s) de sua graduação;

-UR1.4 “**Não contempla a pergunta”:** para agrupar registros em que os(as) estudantes respondem incoerentemente a pergunta.

Questão 2: Como você caracteriza a trigonometria? Por gentileza, exemplifique.

Propomos essa questão com o intuito de saber de que maneira os(as) estudantes do curso de Licenciatura em Matemática caracterizam a trigonometria.

A Unidade Temática de Contexto 2 (UC2) “**Caracterização de trigonometria”** foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito das características da temática apresentadas pelos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática.

-UR2.1 “**Triângulos e/ou suas medidas**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam a trigonometria relacionada aos triângulos e/ou suas medidas, bem como, à definição de seno, cosseno e/ou tangente. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Dante (2005);

-UR2.2 “**Arcos, cordas, ângulos, circunferências e/ou ciclo trigonométrico**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam a trigonometria relacionada às circunferências, cordas, ângulos, arcos e/ou ciclo trigonométrico. Os referenciais utilizados para embasarmos a construção dessa UR foram Giovanni e Dante (1985), Dolce e Pompeo (2005) e Dante (2005);

-UR2.3 “**Equações e/ou inequações trigonométricas**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam a trigonometria relacionada às equações e/ou inequações trigonométricas. Os referenciais utilizados para embasarmos a construção dessa UR foram Iezzi (1985) e Oliveira (1988);

-UR2.4 “**Razões, relações e/ou funções trigonométricas**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam as razões, relações e/ou funções trigonométricas relacionadas ao significado de trigonometria. Os referenciais utilizados para embasarmos a construção dessa UR foram Giovanni e Dante (1985), Iezzi (1985), Dolce e Pompeo (2005), Dante (2005);

-UR2.5 “**Aspecto(s) histórico(s)**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam como caracterizações da trigonometria algum(s) aspecto(s) histórico(s) de seu desenvolvimento. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Paraná (2008);

-UR2.6 “**Não sabe**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam não ter conhecimento a respeito da temática;

-UR2.7 **“Não contempla a pergunta**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes respondem incoerentemente a pergunta.

Questão 3 – Como você caracteriza uma razão trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.

Essa questão foi proposta com a finalidade de conhecer as explicações a respeito da razão trigonométrica realizadas pelos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática.

A Unidade Temática de Contexto 3 (UC3) “**Caracterização de razão trigonométrica**” foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito das características da razão trigonométrica, apresentadas pelos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática.

-UR3.1 “**Razão**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma razão trigonométrica por meio da definição grega de razão, ou seja, uma comparação de medidas de mesma natureza. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Roque (2012);

-UR3.2 “**Triângulo retângulo**”: para agrupar registros em que os(as) participantes que atribuem à caracterização de uma razão trigonométrica relações entre as medidas dos lados do triângulo retângulo. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Giovanni e Dante (1985);

-UR3.3 “**Teorema de Pitágoras**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma razão trigonométrica por meio do Teorema de Pitágoras. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Dante (2005);

-UR3.4 “**Semelhança entre triângulos retângulos**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma razão trigonométrica por meio da semelhança de triângulos retângulos. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Dante (2005);

-UR3.5 “**Seno, cosseno e tangente**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma razão trigonométrica por meio do seno, do cosseno e da tangente. Os referenciais utilizados para embasarmos a construção dessa UR foram Giovanni e Dante (1985) e Dante (2005);

-UR3.6 “**Ciclo Trigonométrico**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma razão trigonométrica por meio do ciclo trigonométrico. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Giovanni e Dante (1985);

-UR3.7 “**Aspecto(s) histórico(s)**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam como caracterizações de uma razão trigonométrica algum(s) aspecto(s) histórico(s) de seu desenvolvimento. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Paraná (2008);

-UR3.8 “**Não contempla a pergunta**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes respondem incoerentemente a pergunta.

- UR3.9 “**Não sabe**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam não ter conhecimento a respeito da temática.

Questão 4 – Como você caracteriza uma relação trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.

Essa questão foi elaborada com a finalidade de conhecer as explicações a respeito das relações trigonométricas realizadas pelos(as) estudantes.

A Unidade Temática de Contexto 4 (UC4) “**Caracterização da relação trigonométrica**” foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito das características das relações trigonométricas apresentadas pelos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática.

-UR4.1 “**Triângulos quaisquer**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma relação trigonométrica como aquela realizada em triângulos quaisquer. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Dante (2005);

-UR4.2 “**Cotangente, cossecante e/ou secante**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma relação trigonométrica por meio da cotangente, cossecante e/ou secante. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Dante (2005);

-UR4.3 “**Lei dos senos e/ou lei dos cossenos**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma relação trigonométrica por meio das leis dos senos e dos cossenos. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Dante (2005);

-UR4.4 “**Relações trigonométricas fundamentais**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma relação trigonométrica por meio das relações trigonométricas fundamentais. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Dante (2005);

-UR4.5 “**Ciclo Trigonométrico**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma relação trigonométrica por meio do ciclo trigonométrico. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Giovanni e Dante (1985);

-UR4.6 “**Aspecto(s) histórico(s)**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma relação trigonométrica por meio de algum(s) aspecto(s) histórico(s). O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Brasil (2002);

-UR4.7 “**Não contempla a pergunta**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes respondem incoerentemente a pergunta;

-UR4.8 “**Não sabe**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam não ter conhecimento a respeito da temática.

Questão 5 – Como você caracteriza uma função trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.

Essa questão foi proposta com a finalidade de conhecer explicações a respeito da função trigonométrica realizadas pelos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática.

A Unidade Temática de Contexto 5 (UC5) "**Caracterização de função trigonométrica**" foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito das características da função trigonométrica, apresentadas pelos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática.

-UR5.1 "**Funções**": para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma função trigonométrica por meio da definição de função ou como uma função de modo generalizado. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Biachini e Paccola (1995);

-UR5.2 "**Função periódica**": para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma função trigonométrica, como função periódica. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Giovanni e Dante (1985);

-UR5.3 "**Funções seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e/ou cossecante**": para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam as funções seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e/ou cossecante, para caracterizar uma função trigonométrica. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Iezzi (1985);

-UR5.4 "**Função par e/ou ímpar**": para agrupar registros em que os(as) participantes caracterizam uma função trigonométrica como função par e/ou ímpar. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Iezzi (1985);

-UR5.5 "**Funções circulares inversas**": Para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam uma função trigonométrica, por meio de funções circulares inversas. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Iezzi (1985);

-UR5.6 "**Representação algébrica e/ou gráfica**": para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam a função trigonométrica como representação algébrica e/ou gráfica. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Iezzi (1985);

-UR5.7 “**Aspecto(s) histórico(s)**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes caracterizam a função trigonométrica por meio de algum(s) aspecto(s) histórico(s) de seu desenvolvimento. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Paraná (2008);

-UR5.8 “**Não contempla a pergunta**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes respondem incoerentemente a pergunta;

-UR5.9 “**Não sabe**”: para agrupar registros em que os(as) participantes afirmam não ter conhecimento a respeito da temática.

Questão 6- Há alguma relação entre as razões, relações e funções trigonométricas? Por gentileza, justifique sua resposta.

Propomos essa questão com o intuito de investigar se os(as) estudantes do curso de Licenciatura em Matemática relacionam as razões, relações e funções trigonométricas e de que maneira estas são feitas.

A Unidade Temática de Contexto 6 (UC6) “**Razões, relações e funções trigonométricas**” foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito do conhecimento dos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática a respeito das relações existentes entre as razões, relações e funções trigonométricas.

-UR6.1 “**Há relações por apresentarem a trigonometria**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam haver relações entre as razões, relações e funções por todas apresentarem a trigonometria. Os referenciais utilizados para embasarmos a construção dessa UR foram Giovanni e Dante (1985), Iezzi (1985), Brasil (2002), Dolce e Pompeo (2005), Dante (2005) e Paraná (2008);

-UR6.2 “**Há relações históricas**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam haver relação entre razões, relações e funções trigonométricas por meio da história. Os referenciais utilizados para embasarmos a construção dessa UR foram Brasil (2002) e Paraná (2008);

-UR6.3 “**Não há relações**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam não haver relações entre as razões, relações e funções trigonométricas;

-UR6.4 “**Não contempla a pergunta**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes respondem incoerentemente a pergunta;

-UR6.5 “**Não sabe**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam não ter conhecimento a respeito da temática.

Questão 7- Você conhece estudos históricos a respeito da trigonometria? Em caso afirmativo, exemplifique.

Propomos essa questão com o intuito de saber se os(as) estudantes do curso de Licenciatura em Matemática conhecem algo a respeito da História da trigonometria e o que os mesmos conhecem.

A Unidade Temática de Contexto 7 (UC7) “**História da trigonometria**” foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito do conhecimento dos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática a respeito da História da trigonometria.

-UR7.1 “**Processo humanizado**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes reconhecem o desenvolvimento da trigonometria como um processo humanizado, desenvolvido em diferentes épocas e civilizações. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Matthews (1995);

-UR7.2 “**Astronomia, navegações e agrimensura**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes relacionam o desenvolvimento da trigonometria com a astronomia, as navegações e a agrimensura. Os referenciais utilizados para embasarmos a construção dessa UR foram Brasil (2002), Gomes (2013), Dias e Saito (2014);

-UR7.3 “**Desconhece**”: para agrupar registros em que os(as) participantes afirmam desconhecer a História da Trigonometria.

-UR7.4 “**Não contempla a pergunta**”**:** para agrupar registros em que os(as) participantes responderam incoerentemente a pergunta.

Questão 8- Ao estudar trigonometria, você teve/tem dificuldade(s)? Em caso afirmativo, quais foram/são suas dificuldades? Por gentileza, comente em detalhes.

Propomos essa questão, com o intuito de saber se os(as) estudantes do curso de Licenciatura em Matemática tiveram/tem dificuldade(s) ao estudar trigonometria, e quais foram/são as dificuldades enfrentadas.

A Unidade Temática de Contexto 8 (UC8) “**Dificuldade(s)**” foi elaborada a fim de reunir fragmentos textuais a respeito da(s) dificuldade(s) dos(as) estudantes de Licenciatura em Matemática ao estudar trigonometria.

-UR8.1 “**Linguagem**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam dificuldade(s) com relação à linguagem da trigonometria. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Brolezzi (1996);

-UR8.2 “**Interpretação de enunciados**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam dificuldade(s) na interpretação de enunciados. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Gomes (2013);

-UR8.3 “**Visualização dos gráficos**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam dificuldade(s) na visualização dos gráficos. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Sampaio (2008);

-UR8.4 “**Geometria e Álgebra**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes apresentam dificuldade(s) ao estudar a Geometria e a Álgebra simultaneamente. O referencial utilizado para embasarmos a construção dessa UR foi Gomes (2013);

-UR 8.5 “**Não teve/tem dificuldade(s)**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes afirmam não ter dificuldade(s);

-UR8.6 “**Não contempla a pergunta**”: para agrupar registros em que os(as) estudantes respondem incoerentemente a pergunta.

CAPÍTULO 3: RESULTADOS E DISCUSSÕES

A discussão dos dados coletados por meio da aplicação do questionário será realizada neste capítulo, com uma reflexão entre o referencial teórico, a análise das ementas das disciplinas e/ou PPP e as respostas obtidas.

3.1 APRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Como já foi citado na secção 2.3.1, temos 121 participantes em nossa pesquisa que estão cursando Licenciatura em Matemática em 13 instituições públicas no Estado do Paraná, que obtiveram notas 4 e/ou 5 nos ENADE de 2011 e 2014.

Todas as respostas obtidas foram alocadas de acordo com as Unidades de Registro (UR) em que o fragmento textual se enquadrava. Em alguns casos foi preciso fragmentar respostas em mais de uma UR. Também houve a necessidade de criação de Unidades de Registro Emergentes (URE) para as respostas que não se enquadravam em nenhuma das UR criadas previamente.

Ainda, gostaríamos de ressaltar que os agrupamentos de fragmentos textuais em cada UR e URE foram decodificados intersubjetivamente por integrantes do grupo IFHIECEM.

Devido à grande quantidade de respostas obtidas optamos por fazer um recorte com o seguinte critério: as questões analisadas são aquelas cujos participantes da pesquisa estão inseridos em instituições que apresentaram nota 4 e/ou 5 no ENADE de 2011 e 2014, pois estas instituições não só alcançaram a nota do nosso primeiro critério de seleção como mantiveram-se dentro do critério com o passar dos anos. Dessa forma, as instituições que estão inseridas na análise dessa pesquisa são: **I2**, **I5**, **I6**, **I8** e **I14** perfazendo um total de 44 participantes.

Neste capítulo, todas as questões que foram alocadas em suas respectivas UR e URE encontram-se no Apêndice C.

Devido ao número extensivo de respostas obtidas, selecionamos alguns exemplos que representam cada UR e URE, para a discussão das unidades correspondentes a cada questão.

3.1.1 Análise da Questão 1

Na Questão 1 “Em sua graduação, você estudou ou está estudando trigonometria ou conteúdos relacionados à ela? Em caso afirmativo, em que disciplina(s)?”, iniciamos a análise pelo cálculo de frequências relativas às respostas que foram alocadas em cada UR apresentada no Quadro 13 e em um Histograma (Figura 42) para que tenhamos uma visão mais organizada dos dados.

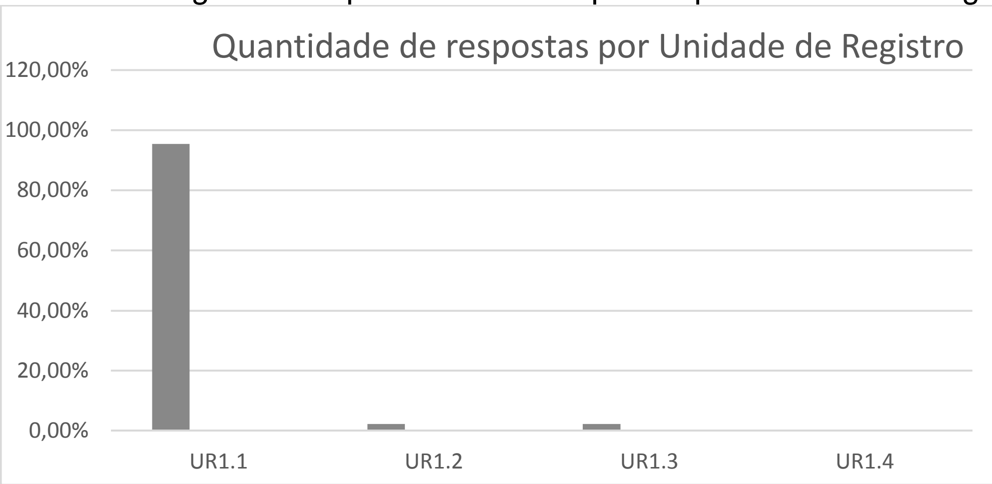
Ressaltamos que, nessa questão, as frequências foram realizadas de acordo com o número de participantes (44) da pesquisa selecionados por meio do critério de recorte de dados, por ser igual ao número de respostas obtidas. E, devido à grande quantidade de respostas, no Quadro 13 constam exemplos para representar as respostas que estão alocadas em cada UR da UC1.

Quadro 13 - Quantidade de respostas por Unidade de Registro

(UC1) Trigonometria na Formação Inicial de Professores de Matemática	
-UR1.1 “a trigonometria foi estudada em diversas disciplinas”;	42 respostas (95,45%)
	“Sim, estudei trigonometria básica na disciplina de Complementos da Matemática, e mais aprofundada em CDI e CDI 2, variáveis complexas, também em álgebra moderna e análise real”. (E2i2)
-UR1.2 “a trigonometria foi estudada em uma disciplina”;	1 resposta (2,27%)
	“Eu estudei funções trigonométricas na matéria de Funções, no primeiro período”. (E6i8)
-UR1.3 “a trigonometria não foi estudada em nenhuma disciplina”;	1 resposta (2,27%)
	“Em sala de aula não, mas meu trabalho de conclusão de curso sim. Pois será sobre trigonometria”. (E8i2)
-UR 1.4 “Não contempla a pergunta”.	0 respostas (0%)

Fonte: A própria autora.

Figura 42 - Histograma da quantidade de respostas por Unidade de Registro



Fonte: A própria autora.

Ao observarmos o Quadro 13 e a Figura 42 podemos concluir que na maioria das instituições analisadas, a trigonometria está presente em diversas disciplinas, seja ela como conteúdo ou relacionada a outros conhecimentos.

Destacamos que um(a) participante da pesquisa (2,27%) afirma não ter estudado a trigonometria em sua graduação em nenhuma disciplina. Esse percentual de participantes é uma minoria, o que indica que a maioria dos(as) estudantes em algum momento de sua graduação teve contato com estudos trigonométricos.

Ao direcionarmos nosso olhar para UR1.1 “a trigonometria foi estudada em diversas disciplinas”, relemos as 42 respostas correspondentes a essa unidade e encontramos diversas disciplinas específicas. Alguns participantes especificaram as disciplinas, por exemplo: Cálculo Diferencial e Integral I, Geometria Euclidiana. Outros não especificaram, logo, em nossa classificação também incluímos Cálculo e Geometria entre outras, de modo generalizado obtendo um total de 26 classificações.

Devido à diversidade de disciplinas, apresentaremos um quadro (Quadro 14) com as disciplinas que obtiveram destaque na quantidade de respostas, ou seja, que apareceram nas respostas 10 vezes ou mais.

Quadro 14 - Disciplinas destaque e suas respectivas quantidades

Nome da Disciplina	**Quantidade**
Cálculo	23
Cálculo Diferencial e Integral I (CDI-I)	11

Complementos/Fundamentos da Matemática	25

Fonte: A própria autora.

Entre as disciplinas em destaque, a disciplina de Complementos/Fundamentos da Matemática é equivalente a 59,5% do total de respostas.

Essa disciplina apareceu com maior frequência na Análise Documental dos PPP, estando inserida nos currículos de 57,14% do total de instituições participantes da pesquisa. Outras disciplinas estão inseridas em um maior número de currículos das instituições como: Cálculo Diferencial e Integral I e de Geometria Euclidiana, ambas correspondendo a 21,42% das instituições.

Dessa forma, percebe-se a coerência entre o que está previsto nas ementas das disciplinas e/ou PP e as respostas dos(as) participantes da pesquisa.

Ao tratar da coerência entre o que está previsto nas ementas das disciplinas e/ou PPP e as respostas obtidas, a seguir, apresentamos essa comparação.

Em algumas dessas respostas, estudantes colocaram Cálculo de modo generalizado, Cálculo Diferencial e Integral sem especificar se era I, II, III ou IV, entre outros casos. Diante disso, retomamos à análise das ementas das disciplinas e/ou PPP e conseguimos identificar qual era a disciplina citada. Portanto, as classificações generalizadas acrescentadas no início da análise da Questão 1, aqui, foram retiradas.

- **Instituição 2 (I2) –** Foram citadas por participantes da pesquisa catorze disciplinas em que a trigonometria está inserida, que são: Álgebra, Álgebra Linear, Análise Real, Cálculo Diferencial Integral I, Cálculo Diferencial e Integral II, Estágio Supervisionado, Física/Fundamentos da Física, Complementos/Fundamentos da Matemática, Geometria Analítica, Geometria Euclidiana, Laboratório de Ensino, Métodos e Práticas de Ensino, Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, Variáveis Complexas.

  Das catorze disciplinas, duas contém a trigonometria inserida explicitamente em suas ementas: Complementos/Fundamentos da Matemática e Geometria Euclidiana. Ou seja, em doze disciplinas a trigonometria foi ensinada, porém em suas ementas a trigonometria está inserida implicitamente.

Entre as disciplinas citadas, destacamos que quatro delas são voltadas ao ensino: Estágio Supervisionado, Laboratório de Ensino, Métodos e Práticas de Ensino e Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática; e uma disciplina é voltada à outra área de conhecimento.

- **Instituição 5 (I5) –** Nas ementas das disciplinas e/ou no PPP da **I5** a trigonometria não está inserida explicitamente. Mas, de acordo com as respostas de participantes da pesquisa, a trigonometria foi estudada nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I, Cálculo Diferencial e Integral II, Cálculo Diferencial e Integral III, Complementos/Fundamentos da Matemática, Equações Diferenciais Ordinárias, Geometria, Geometria Espacial, Geometria Euclidiana, sendo essas disciplinas de conhecimentos específicos de Matemática.
- **Instituição 6 (i6) –** No PPP dessa instituição a trigonometria está inserida em cinco disciplinas, que são: Cálculo Diferencial e Integral I, Complementos/Fundamentos da Matemática, Geometria Euclidiana, Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e História da Matemática. Porém, no que diz respeito à disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e História da Matemática, não obtivemos respostas em que estudantes afirmassem que estudaram a trigonometria nessas disciplinas. Porém, as outras três disciplinas específicas de Matemática estão presentes nas respostas de estudantes da **I6**.

Além das disciplinas citadas, obtivemos por meio das respostas mais sete disciplinas, que não apresentam a trigonometria inserida explicitamente em suas ementas, essas são: Análise, Cálculo Diferencial e Integral II, Cálculo Numérico, Estágio Supervisionado, Equações Diferenciais Ordinárias, Física/ Fundamentos da Física, Geometria Analítica.

Dessa forma, pudemos perceber que a maioria das disciplinas citadas são de conhecimentos específicos da Matemática, uma disciplina de outra área de conhecimento (Física) e uma está direcionada aos conhecimentos pedagógicos.

- **Instituição 8 (I8) –** Nessa instituição os(as) participantes da pesquisa citaram oito disciplinas. Duas dessas (Análise e Funções) possuem a trigonometria inserida em suas ementas. As demais disciplinas citadas (Cálculo Diferencial e Integral I, Cálculo Diferencial e Integral II, Física/Fundamentos da Física, Geometria Euclidiana, Variáveis Complexas, Teoria de Grupos), não possuem a trigonometria inserida explicitamente em suas ementas, mas de acordo com as respostas obtidas há o ensino da trigonometria nessas disciplinas.

- **Instituição 14 (I14) –** Nas ementas das disciplinas e/ou no PPP da **I14** a trigonometria não está inserida explicitamente. Mas, de acordo com as respostas de participantes da pesquisa, a trigonometria foi estudada nas disciplinas de Análise Real, Cálculos, Cálculo Numérico, Geometria Elementar, Matemática Discreta e Tópicos em Matemática.

Com base nos resultados observamos que a minoria das disciplinas é voltada ao ensino, sejam de recursos tecnológicos, métodos, práticas, diferentes tipos de contextualização como a disciplina Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e a História da Matemática. De acordo com referenciais utilizados na pesquisa, a contextualização possibilita a aproximação do histórico-social com a Matemática (LUCCAS; BATISTA, 2011), porém a formação inicial de professores não favorece docentes a contextualização da Matemática (ARAMAN, 2010).

Outro fator a ser destacado é a inserção da trigonometria em outras áreas de conhecimento, como na Física. Artigos como o de Theodoros E. Simos (2010) e Natanael Karjanto (2011) relacionam a trigonometria com conteúdos matemáticos/físicos/químicos o que nos mostra aplicações interdisciplinares da trigonometria.

Na Unidade de Registro 1.2 “a trigonometria em uma disciplina” foi obtida 1 resposta em que identificamos a disciplina de Funções como a única do curso de Licenciatura em Matemática da **I8** que possui a trigonometria inserida explicitamente em sua ementa.

3.1.2 Análise da Questão 2

Na Questão 2 “Como você caracteriza a trigonometria? Por gentileza, justifique sua resposta.”, das respostas obtidas houve a necessidade de fragmentação de algumas delas que, poderiam ser classificadas em duas ou mais UR. Para isso fizemos uma identificação diferenciada dos fragmentos com relação às respostas íntegras. Por exemplo: identificação de uma resposta íntegra (E1i2); identificação de fragmento de resposta (F1-E3i4), ou seja, fragmento 1 do(a) estudante 3 da instituição 4.

As frequências dessa questão foram feitas com relação ao número de fragmentos, são 44 participantes e um total de 50 fragmentos.

Também, para essa questão houve a necessidade de criação de URE que será discutida posteriormente.

Em seguida, apresentaremos um quadro (Quadro 15) a respeito das unidades e dos registros de participantes da pesquisa devidamente alocados nas UR e URE com suas respectivas frequências.

Ressaltamos que, devido ao número extenso de respostas (APÊNDICE C), abaixo estão citados exemplos de registros alocados em cada UR.

Quadro 15 - Questão 2

(UC2) – Caracterização da trigonometria	
Unidade de Registro	**Registros**
-UR2.1 “Triângulos e/ou suas medidas”	15 registros (30%)
	“Penso que a trigonometria seria o estudo das relações entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo e as medidas dos lados deste triângulo. Por exemplo: senα = cateto oposto/hipotenusa, no caso de um triângulo retângulo”. (E1i6)
-UR2.2 “Arcos, cordas, ângulos, circunferências e/ou ciclo trigonométrico”	12 registros (24%)
	“Um conjunto de relações geométricas, como o triângulo retângulo e o círculo trigonométrico, ângulos, retas, semirretas, etc.” (E6i5)
-UR2.3 “Equações e/ou inequações trigonométricas”	0 registros (0%)
-UR2.4 “Razões, relações e/ou funções trigonométricas”	9 registros (18%)
	“(...) A trigonometria se caracteriza pelas razões trigonométricas e funções trigonométricas”. (F2-E8i2)
-UR2.5 “Aspecto(s) histórico(s)”	0 registro (0%)
-UR2.6 “Não sabe”	3 registros (6%)
	“Não sei responder”. (E6i8)
-UR2.7 “Não contempla a pergunta”	5 registros (10%)
	“Estudo de relações matemáticas providas de determinados conteúdos”. (E2i6).
-URE2.8 “Geometria”	6 registros (12%)

	“Caracteriza como um conteúdo da geometria”. (E2i2)

Fonte: A própria autora.

Ao observarmos o Quadro 15, a UR2.1 “triângulos e /ou suas medidas” obteve o maior número de registros correspondendo à 30% dos 50 fragmentos textuais. Nessa UR, foram agrupados fragmentos textuais em que estudantes participantes da pesquisa, caracterizam a trigonometria por meio da medição de triângulos, estudo de triângulos e de suas medidas (DANTE, 2005).

Na UR 2.2 foram alocados todos os fragmentos textuais em que a caracterização da trigonometria é feita por participantes da pesquisa por meio de arcos, cordas, ângulos, circunferência e/ou ciclo trigonométrico. Diversos autores utilizados em nosso referencial teórico, mostram a utilização dos itens citados para o desenvolvimento de cálculos trigonométricos (GIOVANNI; DANTE, 1985; DOLCE; POMPEO, 2005; DANTE, 2005). Ainda, a respeito dessa questão na BNCC (2015) consta como objetivo o reconhecimento de alguns dos arcos e dos ângulos, estabelecendo relações na trigonometria (BRASIL, 2015). Dessa forma, inferimos que, se o(a) estudante de licenciatura em Matemática reconhece os itens citados nessa UR como caracterizadores da trigonometria, possivelmente poderá cumprir o objetivo proposto na BNCC(2015), estabelecendo relações entre esses itens e trigonometria.

Não obtivemos respostas alocadas na UR 2.3, podendo inferir que estudantes não caracterizam a trigonometria por meio de equações e/ou inequações trigonométricas, mesmo essas sendo parte do estudo trigonométrico (IEZZI, 1985; OLIVEIRA, et al., 1988).

Os fragmentos textuais em que participantes da pesquisa caracterizam a trigonometria por meio das razões, relações e/ou funções trigonométricas estão alocadas na UR2.4, correspondendo à 18% das respostas obtidas.

Devido aos sujeitos de nossa pesquisa serem professores(as) em formação inicial, consideramos necessário que se tenha o conhecimento das razões, relações e funções trigonométricas diante de estudos a respeito da trigonometria, pois são esses os conhecimentos que a constituem, como pudemos perceber nos estudos de Giovanni e Dante (1985), Iezzi (1985), Dolce e Pompeo (2005), Dante (2005).

Ainda, a respeito da UR2.4, gostaríamos de mencionar que um dos objetivos propostos pela BNCC (2015) tanto para o Ensino Fundamental, como para o Ensino Médio é que estudantes precisam reconhecer as funções trigonométricas, as relações métricas no triângulo retângulo, as razões trigonométricas e compreender as razões trigonométricas no triângulo retângulo e as relações em triângulos quaisquer (BRASIL, 2015).

Não houve registro em que participantes da pesquisa caracterizam a trigonometria por meio de aspecto(s) histórico(s) (UR2.5) o que pode ser um indicativo da falta de contextualização da trigonometria na Formação Inicial de Professores de Matemática, uma vez que “os cursos de Licenciatura em Matemática tem como objetivo principal a formação de professores para a Educação Básica” (BRASIL,2001, p.1). Ao considerar o que está proposto nas PCN+ (2002) para que a trigonometria seja ensinada na Educação Básica por meio de uma perspectiva histórica, podemos inferir que há divergência entre o que está proposto nas Diretrizes (BRASIL, 2010), nas PCN+(2002). Os dados que obtivemos na Questão 2 confirmam isso.

Nas UR 2.6 e 2.7, respectivamente correspondendo a 6% e a 10%, estudantes afirmam não saber caracterizar a trigonometria e alguns apresentam respostas que não contemplam a Questão 2. O que podemos inferir a partir disso, é que mesmo a trigonometria estando prevista nas ementas das disciplinas e/ou PPP das IES selecionadas para nossa pesquisa e sendo prevista para ser ensinada na Educação Básica, professores(as) em formação inicial em Matemática afirmam não ter conhecimento e/ou não sabem expor as características da trigonometria que é um conhecimento a ser ensinado por eles(as).

Para essa Unidade de Contexto, nossas Unidades de Registro prévias foram insuficientes para alocar todos os fragmentos textuais obtidos, dessa forma, foi necessária a criação de uma Unidade de Registro Emergente (URE 2.8 “Geometria”).

Na URE 2.8 alocamos fragmentos textuais, em que estudantes caracterizam a trigonometria como um conteúdo da Geometria e/ou um estudo de formas geométricas.

3.1.3 Análise da Questão 3

Na Questão 3 “Como você caracteriza uma razão trigonométrica? Por gentileza, exemplifique”, foram obtidas 44 respostas, porém as frequências feitas para cada UR estão relacionadas ao número de fragmentos obtidos, ou seja 47, uma vez que algumas respostas puderam ser alocadas em mais de uma UR.

No quadro a seguir apresentaremos as frequências de cada UR e exemplos que representem as devidas alocações.

Quadro 16 - Questão 3

(UC3) - Caracterização de razão trigonométrica	
Unidade de Registro	**Registros**
-UR3.1 “Razão””	5 registros (10,63%)
	“Uma razão é uma comparação entre grandezas, portanto uma razão trigonométrica é uma comparação entre grandezas trigonométricas” (E5i2)
-UR3.2 “Triângulo retângulo”	13 registros (27,65%)
	“Razão trigonométrica é trabalhada no triângulo retângulo”. (E13i2)
-UR3.3 “Teorema de Pitágoras”	0 registros (0%)
-UR3.4 “Semelhança entre triângulos retângulos”	1 registro (2,13%)
	“Semelhança entre triângulos”. (E11i6)
-UR3.5 “Seno, cosseno e tangente”	13 registros (27,65%)
	“É a razão entre elementos trigonométricos, por exemplo, a tangente que é a razão entre seno e cosseno”. (E2i8)
-UR3.6 “Ciclo Trigonométrico”	2 registros (4,25%)
	“No caso de seno, cosseno e tangente, por exemplo, pode-se encontrar os seus valores como a razão dos catetos e hipotenusas do triângulo construído dentro do círculo trigonométrico”. (E6i5)
-UR3.7 “Aspecto(s) histórico(s)”	0 registros (0%)
-UR3.8 “Não contempla a pergunta”	6 registros (12,76%)
	“A razão trigonométrica seria uma regra que podemos seguir, não consigo neste momento exemplificar”. (E10i6)
-UR3.9 “Não sabe”	2 registros (4,25%)

	"Não sei". (E4i8)
-URE3.10 "Não lembra/recorda"	1 registro (2,13%)
	"Não lembro". (E5i8)
-URE3.11 "Divisão e/ou fração"	4 registros (8,51%)
	"Como uma relação entre lados e ângulos, porém como uma divisão". (E1i14)

Fonte: A própria autora.

Na UR 3.1 obtivemos um total de 5 registros alocados, equivalente à 10,63% de 47. Nessa UR foram unitarizados os registros em que participantes da pesquisa caracterizam a razão trigonométrica por meio da definição grega de razão, ou seja, a comparação de grandezas de mesma natureza (ROQUE, 2012). Dessa forma, inferimos que os(as) estudantes que possuem seus registros alocados na UR 3.1 conhecem e/ou interpretam geometricamente as razões trigonométricas, estabelecendo a relação de comparação de medidas de um triângulo retângulo.

Uma das unidades que mais teve registros alocados foi a UR 3.2, com 27,65% de 47, em que foram alocados os fragmentos textuais que caracterizam as razões trigonométricas por meio do triângulo retângulo (GIOVANNI; DANTE, 1985). Dessa forma, inferimos que os(as) participantes relacionam as razões trigonométricas com o triângulo retângulo.

Na UR 3.3 não obtivemos respostas que pudessem ser ali alocadas, uma vez que os(as) estudantes não caracterizam as razões trigonométricas por meio Teorema de Pitágoras (DANTE, 2005), esse é um dos teoremas de relevância no desenvolvimento de estudos e cálculos trigonométricos, e que está previsto para ser ensinado na Educação Básica relacionado com as razões trigonométricas.

A resposta de um(a) estudante que caracterizou as razões trigonométricas por meio da semelhança entre triângulos retângulos foi alocada na UR 3.4. A semelhança entre triângulos retângulos ocorre por meio de uma comparação de medidas de mesma natureza, pelos estudos de Dante (2008) já mencionados. Também, como os(as) participantes de nossa pesquisa são professores em formação inicial, ressaltamos que está previsto como um dos objetivos para o ensino da Matemática a utilização da semelhança de triângulos para o estabelecimento de relações métricas e o estudo das razões trigonométricas (BRASIL, 2015).

Destacamos que a quantidade de respostas obtidas na UR 3.4, sendo 1 resposta de 47 fragmentos, nos mostra a caracterização das razões trigonométricas por meio da semelhança de triângulos retângulos em um percentual baixo, isso implica que mesmo tratando-se de um conhecimento a ser ensinado por esses(as) futuros(as) professores(as), uma minoria reconhece-a como uma caraterística das razões trigonométricas.

Com o mesmo número de fragmentos que a UR 3.2 obteve, a UR 3.5 aloca os fragmentos textuais que professores em formação inicial caracterizam a razão trigonométrica como seno, cosseno e/ou tangente, reconhecendo esses elementos matemáticos como razões no triângulo retângulo, com base nos referenciais estudados (GIOVANNI; DANTE, 1985; DANTE, 2005). Assim, podemos perceber a ideia de seno, cosseno e tangente advinda de uma comparação de medidas.

A maioria dos(as) professores(as) em formação inicial caracterizou a razão trigonométrica por meio do seno, do cosseno e da tangente, o que nos leva a inferir que eles(as) possuem um conhecimento a respeito dos cálculos e aplicações desses conteúdos que por eles(as) serão ensinados.

Na UR 3.6 obtivemos alocados 2 registros em que estudantes caracterizam as razões trigonométricas por meio do ciclo trigonométrico, ou seja, também conhecido como círculo e/ou circunferência trigonométrica, que possui um raio de valor unitário, igual a 1 (GIOVANNI; DANTE, 1985).

A respeito das razões trigonométricas como um conhecimento desenvolvido ao longo dos anos, em diversas civilizações e as suas finalidades como está proposto para ser ensinado (PARANÁ, 2008), não houve registro algum em que professores(as) em formação inicial caracterizassem as razões trigonométricas desse modo na UR 3.7, o que pode ser um indicativo de ausência do ensino da trigonometria contextualizada por meio da História da Matemática.

As UR 3.8 e 3.9, juntamente com a URE 3.10 que foi criada para agrupar fragmentos textuais que não se enquadravam em outras UR, alocam fragmentos que apresentam desconhecimento a respeito das razões trigonométricas, ou seja, apresentam fragmentos em que os(as) estudantes afirmam não saber o conteúdo, ou deram respostas que não contemplam a pergunta, mostrando a tentativa de explicar a caracterização das razões trigonométricas de modo não correspondente à pergunta e/ou incompreensível. Na URE 3.10 alocam-se fragmentos textuais que indicam que esses estudantes não se recordam e/ou não lembram de como se caracteriza uma razão trigonométrica. Dessa forma, inferimos que, de acordo com o que está previsto nos documentos oficiais (BRASIL, 2002; PARANÁ, 2008; BRASIL, 2015) e tendo como base o objetivo da Licenciatura em Matemática que é formar professores para a Educação Básica (BRASIL, 2001), as respostas desses(as) professores(as) respondentes, não estão formar(as) para ensinar as razões trigonométricas, uma vez que esses(as) não têm conhecimento, não recordam ou se expressam de modo equivocado ao se referir ao conteúdo já mencionado.

Para finalizar a discussão a respeito da Questão 3, outra unidade de registro emergente foi criada para agrupar fragmentos textuais em que os(as) participantes da pesquisa caracterizam as razões trigonométricas por meio de uma divisão e/ou fração. Nessa URE, foram alocados 4 registros correspondendo à 8,51% do total de 47 fragmentos textuais obtidos. E, de acordo com Tatiana Roque (2012), a razão é uma comparação de medidas que pode ser representada por uma fração e/ou divisão, o que nos leva a inferir que os(as) estudantes têm conhecimento a respeito da representação simbólica das razões trigonométricas.

3.1.4 Análise da Questão 4

Para a Questão 4 “Como você caracteriza uma relação trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.” com base nos referenciais teóricos estudados foram criadas as oito Unidades de Registro, porém, houve casos em que os fragmentos textuais obtidos não correspondiam à nenhuma das UR prévias. Assim, houve a necessidade de criação de Unidades de Registro Emergentes, que são apresentadas no Quadro 17 e especificadas no decorrer da discussão das respostas obtidas.

Gostaríamos de destacar que 2 pessoas, das 44 que participaram da pesquisa, não responderam ao questionário e os percentuais calculados para cada UR e URE foram realizadas com relação a 49 fragmentos textuais, pois houve respostas que poderiam ser alocadas em mais de uma UR.

No quadro a seguir apresentamos alguns exemplos para representar as demais respostas que foram agrupadas em cada uma das UR e URE.

Quadro 17 - Questão 4

(UC4) - Caracterização da relação trigonométrica	
Unidade de Registro	**Registros**
-UR4.1 “Triângulos quaisquer”	0 registros (0%)
-UR4.2 “Cotangente, cossecante e/ou secante”	2 registros (4,08%)
	“Seriam as relações seno, cosseno e tangente, cotangente, secante, cossecante vistas no ciclo trigonométrico”. (E2i2)
-UR4.3 “Lei dos senos e/ou lei dos cossenos”	0 registros (0%)
-UR4.4 “Relações trigonométricas fundamentais”	7 registros (14,28%)
	“Caracteriza como um resultado obtido a partir das razões trigonométricas, como a relação trigonométrica fundamental em que dada a medida α (α ϵ R) associada ao ângulo, então $sen^2\alpha$ $+cos^2\alpha =1$”. (E7i2)
-UR4.5 “Ciclo Trigonométrico”	4 registros (8,16%)
	“Relação trigonométrica é quando olhamos para o ciclo trigonométrico e relacionamos senos e cossenos e tangentes com seus respectivos ângulos”. (E5i2)
-UR4.6 “Aspecto(s) histórico(s)”	0 registros (0%)
-UR4.7 “Não contempla a pergunta”	7 registros (14,28%)
	“Como o nome diz relação. Então sempre no estudo da trigonometria quando utilizamos valores, esses estão relacionados a outros valores que podem ser encontrados, formando uma forma de ciclo entre eles”. (E2i5)
-UR4.8 “Não sabe”	2 registros (4,08%)
	“Não sei diferenciar em relação aos outros conceitos”. (E6i5)
-URE 4.9 “Relação que envolve razões trigonométricas e/ou funções trigonométricas, triângulo”	21 registros (42,86%)
	“Como relação entre diferentes funções trigonométricas senα/cosα = tgα”. (E9i6) “Quando você estabelece uma relação entre razões trigonométricas”. (E2i14)
-URE4.10 “Fórmula da adição”	6 registros (12,24%)
	“As relações trigonométricas são coisas estabelecidas para facilitar resoluções que envolvam trigonometria, julgo ser uma relação trigonométrica sen (a+b) = cos a. cos b – sen a. sen b (obs: não me lembro o sinal perfeitamente).” (E10i6)

Fonte: A própria autora.

A primeira UR no quadro apresentado anteriormente, denominada “triângulos quaisquer” tem como finalidade alocar os fragmentos textuais em que estudantes caracterizaram as relações trigonométricas como sendo relações feitas em triângulos quaisquer (DANTE, 2005). Nessa UR não obtivemos registro algum, o que nos leva a inferir a falta de reconhecimento essas relações trigonométricas em triângulos quaisquer.

Da mesma forma que na UR 4.1, não obtivemos registros na UR 4.3 e na UR4.6. A UR 4.3 trata-se da caracterização das relações trigonométricas por meio da lei dos senos e/ou dos cossenos (DANTE, 2005). A UR 4.6 trata-se das caracterizações das relações trigonométricas por meio de aspectos históricos (BRASIL, 2002).

Diante da falta de registros na UR 4.1, 4.3 e 4.6 inferimos que há defasagem nas explicações apresentadas pelos(as) participantes da pesquisa a respeito da caracterização das relações trigonométricas, o que pode fazer falta na atuação enquanto professores(as) de Matemática na Educação Básica. Esses conhecimentos estão previstos e propostos para serem ensinados e os seus conceitos não estão claros para os(as) futuros(as) professores(as), podendo surgir dificuldades no ensino da trigonometria no desempenho da docência.

Na UR4.2 foram alocados os registros em que participantes da pesquisa caracterizam as relações trigonométricas por meio da cotangente, secante e/ou cossecante (DANTE, 2005). Nessa UR foram agrupados 2 registros, equivalentes a 4,08% dos 49 fragmentos obtidos.

Os fragmentos textuais em que estudantes caracterizam as relações trigonométricas por meio das relações trigonométricas fundamentais (DANTE, 2005) estão alocadas na UR 4.4 correspondendo a 14,28% do total.

Participantes desta pesquisa também responderam à Questão 4 de modo que os fragmentos textuais obtidos pudessem ser unitarizados na UR 4.5 em que caracterizaram as relações trigonométricas por meio do ciclo trigonométrico (GIOVANNI; DANTE, 1985).

Nas UR4.7 e 4.8, que possuem respectivamente 7 e 2 registros, alocam-se fragmentos textuais em que futuros(as) professores(as) afirmam não saber caracterizar as relações trigonométricas ou as suas explicações não contemplam a pergunta. O que nos leva a inferir que esses(as) participantes que tiveram suas respostas agrupadas nas UR 4.7 e 4.8 não tem conhecimento a respeito das relações trigonométricas.

Para concluirmos as discussões a respeito da Questão 4, foram criadas duas unidades de registro emergentes, pois houve fragmentos que não se encaixavam em nenhuma das UR prévias. É importante ressaltarmos que uma das URE, que não foi uma das hipóteses de respostas a serem obtidas, foi a unidade de registro com maior número de fragmentos textuais que é a URE 4.9, em que foram alocados registros na qual participantes da pesquisa afirmam que as relações trigonométricas são relações caracterizadas por envolver razões e/ou funções trigonométricas e o triângulo. Essa URE obteve um percentual de 42,86% de fragmentos obtidos. Dessa forma, podemos inferir que participantes da pesquisa relacionam as relações, razões e funções trigonométricas.

A URE 4.10, com 12,24% de fragmentos textuais alocados, e que caracterizam as relações trigonométricas por meio da fórmula da adição de ângulos de senos e cossenos, nos leva a inferir que os(as) estudantes conseguem entender a relação de adição e de subtração de ângulos que envolve seno e cosseno como uma relação trigonométrica.

3.1.5 Análise da Questão 5

Para discutirmos os resultados obtidos por meio do questionário, especificamente na Questão 5 “Como você caracteriza a função trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.” destacamos que, dos 44 participantes da pesquisa que foram selecionados pelo critério de recorte de dados, 1 não respondeu e algumas respostas puderam ser alocadas em mais de uma UR. Assim, as frequências foram feitas de acordo com a quantidade de fragmentos textuais obtidos, ou seja, 47 fragmentos.

Quadro 18 - Questão 5

(UC5) - Caracterização de função trigonométrica	
Unidade de Registro	**Registros**
-UR5.1 “Funções”	8 registros (17,02%)
	“A função trigonométrica, de fato ao meu ver seria uma função qualquer que envolva razões trigonométricas, um exemplo seria: F(x) = sen(x) + 40 cos(x).” (E10i6)
-UR5.2 “Função periódica”	6 registros (12,76%)
	“São funções que possuem uma periodicidade”. (E4i5)
-UR5.3 “Funções seno, cosseno,	20 registros (42,55%)

tangente, cotangente, secante e/ou cossecante”	“Funções trigonométricas são os senos, cossenos, tangentes, cossecantes, secantes [...]”. (F1- E5i2)
-UR5.4 “Função par e/ou ímpar”	0 registros (0%)
-UR5.5 “Funções circulares inversas”	1 registro (2,13%)
	“[...] suas inversas no ciclo trigonométrico”. (F2-E5i2)
-UR5.6 “Representação algébrica e/ou gráfica”	1 registro (2,13%)
	“Assim como as demais, há sempre uma variável dependente e independente. Trabalhada no plano cartesiano”. (E13i2)
-UR5.7 “Aspecto(s) histórico(s)”	1 registro (2,13%)
	“(...)Não esquecendo que as funções seno e cosseno surgiram de uma série de funções”. (F2-E2i8)
- UR5.8 “Não contempla a pergunta”	3 registros (6,38%)
	“Como uma função real que associa um número real a outro número real”. (E6i14)
- UR5.9 “Não sabe”	1 registro (2,13%)
	“Não sei caracterizar(...)” (F1-E6i8)
-URE 5.10 “a razão trigonométrica, relação trigonométrica e/ou relações angulares”.	6 registros (12,76%)
	“É a mudança nos valores das razões trigonométricas em relação as medidas dos objetos e, consequentemente, em relação ao ângulo”. (E3i2)

Fonte: A própria autora.

Como observamos no quadro (Quadro 18) a UR que obteve maior número de registros foi a UR 5.3 “Funções seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e/ou cossecante”, com 20 registros, correspondendo à 42,55% do total. Essa, reúne respostas em que participantes da pesquisa caracterizam as funções trigonométricas por meio das funções seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e/ou cossecante (IEZZI, 1985), que são funções trigonométricas em que cada uma delas possui suas propriedades e seus gráficos específicos. Tendo em vista os detalhamentos de cada uma dessas funções, apresentadas no referencial teórico de nossa pesquisa, se os(as) estudantes têm o conhecimento dessas funções, então há o ensino das funções trigonométricas como previsto nos PPP e ementas de disciplinas das IES, bem como deveria haver formação para o ensino desse conteúdo. Isso implica nos saberes docentes como o conhecimento do conteúdo (SHULMAN, 1986).

Ao contrário da UR5.3, a UR5.4 não obteve registros, o que nos leva a inferir que não houve relação entre as funções trigonométricas e algumas especificidades das funções gerais, como por exemplo, a função par e/ou ímpar.

Os fragmentos textuais que tratavam das definições de funções (BIACHINI; PACCOLA, 1995) foram alocados na UR 5.1, sendo esses 8 registros correspondentes à 17,02% do total. Inferimos que esses(as) participantes da pesquisa fizeram uma relação direta com propriedades, linguagem e símbolos específicos do conteúdo de funções, o que nos mostra um conhecimento a respeito das funções, conseguindo fazer a definição de uma função trigonométrica como uma função com domínio, imagem, contradomínio atrelada à trigonometria.

Uma das características das funções trigonométricas é a sua periodicidade (GIOVANNI; DANTE, 1985) e em 6 registros localizamos essa característica mencionada por participantes de nossa pesquisa, o que nos leva a inferir que houve um conhecimento gráfico das funções trigonométricas, assim como o algébrico e o conhecimento das propriedades e infere-se a ocorrência caracterização das funções trigonométricas em sala de aula.

Outras caracterizações das funções trigonométricas obtidas por meio das respostas do questionário que se enquadram nas UR previamente criadas, são as funções circulares inversas (UR5.5) (IEZZI, 1985) e a representação da função trigonométrica de modo algébrico e/ou gráfico (UR5.6) (IEZZI, 1985). Nessas UR, obtivemos a mesma quantidade de fragmentos textuais, cada uma das UR corresponde a 2,13% do total. Porém, ressaltamos que essas caracterizações das funções trigonométricas foram mencionadas em um índice baixo, sendo 1 de 47 fragmentos e ressaltamos que esse fragmento textual apresenta a questão das variáveis e o plano cartesiano, não há o reconhecimento de especificidades da função trigonométrica no plano.

A UR 5.7 obteve a mesma quantidade de registros que a UR5.5 e 5.6 correspondendo a 1 registro que equivale à 2,13% do total. Nessa UR foi alocado o fragmento textual que o(a) participante da pesquisa caracteriza as funções trigonométricas por meio de algum aspecto histórico, uma vez que está proposto nos documentos oficiais o ensino das funções trigonométricas mostrando seu desenvolvimento ao decorrer dos anos, em uma diversidade de civilizações (BRASIL, 2008). A partir da quantidade de registros, inferimos que poucos estudantes têm o conhecimento de aspectos históricos referentes às funções trigonométricas e se poucos estudantes têm esse conhecimento que é previsto para ser ensinado, inferimos que a formação para o ensino por meio da história está em defasagem, estando de acordo com a afirmação da Eliane Araman (2010) a respeito da formação inicial não favorecer a contextualização da Matemática a partir de sua história.

Obtivemos também, respostas em que 2,27% dos(as) estudantes afirmam não saber responder a pergunta (UR5.9) ou respondem de modo que não conseguem esclarecer seus pensamentos e/ou colocam uma resposta que não corresponde ao que perguntamos (UR5.8). Esses(as) estudantes que desconhecem as funções trigonométricas de modo a não saber explicar como elas podem ser caracterizadas, estão em fase de conclusão da formação inicial, prestes à tornar-se aptos(as) para ensinar Matemática na Educação Básica sem ter o conhecimento de um conteúdo previsto a ser ensinado no Ensino Médio, em outras palavras não estão capacitados(as) para ensinar funções trigonométricas para seus futuros(as) alunos(as).

Para concluirmos nossa discussão a respeito da UC5, obtivemos respostas que não correspondiam com as UR criadas para essa questão. Dessa forma, houve a necessidade de criação de uma URE, a qual agrupa fragmentos textuais em que participantes da pesquisa caracterizam as funções trigonométricas por meio da razão trigonométrica, relação trigonométrica e/ou relações angulares, obtendo um total de 6 registros equivalente a 12,76% do total.

3.1.6 Análise da Questão 6

Na Questão 6 “Há alguma relação entre as razões, relações e funções trigonométricas? Por gentileza, justifique sua resposta”, obtivemos um total de 43 respostas, porém uma resposta pode ser alocada em mais de uma UR, dessa forma os percentuais do quadro a seguir foram realizados de acordo com o número de fragmentos textuais obtidos, ou seja 44 fragmentos. Algumas respostas não puderam ser alocadas em nossas UR prévias, para isso foram criadas URE de acordo com as respostas obtidas e que foram inesperadas.

Quadro 19 - Questão 6

(UC6) - Razões, relações e funções trigonométricas	
Unidade de Registro	**Registros**
-UR6.1 “Há relações por apresentarem a trigonometria”	8 registros (18,18%)
	“Sim, a trigonometria”. (E2i14)
-UR6.2 “Há relações históricas”	0 registros (0%)

-UR6.3 “Não há relações”	0 registros (0%)
-UR6.4 “Não contempla a pergunta”	5 registros (11,36%)
	“Sim, Teorema de Pitágoras, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa, ou sen²+cos²=1, onde 1 é o valor máximo da tangente”. (E11i6)
-UR6.5 “Não sabe”	5 registros (11,36%)
	“Sim, porém não sei explicar”. (E1i14)
-URE6.6 “Há relação de dependência/complementação”	24 registros (54,54%)
	“Sim, acredito que uma complementa a outra, por exemplo, para as relações utilizam-se as razões e para as funções também são utilizadas as ideias de razões e relações trigonométricas”. (E4i5)
-URE 6.7 “Há uma relação por envolverem graus e radianos”	1 registro (2,27%)
	“Sim, todas envolvem graus ou radianos”. (E13i2)
-URE6.8 “Não lembra/recorda”	1 registro (2,27%)
	“Não lembro”. (E5i8)

Fonte: A própria autora.

Com base no quadro acima, podemos observar que na UR6.1 “Há relações por apresentarem a trigonometria” obtivemos 8 fragmentos textuais, os quais apresentam um percentual de 18,18%. A partir das respostas alocadas nessa UR pudemos perceber que poucos(as) professores(as) em formação inicial fazem uma relação das razões, relações e funções trigonométricas por elas apresentarem a trigonometria e segundo os autores (GIOVANNI; DANTE, 1985; IEZZI, 1985; DOLCE; BRASIL, 2002; POMPEO, 2005; DANTE, 2005; PARANÁ, 2008) pudemos perceber as interligações entre as razões, relações e funções trigonométrica. Dessa forma, inferimos que estudantes que responderam a questão e suas respostas foram alocadas na UR6.1 interpretam a trigonometria de um modo conjunto e não fragmentado, podendo mostrar as relações que existem em seus conceitos.

Na UR 6.2 e na UR6.3 não obtivemos fragmentos textuais. Ao que se refere a UR6.2 “Há relações históricas” por meio dos referenciais (BRASIL, 2002; PARANÁ, 2008) que mostram propostas de ensino da trigonometria, a qual deve ser ensinada apresentando seu desenvolvimento histórico. Inferimos que os(as) futuros(as) professores(as) não tem conhecimento para relacionar historicamente as razões, relações e funções trigonométricas, assim, podemos concluir que não houve formação para o ensino da trigonometria por meio de relações históricas.

A respeito da UR 6.3 “Não há relações” entre razões, relações e funções trigonométricas, como citado anteriormente não obtivemos resultados.

Nas UR 6.4 e 6.5 foram alocados um total de 10 fragmentos textuais, sendo 5 em cada UR, nos quais estudantes participantes da pesquisa afirmam não saber se há relações entre as razões, relações e funções trigonométricas, bem como fragmentos em que estudantes não conseguem expressar seus pensamentos de modo esclarecedor ou suas respostas não correspondem à pergunta feita. Dessa forma, inferimos que os participantes tiveram seus registros alocados nas UR 6.4 e 6.5 não possuem conhecimento consistente a respeito das relações existentes entre as relações, razões e funções trigonométricas.

Na URE 6.6 “Há relação de dependência/complementação”, obtivemos o maior número de fragmentos alocados (54,54% do total). Nessa URE os(as) participantes da pesquisa afirmam haver uma relação de dependência/complementação entre as razões, relações e funções trigonométricas. Percebemos que a maioria dos(as) futuros(as) professores(as) consegue visualizar uma relação existente entre as razões, relações e funções trigonométricas, o que nos leva a inferir que esses(as) professores(as) em formação inicial têm o conhecimento dos conceitos que envolvem a trigonometria.

A URE 6.7 “Há uma relação por envolverem graus e radianos” aloca um fragmento textual que corresponde a 2,27% do total.

Para concluir a discussão referente à Questão 6, um(a) participante da pesquisa afirma que não lembrar/recordar das relações existentes entre as razões, relações e funções trigonométricas. Esse fragmento textual foi alocado na URE 6.8.

3.1.7 Análise da Questão 7

Todos(as) participantes da pesquisa selecionados(as) pelo critério de recorte de dados responderam à Questão 7, porém, algumas questões puderam ser alocadas em mais de uma UR, assim, obtivemos um total de 49 fragmentos textuais. Dessa forma, os percentuais apresentados no quadro a seguir foram realizados de acordo com o número de fragmentos textuais obtidos.

No quadro a seguir apresentamos as UR pertencentes a UC7 “História da trigonometria” que correspondem à questão “Você conhece estudos históricos a respeito da trigonometria? Em caso afirmativo, exemplifique.”, também apresentamos a quantidade de registros em cada UR e um exemplo que representa os demais registros nela alocados.

Quadro 20 - Questão 7

(UC7) - História da trigonometria	
Unidade de Registro	**Registros**
-UR7.1 “Processo humanizado”	0 registros (0%)
-UR7.2 “Astronomia, navegações e agrimensura”	2 registros (4,08%)
	“Muito pouco, apenas que a trigonometria desenvolveu-se unida a outras Ciências e trabalhos humanos, como astronomia e navegações, utilizada em cálculos de medidas “impossíveis”. (E3i2)
-UR7.3 “Desconhece”	24 registros (48,98%)
	“Não conheço nenhum tipo de estudo histórico, a respeito da trigonometria”. (E10i6)
-UR7.4 “Não contempla a pergunta”	2 registros (4,08%)
	“Já elaboramos um minicurso envolvendo a História da trigonometria, utilizamos alguns materiais que falam sobre o assunto, como o livro de Boyer, e um outro amarelo que traz atividades históricas, cujo não me recordo o nome”. (E4i2)
-URE 7.5 “Estudo e/ou confecção de instrumentos históricos como: Teodolito”	3 registros (6,12%)
	“Sim, na observação de ângulos com o Teodolito. No estudo de tamanho da sombra de alguns objetos(...)”. (F1-E12i2)
-URE 7.6 “Reconhecimento do estudo da trigonometria em diversas civilizações”	1 registro (2,04%)
	“Sim, a trigonometria foi muito utilizada no mundo antigo, tanto pelos egípcios, árabes, gregos, entre outros. Pode se destacar, por exemplo, a escola Pitagórica”. (E9i2)
-URE 7.7 “Estudos de Hiparco, Euclides, Tales de Mileto, Pitágoras”	8 registros (16,33%)
	“Apenas a história do Teorema de Tales”. (E3i14)
-URE 7.8 “Trigonometria no triângulo retângulo”	2 registros (4,08%)
	“Trigonometria no triângulo Retângulo (...)”. (F1-E13i2)
-URE7.9 “Não lembro/não recordo”	7 registros (14,28%)
	“Não me recordo de estudos históricos”. (E1i6)

Fonte: A própria autora.

Como observamos no quadro acima, a UR que obteve mais fragmentos textuais alocados é a UR7.3 com 24 registros que equivalem a 48,98% do total. Nessa UR foram alocados os fragmentos textuais em que estudantes afirmam desconhecer os estudos históricos a respeito da trigonometria. Diante dos resultados obtidos e do referencial teórico estudado inferimos que não há a formação para o ensino contextualizado a partir da história da trigonometria nos cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná (ARAMAN, 2010). De acordo com os documentos oficiais para Educação Básica e do Ensino Superior, isso mostra que há uma divergência entre o objetivo da formação inicial de professores e o que está proposto nesses para ser ensinado, está proposto para o ensino de trigonometria para Educação Básica, o ensino do conteúdo por meio de aplicações e representações gráficas, aproximando o conteúdo da realidade dos(as) estudantes, bem como, o reconhecimento do desenvolvimento da trigonometria como um processo humanizado que ocorreu em diversas civilizações em diversas épocas (BRASIL, 2002; PARANÁ, 2008; BRASIL, 2015), no entanto, nossos dados mostram que os(as) professores(as) de Matemática em formação inicial desconhecem essa contextualização proposta.

Em complemento ao que foi mencionado na UR 7.1 que diz respeito ao reconhecimento do desenvolvimento histórico da trigonometria por meio de um processo humanizado (MATTHEWS, 1995) não obtivemos registros. Assim, inferimos que há um desconhecimento a respeito desse desenvolvimento.

Ao que se refere ao desenvolvimento histórico da trigonometria por meio de estudos da Astronomia, navegações e agrimensura, obtivemos 2 registros equivalentes à 4,08% do total, esses fragmentos textuais foram alocados na UR7.2. E por meio de nossos referenciais (BRASIL,2002; GOMES, 2013; DIAS; SAITO, 2014) e da quantidade de respostas obtidas, podemos inferir que houve estudos históricos em um percentual baixo, uma vez que estudantes em formação inicial deveriam conhecer esses estudos para poder ensinar a trigonometria por meio da História da Matemática em que seu desenvolvimento surgiu a partir da Astronomia, navegações e agrimensura.

Na UR7.4 foram agrupados 2 fragmentos textuais que não correspondiam com a Questão 7 e/ou os fragmentos não estavam claros, o que nos leva a inferir falta de conhecimento do conteúdo de modo que esses(as) estudantes não conseguem responder à questão de modo coerente à pergunta.

Para alocar respostas que não se enquadravam nas nossas hipóteses, ou seja, nas UR feitas previamente, necessitamos criar 5 URE, que são: (URE 7.5)“Estudo e/ou confecção de instrumentos históricos como: Teodolito”, para agrupar fragmentos textuais em que estudantes reconhecem estudos históricos a respeito do teodolito, entre outros instrumentos; (URE 7.6) “Reconhecimento do estudo da trigonometria em diversas civilizações”, para alocar fragmentos textuais em que estudantes reconhecem o desenvolvimento da trigonometria em diversas civilizações; (URE 7.7) “Estudos de Hiparco, Euclides, Tales de Mileto, Pitágoras”, para agrupar fragmentos textuais em que os estudos históricos a respeito da trigonometria são identificados por meio dos estudiosos citados; (URE 7.8) “Trigonometria no triângulo retângulo”, para agrupar registros em que estudantes afirmam conhecer estudos históricos da trigonometria no triângulo retângulo; (URE7.9) “não lembro/não recordam” para alocar fragmentos em que estudantes afirmam não lembrar de estudos históricos. Porém não falam de desconhecimento e nem apresentam respostas que não contemplam a pergunta.

3.1.8 Análise da Questão 8

Todos(as) participantes da pesquisa responderam a Questão 8 “Ao estudar trigonometria, você teve/tem dificuldade(s)? Em caso afirmativo, quais foram/são suas dificuldades? Por gentileza, comente em detalhes”, porém algumas respostas puderam ser alocadas em mais de uma UR, dessa forma os percentuais apresentados no quadro, a seguir, foram feitos em relação ao número de fragmentos textuais obtidos (48).

Quadro 21 - Questão 8

(UC8) - Dificuldade(s)	
Unidade de Registro	**Registros**
-UR8.1 “Linguagem”	1 registro (2,08%)
	“No início da faculdade tive dificuldades em tudo, mas trigonometria era bem maior a dificuldades, foi por isso que ela foi tema do nosso minicurso. Não compreendia o significado das razões trigonométricas, não conseguia ver a razão, para mim eram nomes e valores sem sentido, e por não compreender isto, os demais conteúdos de trigonometria também não faziam sentido. Por isso, acredito que é extremamente importante trabalhar bem o conceito de razões trigonométricas, pois por meio deste conteúdo facilita a aprendizagem dos restantes”. (E4i2)
-UR8.2 “Interpretação de enunciados”	0 registros (0%)
-UR8.3 “Visualização dos gráficos”	7 registros (14,58%)
	“Sim, tive dificuldade em compreender as funções trigonométricas. Não compreendia a apresentação e análise dos gráficos” (E3i2)

-UR8.4 “Geometria e Álgebra”	0 registros (0%)
-UR 8.5 “Não teve/tem dificuldade(s)”	4 registros (8,33%)
	“Não, no Ensino Médio tive uma boa fundamentação da trigonometria, de forma que no Ensino Superior não tive muitos conteúdos novos estudados”. (E6i2)
-UR8.6 “Não contempla a pergunta”	1 registro (2,08%)
	“Sem dúvidas tive, mas não me recordo quais” (E1i2)
-URE 8.7 “definição/compreensão de conceitos trigonométricos, das razões trigonométricas, relações trigonométricas e/ou funções trigonométricas”	23 registros (47,92%)
	“Sim, a trigonometria sempre foi um conteúdo que me traz uma grande carga de dificuldade, até mesmo por estranheza um exemplo dessa dificuldade é estabelecer conexão sobre as relações e razões por essa proposta”. (E10i6)
-URE 8.8 “conteúdos abordados na Licenciatura em Matemática devido aos estudos ou falta dos estudos em trigonometria do Ensino Médio”	7 registros (14,58%)
	“Sim, dificuldades principalmente vindas do Ensino Médio e acompanharam na faculdade, pois ao estudar a Trigonometria, a estudamos para chegar em resultados para outros problemas (cálculo por exemplo) e não estudamos trigonometria especificamente”. (E9i6)
-URE 8.9 “em trigonometria quando relacionada a outros conteúdos abordados das disciplinas da Licenciatura em Matemática”	5 registros (10,42%)
	“Sim, pois inicialmente quando entrei no curso eu não tinha muito conhecimento sobre trigonometria e nem noção de como manipular algebricamente. Sendo assim, tive dificuldade em limites, equações trigonométricas, etc.” (E5i14)

Fonte: A própria autora.

Como pudemos observar no quadro apresentado anteriormente, um(a) participante da pesquisa teve/tem dificuldades relacionadas à linguagem da trigonometria. Essa resposta foi alocada na UR8.1 e o referencial teórico que nos embasou para a criação dessa UR foi Brolezzi (1996) que diz que, a dificuldade do(a) estudante se deve pela utilização de dois sistemas numéricos simultaneamente e à linguagem particular que esse conteúdo apresenta.

Na UR8.2 “interpretação de enunciados” (GOMES, 2013) não obtivemos registros, o que nos leva a inferir que estudantes não possuem dificuldade de interpretação de enunciados.

Outro tipo de dificuldade que surge nos estudo da trigonometria é a visualização e interpretação dos gráficos (SAMPAIO, 2008). Participantes da nossa pesquisa, que assumem ter essa dificuldade, tiveram suas respostas alocadas na UR8.3.

Na UR8.4 não obtivemos fragmentos textuais, uma vez que estudantes participantes da pesquisa não afirmaram ter dificuldades devido a trigonometria ter aspectos algébricos e geométricos (GOMES, 2013).

Quatro participantes da pesquisa afirmaram não ter dificuldades ao estudar a trigonometria, devido a quantidade de fragmentos textuais alocados na UR8.5 podemos inferir que poucos(as) estudantes não tem dificuldade ao aprender esse conteúdo.

Na UR8.6 foi unitarizado um registro que não contempla a pergunta, nesse caso específico não pudemos identificar qual a dificuldade apresentada pelo(a) estudante.

Nossas UR foram insuficientes para alocar os registros obtidos por meio dos questionários, para isso houve a necessidade de criação de URE.

A URE que mais teve registros foi a URE 8.7, em que estudantes afirmam ter dificuldades na definição/compreensão de conceitos trigonométricos, das razões, relações e/ou funções trigonométricas, que obteve um total de 23 fragmentos textuais.

Na URE8.8 "conteúdos abordados na Licenciatura em Matemática devido aos estudos ou falta dos estudos em trigonometria do Ensino Médio" obteve alocação de 7 fragmentos textuais em que as dificuldades de aprendizagem ocorreram na Educação Básica, ou houve a ausência desse conteúdo.

Para finalizar nossa discussão a respeito dos resultados obtidos na Questão 8, obtivemos 5 resultados alocados na URE 8.9 em que estudantes afirmam ter dificuldades ao estudar a trigonometria relacionada a outros conteúdos nas disciplinas da Licenciatura em Matemática.

CAPÍTULO 4: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa proporcionou-nos um entendimento a respeito da formação inicial de professores(as) no tema trigonometria na Educação Básica, uma vez que o objetivo do curso de Licenciatura em Matemática é formar professores para atuarem na Educação Básica.

Para a elaboração desta pesquisa foram necessários referenciais teóricos, como textos de periódicos, teses, artigos, dissertações, livros e de consulta a documentos oficiais da educação que tratassem do ensino da trigonometria, da formação inicial de professores(as), dos saberes docentes, bem como o conhecimento do conteúdo da trigonometria, da sua história e suas aplicações.

A partir desses referenciais é que montamos nossos instrumentos de pesquisa empírica, os questionários, as Unidades de Contexto e de Registro prévias e utilizamos dos Projetos Políticos Pedagógicos e das ementas das disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática para termos um panorama das disciplinas que apresentam a trigonometria explicitamente em seus conteúdos previstos.

As respostas obtidas foram lidas e unitarizadas cuidadosamente em sua totalidade, mas pela quantidade de respostas e o prazo de tempo para a conclusão, fizemos um novo critério de recorte, para reduzir o número de respostas, em uma amostra que foi analisada qualitativamente, segundo a Análise de Conteúdo de Bardin(2010).

Por meio dos dados obtidos conseguimos realizar inferências que corresponderam com nossos objetivos propostos nesta pesquisa. Dessa forma percebeu-se que os(as) professores(as) em formação inicial, em maioria, tiveram algum contato com conhecimentos trigonométricos, embora alguns dos(as) participantes da pesquisa afirmam ter estudado a trigonometria pela primeira vez na disciplina de Estágio Supervisionado, na elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) ou em projetos como o Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Ainda, ressaltamos que poucos(as) estudantes conhecem algo a respeito de estudos históricos o que nos leva a inferir que os(as) professores(as) não estão sendo formados para atuar na Educação Básica de acordo com o que está proposto nos documentos oficiais.

É relevante ressaltar que a maioria dos(as) participantes da nossa pesquisa afirma apresentar dificuldades de aprendizagem ao estudar a trigonometria. A literatura científica a respeito dos saberes docentes reiteradamente afirma que essas dificuldades nos saberes disciplinares influenciarão na atuação docente.

A partir disso, concluímos que a formação inicial de professores(as) de Matemática no Estado do Paraná está em defasagem, mesmo com a trigonometria estando inserida nas ementas das disciplinas e/ou PPP das instituições participantes da pesquisa.

Essa análise demonstra que há muito a ser investigado no tema de trigonometria na formação inicial de docentes. Perspectivas futuras de pesquisa incluem a busca de formas de inserção da trigonometria nos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática com abordagens didáticas que possam auxiliar a minimizar as dificuldades de estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior, bem como abordagens que envolvam a trigonometria de modo contextualizado e aplicado para que professores(as) em formação inicial tenham o devido preparo para atuação docente. Pensamos, também, que abordagens com essas qualidades devem ser desenvolvidas para a formação em serviço de docentes, de forma a complementar ou suplementar a formação inicial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira. **Contribuições da História da Matemática para a construção dos saberes do professor de matemática.** 2011. 238p. Tese de (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. 5. ed. Lisboa: Edições 70, 2010.

BATISTA, Irinéa de L. O ensino de teorias físicas mediante uma estrutura histórico-filosófica. **Ciência e Educação**. v. 10, n. 3, p. 461-476, 2004. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/10.pdf Acesso em: 22 jun. 2015.

BIACHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 1995.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BOULOS, Paulo. **Cálculo Diferencial e Integral**. v.1. São Paulo: Makron *Books,* 1999.

BRASIL**. Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para formação continuada.** Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Manual ENADE 2015**. Brasília: Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2015.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura – Secretaria de Educação Básica, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+)**, 2002.

BRITO, Arlete J.; MOREY, Bernadete. B. Geometria e Trigonometria: dificuldades de professores do ensino fundamental. In: FOSSA, John A. (Org.). **Presenças matemáticas**. Natal: EDUFRN, 2004. p. 9-33.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **A Tensão entre o discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática.** São Paulo, 1996. 91f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo- Faculdade de Educação.

BUENO, Francisco da S. **Grande dicionário etimológico – prosódico da Língua Portuguesa: vocábulos, expressões da língua geral e científica – sinônimo, contribuições do tupi-guarani.** v.8. São Paulo: Saraiva, 1967.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre: Pannonica, n.2, p.177-229, 1990.

DIAS, Marisa da Silva; SAITO, Fumikazu. Algumas potencialidades didáticas do “setor trigonal” na interface entre história e ensino de Matemática. **Educação Matemática em Pesquisa,** São Paulo, v.16, n.4, p.1227-1253, 2014. Disponível em: << http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/22021/pdf>>. Acesso em: 18 dezembro 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. 1.ed., São Paulo: Ática, 2005.

DIONIZIO, Fátima Q.; BRANDT, Célia F.; MORETTI, Méricles T. Emprego das funções discursivas da Linguagem na compreensão de erros de alunos em uma atividade que envolve noções de trigonometria. **Perspectivas em Educação Matemática**, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, v.7, n.15, p. 513-536, 2014.Disponível em: <<http://www.seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/901/581>>. Acesso em: 19 dezembro 2015.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar (Geometria Plana)**. ed.8. São Paulo: Atual, 2005. 9.v.

ESPINOSA, Gisela M.; CORTÉS, Gonzalo Jácome. Significado Trigonométrico en el Professor. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v.28, n.50, p.1193-1216, 2014. Disponível em:<<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v28n50/1980-4415-bolema-28-50-1193.pdf>> Acesso em: 17 dezembro 2015.

FERNANDES, George P. Realidade do aluno: uma reflexão para a formação do professor de Matemática. In: FOSSA, John A. (Org.). **Presenças Matemáticas**. Natal: EDUFRN, 2004, p.127-166.

GALVÃO, Maria E. E. L.; SOUZA, Vera H. G. de. Luas, áreas e quadraturas – um problema e muitos séculos na História da Matemática. **Revista Brasileira de História da Matemática**, SBEM, v.13, n.27, p.17-32, 2013. Disponível em: <<http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.13,no%2027/2%20-%20Maria%20Elisa_REV.pdf>>. Acesso em: 18 dezembro 2015.

GIOVANNI, José Ruy; DANTE, Luiz Robert. **Matemática- 2ºgrau: teoria-exercícios-aplicações.** São Paulo: FTD, 1985. 1.v.

GOMES, Severino C. Ensino de Trigonometria numa Abordagem Histórica: um produto educacional. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática***,* Rio Claro (SP), v.27, n.46, p.563-577, 2013. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n46/v27n46a15.pdf>> Acesso em: 17 dezembro 2015.

GRANDO, Neiva I.; PREUSSLER, Roberto. Funções trigonométricas seno e cosseno: das representações semióticas à formação de conceitos. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, v.18, n.41, p.19-27,2014. Disponível em: << http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/329>>. Acesso em: 19 dezembro 2015.

HOUAISS, Antonio; VILLAR, Mario S.; FRANCO, Francisco M. de M. **Grande Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos da Matemática Elementar (trigonometria)**. 6.ed. São Paulo: Atual, 1985. 3.v.

KARJANTO, Natanael. Mollweide's formula in teaching trigonometry. **Teaching Mathematics and its Applications***,* [s.l.], v.30, n.2, p.70-74, 2011. Disponível em:<< http://teamat.oxfordjournals.org/content/30/2/70.abstract>>. Acesso em: 18 dezembro 2015.

KATZ, Victor J. **A History of Mathematics: An Introduction.** New York: Harper Collins College Publishers, 1998.

LIMA, Elon L. et al. **A Matemática do Ensino Médio.** Rio de Janeiro: SOLGRAF Publicações Ltda., 2001. 1.v.

LOPES, Maria M. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria usando o Software Geogebra. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática***,* Rio Claro (SP), v.27, n.46, p.631-644,2013. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n46v27n46a19.pdf>>. Acesso em: 17 dezembro 2015.

LUCCAS, Simone; BATISTA, Irinéa de L. O papel da matematização em um contexto interdisciplinar no Ensino Superior. **Ciência e Educação**. v. 17, n. 2, p. 451-468, 2011.Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v17n2/a13v17n2.pdf>>. Acesso em: 20 jun.2016.

LUCCAS, Simone. **O ensino introdutório de matemática em cursos de administração:** construção de uma proposta pedagógica. 2011, 366f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina; Londrina, 2011.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MATTHEWS, Michael R. História, Filosofia e Ensino de Ciências: A Tendência atual de reaproximação. Trad. Andrade, C.M - **Science & Education**, v. 1, n.1, p.11-49, 1995.

MENDES, Iran Abreu. **Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a História da Matemática.** Rio Grande do Norte, 2001. 207 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

MUÑOZ, Francisco I. A formação dos professores e o desenvolvimento do currículo. In: SACRISTÁN, José G. (Org.) **Saberes e incertezas sobre o currículo.** Tradução de Alexandre Salvaterra. São Paulo: Penso, 2013, p.494-507.

OLIVEIRA, Adilson L. de, et al. **Matemática para escolas técnicas industriais e centros de educação tecnológica: trigonometria**. Curitiba: Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, 1988.

OLIVEIRA, Gerson P. de; FERNANDES, Ricardo U. Uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem. **Educação Matemática em Pesquisa***,* São Paulo, v.12, n.3, p.548-577,2010. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4631/3701>>. Acesso em: 18 dezembro 2015.

PARANÁ. **DIRETRIZES CURRICULARES DA EDUCAÇÃO BÁSICA MATEMÁTICA**. 2008.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: ZAHAR, 2012.

ROSS, John A.; BRUCE, Catherine D.; SIBBALD, Timothy M. Sequencing computer-assisted learning of transformations of trigonometric functions. **Teaching Mathematics and its Applications,** [s.l.], v.30, n.3, p.120-137, 2011. Disponível em: <<http://teamat.oxfordjournals.org/content/30/3/120.abstract>>. Acesso em: 18 dezembro 2015.

SACRISTÁN, J. Gimeno. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, José G. O que é currículo? In: SACRISTÁN, José G. (Org.) **Saberes e incertezas sobre o currículo.** Tradução de Alexandre Salvaterra. São Paulo: Penso, 2013, p.17-35.

SAD, Lígia A. **Educação Matemática: unidade na história e nos objetivos educacionais.** In: ANAIS do VII EPEM, São Paulo – SP: junho de 2004, p. 1-5.

SAMPAIO, Helenara Regina. **Uma abordagem histórico-filosófica na Educação Matemática: Contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio.** Londrina, 2008. 188f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

SCHNEIDER, Philip J.; EBERLY, David H. **Geometric Tools for Computer Graphics**. United States of America: Morgan Kaufmann publishers, 2003.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v.57, n.1, p.1-22, 1987.

SIMOS, Theodoros E. Exponentially and Trigonometrically Fitted Methods for the Solution of the Shrödinger Equation. **Acta Applicandae Mathematicae***,* [s.l.], v.110, n.30, p.1331-1352, 2010. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/s10440-009-9513-6>>. Acesso em: 17 dezembro 2015.

TRALDI Jr, Armando; ROSENBAUM, Luciane S. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista. **Educação Matemática em Pesquisa***,* São Paulo, v.12, n.2, p.369-393, 2010. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4192/3311>>. Acesso em: 18 dezembro 2015.

ZELLER, Mary Claudia. **The Development of Trigonometry from Regiomontanus to Pitiscus**. Ann Arbor, MI, 1944.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
“Trigonometria na Formação Inicial de Professores”

Prezado(a) senhor(a):

Este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, está vinculado ao projeto de pesquisa, intitulado “Trigonometria na Formação Inicial de Professores” de responsabilidade da pesquisadora Juliana Çar Stal referente à Dissertação de Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina/PR, sob orientação da Prof.ª Dr.ª Irinéa de Lourdes Batista. O objetivo desta pesquisa é compreender como estudantes de Licenciatura em Matemática entendem a trigonometria.

Para participar da pesquisa, é preciso que você preencha o questionário a seguir, bem como, a autorização para a publicação das respostas e suas respectivas análises. Ao autorizá-lo, estará contribuindo com a pesquisa e concordando com futuras publicações dos dados fornecidos.

Sua decisão de participar é voluntária e você pode se recusar a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa. Esclarecemos que os dados pessoais coletados serão utilizados somente para fins de pesquisa e serão tratados com sigilo e confidencialidade, de modo a preservar sua identidade.

Esclarecemos ainda, que você não pagará e nem será remunerado(a) por sua participação. Garantimos, no entanto, que todas as despesas decorrentes da pesquisa serão ressarcidas, quando devidas e decorrentes especificamente de sua participação.

A pesquisa não oferece riscos físicos, psicológicos ou morais aos participantes, visto que não haverá exposição da identidade de cada estudante no momento de coleta de dados, de análise e/ou divulgação dos resultados.

E no que se refere aos benefícios, estes só poderão ser dimensionados ao término do estudo. Contudo, esperamos que, com a aplicação de questionários, os(as) estudantes sejam instigados à reflexão a respeito da sua formação acadêmica, e do ensino dos conteúdos que eles(as) terão que ensinar.

Caso você tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos poderá nos contatar Juliana Çar Stal, rua Delaine Negro, 90, apartamento 202, bloco C – Alto da Colina, Londrina – PR. Telefone (42) 9926-7759, e-mail: ju.cstal@hotmail.com, ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Londrina, situado junto ao LABESC – Laboratório Escola, no Campus Universitário, telefone 3371-5455, e-mail: cep268@uel.br.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas devidamente preenchida, assinada e entregue à você.

Londrina, ___ de___________de 2016.

Juliana Çar Stal
R.G 9.937.808-5

Eu, (nome completo) ____________________________________, declaro ter sido informado(a) e concordo em participar, como voluntário(a), do projeto de pesquisa acima descrito.

____

ASSINATURA

APÊNDICE B- QUESTIONÁRIO

Se necessário, utilize o verso das folhas.

1- Em sua graduação, você estudou ou está estudando trigonometria ou conteúdos relacionados a ela? Em caso afirmativo, em que disciplina(s)?

____
____
____
____
____

2- Como você caracteriza a trigonometria? Por gentileza, exemplifique.

____
____
____
____
____
____
____

3- Como você caracteriza uma razão trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.

____
____
____
____
____
____

4- Como você caracteriza uma relação trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.

____
____
____
____
____

5- Como você caracteriza uma função trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.

6- Há alguma relação entre as razões, relações e funções trigonométricas? Por gentileza, justifique sua resposta.

7- Você conhece estudos históricos a respeito da trigonometria? Em caso afirmativo, exemplifique.

8- Ao estudar trigonometria, você teve/tem dificuldade(s)? Em caso afirmativo, quais foram/são suas dificuldades? Por gentileza, comente em detalhes.

Obrigada pela sua participação!

APÊNDICE C- QUESTÕES ALOCADAS NAS UR E URE

Questão 1: Em sua graduação, você estudou ou está estudando trigonometria ou conteúdos relacionadas à ela? Em caso afirmativo, em que disciplina(s)?	
(UC1) "Trigonometria na Formação Inicial de Professores de Matemática"	
-UR1.1 "a trigonometria foi estudada em diversas disciplinas"	"Sim, Fundamentos da Matemática, Complementos da Matemática, Laboratório de Ensino de Matemática, CDI-I, CDI-II, variáveis complexas, Geometria Euclidiana II, Geometria Analítica, Álgebra Linear, Física I, Física II, Modelagem Matemática". (E1i2) "Sim, estudei trigonometria básica na disciplina de Complementos da Matemática, e mais aprofundada em CDI e CDI 2, variáveis complexas, também em álgebra moderna e análise real". (E2i2) "Sim, Metodologia e Prática de Ensino I e II (3º e 4º ano, respectivamente). Complementos da Matemática (1º ano)". (E3i2) "Estudei na disciplina de Complementos da Matemática. Quando participei do PIBID, eu e uma colega fizemos um minicurso sobre a História da trigonometria. E no estágio também trabalhamos alguns conceitos de trigonometria". (E4i2) "Sim, nas disciplinas de Complementos da Matemática, CDI 1, CDI2, Álgebra, Álgebra Linear, Variáveis Complexas, Análise real". (E5i2) "Sim, foi estudado trigonometria em Complementos da Matemática e Calculo 1, ambos no 1º ano da graduação. Conteúdos relacionados à trigonometria foram vistos em Cálculo 2, Álgebra Linear e atualmente em análise real e variáveis complexas". (E6i2) "Sim, já estudei. Em complementos da matemática, cálculo I, cálculo II, Geometria Euclidiana I e II". (E7i2) "Sim, complementos, cálculo, geometria euclidiana". (E9i2) "Sim, estágio I e II e complementos da Matemática". (E10i2) "Sim, na disciplina de complementos da Matemática estudamos a trigonometria propriamente dita, mas seus conceitos estão envolvidos também em outras disciplinas como Cálculos I e II, Álgebra Linear, Física, Variáveis Complexas, etc." (E11i2) "Sim, Cálculo Diferencial e Integral I, Complementos da Matemática, Cálculo Diferencial e Integral II, Variáveis Complexas, Laboratório e Ensino de Matemática". (E12i2)

	“Sim, Cálculo I, Cálculo II, Complementos da Matemática”. (E13i2) “Em alguns momentos da graduação foi estudado sim, nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral I, Fundamentos da Matemática Elementar e Geometria Euclidiana”. (E1i5) “Estudamos sim. Foram desenvolvidos conceitos nas aulas de Cálculo Diferencial Integral I e II, Fundamentos da Matemática, Geometria Espacial”. (E2i5) “Sim, em Cálculo I e II. Porém, foi estudado mais casos onde utilizaram conceitos trigonométricos e não especificamente a trigonometria”. (E3i5) “Sim estudei praticamente no primeiro ano, mas foi utilizado em vários materiais como CDI1, 2 e 3”. (E4i5) “Sim. Cálculo Diferencial Integral I e II, alguns conceitos em EDO, Geometria Euclidiana”. (E5i5) “O conteúdo foi estudado no primeiro ano de graduação, somente, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I e Geometria”. (E6i5) “Sim, Complementos de Matemática, Geometria Euclidiana, Calculo Diferencial e Integral”. (E1i6) “Sim, Complementos da Matemática, Fundamentos da Matemática, Cálculo I, Fundamentos da Física (indiretamente), Cálculo II”. (E2i6) “Sim, Complementos de Matemática e Cálculo”. (E3i6) “Sim. Na disciplina de Complementos da Matemática, *Cálculo I, *Fundamentos da Física e Geometria Euclidiana (*Resolução de exercícios)”. (E4i6) “Sim, em Complementos da Matemática, Cálculo 1 (1º ano); Cálculo 2, Desenho Geométrico (2ºano); Fundamentos da Física, E.D.O (3ºano); Análise da reta (4ºano)”. (E5i6) “Sim, em Complementos de Matemática e uma breve apresentação também nas disciplinas de Cálculo I, II e Numérico”. (E6i6) “Sim, estudei em Complementos da Matemática, Geometria Analítica, Cálculo I e II, Cálculo Numérico, Equação Diferencial Ordinária, Fundamentos da Física”. (E7i6) “Sim. Estudei em meu Ensino Médio e na graduação, nas disciplinas de Complementos de

	Mat., Cálculo I, Geometria Euclidiana, Desenho Geométrico e Estágio Supervisionado I". (E8i6) "Sim, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral I e II". (E9i6) "Sim estudei sobre trigonometria em minha graduação em algumas disciplinas como Cálculo Diferencial Integral I e II eram aplicações, mais em especial na disciplina de Complementos da Matemática". (E10i6) "Sim. Complementos da Matemática e Desenho Geométrico". (E11i6) "Sim, nas disciplinas de cálculo e análise na reta, todas as vezes de maneira superficial, não muito aprofundada ou utilizada como recurso". (E1i8) "Sim, nas disciplinas de funções, cálculo e análise na reta". (E2i8) "Sim, trigonometria do triângulo retângulo foi visto muito pouco, em uma disciplina de Educação, mas a maior parte das vezes foi em matérias de cálculo diferencial integral e física". (E3i8) "Estudei, Cálculo I, Variáveis Complexas e em várias outras disciplinas sempre acaba utilizando trigonometria. Estudei também em Teoria de Grupos, Geometria Euclidiana, etc." (E4i8) "A trigonometria pura em si, não tive. Mas em algumas matérias foi visto alguma coisa. Como seno, cosseno, tangente, cotangente (nos cálculos)". (E5i8) "Sim, no primeiro semestre da faculdade temos uma disciplina do processo seletivo que trabalha com trigonometria. Em outras disciplinas, por exemplo, calculo três temos Trigonometria como ferramenta para estudar cálculo três". (E7i8) "Sim, em Tópicos de Matemática e nos cálculos I, II e III". (E1i14) "Sim, cálculos e Geometria Elementar". (E2i14) "Sim, nas disciplinas de Cálculo, Tópicos e Geometria Elementar". (E3i14) "Sim, Geometria Elementar e Cálculos". (E4i14) "Sim, Cálculos (I, II, III), Cálculo Numérico, Análise Real, Geometria Elementar, Tópicos de Matemática". (E5i14) "Sim, nas disciplinas de Tópicos de Matemática, Matemática Discreta, Geometria Elementar, Análise Real, Cálculo I, II, III e cálculo numérico". (E6i14)

	“Sim, Cálculos e Geometria Elementar”. (E7i14)
-UR1.2 “a trigonometria foi estudada em uma disciplina”	“Eu estudei funções trigonométricas na matéria de Funções, no primeiro período”. (E6i8)
-UR1.3 “a trigonometria não foi estudada em nenhuma disciplina”	“Em sala de aula não, mas meu trabalho de conclusão de curso sim. Pois será sobre trigonometria”. (E8i2)
-UR1.4 “Não contempla a pergunta”	
Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão 1 do questionário (44): (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E8i2), (E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E1i5), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5), (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6), (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14). - Não responderam a questão 1 do questionário (0):
Questão 2: Como você caracteriza a trigonometria? Por gentileza, exemplifique.	
(UC2) “Caracterização de trigonometria”	
-UR2.1 “Triângulos e/ou suas medidas”	“Conteúdo matemático que estuda conceitos envolvendo triângulos e ângulos. Ex: relações trigonométricas no triângulo retângulo”. (E4i2) “Trigonometria, para mim, se caracteriza como uma relação existente entre medidas e ângulos de triângulos retângulos”. (E6i2) “Como sendo o estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo e de suas várias propriedades, assim como de um triângulo qualquer. Dentre isso, entendo que estão, razões trigonométricas, ciclo trigonométrico, funções, equações e dentre outras coisas”. (E7i2) “É o estudo das propriedades dos triângulos e as medidas neles envolvidas”. (E9i2) “Estudo das relações entre lados e ângulos de triângulos. Ex: seno, cosseno e tangente”. (E10i2) “Medidas no triângulo retângulo de ângulos e lados”. (E12i2) “É a área da matemática que estuda problemas que envolvem triângulos”. (E1i5) “Estudo de triângulos e funções trigonométricas”. (E2i5) “Caracteriza como formas de medição, de onde surgem as relações trigonométricas. Há também as características no círculo, mas meu conhecimento em relação ao tema não se estende muito. Basicamente, são formas de medir triângulos no plano”. (E3i5) “Uma relação entre lados e ângulos nas figuras

	geométricas, sobretudo no triângulo". (E5i5) "Penso que a trigonometria seria o estudo das relações entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo e as medidas dos lados deste triângulo. Por exemplo: senα = cateto oposto/hipotenusa, no caso de um triângulo retângulo". (E1i6) "Para mim a trigonometria pode ser caracterizada pelas razões existentes entre os diferentes triângulos e também demais ângulos quaisquer". (E6i6) "Caracterizo como uma relação entre medidas de comprimento, altura e projeção em um triângulo retângulo, necessitando de um ângulo menor que 90º, para seu estudo. Por exemplo, podemos descobrir a altura de uma escada encaixada em uma parede em certo ângulo utilizando o comprimento da escada e sua sombra no chão". (E8i6) "(...) por exemplo, as propriedades que caracterizam um triângulo. Somados ângulos igual a 180º, polígonos com 3 lados, casos de congruência, etc." (F1-E11i6) "Estudo da posição de ângulos e medidas de lados em um triângulo". (E3i14)
-UR2.2 "Arcos, cordas, ângulos, circunferências e/ou ciclo trigonométrico":	"Conjunto de expressões que relacionam um ângulo a um valor dimensional. Ex: sen30º = ½, tg 45º=1". (E1i2) "Estudo das relações entre as medidas dos lados e ângulos de figuras geométricas. Exemplo: seno/ cosseno". (E3i2) "[...] bem como também o estudo de formas polares de números complexos, ângulos, arcos, plano cartesiano [...]". (F2-E5i2) "Como o estudo de relações entre semirretas, ângulos e semicírculos e as propriedades entre elas". (E4i5) "Um conjunto de relações geométricas, como o triângulo retângulo e o círculo trigonométrico, ângulos, retas, semirretas, etc." (E6i5) "Eu a caracterizo como uma medição diferentes das que estamos estudando, exemplo: centímetros, metros, etc. É comum usá-los e nota-los em nosso dia-a-dia, no entanto a trigonometria é algo como uma medida para círculos, circunferências e outras regiões e objetos". (E7i6) "Como relações em torno de ângulos, assim como funções. Ex. Senπ.Seno o estudo dos ângulos".

	(E9i6) “Estudos referentes ao círculo unitário, relacionados ao estudo de ângulos num triângulo retângulo”. (E2i8) “Relações com o triângulo, no caso, seus ângulos e etc.” (E1i14) “Como uma relação entre os ângulos do triângulo formado no círculo trigonométrico”. (E2i14) “Relação entre ângulos de um triângulo”. (E4i14) “Relação entre ângulos de um triângulo (...)”. (F1-E7i14)
-UR2.3 “Equações e/ou inequações trigonométricas”:	
-UR2.4 “Razões, relações e/ou funções trigonométricas”:	“Caracterizo como estudo de funções trigonométricas, ou seja, o estudo de senos, cossenos, tangentes, duas funções inversas[...]”. (F1 – E5i2) “(...) A trigonometria se caracteriza pelas razões trigonométricas e funções trigonométricas”. (F2-E8i2) “Trigonometria é a área da Matemática que estuda as relações entre as razões trigonométricas e seus ângulos correspondentes, bem como suas propriedades e aplicações”. (E11i2) “Como o estudo das funções trigonométricas. Exemplo: y=cos(x) ‘Como esta função se comporta? Qual seu domínio? Qual sua imagem?’” (E1i8) “Como as relações trigonométricas do triângulo retângulo e também a parte funcional que são as funções trigonométricas, tanto uma quanto a outra, pode-se chamar de trigonometria. Ex: sen(Θ) = co/hip , F(x) = sen (x)”. (E3i8) “É o estudo que envolve as funções seno, cosseno, tangente, etc.” (E4i8) “Como área da matemática onde estudamos algumas relações trigonométricas. Quando penso em trigonometria penso em seno, cosseno”. (E7i8) “Como sendo o estudo caracterizado pela presença de seno, cosseno, tangente e suas respectivas inversas”. (E5i14) “(...) seno, cosseno e tangente”. (F2-E7i14)
-UR2.5 “Aspecto(s) histórico(s)”	
-UR2.6 “Não sabe”	“Não sei”. (E5i8) “Não sei responder”. (E6i8) “(...) na verdade, eu não sei, eu não sei nem

	responder esta pergunta". (F2- E6i14)
-UR2.7"Não contempla a pergunta"	"Bem importante, porém não tratada de forma adequada(...)" (F1-E8i2) "Embora passe despercebida em nosso dia a dia, principalmente por quem não é da área ou não gosta de matemática, considero-a essencial, assim como todos os conteúdos trabalhados no curso". (E13i2) "Estudo de relações matemáticas providas de determinados conteúdos". (E2i6). "Um pouco difícil. Se o aluno tiver dificuldade em ver os catetos no círculo geométrico será complicado fazer cálculos, para mim também". (E3i6) "Logo que escuto a palavra trigonometria, vem a mim o sentido de localização em torno de um ponto, para está apontando". (E5i6)
-URE2.8 "Geometria"	"Caracteriza como um conteúdo da geometria". (E2i2) "[...] bem como trigonometria no estudo da geometria, por exemplo, no triângulo retângulo". (F3- E5i2) "Parte da Geometria Euclidiana. Fórmulas: $a^2+b^2=c^2$" (E4i6) "Seu conteúdo pode estar presente na geometria ao estudar triângulos retângulos e circunferências, e também em algumas aplicações". (E10i6) "O estudo da Geometria no triângulo (...)." (F2-E11i6) "Parte da Geometria que estuda os ângulos". (F1 -E6i14)
Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão 2 do questionário (44): (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E8i2), (E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E1i5), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5)., (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6), (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14). - Não responderam a questão 2 do questionário(0):
Questão 3 – Como você caracteriza uma razão trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.	
(UC3) "Caracterização de razão trigonométrica"	
-UR3.1 "Razão"	"Uma razão é uma comparação entre grandezas, portanto uma razão trigonométrica é uma comparação entre grandezas trigonométricas" (E5i2)

	“Uma razão trigonométrica é a razão existente entra a comparação das medidas dos lados de distintos triângulos retângulos.” (E6i2) “Razões trigonométricas são relações especiais que envolvem lados e ângulos de triângulos (algumas relações). Existem outras relações, mas nem tão usuais na vida acadêmica. Um exemplo é em um triângulo retângulo onde o seno é igual a razão entre cateto oposto e a hipotenusa”. (E3i5) “Acredito ser a razão entre as medidas de dois lados de um triângulo qualquer. Como exemplo, utilizando novamente um triângulo retângulo, cito a razão entre a hipotenusa e um dos catetos”. (E1i6) “Comparação dos lados dos triângulos retângulos (...)”. (F1-E4i14)
-UR3.2 “Triângulo retângulo”	“[...] que seriam razões entre os lados do triângulo retângulo”. (F2-E2i2) “É uma relação entre duas medidas de figuras geométricas. Exemplo: em um triângulo retângulo a relação entre os dois catetos forma uma razão trigonométrica”. (E3i2) “Como sendo a razão entre dois lados de um triângulo retângulo, as quais é possível concluir que essa razão depende apenas do ângulo associado aos lados e não a suas medidas”. (E7i2) “(...) e geralmente no triângulo retângulo”. (F2-E8i2) “É a razão entre os lados de um triângulo retângulo, como por exemplo, o seno, o cosseno, a tangente”. (E9i2) “A relação entre duas medidas de um triângulo retângulo. Ex: no triângulo retângulo tan=cateto oposto/cateto adjacente”. (E10i2) “Uma razão trigonométrica consiste na razão entre as medidas dos lados de um dado triângulo retângulo e está sempre relacionada a um ângulo de referência (um dos ângulos agudos internos ao triângulo em questão)”. (E11i2) “Razão trigonométrica é trabalhada no triângulo retângulo”. (E13i2) “Creio que respondi um pouco esta questão no item 2, mas mesmo assim colocarei. Penso como razões trigonométricas como a relação entre catetos do triângulo retângulo e sua hipotenusa segundo um ângulo dentro do triângulo (menor que 90º)”. (E8i6) “Não sei caracterizar, mas sei que um exemplo de razão trigonométrica é cateto oposto/hipotenusa =

	sen(α), onde cateto oposto e hipotenusa são lados de um triângulo retângulo, e α é um ângulo deste mesmo triângulo". (E6i8) "É a forma de relacionar ângulo, seno, cosseno, tangente, com os lados de um triângulo retângulo". (E7i8) "É uma razão entre elementos da trigonometria que surge a partir de um triângulo retângulo". (E3i14) "É a razão entre os lados do triângulo retângulo (...)." (F1-E7i14)
-UR3.3 "Teorema de Pitágoras"	
-UR3.4 "Semelhança entre triângulos retângulos"	"Semelhança entre triângulos". (E11i6)
-UR3.5 "Seno, cosseno e tangente"	"Razões trigonométricas seriam, sen x = cateto oposto/hipotenusa, cos x = cateto adjacente/hipotenusa, tg x = cateto oposto/ cateto adjacente [...]". (F1- E2i2) "Pode-se observar nos triângulos que conforme algumas características, como o ângulo, a razão entre os lados será a mesma, o que chamamos de cosseno, seno, tangente, etc." (E4i2) "A razão trigonométrica se caracteriza por seno, cosseno, tangente, cotangente, cossecante e secante, apenas as fórmulas (...)". (F1-E8i2) "Como uma medida de ângulo, por exemplo: cos x = a/c". (E12i2) "São relações feitas com catetos e hipotenusa dos triângulos. Exemplos: seno, cosseno". (E2i5) "Acredito que a razão trigonométrica é os processos que são usados para encontrar, por exemplo, seno, cosseno, tangente, onde são utilizadas razões entre a hipotenusa e os catetos, bem como também a razão entre os catetos". (E4i5) "A partir do seno, cosseno e tangente são possíveis estabelecer razões que determine a secante, cossecante e cotangente, por exemplo". (E6i6) "É a razão entre elementos trigonométricos, por exemplo, a tangente que é a razão entre seno e cosseno". (E2i8) "São resultados obtidos a partir da razão entre seno e cosseno. Tg (a) = sen(a)/cos(a)". (E3i8) "A razão trigonométrica é uma razão entre termos trigonométricos. Senα= cateto oposto/hipotenusa". (E2i14) "(...) senα= cateto oposto/hipotenusa". (F2-E4i14)

	“Como sendo uma razão entre seno, cosseno e etc.Ex: senx/cox”. (E5i14) “Como uma razão matemática que culmina em um valor que é associado a um ângulo. Senα=a/b”. (E6i14)
-UR3.6 “Ciclo Trigonométrico”:	“No caso de seno, cosseno e tangente, por exemplo, pode-se encontrar os seus valores como a razão dos catetos e hipotenusas do triângulo construído dentro do círculo trigonométrico”. (E6i5) “Seria algo quando se completa mais de uma volta no ciclo trigonométrico, por exemplo: 2π e 4π se localiza no mesmo ponto em um círculo trigonométrico, e com uma razão 2, sempre obteremos a mesma localização”. (E5i6)
-UR3.7 “Aspecto(s) histórico(s)”	
-UR3.8 “Não contempla a pergunta”	“A palavra razão me faz lembrar de figuras geométricas por exemplo, se existe razão entre os lados de um triângulo”. (E2i6) “Difícil. Por que se eu não tiver o uso de uma calculadora dificilmente vou obter o ângulo através da razão trigonométrica, à menos aqueles que já sabemos decorados”. (E3i6) “Como uma relação numérica entre triângulos”.(E4i6) “Caracterizo a razão assim: 2π = 360º, onde π=3,14....então 6,28 = 360º”. (E7i6) “Uma relação entre ângulos. Ex:π/2”. (E9i6) “A razão trigonométrica seria uma regra que podemos seguir, não consigo neste momento exemplificar”. (E10i6)
-UR3.9 “Não sabe”	“Não sou capaz de expressar uma opinião (definição) satisfatória”. (E5i5) “Não sei”. (E4i8)
-URE3.10 ”Não lembra/recorda”	“Não lembro”. (E5i8)
-URE3.11 “Divisão e/ou fração”	“Como a divisão de duas ou mais expressões desse conjunto. Cotg x, seny.cosy/tgx”. (E1i2) “É a divisão de uma aresta, cateto ou um lado por outro lado que pode ter diferentes nomes dependendo da situação”. (E1i5) “São os quocientes de duas funções trigonométricas, sen(x), cos(x), tg(x)”. (E1i8) “Como uma relação entre lados e ângulos, porém como uma divisão”. (E1i14)

Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão 3 do questionário(44): (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E8i2), (E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E1i5), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5), (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6), (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14). - Não responderam a questão 2 do questionário(0):
Questão 4 – Como você caracteriza uma relação trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.	
(UC4) "Caracterização da relação trigonométrica"	
-UR4.1 "Triângulos quaisquer"	
-UR4.2 "Cotangente, cossecante e/ou secante"	"Seriam as relações seno, cosseno e tangente, cotangente, secante, cossecante vistas no ciclo trigonométrico". (E2i2) "Seno, cosseno, tangente, cotangente... [...]". (F1 E13i2)
-UR4.3 "Lei dos senos e/ou lei dos cossenos"	
-UR4.4 "Relações trigonométricas fundamentais"	"Algumas operações envolvendo as razões citadas acima na pergunta anterior, possuem um padrão, como $\cos^2+\text{sen}^2=1$". (E4i2) "Caracteriza como um resultado obtido a partir das razões trigonométricas, como a relação trigonométrica fundamental em que dada a medida α (α ϵ R) associada ao ângulo, então $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$". (E7i2) "É uma relação entre razões trigonométricas. Ex: $\text{sen}^2(x) + \cos^2(x) = 1$". (E10i2) "Como maneiras de encontrar uma incógnita. Por exemplo, $\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha = 1$ ou (...)".(F1-E12i2) "(...) Por exemplo, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo inscrito no ciclo trigonométrico de raio 1, podemos obter uma relação trigonométrica fundamental ($\text{sen}^2\Theta+\cos^2\Theta = 1$) e a partir disto obtemos mais relações". (F1-E8i6) "São relações entre elementos trigonométricos, por exemplo, $\text{sen}^2+\cos^2=1$, sendo uma relação". (E2i8) "Uma lei, ou expressão, que envolva elementos trigonométricos. Por exemplo: $\cos^2 x+\text{sen}^2 x=1$". (E4i8)
-UR4.5 "Ciclo Trigonométrico"	"Relação trigonométrica é quando olhamos para o ciclo trigonométrico e relacionamos senos e cossenos e tangentes com seus respectivos ângulos". (E5i2) "[...] Relacionada ao ciclo trigonométrico". (F2-E13i2)

	"(...) o círculo trigonométrico e suas características". (F2-E4i5) "O círculo trigonométrico nos ajuda a estabelecer relações, ou seja, ao olhar para a circunferência podemos relacionar os valores de seno e cosseno para cada ângulo". (E6i6)
-UR4.6 "Aspecto(s) histórico(s)"	
-UR4.7 "Não contempla a pergunta"	"Uma relação trigonométrica, relaciona através de uma lei de formação ângulos com suas respectivas medidas em relação à lei de formação envolvida" (E6i2) "Como o nome diz relação. Então sempre no estudo da trigonometria quando utilizamos valores, esses estão relacionados a outros valores que podem ser encontrados, formando uma forma de ciclo entre eles". (E2i5) "Uma relação entre os lados de uma figura geométrica ou a circunferência". (E5i5) "'regras' que são iguais para os diferentes triângulos. Por exemplo, a soma dos lados". (E11i6) "Como uma expressão matemática em forma de equação (as que conheço)". (E1i14) "Sendo uma relação que envolve trigonometria". (E5i14) "Idem a questão 3, mas troque razão por relação". (E6i14)
-UR4.8 "Não sabe"	"Não sei diferenciar em relação aos outros conceitos". (E6i5) "Não sei caracterizar (...)". (F1- E6i8)
-URE 4.9 "Relação que envolve razões trigonométricas e/ou funções trigonométricas, triângulo"	"Como uma expressão que relaciona dois ou mais elementos da trigonometria com eles mesmos ou com qualquer outra coisa (número, medida, matriz, coordenada,....) tgx = senx/cosx, sen x= c.o/hip". (E1i2) "É a associação de razões semelhantes. Exemplo: em dois triângulos retângulos cujos lados possuem diferentes medidas, porém, são semelhantes entre si, as razões formadas pelos respectivos catetos são iguais". (E3i2) "É o estudo das características interdependentes existentes nos triângulos retângulos". (E9i2) "Uma relação trigonométrica é uma relação entre um determinado ângulo e sua razão trigonométrica correspondente. Nesta relação não se restringe o ângulo em questão apenas ao 1º quadrante". (E11i2) "Relações trigonométricas é entendido como

	relações entre seno, cosseno, tangente (e outras mais relações). Por exemplo: tangente é igual a razão entre seno e cosseno (todos de um mesmo ângulo". (E3i5) "A relação trigonométrica envolve os triângulos (...)". (F1-E4i5) "Uma relação trigonométrica seria a razão entre a medida de dois lados de um triângulo que obviamente depende do ângulo que estamos tomando para analisar. Por exemplo: seno, cosseno, tangente, secante, cotangente". (E1i6) "Penso que se trate, por exemplo, de que ou quais relações você pode extrair entre duas ou mais figuras geométricas como triângulos, se existe alguma relação entre seus lados, ângulos, etc. (...)" (F1-E2i6) "Eu vejo a relação trigonométrica no plano cartesiano (x,y), o seno eu visualizo no eixo y, o cosseno eu visualizo no eixo x e a tangente a razão entre Y e X". (E3i6) "Para mim seria, seno 30º = cosseno 60º, ou $sen\Theta/cos\Theta = tg\Theta$, isso seria relações trigonométricas". (E5i6) "No triângulo retângulo $sen\Theta = c.o/hip.$, $cos\Theta = c.a/hip$". (E7i6) "caracterizo pela ocorrência em todos os triângulos retângulos existentes na matemática (...)" (F2-E8i6) "Como relação entre diferentes funções trigonométricas $sen\alpha/cos\alpha = tg\alpha$". (E9i6) "É a relação estabelecida entre a função trigonométrica e o triângulo retângulo referente a ela". (E1i8) "São resultados que podemos tirar das funções/relações seno e cosseno. Ex: $sen^2(x)+cos^2(x)=1$, $sen^2\Theta+cos^2\Theta=1$ (...)".(F1-E3i8) "Acho que relação trigonométrica é em relação às funções trigonométricas tipo: sen(2x), cos(2x)". (E5i8) "É uma relação entre seno, cosseno e tangente e suas inversas". (E7i8) "Quando você estabelece uma relação entre razões trigonométricas". (E2i14) "Relações trigonométricas são funções trigonométricas que pertencem a um mesmo arco de valores". (E3i14)

	“A relação que existe entre os lados de um triângulo (razão)”. (E7i14) “Quando se relaciona os ângulos com os lados de um triângulo”. (E4i14)
-URE4.10 “Fórmula da adição”	“(...) cos (α+Θ) = cos α cos Θ-sen α sen Θ”. (F2-E12i2) “(...) Ou as relações sen a cos b±sen b cos a”. (F2-E2i6) “Como uma semelhança entre figuras (triângulos). Pensando bem, uma relação trigonométrica acho que é uma fórmula sen a cos b+sen b cos a”. (E4i6) “A relação trigonométrica são coisas estabelecidas para facilitar resoluções que envolvam trigonometria, julgo ser uma relação trigonométrica sen (a+b) = cos a. cos b – sen a. sen b (obs: não me lembro o sinal perfeitamente).” (E10i6) “(...) mas um exemplo é sen(a+b)=sen(a)cos(b)+sen(b)cos(a)”. (F2-E6i8) “(...) sen(a+b) = sen(a)cos(b)+sen(b)cos(a)”. (F2-E3i8)
Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão 4 o questionário (42) : (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5), (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6), (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14). - Não responderam a questão 4 do questionário(2): (E8i2), (E1i5)
Questão 5 – Como você caracteriza uma função trigonométrica? Por gentileza, exemplifique.	
(UC5) “Caracterização de função trigonométrica”	
-UR5.1 “Funções”	“Uma função trigonométrica é, ao meu ver, uma relação, expressa por uma lei de formação que é chamada de função, que relaciona todos os elementos de um conjunto denominado contradomínio, no domínio há medidas que varia de 0 até qualquer outro valor expresso em função de π”. (E6i2) “Como sendo o estudo do comportamento, propriedades de como a razão trigonométrica (sen α, cos α) entre outras, se comporta e assume quais valores conforme o ângulo α varia em todo conjunto R”. (E7i2) “São funções que utilizam razões trigonométricas importantes para realizar medições entre outras”. (E9i2)

	“Acredito que a função trigonométrica é aquela onde a variável independente é a medida dos ângulos em uma determinada relação trigonométrica, ou seja, os diferentes valores que esta relação assume para cada medida de ângulo. Por exemplo, y=senx, onde x é um ângulo qualquer”. (E1i6) “A função trigonométrica, de fato ao meu ver seria uma função qualquer que envolva razões trigonométricas, um exemplo seria: F(x) = sen(x) + 40 cos (x).” (E10i6) “São funções com base em elementos trigonométricos e uma regra que aplica valores ao variarmos determinado ângulo (...)”. (F1-E2i8) “É uma função f:h-> h e g: k->k, K(contido) C, onde a f ou g são composições das funções sen(x) ou cos(x). Ex: f(x) = sen(x), g(x)= cos(x). R(x) = sen(x)+cos(x)”. (E3i8) “É uma função só que usando a trigonometria como regra. Por exemplo: f(x) =senx”. (E7i8) “É uma função que envolve a trigonometria f(x)= sen(x)”. (E2i14) “Uma função que envolve trigonometria”. (E4i14) “Como uma função normal, entretanto utilizamos relações trigonométricas”. (E1i14)
-UR5.2 “Função periódica”	“Uma função trigonométrica é uma função periódica que relaciona (leva) ângulos a um número real dado por uma expressão que envolva uma relação trigonométrica, a qual depende do ângulo. Ex: f(x) = sen (2x), f(x) = 2+3cos (3x+1)”. (E11i2) “A função diferente da razão, vê mais de uma volta no círculo trigonométrico (...)” (F1- E8i2) “São funções importantes no estudo de triângulos. Relacionam catetos, hipotenusas, ângulos. Após isso são feitos gráficos que descrevem comportamentos periódicos”. (E2i5) “São funções que possuem uma periodicidade”. (E4i5) “Uma função que geralmente resulta em um gráfico que representa um período. A imagem sempre vai tender a um valor específico de y e seu oposto –y”. (E6i5) “(...)A través disso, podemos obter características próprias para função a ser estudada, tal como domínio, imagem, periodicidade, etc.” (F2-E8i6)
-UR5.3 “Funções seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e/ou cossecante”	“Como uma relação entre a magnitude de um ângulo e um número real. F(x) = tg x = senx/cosx”.

	(E1i2) “Seriam também seno, cosseno, tangente, cotangente, cossecante e secante quando observadas seus comportamentos no plano cartesiano”. (E2i2) “Funções trigonométricas são os senos, cossenos, tangentes, cossecantes, secantes [...]”. (F1- E5i2) “Como uma transformação que leva um ângulo α, por exemplo, na medida do cosseno de α, por exemplo: f(x) = cos (x) em que x ϵ [0, 2π] e -1≤cos x≤1”. (E12i2) “Funções trigonométricas são relações onde se tem o domínio D=(-∞, +∞) e a imagem Im=[0,1]. Um exemplo é a função f(x)= sen(x)”. (E3i5) “Uma função que envolva algum princípio da trigonometria, do tipo f(x) = sen x”. (E5i5) “Como algo que envolve seno e cosseno”. (E4i6) “Função seno, função cosseno, função tangente...” (E6i6) “Exemplo de funções trigonométricas graficamente (desenha e identifica as funções seno e cosseno no intervalo de (-π/2, 2π))”. (E7i6) “Caracterizo como uma relação entre dois conjuntos seguindo uma lei trigonométrica (não a lei do seno, cosseno, etc, mas sim a razão seno, cosseno, etc) (...)” (F1-E8i6). “Como algo que expresso um gráfico esperado senπ”. (E9i6) “Função que descreve as relações entre seus catetos e seus valores no plano cartesiano tgΘ=senΘ/cosΘ -> hip=co/ca”. (E11i6) “Uma função que a cada elemento (ângulo) dado devolve um valor. Por exemplo, f(x)=senx”. (E4i8) “Acho que as funções trigonométricas são seno, cosseno, tangente, cotangente, cossecante e tem mais uma que não lembro. Elas são e função de uma variável. Ex: senx,cosx...” (E5i8) “(...) mas um exemplo é f(x) = sen(x)”. (F2-E6i8) “Como sendo uma função de seno, cosseno, tangente e etc.” (E5i14) “É uma função que consegue-se através do arco trigonométrico e de um ângulo para encontrar uma relação. F(x) = sen(x)”. (E7i14)
-UR5.4 “Função par e/ou ímpar”	

-UR5.5 “Funções circulares inversas”	“(...) suas inversas no ciclo trigonométrico”. (F2-E5i2)
-UR5.6 “Representação algébrica e/ou gráfica”	“Assim como as demais, há sempre uma variável dependente e independente. Trabalhada no plano cartesiano”. (E13i2)
-UR5.7 “Aspecto(s) histórico(s)”	“(...) Não esquecendo que as funções seno e cosseno surgiram de uma série de funções”. (F2-E2i8)
- UR5.8 “Não contempla a pergunta”	“(...) acho que seria o mais voltado”. (F2-E8i2) “Um pouco difícil. Eu não saberia o comportamento de uma função trigonométrica em todos os ângulos para x, por exemplo, apenas para os múltiplos de π.” (E3i6) “Como uma função real que associa um número real a outro número real”. (E6i14)
- UR5.9 “Não sabe”	“Não sei caracterizar(...)” (F1-E6i8)
-URE 5.10 “a razão trigonométrica, relação trigonométrica e/ou relações angulares”.	“É a mudança nos valores das razões trigonométricas em relação as medidas dos objetos e, consequentemente, em relação ao ângulo”. (E3i2) “São relações angulares”. (E10i2) “Penso que tenha haver com ângulos. Por exemplo, o Cálculo do sen, cos, tg, cotg, sec, cossec etc, de ângulos”. (E2i6) “Seria quando algo depende de uma variável trigonométrica, quando o ângulo é variável”. (E5i6) “Os valores que podem ser atribuídos para o cosseno, seno, tangente... de um ângulo, assim ao variarmos os ângulos teremos uma variação no seu respectivo valor”. (E1i8) “É uma tripla composta por: uma regra com relações trigonométricas, domínio e imagem”. (E3i14)
Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão 5 do questionário (43): (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E8i2),(E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5), (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6), (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14). - Não responderam a questão 5 do questionário(1): (E1i5)
Questão 6- Há alguma relação entre as razões, relações e funções trigonométricas? Por gentileza, justifique sua resposta.	
(UC6) “Razões, relações e funções trigonométricas”	
-UR6.1 “Há relações por apresentarem a trigonometria”	“Todas estudam os mesmos conceitos, só que em ambientes diferentes. Como vemos razões

	trigonométricas no triângulo retângulo, o qual é usado como base para mostrar as relações trigonométricas no ciclo trigonométrico, e que também é usado como base para analisar às funções trigonométricas no plano cartesiano”. (E2i2) “Todas utilizam ângulo dos triângulos, estão associadas com o valor do ângulo e a medida dos lados de um triângulo”. (E4i2) “Sim, a questão do seno, cosseno, tangente, o gráfico das mesmas”. (E8i2) “Sim, pois todas elas levam em consideração as propriedades existentes em um triângulo retângulo”. (E9i2) “Acredito que todas elas envolvem valores como o do seno, cosseno e tangente e que são obtidos a partir do mesmo princípio, a partir do círculo trigonométrico”. (E6i5) “Sim. Todas podemos visualizar com o auxílio de um círculo trigonométrico”. (E3i6) “Sim, por exemplo no círculo trigonométrico”. (E7i6) “Sim, a trigonometria”. (E2i14)
-UR6.2 “Há relações históricas”	
-UR6.3 “Não há relações”	
-UR6.4 “Não contempla a pergunta”	“Sim, estão todos os aspectos relacionados. Porém não possuo argumentos convincentes e até conhecimento para aplicar esta relação”. (E3i5) “Sim, Teorema de Pitágoras, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa, ou $sen^2+cos^2=1$, onde 1 é o valor máximo da tangente”. (E11i6) “Há relação”. (E3i14) “Sim”. (E5i14) “Sim”. (E6i14)
-UR6.5 “Não sabe”	“Creio que sim há relação, mas não consigo estabelecer nesse momento uma justificativa plausível para a mesma”. (E6i6) “Não consigo estabelecer nenhuma ligação (...)”. (F1-E10i6) “Não sei” (E4i8) “Eu sei que existe sim alguma relação entre razões, relações e funções trigonométricas, mas não sei justificar”. (E6i8) “Sim, porém não sei explicar”. (E1i14)

-URE6.6 "Há relação de dependência/complementação"	"Sem dúvidas. Relações trigonométricas são basicamente compostas por divisões (por exemplo, senα = co/ca). Já as funções podem aparecer como razões ou relações. F(x) = tg x= sen x/cos x". (E1i2) "Sim, uma constitui a outra. As funções são generalizadas a partir das relações, as quais, por sua vez, existem pela semelhança entre as razões". (E3i2) "Sim, todas convergem para relações trigonométricas, comparam razões, ângulos e relacionam funções" (E5i2) "Sim, acredito que as razões estão presentes nas relações, e de modo semelhante, uma função é uma relação de modo que nem toda relação é uma função". (E6i2) "Todas elas estão relacionadas entre si, pois as relações advém das razões trigonométricas, assim como as funções que também é toda baseada a partir das razões trigonométricas". (E7i2) "As razões nos levam às relações e estas às funções". (E10i2) "Sim, pois em uma função trigonométrica, há uma relação trigonométrica envolvida e que, por sua vez envolve uma razão trigonométrica". (E11i2) "Sim, das razões trigonométricas encontramos as relações e podemos definir algumas funções, como por exemplo, da razão tg α = senα/cosα a função f(x) = tg x com cosα≠0". (E12i2) "Uma faz o complemento da outra. Razões são feitas por relações, as quais constituem a função". (E2i5) "Sim, acredito que uma complementa a outra, por exemplo, para as relações utilizam-se as razões e para as funções também são utilizadas as ideias de razões e relações trigonométricas". (E4i5) "Sim, ao meu ver uma função trigonométrica é uma aplicação formada por razões e relações trigonométricas". (E5i5) "Sim. As funções trigonométricas são as variações das relações trigonométricas, e estas últimas são as próprias razões. Ou seja, a relação seno é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa do triângulo. O cateto oposto depende do ângulo que estamos analisando. Quando variamos a medida deste ângulo temos uma função." (E1i6) "Sim. De acordo com as respostas anteriores, penso que estão interligadas". (E2i6)

	“Creio que entre *razões e *relações sim, mas entre funções não. *na semelhança de triângulos (proporcionais)”. (E4i6) “Sim, pois podemos envolver os três casos para solucionar determinados problemas”. (E5i6) “Sim, porém vejo somente como se uma sustentasse a outra. Por exemplo, para eu obter as relações tenho que definir ao certo (com toda demonstração matemática) quais as razões que posso trabalhar, onde o mesmo ocorre com funções (utilizando a lei da transitividade)”. (E8i6) “Sim, às vezes recorremos a estas relações para chegarmos às respostas de determinados exercícios ou problemas”. (E9i6) “(...) embora pense que estas podem estar relacionadas e que uma pode levar a solução da outra”. (F2-E10i6) “Sim, existem algumas relações, como por exemplo, ao variarmos determinadas funções variamos suas razões”. (E2i8) “Há muitas relações, pois ambos têm como base seno e cosseno, onde é possível ter as razões, relações e funções”. (E3i8) “Sim, a função pode utilizar a função trigonométrica onde a regra seja uma relação trigonométrica e que precise associar a razão trigonométrica”. (E7i8) “Sim, todas podem ser tratadas como função, se estabelecermos os parâmetros necessários”. (E1i8) “Sim, pois uma depende da outra”. (E4i14) “Sim, a relação seria a razão entre os lados de um triângulo que pode ser relacionado com o arco trigonométrico na função trigonométrica”. (E7i14)
-URE 6.7 “Há uma relação por envolverem graus e radianos”	“Sim, todas envolvem graus ou radianos”. (E13i2)
-URE6.8 “Não lembra/recorda”	“Não lembro”. (E5i8)
Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão do questionário(43): (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E8i2), (E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5), (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6), (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14). - Não responderam a questão 6 do questionário (1): (E1i5)

Questão 7- Você conhece estudos históricos a respeito da trigonometria? Em caso afirmativo, exemplifique.	
(UC7) “História da trigonometria”	
-UR7.1 “Processo humanizado”	
-UR7.2 “Astronomia, navegações e agrimensura”	“Muito pouco, apenas que a trigonometria desenvolveu-se unida a outras ciências e trabalhos humanos, como astronomia e navegações, utilizada em cálculos de medidas “impossíveis”. (E3i2) “Conheço, porém vagos. Lembro de ter visto que os gregos gostavam de estudar o raio da terra e assim utilizavam “razões primitivas” para desenvolver o cálculo”. (E8i6)
-UR7.3 “Desconhece”	“Desconheço”. (E1i2) “Não, pouco estudei sobre a história da trigonometria”. (E6i2) “Sinceramente, conheço muitos poucos trabalhos e não encontro muitos estudos históricos acerca desse tema”. (E7i2) “Não. O conhecimento que possuo da história da trigonometria é muito pouco e para utilizar em sala de aula precisaria aprofundar-se muito mais no conteúdo”. (E3i5) “Não”. (E4i5) “Não”. (E6i5) “Não, por ser uma coisa que nunca me chamou muita atenção”. (E5i5) “Não”. (E3i6) “Não”. (E9i6) “Não conheço”. (E6i6) “Não conheço”. (E7i6) “Não conheço nenhum tipo de estudo histórico, a respeito da trigonometria”. (E10i6) “Desconheço”. (E1i8) “Não”. (E2i8) “Não”. (E3i8) “Não”. (E4i8) “Não conheço”. (E7i8) “Eu sei que a trigonometria é estudada muitos anos antes de Cristo. Mas não sei especificamente um estudo histórico”. (E6i8) “Não”. (E1i14)

	“Não”. (E2i14) “Não”. (E4i14) “Não”. (E5i14) “Não”. (E6i14) “Não”. (E7i14)
-UR7.4 “Não contempla a pergunta”	“Poucos”. (E10i2) “Já elaboramos um minicurso envolvendo a História da trigonometria, utilizamos alguns materiais que falam sobre o assunto, como o livro de Boyer, e um outro amarelo que traz atividades históricas, cujo não me recordo o nome”. (E4i2)
-URE 7.5 “Estudo e/ou confecção de instrumentos históricos como: Teodolito”	“Muito pouco, apenas fiz com uma colega do PIBID um trabalho baseado na história da trigonometria, onde fizemos uma breve busca e resolvemos fazer uma atividade sobre o teodolito, onde confeccionamos os mesmos e o utilizamos para medir alturas inacessíveis”. (E2i2) “Sim, na observação de ângulos com o Teodolito. No estudo de tamanho da sombra de alguns objetos(...)”. (F1-E12i2) “(...) Já vi algumas apresentações a respeito da construção de um Teodolito”. (F2-E13i2)
-URE 7.6 “Reconhecimento do estudo da trigonometria em diversas civilizações”	“Sim, a trigonometria foi muito utilizada no mundo antigo, tanto pelos egípcios, árabes, gregos, entre outros. Pode se destacar, por exemplo, a escola Pitagórica”. (E9i2)
-URE 7.7 “Estudos de Hiparco, Euclides, Tales de Mileto, Pitágoras”	“Alguns, na escola estudamos sobre a história de Tales de Mileto e a altura das pirâmides, por exemplo, porém este ano estamos cursando a disciplina de História da Matemática, na qual provavelmente teremos um estudo mais aprofundado a respeito”. (E11i2) “(...) Talvez, Tales de Mileto utilizou, não lembro se no Teorema de Tales se faz referência a isso”. (F2-E12i2) “Sim, sobre as tabuas trigonométricas, Hiparco de Nicéia”. (E1i5) “Somente o que é comentado nas aulas, Pitágoras, Tales, entre outros. Como não gosto do conteúdo, prefiro não me aprofundar nele nos dias atuais. Eu não entendo a trigonometria, sei o suficiente para as aulas”. (E2i5) “‘acho’ que na disciplina de Geometria Euclidiana

	estudamos algo a respeito do Teorema de Tales. A professora trabalhava com a lógico-história". (E4i6) "Sim, Euclides e sua obra Os Elementos". (E11i6) "Sei que vagamente o estudo de Pitágoras engloba a trigonometria, mas não pesquisei nada sobre o assunto, por enquanto". (E5i8) "Apenas a história do Teorema de Tales". (E3i14)
-URE 7.8 "Trigonometria no triângulo retângulo"	"Não muito, já pesquisei alguma coisa e outra, como a trigonometria no triângulo retângulo de onde e por que relacionamos os catetos, mas nada muito aprofundado. Sobre a história de número π" (E5i2) "Trigonometria no triângulo retângulo (...)". (F1-E13i2)
-URE7.9 "Não lembro/não recordo"	"Já ouvi falar, porém não lembro". (E8i2) "Não me recordo de estudos históricos". (E1i6) "Que me recorde não". (E2i6) "Não me lembro de nenhum neste momento para exemplificar, mas com certeza já estudei". (E5i6) "Não me recordo de estudos históricos". (E1i6) "Que me recorde não". (E2i6) "Não me lembro de nenhum neste momento para exemplificar, mas com certeza já estudei". (E5i6)
Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão 7 do questionário (44): (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E8i2), (E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E1i5), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5), (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6) (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14). - Não responderam a questão 7 do questionário(0):
Questão 8- Ao estudar trigonometria, você teve/tem dificuldade(s)? Em caso afirmativo, quais foram/são suas dificuldades? Por gentileza, comente em detalhes.	
(UC8) "dificuldade(s)"	
-UR8.1 "Linguagem"	"No início da faculdade tive dificuldades em tudo, mas trigonometria era bem maior a dificuldades, foi por isso que ela foi tema do nosso minicurso. Não compreendia o significado das razões trigonométricas, não conseguia ver a razão, para mim eram nomes e valores sem sentido, e por não compreender isto, os demais conteúdos de trigonometria também não faziam sentido. Por isso, acredito que é extremamente importante trabalhar

	bem o conceito de razões trigonométricas, pois por meio deste conteúdo facilita a aprendizagem dos restantes”. (E4i2)
-UR8.2 “Interpretação de enunciados”	
-UR8.3 “Visualização dos gráficos”	“Sim, tive dificuldade em compreender as funções trigonométricas. Não compreendia a apresentação e análise dos gráficos” (E3i2) “Sim, a minha principal dificuldade foi de entender a trigonometria do ciclo, que fui compreender melhor, apenas depois da professora fazer uso do Geogebra (...)”. (F1-E7i2) “Sim, o maior obstáculo é transpor as ideias do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico”. (E10i2) “Sim, não conseguia entender o que era seno e o cosseno e nem localizá-los. Aprendi em complementos que a reta y é o seno e a x o cosseno”. (E4i6) “Sim, tive dificuldades em compreende as razões como funções trigonométricas, onde não conseguia compreender tópicos como periodicidade, elementos do domínio para determinadas funções, etc.” (E8i6) “Sim, tive dificuldade em entender os gráficos das funções trigonométricas, pois não entendia o comportamento do gráfico, parecia muito diferente quando comparado, por exemplo, uma função afim”. (E1i14) “Sim, dificuldades para relacionar triângulos em um círculo trigonométrico”. (E3i14)
-UR8.4 “Geometria e Álgebra”	
-UR 8.5 “Não teve/tem dificuldade(s)”	“Não, no Ensino Médio tive uma boa fundamentação da trigonometria, de forma que no Ensino Superior não tive muitos conteúdos novos estudados”. (E6i2) “Acredito não ter dificuldades”. (E1i8) “Não”. (E2i14) “Não”. (E4i14)
-UR8.6 “Não contempla a pergunta”:	“Sem dúvidas tive, mas não me recordo quais” (E1i2)
-URE 8.7 “definição/compreensão de conceitos trigonométricos, das razões trigonométricas, relações trigonométricas e/ou funções trigonométricas”	“(...) Outra dificuldade era de entender a ideia do comportamento das funções trigonométricas, e os conceitos de domínio, imagem e período das funções”. (F2- E7i2) “No ensino médio não lembro de ter dificuldades, mas no ensino superior sim, principalmente nas funções trigonométricas”. (E8i2)

	"Sim, as maiores dificuldades foram em relação às funções trigonométricas e em relação à decomposição e soma de arcos". (E9i2) "Sim, um pouco ao estudar as funções trigonométricas". (E11i2) "(...) Minha dificuldade foi perceber o que significa cosseno ou seno de um ângulo e o período das funções trigonométricas". (F2-E12i2) "Tive dificuldades com funções trigonométricas" (E13i2) "Sim, tive dificuldade no estudo das funções trigonométricas nos arcos, nas congruências de ângulos (...)". (F1- E5i2) "Sim, inicialmente em entender as relações, por exemplo, o seno de um ângulo é igual à medida do cateto oposto pela hipotenusa. Sendo essas dúvidas as apareceram, em geral, quando aparecia trigonometria a dificuldade vinha com ela". (E1i5) "Inúmeras dificuldades. Entender os princípios das deduções, aplicar teoremas, entender na prática os conceitos. Aprender as relações, e questão de ângulos e suas correspondências. Preciso sempre de um livro em mãos para resolver qualquer atividade envolvendo conceitos trigonométricos". (E2i5) "Sim, minha maior dificuldade era trabalhar operações com as relações trigonométricas e dependendo da questão a ser proposta até hoje não resolvia todas". (E3i5) "Sim, geralmente na compreensão dos conceitos". (E4i5) "Sim. Normalmente para guardar todas as relações trigonométricas para mim não fazia muito sentido algumas coisas". (E5i5) "Não me recordo de dificuldades ao estudar a Trigonometria, mas ao responder este questionário senti dificuldades em definir os 'termos' propostos". (E1i6) "Sim, tanto que tive dificuldades para responder o questionário, por não me recordar muito do conteúdo, por estudei trigonometria com mais intensidade no 1º ano, mais conforme ia estudando, as dificuldades eram sanadas". (E2i6) "Sim, agora não, mas no começo tive dificuldade em função trigonométrica". (E3i6)

	“Eu tinha muita dificuldade no Ensino Médio, confundia muito que era o seno ou cosseno, sem falar nas relações que não conhecia (...).” (F1-E5i6) “Sempre tive dificuldades em relacionar corretamente os valores de seno, cosseno, tangente e consequentemente as funções geradas a partir desses valores”. (E6i6) “Sim, o maior obstáculo, é que eu queria trazer a trigonometria para a minha realidade como algo que eu já conhecia, mas só depois de superar e entender que a trigonometria é algo diferente do que eu achava, então consegui quebrar a barreira dentro de mim mesma”. (E7i6) “Sim, a trigonometria sempre foi um conteúdo que me traz uma grande carga de dificuldade, até mesmo por estranheza um exemplo dessa dificuldade é estabelecer conexão sobre as relações e razões por essa proposta”. (E10i6) “Sim, entender as diferentes relações como os casos LAL, LLL, AAL e etc.” (E11i6) “Tenho um pouco de dificuldade em descobrir o valor de algumas funções trigonométricas. Por exemplo, sempre desenho o círculo trigonométrico para descobrir os valores mais facilmente”. (E4i8) “Na escola e na faculdade sempre tive dificuldades e tenho até hoje. Como você pode perceber nas minhas respostas anteriores, não sei justificar muitas coisas”. (E6i8) “Sim, como não tinha visto trigonometria antes da faculdade tive que aprender muita coisa básica para poder aprender o que era passado na universidade. A minha principal dificuldade foi lembrar de todas as relações trigonométricas”. (E7i8)
-URE 8.8 “conteúdos abordados na Licenciatura em Matemática devido aos estudos ou falta dos estudos em trigonometria do Ensino Médio”	“Sim, no início da graduação tive dificuldade, pois no Ensino Médio foi muito superficial (...)”. (F1-E12i2) “(...) pois não foi muito abordado na escola que estudei, então tive dificuldade na faculdade”. (F2-E5i2) “Sim, dificuldades principalmente vindas do Ensino Médio e acompanharam na faculdade, pois ao estudar a trigonometria, a estudamos para chegar em resultados para outros problemas (cálculo por exemplo) e não estudamos trigonometria especificamente”. (E9i6) “Sim, ao meu ver, faculdade prepara mal os seus alunos com respeito aos temas abordados no Ensino Básico, entre esses temas se encontra a trigonometria, trabalhada com certa relação ao

	Ensino Básico apenas na primeira disciplina vista no curso, minha dificuldade não é grande, porém recordar todas as propriedades e origens é o que me dificulta". (E2i8) "No que me lembro, sim tive dificuldade com a trigonometria. Não acho que ela tenha um foco bom no Ensino Fundamental ou Ensino Médio, já vim deficiente nesse assunto, e na faculdade não tem um estudo aprofundado. A dificuldade que sei que tenho é com as fórmulas de sen(2x) e cos (2x). Os demais conteúdos não sei dizer". (E5i8) "Sim, pois no ensino médio não estudei trigonometria então tive toda dificuldade". (E6i14) "Sim, pois quando estudei no ensino médio, vi isso superficialmente e quando me deparei na faculdade as dificuldades foram grandes, no entendimento". (E7i14)
-URE 8.9 "em trigonometria quando relacionada a conteúdos abordados das disciplinas da Licenciatura em Matemática"	"Já tive muito mais dificuldades do que agora, ainda porque antes eu dizia não gostar por ter dificuldades. Mas ainda tenho dificuldades ao lidar com trigonometria nos cálculos de limites, derivadas e integrais". (E2i2) "No início encontrei dificuldades para entender. Porém, ainda encontro dificuldade em conteúdos mais complexos envolvendo a trigonometria". (E6i5) "(...) No Ensino Superior pude aprender, porém tenho algumas dificuldades para integrar funções trigonométricas, mas são poucos casos". (F2-E5i6) "Nos estudos, na época do Ensino Fundamental e Médio, não tenho dificuldades, mas no Superior, com o Cálculo Diferencial Integral, eu tive um pouco de dificuldade". (E3i8) "Sim, pois inicialmente quando entrei no curso eu não tinha muito conhecimento sobre trigonometria e nem noção de como manipular algebricamente. Sendo assim, tive dificuldade em limites, equações trigonométricas, etc." (E5i14)
Quantidade de resposta e identificação de quem respondeu	- Total de pessoas que responderam a questão 8 do questionário (44): (E1i2), (E2i2), (E3i2), (E4i2), (E5i2), (E6i2), (E7i2), (E8i2), (E9i2), (E10i2), (E11i2), (E12i2), (E13i2), (E1i5), (E2i5), (E3i5), (E4i5), (E5i5), (E6i5), (E1i6), (E2i6), (E3i6), (E4i6), (E5i6), (E6i6), (E7i6), (E8i6), (E9i6), (E10i6), (E11i6), (E1i8), (E2i8), (E3i8), (E4i8), (E5i8), (E6i8), (E7i8), (E1i14), (E2i14), (E3i14), (E4i14), (E5i14), (E6i14), (E7i14) - Não responderam a questão 8 do questionário (0):

ANEXOS

ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA - UEL

Plataforma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: TRIGONOMETRIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
Pesquisador: Irinéa de Lourdes Batista
Área Temática:
Versão: 2
CAAE: 57486416.1.0000.5231
Instituição Proponente: Universidade Estadual de Londrina - UEL
Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 1.713.441

Apresentação do Projeto:
Pretende-se com essa pesquisa compreender como os(as) participantes da pesquisa entendem a Trigonometria, em que disciplina(s) a Trigonometria está inserida no curso de Licenciatura em Matemática e quais dificuldades os(as) participantes tiveram/tem a respeito de tal conteúdo. A referida pesquisa possibilitará a reflexão a respeito do ensino e da aprendizagem de Trigonometria na Formação Inicial de Professores e na Educação Básica. Para isso, pretende-se realizar a pesquisa de abordagem qualitativa de cunho interpretativo, tendo como instrumento de obtenção de dados questionários a respeito da Trigonometria e a aplicação será feita para estudantes do último ano/últimos semestres do curso de Licenciatura em Matemática do estado do Paraná.

Critérios de inclusão: Serão incluídos nessa pesquisa todos(as) estudantes que:
a) estiverem cursando os últimos semestres/último ano de Licenciatura em Matemática, dos cursos que obtiveram notas 4 e 5 no ENADE de 2011 e de 2014;
b) voluntariamente decidirem participar da pesquisa assinando o TCLE.

Critérios de exclusão: Os sujeitos participantes do estudo serão estudantes do último ano/últimos semestres do curso de Licenciatura em Matemática, das universidades estaduais e federais do estado do Paraná que obtiveram notas 4 e 5 no Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) dos anos de 2011 e 2014. Esclarece-se que o número da amostra de sujeitos pesquisados é dependente de quantos se disponibilizarem a participar do estudo. Assim, serão excluídos aqueles que, por livre e espontânea vontade, não quiserem participar da investigação e que não assinarem o TCLE.

Hipótese: 1. Estudantes da Formação Inicial de Professores de Matemática apresentam dificuldades ao aprender Trigonometria; 2. Poucos estudantes conhecem estudos históricos a respeito da Trigonometria.

Metodologia: O estudo será composto em duas etapas. A primeira etapa consiste na análise dos Projetos Pedagógicos e/ou ementas dos cursos de Licenciatura em Matemática, das instituições que obtiveram notas 4 e 5, no ENADE, nos anos de 2011 e 2014 no estado do Paraná. Tais instituições são: Universidade Estadual de Londrina, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Universidade Federal do Paraná, Universidade Técnológica Federal do Paraná (campus Cornélio Procópio, Toledo, Curitiba, Pato Branco), Universidade Estadual do Paraná (campus União da Vitória, Apucarana, Campo Mourão), Fundação Centro Universitário de Mandaguari, Universidade Estadual do Oeste do Paraná (campus Foz do Iguaçu e Cascavel), Universidade Estadual do Centro-oeste do Paraná (Campus Guarapuava). participantes da pesquisa por meio da Análise Documental. A segunda etapa será a aplicação de um questionário para estudantes dessas mesmas instituições. Após a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos/UEL será enviado um e mail para professores e/ou coordenadores dos cursos de Licenciatura em Matemática das instituições selecionadas para participar da pesquisa, para questioná-los se há a possibilidade da aplicação do questionário. Em algumas instituições a pesquisadora fará a coleta de dados da pesquisa no local e, devido à falta de recursos financeiros, em outras instituições serão enviados questionários, especificamente para algum(a) docente que tenha a disponibilidade de aplicá-los e enviar novamente os questionários à pesquisadora. Por se tratar de uma pesquisa indireta, em que os sujeitos respondem os questionários e não serão identificados na análise, nem as instituições.

Objetivo da Pesquisa:

OBJETIVO PRIMÁRIO: Compreender como estudantes da Licenciatura em Matemática entendem a Trigonometria.

OBJETIVOS SECUNDÁRIOS: •Investigar se os(as) estudantes de Licenciatura em Matemática conhecem algo a respeito da História da Trigonometria; •identificar se os(as) estudantes do curso de Licenciatura em Matemática apresentaram dificuldades ao estudar Trigonometria e que dificuldades foram essas.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Segundo a pesquisadora responsável:

RISCOS: A pesquisa não oferece riscos físicos, psicológicos ou morais aos participantes visto que não haverá exposição da identidade de cada estudante no momento de coleta de dados, de análise e/ou divulgação dos resultados.

BENEFÍCIOS: Estes só poderão ser dimensionados ao término do estudo. Contudo, esperamos que, com a aplicação de questionários, os(as) estudantes sejam instigados à reflexão a respeito da sua formação acadêmica e do ensino, dos conteúdos que eles(as) terão que ensinar. Em resumo, com a realização da investigação e divulgação dos resultados, espera-se que possamos acrescentar reflexões e contribuir para o ensino da Trigonometria.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Não há.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Todos os documentos necessários foram apresentados e devidamente assinados.

Recomendações:

Não há.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Dado o fato de as pendências da versão 1 serem atendidas, recomenda-se a aprovação do projeto.

Considerações Finais a critério do CEP:

Prezado (a) Pesquisador (a),

Este é seu parecer final de aprovação, vinculado ao Comitê de Ética em Pesquisas Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Londrina. É sua responsabilidade imprimi-lo para apresentação aos órgãos e/ou instituições pertinentes.

Coordenação CEP/UEL.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA - UEL

Continuação do Parecer: 1.713.441

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_744753.pdf	26/08/2016 13:38:44		Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UTFPR_TOLEDO.pdf	26/08/2016 13:37:51	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UTFPR_CORNELIO.pdf	26/08/2016 13:37:35	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UNIOESTE_FOZ.pdf	26/08/2016 13:37:15	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UNIOESTE_CASC.pdf	26/08/2016 13:36:55	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UNICENTRO.jpg	26/08/2016 13:36:41	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UNESPAR_UV.pdf	26/08/2016 13:36:22	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UNESPAR_CM.pdf	26/08/2016 13:32:34	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Declaracao_UNESPAR_APUCARANA.jpg	24/08/2016 22:29:43	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UFPR.pdf	24/08/2016 22:26:32	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_UEPG.jpg	24/08/2016 22:20:43	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_FAFIMAN.jpg	24/08/2016 22:13:08	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACA_UTFPR_PB.pdf	24/08/2016 22:11:12	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACA_UTFPR_CURITIBA.pdf	24/08/2016 22:10:30	Juliana Çar Stal	Aceito
Folha de Rosto	folhaderosto_2.pdf	01/08/2016 10:07:14	Juliana Çar Stal	Aceito
Outros	questionario.docx	26/07/2016 12:56:43	Juliana Çar Stal	Aceito
TCLE / Termos de	Termo_corrigido.docx	01/07/2016	Juliana Çar Stal	Aceito

Endereço: LABESC - Sala 14
Bairro: Campus Universitário **CEP:** 86.057-970
UF: PR **Município:** LONDRINA
Telefone: (43)3371-5455 **E-mail:** cep268@uel.br

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA - UEL

Assentimento / Justificativa de Ausência	Termo_corrigido.docx	11:44:56	Juliana Çar Stal	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	termo_sigilo.pdf	22/06/2016 12:35:02	Juliana Çar Stal	Aceito
Declaração de Pesquisadores	declaracao.pdf	22/06/2016 12:33:08	Juliana Çar Stal	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_Ju.docx	22/06/2016 12:23:29	Juliana Çar Stal	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

LONDRINA, 05 de Setembro de 2016

Assinado por:
Alexandrina Aparecida Maciel Cardelli
(Coordenador)