



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

MARIANA SOUZA INNOCENTI

**PROVA-ESCRITA-COM-COLA EM AULAS DE  
MATEMÁTICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

---

Londrina  
2020

MARIANA SOUZA INNOCENTI

**PROVA-ESCRITA-COM-COLA EM AULAS DE  
MATEMÁTICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Regina Luzia Corio de Buriasco

Londrina  
2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

M333 Innocenti, Mariana Souza .  
Prova-escrita-com-cola em aulas de matemática no 8º ano do Ensino Fundamental / Mariana Souza Innocenti. - Londrina, 2020.  
77 f. : il.

Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco.  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2020.  
Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática Realística - Tese. 2. Avaliação Didática - Tese. 3. Prova-escrita-com-cola - Tese. I. Buriasco, Regina Luzia Corio de. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51

MARIANA SOUZA INNOCENTI

**PROVA-ESCRITA-COM-COLA EM AULAS DE MATEMÁTICA NO  
8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

**BANCA EXAMINADORA**



---

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup> Regina Luzia Corio  
de Buriasco  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup> Maria Tereza Carneiro Soares  
Universidade Federal do Paraná – UFPR

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup> Pamela Emanuelli Alves Ferreira  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Londrina, 24 de fevereiro de 2020.

*À todas as pessoas que acreditam que a  
educação é libertadora.*

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família por acreditar em mim, pelo colo, por me ensinar o que é respeito, o que é carinho, o que é amor, por apoiar minha escolha pelo estudo e por tornar essa escolha possível, enfim, por tudo.

À minha orientadora, por acreditar em mim, por toda dedicação, pela atenção, pelo carinho, pela paciência e por estar sempre ao meu lado.

Às professoras participantes da banca, Maria Tereza e Pamela, por dedicarem tempo à leitura do trabalho e por todas as contribuições.

À professora Juliana Alves de Souza, por aceitar fazer parte banca como suplente, por dedicar tempo à leitura do trabalho e pelas contribuições.

Aos meus amigos do GEPEMA, por toda contribuição, pelo companheirismo.

Aos meus amigos, pelo apoio, amizade, carinho e pelos momentos de descontração.

À CAPES, pela bolsa concedida.

*Ensinar não é transferir conhecimento,  
mas criar possibilidades para a sua  
própria produção ou construção.*

*Paulo Freire*

INNOCENTI, Mariana Souza. **Prova-escrita-com-cola em aulas de matemática no 8º ano do Ensino Fundamental**. 2020. 77 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

## **RESUMO**

Esta pesquisa apresenta uma investigação do trabalho com prova-escrita-com-cola em uma turma de 8º ano de uma escola pública de um município do norte do Paraná. Com uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo, diretamente relacionada às perspectivas e vivências anteriores da pesquisadora, buscou-se discutir quais elementos da avaliação didática estão subjacentes à utilização da prova-escrita-com-cola no âmbito do ensino básico. No que diz respeito às informações presentes na cola e sua relação com as resoluções apresentadas nas provas, foi realizada uma análise da produção escrita de alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental em duas provas-escritas-com-cola (as primeiras da vida deles). A pesquisa mostrou indícios de que a cola foi utilizada como recurso pelos alunos. Uma intenção subjacente é que este trabalho sirva como um recurso para professores que ensinam matemática e buscam utilizar instrumentos avaliativos que possam oportunizar o aprendizado de seus alunos e proporcionar informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem.

**Palavras-chave:** Educação matemática realística. Avaliação didática. Prova-escrita-com-cola.

INNOCENTI, Mariana Souza. **Prova-escrita-com-cola in math classes in the 8th grade of elementary school**. 2020. 77 p. Dissertation (Masters in Mathematics Education and Sciences) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

### **ABSTRACT**

This research presents a study of the work with *prova-escrita-com-cola* with an 8th grade class of a public school in a city in northern Paraná. With a qualitative approach, of an interpretative nature, directly related to the researcher's previous perspectives and experiences, was sought to identify which elements of the didactic assessment are underlying the use of *prova-escrita-com-cola* in the scope of basic education. Regarding the information present in the written cheat and its relation with the resolutions presented in the tests, an analysis of the written production of eighth grade students was accomplished in two exams with written cheat (the firsts in their lives). The research showed evidence that the students used the cheat as a resource. An underlying intention is that this work serves as a resource for teachers who teach mathematics and seek to use assessment instruments that can provide learning opportunities for their students and provide information regarding the teaching and learning processes.

**Key words:** Realistic mathematics education. Didactic assessment. *Prova-escrita-com-cola*.

## SUMÁRIO

	<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	10
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>2</b>	<b>A AVALIAÇÃO DIDÁTICA PROPOSTA PELA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA</b> .....	14
2.1	PROVA-ESCRITA-COM-COLA .....	22
<b>3</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	24
<b>4</b>	<b>O ESTUDO</b> .....	30
4.1	ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS QUESTÕES .....	32
4.1.1	Questão 05 – Prova 1 .....	32
4.1.2	Questão 07 – Prova 1 .....	48
4.1.3	Questão 05 – Prova 2 .....	52
4.1.4	Questão 09 – Prova 2 .....	55
4.1.5	Questão 10 – Prova 2 .....	57
	<b>CONSIDERAÇÕES</b> .....	63
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	66
	<b>APÊNDICE</b> .....	68
	Questionário com as respostas da professora.....	69
	<b>ANEXOS</b> .....	71
	ANEXO A – Prova 1 .....	72
	ANEXO B – Prova 2.....	75

## APRESENTAÇÃO

Ao longo da minha graduação, no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual de Londrina, tive contato com alguns dos temas de pesquisa estudados no GEPEMA<sup>1</sup>, entre eles, avaliação e instrumentos de avaliação. Até então, entendia avaliação como “prova escrita que ocorria ao final de cada bimestre”, e o resultado dela “era uma nota”. O primeiro instrumento de avaliação diferente da prova escrita usual com o qual tive contato foi a *prova-escrita-com-cola* nas disciplinas de Tópicos de Educação Matemática e Didática da Matemática ministradas pela professora Regina Buriasco<sup>2</sup>, no segundo ano do curso. Como tarefa, a professora orientou que devíamos cortar  $\frac{1}{4}$  de folha de papel sulfite e colocarmos todas as informações que julgássemos necessárias a respeito de um texto estudado na disciplina para realizar uma prova dali quinze dias. Foi, inicialmente, um choque. Como uma professora, em uma universidade estadual, propõe ao aluno de graduação fazer uma prova utilizando cola<sup>3</sup>? Será que a professora estava nos testando? A cola tinha espaço limitado, sendo assim nós deveríamos escolher com cuidado o que colocaríamos lá. Hoje percebo que a cola oportunizou o aprendizado em todos os momentos da prova, desde a elaboração da cola até depois da prova. Ao fazer a cola, eu precisei estudar e selecionar as partes mais importantes do texto, ao fazer a prova precisei buscar os indícios na cola, ao discutirmos a prova, precisei voltar à cola e à prova e refletir. Lembro-me que havia provas com questões diferentes e que, na discussão, a professora disse que minha cola continha os indícios de uma prova que eu não resolvi e, mais uma vez, fiquei curiosa e instigada para saber quais eram as questões. Um dos objetivos da professora, ao elaborar provas com questões diferentes, foi mostrar o quão subjetiva pode ser uma nota. Minha cola era uma boa cola para a prova de um colega, porém não

---

<sup>1</sup> GEPEMA: Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação.

<sup>2</sup> Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco, coordenadora do GEPEMA.

<sup>3</sup> Cola: Anotações, apontamentos ou livro que um estudante utiliza ocultamente para responder às questões constantes de uma prova escrita; ato de um estudante obter informações para responder a uma prova escrita, utilizando essa estratégia. Michaelis online. Disponível em: <<https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/cola/>>. Acesso: 19/06/2019.

era tão boa para a minha prova. Resolver a prova do colega traria uma nota maior, entretanto, não aumentaria nem diminuiria o meu aprendizado do conteúdo abordado. Isso me levou a refletir no quão mais sabe o aluno que recebe nota 9 daquele que recebe nota 8. Faz sentido apenas atribuir uma nota por uma prova? Sempre acreditei que havia injustiça em avaliar por meio de uma prova, uma única chance de resolver o que é proposto e ser classificado de acordo com o que você não sabe.

Logo após a graduação, iniciei um curso de Especialização em Educação Matemática na UEL – Universidade Estadual de Londrina e, concomitantemente, me inscrevi como aluna especial na disciplina de Tópicos em Educação Matemática<sup>4</sup>. Assim, tive oportunidade de conhecer o vaivém<sup>5</sup> e a prova em fases<sup>6</sup>, outros instrumentos de avaliação utilizados pela docente e estudados pelo GEPEMA. Outro tema de estudo do GEPEMA que eu pude conhecer nesse período foi a Educação Matemática Realística (RME<sup>7</sup>), uma abordagem de ensino que toma a matemática como fruto da atividade humana.

---

<sup>4</sup> Disciplina do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL – Universidade Estadual de Londrina, ministrada pela Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco.

<sup>5</sup> Vaivém é um instrumento de avaliação criado e utilizado pela professora Regina Buriasco em aulas de graduação e pós-graduação desde 1978. O instrumento consiste no estabelecimento de um espaço de comunicação (por escrito) entre professor e estudantes (individualmente). De maneira geral, pode-se dizer que, no Vaivém, o professor faz uma pergunta para toda a classe e cada estudante responde em uma folha de papel. A partir da resposta individual de cada estudante, o professor faz outras perguntas, comentários ao estudante (SILVA, 2018, p.58).

<sup>6</sup> A Prova em Fases é um instrumento de avaliação cuja dinâmica, como o nome já informa, é composta de várias fases. Na primeira fase, os estudantes resolvem as questões (quais e quantas julgarem que devam fazer); nas fases seguintes, eles retomam a prova com a oportunidade de resolver questões não resolvidas ou refazer, alterar, refinar questões já resolvidas (SILVA, 2018, p. 56).

<sup>7</sup> Do inglês *Realistic Mathematics Education (RME)* – Educação Matemática Realística.

## 1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa busca apresentar um estudo de aspectos da avaliação didática subjacentes à utilização de uma prova-escrita-com-cola aplicada em uma turma de 8º. ano do Ensino Fundamental de um colégio público de um município da região norte do Paraná. Os participantes do GEPEMA<sup>8</sup> defendem a avaliação como oportunidade de aprendizagem e como prática de investigação, e essa ideia de avaliação converge para a ideia de avaliação defendida na Educação Matemática Realística (RME), outro objeto de estudo do Grupo. Tendo em vista que se pretende dar continuidade aos trabalhos desenvolvidos no GEPEMA, escolheu-se trabalhar com a *prova-escrita-com-cola* na perspectiva da Educação Matemática Realística, um instrumento de avaliação que pode oportunizar aprendizado ao aluno e ao professor, permitindo realizar uma coleta de informações e propiciando alguma investigação a respeito do que os alunos mostram saber.

No GEPEMA, foram desenvolvidos dois trabalhos cujo tema era “prova-escrita-com-cola”, o de Forster (2016), intitulado “A utilização da *prova-escrita-com-cola* como recurso à aprendizagem”, que mostra o resultado da análise de uma *prova-escrita-com-cola* realizada por uma turma de pós-graduação e o de Souza (2018), intitulado “Cola em prova escrita: de uma conduta discente a uma estratégia docente”, que mostra o resultado da análise de uma *prova-escrita-com-cola* realizada em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática. Não houve nenhum estudo desse tema natureza no âmbito do Ensino Básico, no GEPEMA.

Com o propósito de orientar o estudo, pretende-se responder à seguinte questão: que aspectos, na perspectiva da avaliação didática<sup>9</sup>, podem ser desvelados na utilização de uma prova-escrita-com-cola?

Para alcançar tal resposta, este estudo tem como objetivos:

- Conhecer a utilização da prova-escrita-com-cola em uma avaliação didática, aplicada em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental.

---

<sup>8</sup> Neste trabalho, os vocábulos Grupo e GEPEMA serão utilizados como sinônimos.

<sup>9</sup> Proposta pela RME, discutida no capítulo 2.

- Inventariar, descrever e analisar as estratégias e procedimentos mobilizados pelos alunos participantes nas resoluções das questões que compõem a prova.
- Conhecer quais informações foram escolhidas para compor a “cola”.
- Inventariar, descrever, analisar e discutir as informações presentes na cola e sua relação com as resoluções apresentadas.

Esta dissertação compõe-se de cinco partes, sendo a primeira delas esta Introdução. A segunda apresenta a abordagem Educação Matemática Realística e a avaliação didática. Na terceira, estão descritos os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa. O desenvolvimento do estudo compõe a quarta parte e, na quinta, à guisa de conclusão, estão as considerações.

## **2 A AVALIAÇÃO DIDÁTICA PROPOSTA PELA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA**

O grupo de pesquisa no qual esta pesquisadora está inserida estuda a avaliação enquanto oportunidade de aprendizagem e prática de investigação. Entende-se por avaliação a oportunidade de aprendizagem em “ocasião conveniente ao ato de aprender e a avaliação, sendo parte desse ato, deve contribuir para a aprendizagem dos alunos” (PEDROCHI JUNIOR, 2012, p. 41). A avaliação tomada como oportunidade de aprendizagem deve conter tarefas que ofereçam a possibilidade de envolver conteúdos de diferentes campos matemáticos e que exijam diferentes níveis de demanda cognitiva dos alunos. Para Ferreira (2009, p. 19), a avaliação como prática de investigação é um processo que busca respostas a respeito de como se dão os processos envolvidos na avaliação da aprendizagem escolar por meio de ações planejadas que procuram seguir os rastros, os vestígios, interrogar o que é diretamente observável, investigar. De acordo com Buriasco, Ferreira e Ciani (2009, p. 76), considerando

[...] a impossibilidade de atribuir valor quantitativo único e preciso à aprendizagem, intrínseca ao sujeito, a avaliação, como prática de investigação se mostra como alternativa por meio da qual se pode buscar informações sobre como o sujeito (aluno ou professor) mobiliza seu repertório na elaboração de conhecimento.

Para o Grupo, a avaliação trabalha a serviço da aprendizagem com intenção formativa, que de acordo com Hadji (2001a) desenvolve-se em quatro etapas cíclicas:

- planejamento;
- coleta de informações que dizem respeito aos progressos e às dificuldades de aprendizagem encontradas pelo aluno;
- interpretação dessas informações com o objetivo de operar um diagnóstico das eventuais dificuldades;
- adaptação das atividades de ensino e aprendizagem, coleta de informações, diagnóstico individualizado e ajuste da ação.

De acordo com Hadji (2001a, p.75), a avaliação com intenção formativa deve

[...] ter sempre o objetivo de esclarecer os atores do processo de aprendizagem (tanto o aluno como o professor); recusar limitar-se a uma única maneira de agir, a práticas estereotipadas; tornar os dispositivos transparentes; desconfiar dos entusiasmos e dos abusos de poder.

O Grupo usa como referencial teórico a Educação Matemática Realística e, nessa abordagem, a avaliação é denominada Avaliação Didática.

A avaliação mais apropriada para a RME pode ser melhor descrita como 'avaliação didática'. Essa avaliação está intimamente ligada à educação, e todos os aspectos dela revelam essa orientação educacional. Isto significa que o objetivo da avaliação, bem como o conteúdo, os métodos aplicados e os instrumentos utilizados são todos de natureza didática (van den HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, p. 85).

Pedrochi Jr (2012) afirma que, embora com nomes diferentes, a avaliação didática e a avaliação formativa, de modo geral, têm perspectivas convergentes, pois ambas têm como caráter essencial servir aos processos de ensino e de aprendizagem.

Para Van den Heuvel-Panhuizen (1996), a avaliação com base nos três pilares da RME: os pontos de vistas sobre o conteúdo das tarefas; a maneira com a qual o ensino é implementado, e, o modo no qual o processo de aprendizagem se desenvolve, é chamada de avaliação didática. A natureza didática se mostra na prioridade dada aos processos de aprendizagem dos alunos. No Quadro 01 estão apresentados aspectos da avaliação didática.

**Quadro 01 – Aspectos da avaliação didática**

O propósito é didático porque	<ul style="list-style-type: none"> <li>• é principalmente uma oportunidade de aprendizagem.</li> <li>• possibilita a recolha de informações dos alunos e de seus processos de aprendizagem.</li> <li>• pode subsidiar decisões educacionais particulares e, simultaneamente, dar aos alunos um <i>feedback</i> do desenvolvimento de seus processos de aprendizagem.</li> </ul>
Os conteúdos são didáticos porque	estão presentes no desenvolvimento das aulas, levados em conta antes, durante e depois do processo da reinvenção-guiada, quer seja pelo professor quer seja pelo aluno, e, podem proporcionar ao aluno experiências de lidar com situações educacionais (BURIASCO, 2020, sendo escrito).
Os procedimentos são didáticos porque	o processo de avaliação é conduzido amalgamado na prática de sala de aula, integrado com os processos de ensinar e de aprender. Mesmo porque, a natureza didática emerge ainda mais claramente na prioridade dada aos processos de aprendizagem, uma vez que deve fornecer

	<i>insights</i> das atividades de matematização dos alunos.
As ferramentas são didáticas porque	buscam evidenciar os indícios do repertório de conhecimentos dos alunos.

**Fonte:** adaptado de Forster (2016)

Nessa perspectiva, o processo avaliativo deve atender aos princípios da Educação Matemática Realística (Quadro 02) e aos nove princípios para a avaliação propostos por De Lange (1999).

1. O primeiro e principal propósito da avaliação é subsidiar a aprendizagem.
2. Métodos de avaliação devem possibilitar aos estudantes mostrarem o que sabem, não o que não sabem.
3. Um planejamento de avaliação balanceado deve incluir múltiplas e variadas oportunidades (formatos) para os estudantes mostrarem e documentarem suas realizações.
4. O processo de avaliação, incluindo pontuação e classificação, deve ser aberto aos alunos.
5. Avaliação deve operacionalizar todos os objetivos da Educação Matemática.
6. A matemática deve estar incorporada em situações realísticas<sup>10</sup>.
7. Critérios de avaliação devem ser públicos e consistentemente aplicados.
8. Os alunos devem ter oportunidades de receber *feedback* genuíno sobre seu trabalho.
9. A qualidade de uma tarefa não é definida por sua acessibilidade à pontuação objetiva, confiabilidade ou validade no sentido tradicional, mas por sua autenticidade, justiça na medida em que atende aos princípios acima mencionados.

---

<sup>10</sup> Na RME é realístico aquilo que o aluno é capaz de imaginar (FREUDENTHAL, 1973; GRAVEMEIJER; COBB, 2006).

Dessa forma, entende-se que tanto a avaliação didática também tomada como prática de investigação e como oportunidade de aprendizagem, quanto os princípios da avaliação convergem para os pilares que sustentam a Educação Matemática Realística (RME<sup>11</sup>).

A RME é uma abordagem para o ensino de Matemática, idealizada por Freudenthal no final da década de 1960 e início da década de 1970, na Holanda, para rebater as ideias apresentadas nos currículos escolares tradicionais que recebiam grande influência de outros países e, principalmente, para rebater as ideias do Movimento da Matemática Moderna. Freudenthal (1973) considerava como inversão antididática o ensino partindo de um conteúdo já sistematizado em que alunos são tomados como meros receptores de algum conhecimento. Para esse autor, isso contraria a forma como a Matemática foi construída pelo homem, é colocar a “carroça na frente dos bois”. Na direção oposta à inversão antididática, está a reinvenção-guiada, que é uma oportunidade guiada de os alunos reinventarem a matemática partindo de uma tarefa realística. Freudenthal defendia a ideia de que a matemática é fruto da atividade humana e que qualquer pessoa pode aprender matemática por meio da matematização. De acordo com De Lange (1987), a matematização é uma atividade de organizar e estruturar situações e lidar com elas por meio da matemática.

Na matematização, são reconhecidas várias atividades:

- identificar as especificidades matemáticas em um contexto geral;
- esquematizar;
- formular e visualizar um problema;
- descobrir relações e regularidades;
- reconhecer similaridades em diferentes problemas;
- representar uma relação em uma fórmula;
- provar regularidades;
- refinar e ajustar modelos;
- combinar e integrar modelos;
- generalizar (DE LANGE, 1999, p. 18).

A abordagem de ensino RME é orientada por seis princípios, que estão apresentados no Quadro 02.

---

<sup>11</sup> RME da expressão inglesa *Realistic Mathematics Education*.

**Quadro 02** – Princípios da Educação Matemática Realística

<b>Princípio</b>	<b>Do que se trata?</b>
Da realidade	Na abordagem realística, realidade é entendida “como uma mistura de interpretação e experiência sensorial” (GRAVEMEIJER; COBB, 2006, p. 63), não apenas como uma experiência com o que é considerado “concreto” no senso comum. Nesse sentido, faz parte da realidade, por exemplo, o que é material, o que pode ser experienciado a partir da imaginação, de experiências mentais e dos sentidos (o que é idealizado). Isso implica que o conhecimento matemático também pode ser considerado como parte da realidade. Desse modo, usa-se o adjetivo realístico para as situações pertencentes à realidade como é entendida pela abordagem RME.
De níveis	Gravemeijer e Doorman (1999) afirmam que a reinvenção-guiada se dá no processo de matematização progressiva, em que os estudantes podem resolver problemas de contexto em diferentes níveis e progredir para níveis mais avançados de compreensão.
Da interatividade	Ainda que a RME dê atenção aos processos envolvidos na elaboração do conhecimento de forma intrínseca ao indivíduo, considera-se, também, que aprender é uma atividade social. De Lange (1999) afirma que, por meio de discussão, justificação, explicação, ilustração, e analogias, os estudantes que lidam com problemas em diferentes níveis podem construir argumentos para elaborar ou comunicar resoluções para tarefas matemáticas, contribuindo tanto para a aprendizagem da turma quanto para sua própria aprendizagem individual.
Do entrelaçamento	Defende-se, na RME, a ideia de que os conteúdos escolares referentes ou não ao conhecimento matemático devem ser vistos como fios entrelaçados. A isso denomina-se princípio do entrelaçamento, que “significa que os domínios do conhecimento matemático, como número, geometria, medidas e tratamento da informação não são considerados como capítulos isolados no currículo, mas como fortemente integrados” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010, p. 5)
Da atividade	A matemática é considerada como uma atividade exercida por seres humanos e não somente por aqueles que são matemáticos. Ela é de valor humano, ou seja, tem valor para a constituição da humanidade do indivíduo, enquanto uma atividade relevante para a sociedade à qual ele pertence. Na RME, a matemática é vista como uma atividade cujo foco está na ação, no fazer, na matematização.
Da orientação	Aos estudantes deve ser dada a oportunidade de desenvolverem suas próprias estratégias informais e intuitivas de resolução, a fim de que, por meio de estratégias pré-formais e da orientação do professor, comecem a utilizar estratégias mais formais (VAN REEWIJK, 2001).

**Fonte:** A autora baseada em Buriasco; Silva (2017).

De acordo com van den Heuvel Panhuizen (1996), outra característica da avaliação na RME é o papel crucial desempenhado pelas tarefas de avaliação. Para essa autora, os bons problemas (tarefas) de avaliação devem ser informativos, significativos, transparentes, flexíveis e acessíveis. Pereira Jr (2014) sistematizou um quadro com as características dos bons problemas propostos por van den Heuvel Panhuizen (1996). Na RME, não há diferença entre problemas de avaliação e os problemas trabalhados em sala de aula.

**Quadro 03 – Características de um bom problema de avaliação**

Informativos	<p>Ao envolver o que o professor pretende avaliar, devem</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• expressar o máximo de informações possível a respeito do conhecimento dos alunos e de como aplicam esse conhecimento em situações novas;</li> <li>• revelar algo do processo subjacente às escolhas das estratégias e procedimentos feitos pelo aluno.</li> </ul>
Significativos	<p>Devem</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ser desafiadores, matematicamente interessantes e cativantes;</li> <li>• envolver conteúdos interessantes em situações realísticas;</li> <li>• conter características não rotineiras;</li> <li>• poder ser abordados de diferentes maneiras e em diferentes níveis de compreensão;</li> <li>• ser acessíveis aos alunos;</li> <li>• ter motivo para serem resolvidos.</li> </ul>
Transparentes	<p>Devem</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• permitir ao aluno mostrar o nível em que se encontra;</li> <li>• possibilitar informações para que todos pelo menos tentem solucioná-los.</li> </ul>
Elásticos/flexíveis	<p>São os que</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• exigem mais do que apenas lembrar de um fato ou reproduzir um procedimento conhecido;</li> <li>• não exigem uma única estratégia padrão, podem ser resolvidos por diferentes estratégias, em diferentes níveis de aprendizagem;</li> <li>• possibilitam aos alunos mostrarem seu potencial matemático;</li> <li>• demonstram seu componente educativo (o professor e o aluno poderão aprender a partir da resolução e da resposta à tarefa).</li> </ul> <p>Oportunizam aos alunos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• a utilização das suas experiências pessoais na elaboração de suas próprias respostas;</li> <li>• apresentarem suas resoluções e respostas com suas próprias palavras.</li> </ul>
Acessíveis	O enunciado deve

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ser tão claro quanto possível;</li> <li>• evidenciar se o conhecimento envolvido é insuficiente para a solução;</li> <li>• proporcionar oportunidades para aprofundamento.</li> </ul>
--	--

**Fonte:** Pereira Jr. (2014, p. 30)

Nas escolas, comumente denominam como tarefa as atividades realizadas em casa e como problema, qualquer tarefa matemática com algum contexto. Neste trabalho, a tarefa é tomada como um *start* de oportunidade de aprendizagem, uma vez que, a partir dela, o aluno pode experienciar o objeto matemático para então atribuir significado à situação; e o problema é uma tarefa para a qual não existe um algoritmo prontamente acessível, nem a percepção imediata de que há um método para chegar à solução correta.

Entende-se que tarefa pode ser uma demanda do professor dedicada ao desenvolvimento de uma ideia particular. Além disso, vale ressaltar que uma tarefa pode ser um problema, mas nem sempre. Uma tarefa pode conter vários problemas e pode ser composta por problemas, investigações, exercícios repetitivos, projetos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, entre outros.

Segundo Henningsen e Stein (1997, p. 531, tradução nossa), “uma tarefa matemática é definida como um segmento do trabalho em sala de aula que é dedicado ao aprendizado de uma ideia matemática particular”. Para Hadji (2001a, p. 86), “uma tarefa é um trabalho determinado, com vistas a um produto, que constitui um objeto que tem sua própria consistência, caráter que o mero exercício não apresenta realmente”. As tarefas, portanto, são recursos para ensinar e aprender matemática.

Ainda segundo Hadji (2001a, p. 91), “uma boa tarefa de aprendizagem é *ipso facto* uma boa tarefa de avaliação”, ou seja, as tarefas trabalhadas em sala de aula e as tarefas de avaliação não devem ser diferentes.

De Lange (1999), levando em conta as características de bons problemas/tarefas de avaliação, considera três diferentes níveis de demanda

cognitiva exigidos nas tarefas, assim apresentados por Ferreira, Buriasco (2015, pag. 466 e 467).

No Nível I, as tarefas demandam resumidamente competências relacionadas à reprodução como: reconhecer fatos, aplicar algoritmos conhecidos, desenvolver habilidades técnicas, reconhecer equivalências, recordar objetos matemáticos e propriedades, realizar procedimentos de rotina (apud DE LANGE, 1999).

As tarefas de Nível II envolvem competências de conexão. Demandam que os estudantes lidem com diferentes formas de representação de acordo com a situação, integrem informações, sejam capazes de distinguir e relacionar diferentes declarações, de decodificar e interpretar linguagem simbólica ou formal, bem como relacioná-las com a linguagem natural, formular e resolver problemas e lidar com situações (apud DE LANGE, 1999). Nesse nível, as tarefas demandam alguma forma de matematização. Segundo esse mesmo autor, frequentemente, as tarefas desse tipo são colocadas dentro de um contexto de envolver os alunos na tomada de decisão matemática.

As tarefas de Nível III (reflexão) envolvem a matematização de situações que, segundo De Lange (1999), reside no conhecimento e na extração da Matemática envolvida, bem como sua utilização para a resolução do problema. Envolvem análise, interpretação, desenvolvimento de modelos e estratégias, proposição de questões, apresentação de argumentação, provas, generalizações, incluem ainda reflexão a respeito de todo o processo (apud DE LANGE, 1999).

Luckesi (2005) defende que os instrumentos de avaliação deveriam ser chamados de instrumentos de coleta de informações para a avaliação, na medida em que eles, em si, não avaliam, apenas coletam informações que descrevem o desempenho provisório do aluno diante de determinados critérios.

Um dos objetivos da prática avaliativa citado por Hadji (2001a, p. 73) é que o avaliador “deve diversificar sua prática pedagógica por meio de um aumento de sua variabilidade didática”. A prova-escrita-com-cola pode ser uma ferramenta usada pelo avaliador para aumentar essa variabilidade didática. De acordo com Pedrochi Júnior (2012, p. 50),

[...] a utilização de diferentes instrumentos (inclusive da autoavaliação) e a prática de fornecer feedbacks permitem a obtenção de informações mais fidedignas e úteis que podem servir para professor e alunos continuarem aprendendo.

Todo instrumento de avaliação tem relação com o que o professor quer ver da aprendizagem do aluno. Ou seja, para que um instrumento seja de fato de avaliação, sua escolha deve ser intencional.

## 2.1 Prova-escrita-com-cola

A prova escrita é uma ferramenta com a qual é possível coletar informações do que o aluno sabe. De acordo com Hadji (2001b, p. 133), ferramenta “é todo meio interno, pertencente ao indivíduo e dominado por ele, que lhe permite ser e agir conforme os universais antropológicos”. Levando em consideração que o ambiente de sala de aula está inserido em um meio de ensino e de aprendizagem, pode-se afirmar, segundo FORSTER (2016), que a prova-escrita-com-cola pode ser considerada um meio de ensino em aulas de matemática, uma vez que os meios de ensino

[...] são recursos, de qualquer natureza, que auxiliam o trabalho do professor, podem ser instrumentos auxiliares que atuam passivamente nos processos de ensino e de aprendizagem e podem ser recursos portadores de informação, necessários ao alcance de objetivos previstos (SANTOS, 2014, p. 51).

Hadji (2001b, p. 124) afirma que o “educador tem a tarefa de reunir as condições capazes de despertar o desejo de aprender”. Uma pessoa não pode obrigar outra a se envolver em algum conteúdo com alegria, mas ela pode dialogar e refletir com ela, responder suas perguntas, deixar livros a seu alcance, entre outras ações. Quando um professor pede que o aluno prepare uma cola para resolver uma prova, o aluno que elaborar a cola vai se sentir convidado a pensar nas possíveis questões que o professor colocará na prova, vai pensar em qual informação será mais importante colocar na cola e, conseqüentemente, estudará o conteúdo cobrado na prova. Isso possibilita que o professor crie condições capazes de despertar o desejo do aluno em aprender.

A partir da cola elaborada, o professor pode observar quais informações os alunos julgaram mais importantes, a organização da cola, se

colocaram exemplos ou não, se preencheram todo o espaço da cola ou não. De acordo com Santos (2014, p. 51), uma

estratégia de ensino diz respeito às decisões ou ações tomadas pelo professor e possui uma dimensão de planejamento e uma dimensão de execução. A dimensão de planejamento refere-se ao plano do “o que” deve ser feito e do “como” deve ser feito, e a dimensão da ação refere-se à execução do que foi planejado. Além disso, para que a estratégia de ensino seja posta em prática, faz-se necessária a utilização de meios de ensino.

Nessa perspectiva, por um lado, a cola pode ser utilizada como estratégia de ensino para aulas de matemática, uma vez que o professor pode subverter a ideia de que cola é algo indesejável, ou um ato de corrupção, e utilizá-la para trabalhar em prol da aprendizagem (SOUZA, 2018). Por outro lado, pode ser utilizada como uma estratégia de estudo para o aluno.

A expressão “prova-escrita-com-cola” foi cunhada por Forster (2016) a fim de evidenciar a ideia de que a cola deve fazer parte da prova. De acordo com Forster (2016, p. 27), a prova-escrita-com-cola “é uma prova escrita na qual o aluno tem a sua disposição um pedaço de papel, a cola, em que ele pode anotar as informações que julgar pertinentes para utilizar durante a realização da prova”.

A prova-escrita-com-cola é um instrumento de avaliação que fornece oportunidade de aprendizagem ao aluno, já que ele deve decidir o que colocar nela, além disso, possibilita que o professor colete informações quanto aos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes. Ou seja, é um instrumento que possibilita ao professor trabalhar a avaliação na perspectiva adotada pelo GEPEMA.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta é uma investigação de natureza qualitativa na qual haverá uma interação entre o pesquisador e a situação estudada, dado o interesse em compreender as maneiras particulares com as quais os sujeitos de pesquisa interpretam as situações vividas e as relações nas quais estão envolvidos. Esse tipo de pesquisa enfatiza o processo e não os resultados, porque, mais do que testar teorias, interessa-se em buscar entender a realidade. Na presente pesquisa, a interpretação do pesquisador está diretamente relacionada às suas perspectivas e vivências anteriores. Essa interpretação também pode ser (re)configurada a partir de novos elementos que sejam incorporados ao referencial teórico, mas não é possível estabelecer procedimentos prévios sistematizados.

As informações coletadas de duas provas aplicadas em uma turma de 8°. ano de um colégio estadual de um município da região norte do Paraná foram fornecidas por uma professora. Os alunos não conheciam o instrumento avaliativo utilizado, a prova-escrita-com-cola. A professora aplicou as provas em duas turmas, no 8°MA e no 8°MB, e escolheu-se, arbitrariamente, trabalhar somente com as provas do 8°MB devido ao número elevado de alunos nas turmas. A turma analisada é composta por 34 alunos, 33 fizeram a primeira prova e, desses 33, um não preparou a cola. Todos os alunos realizaram a segunda prova e todos prepararam a cola. A professora avisou, com duas semanas de antecedência, tanto na primeira quanto na segunda prova, que haveria prova e comunicou que deveriam trazer uma cola em  $\frac{1}{4}$  de folha sulfite, frente e verso, com as informações que julgassem necessárias acerca do conteúdo delimitado. Solicitou, também, que os alunos levassem uma calculadora no dia da prova. Além disso, avisou que as questões que apresentassem indicativos na cola para uma resposta correta teriam maior valor. Após a realização das provas, a professora forneceu as provas à pesquisadora com as colas dos alunos para que ela pudesse tirar cópias e iniciar as análises.

De início, todas as folhas das provas receberam um código como identificação, por exemplo, 1P8B01\_1 para a primeira página da primeira prova do primeiro aluno, como ilustrado na Figura 1.

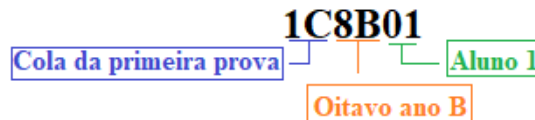
**Figura 01** – Código da primeira página da primeira prova do primeiro aluno do 8°. ano B



Fonte: da autora

Para as colas, também foi utilizado um código, por exemplo, 1C8B01 para a cola da primeira prova do primeiro aluno, assim como está ilustrado na Figura 2. Tanto as colas como as provas foram codificadas em ordem alfabética.

**Figura 02** – Código da primeira cola do primeiro aluno do 8°. ano B



Fonte: da autora

Em um segundo momento, a pesquisadora solicitou à professora que escrevesse um relato da dinâmica das provas. A professora fez um relato<sup>12</sup>, com tinta e papel, de como foi realizado o processo da aplicação das duas provas.

#### **Relato da aplicação da primeira prova elaborado pela professora**

“A prova durou aproximadamente 90 minutos. Quatro alunos não terminaram no tempo previsto. A prova foi aplicada no dia 06/07/2018. Alguns deixaram de trazer transferidor e calculadora como combinado no início do trimestre. Fizeram sem calculadora e uma aproximação no gráfico (Não foi permitido o empréstimo, uma vez que era um combinado de longa data, e tratava-se de correção quanto a responsabilidades e compromisso). Há alguns alunos que não fizeram cola, escrevi na prova deles, embora tenha dito que descontaria nota nas questões, e acabei por descontar apenas

<sup>12</sup> Os dois relatos foram transcritos como escrito pela professora.

0,3. Foi a primeira prova com cola da vida deles (e minha), foi combinado 2 semanas antes e lembrado a cada encontro. A cola deveria ou ser feita frente e verso em  $\frac{1}{4}$  da folha ou  $\frac{1}{2}$  da folha só frente, feita à caneta (poderia escolher as cores, menos vermelha) e colocar o que ele (aluno) considerasse conveniente com qualquer tamanho de letra. Disse que deveria estar na cola o que cobrasse na prova, senão a questão não teria valor integral. Os três conteúdos abordados são gráfico setorial, retas paralelas cortadas por uma reta transversal e polígonos – feitas nessa ordem nos trabalhos em sala de aula – foram trabalhadas de modo investigativo, medindo ângulos pra ver as observações, e discutidos os conceitos com o grupo, sempre levando em conta suas falas. A princípio tiveram uma recusa, talvez inseguranças. Aulas depois queriam que eu consentisse o que estavam fazendo na cola. Para a correção distribuí provas do 8ºMA para os alunos do 8ºMB e vice-versa. No quadro de giz perguntava à turma o que consideravam como mais correto e resolvemos juntos, em seguida eles faziam a correção e pontuaram. O aluno P.R., que está sendo encaminhado para o núcleo de altas habilidades, ao terminar, pedi para sentar-se com G. M. e ajudá-lo. O colégio Estadual XXXXX XXXXXX, Ensino Fundamental e Médio atende 3 períodos. É um colégio de bairro com aproximadamente 700 alunos. No período da manhã atende Ensino Médio, nonos anos e oitavos anos. No período da tarde atende sextos, sétimos e oitavos anos. No período noturno, só Ensino Médio.” (Professora, 2018)

Os objetivos da primeira prova foram informados pela professora por meio de um questionário (Apêndice) e são os seguintes:

**Quadro 04** – Objetivos das questões da primeira prova informados pela professora

Questão	Objetivos:
Q1	Identificar os conceitos de ângulo congruentes e suplementares;
Q2	Identificar ângulos correspondentes, alternos internos e externos; colaterais internos e externos e correspondentes.
Q3	Aplicar fórmula de dedução do número de lados dado o número de diagonais.
Q4 Q6	Saber o conceito/calcular apresentando raciocínio de Soma dos ângulos internos, Soma dos ângulos externos, ângulo interno, ângulo externo e número de Diagonais.
Q5	Identificar o cálculo para determinar os ângulos de uma dada reta paralela cortada por uma reta transversal; Saber determinar todos os ângulos assim formados.
Q7	Calcular porcentagens, o ângulo correspondente. Saber construir um gráfico setorial e apresentar elementos de tratamento da informação (título, legenda, fonte e as porcentagens correspondentes).

### Relato da aplicação da segunda prova elaborado pela professora

“Na segunda prova, os conteúdos abordados foram triângulos e quadriláteros. No estudo de triângulos, as aulas foram abordadas por meio de perguntas as quais guiaram as dinâmicas da aula. Uma das primeiras perguntas foi: qualquer medida forma um triângulo? A partir desta pergunta, a maior parte dos alunos achavam que formava, então passei algumas medidas na lousa e eles, com auxílio de régua, tentaram formar triângulos com a medida dada e perceberam que não era com qualquer medida que se formavam triângulos. Na sequência foi feita a segunda pergunta: já que perceberam que não é com qualquer medida que se forma triângulo, quais medidas formam triângulos? Por meio de investigação, arriscaram a dizer alguns motivos, então mostrava exemplos de triângulos que negavam as hipóteses dadas por eles, gerou discussões e podia-se arriscar, se não, não avançávamos, até que o PH, percebeu uma relação. Continuei a questioná-los de que será que a hipótese dele estava certa? Tentem verificar em todos os casos. Foi incentivado a cada descoberta, o registro em português, estimulando a organização mental. Nesse período havia decidido que só por meio de perguntas que aula seria conduzida. E assim foi feito, ora desenhava triângulos para descobrirem relações de ângulos ou quadriláteros. Na prova com cola, desta vez, não foi preciso muitas explicações e nem insistir para confiarem na abordagem, eles mesmos pediram, quase todas as aulas diziam: vai poder fazer a cola, né, professora? Respondia que sim, nos mesmos formatos, porém disse que na última prova com cola fiz “vistas grossas” com alguns combinados, havia colas a lápis, mas o combinado era a caneta, mas que nesta vez seria mais rigorosa. Durante o processo perguntavam: pode pôr assim na cola, né, professora? Ou pode pôr até isso na cola, né, professora? Respondia sempre a mesma coisa, coloque o que quiser querido(a), desde que caiba no aspecto combinado. Os objetivos das questões eram,

Questão	Objetivos
Q1	Verificar se forma ou não triângulos, atentar para a condição de existência deles.
Q2	Usar a condição de existência para resolver a situação problema.
Q3	Identificar, dados os ângulos, a classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.
Q4	Saber determinar o valor de incógnitas angulares internas de um triângulo.
Q5	Saber calcular as medidas dos ângulos internos de triângulos isósceles, observando a congruência dos lados.
Q6	Saber reconhecer as relações de classificação de triângulos.
Q7	Identificar mediana, bissetriz e altura de um triângulo.
Q8	Identificar os pontos notáveis de um triângulo

Q9	Saber determinar as medidas dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer desenvolvendo uma equação que deriva dela.
Q10	Saber determinar as medidas dos ângulos internos de um retângulo, quadrilátero qualquer, trapézio, paralelogramo e losango.

No dia da prova, que foram aproximadamente 90 minutos (duas aulas geminadas), foi aplicada no dia 22/08/2018, período da manhã e novamente alguns alunos deixaram de trazer calculadora, e pasmei que houve aluno que não trouxe a cola. Alguns alunos disseram que nem precisava da cola, só o fez porque tiraria nota se não a fizesse. Outros me mostraram orgulhosos a cola, olha professora fui bem caprichoso né? Há alunos que exclamaram: ainda bem que tem a cola! Ainda comentários como: “é professora, você forçou a gente estudar tendo que fazer a cola”. Durante a prova, perguntei se a cola está sendo interessante. Muitos exclamaram: “ô!”, “muito!”, “ah professora, de tanto estudar nem preciso dela”, “quando estava fazendo a cola, percebi que sabia e que nem precisava!”. Esperava que tivesse na cola da 2ª prova:

- que a soma dos dois menores ângulos de um triângulo fosse maior que o maior lado;
  - Classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos;
  - Elementos de um triângulo;
  - Soma dos ângulos internos de um triângulo;
  - Soma dos ângulos internos de um quadrilátero;
  - Tipos quadriláteros e classificações de trapézio”
- (Professora, 2018)

A pesquisadora, após ler os relatos da professora, percebeu que faltavam algumas informações pediu a ela que respondesse um questionário para completar o que havia sido pedido (Apêndice).

Em seguida, foram elaborados dois inventários, um da primeira prova e outro da segunda, contendo as estratégias e procedimentos que utilizaram.

Em um segundo momento, foram realizados dois inventários, um da primeira prova e um da segunda, contendo as informações presentes na cola de cada aluno.

Em um terceiro momento, elaborou-se um inventário para cada prova com a descrição das estratégias e dos procedimentos realizados no primeiro inventário, o indício relativo à questão presente na cola e alguns comentários.

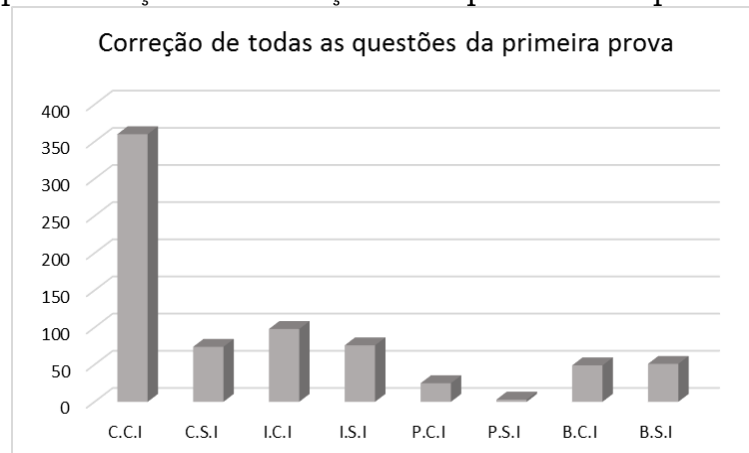
Em um quarto momento, foi feito um agrupamento do terceiro inventário em relação aos comentários feitos por mim e em relação às estratégias e aos procedimentos escolhidos pelos alunos para as questões 5 e 7 da primeira prova e para as questões 5, 9 e 10 da segunda prova. Essas questões foram selecionadas porque as outras ou eram de múltipla escolha, ou de verdadeiro ou falso, ou de associação, ou de resposta direta, o que impossibilita analisar estratégias, procedimentos e discutir a possível relação entre as informações presentes nas resoluções e na cola.

## 4 O ESTUDO

Para o início do estudo das provas, foi feita a correção delas, sempre verificando se havia indício da resposta da questão na cola, ou não. As Figuras 03 e 04 apresentam a quantidade de alunos que

- acertaram a questão e havia indício na cola (C.C.I).
- acertaram sem indício na cola (C.S.I);
- erraram e havia indício na cola (I.C.I);
- erraram sem indício na cola (I.S.I);
- acertaram parcialmente a questão e havia indício na cola (P.C.I);
- acertaram parcialmente a questão sem indício na cola (P.S.I);
- deixaram a questão em branco e havia indício na cola (B.C.I);
- deixaram a questão em branco e não havia indício na cola (B.S.I).

**Figura 03** – Apresentação da correção das questões da primeira prova



Fonte: da autora

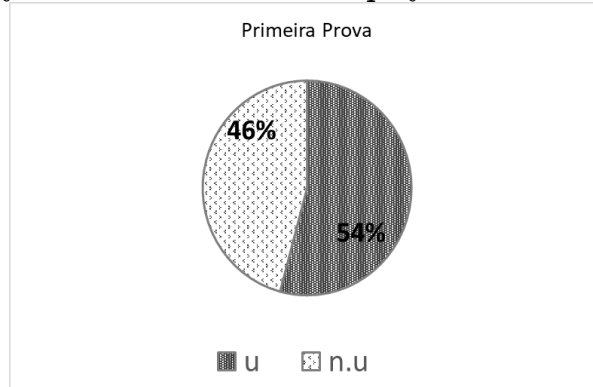
**Figura 04** – Apresentação da correção das questões da segunda prova



Fonte: da autora

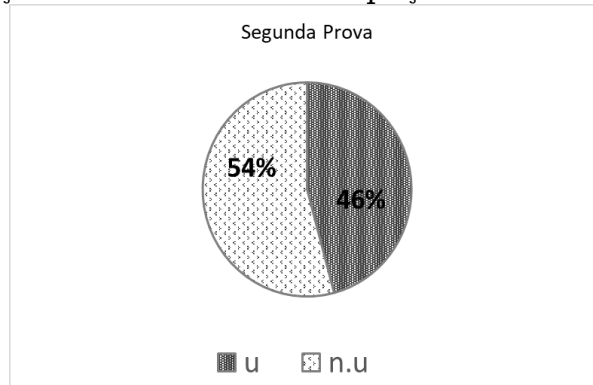
O próximo passo foi observar se os alunos utilizaram ou não todo o espaço da cola. Foi utilizado o código **u** para o aluno que utilizou todo o espaço e **n.u.** para o aluno que não utilizou.

**Figura 05** – Utilização ou não de todo o espaço nas colas na primeira prova



Fonte: da autora

**Figura 06** – Utilização ou não de todo o espaço nas colas na segunda prova



Fonte: da autora

Na correção das provas, as questões foram classificadas de acordo com os parâmetros de facilidade.

<b>Parâmetros de facilidade utilizados</b>	<b>% de acerto</b>
Muito difícil	00% a 15%
Difícil	15% a 35%
Médio	35% a 65%
Fácil	65% a 85%
Muito fácil	85% a 100%

Fonte: Buriasco (1999, p. 110)

**Tabela 01** – Distribuição das Questões da Prova 1 quanto à facilidade

<b>Parâmetro</b>	<b>Questões da Prova 1</b>	<b>Questões da Prova 2</b>
Muito difícil 00% a 15%		
Difícil 15% a 35%	02_e	02, 07, 10_c
Médio 35% a 65%	02_b, 02_d, 3, 04_a, 04_c, 04_d, 04_e, 05_a, 05_b, 05_c, 05_d, 06_b, 06_d, 06_e, 06_f, 07	01, 03, 04, 05, 09, 10_a, 10_d
Fácil 65% a 85%	01, 02_c, 06_a, 06_c	06, 08
Muito Fácil 85% a 100%	02_a, 04_b	10_b

A maior parte das questões das duas provas foi considerada de facilidade média.

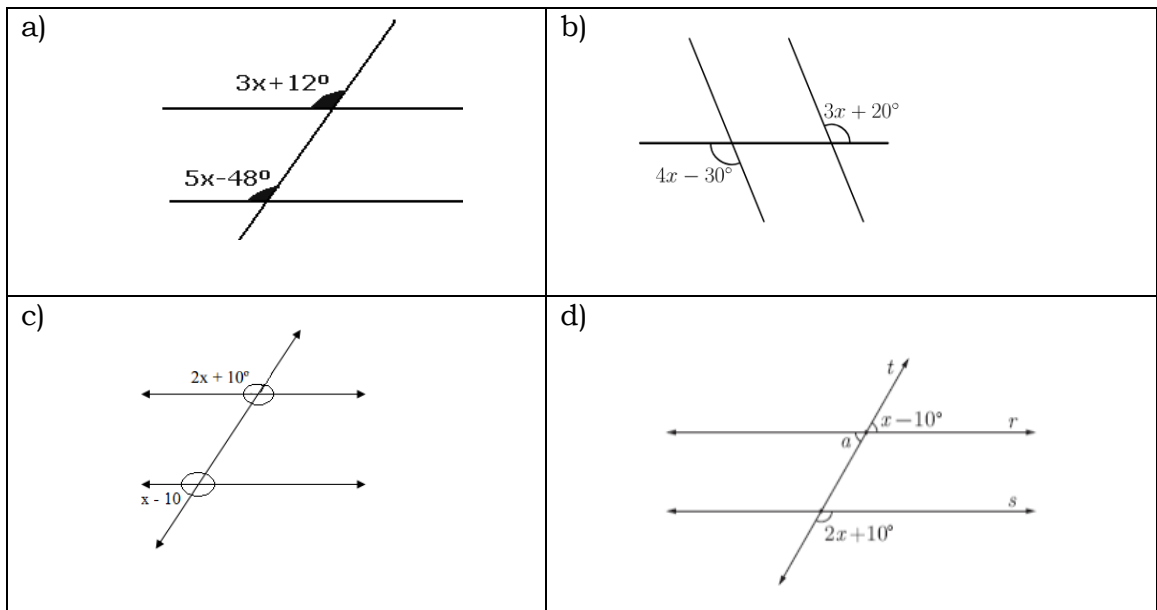
A professora selecionou, para as duas provas, questões com as quais os alunos estavam acostumados a lidar em sala de aula.

#### **4.1 Análise e discussão das questões**

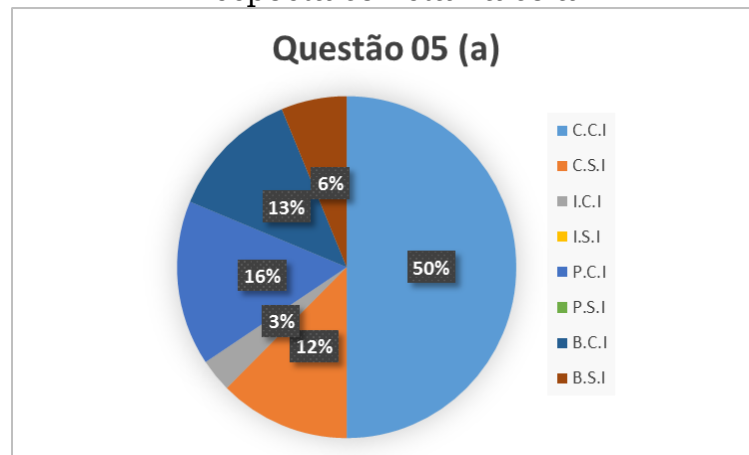
##### **4.1.1. QUESTÃO 05 – Prova 1**

**Objetivo indicado pela professora** Saber identificar o cálculo para determinar os ângulos dada uma reta paralela cortada por uma transversal; Saber determinar todos os ângulos que a compõe

5. Uma reta transversal corta duas paralelas são indicados nos desenhos a seguir. Indique a medida de todos os ângulos em cada alternativa.

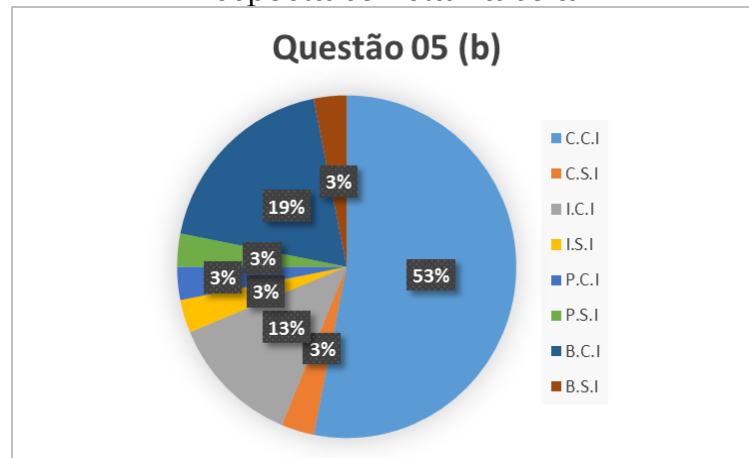


**Figura 07** – Correção da questão 05a e a presença de indícios para a resposta correta na cola



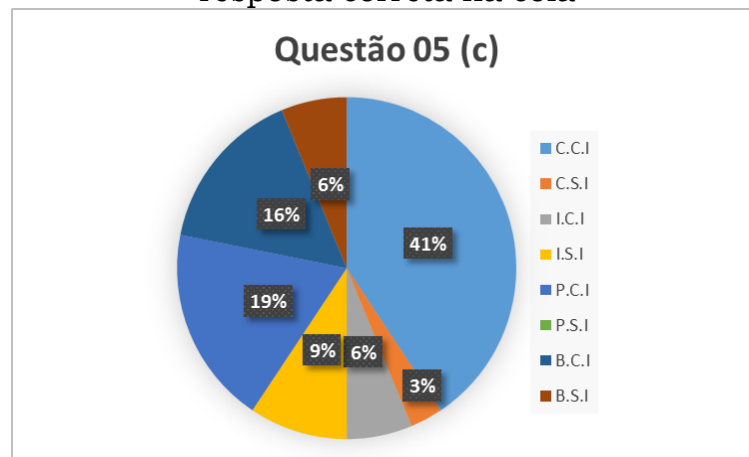
Fonte: da autora

**Figura 08** – Correção da questão 05b e a presença de indícios para a resposta correta na cola



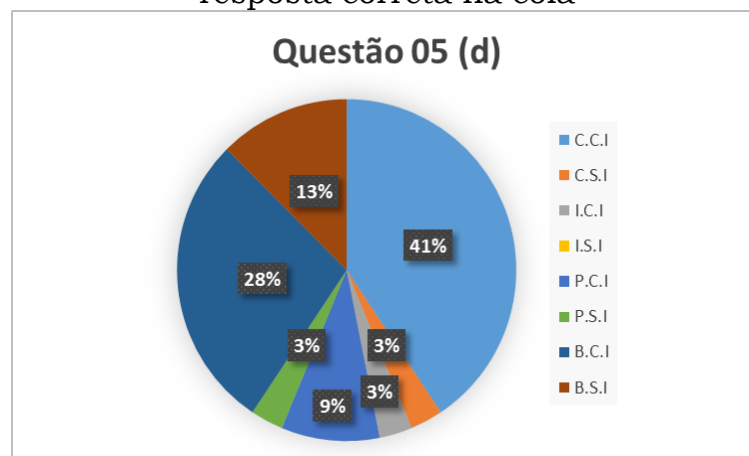
Fonte: da autora

**Figura 09** – Correção da questão 05c e a presença de indícios para a resposta correta na cola



Fonte: da autora

**Figura 10** – Correção da questão 05d e a presença de indícios para a resposta correta na cola



Fonte: da autora

### **Comentários à Questão 05 – Prova 1**

Os alunos estavam habituados a lidar com esse tipo de questão em sala de aula, por isso a questão é considerada rotineira.

É uma tarefa que demanda competências relacionadas à reprodução, como reconhecer fatos, aplicar algoritmos conhecidos, reconhecer equivalências, recordar objetos matemáticos e propriedades, realizar procedimentos de rotina, o que caracteriza a tarefa como sendo de nível I.

A questão exige que o aluno reconheça que ângulos correspondentes têm medidas iguais, que ângulos alternos externos têm medidas iguais, que ângulos colaterais externos são complementares e demanda que os alunos saibam resolver equações algébricas do primeiro grau.

No item 5a, vinte e sete alunos apresentaram algum indício para a resposta correta na cola, dezessete desses alunos acertaram a questão e podem ter utilizado os indícios para resposta correta na prova. Um aluno apresentou em sua cola um exemplo de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal contendo indicações corretas dos ângulos notáveis e suas denominações, além disso, acrescentou as seguintes informações: os ângulos alternos, os ângulos correspondentes, os ângulos opostos pelo vértice são congruentes entre si e os ângulos colaterais são suplementares. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal com a indicação correta dos ângulos notáveis e, ao lado, indicaram a denominação dos ângulos notáveis e um exemplo de retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal com as medidas dos ângulos alternos externos. Quatro alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal, indicaram que a medida dos ângulos correspondentes é congruente e apresentaram um exemplo de como calcular a medida de ângulos correspondentes. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal com a indicação e a denominação corretas dos ângulos notáveis; abaixo do exemplo, indicaram que ângulos alternos, correspondentes e opostos pelo vértice são congruentes e os ângulos

colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal com indicações corretas dos ângulos notáveis; abaixo do exemplo, indicou os pares de ângulos alternos internos, alternos externos, colaterais internos e colaterais externos; apresentou, também, um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal e indicou todas as medidas dos ângulos externos. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal com indicações corretas dos ângulos notáveis e indicou a denominação desses ângulos, e há a informação de que os ângulos correspondentes são congruentes. Um aluno inseriu em sua cola todas as denominações de ângulos notáveis e, ao lado de cada um, ele acrescentou uma representação de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal com a indicação correta do ângulo notável. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal com indicações corretas dos ângulos notáveis; abaixo do exemplo, indicou os pares de ângulos alternos internos e externos. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal contendo indicações corretas dos ângulos notáveis; ao lado, o aluno apresentou dois exemplos, um de quando dois ângulos são congruentes e um de quando os ângulos são suplementares. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal com indicações corretas dos ângulos, suas denominações e a informação de que ângulos alternos, ângulos correspondentes e ângulos opostos pelo vértice são congruentes e de que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si cortadas por uma reta transversal com indicações corretas dos ângulos notáveis e de sua denominação; além de um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos e a medida de todos os ângulos indicada na figura apresentada.

Cinco, dos alunos que apresentaram indício para a resposta correta na cola, acertaram parcialmente a questão. Quatro deles escolheram a estratégia correta e realizaram os procedimentos inadequadamente; eles podem ter utilizado os indícios presentes em suas colas, pois todos colocaram

um exemplo de duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal, indicaram corretamente a denominação dos ângulos notáveis e três deles informaram que ângulos correspondentes são congruentes. O quinto aluno desse grupo apresentou dois exemplos; um de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal, indicando que a medida dos ângulos correspondentes são congruentes, e um de como calcular a medida de ângulos correspondentes; no entanto, na prova, somou as medidas dos ângulos correspondentes e considerou os ângulos correspondentes suplementares. Não há como afirmar se esse aluno utilizou, ou não, a cola.

Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas, cortadas por uma reta transversal, e indicou corretamente a medida de cada ângulo notável; na prova, esse aluno somou as medidas dos ângulos correspondentes. Não há como afirmar se o aluno utilizou a cola para resolver a questão.

Quatro alunos apresentaram indício para a resposta correta na cola, mas deixaram a questão em branco. Dois alunos apresentaram em suas colas um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações adequadas dos ângulos notáveis e acrescentou a informação de que os ângulos alternos, os ângulos correspondentes e os ângulos opostos pelo vértice são iguais e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou na cola um exemplo de retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal com indicações adequadas em cada um dos ângulos notáveis; abaixo do exemplo, indicou, corretamente, os ângulos notáveis e acrescentou a informação de que ângulos alternos, correspondentes e opostos pelo vértice são iguais e ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou em sua cola os pares de ângulos notáveis, mas não apresentou um exemplo indicando quais eram os ângulos. Cinco alunos não apresentaram, na cola, indício algum para a resposta correta da questão.

Cinquenta por cento (50%) da turma acertou a questão e apresentou indício na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, já que 62% dos alunos acertaram a questão e vinte e um alunos podem ter usado a cola para resolver a questão.

No item 5b, vinte e oito alunos apresentaram algum indício para a resposta correta na cola. Dezesete desses alunos podem ter utilizado a cola, pois existe o indício para a resposta correta na cola e as questões estão corretas. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal com as indicações e denominações corretas dos ângulos notáveis; além disso, acrescentaram as informações de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos pelo vértice são congruentes entre si e que ângulos colaterais são suplementares; também apresentaram um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal com indicações adequadas em cada um dos ângulos notáveis e a denominação de cada par de ângulo notável. Dois alunos escolheram colocar na cola um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal com indicações adequadas em cada um dos ângulos notáveis e a denominação dos pares de ângulos notáveis; acrescentaram, também, as informações de que os ângulos alternos e os correspondentes são congruentes entre si e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal com a indicação correta em cada um dos ângulos e denominação dos pares de ângulos notáveis; também apresentou um exemplo de como calcular as medidas dos ângulos alternos. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal, com as medidas dos ângulos externos, e acrescentou que os ângulos colaterais são suplementares; no segundo exemplo apresentado na cola, o aluno igualou a medida dos ângulos colaterais externos, considerando que esses ângulos congruentes, o que não é verdade. Apesar de ter apresentado um indício incorreto e ter acertado a questão, esse aluno pode ter utilizado apenas a primeira informação contida na cola. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal, com indicações corretas em cada um dos ângulos e a denominação dos pares de ângulos notáveis; acrescentou a informação de que ângulos correspondentes e ângulos alternos são congruentes e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno

apresentou um primeiro exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal, com indicações corretas dos ângulos notáveis e um exemplo de cada par de ângulos alternos internos, alternos externos, colaterais internos e colaterais externos; no segundo exemplo, apresentado na cola, o aluno igualou a medida dos ângulos colaterais externos, considerando esses ângulos congruentes, o que não é verdade. Apesar de ter apresentado um indício incorreto e ter acertado a questão, o aluno pode ter utilizado apenas a primeira informação contida na cola. Um aluno colocou em sua cola as denominações corretas de ângulos notáveis e, ao lado de cada um, colocou uma representação de retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com um exemplo de cada par de ângulo notável. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, indicando corretamente cada um dos ângulos notáveis; abaixo do exemplo, acrescentou os pares de ângulos alternos internos e externos. Um aluno apresentou sete exemplos de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com a medida dos ângulos notáveis. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicativo correto em cada um dos ângulos notáveis; ao lado, apresentou um exemplo de quando os ângulos são iguais e um de quando a medida da soma dos ângulos é de  $180^\circ$ , mas não indicou quando isso ocorre. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal com indicativos corretos em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicaram corretamente a denominação dos pares de ângulos notáveis e acrescentaram que ângulos alternos, correspondentes e opostos pelo vértice são congruentes entre si e que os ângulos colaterais são suplementares; ambos apresentaram um exemplo de quando os ângulos são suplementares e um de quando os ângulos são congruentes. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicativos corretos em cada um dos ângulos e a denominação dos pares de ângulos notáveis; também apresentou um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos, e a medida de todos os ângulos está indicada na figura.

Um aluno apresentou indício para a resposta correta na cola, mas acertou parcialmente a questão; escolheu a estratégia correta e realizou os procedimentos parcialmente corretos; na cola, havia um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal e, abaixo, indicou corretamente os pares de ângulos notáveis e acrescentou a informação de que os ângulos alternos e os ângulos correspondentes têm a mesma medida e que os ângulos colaterais são suplementares. Não há como afirmar se esse aluno utilizou a cola.

Quatro alunos apresentaram algum indício para a resposta correta na cola e escolheram uma estratégia incorreta. Um deles, apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma reta transversal, com as indicações e denominações corretas dos ângulos notáveis; além disso, acrescentou as informações de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos pelo vértice são congruentes entre si e que ângulos colaterais são suplementares; também apresentou um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos. Não há como afirmar se ele utilizou a cola. Um aluno apresentou um indício incorreto e resolveu a questão de acordo com o indício, uma evidência de que o aluno pode ter utilizado a cola para resolver a questão; a cola, havia um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicação e denominação corretas dos ângulos notáveis e a informação de que os ângulos alternos externos não são iguais, o que não é verdade. Um aluno apresentou em sua cola um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com as denominações corretas dos pares de ângulos notáveis e acrescentou a informação de que os ângulos alternos e os correspondentes são congruentes e que os ângulos colaterais são suplementares. Não há como afirmar se ele utilizou a cola. Um aluno apresentou em sua cola um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com as denominações corretas dos pares de ângulos notáveis e acrescentou um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externo; a medida de todos os ângulos está indicada na figura. Não há como afirmar se ele utilizou a cola.

Seis alunos apresentaram indício para a resposta correta na cola e deixaram a questão em branco. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com as denominações corretas dos pares de ângulos notáveis e acrescentaram a informação de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos pelo vértice são iguais e que os ângulos colaterais são suplementares; também apresentaram um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos. Um aluno apresentou na cola um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações corretas dos ângulos notáveis; abaixo, indicou a denominação correta dos pares de ângulos notáveis. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações corretas em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou corretamente os pares de ângulos notáveis e acrescentou a informação de que os ângulos alternos e os correspondentes têm a mesma medida e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações corretas em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou corretamente os pares de ângulos notáveis e acrescentou a informação de que ângulos correspondentes são congruentes. Um aluno indicou pares de números, identificando cada par com a denominação correta de ângulo notável, mas não apresentou um exemplo indicando quais eram os ângulos. Quatro alunos não apresentaram indício da questão na cola.

Cinquenta e três por cento (53%) da turma acertou a questão e apresentou indício para a resposta correta na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, já que 56% dos alunos acertaram a questão.

No item 5c, vinte e seis alunos apresentaram algum indício para a resposta correta na cola. Treze alunos, desses vinte e seis, podem ter utilizado a cola, pois existe o indício para a resposta correta da questão em cada cola e as questões estão corretas. Cinco alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos, a denominação correta dos pares de ângulos notáveis e a informação de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos

pelo vértice são iguais e que os ângulos colaterais são suplementares. Três alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos notáveis; abaixo, indicaram os pares de ângulos notáveis e um par de ângulos opostos pelo vértice. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou os pares de ângulos notáveis e acrescentou a informação de que os ângulos alternos e os correspondentes são congruentes entre si e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou os pares de ângulos alternos internos, alternos externos, ângulos colaterais internos e externos; apresentou, também, um exemplo incorreto de como calcular a medida de ângulos colaterais externos e considerou que os ângulos colaterais externos são congruentes, o que não é verdade. Apesar de ter apresentado um indício incorreto e ter acertado a questão, o aluno pode ter utilizado apenas as informações corretas da cola. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou a denominação dos pares de ângulos notáveis e um par de ângulos opostos pelo vértice. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou os ângulos notáveis, acrescentou as informações de que ângulos alternos, correspondentes e opostos pelo vértice são congruentes entre si e que os ângulos colaterais são suplementares; apresentou, também, um exemplo de quando os ângulos são suplementares e um de quando os ângulos são congruentes e acrescentou todos os ângulos no exemplo de retas paralelas cortadas por uma transversal. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos; ao lado, acrescentou a denominação de pares de ângulos notáveis; apresentou, também, um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos e indicou a medida de todos os ângulos, está indicada na figura.

Seis alunos, dos vinte e seis alunos que apresentaram indício para a resposta correta na cola, acertaram parcialmente a questão. Três alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com as indicações em cada um dos ângulos, a denominação dos pares de ângulos notáveis e as informações de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos pelo vértice são congruentes e que os ângulos colaterais são suplementares. Dois deles erraram os procedimentos, mas podem ter utilizado a cola para resolver a questão. Na cola do terceiro aluno desse grupo, havia a informação de que os ângulos colaterais são suplementares e há um exemplo de duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal indicando quais são os ângulos colaterais; na prova, porém, considerou que os ângulos colaterais são congruentes, o que não é verdade. Não há como afirmar se esse aluno utilizou a cola. Um aluno, dos seis que acertaram parcialmente a questão, escolheu a estratégia incorreta, apresentou na cola um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal indicando cada ângulo e a denominação dos pares de ângulos notáveis; acrescentou a informação de que os ângulos colaterais são suplementares e um exemplo incorreto de como calcular a medida de ângulos colaterais externos; no exemplo, ele considerou que os ângulos colaterais são congruentes, o que não é verdade. Esse aluno pode ter utilizado a cola para resolver a questão, uma vez que a resolução da prova está igual ao indício incorreto apresentado. Um, dos seis que acertaram parcialmente a questão, apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; ao lado, apresentou um exemplo de quando os ângulos são congruentes e um exemplo de quando os ângulos são suplementares, mas não indicou quando isso ocorre. Esse aluno pode ter utilizado a cola para resolver a questão, pois havia um indicativo de como calcular ângulos suplementares. O último aluno, dos seis que acertaram parcialmente a questão, apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis, as denominações dos pares de ângulos notáveis e a informação de que ângulos

correspondentes têm a mesma medida. Esse aluno pode ter utilizado o indício da cola para responder à questão.

Dois dos alunos que apresentaram algum indício para a resposta correta na cola erraram a questão. Um aluno apresentou que ângulos colaterais são suplementares e um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com o indicativo de quais eram os ângulos colaterais; na prova, considerou que os ângulos colaterais são replementares. Não há como afirmar se ele utilizou a cola. Um aluno apresentou todas as denominações de ângulos notáveis e, ao lado de cada ângulo, colocou uma representação de retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com a indicação de cada ângulo notável; na prova, ele só indicou resposta incorreta. Não há como afirmar se esse aluno utilizou a cola.

Cinco alunos apresentaram indício para a resposta correta na cola e deixaram a questão em branco. Dois apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos, a denominação dos pares de ângulos notáveis e a informação de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos pelo vértice são iguais e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos notáveis; abaixo, indicaram os pares de ângulos notáveis e um par de ângulos opostos pelo vértice. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos; ao lado, acrescentou a denominação de pares de ângulos notáveis; apresentou, também, um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos e indicou a medida de todos os ângulos, que está indicada na figura. Um aluno apresentou em sua cola pares de números com a denominação de ângulos notáveis, mas não apresentou um exemplo indicando quais eram os ângulos relativos a cada número. Seis alunos não apresentaram indício para a resposta correta na cola.

Quarenta e um por cento (41%) da turma acertou a questão e apresentou indício para a resposta correta na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, já que 44% dos alunos acertaram a questão.

No item 5d, vinte e seis alunos apresentaram algum indício para a resposta correta na cola. Treze desses alunos podem ter utilizado a cola, pois existe o indício para a resposta correta em cada cola e as questões estão corretas. Quatro alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos, a denominação dos pares de ângulos notáveis e a informação de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos pelo vértice são iguais e que os ângulos colaterais são suplementares. Três alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos notáveis; abaixo, indicaram os pares de ângulos notáveis e um par de ângulos opostos pelo vértice. Dois alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicaram os pares de ângulos notáveis e acrescentaram que os ângulos alternos e os ângulos correspondentes são congruentes entre si e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou os pares de ângulos alternos internos, alternos externos, ângulos colaterais internos e externos; apresentou, também, um exemplo incorreto de como calcular a medida de ângulos colaterais externos, e considerou que os ângulos colaterais externos são congruentes, o que não é verdade. Apesar de ter apresentado um indício incorreto e ter acertado a questão, o aluno pode ter utilizado apenas as informações corretas da cola. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou a denominação dos pares de ângulos notáveis e um par de ângulos opostos pelo vértice. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; abaixo, indicou os ângulos notáveis e acrescentou as informações de que ângulos alternos, correspondentes e opostos pelo vértice são congruentes entre si e de que os ângulos colaterais são suplementares; apresentou, também, um exemplo de quando os ângulos são suplementares e um de quando os ângulos

são congruentes e acrescentou todos os ângulos no exemplo de retas paralelas cortadas por uma transversal. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos; ao lado, acrescentou a denominação de pares de ângulos notáveis; apresentou, também, um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos e indicou a medida de todos os ângulos, que está indicada na figura.

Três alunos que apresentaram indício para a resposta correta na cola acertaram parcialmente a questão. Um aluno escolheu a estratégia incorreta; na cola, apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, indicando cada ângulo e a denominação dos pares de ângulos notáveis; acrescentou a informação de que os ângulos colaterais são suplementares e um exemplo incorreto de como calcular a medida de ângulos colaterais externos; no exemplo, considerou que os ângulos colaterais são congruentes, o que não é verdade. O aluno pode ter utilizado a cola para resolver a questão, uma vez que a resolução da prova está igual ao indício incorreto apresentado na cola. Um aluno apresentou na cola um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis; ao lado, apresentou um exemplo de quando os ângulos são congruentes e um de quando os ângulos são suplementares, mas não indicou quando isso ocorre. O aluno pode ter utilizado a cola para resolver a questão, pois havia um indicativo de como calcular ângulos suplementares. Um aluno apresentou na cola um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos notáveis, com as denominações dos pares de ângulos notáveis e com a informação de que ângulos correspondentes têm a mesma medida. O aluno pode ter utilizado o indício da cola para responder à questão.

Um dos alunos que apresentou algum indício para a resposta correta na cola errou a questão. Esse aluno escolheu colocar na cola todas as denominações de ângulos notáveis e, ao lado de cada um, acrescentou uma representação de retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com

a indicação de cada ângulo notável. Na prova, ele só indicou resposta incorreta, não há como afirmar se esse aluno utilizou a cola.

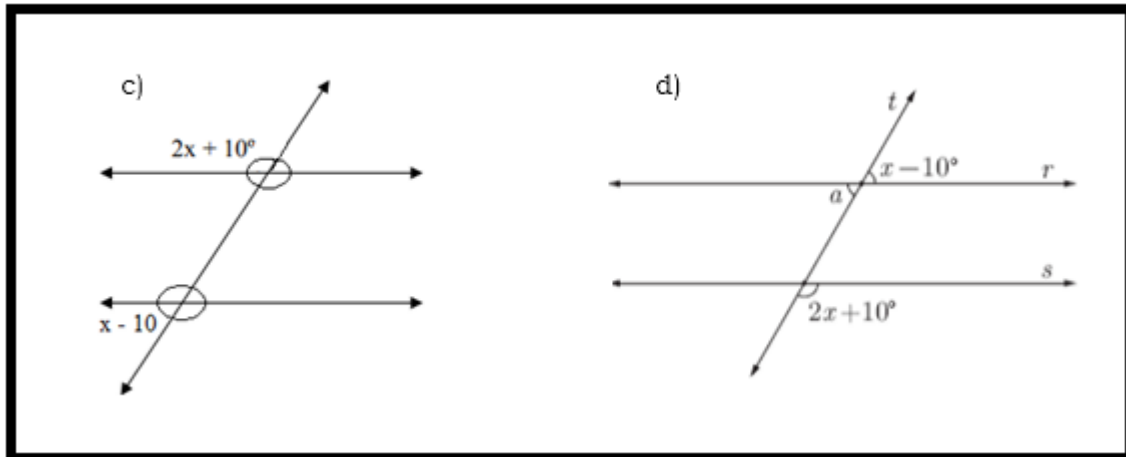
Nove alunos apresentaram indício para a resposta correta na cola e deixaram a questão em branco. Seis alunos apresentaram um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos, a denominação dos pares de ângulos notáveis e a informação de que os ângulos alternos, os correspondentes e os opostos pelo vértice são iguais e que os ângulos colaterais são suplementares. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações nos ângulos notáveis; abaixo, indicou os pares de ângulos notáveis e um par de ângulos opostos pelo vértice. Um aluno apresentou um exemplo de duas retas paralelas entre si, cortadas por uma transversal, com indicações em cada um dos ângulos; ao lado, acrescentou a denominação de pares de ângulos notáveis; apresentou, também, um exemplo de como calcular a medida de ângulos alternos externos e indicou a medida de todos os ângulos, que está indicada na figura. Um aluno apresentou em sua cola pares de números com a denominação de ângulos notáveis, mas não apresentou um exemplo indicando quais eram os ângulos relativos a cada número. Seis alunos não apresentaram indício da questão na cola.

A questão pode ser considerada de média facilidade já que teve um percentual de acerto no intervalo [41%, 62% [.

O item mais indicado como correto foi o (a). O item (a) teve 50% de acertos dos alunos que apresentaram indício na cola e 62% de acertos no total. O item (b) teve 53% de acertos dos alunos que apresentaram indício na cola e 56% de acertos no total.

Os itens (c) e (d) eram iguais, ambos indicavam um par de ângulos colaterais externos pelas expressões  $2x+10$  e  $x-10$ . Conforme indicado na figura 11.

**Figura 11** – Itens (c) e (d) da questão 05



Fonte: da autora

É possível observar nos gráficos que havia indício na cola da maioria dos alunos que acertou a questão.

Quarenta e um por cento (41%) da turma acertou a questão e apresentou indício na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, já que 44% dos alunos acertaram a questão.

#### 4.1.2. QUESTÃO 07 – Prova 1

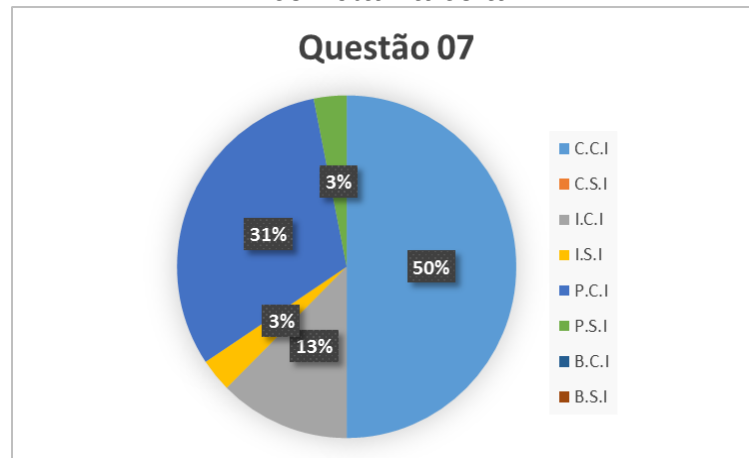
**Objetivo indicado pela professora:** Calcular porcentagens, o ângulo correspondente. Saber construir um gráfico setorial e apresentar elementos de tratamento da informação (título, legenda, fonte).

7. A escola de Nagib promoveu uma olimpíada de Matemática entre os alunos do ensino fundamental. Todos os 1000 alunos participaram da olimpíada que utilizou os seguintes critérios de avaliação: ótimo, bom, regular e ruim. Veja os resultados na tabela:

Avaliação	Número de alunos
Ótimo	200
Bom	600
Regular	150
Ruim	50

Apresente, em forma de tabela, a porcentagem e os graus correspondentes. Em seguida, construa um gráfico setorial dessa situação. Não esqueça da legenda, título, porcentagens e fontes.

**Figura 12** – Correção da questão 07 e a presença de indícios para a resposta correta na cola



Fonte: da autora

### Comentários à Questão 07 – Prova 1

Os alunos estavam habituados a lidar com esse tipo de questão em sala de aula, por isso a questão é considerada rotineira. Ela demanda competências relacionadas à reprodução, como reconhecer fatos, aplicar algoritmos conhecidos, reconhecer equivalências e realizar procedimentos de rotina. Exige que os alunos saibam:

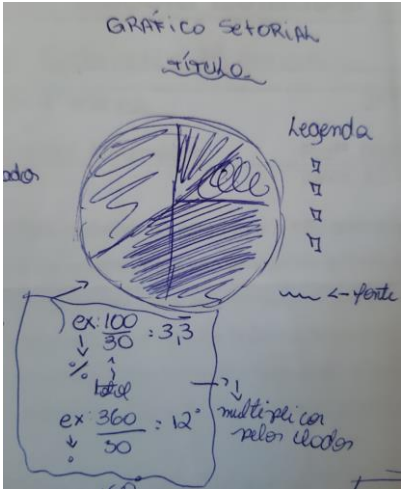
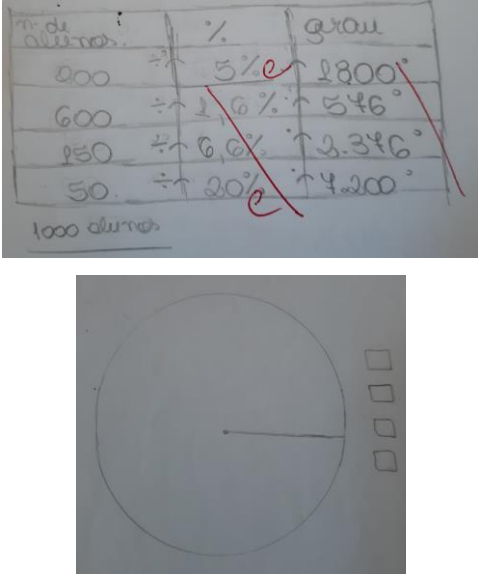
- construir o gráfico setorial e organizar os elementos constitutivos do gráfico setorial (título, legenda e fonte);
- calcular porcentagens e o valor do ângulo relativo a cada porcentagem no gráfico de setores;
- organizar os dados obtidos em uma tabela e relacionar com as informações dadas na questão.

É possível observar nos gráficos que havia indício na cola da maioria dos alunos que acertou a questão.

Trinta alunos apresentaram algum indício para a resposta correta na cola. Desses, quatro alunos colocaram na cola como calcular as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa, como calcular os ângulos relativos a cada porcentagem, organizar essas informações em uma tabela e construir um gráfico de setores. Como eles acertaram a questão, isso pode um indicativo de que utilizaram a cola para resolver a questão. Um aluno não acertou a questão, mas colocou na cola como calcular as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa, calcular os ângulos relativos a cada

porcentagem, organizar essas informações em uma tabela e construir um gráfico de setores. Não há como afirmar se esse aluno utilizou a cola.

**Quadro 05** – Informação presente na cola do aluno 1P8B11 e a resolução presente na cola

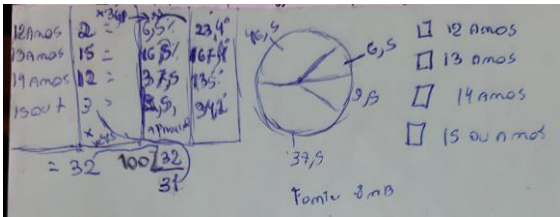
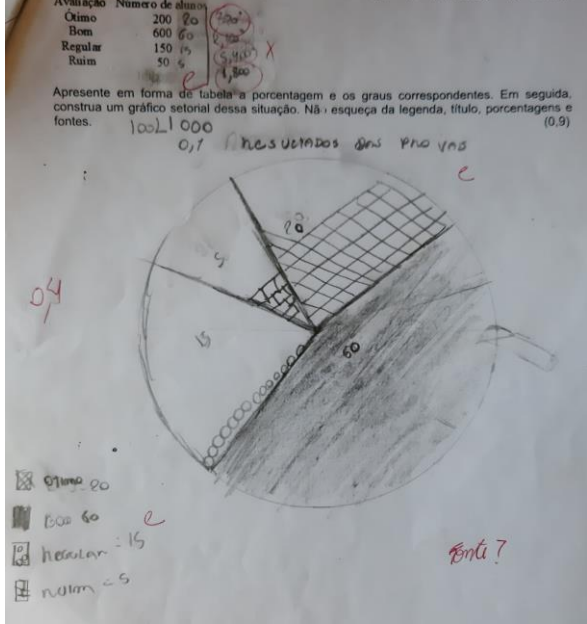
Informação presente na cola do aluno 1P8B11	Resolução da prova do aluno 1P8B11
	

Fonte: da autora

Dos mesmos trinta alunos, sete apresentaram indícios de como calcular as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa, calcular os ângulos relativos a cada porcentagem e alguns dos elementos constitutivos de um gráfico de setores. Quatro alunos acertaram integralmente a questão, como havia na questão o lembrete de que o aluno deveria acrescentar legenda, título e fonte, eles podem ter utilizado os indícios presentes nas colas para calcularem as porcentagens e os ângulos relativos a cada porcentagem. Dois alunos erraram a questão, e não há como afirmar se utilizaram os indícios presentes nas colas. Um aluno errou a construção do gráfico na prova, errou o cálculo dos ângulos correspondentes a cada porcentagem e não acrescentou a fonte do gráfico; na cola, havia a informação de como calcular as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa, calcular os ângulos relativos a cada porcentagem e que gráficos de setores precisam de fonte e legenda e acrescentou um exemplo da construção de um gráfico de setores, incorreto,

como ilustrado no Quadro 06. Não há como afirmar se esse aluno utilizou a cola.

**Quadro 06** – Informação presente na cola do aluno 1P8B32 e a resolução presente na cola

Informação presente na cola do aluno 1P8B32	Resolução da prova do aluno 1P8B32
	

Fonte: da autora

Ainda daqueles trintas alunos, dezessete apresentaram na cola indícios de como calcular as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa e de como calcular os ângulos relativos a cada porcentagem. Oito alunos acertaram a questão inteira, como havia na questão o lembrete de que o aluno deveria acrescentar legenda, título e fonte, eles podem ter utilizado o indício da cola para calcular os ângulos e as porcentagens. Três alunos apresentaram na resolução da prova uma tabela com as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa e os ângulos relativos a cada porcentagem, o que pode ser uma evidência de que eles utilizaram a cola para resolver a questão. Um aluno não apresentou o título do gráfico na resolução e não havia essa informação na cola dele, mas o aluno pode ter utilizado o indício da cola para calcular os ângulos e as porcentagens, pois havia esse indício na cola, e ele acertou essa parte da questão. Dois alunos não apresentaram a fonte do gráfico na resolução, e não havia essa informação na cola deles, porém os alunos podem ter utilizado os indícios das colas para calcular os ângulos e as porcentagens,

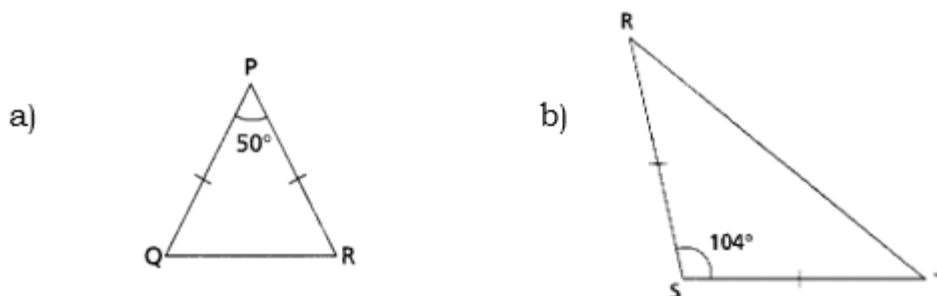
pois havia esse indício na cola dos dois, e eles acertaram essa parte da questão. Um aluno não apresentou o título e a fonte do gráfico na resolução, e não havia essa informação na cola dele, mas pode ter utilizado o indício da cola para calcular os ângulos e as porcentagens, porque havia esse indício na cola e ele acertou essa parte da questão. Um aluno acrescentou todos os elementos constitutivos de um gráfico de setores na cola, mas, na prova, cometeu um equívoco ao particionar o círculo, contudo pode ter utilizado a cola para calcular as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa e como calcular os ângulos relativos a cada porcentagem. Um aluno não apresentou a fonte do gráfico na resolução nem construiu o gráfico, embora tenha calculado corretamente os ângulos e as porcentagens, o que pode ser um indicativo de que ele usou a cola. O último aluno do grupo dos trinta apresentou na cola apenas indícios de como calcular as porcentagens relativas a cada dado da pesquisa e acertou integralmente a questão; não há como afirmar se esse aluno utilizou a cola. Dois alunos não apresentaram indício algum da questão na cola.

Cinquenta por cento (50%) dos alunos acertaram a questão e apresentaram indício na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade já que teve um percentual de acerto de 63%.

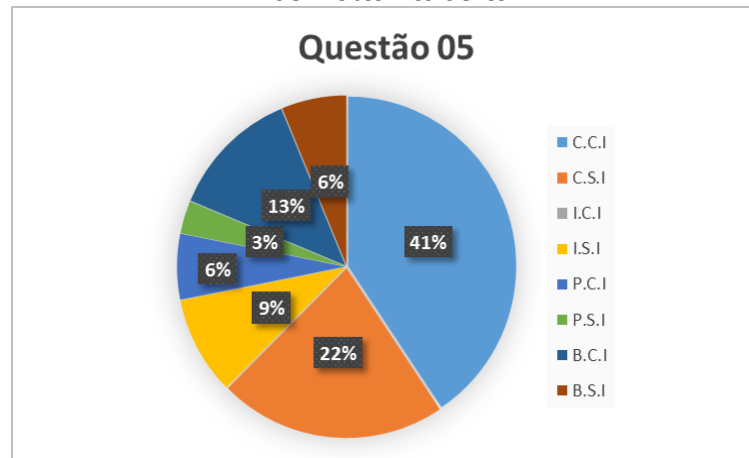
#### 4.1.3. QUESTÃO 05 – Prova 2

**Objetivo indicado pela professora:** Saber calcular as medidas dos ângulos internos de triângulos isósceles, observando a congruência dos lados.

5. Determine a medida dos ângulos internos dos triângulos isósceles, observando a congruência dos lados.



**Figura 13** – Correção da questão 05 e a presença de indícios para a resposta correta na cola



Fonte: da autora

### Comentários à Questão 05 – Prova 2

Os alunos estavam habituados a lidar com esse tipo de questão em sala de aula, por isso a questão é considerada rotineira. Ela demanda competências relacionadas à reprodução, como reconhecer fatos, aplicar algoritmos conhecidos, recordar objetos matemáticos e propriedades, realizar procedimentos de rotina, e exige que o aluno recorde quais são as propriedades de um triângulo isósceles e que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ .

É possível observar nos gráficos que havia indício na cola da maioria dos alunos que acertou a questão. Vinte e quatro alunos apresentaram algum indício da questão na cola. Dezesesseis desses alunos podem ter utilizado a cola, pois existe indício para a resposta correta da questão em cada cola, e as questões estão corretas. Cinco representaram em suas colas um triângulo; em duas arestas, colocaram uma marca e, na terceira aresta, uma marca diferente; acrescentaram, ainda, a informação de que os triângulos isósceles têm dois lados iguais. Oito alunos representaram em suas colas um triângulo; em duas arestas, eles colocaram uma marca e, na terceira aresta, uma marca diferente. Um aluno escolheu colocar na cola a informação de que os triângulos isósceles têm dois lados iguais. Um aluno apresentou em sua cola uma representação de um triângulo, em duas arestas ele apresentou uma marca e, na terceira aresta, uma marca diferente;

acrescentou, também, a informação de que os triângulos isósceles têm dois lados iguais e dois lados diferentes, o que não é verdade; porém acertou a questão. Um aluno, em sua cola, representou um triângulo; em duas arestas, colocou uma marca, na terceira, fez uma marca diferente; acrescentou a informação de que os triângulos isósceles têm dois lados iguais e uma informação equivocada de que o triângulo isósceles tem dois lados diferentes, todavia respondeu a questão corretamente; o que pode ser um indicativo de que ele utilizou as outras informações presentes na cola.

Ainda dos vinte e quatro alunos, um apresentou indício para a resposta correta na cola e acertou parcialmente a questão. Ele pode ter utilizado a cola para resolver a questão, porque, na cola, fez a representação de um triângulo; em duas arestas, colocou uma marca e, na terceira, uma marca diferente. Na prova ele escolheu a estratégia correta e realizou os procedimentos parcialmente corretos.

Dois alunos, dos mesmos vinte e quatro, apresentaram indício para a resposta correta na cola e erraram a questão, e não há como afirmar se utilizaram a cola para resolver a questão. Um deles, na cola, representou um triângulo; em duas arestas, fez uma marca e, na terceira, uma marca diferente; e acrescentou a informação de que os triângulos isósceles têm dois lados iguais. O outro aluno acrescentou em sua cola uma informação incorreta: que os triângulos isósceles têm três lados iguais; na prova, apresentou resposta incorreta.

Cinco alunos dos que apresentaram algum indício para a resposta correta na cola deixaram a questão em branco. Um deles fez, em sua cola, a representação de um triângulo, em duas arestas, colocou uma marca e, na terceira, uma marca diferente, e acrescentou a informação de que os triângulos isósceles têm dois lados iguais. Três alunos apresentaram em suas colas a representação de um triângulo, em duas arestas, fizeram uma marca e, na terceira, uma marca diferente. Um aluno escolheu colocar na cola a informação de que os triângulos isósceles têm dois lados iguais. Oito alunos não apresentaram indício algum da questão na cola.

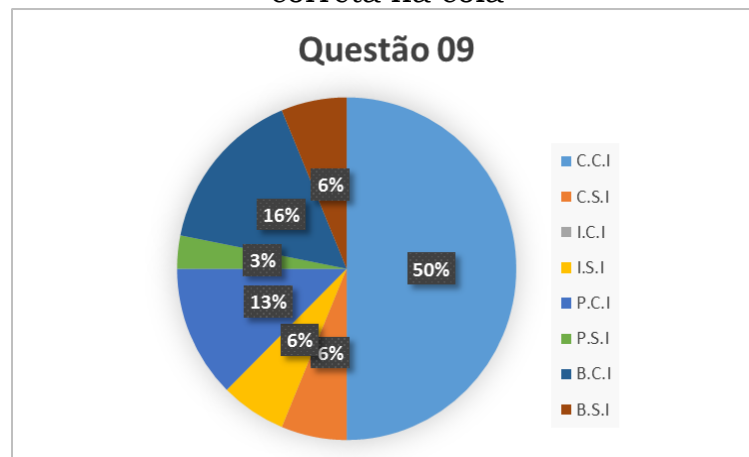
Quarenta e um por cento (41%) da turma acertou a questão e apresentou indício na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, porque 63% dos alunos acertaram a questão.

#### 4.1.4. QUESTÃO 09 – Prova 2

**Objetivo indicado pela professora:** Saber determinar as medidas dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer desenvolvendo uma equação que deriva dela.

9. As medidas dos ângulos internos de um quadrilátero são:  $x + 17^\circ$ ;  $x + 37^\circ$ ;  $x + 45^\circ$  e  $x + 13^\circ$ . Determine as medidas desses ângulos.

**Figura 14** – Correção da questão 09 e a presença de indícios para a resposta correta na cola



Fonte: da autora

#### Comentários à Questão 09 – Prova 2

Os alunos estavam habituados a lidar com esse tipo de questão em sala de aula, por isso é considerada rotineira. Essa questão demanda competências relacionadas à reprodução, como reconhecer fatos, aplicar algoritmos conhecidos, recordar objetos matemáticos e propriedades, realizar procedimentos de rotina. Além disso, exige que os alunos saibam que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é  $360^\circ$  e que saibam como resolver equações algébricas do primeiro grau.

É possível observar no gráfico que havia indício na cola da maioria dos alunos que acertou a questão.

Vinte e cinco alunos apresentaram algum indício da questão na cola. Dezesesseis desses alunos podem ter utilizado a cola, pois existe o indício da questão em cada cola e as questões estão corretas. Oito apresentaram em suas colas que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de  $360^\circ$ . Três alunos, além de apresentarem que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de  $360^\circ$ , acrescentaram um exemplo. Quatro alunos desenharam um quadrilátero e, ao lado, escreveram  $360^\circ$ . Um aluno escolheu colocar um exemplo de como calcular os ângulos de um quadrilátero.

Dos vinte e cinco alunos, quatro apresentaram indício na cola e acertaram parcialmente a questão. Não há como afirmar se utilizaram a cola. Dois alunos apresentaram em suas colas que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de  $360^\circ$ ; ambos escolheram a estratégia incorreta e acertaram nos procedimentos. Um aluno apresentou que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de  $360^\circ$  e acrescentou um exemplo. Esse aluno escolheu a estratégia correta e realizou os procedimentos inadequadamente. Um aluno escolheu colocar um exemplo de como calcular os ângulos de um quadrilátero e apresentou estratégia incorreta e procedimentos corretos.

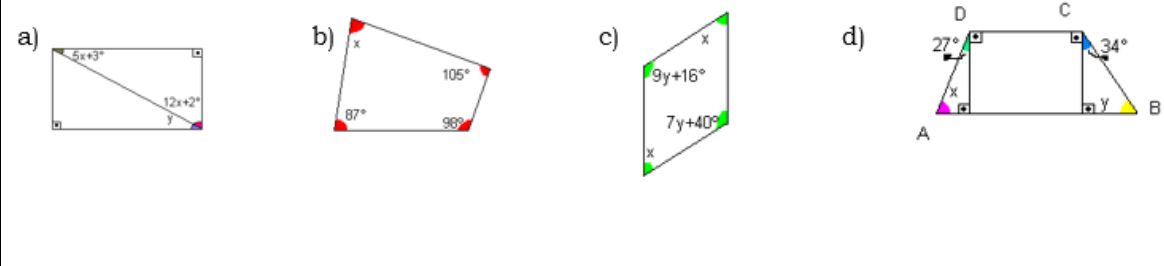
Cinco alunos dos que apresentaram algum indício da questão na cola deixaram a questão em branco. Três deles apresentaram em suas colas que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de  $360^\circ$ . Um apresentou que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de  $360^\circ$  e acrescentou um exemplo. Um aluno escolheu colocar um exemplo de como calcular os ângulos de um quadrilátero. Sete alunos não apresentaram indício algum da questão na cola.

Cinquenta por cento (50%) da turma acertou a questão e apresentou indício na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, visto que 56% dos alunos acertaram a questão.

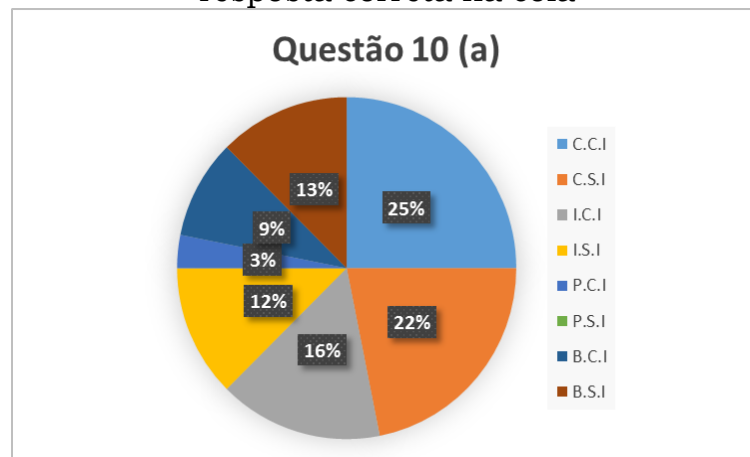
**4.1.5. QUESTÃO 10 – Prova 2**

**Objetivo indicado pela professora:** Saber determinar as medidas dos ângulos internos de um retângulo, quadrilátero qualquer, trapézio, paralelogramo e losango.

10. Observe as imagens dos quadriláteros e determine as medidas  $x$  e  $y$ , se houver.

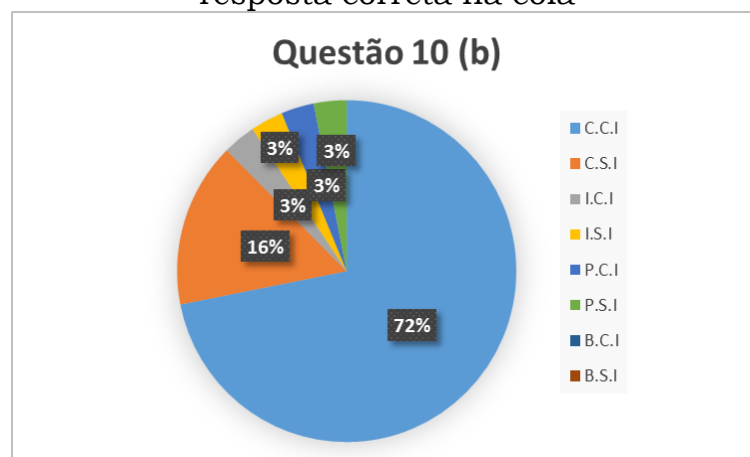


**Figura 15** – Correção da questão 10a e a presença de indícios para a resposta correta na cola



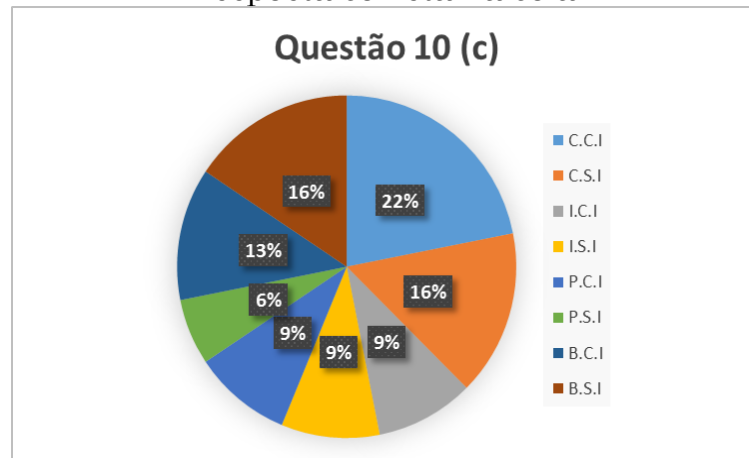
Fonte: da autora

**Figura 16** – Correção da questão 10b e a presença de indícios para a resposta correta na cola



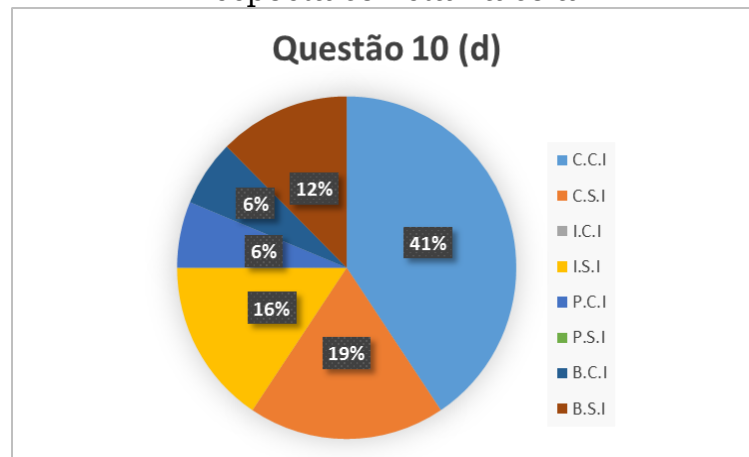
Fonte: da autora

**Figura 17** – Correção da questão 10c e a presença de indícios para a resposta correta na cola



Fonte: da autora

**Figura 18** – Correção da questão 10d e a presença de indícios para a resposta correta na cola



Fonte: da autora

### Comentários à Questão 10 – Prova 2

Os alunos estavam habituados a lidar com esse tipo de questão em sala de aula, por isso ela é considerada rotineira. Essa questão demanda competências relacionadas à reprodução, como reconhecer fatos, aplicar algoritmos conhecidos, recordar objetos matemáticos e propriedades, realizar procedimentos de rotina.

A questão exige que os alunos saibam que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de  $360^\circ$ , que um paralelogramo tem ângulos opostos congruentes e que a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é de  $180^\circ$  e exige que os alunos saibam como resolver equações algébricas do primeiro grau.

O item com mais respostas corretas foi o (b), e é possível observar nos gráficos que havia indício na cola da maioria dos alunos que acertou a questão.

No item (a), dezessete alunos apresentaram indício para a resposta correta na cola. Oito alunos podem ter utilizado a cola, pois existe o indício para a resposta correta da questão em cada cola, e as questões estão corretas. Quatro deles apresentaram em suas colas que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede  $180^\circ$ . Três alunos desenharam um triângulo e, ao lado do desenho, escreveram  $180^\circ$ . Um aluno acrescentou em sua cola um exemplo de como calcular os ângulos de um triângulo.

Um aluno apresentou o indício para a resposta correta na cola e acertou a questão parcialmente e não há como afirmar se esse aluno utilizou ou não a cola, mas na cola desse aluno havia a informação de que a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é de  $180^\circ$ . Na prova, ele escolheu a estratégia incorreta e realizou os procedimentos corretamente.

Cinco alunos apresentaram o indício a para resposta correta na cola e erraram a questão, e não há como afirmar se esses alunos utilizaram ou não a cola. Três alunos apresentaram em suas colas que a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é de  $180^\circ$ . Na prova, escolheram a estratégia incorreta e realizaram os procedimentos incorretamente. Dois alunos desenharam um triângulo e, ao lado do desenho, escreveram  $180^\circ$ .

Três alunos apresentaram indício para a resposta correta na cola e deixaram a questão em branco. Os três apresentaram em suas colas que a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é de  $180^\circ$ . Quinze alunos não apresentaram indício algum da questão na cola.

Vinte e cinco por cento (25%) da turma acertou a questão e apresentou indício na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, uma vez que 47% dos alunos acertaram a questão.

No item (b), vinte e cinco alunos apresentaram indício para a resposta correta da questão na cola. Vinte e três desses alunos podem ter utilizado a cola, pois existe o indício para a resposta correta da questão em cada cola e as questões estão corretas. Onze deles apresentaram em suas colas que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de

360°. Cinco alunos apresentaram que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de 360° e acrescentaram um exemplo. Quatro alunos desenharam um quadrilátero e, ao lado, escreveram 360°. Três, dos mesmos vinte e três alunos, acrescentaram na cola um exemplo de como calcular cada ângulo de um quadrilátero.

Um aluno apresentou indício para a resposta correta na cola e acertou parcialmente a questão, mas não há como afirmar se esse aluno utilizou ou não a cola. Na cola desse aluno, havia a informação de que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de 360°. Na prova, ele escolheu a estratégia correta e realizou os procedimentos incorretamente.

Um aluno apresentou indício para a resposta correta na cola e errou a questão, mas não há como afirmar se esse aluno utilizou ou não a cola. Havia, na cola, a informação de que a medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é de 360°. Na prova, ele escolheu a estratégia incorreta e realizou os procedimentos incorretamente. Sete alunos não apresentaram indício algum da questão na cola.

Setenta e dois por cento (72%) da turma acertou a questão e apresentou indício na cola. A questão pode ser considerada muito fácil, dado que 88% dos alunos acertaram a questão.

No item (c), dezessete alunos apresentaram indício para a resposta correta da questão na cola. Sete desses alunos podem ter utilizado a cola, pois existe o indício para a resposta correta da questão em cada cola e as questões estão corretas. Dois deles apresentaram em suas colas que o paralelogramo é um quadrilátero que possui ângulos opostos congruentes e lados opostos congruentes. Dois alunos apresentaram um exemplo de como calcular os ângulos opostos. Dois alunos acrescentaram em suas colas a informação de que o paralelogramo é um quadrilátero que possui lados opostos congruentes. Um aluno apresentou a informação de que o paralelogramo é um quadrilátero que possui lados opostos paralelos.

Três alunos apresentaram indício na cola e acertaram parcialmente a questão, mas não há como afirmar se esses alunos utilizaram ou não a cola. Dois alunos apresentaram um exemplo de como calcular os

ângulos opostos e, na prova, escolheram a estratégia correta e realizaram os procedimentos incorretamente. Um aluno apresentou em sua cola que o paralelogramo é um quadrilátero que possui lados opostos paralelos. Esse aluno escolheu a estratégia incorreta na prova e realizou os procedimentos corretamente.

Três alunos apresentaram indício na cola e erraram a questão, e não há como afirmar se utilizaram ou não a cola. Um aluno apresentou em sua cola um exemplo de como calcular os ângulos opostos. Um aluno apresentou em sua cola a informação de que paralelogramo é um quadrilátero que possui lados opostos congruentes. Um aluno apresentou em sua cola a informação de que o paralelogramo é um quadrilátero que possui lados opostos.

Quatro alunos apresentaram indício na cola e deixaram a questão em branco. Um aluno apresentou em sua cola um exemplo de como calcular os ângulos opostos. Um aluno apresentou, em sua cola, a informação de que o paralelogramo é um quadrilátero que possui lados opostos paralelos e um exemplo de como calcular os ângulos opostos. Um aluno apresentou em sua cola que o paralelogramo é um quadrilátero que possui dois pares de lados opostos paralelos. Um aluno apresentou em sua cola a informação de que o paralelogramo é um quadrilátero que possui lados paralelos. Quinze alunos não apresentaram indício algum da questão na cola.

Vinte e dois por cento (22%) da turma acertou a questão e apresentou indício para a resposta correta na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, já que 38% dos alunos acertaram a questão.

No item (d), dezessete alunos apresentaram indício para a resposta correta da questão na cola. Treze, dos dezessete alunos, podem ter utilizado a cola, pois existe o indício para a resposta correta da questão em cada cola e as questões estão corretas. Nove, dos treze alunos, apresentaram em suas colas que a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é de  $180^\circ$ . Os outros quatro alunos desse grupo desenharam um triângulo e, ao lado do desenho, escreveram  $180^\circ$ .

Dois alunos, dos dezessete que apresentaram indício para a resposta correta na cola, acertaram a questão parcialmente, mas não há como

afirmar se utilizaram ou não a cola. Um aluno acrescentou em sua cola que a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é de  $180^\circ$ . Esse aluno escolheu a estratégia incorreta e realizou os procedimentos corretamente. Um aluno escolheu colocar em sua cola um exemplo de como calcular os ângulos de um triângulo. Ele escolheu a estratégia correta e realizou os procedimentos parcialmente corretos.

Dois alunos apresentaram indício para a resposta correta na cola e deixaram a questão em branco. Um aluno apresentou em sua cola que a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo é de  $180^\circ$ . Um aluno desenhou um triângulo e, ao lado do desenho, escreveu  $180^\circ$ . Quinze alunos não apresentaram indício algum da questão na cola.

Quarenta e um por cento (41%) da turma acertou a questão e apresentou indício na cola. A questão pode ser considerada de média facilidade, porquanto 60% dos alunos acertaram a questão.

## **CONSIDERAÇÕES**

Este estudo apresenta a prova-escrita-com-cola com a intenção de dar aos estudantes mais uma oportunidade de estudar enquanto elaboram a cola. A prova escrita utilizada na escola, que geralmente é composta por questões que exigem do aluno apenas memorização e repetição, pode, muitas vezes, estimular o uso da cola. É usual pensar que todo aluno sabe fazer cola e utiliza esse meio para sair-se bem em provas escritas. Exemplo disso é a máxima escolar: “quem não cola não sai da escola”. O aluno tenta esconder a cola do professor, pois, comumente, a cola é vista como um ato de corrupção. Parece que, se o professor não descobre, a cola (ato de corrupção) não existiu. Descaracterizá-la como ato de corrupção, transformando-a em mais uma oportunidade para o aluno estudar, vai ao encontro das ideias de avaliação didática. A natureza didática da avaliação emerge da prioridade dada aos processos de aprendizagem e pelo fato de o foco não estar apenas no resultado, mas nos próprios procedimentos de solução. Estudos anteriores desenvolvidos no GEPEMA, Forster (2016) e Souza (2018), já afirmaram que a prova-escrita-com-cola, na perspectiva aqui adotada, é um instrumento que serve à realização de uma avaliação didática.

A pesquisa realizada com o 8º ano de uma escola pública, usando como instrumento duas provas-escritas-com-cola mostrou que a cola foi mais uma oportunidade de aprendizagem. Fica evidente nas figuras 03 e 04, que a maior parte dos alunos que acertou as questões apresentou indícios para resposta correta em suas colas. O que de avaliação qualitativa pode ser discutido? Quais atitudes denotam que a cola foi recurso de aprendizagem para os alunos. quando eram incorretas, o que pode ser um indicativo de que os alunos utilizaram a cola para responder a prova. (quantificar – você tem dados)

Em busca de elementos na perspectiva da avaliação didática, que estão subjacentes à utilização da prova-escrita-com-cola, pode-se verificar evidências de que o ato de elaborar a cola, possivelmente, deu uma oportunidade de aprendizagem para os alunos, uma vez que eles tiveram que escolher quais informações deveriam colocar na cola; a cola possibilitou que

o professor conhecesse as informações que os alunos julgaram relevantes para o momento da prova, sendo assim, o propósito pode ser considerado didático. A ferramenta foi didática porque a cola possibilitou que o professor conhecesse informações que os alunos julgaram relevantes para o momento da prova. Os conteúdos podem ser considerados didáticos, pois os alunos mostraram familiaridade com eles. A produção escrita dos alunos mostrou indícios de que os enunciados das tarefas da prova foram acessíveis para os alunos, pois a maioria deles respondeu as questões de acordo com os objetivos da professora; as questões não possibilitaram que os alunos as resolvessem por estratégias diferentes, portanto, não são elásticas/flexíveis; o fato dos alunos mostrarem-se familiarizados com os enunciados das questões levam a crer que estavam presentes no desenvolvimento das aulas; doze questões das duas provas não se caracterizaram como informativas, visto que muitos alunos apresentaram resposta direta e não expressaram como chegaram ao raciocínio.

Esse instrumento de avaliação é mais um que o professor pode utilizar e que, dependendo da sua intenção e de seu modo de uso, pode servir aos processos de aprendizagem dos alunos em diversos momentos: ao elaborar a cola, ao realizar a prova e até depois, em uma possível correção coletiva. Podem existir diversos encaminhamentos para se trabalhar com uma prova-escrita-com-cola, e o apresentado neste estudo é um deles. A intenção é que não se tenha a visão de uma prova com um modelo pré-concebido, rígido, engessado ou estático. É preciso que esse instrumento desperte interesse nos alunos, que faça com que estudem mais e, como consequência, aprendam mais. Outra possível forma de trabalho com a prova-escrita-com-cola, por exemplo, é pedir aos alunos que preparem uma cola de um determinado conteúdo e, na hora da prova, pedir que os alunos elaborem questões para que tirem dez utilizando os indícios de suas colas. Pode-se, também, trocar as colas no ato da prova. Cada aluno resolve a prova utilizando os indícios preparados pelos colegas. O professor pode, ainda, corrigir a prova com os alunos na sala de aula, ou uma turma corrige as provas de outra turma e, depois, discutir os acertos e os erros das questões. Não precisa seguir um mesmo procedimento. O importante é que o

instrumento e seu encaminhamento estejam a serviço da aprendizagem, até porque a escolha de um instrumento qualquer para a avaliação da aprendizagem escolar deve ser sempre guiada pela intencionalidade.

Ainda que a prova-escrita-com-cola seja um instrumento que pode dar oportunidades de aprendizagem para o aluno, não se pode esquecer que o uso de um único instrumento não é suficiente para que o professor colete informações fidedignas a respeito do processo de aprendizagem do aluno. A prova-escrita-com-cola é apenas um dos instrumentos para isso.

Uma das limitações deste estudo é não ter sido possível entrevistar os alunos para saber - por que o aluno escolheu aqueles aspectos do conteúdo que colocou na cola e não outros - e, esse é um aspecto que pode gerar uma nova investigação Outra limitação é o tipo das questões, já que não todas permitiram alguma análise da produção escrita.

Espera-se que este trabalho sirva para desencadear boas discussões a respeito de instrumentos de avaliação e traga contribuições para o ensino e para a aprendizagem de matemática.

## REFERÊNCIAS

- BURIASCO, Regina Luzia Corio de. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. 238f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.
- BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; CIANI, Andréia Büttner. Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos). **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 22, n. 33, p. 69-96, 2009.
- BURIASCO, Regina Luzia Corio de; SILVA, Gabriel dos Santos e. Aspectos da Educação Matemática Realística. **ReBECCEM**, Cascavel (PR), v. 1, n. 1, p. 1-15, dez. 2017.
- DE LANGE, Jan. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW &OC, 1987.
- \_\_\_\_\_. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Madison: WCER, 1999.
- FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. 173f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.
- FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Enunciados de Tarefas de Matemática Baseados na Perspectiva da Educação Matemática Realística. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 452-472, 2015.
- FORSTER, Cristiano. **A utilização da prova-escrita-com-cola como recurso à aprendizagem**. 2016. 123f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.
- FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an educational task**. Dordrecht, The Netherlands: Reidel, 1973.
- GRAVEMEIJER, Koeno; COBB, Paul. Design research from a learning design perspective. In: VAN DEN AKKER, Jan. et al. **Educational design research**. London: Routledge, 2006.
- GRAVEMEIJER, Koeno; DOORMAN, Michiel. Context problems in realistic mathematics education: a calculus course as an example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, n. 1, p. 111-129, 1999.
- HADJI, Charles. **A avaliação desmistificada**. Tradução de Patrícia C. Ramos. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001a.

\_\_\_\_\_. **Pensar & agir a educação**: da inteligência do desenvolvimento ao desenvolvimento da inteligência. Tradução de Vanise Dresch. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001b.

HENNINGSEN, Marjorie; STEIN, Mary Kay. Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and inhabit high-level mathematical thinking and reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 28, n. 5, p. 524-549, nov. 1997.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. **Assessment and realistic mathematics education**. Utrecht: Freudenthal Institute. 1996.

\_\_\_\_\_. Reform under attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In: SPARROW, Len; KISSANE, Barry; HURST, Chris (Eds.). **Proceedings of the 33th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Fremantle: MERGA, 2010.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação da Aprendizagem: visão geral. [Entrevista concedida ao] Paulo Camargo. **Caderno do Colégio Uirapuru**, Sorocaba (SP), out. 2005. Disponível em: [www.luckesi.com.br](http://www.luckesi.com.br). Acesso em 09 nov. 2019.

PEDROCHI JR, Osmar. **Avaliação como Oportunidade de Aprendizagem em Matemática**. 2012. 56f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

PEREIRA JUNIOR, A. **Enunciados de Itens de provas de Matemática**: um estudo na perspectiva da Educação Matemática Realística. 2014. 65f. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SANTOS, Edilaine Regina dos. **Análise da produção escrita em matemática**: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino. 158f. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SILVA, Gabriel dos Santos e. **Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação**. 2018. 166f. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

SOUZA, Juliana Alves de. **Cola em Prova Escrita**: de uma conduta discente a uma estratégia docente. 2018. 146f. Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2018.

**APÊNDICE**

### Questionário com as respostas da professora

“1. Como elaborou a prova e qual o objetivo de cada questão da primeira prova?”

Professora: A prova precisava, como combinado, abordar os 3 assuntos trabalhados.

Questão	Objetivos:
Q1	Identificar os conceitos de congruentes e suplementares;
Q2	Identificar ângulos correspondentes, alternos internos e externos; colaterais internos e externos e correspondentes.
Q3	Aplicar fórmula de dedução do número de lados dado o número de diagonais.
Q4	Saber o conceito/calcular apresentando raciocínio de Soma dos ângulos internos, Soma dos ângulos externos, ângulo interno, ângulo externo e número de Diagonais.
Q5	Identificar o cálculo para determinar os ângulos dada uma reta paralela cortada por uma reta transversal; Saber determinar todos os ângulos que a compõe.
Q6	Idem ao Q4
Q7	Calcular porcentagens, o ângulo correspondente. Saber construir um gráfico setorial e apresentar elementos de tratamento da informação (título, legenda, fonte e as porcentagens correspondentes).

2. Qual critério de escolha para a sequência das questões?

Professora: Sem critérios, coloquei de forma que pudesse economizar folhas.

3. Foi trabalhado numa aula dupla?

Professora: Sim, duas aulas geminadas.

4. Os alunos que não terminaram a prova tiveram outra oportunidade para resolver a prova antes da correção?

Professora: As turmas 8<sup>o</sup>MA e 8<sup>o</sup>MB não, pois foram 2 aulas seguidas (geminadas).

5. Os alunos que não fizeram cola, resolveram a prova? Ficaram com menos pontos na correção?

Professora: Resolveram o que conseguiram. Sim, foram 3 pontos a menos, um de cada conteúdo.

6. Por que o estudante P. R. ajudou o G. M. e não outro estudante?

Professora: Porque P.R foi o primeiro a acabar, tem facilidade extrema, inclusive foi indicado para o NAAH/S – Núcleo de Atividades de Altas Habilidades/Superdotação. E sem ver a prova dele, sabia, devido a participação nas aulas e produtividade que iria bem. Em outras oportunidades que o fiz monitor, tratou sem dar respostas para os colegas, ajudando por meio de perguntas. G.M tem extrema dificuldade e vem de um histórico escolar que o desestimularia ainda mais se não desse um pouco de atenção.

7. Qual a idade dos alunos?

Professora: De 12 a 15 anos.

8. O que você esperava que os alunos colocassem nas colas?

- Nome e relações de retas paralelas cortadas por uma reta transversal;
- Que tivesse um exemplo de cada relação de retas paralelas cortadas por uma reta transversal.
- Fórmulas de Soma dos ângulos internos, soma dos ângulos externos, ângulo interno, ângulo externo e número de Diagonais.
- Uma tabela mostrando uma maneira de mostrar como calcular porcentagem e graus correspondentes.
- Que colocassem todos os elementos de tratamento de informação como: título, porcentagem, legenda e fonte.”

**ANEXOS**

## ANEXO A – PROVA 1

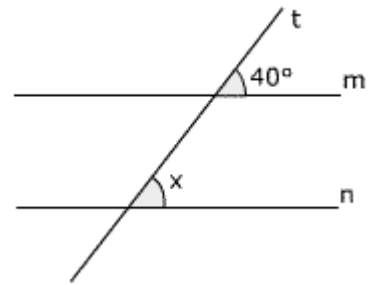
Escola Estadual XXXXXXXXXXX XXXXX XXXXXX

NOME: _____ nº _____ DATA: __/__/__	
TURMA: 8º ano _____ 2º Trimestre/ prova 1	
DISCIPLINA: Matemática Profª. XXXXXXXX XXXXXXXX	
NOTA: _____	

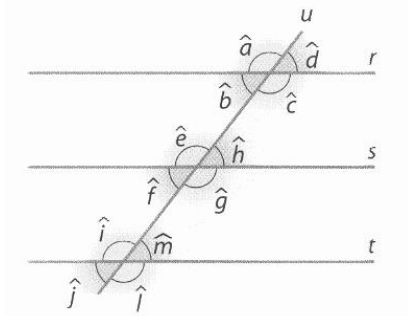
Valor: 3,5 Prova com Cola

1. Na figura abaixo as retas  $m$  e  $n$  são paralelas. Os ângulos de medidas  $x$  e  $40^\circ$  são: (0,2)

- a) congruentes, pois são colaterais internos.  
 b) congruentes, pois são correspondentes.  
 c) congruentes, pois são alternos internos.  
 d) suplementares, pois são colaterais internos.  
 e) suplementares, pois são correspondentes.



2. Observe a figura e classifique as afirmações em V (verdadeira) ou F (falsa). (0,3)



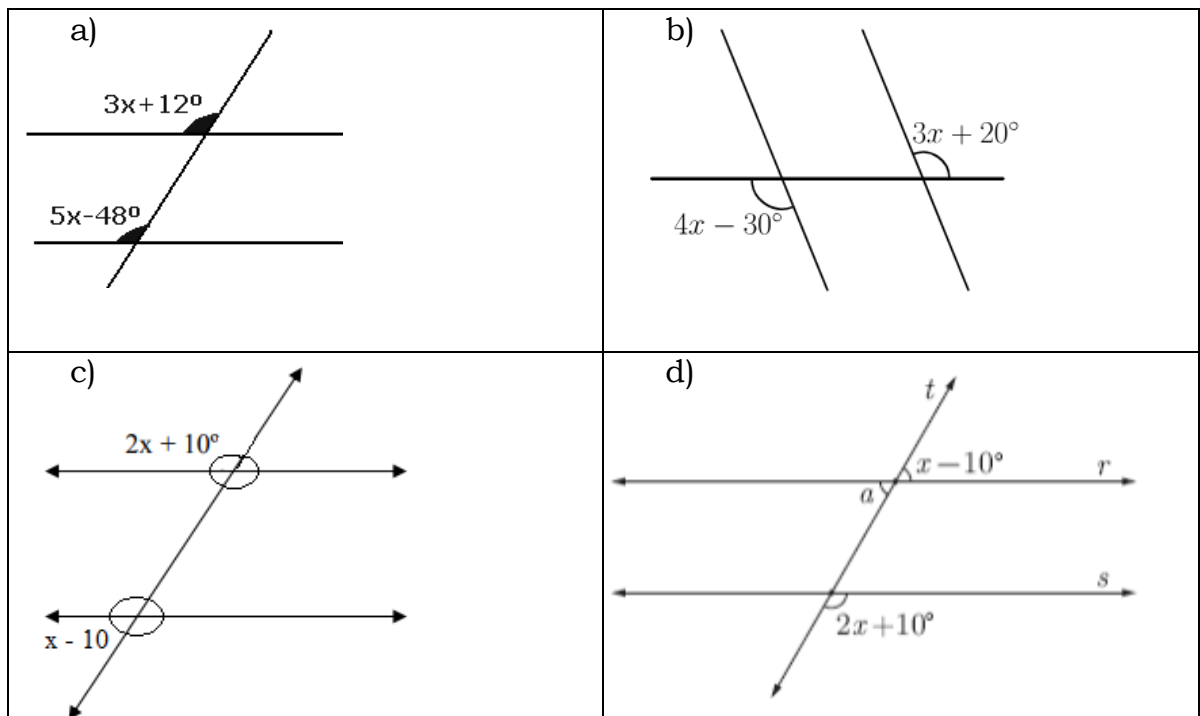
- a) ( ) Os ângulos  $\hat{d}$  e  $\hat{m}$  são correspondentes e, portanto, congruentes.  
 b) ( ) Os ângulos  $\hat{c}$  e  $\hat{i}$  são alternos internos e, portanto, suplementares.  
 c) ( ) Os ângulos  $\hat{a}$  e  $\hat{l}$  são congruentes, pois são alternos externos.  
 d) ( ) Os ângulos  $\hat{e}$  e  $\hat{j}$  são suplementares, pois são colaterais externos.  
 e) ( ) Os ângulos  $\hat{g}$  e  $\hat{m}$  são colaterais internos e, portanto, congruentes.
3. Qual o polígono na qual o número de diagonais totais são 902? (0,2)

4. Determine de um polígono regular de 22 lados os elementos a seguir: (apresente os cálculos) (0,5)

- Qual o valor da soma dos ângulos internos ( $S_i$ )?
- Qual o valor da soma dos ângulos externos ( $S_e$ )?
- Qual o número de diagonais totais ( $D$ )?
- Qual o valor de um dos ângulos internos ( $a_i$ )?
- Qual o valor de um dos ângulos externos ( $a_e$ )?

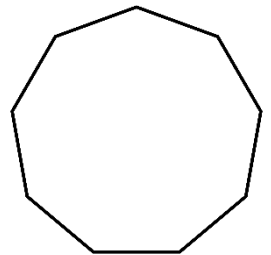
5. Uma reta transversal corta duas paralelas são indicados nos desenhos a seguir. Indique a medida de todos os ângulos em cada alternativa.

(0,8)



6. Do polígono regular ao lado, responda: (apresente os cálculos) (0,6)

- Qual o nome desse polígono?
- Qual o valor da soma dos ângulos internos? ( $S_i$ )
- Qual o valor da soma dos ângulos externos ( $S_e$ )?
- Qual o número de diagonais totais ( $D$ )?
- Qual o valor de um dos ângulos internos ( $a_i$ )?
- Qual o valor de um dos ângulos externos ( $a_e$ )?



7. A escola de Nagib promoveu uma olimpíada de Matemática entre os alunos do ensino fundamental. Todos os 1000 alunos participaram da olimpíada que utilizou os seguintes critérios de avaliação: ótimo, bom, regular e ruim. Veja os resultados na tabela:

Avaliação	Número de alunos
Ótimo	200
Bom	600
Regular	150
Ruim	50

Apresente em forma de tabela a porcentagem e os graus correspondentes. Em seguida, construa um gráfico setorial dessa situação. Não esqueça da legenda, título, porcentagens e fontes. (0,9)

Anexo B – PROVA 2

Escola Estadual XXXXXXXXXXX XXXXX XXXXXX

NOME: _____ nº _____ DATA: ___/___/___	
TURMA: 8º ano _____ 2º Trimestre/ prova 2	
DISCIPLINA: Matemática	Profª. XXXXXXXX XXXXXXXX
NOTA: _____	

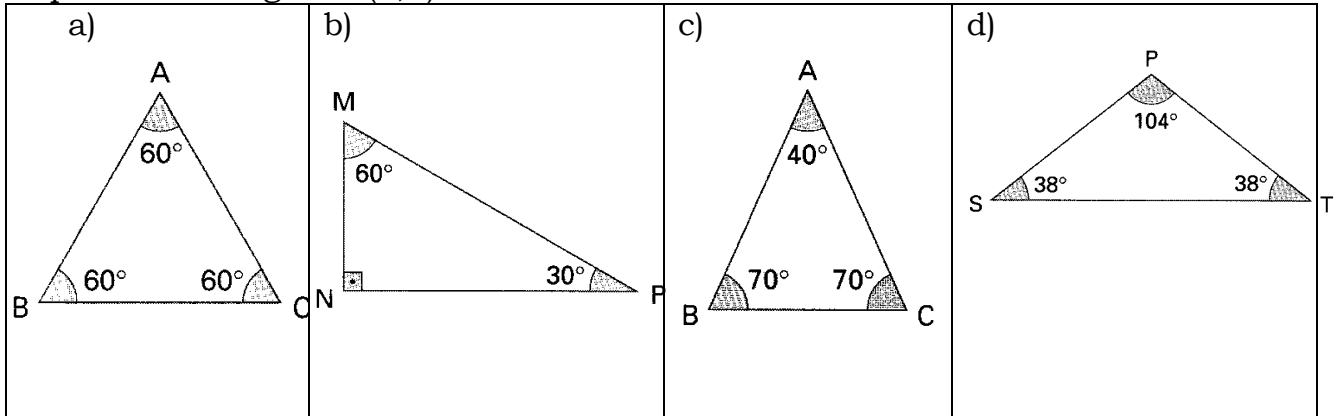
Valor: 3,5 Prova com Cola

**1)** Verifique se existem os triângulos cujos lados medem: (ESCREVA SIM OU NÃO) (0,2)

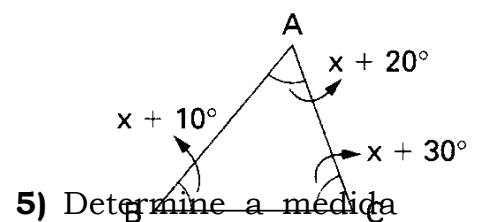
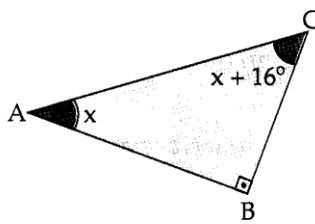
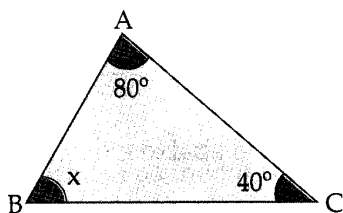
- a) 17cm, 12cm e 9cm    b) 20cm, 11cm e 9cm    c) 3,7 cm, 9,1 cm e 8,4 cm  
 d) 6 cm, 10 cm e 17,5 cm

**2)** Num triângulo, o maior lado tem 10 cm e um dos outros dois lados mede 3 cm. Quais as possíveis medidas inteiras do terceiro lado do triângulo? (0,2)

**3)** Observe os triângulos seguintes e classifique-os quanto aos lados e quanto aos ângulos. (0,4)



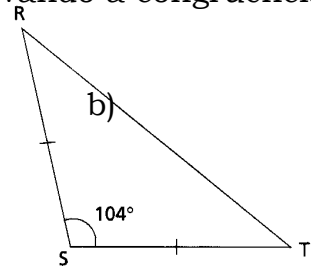
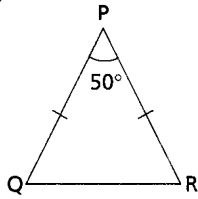
**4)** Nas figuras abaixo, determine o valor de x: (0,5)



**5)** Determine a medida

dos ângulos internos dos triângulos isósceles, observando a congruência dos lados. (0,4)

a)



**6)** Considere as afirmações: (0,2)

I – Todo triângulo equilátero é acutângulo.

II – Todo triângulo escaleno é obtusângulo.

III – Um triângulo retângulo pode ser isósceles.

Assinale a opção correta. Justifique.

a) ( ) todas as afirmações são verdadeiras.

b) ( ) todas as afirmações são falsas.

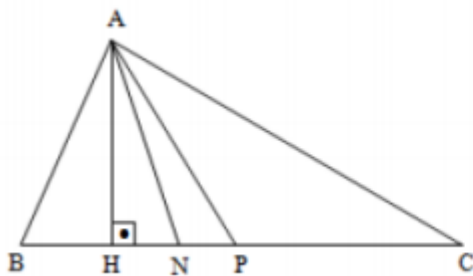
c) ( ) apenas a afirmação I é verdadeira.

d) ( ) apenas a afirmação III é verdadeira.

e) ( ) apenas a afirmação II é falsa.

**7)** Na figura abaixo determine os segmentos que representam mediana, bissetriz e altura, sabendo que  $BP = PC$  e  $B\hat{A}N = N\hat{A}C$ .

(0,3)



$\overline{AH} =$  \_\_\_\_\_

$\overline{AN} =$  \_\_\_\_\_

$\overline{AP} =$  \_\_\_\_\_

**8)** Considere os pontos notáveis de um triângulo, sendo (B) Baricentro, (I) Incentro e (O) Ortocentro, preencha os parênteses: (0,2)

( ) Ponto de encontro das medianas.

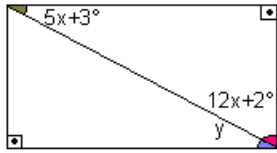
( ) Ponto de encontro das bissetrizes internas de um triângulo.

( ) Ponto de encontro das retas suportes das alturas.

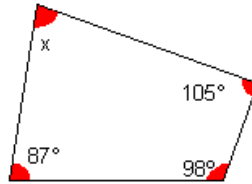
**9)** As medidas dos ângulos internos de um quadrilátero são:  $x + 17^\circ$ ;  $x + 37^\circ$ ;  $x + 45^\circ$  e  $x + 13^\circ$ . Determine as medidas desses ângulos. (0,3)

**10)** Observe as imagens dos quadriláteros e determine a medida  $x$  e  $y$  se houver. (0,8)

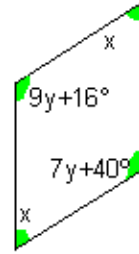
a)



b)



c)



d)

