



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

ANDRÉ GUSTAVO OLIVEIRA DA SILVA

**APRENDIZAGEM CONSCIENTE:
O RELATÓRIO DE REFLEXÃO DOS ERROS (RRE) COMO
ALTERNATIVA PEDAGÓGICA**

Londrina
2013

ANDRÉ GUSTAVO OLIVEIRA DA SILVA

**APRENDIZAGEM CONSCIENTE:
O RELATÓRIO DE REFLEXÃO DOS ERROS (RRE) COMO
ALTERNATIVA PEDAGÓGICA**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina.

Orientadora: Prof^a Dr^a Rosana Figueiredo Salvi.

Londrina
2013

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina**

S586a Silva, André Gustavo Oliveira da.
Aprendizagem consciente: o relatório de reflexão dos erros (RRE)
como alternativa pedagógica / André Gustavo Oliveira da Silva. –
Londrina, 2013.
144 f.: il.

Orientador: Rosana Figueiredo Salvi.
Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –
Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa
de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2013.
Inclui bibliografia.

1. Educação matemática – Teses. 2. Avaliação educacional – Teses.
3. Metacognição – Teses. 4. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 5.
Análise de erros (Matemática) – Teses. I. Salvi, Rosana Figueiredo. II.
Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa
de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III.
Título.

CDU 51:37.02

ANDRÉ GUSTAVO OLIVEIRA DA SILVA

**APRENDIZAGEM CONSCIENTE:
O RELATÓRIO DE REFLEXÃO DOS ERROS (RRE) COMO
ALTERNATIVA PEDAGÓGICA**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof^a Dr^a Rosana Figueiredo Salvi
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof^a Dr^a Helena Noronha Cury
Centro Universitário São Francisco - UNIFRA

Prof^a Dr^a Marilda Gonçalves Dias Facci
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Prof^a Dr^a Marinez Meneghello Passos
Universidade Estadual de Londrina - UEM

Prof^a Dr^a Regina Luzia Corio de Buriasco
Universidade Estadual de Londrina - UEM

Londrina, 17 de dezembro de 2013.

AGRADECIMENTOS

É hora de agradecer. Palavras se tornam pequenas demais... o que conta mesmo é o sentimento que as acompanha...

Agradeço ao meu Deus, por sua graça - que palavra! -, cuidado e bondade infinitas.

À professora Rosana, por sua competência e graciosidade, aliada à sua sensibilidade e tato foi muito mais que orientadora. Vencemos o desafio!

Às professoras Helena Noronha Cury, Marilda Gonçalves Dias Facci, Marinez Meneghello Passos e Regina Luzia Corio de Buriasco pela honra de tê-las em minha banca e pelas contribuições que trouxeram.

À professora Irinéa de Lourdes Batista que em meio à correria dos preparativos para sua viagem, dirigiu-me - com sua franqueza peculiar - sábias palavras que fizeram diferença em mim.

À Capes, pelo apoio financeiro. Foi fundamental!

Ao Instituto Adventista Paranaense que me viabilizou meios para a realização da pesquisa.

À UNESPAR – FECEA minha nova casa de ensino, meu novo desafio no qual planejo realizar grandes projetos.

A todos os professores do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela competência e conhecimentos compartilhados.

Ao grupo de pesquisa multidisciplinar IFHIECEM pelas contribuições no aprimoramento da pesquisa.

Ao grupo de pesquisa multidisciplinar dos orientados da Prof^a Rosana. Pela amizade, pelo encorajamento, contribuições e pelas perspectivas que despontam...

Ao meu amigo Roberto Gonçães Alves que me enviou dos “States” artigos que complementaram o referencial teórico. Vieram em ótima hora!

À minha família, meus três amores, meu maior tesouro!

Aos funcionários da secretaria de Pós Graduação pela solicitude, atenção e competência.

À revisora Virgínia Ayres.

À bibliotecária DiMaria e sua equipe, pela revisão das normas da ABNT.

Aos colaboradores da pesquisa, meus inesquecíveis alunos dos terceirões do IAP do ano de 2012.

A todos que colaboraram para esta conquista.

“Com o meu Deus salto muralhas...”

Salmos 18: 29

SILVA, André Gustavo Oliveira. **Aprendizagem consciente**: o relatório de reflexão dos erros (RRE) como alternativa pedagógica. 2013. 144 f. Tese (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

RESUMO

Esta pesquisa representa uma busca por compreensão e respostas a inquietações e questionamentos surgidos na concretude do dia a dia em sala de aula, na intenção de legitimar a prática por meio de referenciais teóricos que lhe confirmem sustentação. Tem seu início a partir da tentativa de explorar o potencial inerente ao erro oportunizando ao estudante revisar sua produção individual na a fim de contribuir para o avanço cognitivo. Pretende investigar e descrever situações de aprendizagens a partir do erro cometido em provas escritas de matemática quando o estudante se compromete a realizar a atividade de preenchimento de um relatório de reflexão dos erros (RRE), o qual sugere ações e operações que viabilizarão interações e mediações com intuito de promover a aprendizagem consciente. Os dados apresentados referem-se ao ano de 2012 e foram obtidos por meio de análise dos relatórios, provas e questionários, de conversas informais e por meio da técnica de grupo focal com estudantes de três turmas de terceiro ano do Ensino Médio. Por pretender investigar múltiplas realidades e valorizar o processo como fonte de informações, visando expandir a compreensão do tema, a pesquisa é de cunho qualitativo, com interpretação subsidiada pelos recursos da Análise de Conteúdo. O processo investigativo contemplou (1) a caracterização do erro enquanto ente pedagógico no âmbito da Educação Matemática, (2) o aproveitamento pedagógico do erro, (3) a caracterização do RRE como uma atividade, conforme os pressupostos da teoria da atividade, e (4) a apropriação de significados a partir da reflexão do erro com base na perspectiva vygotyskiana. Cada etapa revelou seu caráter arborescente com surgimento de novas conexões e interações que contribuíram para a materialização da tese resultante de um processo gradativo de amadurecimento no qual erro, atividade, reflexão dos erros, negociação de significados, apropriação de significados e aprendizagem consciente, se evidenciavam na medida em que os estudantes interagem com o relatório de reflexão dos erros. Os resultados destacam o grande potencial inerente ao erro, sugerem o relatório de reflexão dos erros como uma atividade adequada para promover o aprendizado consciente e os ganhos advindos do processo de ensino e aprendizagem provenientes da inserção do erro ao processo enquanto recurso pedagógico.

Palavras-chave: Educação matemática. Aproveitamento pedagógico do erro. Erro. Relatório de reflexão dos erros. Teoria da Atividade. Aprendizagem consciente

SILVA, André Gustavo Oliveira. **Conscient learning**: the reflection on error Report (RRE) as an pedagogic alternative. 2013. 144 p. Thesis (Doctorate in Science and Mathematics Education) – Londrina State University, Londrina, 2013.

ABSTRACT

This research aims at understanding and obtaining answers to concerns and questions that arise in everyday classroom reality, in an attempt to legitimize practice through the theoretical frameworks that give it support. It started from an attempt to explore the potential inherent in error by providing students opportunities to review their individual production in order to contribute to their cognitive advance. It investigates and describes learning situations from error in written mathematics tests, when students agree to fill in a reflection on error report (RRE), which suggests actions and operations that enable interactions and mediations to promote conscious learning. Data refer to 2012; they were obtained through the analysis of reports, tests and questionnaires, informal conversations and group focus techniques with last year high school students. In order to investigate multiple realities and to value the process as a source of information, this is a qualitative study based on Content Analysis. The research process included (1) error description as a pedagogical entity within mathematics education, (2) pedagogical use of error, (3) characterization of RRE as an activity, based on the theory of activity, and (4) the appropriation of meanings from reflection on error based on the vygotyskian perspective. Each step revealed its tree-like character with the appearance of new connections and interactions that contributed to the materialization of the thesis, resulting from a gradual process of maturing in which error, activity, reflection on errors, negotiation of meanings, meanings and conscious appropriation of learning were evident as students interacted with the reflection on error report. The results highlight the great potential inherent in error, suggesting the reflection on error report as an appropriate activity to promote conscious learning, and the gains in the teaching - learning process.

Keywords: Mathematics education. Pedagogical use of error. Error. Reflection on error Report. Activity Theory. Conscious learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Desacordo entre indivíduo e objeto diante do erro	24
Figura 2 –	Estrutura do sistema de atividade.....	29
Figura 3 -	Esboço do sistema de atividade envolvido no processo de preenchimento do ‘Relatório de Reflexão sobre os Erros’ (RRE)	30
Figura 4 -	Os elementos estruturais da atividade	32
Figura 5 -	Explicitação do objeto, da necessidade e do motivo na atividade de preenchimento do RRE	33
Figura 6 -	A migração conceitual viabilizada pelo ensino escolar	41
Figura 7 -	Teia de conexões dos fenômenos observados durante o caminho percorrido entre o não saber e o saber viabilizado pelo RRE	69
Figura 8 -	Ocorrência de “vozes interiores” monitorando o processo de reelaboração	75
Figura 9 -	Outro exemplar de “vozes interiores” monitorando o processo de reelaboração	76
Figura 10 -	Recorte das “vozes interiores” em ação	76
Figura 11 -	A monitoração do processo de apropriação por meio de “vozes em ação”	77
Figura 12 -	Gráfico resultante dos dados obtidos com 18 alunos sobre a ação mais difícil no preenchimento do RRE. Ivatuba, 2012	78
Figura 13 -	Síntese das etapas percorridas no processo de apropriação, estimuladas pelo RRE	80
Figura 14 -	Gráfico com a frequência das emoções manifestadas perante o erro, numa amostra de 44 estudantes do terceiro do ano do Ensino Médio, Ivatuba – PR, 2012	85
Figura 15 -	Teia de conexões dos fenômenos hierarquizada a partir dos dados da pesquisa	89
Figura 16 -	O Erro como processo e as ações sistematizadas.....	96
Figura 17 -	Exemplares da questão das provas.....	99
Figura 18 -	O início da argumentação de C17 – aplicação da técnica da projeção das retas verticais a fim de constatar a existência da função.....	107

Figura 19 -	A explicativa da técnica da projeção das retas verticais por C17	107
Figura 20 -	Definições de domínio e imagem pesquisadas por C17	108
Figura 21 -	Argumentação com exemplos criados por C17 para justificar a lógica da técnica da projeção de retas verticais sobre o gráfico	108

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Quadro Síntese com Panorama Geral dos Dados Utilizados na Pesquisa Compartmentados por Bimestre.....	55
Quadro 2 -	Detalhamento das ações e operações envolvidas na resolução da questão analisada no sistema de atividade proposto	59
Quadro 3 -	Comparação entre as produções dos estudantes na prova 1, no relatório, e prova substitutiva.....	60
Quadro 4 -	Correspondência entre as categorias e as unidades de registro.....	71
Quadro 5 -	Ancoragem das unidades de registro da categoria – reflexão sobre o erro	72
Quadro 6 -	Ancoragem das unidades de registro da categoria – uso de estratégias de ação.....	73
Quadro 7 –	Ancoragem das unidades de registro da categoria – monitoração do processo de.....	74
Quadro 8 -	Ancoragem das unidades de registro da categoria – atribuição de significado	79
Quadro 9 -	Ancoragem das unidades de registro da categoria – tomada de consciência	82
Quadro 10 -	Ancoragem das unidades de registro da categoria – emoções	84
Quadro 11 -	Os aspectos positivos do RRE na concepção dos estudantes.....	87
Quadro 12 -	Evidências de mudança na forma de conceber o erro por parte de alguns estudantes.....	95
Quadro 13 -	Desempenho dos estudantes em cada item da questão	100
Quadro 14 -	Recursos mobilizados pelos estudantes para a realização da atividade	101
Quadro 15 -	Confrontação entre a causa do erro na ótica do pesquisador e na ótica do estudante	103
Quadro 16 -	Classificação dos significados atribuídos pelos estudantes a partir da reflexão dos erros com base em seus argumentos	105
Quadro 17 -	Justificativas apresentadas pelos estudantes para a questão em branco.....	109

Quadro 18 -	Classificação dos significados atribuídos pelos estudantes a partir da lacuna com base em seus argumentos	110
Quadro 19 -	Apresentação dos resultados da comparação com observações sobre o quesito detalhamento da resolução presente nos registros dos estudantes.....	113
Quadro 20 -	Atitude deflagrada a partir da constatação do erro.....	116
Quadro 21 -	Vantagens percebidas ao fazer o RRE	117
Quadro 22 -	Opinião dos estudantes sobre o processo de escrever	118
Quadro 23 -	Como se sente ao tomar consciência de seu erro?	119
Quadro 24 -	Sobre o aprendizado deflagrado a partir da reflexão sobre o erro	120
Quadro 25 -	Observações e sugestões sobre o relatório de reflexão dos erros.....	121

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BOLEMA	Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
IFHIECEM	Investigações em Filosofia e História da Ciência, Educação em Ciências e Matemática
GPEM	Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
RRE	Relatório de Reflexão dos erros
UEL	Universidade Estadual de Londrina

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO 1 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
1.1 O POTENCIAL PEDAGÓGICO INERENTE AO ERRO.....	19
1.1.1 O Erro como Oportunidade para o Aprendizado	22
1.2 CONTEXTUALIZANDO E CARACTERIZANDO A TEORIA DA ATIVIDADE.....	25
1.2.1 A Prática Educativa: uma Atividade?	33
1.3 O PROCESSO DE APROPRIAÇÃO E A APRENDIZAGEM.....	36
CAPÍTULO 2 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	43
2.1 O CONTEXTO DA PESQUISA	43
2.1.1 Os Colaboradores da Pesquisa	44
2.1.2 O Referencial Teórico da Pesquisa	44
2.1.3 A Coleta de Dados	45
2.1.4 O Relatório de Reflexão dos Erros.....	45
2.1.5 Os Questionários	48
2.1.6 As Entrevistas.....	48
2.1.7 O Grupo Focal	49
2.2 A ANÁLISE DOS DADOS.....	50
2.2.1 A Análise de Conteúdo	50
2.3 PRODUÇÕES E PUBLICAÇÕES REALIZADAS NO PERCURSO DA PESQUISA	52
CAPÍTULO 3 - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	54
3.1 O RRE UMA ATIVIDADE? QUE CONTRIBUIÇÕES PARA A ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS?.....	56
3.2 O PROCESSO DE APROPRIAÇÃO DO CONHECIMENTO	68
3.2.1 O Processo de Apropriação: Subsídios do Referencial Teórico	69
3.2.2 O Processo de Apropriação: Subsídios Provenientes da Atividade	86
3.3 O ERRO SOB NOVA PERSPECTIVA	94
3.3.1 Nova Forma de Encarar o Erro na Perspectiva do Estudante	94

3.3.2	Nova Forma de Encarar o Erro na Perspectiva do Pesquisador.....	96
3.4	O PODER MOBILIZADOR DO ERRO E A NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS	98
3.4.1	A Mobilização Promovida pelo Erro	100
3.4.2	Atribuição de Significados Propiciada pela Atividade a partir do Erro.....	104
3.5	ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS PROPICIADA PELA ATIVIDADE A PARTIR DE LACUNA.....	109
3.6	LUZES ADVINDAS DO GRUPO FOCAL	115
CAPÍTULO 4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS		122
REFERÊNCIAS		131
APÊNDICES		136
Apêndice 1 -	Questionário 1	137
Apêndice 2 -	Questionário 2	138
Apêndice 3 -	Questionário 4	139
Apêndice 4 -	Questionário 5	140
Apêndice 5 -	Modelo do relatório de reflexão dos erros adotado até meado de 2012.....	141
Apêndice 6 -	Modelo do relatório de reflexão dos erros adotado para o segundo semestre de 2012	142
Apêndice 7 -	Gráfico comparativo entre o número de revistas e artigos examinados e selecionados	143
Apêndice 8 -	Prova bimestral aplicada no segundo bimestre	144

INTRODUÇÃO

Pesquisar sobre o aproveitamento pedagógico¹ do erro representa uma busca por compreensão e respostas a inquietações e questionamentos surgidos na concretude do dia a dia em sala de aula, não somente na intenção de legitimar a práxis por meio da prática, mas também por meio de referenciais teóricos que lhe confirmam sustentação. Tal busca por compreensão e respostas define o porquê da tese que se configura como a tessitura de uma teia que tem o seu início a partir da tentativa de inserir o erro no processo avaliativo por meio da proposta de um relatório de reflexão dos erros (RRE) cometidos em prova escrita de matemática em turmas do ensino básico.

O início da teia desenhou-se com o RRE que marcou o começo de mudança na prática pedagógica do pesquisador. Tal relatório, compreendido como instrumento de intervenção, é introduzido como alternativa de mudança da práxis na qual se lidava com os erros cometidos nas provas escritas, fazendo a correção das mesmas na lousa na aula seguinte à sua aplicação.

Alguns fatores sinalizavam que tal procedimento era limitado em sua eficácia, pois se percebia:

(a) desinteresse da maioria dos estudantes durante a resolução das questões, pois seu foco estava voltado em saber o resultado quantificado pela nota e estabelecer comparações com os pares do que no aprendizado do conteúdo. Para alguns parecia ser uma aula como outra qualquer;

(b) diferentes reações que variavam desde a euforia pelo bom desempenho até manifestações de emoções negativas por um mau resultado, o que dificultava a condução da aula num ambiente com tal diversidade de humor;

(c) quando se elaborava diferentes modelos de provas – geralmente quatro exemplares – não havia tempo suficiente para fazer a correção de todos os modelos;

(d) embora houvesse perguntas e manifestações de dúvidas por parte de uns poucos, muitos dos que copiavam a resolução o faziam de forma passiva, o que não evidenciava a existência de uma reflexão necessária para compreensão e superação do erro; ou seja, tal proceder se revelava pouco ou quase nada frutífero;

¹ Com o termo pedagógico faz-se referência à ação dos estudantes que refletem sobre seus erros com intuito de aprendizagem do conteúdo matemático e também contempla a ação do professor que atua como organizador da atividade que propõe as ações que promoverão a atribuição de significado e consequente aprendizado consciente.

(e) por ser uma correção não seletiva, conforme o anseio de cada um, pois nem sempre havia coincidência quanto à questão ou ao tipo de erro, favorecia a distração e conseqüentemente atitudes que não contribuíam para a concentração e aprendizado do grupo.

Mediante o reconhecimento da importância de explorar o erro cometido nas provas escritas usando-o como mote para a (re)elaboração do conhecimento matemático e também mediante o insucesso experimentado optou-se por inserir o erro no cenário do ensino e aprendizagem oportunizando ao estudante um contato, pós-prova, com o que produziu a fim de provocar a reflexão. Era o início da intervenção com o relatório de reflexão dos erros. Em decorrência da mudança na forma de lidar com os erros e diante da expectativa de investigar a práxis, outras medidas se fizeram necessárias representando um movimento que se caracterizou na modelação da teia.

Com a implantação do RRE surgiu a necessidade de ancorar a nova práxis a um referencial teórico que lhe desse sustentação. Para isto, orientou-se a busca em quatro direções: (1) a caracterização do erro enquanto ente pedagógico no âmbito da Educação Matemática; (2) o aproveitamento pedagógico do erro; (3) a caracterização do RRE como uma atividade, conforme os pressupostos da Teoria da Atividade de Leontiev (1978); e, (4) o fenômeno de apropriação de significados a partir da reflexão do erro com base na perspectiva vygotyskiana. Cada nó integrante da teia revelou seu caráter arborescente contribuindo para sua expansão e o surgimento de novas conexões e interações que contribuiriam para a tessitura da teia.

Assim, a materialização da teia resultou de um processo gradativo de amadurecimento, no qual palavras-chave do referencial tais como erro, atividade, reflexão dos erros, negociação de significados, apropriação de significados e aprendizagem consciente, se evidenciavam na medida em que os estudantes interagiam com o relatório de reflexão dos erros. Nesta pesquisa apresenta-se e discute-se os resultados obtidos dessa trama.

Nesta perspectiva, a pesquisa tem como objetivo legitimar a prática e conferir-lhe sustentação teórica ao investigar situações de aprendizagens deflagradas pelos erros cometidos em prova escrita de matemática. Tais situações serão reveladas e compreendidas a partir do preenchimento de relatórios que propõem uma sequência de ações nas quais o estudante, à medida que as realiza, promove e apropria-se do conhecimento matemático.

Frente ao objetivo traçado e ao referencial que fundamentou a pesquisa, concebeu-se como questão: O relatório de reflexão dos erros (RRE) caracteriza uma atividade

adequada para a aprendizagem consciente do conhecimento matemático?

Paralelamente à questão da pesquisa serão investigadas outras questões auxiliares que objetivam dar direcionamento à investigação:

O preenchimento do RRE caracteriza uma atividade² para o estudante? Com esta questão pretende-se investigar se o preenchimento do relatório dos erros transcende a ideia de tarefa, na percepção do estudante, promovendo seu comprometimento e envolvimento conferindo-lhe o *status* de atividade.

Nesta pesquisa pretende-se investigar os fenômenos envolvidos nesse interstício a fim de compreender e registrar o trajeto cognitivo percorrido pelo estudante no decorrer do processo de apropriação.

Quais evidências emergem na realização da atividade que indicam a ocorrência de ZDP? Objetiva-se elencar situações nas quais se evidencia avanço cognitivo decorrente de mediações viabilizadas pela atividade proposta.

A atividade propicia ao estudante perceber o erro como contributo ao aprendizado?

A fim de alcançar os objetivos dessa pesquisa coletou-se dados advindos dos relatórios de reflexão dos erros, de questionários e entrevistas em 3 turmas de terceiro ano do Ensino Médio no decorrer do ano de 2012, os quais foram analisados qualitativamente por meio da análise de conteúdo.

Justifica-se a importância da pesquisa por ser uma opção como fonte de reflexão para educadores matemáticos e pelo fato de abordar uma questão universalmente aceita e que está posta no contexto da avaliação da disciplina de matemática que é a prova escrita. Sendo um instrumento de avaliação predominante, repleto de mitos e fator de tensão para os estudantes, essa proposta contribui para desmistificá-la convertendo-a em instrumento de aprendizado no qual o erro pode ser retomado, rediscutido, revisado e gerar novas aprendizagens.

A prova não será vista como a “última oportunidade” transformando-se em uma nova oportunidade, pois ao comprometer-se com a atividade de preenchimento do relatório de erros, o estudante tem a possibilidade de reelaborar seu aprendizado, avançando cognitivamente a partir de sua produção individual.

Na introdução da tese, como visto um panorama da trajetória seguido do desenvolvimento da pesquisa, o objetivo, a questão da pesquisa, as questões auxiliares e sua

² Assume-se o termo atividade, conforme os pressupostos de Leontiev (1978).

justificativa. No capítulo um, apresenta-se a fundamentação teórica na qual se discute o potencial pedagógico do erro, os pressupostos da Teoria da Atividade, que caracterizam a intervenção pedagógica proposta e a discriminação das etapas no processo de apropriação de um conceito abstrato. No capítulo dois, constam os aspectos metodológicos da pesquisa, os procedimentos de coleta de dados e as técnicas empregadas para a análise das informações. No capítulo três, apresentam-se os dados obtidos seguidos da análise, na qual as questões auxiliares elencadas são consideradas na busca do objetivo principal que é a percepção de evidências da ocorrência de atribuição de significado e consequente apropriação do conhecimento matemático. Nas considerações finais estão registradas as compreensões advindas da caminhada investigativa e sugestões que deixam o caminho aberto por meio de propostas para futuras investigações.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica na qual estão os conceitos estruturais que alicerçam a tese. Está organizado de forma a contemplar o potencial pedagógico do erro, os princípios norteadores da Teoria da Atividade e os fenômenos observados e ações decorrentes do processo de apropriação do conhecimento.

O primeiro tópico versa sobre o potencial pedagógico do erro. A argumentação usada baseia-se na revisão de artigos dos periódicos categorizados com conceitos A e B do Qualis da área 46 da Capes, publicados nas revistas *Boletim do Gepem* (1976-2010), *BOLEMA* (1985-2010), *Educação Matemática em Revista* (1993-2010), *Zetetiké* (1994-2010) e *Educação Matemática Pesquisa* (1999-2010) e também em Torre (2005, 2007), Borasi (1985, 1986, 1987), Borasi e Rose (1989), Borasi *et al.* (1998) e Cury (2004a, 2004b, 2008). Destaca-se o potencial inerente ao erro como elemento diagnosticador e mobilizador quando concebido como contributo ao aprendizado.

A mobilização suscitada pelo erro pode favorecer o aprendizado. Este por sua vez pode ser potencializado quando vinculado à proposta de uma atividade que explore as características do objeto a ser apreendido. Sobre este tema apresenta-se, num segundo tópico, a Teoria da Atividade de Leontiev (1978, 1983, 2005), que propõe o envolvimento do estudante na realização de ações demandadas pela atividade a fim de promover o aprendizado consciente.

Em um terceiro tópico, discute-se o processo de apropriação dos significados quando na formação de conceitos científicos na perspectiva de Vygotsky (1984, 2008, 2011), tendo o erro como mote.

Assumindo o erro como uma situação de desacordo capaz de desencadear um processo favorável à apropriação do conhecimento e considerando que o processo de apropriação não ocorre por simples adaptação, sendo necessário ao indivíduo conhecer e interagir com o conhecimento a fim de incorporá-lo, buscou-se aliar tal perspectiva com os pressupostos da teoria da atividade, a qual defende o envolvimento intencional com a cultura advinda de gerações precedentes a fim de que ocorra apropriação do conhecimento historicamente acumulado pela humanidade.

Neste encaminhamento ressalta-se o potencial pedagógico do erro concebido como parte integrante da aprendizagem e como desencadeador de um processo

favorável à ocorrência de fenômenos que contribuem para a apropriação de significados e consequente aprendizado consciente.

1.1 O POTENCIAL PEDAGÓGICO INERENTE AO ERRO

A palavra erro em si é, historicamente, repleta de dissonâncias, por possuir diferentes repercussões, dependendo do significado que lhe é atribuído. Pode assumir uma conotação maléfica ou benéfica; pode desacelerar ou alavancar o aprendizado; pode gerar traumas ou motivar; enfim trata-se de uma palavra que tem o poder de impactar, deixando suas marcas.

Coexistem duas visões distintas a respeito: (1) o erro como resultado e (2) o erro como processo. Na primeira forma de ver, o erro é tido como uma falha irreversível; isto se deve ao fato de que, não raras vezes, em nosso cotidiano cometemos erros que acarretam consequências negativas e irreversíveis. Na segunda, no âmbito pedagógico, a perspectiva deve ser outra: a falha ou erro pode ser um instrumento produtivo de um processo no qual o estudante adota uma atitude transformadora em sua forma de lidar com o objeto do conhecimento ao sentir-se desafiado a rever suas produções. Essa é a perspectiva adotada.

Dentre as virtudes atribuídas ao erro, listadas sob a forma de categorias (SILVA e SALVI, 2013b) destacam-se duas: (1) o erro como elemento diagnosticador e (2) o erro como agente mobilizador. Estas duas qualidades ressaltam a importância do erro e contribuem aos propósitos desta pesquisa, pois tornar a(s) causa(s) do(s) erro(s) explícita(s) ao estudante pode ser determinante para sua superação, e a forma como se mobiliza para este propósito complementa o intento de converter seu erro em aprendizagem.

O erro como elemento diagnosticador revela uma de suas principais virtudes, que é explicitar como o estudante está lidando cognitivamente com o conhecimento em questão. Para Torre (2007), o erro pode informar sobre estratégias inadequadas, lacunas no conhecimento, falhas de compreensão ou lapsos na resolução.

O autor acrescenta que averiguar a causa dos erros “abrirá muitos segredos da aprendizagem” (TORRE, 2007, p. 108). Por ser um indicador visível de processos invisíveis, o erro atua como revelador dos mecanismos de pensamento dos estudantes trazendo à tona informações relevantes para a condução do processo de ensino e aprendizagem.

A relevância do erro como elemento diagnosticador deve-se ao fato de

evidenciar onde se faz necessária a intervenção a fim de corrigir os possíveis desvios de aprendizagem. Na perspectiva adotada nesta investigação, em que aprender é visto como um processo do qual faz parte observar, analisar evidências e fatos, fazer tentativas, construir hipóteses, burilar ideias, enfim, negociar significados³, o erro deixa de ser visto como algo indesejado e passa a ser um elemento inserido ao processo.

Por meio de reflexão pessoal sobre o que produziu no momento da prova, resultado de suas concepções prévias externalizadas, o estudante pode submeter a escrutínio as concepções que possui a respeito de determinado tema, ainda que seja restrito a pequenos detalhes – como costumam dizer: “errei por bobeira” – e fazer os necessários ajustes. Esse processo de pensar sobre o que pensou quando respondeu na prova permite que tome consciência, de forma específica e pontual, sobre sua(s) debilidade(s) e potencialidades e saiba o que precisa rever.

Esse movimento de autodiagnose do estudante reúne parâmetros que lhe permitem orientar-se sobre como deve mobilizar-se a fim de suprir sua carência. Sabe onde precisa concentrar esforços, pois percebeu sua debilidade específica. Sob esse prisma os segredos que atrapalhavam a aprendizagem tornam-se patentes podendo confrontar-se com seus conceitos prévios, reelaborando sua concepção a respeito de determinado conceito.

O erro possui em si a qualidade de viabilizar o acesso ao que está imediatamente inacessível, pois revela as peculiaridades sobre a forma de pensar do estudante, suas noções epistemológicas (TINOCO, 1991), como viu, o que viu (TANCREDI *et al.*, 2001), as ‘ferramentas’ que utilizou e que lógica usou para lidar com a situação proposta (BALDINO; CABRAL, 1999). Acrescenta-se o fato de que esta tentativa revela algo que lhe é próprio, algo que elaborou com os recursos que possuía, caracterizando uma resolução personalizada.

A partir dos referenciais, compreende-se que, enquanto elemento diagnosticador, o erro pode contribuir para:

- revelar incompletudes;
- dar acesso ao inacessível;
- expor dificuldades de aprendizagem;
- revelar concepções prévias dos estudantes;

³ Usou-se a expressão negociar significados ou negociação de significados na perspectiva de Pinto e Fiorentini (1997), na qual a negociação envolve todas as tentativas realizadas via mediação, a fim de aproximar sentido pessoal (a forma como o indivíduo compreende) ao significado (forma aceita na comunidade científica com caráter supraindividual), uma vez que o conhecimento matemático é assumido como um constructo humano.

- explicitar processos cognitivos;
- tornar claro o modo como atribui significado ao objeto matemático;
- mostrar em que nível de desenvolvimento proximal o estudante se encontra.

Em suma, o erro age como elemento diagnosticador, pois expõe não somente as dificuldades dos estudantes, mas aprofunda-se em direção às causas que as subjazem. As contribuições elencadas a partir dos referenciais concentram-se no aspecto cognitivo e revelam que refletir sobre o erro sugere a retomada do aprendizado, a partir de um ponto específico, pois revela sua natureza, permitindo conhecer sua causa e planejar a intervenção adequada.

Segundo Kistemann Junior (2006), o erro permite um mapeamento do aprendizado dos estudantes, revelando “acidentes geográficos” que auxiliam o professor e o aluno a descobrirem as melhores formas de assimilar, acomodar e regular os conteúdos.

A argumentação de Kistemann Junior reforça o real propósito da diagnose viabilizada pelo erro: auxiliar os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem a aprimorarem seus papéis. Com isso ressalta-se que o poder de mobilização inerente ao erro gera motivação no estudante para saber por que seus esforços não foram frutíferos e abre uma oportunidade para a intervenção do professor.

A mobilização compreende envolvimento do estudante, do professor e a ação conjunta entre ambos. Nesta pesquisa assume-se mobilização na perspectiva de Charlot (2000), cujo conceito não somente está relacionado ao movimento, mas ao fato de o sujeito possuir uma “boa razão” para fazer algo. E se estiver convencido disso, irá fazê-lo, mobilizando recursos – inclusive ele próprio, enquanto sujeito, como parte desses recursos – para atingir seu objetivo.

O erro como elemento mobilizador, conforme percebido na leitura dos referenciais, contribui para:

- dinamizar o aprendizado;
- estimular a reflexão;
- estabelecer diálogo;
- nortear a práxis;
- redimensionar a avaliação;
- adequar o método de ensino.

Das contribuições elencadas, observam-se três situações distintas: (1) a mobilização por parte do estudante, (2) a mobilização por parte do professor e (3) a mobilização conjunta entre estudante e professor. Das contribuições elencadas, as 3 primeiras dizem respeito aos estudantes que passam a ter uma orientação para um recomeço, no qual a reflexão se torna fundamental a fim de proceder com os devidos ajustes e o diálogo se faz presente com seus pares e/ou com outros autores ao recorrer a outras formas de compreensão e resolução. Com exceção da primeira, todas as demais dizem respeito à atuação do professor. Inserir o erro no contexto do ensino e aprendizagem interfere na prática do professor. Passa a refletir a respeito dos resultados obtidos, abre e mantém aberto um canal de diálogo com os estudantes como forma de mediação, sua práxis é influenciada pela forma como lida com o erro, pois o vê noutra perspectiva, o que demanda novos procedimentos na forma de avaliar e na adequação de seus métodos de ensino. A descrição feita revela a ocorrência de uma mobilização integrada entre professor e estudante, na qual ambos são estimulados à reflexão, ainda que sobre contextos diferentes, pois enquanto o estudante concentra-se na revisão de seus erros, o professor investiga os resultados obtidos – suas reflexões convergem para o mesmo propósito que é a aprendizagem.

Sendo os caracteres diagnosticador e mobilizador inerentes ao erro favoráveis ao aprendizado, por que não direcioná-lo para este fim? O processo de oportunizar aos estudantes contato com suas produções caracteriza outra forma de ensino e aprendizagem, na qual o estudante assume participação ativa e dinâmica, responsabilizando-se pelo cumprimento de ações que favorecem a apropriação do conhecimento.

1.1.1 O Erro como Oportunidade para o Aprendizado

O erro pode ser visto como um indicador dos conflitos gerados entre os conhecimentos que o estudante já possui e uma incorporação de novos que vão sendo elaborados à medida que o constrói. Muitas vezes este conflito revela-se na forma de ‘desvios’, de ajustes forçados, transgressões de conceitos estabelecidos, mas sempre revela algo de valioso com respeito à forma de pensar do estudante, merecendo, portanto, atenção e investigação do que produziu.

Para Baldino e Cabral (1999), o erro revela a forma como o estudante “está vendo” e, em geral, num primeiro momento, não percebe que se distanciou da resolução adequada. O erro pode ser considerado como uma hipótese provisória reveladora da forma de

ver naquele momento, mas não necessariamente permanecerá com o mesmo nível de compreensão se estimulado a refletir, reelaborar o que produziu por meio de estratégias que o façam ‘enxergar’ na devida perspectiva.

Para Cury (2008), o erro do aluno é um saber que ele possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem suas certezas, levando-o a um questionamento sobre as suas respostas.

Souza (2002) argumenta que a maioria dos erros evidencia apropriação deficiente de conceitos básicos, que em geral são tão somente expostos pelo professor, ao passo que se oportunizasse ao estudante explorar, abstrair e construir tais conceitos, muitos erros poderiam ser evitados e/ou superados.

Luckesi (2009), reconhecendo a origem e a constituição de um erro, afirma que pode ser superado com benefícios para o crescimento cognitivo. Ou seja, o erro, conscientemente elaborado, possibilita a oportunidade de revisão e avanço.

Para Torre (2007), o erro demanda diálogo, incidindo tanto na metodologia como na interação professor-aluno. Acrescentamos a isto que o erro pode não somente dinamizar o processo pedagógico como também criar novos paradigmas, nos quais se estabelecerão novas relações dialógicas entre professor e estudante, entre os estudantes, do estudante para consigo mesmo e ainda do estudante com o objeto do conhecimento. Esta diversidade de mediações suscitadas a partir do erro pode favorecer a negociação de significados.

Na perspectiva de conceber o erro como um desacordo entre o sujeito e o objeto ou do sujeito consigo mesmo, conforme argumentam Pinto e Fiorentini (1997), o erro é a contradição, a incoerência; há que se investigar e propor ações a partir do ponto de ruptura gerado pela contradição entre o sentido (forma como vê) e o significado (concepção cientificamente aceita), a fim de que possa progredir cognitivamente. A ruptura ocorrida sugere possibilidades para intervenção e investigação no interstício que se abre.

A figura a seguir expressa a ruptura entre o indivíduo, nesse caso o estudante e o objeto caracterizado pelo conteúdo matemático, que ao invés de promover uma aproximação entre sentido e significado, não consegue harmonizá-los.

Figura 1 - Desacordo entre indivíduo e objeto diante do erro



Fonte: O autor.

As setas representam, num primeiro momento, as tentativas de responder ao que foi solicitado com o conhecimento que possui; tais tentativas não alcançam êxito, pois o erro – representado pelo raio – promove um desacordo entre a forma como compreende o objeto, isto é, o sentido que lhe atribui e que não está em harmonia com o conceito cientificamente aceito, designado como significado.

O erro viabiliza a oportunidade de intervenção na raiz do problema, em tempo adequado, para que ocorra a negociação necessária, que se dará via mediações, a fim de promover os devidos ajustes que aproximem sentido e significado. As setas da figura, num segundo momento, podem representar a adequada apropriação do conhecimento em questão.

Se a contradição, a incoerência, for identificada e sua causa investigada tem-se um caminho aberto para um aprendizado consciente, uma vez que as lacunas, os porquês e os detalhes que não estão esclarecidos poderão ser trabalhados; enfim, os empecilhos à apropriação poderão ser removidos. Tem-se então o erro como um agente deflagrador de aprendizagens.

A argumentação construída até agora reforça o potencial do erro enquanto estratégia de aprendizagem, fato que demanda investigação. Para compreender melhor este fenômeno elaborou-se um instrumento de intervenção que oportunizava o contato direto com os erros cometidos em prova escrita a fim de promover reflexão, mostrando-se eficaz para investigação. Este instrumento foi denominado relatório de reflexão dos erros (RRE), o qual é a fonte principal dos dados apresentados nesta pesquisa.

O RRE foi incorporado ao processo avaliativo com *status* de atividade com o propósito intencional de viabilizar a aprendizagem. Encontrou-se suporte teórico para o

RRE na Teoria da Atividade proposta por Leontiev (1978, 2005).

Leontiev defende que o êxito no processo ativo de apropriação pode ser potencializado por meio da realização de uma atividade. “É preciso empreender uma atividade adequada ao conteúdo no objeto ou no fenômeno dado” (LEONTIEV, 2005, p. 94).

Por potencializar entende-se a possibilidade de fazer com que o fenômeno de apropriação ocorra de forma mais eficiente, uma vez que a atividade será planejada com objetivo específico de transmitir determinadas noções e capacidades. É neste processo funcional, segundo Leontiev (2005), que as capacidades humanas se formam, respeitadas as diferenças peculiares de cada indivíduo.

A palavra atividade assume papel central na Teoria da Atividade, que se desenvolveu a partir da escola histórico-cultural da psicologia soviética e tem Vygotsky como seu principal representante. Buscou-se contextualizar e caracterizar a Teoria da Atividade de acordo com os propósitos da pesquisa.

1.2 CONTEXTUALIZANDO E CARACTERIZANDO A TEORIA DA ATIVIDADE

Na perspectiva de Leontiev, a atividade transcende realizações físicas de caráter visível, contemplando, também, ações psíquicas conscientemente controladas, de caráter interno, tais como: a memorização, o pensamento e o comportamento intencional. As ações externas, geralmente são mediadas por ferramentas ou artefatos e as ações internas são efetivadas por meio de imagens mentais ou instrumentos simbólicos, como a linguagem, os códigos, a matemática etc.

Foi Leontiev (1904-1979), psicólogo soviético, colaborador e discípulo de Vygotsky, quem sistematizou o conceito de atividade a partir de um desdobramento das ideias básicas deste.

Leontiev direcionou sua pesquisa a fim de investigar os vínculos entre os processos internos da mente e a atividade desenvolvida pelo indivíduo, por defender os princípios vygotskyanos de que é na relação dialética com o mundo, por meio de interações, que o sujeito se constitui.

Seguem-se, de forma sucinta, alguns princípios da Teoria da Atividade que darão suporte à pesquisa:

a) **Unidade entre consciência e atividade**

Este princípio sustenta a ideia de que a consciência humana emerge em decorrência da interação humana com o seu ambiente.

Para Leontiev (1983), a consciência pode ser entendida como produto das relações e mediações que ocorrem no transcurso do surgimento e do desenvolvimento da sociedade.

Asbhar (2005) complementa esta ideia ao defender que a consciência é construída de fora para dentro por meio de relações sociais.

Eidt e Duarte trazem luz a esse princípio ao argumentar que “a consciência é o produto subjetivo da atividade dos homens com os outros homens e com os objetos; assim, a atividade constitui a substância da consciência.” (EIDT; DUARTE, 2007).

Observa-se que este princípio enfatiza que a formação da consciência, no sentido de tomar conhecimento a respeito de algo, se processa na medida em que ocorrem interações com o objeto, ou seja, é um movimento de ‘fora para dentro’. A interação é, portanto, fundamental, pois possibilita conhecer as propriedades constituintes do objeto.

Este princípio é basilar para esta investigação, pois a proposta do RRE pretende que o estudante se mobilize, a partir da compreensão do seu erro, e interaja de diferentes formas capacitando-se para reelaborar o conhecimento matemático de forma consciente. Isto significa que se familiarizou com o objeto compreendendo-o e tornando-se apto a aplicá-lo em situações análogas a partir das mediações que experienciou.

b) **Orientação a objetos**

Este princípio refere-se ao ambiente e ao modo como seres humanos interagem. A interação com os objetos se dá por meio da atividade. A concepção de objeto no contexto da Teoria da Atividade pode ser algo concreto, no sentido de manipulável; ou algo abstrato, como uma ideia.

Núñez (2009) acrescenta que o objeto da atividade pode ser descrito como metas de longo prazo, tais como melhorar o ensino, a aprendizagem de práticas matemáticas ou em curto prazo, como passar em um exame.

Esta interação com o objeto pode modificar a atividade do ser humano, tornando possível criar uma imagem psíquica do objeto com suas características. A partir de então o indivíduo está apto a interagir com a imagem, o que caracteriza uma nova atividade. “O processo de apropriação como o resultado de uma atividade efetiva do indivíduo em

relação aos objetos [...] esta atividade deve ser adequada e reproduzir os traços da atividade no objeto [...].” (LEONTIEV, 1978, p. 290).

Este princípio suscita a relevante questão pretendida com o RRE de compreender o erro cometido, observando-o e compreendendo-o como uma hipótese não verificada, portanto não mais considerada ao lidar com situações análogas ao mesmo tempo em que se instrumentaliza a fim de obter recursos cognitivos adequados para lidar com a situação em que não foi bem-sucedido anteriormente.

c) **Estrutura hierárquica da atividade**

Atividade, ação e operação são conceitos bem definidos que apresentam diferenciação no transcurso da atividade. Toda atividade tem uma necessidade a satisfazer. Na prática, a atividade em si não pode ser percebida diretamente. O que percebemos são as ações que a realizam. A ação é um processo subordinado a um objetivo consciente. Cada ação pode ser realizada de diversas maneiras. Para cada ação existe um objetivo consciente específico.

Para Leontiev, “ação é um processo cujo motivo não coincide com seu objetivo (isto é, com aquilo para o qual ele se dirige), mas reside na atividade da qual ele faz parte” (LEONTIEV, 1978, p. 77).

Muitas vezes uma ação pode parecer sem sentido, ou desconexa, quando olhada em particular. Damiani (2006) justifica este fato, argumentando que para entender uma ação é preciso entender o motivo por trás da atividade na qual está inserida, ou seja, compreender a atividade que a contém e a direciona.

Às possíveis e diversas maneiras de se executar uma ação é dado o nome de operação. A diferença entre ação e operação reside na demanda de reflexão para a execução do ato.

Cada operação habilmente executada hoje de forma natural, já foi em algum momento uma ação que requereu planejamento e reflexão.

Para Leontiev (1978), uma operação pode ser vista como uma ‘subação’ que sai do círculo dos processos conscientes, pois mudou de ‘nível’ tornando-se uma habilidade ou hábito naturalmente executável, mas retém os traços gerais de um processo consciente e a qualquer momento pode tornar-se novamente consciente.

Este princípio auxilia a estruturação da atividade proposta pelo RRE que é composto por ações e operações. Destaca-se o fato de o RRE sugerir procedimentos sequenciados, a partir do erro, que favorecem o processo de (re)construção do conhecimento

matemático; algo que provavelmente o estudante não faria por si só.

d) **Internalização-externalização**

O princípio da internalização-externalização explica a dinâmica dos processos mentais. Estes derivam de ações externas que são internalizadas por meio de apropriação de informações na medida em que se relacionam com o ambiente.

Para Leontiev (1983), quer sejam externas ou internas, as atividades apresentam a mesma estrutura geral. A atividade interna constitui-se a partir da atividade prática sensorial externa; assim sendo, a experiência prática e sensorial é determinante para que ocorra a transição da atividade externa em interna, garantindo o processo de internalização.

Este processo favorece o surgimento da consciência posto que decorre da interação.

O princípio da internalização-externalização está contemplado no RRE na medida em que o estudante organiza-se num movimento exterior que viabilizará seu contato com o conteúdo e ao realizar de fato a “atividade” propicia a internalização do conhecimento, pois o processou conscientemente.

e) **Mediação**

A atividade humana caracteriza-se pela mediação de ferramentas ou artefatos que podem ser externos (máquinas, escrita, fala, gestos, música, livros, etc.) ou internos (conceito, ideia, linguagem, etc.), ou seja, a ligação entre uma necessidade e sua satisfação não é direta. Entre estes polos ocorre a obtenção de resultados parciais que são viabilizados por meio de ferramentas, podendo haver ou não a participação de outros no processo.

Este princípio é chave na proposta do RRE porque, ao se dar conta de que sua produção está aquém do esperado, vai à busca de auxílio, o que caracteriza a mediação. Em princípio, por meio de compartilhamento, até capacitar-se a realizar o que foi proposto por si só com os recursos de que dispõe agregados no decorrer do processo.

Leontiev (1978) acrescenta que a atividade pode ser tida como um sistema que tem estrutura, suas próprias transições internas e transformações internas, seu próprio desenvolvimento. Destaca-se ser pertinente considerá-la como um sistema, por que não dizer complexo, no qual uma atividade pode gerar outras imbricadas à original, conforme o

contexto e o momento em que ocorre. Justifica-se o termo complexidade devido à diversidade de situações nas quais ações podem gerar novas atividades, ações se tornam operações e não raras vezes operações podem retornar ao seu *status* original de ações.

A figura 2, a seguir, apresenta sinteticamente o sistema de atividade.

Figura 2 - Estrutura do sistema de atividade



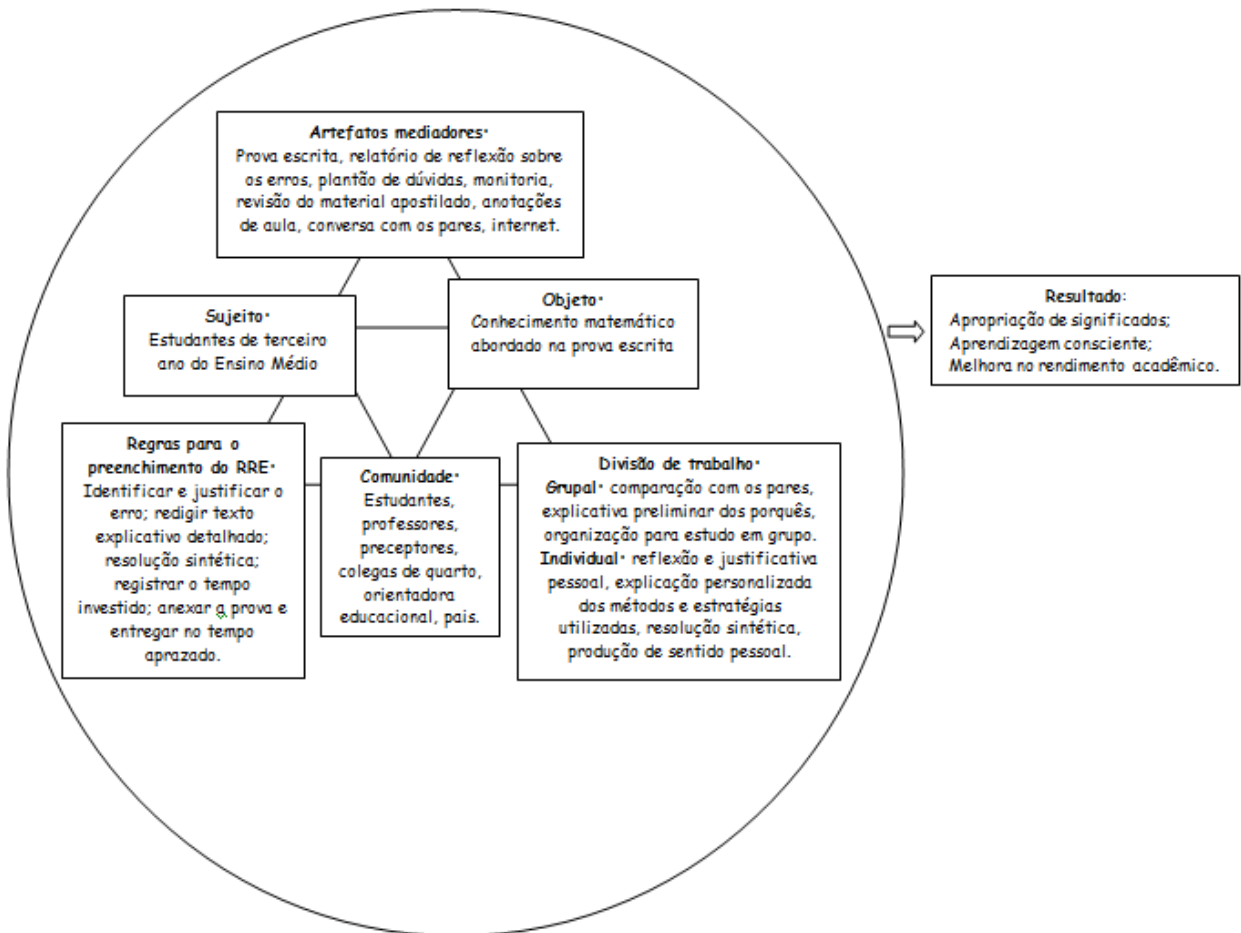
Fonte: Martins e Daltrini (1999).

Este esquema sugere que o indivíduo ou grupo deseja interagir com o objeto. Leontiev (1978) afirma que toda atividade tem caráter objetal, isto é: toda ação humana está direcionada ao objeto. Esse objeto pode ser material ou restrito ao nível das ideias.

Falar em atividade nos remete, portanto, à ação humana (sujeito) em direção a um objeto.

Leontiev (1983) sugere a discriminação das unidades constitutivas da atividade e que se explicita a função que desempenham. Na figura 3 está representado o sistema de atividade de preenchimento do relatório de reflexão dos erros. Destaca-se que o objetivo precípua é oportunizar aos estudantes observarem, refletirem e reelaborarem aprendizagens a partir de seus próprios erros cometidos no momento da realização da prova escrita.

Figura 3 - Esboço do sistema de atividade envolvido no processo de preenchimento do ‘Relatório de Reflexão sobre os Erros’ (RRE)



Fonte: O autor.

Ao discriminar-se os elementos constitutivos da atividade, destaca-se nos vértices do triângulo interno: o sujeito como sendo estudantes de terceiro ano do ensino médio que interagem com o objeto conhecimento matemático abordado na prova escrita – com foco nas questões que errou ou não resolveu – no contexto social em que estão inseridos, no qual estudantes, professores, preceptores, colegas de quarto, orientadora educacional e pais tomam parte ativa no processo.

Nos vértices do triângulo maior estão as possíveis interações entre cada dois elementos pertencentes ao triângulo interno. Assim, entre o sujeito e o objeto temos como elementos mediadores para promover o aprendizado: a prova escrita, o relatório de reflexão dos erros, plantão de dúvidas, monitoria, revisão do material apostilado, anotações de aula, conversa com os pares, internet e outros meios que caracterizem artefatos ou mentefatos que possam auxiliar na captação do significado socialmente aceito na comunidade científica.

Entre o sujeito e a comunidade estão as regras a serem cumpridas a fim de

promover a reflexão sobre os erros, bem como para direcionar a atividade e validar os esforços empreendidos.

Entre o objeto e a comunidade está a divisão de trabalho. O trabalho poderá ser realizado em etapas que envolvem o grupo de duas ou mais pessoas, momento em que é comum uma comparação entre as respostas por meio de confrontação e troca de ideias e um momento individual no qual o estudante refletirá e discorrerá sobre sua produção, isto é, destinará um tempo a refletir sobre a forma que pensou e a partir daí reelaborar suas compreensões expressando-as por meio de um metatexto.

Como resultado das interações e mediações vivenciadas na realização da atividade, objetiva-se a aprendizagem consciente que propicia a apropriação de significados e consequente melhora no rendimento acadêmico.

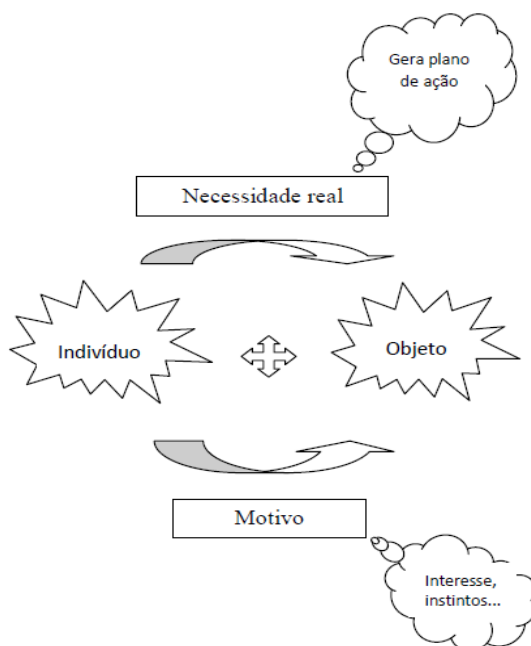
Elaborou-se assim, num exercício de projeção, toda a estrutura prevista para a atividade proporcionada pelo relatório de reflexão dos erros.

Há uma condição básica para a existência de uma atividade: uma necessidade a ser satisfeita. Como necessidade, podemos entender tudo aquilo que, de certa forma, é uma “necessidade real”, “necessidade de alguma coisa” (LEONTIEV, 1978). Segundo Moura (1998), é esta necessidade que gera nos sujeitos um plano de ação a fim de satisfazê-la.

Ressalta-se, ainda, que para toda atividade há um motivo que a impulsiona ou lhe dá a direção. Para Asbhar (2005), são componentes estruturais da atividade: necessidade, objeto e motivo. Leontiev (1978) esclarece que o termo motivo está associado a impulsos instintivos, inclinações biológicas, interesses e desejos. Cruz Neto (2004) corrobora a ideia afirmando que a motivação do sujeito (ou grupo) está na transformação do objeto em um resultado e consequentemente na satisfação de sua necessidade.

O plano de ação é mediatizado por ferramentas que podem ser artefatos ou mentefatos, ou seja, entre o sujeito e o objeto ocorrem diversas relações permeando esta ‘lacuna’ que comporão o processo de apropriação.

O esboço da figura 4, a seguir, apresenta os elementos estruturais da atividade.

Figura 4 - Os elementos estruturais da atividade

Fonte: O autor.

A figura 4 mostra que entre o sujeito e o objeto podem ocorrer interações que favorecerão a apropriação do objeto – a seta com quatro pontas pretende denotar isto – no entanto, tais interações somente serão levadas a cabo mediante a existência de uma necessidade real que será responsável por gerar um plano de ação e pelo motivo que está ligado aos desejos e interesse de ver a necessidade satisfeita.

No processo de apropriação do objeto, diversas ações são empreendidas. Assim, à medida que as executa o indivíduo interage com as interfaces do objeto e vai construindo imagens correspondentes a esse objeto. Esse proceder favorece à internalização da atividade externa. As ações, tomadas isoladamente, parecem distanciar-se do objetivo final. O que caracteriza uma ação é a necessidade de reflexão e planejamento, pois é executada de forma consciente, segundo um modelo mental previamente traçado. Estas são orientadas por metas.

Uma ação executada um determinado número de vezes, que atingiu certo grau de maturidade a ponto de ser executada de forma automática, habilmente e de forma espontânea, caracteriza-se como uma operação. Estas são orientadas por condições.

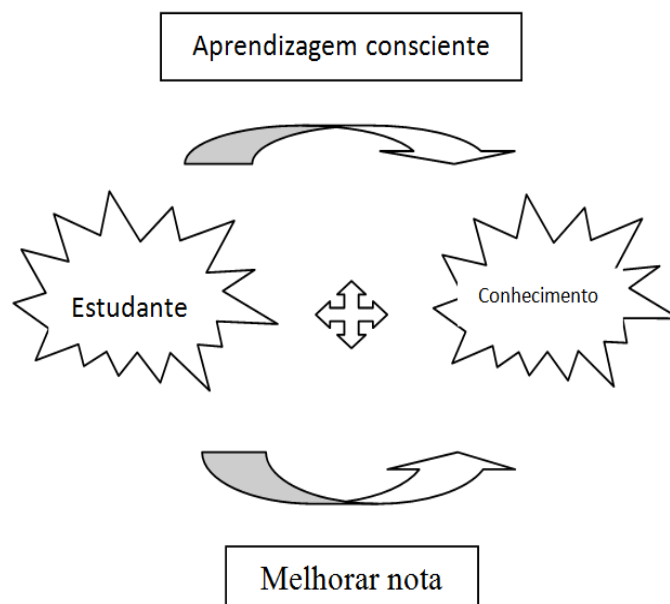
Neste sistema complexo, no qual os elementos estruturais são dinâmicos e estão inter-relacionados, chamado atividade, a comunidade marca presença, uma vez que ocorre no ambiente onde o sujeito está inserido e envolve todos os sujeitos direta ou indiretamente ligados ao objeto. Em consequência, novas formas de mediação emergem; são elas: as regras, que são normas implícitas e explícitas convencionadas e socialmente aceitas,

como mediação entre sujeito e comunidade e divisão de trabalho, concernente à organização, como mediadora entre comunidade e objeto.

Martins e Daltrini (1999) argumentam que todas as formas de mediação (exibidas nos vértices do triângulo maior da figura 2) possuem desenvolvimento histórico próprio apresentando particularidades, conforme o contexto.

Considerando o argumento de Asbhar (2005) em que cita necessidade, objeto e motivo como componentes estruturais da atividade, buscou-se distinguir tais elementos no relatório de reflexão dos erros explicitando-os na figura 5, a seguir.

Figura 5 - Explicitação do objeto, da necessidade e do motivo na atividade de preenchimento do RRE



Fonte: O autor.

O RRE traduz uma necessidade real para os estudantes que não obtiveram desempenho satisfatório na prova escrita: aprender o conteúdo matemático de forma eficaz, por meio da reflexão sobre os erros cometidos, a fim de melhorar seu desempenho acadêmico traduzido por seu rendimento.

1.2.1 A Prática Educativa: uma Atividade?

Para Bernardes (2009), a prática educativa configura-se como uma atividade em conformidade com os pressupostos da Teoria da Atividade, podendo ser abordada sob duas perspectivas: (a) a a atividade do ensino que tem a função de planejar e organizar ações

que favoreçam aos sujeitos o acesso aos conhecimentos sócio-historicamente elaborados e (b) a atividade da aprendizagem que envolve as ações e as operações a serem executadas pelos estudantes para que ocorra o processo de apropriação do conteúdo.

Pontelo e Moreira (2008) defendem que a prática educativa pode ser entendida como atividade, pois se caracteriza como um conjunto de ações destinadas a criar oportunidades de aprendizagem.

Para Moura (1996), atividades de ensino são aquelas que se estruturam de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados a fim de solucionar uma situação-problema.

Pinto e Fiorentini (1997, p. 68) acrescentam que conhecemos, sentimos, agimos e pensamos estruturando sentidos para o mundo e para nós mesmos, por intermédio do processo de significação, como em um dinâmico e complexo jogo.

É pertinente a esta altura esclarecer as definições de sentido e significado adotadas na pesquisa. São definições apresentadas, originalmente em 1934, por Vygotsky.

O sentido de uma palavra é a soma de todos os fatos psicológicos que ela desperta em nossa consciência. Assim, o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata (VYGOTSKY, 2001, p. 465).

Concebe-se significado como sendo um conceito produzido socialmente e já instituído como tal em determinado contexto. Leontiev (1978) o qualifica como “supraindividual”, ou seja, acima da percepção individual e socialmente aceito. Por sentido denotamos as possíveis compreensões advindas de relações interativas sob o enfoque particular de cada indivíduo. É o que Leontiev (1978) denomina de sentido pessoal, podendo não corresponder ao real significado. Neste caso pode-se ter uma alienação ou até mesmo uma oposição entre sentido e significado.

Asbhar (2005) corrobora a ideia ao explicar que ao apropriar-se das significações socialmente consolidadas, expressas pela linguagem, o estudante confere-lhes um sentido próprio, um sentido pessoal vinculado diretamente à sua vida concreta, às suas necessidades, motivos e sentimentos. No dicionário Houaiss (HOUAISS; VILLAR, 2009), sentido é definido como sendo “um contato intuitivo e imediato com a realidade, e assentando desta maneira os fundamentos empíricos do processo cognitivo.” Com isto percebe-se que, em geral, é passível de retoques a fim de conferir-lhe um ajuste.

O exemplo a seguir pode ajudar a esclarecer a concepção assumida: é possível a resolução da expressão $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{4}{7}$. Esta forma de resolução faz algum sentido para quem a resolveu, seguramente há uma lógica que sustenta a resolução apresentada, no entanto, está em oposição com o significado socialmente aceito para a adição de frações, cuja solução seria $\frac{11}{10}$. Este resultado tem uma lógica supraindividual.

Ao conceber a prática educativa como uma atividade cujo objetivo é viabilizar a apropriação do conhecimento historicamente desenvolvido, a negociação de significados desponta como fator de relevância na promoção da aprendizagem consciente.

Santos (2005) argumenta que a Teoria da Atividade tem muito a contribuir com a pedagogia, pois além de fornecer subsídios explicativos para o desenvolvimento cognitivo pode atuar como instrumento que propicia ao educador analisar e compreender o processo pedagógico.

Há uma questão remanescente que demanda reflexão: Considerando o potencial pedagógico inerente ao erro e supondo sua retomada por meio de uma atividade devidamente planejada, que contribuições podem advir ao processo de aprendizagem do conhecimento matemático?

Tinoco (1991) argumenta que a maioria da população não retém quase nada da matemática ensinada na escola e também ignora sua importância para a inserção crítica dos indivíduos na sociedade.

Perante o desafio de perpetuar o conhecimento construído historicamente e culturalmente, geralmente professores atuam como que “tentando fabricar compreensão na cabeça de nossos alunos”, porém o essencial neste processo não é considerado: “Ignoramos quase todos os mecanismos que promovem a compreensão ou a incompreensão de certo assunto (TINOCO, 1991, p. 69).

A esse desconhecimento a autora refere-se metaforicamente como se o ato de ensinar ocorresse em plena neblina. Diante dessa realidade as pesquisas no âmbito da Educação Matemática assumem papel relevante, enquanto tentativas de dissipar a “neblina” visando à obtenção de melhores resultados.

A seguir apresenta-se um vislumbre necessário aos objetivos desta pesquisa, a respeito de como ocorre o processo de apropriação do conhecimento historicamente constituído, conforme os pressupostos de Vygotsky.

1.3 O PROCESSO DE APROPRIAÇÃO E A APRENDIZAGEM

O processo de apropriação é um diferencial do ser humano e fundamental para o desenvolvimento de suas capacidades e conseqüente humanização. Vygotsky se propôs a investigar e sugerir os meios pelos quais o indivíduo apropria-se do conhecimento cultural de seu tempo

Entre o sentido pessoal - forma como vê - e o significado – forma cientificamente aceita - há a existência de um hiato, no qual ocorrem fenômenos que determinam a aprendizagem e sobre estes se deteve o olhar a fim de compreender e registrar o trajeto cognitivo percorrido pelo estudante no decorrer do processo de apropriação, quando desafiado a refletir sobre seus erros na medida em que redige um texto personalizado sobre sua produção e suas novas compreensões.

Assume-se que apropriar-se é internalizar o conhecimento socialmente presente na cultura tornando-se parte da constituição cognitiva do indivíduo, ocorrendo a “tomada de consciência que significa generalização, isto é, a formação de um conceito superior; a tradução e organização das operações para um plano superior de forma consciente e arbitrária” (VYGOTSKY, 2011, p. 292).

Vygotsky (2011) levanta a seguinte questão: como se realiza a transição dos conceitos não conscientizados para os conscientizados? Qual o caminho a ser percorrido?

A forma como vê representa a zona de desenvolvimento real, isto é, a capacidade atual do indivíduo de resolver problemas, ainda que equivocadamente, nesse caso simbolizado por meio do erro cometido pelo estudante e revelado na prova escrita. Esse mesmo indivíduo pode avançar na aprendizagem ampliando seus conhecimentos ao receber orientações adequadas e ao dispor-se a retomar os problemas para os quais não se encontrava apto a resolvê-los anteriormente. Esta possibilidade de avanço denomina-se desenvolvimento potencial.

Para Vygotsky (2011), o caminho da apropriação é um complexo processo psicológico interior. A gestação de um conceito científico se inicia por uma vaga noção, podendo ser até mesmo por imitação e se desenvolve gradualmente num processo de maturação via mediação até a aplicação do conceito de forma consciente e arbitrária efetivando sua apropriação e conferindo uma visão mais abstrata e generalizada sobre o assunto, evidenciando que tomou consciência. Em suma, começa no campo da consciência e da arbitrariedade, experimenta o amadurecimento via mediações em direção à experiência

pessoal e da concretude.

A inserção do erro como deflagrador do processo de apropriação justifica-se nos argumentos de Vygotsky.

A nova fase de generalização não surge senão com base na anterior. O trabalho anterior do pensamento, traduzido nas generalizações dominantes na fase antecedente não é anulado nem desaparece inutilmente, mas se incorpora ao novo trabalho do pensamento e passa a integrá-lo como premissa indispensável. Com isto constata-se ser impossível atingir o novo estágio no desenvolvimento das generalizações a não ser pela via da transformação e nunca da anulação do estágio anterior (VYGOTSKY, 2011, p. 370-371).

O potencial pedagógico do erro revela-se no processo de apropriação, o qual se serve de generalizações⁴ antecedentes para reelaboração do conceito com um nível de generalização superior ao anteriormente elaborado.

Vygotsky (1984) faz menção à zona de desenvolvimento proximal ao referir-se a funções que ainda não amadureceram, no entanto, se devidamente estimuladas podem frutificar. Defende que a interação é fundamental para o crescimento cognitivo. O que não foi capaz de fazer sozinho poderá fazê-lo com ajuda e defende que “o que é capaz de fazer hoje em cooperação, será capaz de fazer sozinho amanhã”. (VYGOTSKY, 2008, p. 129).

Nesta perspectiva compreende-se ZDP como fenômenos continuamente emergentes em ambientes de aprendizagem favoráveis a interações dialógicas, que permitem o surgimento e desenvolvimento de habilidades cognitivas. Tais ambientes são, geralmente, mediados por linguagens, tecnologias, ferramentas etc. As ZDPs podem manifestar-se por meio de evidências exteriores que demonstram sua ocorrência. Em geral são evidenciadas nas transformações que acontecem por meio da ação intencional do professor, promovendo progressos que não aconteceriam de maneira espontânea.

Constatou-se que a cooperação referida por Vygotsky pode ocorrer por meio de interações entre os estudantes, entre o estudante e o professor e ainda entre o estudante e o próprio objeto do conhecimento. Nesse caso irá interagir com a produção escrita de outros autores e/ou suas anotações.

⁴ O termo generalização está sendo utilizado na perspectiva vygotskyana de que “o significado de uma palavra é uma generalização”. (VYGOTSKY, 2011, p. 387). Como a atribuição de significados é um processo passível de aperfeiçoamento e ajustes, podem ocorrer diferentes formas de generalização que expressem compreensões distintas a respeito de uma determinada realidade. “No início ele é uma generalização do tipo mais elementar que, à medida que a criança se desenvolve, é substituída por generalizações de um tipo cada vez mais elevado, culminando na formação dos verdadeiros conceitos”. (REGO, 2011, p. 246).

Vygotsky (2008) resalta a importância da fala interior que possui função de descarga emocional e também exerce a função planejadora no processo de apropriação. Esta fala interior é tão reveladora que Vygotsky desejou a possibilidade de captá-la ao vivo. “Deveríamos ter à nossa disposição um método excelente para escutar a fala interior ao vivo” (VYGOTSKY, 2008, p. 56).

A fala interior em geral é subvocal, pode parecer desconexa e incompleta, omite o sujeito, mantém o predicado. Pode ser comparada a um rascunho mental. Tende a despontar quando a atividade possui certo grau de dificuldade que exige consciência e reflexão. Acompanha a atividade, como que oferecendo orientação mental, pois exerce a função planejadora. Favorece a compreensão consciente, é uma fala para si mesmo, íntima e relacionada ao pensamento.

González (1998, p. 74) acrescenta que as “vozes interiores” respondem ao interlocutor quando se pergunta a si mesmo.

Estas “vozes” podem trazer significativas contribuições: (a) ajudam a definir um rumo efetivo para o processo resolutivo, (b) constituem mecanismos de controle e supervisão do processo advertindo sobre os erros durante a resolução, (c) ajudam a buscar e definir estratégias eficientes e produtivas, (d) permitem seguir o plano traçado de forma consciente.

Para Vygotsky (2008), a fala interior é necessária para garantir a transição entre o discurso socializado e o interior, ou seja, é um indicativo do processo de internalização em ação e conseqüentemente da apropriação do conhecimento. Ele defende a ideia de que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. “Oculta um vácuo” (VYGOTSKY, 2008, p. 104). A formação de um conceito no nível da abstração ocorre tendo-se a palavra como signo e sua internalização demanda a síntese dos aspectos abstratos de forma que possam servir de base para novos pensamentos; este processo exige envolvimento e até mesmo certo nível de esforço por parte do aprendiz.

Vygotsky esclarece ainda que os conceitos não ficam guardados na mente como ervilhas ensacadas de forma desvinculada, mas entrelaçam-se de forma coordenada, conforme a existência de afinidade. Geralmente o desenvolvimento de um conceito científico começa com sua definição verbal e aplicação em operações não espontâneas; ao se operar com o próprio conceito, ao reconstruir individualmente o que compartilhou via mediação e quando organiza seus processos mentais servindo-se do conceito em questão para novas construções ocorre a internalização e posteriormente pode-se atingir o nível de um conceito

consciente⁵.

Moysés (2000) acrescenta que, ao contrário do espontâneo, o conceito científico só se elabora intencionalmente, isto é, requer uma relação consciente e consentida entre o sujeito e o objeto do conhecimento. “Penetrar na vida intelectual daqueles que a cercam” (VYGOTSKY, 1984, p. 99). A este movimento intrínseco necessário, capaz de desenvolver características não naturais formadas historicamente, o autor denomina aprendizagem.

Por serem formados ao nível da abstração e em nível pessoal, os conceitos são passíveis de vieses e idiosincrasias, daí a importância do compartilhamento comum de seu significado.

Vygotsky (2008, p. 173) exemplifica a divergência entre sentidos e significado⁶ por meio de uma ilustração, na qual dois homens surdos têm sua causa julgada por um juiz que também é deficiente auditivo.

- Surdo 1: “Este aí roubou-me a vaca”.
- Surdo 2: “É mentira, senhor juiz, esta terra em questão sempre pertenceu ao meu pai”.
- Juiz: “Não briguem, são ambos inocentes, a culpa sem dúvida é da mulher”.

Então acrescenta: “Não apenas os surdos que não conseguem se entender, mas quaisquer pessoas que atribuem um significado diferente à mesma palavra.” (VYGOTSKY, 2008, p. 176).

Moysés (2000) alerta para o fato de que se as sentenças, regras e símbolos matemáticos permanecem sem significado aos estudantes, a escola continua sonhando o conhecimento necessário, o qual é responsável em socializar, a fim de instrumentá-lo a ler, interpretar e explicar fenômenos do dia a dia que estão além da percepção espontânea. É importante que compreenda a razão de ser das notações matemáticas.

Para Rego (2011), a significação – ato de atribuir significado – ocorre de modo singular, apesar de constituído socialmente, caracteriza-se por uma composição individual. Ao se deparar com um novo conceito sistematizado, o estudante busca atribuir-lhe

⁵ Refere-se a um conceito com elaboração superior ao anteriormente adotado; advindo de organização refletida, consistente e arbitrária; uma generalização adequada.

⁶ Vygotsky (2008, p. 181) assume sentido como sendo a soma de todos os eventos psicológicos que a palavra desperta em nossa consciência e significado como uma das zonas do sentido; a mais estável e precisa. Assim uma palavra adquire sentido no contexto em que surge; em contextos diferentes seu sentido pode alterar-se. O significado permanece estável ao longo de todas as alterações de sentido (VYGOTSKY, 2008, p. 181).

significado por meio de semelhança com outros já internalizados.

Rego (2011) defende que o processo de apropriação de um conceito científico pode ser longo e complexo, pois envolve operações intelectuais tais como: atenção, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar, o que requer uma intensa atividade mental por parte do estudante a fim de promover um ajuste entre sentido pessoal e significado. A autora ressalta a necessidade de desmistificar o conhecimento sistematizado para que não seja tratado como dogma e esvaziado de significado.

Nesta investigação, mediada pela revisão bibliográfica, contato com os estudantes e reflexões da prática, defende-se que a aprendizagem ocorre em nível pessoal, sendo um processo peculiar a cada indivíduo, em seu devido tempo e para que ocorra de forma efetiva requer o consentimento do estudante no cumprimento de algumas etapas que demandam certo nível de esforço cognitivo e até mesmo físico, a fim de que possa construir sua ‘codificação própria’, por meio da qual atribuirá significado ao objeto de estudo.

Silva e Salvi (2012b) esclarecem que o esforço cognitivo compreende reflexão, compreensão, atitude curiosa e indagadora diante dos desafios propostos, motivação para a execução da tarefa e para interagir com o outro; e o esforço físico traduz-se na dedicação de tempo, disposição para revisar e reescrever e também em exercer disciplina para o estudo e para o cumprimento das atividades.

Aprendizagem, portanto, requer um envolvimento pessoal, o que caracteriza autoaprendizagem. Este processo engloba auto-organização, gerência de seu próprio desenvolvimento, do tempo e o uso de estratégias que permitam alcançar os objetivos traçados.

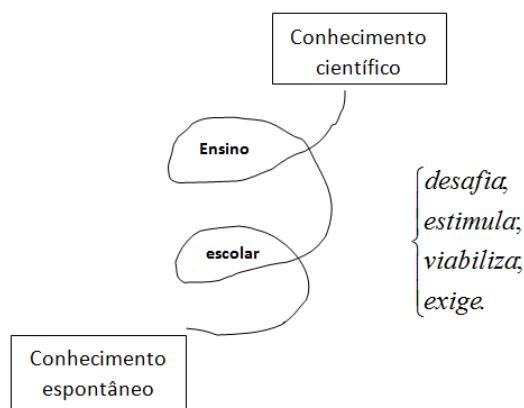
Rego (2011) afirma que para aprender é necessário sair da posição de mero receptáculo que apenas absorve e contempla e tornar-se ativo em sua relação com o objeto de estudo, (re)⁷construindo por si mesmo suas compreensões.

Considerando que o processo de apropriação pode ser potencializado e que isto pode ser feito por meio de proposta de atividade, o ambiente escolar desponta como um local por excelência onde refletimos sobre nossos conhecimentos espontâneos, podendo transformá-los em científicos. Por meio de múltiplas interações e mediações no

⁷ O prefixo (re) é um acréscimo do pesquisador a fim de contemplar as situações percebidas no decorrer da pesquisa. Concebe-se o termo (re)construção por ser mais adequado frente à realidade percebida na realização da atividade de preenchimento do relatório de reflexão dos erros, no qual constatou-se a ocorrência de duas situações: a primeira em que o estudante se dá conta de que precisa aprender um conceito novo, que lhe passou despercebido no momento da aprendizagem e vai à busca – a isto estamos designando de construção; uma segunda situação se dá quando o estudante precisa resgatar um conhecimento não revisado ou não lembrado no momento em que respondeu à questão, com isso justificamos o prefixo “re”. O termo assume esta conotação toda vez que é citado.

relacionamento com o outro numa atitude de reciprocidade a migração conceitual se processa. A figura a seguir sugere um esquema que sintetiza essa ideia.

Figura 6 - A migração conceitual viabilizada pelo ensino escolar.



Fonte: O autor.

Asbahr (2005) defende que é missão da escola promover a apropriação do conhecimento de forma sistematizada e organizada. Este desafio compreende ensinar bem a quem aprende facilmente e também a quem tem alguma dificuldade de aprender.

Os professores respondem pela qualidade das atividades propostas que favorecerão o avanço cognitivo possibilitando a negociação de significados cumprindo o papel específico e insubstituível de oportunizar a apropriação da experiência culturalmente acumulada. As atividades educativas têm uma intenção deliberada: tornar acessível o conhecimento formalmente organizado. Os estudantes respondem pelo comprometimento na execução das atividades propostas.

Não é suficiente sensibilizar os estudantes sobre a importância de aprender, é necessário viabilizar o aprendizado. Nesta perspectiva emerge a necessidade de um caminho no qual os fenômenos pertinentes ao processo de transição entre a forma como compreende a *priori* um conceito (sentido) e a compreensão que emerge após a aprendizagem consciente (significado) aflorem e possam contribuir para o processo de apropriação. Com isto justifica-se a importância de educadores que conheçam e reflitam sobre o processo de construção de conhecimentos e acesso a novos conceitos.

A pesquisa investiu no potencial pedagógico do erro, considerando-o como parte integrante do processo de aprendizagem, investigou o relatório de reflexão dos erros como proposta de atividade para conversão do erro em aprendizagem consciente e deteve a

atenção nos fenômenos favoráveis à apropriação do conhecimento desencadeados durante a realização da atividade.

No capítulo seguinte, são apresentados os procedimentos metodológicos que direcionaram a realização da pesquisa.

CAPÍTULO 2

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo apresentamos os procedimentos metodológicos que viabilizaram o desenvolvimento da investigação que se encaminha no sentido de ampliar a discussão sobre as contribuições da inserção do erro ao processo de ensino e aprendizagem.

Considerando que a escolha do método de estudo deve ser feita conforme a natureza do problema a ser investigado, adotou-se a pesquisa qualitativa como meio de abordar a questão a ser investigada.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), em uma pesquisa qualitativa não se está à procura de uma solução única que responda definitivamente a uma questão. O que se deseja investigar são as múltiplas realidades e valorizar o processo como fonte de informações, visando expandir a compreensão do tema proposto.

Ainda segundo os autores acima, a fim de alcançar melhor resultado, é imprescindível que o investigador se insira no local onde se passa a realidade dos fatos, pois o contexto não pode ser desprezado nesse tipo de pesquisa, uma vez que as ações são melhor compreendidas no seu ambiente natural. Deste modo, a pesquisa ocorreu em três turmas nas quais a disciplina de Matemática está sob a responsabilidade do pesquisador.

2.1 O CONTEXTO DA PESQUISA

Os colaboradores da pesquisa foram estudantes de três turmas de terceiro ano do Ensino Médio, turmas A, B e C de um colégio particular, confessional, situada no estado do Paraná. Os dados foram coletados no ano de 2012, por meio da realização da atividade a cada bimestre. Optou-se por analisar a produção dos relatórios em diferentes fases a fim de que se evidenciasse a evolução na qualidade da execução da proposta por parte dos estudantes. Para isso os dados foram coletados por bimestre.

O rol de estudantes colaboradores esteve sujeito a variações a cada bimestre em função da atividade proposta estar vinculada à nota obtida na prova bimestral, isto é, era uma oportunidade de reorientarem-se nos estudos a partir de seus erros; sendo assim, os estudantes que gabaritavam as provas ou tinham rendimento elevado, geralmente não participavam. Também era requerido o cumprimento com boa qualidade de uma sequência de ações e etapas a fim de que a atividade trouxesse contribuições ao aprendizado, para isto

submetiam-se os relatórios produzidos e entregues a uma triagem a fim de verificar isto.

2.1.1 Os Colaboradores da Pesquisa

Com a opção de analisar a produção escrita em fases distintas coletou-se, no primeiro bimestre, provenientes das três turmas, 27 relatórios de estudantes que codificamos e identificamos por A1 – estudante 1, A2 – estudante 2, ..., A27 – estudante 27. Após a triagem⁸ foram considerados os relatórios de oito estudantes: A1, A2, A7, A8, A13, A19, A23, A24.

No segundo bimestre foram 44 relatórios. Ao proceder com a triagem⁹ o número reduziu-se a 33. Os relatórios foram codificados e identificados por B1 – estudante 1, B2 – estudante 2, ..., B44 – estudante 44. Os relatórios considerados para análise foram: B2, B3, B5, B6, B7, B8, B10, B12, B13, B14, B16, B17, B18, B19, B20, B22, B25, B26, B27, B29, B30, B31, B34, B35, B36, B37, B38, B39, B40, B41, B42, B43, B44.

No terceiro bimestre foram 36 relatórios codificados como C1, C2, ..., C36. Na impossibilidade de trabalhar todos eles, optamos por sortear uma turma. O sorteio apontou a turma B, representando uma amostra de 16 relatórios. (C2, C4, C9, C10, C11, C13, C14, C15, C17, C18, C19, C20, C21, C22, C23, C24).

No quarto bimestre os relatórios não foram analisados, porém anexou-se a eles um questionário inquirindo sobre as percepções dos estudantes diante da proposta da atividade realizada durante o ano. Quarenta e sete estudantes participaram (D1, D2, ..., D47) e autorizaram seu uso na pesquisa. Também foi realizada a dinâmica do grupo focal¹⁰, na qual os estudantes D7, D12, D13, D15, D22, D24 participaram.

2.1.2 O Referencial Teórico da Pesquisa

O suporte teórico da pesquisa foi suprido em Torre (2005, 2007), Borasi (1984, 1985, 1986, 1987, 1989) e Cury (2004a, 2004b, 2008) para fundamentar a argumentação sobre o erro, em Leontiev (1978, 1983, 2005) para compreender e respaldar o relatório de reflexão dos erros como uma atividade e nos pressupostos teóricos de Vygotsky (1984, 2008 e 2011) para balizar nossa argumentação a respeito do processo de apropriação do conhecimento. Tais autores auxiliaram a conferir consistência, coerência e entendimento

⁸ Os detalhes da triagem constam no capítulo da análise, p. 57.

⁹ Os detalhes constam no capítulo da análise, p. 67.

¹⁰ O critério de seleção dos estudantes está justificado no capítulo da análise, p. 114.

aos dados levantados no campo, ratificando o que afirmam Bogdan e Biklen (1994): as teorias são como lentes que nos permitem discernir o que está por detrás dos dados na medida em que oferecem subsídios para sua interpretação.

2.1.3 A Coleta de Dados

A proposta contemplou a coleta de dados por meio das produções escritas dos estudantes nas provas, no relatório de reflexão dos erros, assumido como um documento redigido pelos estudantes, contendo informações reveladas e subjacentes nas entrelinhas e também por meio de questionários. Os dados foram complementados por meio de entrevistas individuais e informais, sempre que pairavam dúvidas, e ainda por meio da implementação da técnica do grupo focal.

2.1.4 O Relatório de Reflexão dos Erros

O relatório de reflexão dos erros visava direcionar e organizar o procedimento do estudante a fim de que pudesse observar seu erro, refletir, compreendê-lo, mobilizar-se em busca do conhecimento faltante e reelaborar o conhecimento matemático na devida perspectiva a partir da atribuição de significado. Compõe-se de uma folha que é entregue ao estudante no dia da entrega da prova corrigida, a qual consta de:

- Um cabeçalho;
- Uma frase motivacional a partir do erro, tais como: “Quanto mais eu treino, mais sorte eu tenho”. Bernardinho – Técnico da seleção de vôlei; “Um erro corrigido pode ser mais fecundo que um êxito imediato.” Piaget; “Vejo os meus erros como uma dádiva.” A. G. Lafley – Ex-presidente da Procter e Gamble etc.
- Um espaço para o registro do tempo investido;
- Orientações básicas de como deve ser o preenchimento.

O relatório de reflexão dos erros focaliza as questões nas quais o estudante apresentou algum tipo de erro ou simplesmente não apresentou resolução. É exigido que o enunciado de cada questão seja copiado antes de iniciar a resolução.

Para o preenchimento do relatório o estudante pode pesquisar nos livros,

discutir com os colegas, recorrer à monitoria, assistir videoaulas e ainda contar com dicas do professor nos plantões de dúvida.

As orientações¹¹ estão divididas em três etapas:

1. **Identificar** onde e **por que** errou: Identifique o lugar exato no qual a resolução se afastou do ideal. Descreva em poucas palavras o motivo pelo qual não acertou integralmente a questão.
2. Explicar escrevendo **DETALHADAMENTE, COMO SE ESTIVESSE EXPLICANDO PASSO A PASSO A UM AMIGO**, como se resolve a questão. Não economize palavras, explicita tudo que sabe sobre o assunto.
3. Refazer a questão corretamente de forma concisa, incluindo o enunciado.

Na prática, o preenchimento do relatório pelo estudante consiste em, por meio de reflexão seguida de argumentação escrita, responder a três questões que revelam: (i) como ou o quê pensou quando resolveu errado, evidenciando a causa e o porquê de seu erro, (ii) como se resolve a questão de forma adequada explicada detalhadamente, (iii) a apresentação da nova resolução da questão de forma sucinta. Comenta-se, a seguir, sobre o que se pretende com cada etapa.

(i) **Como ou o que pensou quando resolveu errado?**

Há registros de três tipos de respostas que ocorrem nas provas escritas que fazem com que a questão seja assinalada como errada: (a) respostas que apresentam resolução a partir de ‘hipóteses’, construídas pelos estudantes de forma equivocada, porém apresentam alguma lógica; (b) respostas incompatíveis com o enunciado, revelando incompreensão do mesmo ou por desconhecimento do conteúdo em questão, mas ainda assim respondem para não deixar em branco; (c) ausência de resposta, sem tentativa de resolução.

A expectativa é que diante da situação (a), o estudante explicita a forma como pensou, a hipótese que usou para construir aquela linha de raciocínio a fim de perceber em que momento se desviou da resolução adequada na intenção de tornar observável o motivo do erro. Pedir que explique sua produção pode ser um caminho para que enxergue seu deslize e deixe claro a necessidade de elaborar uma nova alternativa de resolução.

Diante das situações (b) e (c), pretende-se promover um momento de

¹¹ Os destaques estão mantidos tal qual aparecem no relatório de reflexão dos erros.

introspecção no qual possa tornar claro a si mesmo que possui potencial para apresentar um rendimento melhor e comprometer-se de forma mais efetiva, pois muitas vezes a resposta é: não fiz porque não estudei.

(ii) **Explicar, redigindo um texto detalhado, como se resolve a questão de forma correta.**

Essa etapa é a mais desafiante. Requer uma combinação de habilidades, muitas vezes não desenvolvidas nos estudantes. Ao perceber que (1) com seus instrumentos atuais não pode dar conta da atividade proposta; (2) ao agregar novos conceitos ou simplesmente reforçar conhecimentos que esqueceu poderá alcançar êxito, (3) o(s) novo(s) conceito(s) está(ão) ao alcance de sua capacidade é possível convencê-lo de que a reelaboração do novo conhecimento lhe é necessária e exequível. Esta etapa demanda mobilização e interação, pois se tem como intenção fomentar uma atitude na qual o estudante vai à busca de informações suficientes e necessárias para responder à questão proposta.

(iii) **Apresentar a resolução da questão de forma adequada.**

Ao sintetizar os resultados de busca na resolução adequada, a intenção é possibilitar a concatenação das ideias e seu uso de forma coerente na resolução do exercício proposto. Tal ação revela a concretização de um nível superior de generalização, pois agrega conhecimento à forma anterior de resolução.

É comum a ocorrência de relatórios nos quais as etapas (2) e (3) apresentam-se associadas, resultando numa ‘resolução comentada’, o que também é aceito.

Com fins de validação o RRE foi submetido à apreciação e crítica pelos componentes do grupo de estudos multidisciplinares IFHIECEM – Investigações em Filosofia e História da Ciência, Educação em Ciências e Matemática, com sede no campus da Universidade Estadual de Londrina e também por meio de observações advindas dos estudantes à medida que o manipulavam e contribuíram com seu aprimoramento.

No apêndice 5 consta a folha de apresentação do modelo do relatório proposto até o meio do ano de 2012.

No segundo semestre de 2012, acatando sugestões dos estudantes, o relatório foi remodelado em um novo *design*, o qual identificava cada etapa a ser cumprida. No apêndice 6 está o modelo modificado.

2.1.5 Os Questionários

Os questionários foram aplicados com o objetivo de complementar as informações obtidas nos relatórios e promover um momento de reflexão do estudante sobre a atividade realizada. Com exceção do questionário 1 – aplicado no início do 1º bimestre – padronizou-se que na data em que os estudantes se apresentavam para a prova substitutiva, prova esta garantida pelo regimento escolar, encontrava-se anexado à prova um questionário com perguntas a respeito das impressões que tiveram ao preencherem o RRE.

Foram aplicados 5 questionários no decorrer da pesquisa. O questionário 1 no início do 1º bimestre¹², com o objetivo de sondagem da percepção dos estudantes a respeito do erro. Retornaram 44 questionários codificados¹³ como F1, F2, ..., F44. Findo o 1º bimestre aplicou-se o questionário 2, com objetivo de coletar dados da atividade realizada¹⁴. Foram recebidos 18 questionários. O questionário 3, aplicado ao final do 2º bimestre, não foi considerado nesta pesquisa. No 3º bimestre os questionários entregues pela turma B¹⁵ foram fonte de informação para os materiais mobilizados durante o preenchimento do relatório e no quarto bimestre aplicou-se o questionário 5¹⁶, com retorno de 47 exemplares codificados em D1, D2, ..., D47.

O preenchimento dos questionários era voluntário e por meio de assinatura o estudante autorizava o uso das informações concedidas em pesquisa.

2.1.6 As Entrevistas

As entrevistas realizadas foram de caráter informal e se fizeram necessárias a fim de esclarecer algumas situações percebidas: (a) quando, ao avaliar a qualidade da atividade do RRE, ocorriam dúvidas com respeito à argumentação usada e (b) quando o estudante redigia uma resolução brilhante no relatório e na prova substitutiva não apresentava rendimento compatível.

¹² Apêndice 1.

¹³ As letras usadas para codificação estão baseadas na ordem cronológica do uso das informações contidas no questionário.

¹⁴ Apêndice 2.

¹⁵ Questionário 4, apêndice 3.

¹⁶ Apêndice 4.

2.1.7 O Grupo Focal

Ao final do ano letivo, após a realização de quatro provas bimestrais seguidas pela proposta da realização do relatório de erros, doze estudantes foram convidados a participarem de um grupo focal. O critério de escolha baseou-se na frequência das atividades realizadas. Fixou-se como critério a realização de pelo menos 3 atividades.

O grupo focal é uma técnica utilizada em pesquisas qualitativas com objetivo de coletar dados a partir da interação do grupo. Para Carey (1994), a técnica oportuniza aos participantes descreverem com detalhes a experiência vivenciada e a forma como pensam, sendo apropriada para ajudar a entender atitudes, preferências, necessidades e sentimentos.

A presença de um facilitador visa criar um ambiente favorável à discussão cuidando do tempo a fim de garantir que todos falem. Em alguns momentos poderá elaborar perguntas para direcionar a discussão.

Tanaka e Melo (2001) apontam como vantagens do método: o ambiente descontraído das discussões; o estar à vontade dos participantes ao expressarem suas opiniões; a flexibilidade da técnica permitindo explorar perguntas não previstas e a fidedignidade dos dados.

A técnica do grupo focal foi usada a fim de captar informações relevantes que confirmassem as interpretações construídas a partir dos documentos escritos. Todos os participantes haviam realizado ao menos três dos quatro relatórios propostos durante o ano letivo.

2.2 A ANÁLISE DOS DADOS

Analisar dados, segundo Lüdke e André (1986), é trabalhar todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, fazer uma análise criteriosa em busca de aspectos relevantes que sirvam como argumentação para a pesquisa desenvolvida.

O acervo reunido era extenso para ser submetido na íntegra à análise: quatro modelos de relatórios de erros recolhidos ao final das provas bimestrais, cinco questionários realizados e ainda a transcrição dos dados obtidos no grupo focal.

Para seleção dos dados a serem analisados, adotou-se o critério de triagem em alguns momentos, sorteio em outros e noutra analisou-se todo o material recolhido. Com

isto limitou-se o *corpus*¹⁷ da pesquisa a: uma amostra de 8 relatórios no 1º bimestre, uma amostra de 33 relatórios no 2º bimestre, uma amostra de 16 relatórios no 3º bimestre e a 47 questionários no 4º bimestre. Três questionários: o questionário 1 aplicado no início do 1º bimestre, o questionário 2 aplicado ao fim do 1º bimestre e o questionário 5 aplicado ao final do 4º bimestre. Também se analisou os depoimentos de seis estudantes que compuseram o grupo focal.

A opção por coletar amostras a cada bimestre considerou dois aspectos: (1) o fato de tratar-se de uma atividade passível de aperfeiçoamento, haja vista a questão da escrita – hábito pouco desenvolvido nos estudantes e inédito para a maioria – quando aplicada à matemática; (2) a questão da motivação despertada pela necessidade da obtenção de melhores resultados, na medida em que o ano caminha para o seu final, o que implica na melhora da qualidade na realização da atividade.

Para lidar com esses dados recorreu-se aos recursos oferecidos pela análise de conteúdo.

2.2.1 A Análise de Conteúdo

Análise de conteúdo, segundo Bardin (2004, p. 37), é: “Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção destas mensagens.”

Realizar uma análise textual a partir dos registros dos estudantes nos relatórios implica interpretar os enunciados produzindo um metatexto, que é composto por textos descritivos e interpretativos usando como referência as unidades de análise que foram construídas na intenção de explicitar novas relações. Para Moraes e Galiazzi (2007), esse movimento constitui-se a partir de algo importante que o pesquisador tem a dizer sobre o fenômeno que investigou; um “argumento aglutinador” resultante da familiaridade com os dados que investiga.

Por se tratar de um movimento produtivo do pesquisador, há que se considerar, portanto, a subjetividade do processo, conseqüentemente passível de crítica e aperfeiçoamento constante devido à sua permanente incompletude.

A análise de conteúdo pode ser compreendida, segundo Moraes e Galiazzi

¹⁷ O conjunto de documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos (BARDIN, 2004, p. 90).

(2007), como um processo auto-organizado de construção e de compreensões em que novos entendimentos emergem a partir de uma sequência recursiva de três componentes: a desconstrução dos textos do *corpus*, seguida pela unitarização; o estabelecimento de relações entre os elementos unitários, que converge à categorização; o captar o emergente em que a nova compreensão é comunicada por meio de um metatexto.

No processo de desconstrução destroem-se as ordenações lógicas expostas pelos autores – neste caso os depoentes – alunos do Ensino Médio, para, a partir do caos, estabelecer novas relações, tendo por base o material fragmentado. Estas relações surgem quando ocorre uma intensa impregnação com o objeto da pesquisa e são desencadeadas por meio do envolvimento aprofundado e prolongado na busca de um processo que migra da leitura do manifesto – o que está diretamente posto e, geralmente leva às interpretações comuns, para a leitura do latente – que vai além do transcrito, alcançando a profundidade dos sentidos latentes.

O material fragmentado foi submetido a leituras flutuantes com o propósito de que a partir dessas leituras descompromissadas surgissem novas compreensões. Foram feitas diversas leituras a fim de que ocorresse uma impregnação intensa com o fenômeno em estudo, favorecendo um envolvimento consciente e inconsciente na expectativa da emergência de novas compreensões.

A constante comparação das unidades fragmentadas no primeiro movimento conduz ao segundo: agrupamento de elementos semelhantes, num processo de organização intuitiva, comandado por “flashes fugazes” (MORAES; GALIAZZI, 2007), *insights* repentinos e globalizados que auxiliam esse movimento de reorganização chamado de unitarização.

A unitarização procura identificar e destacar aspectos originais e criativos dos textos que se propõe a analisar, o que requer um movimento intenso e perspicaz no qual a intuição é vital para a emergência do novo. Sugere a migração da ordem para a desordem, do consciente para o inconsciente, na expectativa de que novas organizações surjam do processo.

Unitarização, segundo Moraes e Galiazzi (2007), é um processo de desconstrução dos textos do *corpus* com o objetivo de diferenciar e identificar elementos unitários que o constituem. É um exercício analítico de desmembramento dos enunciados constitutivos, pela busca de detectar elementos de sentido que não estão evidentes em uma primeira leitura.

Bardin (2004) qualifica o processo de unitarização como desafiante, pois

envolve aspectos psicológicos e linguísticos em que o que se procura é o conhecimento que está para além das palavras sobre as quais se debruça. Um exercício de leitura do que está implícito nos dados.

Após este momento, seguiu-se a organização das categorias num esforço consciente e racionalizado. É a categorização dos dados. É uma etapa integrante do processo de análise de conteúdo e corresponde a um ordenamento das unidades de análise, ou seja, um movimento classificatório a fim de viabilizar a construção de estruturas compreensivas do fenómeno investigado. É um processo de classificação recursivo e iterativo.

Bardin (2004) argumenta que a análise de conteúdo é arborescente, isto é, durante o processo técnicas e interpretações atraem-se e o movimento pode ganhar uma dimensão não prevista inicialmente.

Usou-se como ferramenta auxiliar na análise um aplicativo do Windows – a planilha eletrônica Excel – como ferramenta para auxiliar a busca de afinidades entre as informações contidas nos registos dos alunos.

2.3 PRODUÇÕES E PUBLICAÇÕES REALIZADAS NO PERCURSO DA PESQUISA

Ao longo da pesquisa foram produzidos e publicados artigos a fim de serem apresentados e apreciados pela comunidade científica. Os primeiros resultados obtidos com a implementação do relatório de reflexões dos erros foram publicados em anais dos eventos: ANPED SUL em 2010 e EBRAPEM em 2012, apresentado por Silva e Salvi (2010a, 2012a)

Houve a demanda de revisão bibliográfica a respeito do erro com a finalidade de formar-se uma base teórica sobre este ente pedagógico. As primeiras compreensões foram apresentadas por Silva e Salvi (2010b, 2011) e publicadas no V CIEM (2010) e no XI EPREM (2011). Ampliou-se a busca por meio da revisão bibliográfica nas publicações dos periódicos categorizados com conceitos A e B do Qualis da área 46 da Capes. Procedeu-se com o levantamento e organizou-se, num movimento interpretativo, por meio da análise de conteúdo, as diferentes concepções a respeito do erro matemático que estão presentes nos artigos publicados nas revistas Boletim do Gepem (1976-2010), BOLEMA (1985-2010), Educação Matemática em Revista (1993-2010), Zetetiké (1994-2010) e Educação Matemática Pesquisa (1999-2010) ao longo de quatro décadas.

Foram examinados 173 periódicos, totalizando 998 artigos dos quais se selecionou 20 (listados no anexo), que abordavam o erro matemático. O resultado dessa

investigação, com as unidades de registros construídas e as seis categorias elaboradas a partir das unidades (SILVA; SALVI, 2013b) está publicado nos anais do VI CIEM (2013).

A partir de questionamentos que surgiam no decorrer da pesquisa, buscou-se fundamentação teórica a fim de respaldar a prática do preenchimento do RRE. A Teoria da Atividade de Leontiev (1978) contribuiu para fundamentar a prática. Como resultado desse movimento, um artigo foi apresentado por Silva e Salvi (2012b) e publicado no III SINECT (2012).

Para investigar o que ocorre durante a realização da atividade estudou-se a perspectiva vygotskyana sobre como se efetiva a apropriação do conhecimento. Dessa investigação resultou o artigo de Silva e Salvi (2013a) publicado no ENEM (2013).

No capítulo a seguir, apresenta-se e discute-se os resultados obtidos a partir da análise de dados.

CAPÍTULO 3

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo são apresentados os dados obtidos no decorrer da pesquisa, seguidos da análise correspondente. A primeira seção da análise está voltada para o relatório de reflexão dos erros, a fim de constatar sua validação enquanto atividade e as contribuições percebidas ao processo de apropriação do conhecimento matemático. Também será abordada a questão emergente de como o RRE contribuiu para içar o erro ao *status* de processo, no sentido de gerar situações favoráveis à interação, mediação, reflexão e consequente aprendizado. Na segunda seção, o foco volta-se para o processo de apropriação do conhecimento e o que a pesquisa pode contribuir para aclarar sua compreensão. Na terceira seção, buscou-se perceber indicativos de mudança na forma de perceber o erro por parte dos estudantes. Na quarta e última seção dá-se voz aos colaboradores, a fim de captar suas percepções a respeito da intervenção proposta no decorrer do ano letivo.

Com o intuito de estruturar o capítulo, segue-se o quadro 1, cujo propósito é situar a cada bimestre a população ou amostra investigada, o critério de escolha, os documentos coletados e analisados e o enfoque que norteou a análise.

Quadro 1 - Quadro Síntese com Panorama Geral dos Dados Utilizados na Pesquisa Compartmentados por Bimestre

	1° BIM.	2 ° BIM.	3° BIM.	4° BIM.
Tamanho da amostra/ população	Relatórios – 8 Questionário 1-44 Questionário 2-18	Relatórios – 33	Relatórios – 16 Questionário 4-16	Questionários – 47 (toda população) e Grupo focal – 6
Turmas envolvidas	3°A, 3°B e 3°C	3°A, 3°B e 3°C	3°B	3°A, 3°B e 3°C
Critério de seleção	Qualidade no preenchimento do relatório de erros e modelo de prova contendo a questão previamente selecionada.	Qualidade no preenchimento do relatório de erros. Para o <u>questionário</u> : todos os questionários foram aproveitados	Sorteio	Para o <u>questionário</u> : todos os questionários foram aproveitados. Para o <u>grupo focal</u> : ter cumprido pelo menos 3 relatórios durante o ano e disponibilidade para participar.
Documentos coletados	. Prova bimestral; . Relatório de reflexão dos erros; . Prova substitutiva; . Questionário ¹⁸ ; . Questionário ² ¹⁹ .	. Relatório de reflexão dos erros; . Questionário 3.	. Relatório de reflexão dos erros: . Questionário 4.	. Questionário 5; . Depoimentos no grupo focal.
Documentos analisados	. Prova bimestral; . Relatório de reflexão dos erros; Prova substitutiva	. Relatório de reflexão dos erros; . Questionário 1. . Questionário 2. . Questionário 5.	. Relatório de reflexão dos erros; . Questionário 4.	. Registro transcrito dos depoimentos no grupo focal.
Códigos amostrados	Para relatórios e provas: A1, A2, A7, A8, A13, A19, A23 e A24. Para questionário 1: F1, F2, F3, ..., F44. Para questionário 2: não houve codificação. Os dados usados restringiram-se à questão objetiva nº 2.	Para relatórios: B2, B3, B5, B6, B7, B8, B10, B12, B13, B14, B16, B17, B18, B19, B20, B22, B25, B26, B27, B29, B30, B31, B34, B35, B36, B37, B38, B39, B40, B41, B42, B43.	Para os relatórios e questionários: C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16.	Para os questionários D1, D2, D3, ..., D47 e para o grupo focal: D7, D12, D13, D15, D22, D24
Foco da análise (o que se esperou obter dos dados)	As contribuições do RRE, enquanto atividade, ao processo de apropriação.	Como ocorre a atribuição de significado a um conceito científico no decorrer da atividade.	O poder mobilizador do erro e a negociação de significados.	Percepções dos estudantes sobre a atividade realizada.

Fonte: O autor.

A seguir, os resultados obtidos e as análises.

¹⁸ Apêndice 1.

¹⁹ Apêndice 2.

3.1 O RRE UMA ATIVIDADE? QUE CONTRIBUIÇÕES PARA A ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS?

Nesta etapa da análise, objetiva-se fundamentar a argumentação de que o relatório de reflexão dos erros caracteriza-se como uma atividade a partir da qual se percebe indicativos de que seu cumprimento pode contribuir e propiciar a atribuição de significados e consequente apropriação do conceito matemático em questão.

O relatório de reflexão dos erros caracteriza-se como uma atividade de ensino, por organizar ações que possibilitam o acesso aos conhecimentos elaborados sócio-historicamente. São ações nas quais o estudante atua como sujeito de seu aprendizado, pois não ficará passivamente esperando pela correção das questões na lousa. Começará pela detecção do seu próprio erro. Para assegurar bom êxito nessa etapa, a correção da prova escrita pelo professor não deve dar pistas a respeito do(s) registro(s) que contenha(m) o erro, deixando a encargo do aluno identificá-lo por si mesmo. É o começo de sua ‘viagem cognitiva’. Uma vez detectado o erro, ele precisa justificá-lo redigindo um texto breve explicando como pensou quando agiu daquela maneira.

Passará à redação de outro texto explicando passo a passo como se resolve corretamente a questão, expressando-se como se estivesse a explicar para um amigo. Para execução dessa etapa o estudante se mobiliza em busca do conteúdo necessário para dar conta do que foi pedido nos exercícios que errou, ou simplesmente não fez.

Reitera-se que tão somente o esforço de preencher o RRE não caracteriza uma atividade e sim uma ação, pois o preenchimento em si não está em consonância com sua real necessidade – o aprender. Mas no decurso da realização pode comprometer-se de fato, investigando e conscientizando-se de seu erro, encantando-se com suas descobertas e consolidando-as à medida que descreve em detalhes suas compreensões. Tal ação transforma-se numa atividade na qual estão presentes: uma necessidade – aprender; um objeto – apropriação do significado. Os erros cometidos na prova escrita agem como elementos motivadores desse processo, pois atuam como deflagradores de novas aprendizagens.

Defende-se que o RRE traduz uma necessidade real para os estudantes que não obtiveram desempenho satisfatório na prova escrita: melhorar seu desempenho acadêmico. Além disso, atrela em si um aspecto relevante no processo efetivo da aprendizagem: os estudantes, em geral, levam a sério o momento da avaliação e costumam se comprometer revelando consonância entre motivo(s) e conteúdo a ser apreendido. É uma

oportunidade em que o “postigo”²⁰ se abre e conseqüentemente o estudante encontra-se receptivo à aprendizagem, pois encontra-se motivado.

O preenchimento do relatório de reflexão dos erros demanda esforços de reflexão, compreensão, atitude curiosa e indagadora diante dos desafios propostos, motivação para a execução da tarefa e para interagir com o outro; mas também requer dedicação de tempo, disposição para revisar e reescrever, disciplina para o estudo e para o cumprimento das atividades de execução. Com a participação ativa e intencional na realização da atividade, à medida que interage com o objeto do conhecimento por meio das mediações propiciadas, vai reelaborando seu sentido pessoal em consonância com o significado cientificamente aceito. Com isto defende-se que o processo de reelaboração do conhecimento é necessariamente interacionista, fruto de um trabalho ativo que começa de forma mediada e prossegue de forma autônoma.

Os resultados aqui apresentados e analisados referem-se ao primeiro bimestre de 2012. O tema da prova foi Geometria Analítica no plano. Foram aplicados quatro modelos distintos de prova, com sete questões diversificadas e estrategicamente distribuídas de forma a desestimular a comunicação entre os estudantes durante sua aplicação.

Na devolução das provas corrigidas, foi proposto a todos os estudantes o desafio do preenchimento de um relatório de reflexão dos erros. Esta foi a primeira experiência destas turmas com o preenchimento do RRE. Posteriormente foi realizada uma prova substitutiva, para os estudantes que obtiveram nota inferior a seis, conforme propõe o regimento escolar.

Provenientes das três turmas, retornaram 27 relatórios de estudantes que foram codificados e identificados por A1 – aluno 1, A2 – aluno 2, ..., A27 – aluno 27. Procedemos com uma triagem do material recebido, a fim de inspecionar a qualidade das respostas contidas nele. Constatou-se que 14 atenderam plenamente o que foi solicitado (A1, A2, A7, A8, A13, A16, A17, A18, A19, A21, A22, A23, A24, A25). Nove atenderam parcialmente, apresentando a resolução correta das questões, porém não cumprindo a contento a descrição detalhada da resolução (A3, A4, A5, A6, A9, A10, A15, A20, A26). Quatro apresentaram erros de resolução (A11, A12, A14 e A27).

Para atender aos objetivos desta primeira etapa da análise – perceber se o RRE caracteriza uma atividade e as contribuições que trouxe para a atribuição de significados e conseqüente apropriação do conceito – adotou-se um critério de seleção que reduziu a

²⁰ Expressão original citada por Baldino e Cabral (1999).

quantidade de relatórios a serem analisados: concentrou-se a atenção nos relatórios que atenderam plenamente ao que foi solicitado. Os relatórios dos estudantes A16, A17, A18, A21, A22, A25, apesar de estarem a contento no quesito cumprimento do que foi solicitado, não foram examinados, pois a questão previamente selecionada sobre a qual se discriminou os detalhes da atividade “determinar a equação da reta mediatriz do segmento AB” – conforme quadro 2 – não estava contemplada nos modelos de prova que tais estudantes fizeram, uma vez que quatro modelos distintos de prova foram aplicados.

Focou-se a atenção no grupo A1, A2, A7, A8, A13, A19, A23 e A24, cujas provas continham a questão previamente selecionada que exige o domínio de conceitos teóricos e requer a execução de uma sequência de procedimentos para a obtenção da resposta.

Assumindo a atividade como um sistema complexo, pode-se admitir a existência de várias outras atividades imbricadas e inter-relacionadas. Desta forma considera-se a resolução da questão específica como uma atividade particular para a qual estão discriminadas as unidades constitutivas e explicitada a função que desempenha, num exercício de análise de sua estrutura e as relações que ocorrem entre seus componentes. No quadro 2 estão especificadas as ações e as operações envolvidas.

Quadro 2 - Detalhamento das ações e operações envolvidas na resolução da questão analisada no sistema de atividade proposto

Atividade	Ações	Subações ²¹ /Operações ²²
Determinar a equação da mediatriz de um segmento	<p>Ação₁: determinar o ponto médio do segmento</p> <p>Ação₂: determinar o coeficiente angular “m” da reta suporte do segmento.</p> <p>Ação₃: aplicar a propriedade que estabelece a condição de perpendicularismo entre retas no plano. $m_1 \cdot m_2 = -1$, a fim de obter o coeficiente angular da mediatriz.</p> <p>Ação₄: substituir as coordenadas do ponto médio obtido em A_1 e o “m” obtido em A_3 na equação fundamental da reta: $y - y_0 = m(x - x_0)$</p>	<p>O_{1.1}: calcular a média entre as abscissas dos extremos do segmento, obtendo X_m.</p> <p>O_{1.2}: calcular a média entre as ordenadas dos extremos do segmento, obtendo Y_m.</p> <p>O_{1.3}: obter o ponto médio (X_m, Y_m).</p> <p>O_{2.1}: obter o “m” aplicando a fórmula. $m = (y - y_0)/(x - x_0)$.</p> <p>O_{2.2}: determinar a equação da reta suporte do segmento e expressá-la na forma reduzida. $Y = mx + q$ e então “pinçar” o “m”.</p> <p>O_{2.3}: determinar a equação da reta suporte do segmento e expressá-la na forma geral. $ax + by + c = 0$ e obter o “m” aplicando a fórmula $m = -a/b$.</p> <p>O_{3.1}: multiplicar o número obtido na ação A_2 – que representa o “m” – por menos um. Na prática: trocar o sinal do “m”.</p> <p>O_{3.2}: obter a forma inversa da fração representada pelo número “m” obtido na ação A_2, na prática: inverter as posições do numerador e denominador da fração.</p> <p>O_{3.3}: registrar o coeficiente angular da mediatriz.</p> <p>O_{4.1}: substituir o X_m na posição do x_0 e o Y_m na posição do y_0 na equação fundamental da reta.</p> <p>O_{4.2}: substituir o “m” na equação.</p> <p>O_{4.3}: realizar as manipulações algébricas necessárias até chegar à equação da reta.</p> <p>O_{4.4}: checar enunciado para certificar-se se a equação será expressa na forma geral ou reduzida ou tanto faz.</p> <p>O_{4.5}: registrar a equação obtida.</p>

Fonte: O autor.

Após o preenchimento do relatório de reflexão dos erros foi dada aos estudantes a oportunidade da prova substitutiva, na qual constava uma questão análoga e deveriam julgar a afirmativa: “Sendo A (2, 2), B (-4, 0) e C (3, -1) podemos afirmar que a equação da mediatriz do segmento AB é igual a $3x - y + 4 = 0$ ”. Caso estivesse errada, deveriam refazê-la de forma adequada.

Apresenta-se, no quadro 3, a produção dos estudantes na prova 1, com a

²¹ A opção por incluir subação baseia-se na perspectiva de Leontiev (1998), na qual uma operação pode ser vista como uma ‘subação’ que sai do círculo dos processos conscientes podendo demandar reflexão a qualquer momento.

²² As operações foram codificadas por O_{ij} , em que o índice “i” refere-se à ação que contém a referida operação e “j” à operação a ser executada.

respectiva justificativa para o procedimento adotado, sua reelaboração durante a atividade de preenchimento do RRE e a compara-se com sua produção na prova substitutiva.

Na organização dos dados alguns resultados que suscitaram dúvidas foram esclarecidos numa conversa informal com os envolvidos²³. Apresentam-se as compreensões no quadro comparativo seguido de um resumo interpretativo.

Quadro 3 - Comparação entre as produções dos estudantes na prova 1, no relatório, e prova substitutiva

Estudante	Como fez (Prova 1)	Justificativa para o erro	Como reelaborou (relatório de erros)	Como procedeu em situação análoga (Prova Sub)
A1	Determinou a equação da reta suporte de AB como sendo a equação da mediatriz.	Não sabia como resolver.	1. Temos que ter o ponto médio; 2. Achar o “m” da equação da reta que passa por AB; 3. Temos que fazer o “m” perpendicular à reta. 4. Inserir o “m” encontrado na fórmula junto com o ponto médio e resolver.	Repetiu o procedimento da prova 1. Limitou-se a determinar a equação da reta suporte de AB.
A2	Considerou o ponto médio como sendo a média da diferença entre as coordenadas dos pontos extremos.	Errei, pois ao invés de usar o sinal positivo, usei o negativo na fórmula do ponto médio.	1. Determinou a equação geral de AB; 2. Determinou o m pela fórmula $m = -a/b$; 3. Aplicou a condição de perpendicularidade; 4. “Tendo o coeficiente angular e o ponto médio” (grifo meu sobre o registro do A2) usou a fórmula: $m = y - y_0/x - x_0$ e determinou a equação da mediatriz.	Comete um erro no cálculo do ponto médio, porém um erro diferente do primeiro cometido na prova 1. Desta vez faz a média da soma com as coordenadas do mesmo ponto.
A7	Não fez a questão.	Não sabia.	1. Define mediatriz; 2. Determina o ponto médio de AB; 3. Determina o m_{AB} por meio da equação reduzida da reta suporte de AB; 4. Aplica a condição de perpendicularidade ao valor de m_{AB} ; 5. Substitui o m e o ponto médio na equação $m = y - y_0/x - x_0$ e determina a equação da mediatriz.	Determina a equação da reta AB, determina o ponto médio de AB, determina o m_{AB} pelo mesmo processo usado no RRE, aplica a condição de perpendicularidade sobre o valor do m encontrado e substitui os valores na equação fundamental da reta, obtendo um resultado adequado.
A8	Não fez a questão.	Não sabia.	1. Determinar o m_{AB} aplicando a fórmula $m = y - y_0/x - x_0$; 2. Determinar o ponto médio de AB; 3. Aplicar a condição de perpendicularidade ao m_{AB} , convertendo-o no oposto do inverso; 4. Determinar a equação da mediatriz.	Na tentativa de determinar a equação da reta que passa por AB, utiliza os 3 pontos A, B e C disponíveis no enunciado. Conclui seus cálculos e afirma que encontrou a equação geral, mas não a distingue como sendo de AB ou da mediatriz.

²³

Ocorreu com A1, A2, A8, A19, A23, A24.

A13	Não fez a questão.	Não sabia como fazer o exercício.	1. Encontro ponto médio de AB; 2. Calculo o “m” da reta AB; 3. Colocar na fórmula $m = y - y_0/x - x_0$.	Não aplicou a condição de perpendicularidade ao “m” da equação da reta AB.
A19	Não fez a questão.	Não sabia resolver.	1. Calculo o ponto médio e substituo em x_0 e y_0 ; 2. Calculo o m de AB e por se tratar de mediatriz faço “oposto do inverso” e substituo no m da fórmula.	Errou na aplicação da condição de perpendicularidade inverteu, mas não multiplicou por menos um.
A23	Determinou a equação da reta suporte de AB e apresentou como resposta.	Fiz direto a equação do segmento e não era isso.	1. Achar o coeficiente angular do segmento AB pela fórmula $m = y - y_0/x - x_0$; 2. Como a mediatriz é perpendicular seu coeficiente é o oposto do inverso ($m_2 = -1/m_1$) do mAB; 3. Calcular o ponto médio de AB; 4. Tendo o ponto médio e o coeficiente angular, aplica-se na fórmula $m = y - y_0/x - x_0$ encontrando-se a equação da mediatriz.	Não aplica a condição de perpendicularidade.
A24	Calculou a distância entre ponto e reta.	Usei esta fórmula na prova (referindo-se à fórmula que calcula distância entre ponto e reta no plano), mas ela nem fazia parte da questão.	1. Calcular o coeficiente angular com a fórmula $m = y - y_0/x - x_0$; 2. Achar o ponto médio do segmento AB e substituir no x_0 e no y_0 . 3. Inverter e mudar o sinal do “m”; 4. Calcular a equação da mediatriz.	Limitou-se a determinar a equação da reta suporte de AB.

Fonte: O autor.

A seguir, o resumo interpretativo dos dados.

Estudante A1 – Percebe-se que A1 apresenta em seu relatório uma exposição correta e detalhada de forma personalizada do procedimento a ser adotado para determinar a equação da reta que representa a mediatriz do segmento AB: “[...] temos que primeiramente achar o m da reta, depois de acharmos temos que fazer o ‘m’ perpendicular à reta (colocando o numerador no lugar do denominador e trocar o sinal). Depois disto temos que colocar o ‘m’ perpendicular à reta no lugar do m que está na fórmula e o ponto médio no lugar do (x_0, y_0) depois resolver a questão como iremos ver no passo 3...”.

Ao deparar-se com uma questão semelhante na prova substitutiva torna a repetir o procedimento realizado na prova 1, cumprindo apenas a operação O_{2.3} da ação A₂, listada no quadro 2.

Em conversa posterior, A1 revelou que ao preencher o RRE encontrou

dificuldades com o tempo, pois precisou refazer cinco questões deixando exatamente esta por último por julgá-la a mais difícil da prova. Foi ao plantão de dúvidas, entendeu e redigiu com pressa e acredita que isso interferiu na hora em que precisou dispor das informações, ou seja, a apropriação não ocorreu devidamente.

Estudante A2 – No RRE A2 descreve e segue corretamente toda a sequência que descreveu: “Achar a equação de AB, achar o m, usar o m “oposto do inverso” de AB, e considerar o ponto médio na fórmula $m = y - y_0/x - x_0$. Porém, observa-se que A2 demonstra que sua real dificuldade não está em executar o procedimento que determina a mediatriz, pois mesmo com os valores equivocados para o ponto médio desenvolve a questão de forma consistente na prova 1”.

Da mesma forma na prova substitutiva desenvolve a questão de forma consistente, porém, novamente, ao determinar o ponto médio, logo ao iniciar a questão, obtém valores equivocados para as coordenadas.

Ao apresentar para A2 sua produção na prova substitutiva surpreende-se: “Nossa, como fui capaz de fazer isso? Isso é tão fácil que assim que aprendi nem uso fórmula, não sei explicar por quê. [Vira e revira as folhas em busca de uma explicação plausível...]”²⁴ Foi um acidente mesmo!”.

Estudante A7 – A7 dá evidências de ter reelaborado o conhecimento necessário para determinar a equação da mediatriz por meio do preenchimento do RRE. Revela consistência em seu aprendizado na prova substitutiva, ao descrever os passos necessários e aplicá-los de forma arbitrária na resolução da questão proposta.

Estudante A8 – A8 evidencia, em seus registros, que conseguiu reelaborar o conhecimento por meio do preenchimento do RRE. Porém, ao executar o exercício semelhante na prova substitutiva não aplica os passos descritos em seu RRE, semelhantemente a A1, esboça uma tentativa de cumprir a operação O_{2.3} da ação A₂, isto é, determinar a equação do segmento AB, mas sem êxito. Seu RRE traz o seguinte comentário: “Acho que o nervosismo está me atrapalhando. Leio a questão, sei a fórmula, mas não consigo... Estou errando muita coisa fácil. Sempre esqueço algum detalhe”. Na conversa revelou que contou com a ajuda de um colega e que, apesar de ter feito o registro no relatório,

²⁴ A observação entre colchetes sempre representará uma observação acrescida pelo pesquisador.

não compreendia claramente o conteúdo. Tudo que se lembrava é que “tinha que calcular o “m” e inverter lá na frente”, mas que não foi suficiente para aprender “mesmo”. “Era muita coisa.”

Estudante A13 – A13 conhecia a condição de perpendicularidade, fato revelado na questão 4b, em que aplica o conceito para provar que o triângulo A(3, -1), B(1, 1) e C(5, 5) é retângulo em B. Para isto determina o $m_{AB} = -1$ e o compara com o $m_{BC} = 1$ e conclui: como os *ms* são opostos e inversos as retas suportes são perpendiculares; consequentemente, o triângulo é retângulo.

Estudante A19 – A19 cumpriu todas as etapas do processo, mesmo com os valores equivocados. Em conversa informal revelou: “Quando fiz o relatório fui estudando e resolvendo ao mesmo tempo. Ao fazer a prova eu esqueci, confundi, não consegui...”.

Estudante A23 – A23 apresenta argumentos consistentes em seu RRE e na prova substitutiva consegue desenvolver a questão completamente, cumprindo quase todas as ações e operações necessárias descritas no quadro 2, com exceção da A₃ que se refere às operações necessárias para aplicar a condição de perpendicularidade. Em conversa com A23, na tentativa de compreender o que ocorreu, perguntamos: como explica o fato de ter feito corretamente no RRE e não conseguir reproduzir na prova? E a resposta foi: “Professor, eu aprendi! Não sei explicar o que aconteceu na hora da prova, falta de atenção, um detalhe que escapou... sei lá”.

Manifesta confiança em suas novas conquistas ao dizer: “Mas esse bimestre vai ser ‘filé’. Estou indo superbem nos testinhos, agora estou aprendendo mesmo!”.

Estudante A24 – A24 apresenta uma descrição consistente e detalhada das ações e operações necessárias em seu RRE, mas não consegue reproduzir na prova substitutiva. Realiza apenas parte da operação O_{2,2} descrita no quadro 2. Ao conversar com A24 perguntamos: – Você aprendeu? Sim! E como explica o que aconteceu? Não sei explicar. Fiz conforme a apostila; complementei na internet, não sei se é porque tinha muitas questões a fazer e na hora confundi. – Acha que valeu a pena ter feito o RRE? Sim, muito!

Em suma, após a realização da atividade, seguindo um critério decrescente das evidências de melhor desenvolvimento do aprendizado, contabilizou-se:

- um estudante que alcançou pleno êxito no processo. A7 deixou a questão em branco na prova 1, reconstrói o conceito adequadamente no RRE e aplica o que aprendeu na prova substitutiva;
- um estudante que evidenciou ter compreendido todo o processo já na prova 1, porém cometeu um erro por distração e tornou a cometer erro semelhante na prova substitutiva – A2;
- um estudante que deixara a questão em branco, a refez a contento no RRE e, na prova substitutiva, ao aplicar a condição de perpendicularidade que implica num duplo ajuste do valor m_{AB} o faz de forma parcial – A19;
- dois estudantes – A23 e A13 – deixam de executar a “ação 3”, conforme descrita no quadro 2. A23 havia determinado a equação da reta suporte de AB na prova, enquanto que A13 havia deixado a questão em branco. Ambos, porém, vão até a equação da reta mediatriz, mesmo sem ajustar o valor do coeficiente angular;
- dois estudantes que foram até a determinação da equação da reta e a apresentaram como resposta. Ou seja, apenas executaram a “ação 1”, conforme quadro 2: A1, A24. Há, no entanto, uma diferença a ser considerada na forma como progrediram: A1 reproduz o que fizera na prova 1 ao passo que A24, que havia calculado a distância entre ponto e reta na prova 1, agora apresenta um raciocínio numa direção mais adequada à questão proposta;
- um estudante que não fez a questão na prova 1 e já na realização da “ação 1” não tem bom êxito, apesar de apresentar a reconstrução adequada no RRE – A8.

Na sequência apresenta-se uma discussão dos resultados obtidos.

Ao analisar a atividade, conforme os pressupostos da Teoria da Atividade, atesta-se o benefício oferecido pelo suporte teórico na organização estrutural da atividade, na identificação do motivo²⁵ que impulsiona a atividade, na interpretação dos resultados com a percepção de até onde se deu o desenvolvimento cognitivo e o que falta a ser completado para a apropriação de um conceito, e também ajudou a compreender que o processo de atribuição e

²⁵ Descrito na p. 33.

apropriação de significados não pode ser tratado simplesmente como causa-efeito, pois existem outras variáveis que permeiam e influenciam o processo.

Pelo ocorrido com A1 infere-se que a falta de tempo influenciou em sua adequada apropriação, pois não conseguiu interagir suficientemente com o objeto do conhecimento para viabilizar a reelaboração de um nível mais elevado de generalização. O que produziu em seu relatório não garantiu a internalização do conceito e, diante de situação análoga, reportou-se ao nível de generalização que já possuía anteriormente revelando que não houve mudança em sua forma de significar.

Constatou-se que fatores como distração e nervosismo também influenciaram no momento da prova substitutiva. Os estudantes que precisaram refazer muitas questões no RRE confundiram-se e/ou esqueceram o que produziram no momento da prova.

Os estudantes A1, A2, A13, A19 expressam desconforto em relação à prova enquanto instrumento de avaliação. A prova escrita suscita emoções negativas como nervosismo, esquecimento, confusão de ideias e outros sentimentos que comprometem o rendimento. No entanto, esta é uma realidade que está posta e precisa ser enfrentada.

Os resultados revelados na análise dessa atividade oferecem sugestões e colocam questionamentos e desafios para o prosseguimento e aperfeiçoamento da proposta, para a qual reiteramos nosso oportunizar aos estudantes observarem, refletirem e (re)construírem o conhecimento matemático a partir de seus próprios erros.

Para que ocorra a atribuição de significado como uma nova forma de generalização do conceito, as negociações são indispensáveis, pois promovem confrontação entre a forma de ver (generalização anterior) e forma como deve ser (novo patamar de generalização). Esta transição é viabilizada por meio de mediações que auxiliam a percepção das diferenças na forma de ver. A dinâmica da atividade proposta oportuniza diversas formas de mediação que possibilitam a negociação e com isto pode-se conseguir o ajuste desejado entre sentido pessoal e significado.

Segue-se o relato de dois episódios de mediação, ocorrido no decurso da realização da atividade, que ajudaram na significação do conceito. O primeiro, entre professor, estudante e conteúdo; o segundo, num discurso registrado pelo estudante após interagir com o conteúdo.

Em ambos a compreensão do significado da expressão mediatriz está em questão. Este foi um empecilho para muitos estudantes no momento da resolução da prova, pois não estavam distinguindo a necessidade de conhecer a definição do termo a fim de

avançar na resolução, estavam apresentando a equação do segmento AB como resposta, quando a questão solicitava a equação da mediatriz do segmento AB.

O diálogo a seguir apresenta a mediação do professor favorecendo a devida atribuição de significado ao conceito de mediatriz e consequente resolução da questão. A23 está refletindo em sua produção na prova e dirige-se ao professor (P) a fim de elucidar dúvidas:

A23 – Mas a equação tá certa! Não tá? [A23 ainda sustenta a ideia de que a equação do segmento AB seja a equação da mediatriz e ao olhar para o procedimento que usou não percebe seu erro.]

P – Que equação é essa?

A23 – A equação da mediatriz que passa por AB.

P – Essa equação pertence à mediatriz ou ao segmento AB?

Pausa...

P – O que é mediatriz?

A23 – Não é isso?

P – Não! Pesquise em seu material.

[... após alguns minutos revirando e lendo as folhas de seu caderno e/ou apostila, A23 retorna ao professor...]

A23 – Nossa, fiz algo com as coordenadas de A e B mais x e y! [A23 faz menção ao algoritmo que permite determinar a equação da reta por meio do determinante de uma matriz quadrada de ordem 3, na qual as duas primeiras colunas são formadas pelas coordenadas dos pontos dados pelas extremidades do segmento, acrescidos das coordenadas de x e y] É claro que não deu certo, porque achei a equação geral de AB e não da mediatriz.

P – E afinal, o que é mediatriz?

A23 – Mediatriz é uma reta perpendicular a um dos lados do triângulo, sendo traçada pelo ponto médio. Descobri o meu erro.

O estudante A23 reelabora o significado de mediatriz a partir do exame de seu erro, sua primeira construção possuía um viés que não se deu conta, até compreender o conceito de mediatriz. Nesse caso o preenchimento do RRE enquanto atividade propiciou que fosse mediado pelo professor e também por examinar suas anotações e com isto ajustar sua concepção sobre mediatriz. A atividade possibilita que o aluno investigue por si mesmo, perscrute, vá à busca de uma teoria que ofereça suporte ao que deseja fazer, constatando pessoalmente a aplicabilidade daquela determinada teoria na solução do exercício proposto. É

comum encontrar nos relatórios, no momento de refazer a questão corretamente, um resumo teórico do conteúdo pesquisado.

O estudante A7 descreve suas compreensões expressando como ressignificou²⁶ o conceito de mediatriz aplicando a teoria buscada adequando-a à sua forma de compreender:

Eu só fiz a equação da reta do segmento AB e não a equação da mediatriz que passa por AB. Tenho que saber o “m” da reta da mediatriz usando a fórmula para retas perpendiculares (formam 90°) que é: $m_r \cdot m_s = -1$ (o oposto do inverso). A7 apresenta sua resolução: $-1/3 \cdot m_s = -1$; $m_s = -1/-1/3$; $m_s = -1/3 \cdot -3/1 = 3$ $m_s = 3$. M_r é o “m” do segmento AB, nesse caso você vai ter que calcular usando a equação geral desse segmento, em seguida calcule o “m”. [Opta por extrair o “m” da equação geral – por isso monta o algoritmo da matriz e usa a fórmula $m = -a/b$]. M_s é o “m” da mediatriz que é o que você vai descobrir agora. Se já sei o “m” e tenho um ponto dessa reta que é o ponto médio do segmento AB, usando a fórmula $y - y_0 = m(x - x_0)$ vou obter a equação da reta mediatriz que passa pelo segmento AB.

A forma personalizada como escreveu revela um movimento pessoal no qual o estudante refletiu e explicitou, por meio da escrita, as etapas a serem cumpridas para a realização adequada do exercício. Escrever requer esforço mental no sentido de organizar o texto de modo a formar um sentido pessoal revelando a compreensão obtida.

Nos dois casos apresentados destaca-se a importância da mediação. No primeiro caso o professor intervém auxiliando A23 a enxergar que o segmento AB não representava a mediatriz. A mediação é complementada ao direcioná-lo para suas anotações/apostila e após um momento de esforço compreende o que é mediatriz. Ao se dar conta do rumo que tomou e confrontando com o que devia ter tomado usa a expressão: “nossa”. É o momento em que tornou o erro observável a si para, a partir daí, avançar em seu aprendizado.

O papel da mediação é fundamental na perspectiva vygotskyana. Esta pesquisa mostra que a mediação contribui para dar o direcionamento a seguir na (re)construção do conceito, permite que por meio de suporte inicial caminhe sozinho chegando a generalizações mais consistentes e que auxiliam no processo de tornar o erro observável.

²⁶ A expressão ressignificar, independentemente do tempo ou modo que apareça no texto, é assumida como resultado de um processo de interação com o objeto do conhecimento, via mediação(ões) que conferiu ao estudante a capacidade de reelaborar o significado do conceito num nível superior de generalização.

3.2 O PROCESSO DE APROPRIAÇÃO DO CONHECIMENTO

Esta seção da análise se debruça sobre as evidências que emergiram durante a realização da atividade de preenchimento do RRE que sinalizam como contribuição ao processo de apropriação do conhecimento. A argumentação usada baseia-se em dois momentos distintos da pesquisa desenvolvida:

(1) Com os dados coletados no segundo bimestre procedeu-se a ancoragem²⁷ dos fenômenos elencados na teia descrita na figura 8 a partir dos referenciais teóricos. Os dados pertinentes a essa análise foram coletados com 44 estudantes de três turmas. Todos fizeram a prova bimestral e após a devolução comprometeram-se a preencher o relatório de reflexão dos erros e entregá-lo no tempo aprazado.

Procedeu-se a codificação e identificação por B1 – estudante 1, B2 – estudante 2, B44 – estudante 44. Dos relatórios entregues, seis atenderam parcialmente, apresentando a resolução correta das questões, porém não cumprindo a contento a descrição detalhada da resolução (B1, B9, B15, B21, B23, B32), motivo pelo qual não foram incluídos. Cinco apresentaram erros de resolução em várias questões (B4, B11, B24, B28 e B33), o que comprometeu as condições previamente acordadas no que diz respeito à qualidade do relatório e ao movimento de reelaboração pretendido por meio da atividade. Devido à frequência de erros e inconsistência nos argumentos que revelaram a não caracterização da atividade – na devida acepção da palavra – decidiu-se por não considerá-los.

Assim sendo, neste recorte o *corpus* se constituiu de 33 relatórios de reflexão dos erros apresentados de forma satisfatória, isto é, cumpriram todas as etapas solicitadas e que erraram totalmente, parcialmente ou deixaram em branco pelo menos uma das questões da prova escrita. 33 foram submetidos à análise, após processo de triagem, são eles: B2, B3, B5, B6, B7, B8, B10, B12, B13, B14, B16, B17, B18, B19, B20, B22, B25, B26, B27, B29, B30, B31, B34, B35, B36, B37, B38, B39, B40, B41, B42, B43, B44.

(2) A impregnação com os dados da pesquisa fez com que emergissem novas compreensões subjacentes ao imediatamente perceptível, o que possibilitou um aprofundamento na forma de perceber o processo de apropriação. Para ancoragem dessas novas compreensões foram utilizados os dados obtidos por meio do questionário 5, com ênfase na questão: “Viu algo de positivo para SEU APRENDIZADO ao preencher o relatório de reflexão dos erros?”. Por meio da análise de conteúdo as unidades de registros foram organizadas em categorias.

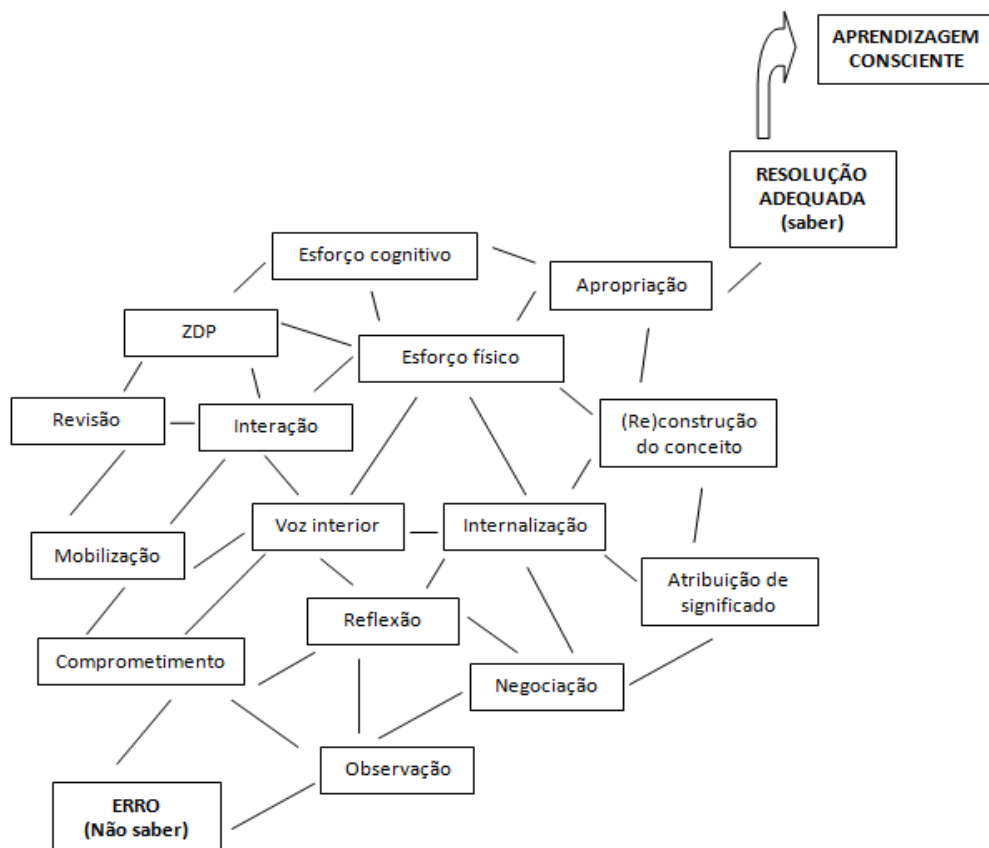
²⁷ O uso do termo ancoragem refere-se à transcrição de fenômenos ocorridos na realização da atividade com o propósito de ratificar o referencial teórico citado por meio de exemplares extraídos do banco de dados.

Foram considerados todos os questionários, num total de 47, codificados de D1 até D47.

3.2.1 O Processo de Apropriação: Subsídios do Referencial Teórico

Como resultado da investigação teórica e da implementação do RRE, percebeu-se a ocorrência de fenômenos emergentes pertinentes ao processo de apropriação que se fazem presentes no hiato entre o saber e o não saber. O que ocorre no decurso do processo de (re)construção dos conceitos e consequente apropriação de seu significado pode ser ilustrado por meio de uma teia de conexões na qual os fenômenos estão interligados, complementam-se e são recorrentes conforme figura a seguir.

Figura 7 - Teia de conexões dos fenômenos observados durante o caminho percorrido entre o não saber e o saber viabilizado pelo RRE



Fonte: O autor.

Conforme ilustrado na figura 8, ao se deparar com o erro cometido e ao aceitar o desafio de realizar a atividade proposta – o preenchimento do relatório de reflexão dos erros – o estudante assume ativamente seu papel e em geral começa examinando o porquê do seu erro. Ao explicar o motivo de seu erro o observa de perto, vê suas debilidades – geralmente por meio de comparações com os pares – discorre sobre elas e já planeja o que fazer para supri-la. A partir de então se compromete com a atividade mobilizando-se em busca da ajuda que lhe seja mais adequada, impulsionando-o a fazer uma necessária revisão do conceito em questão, pois terá que redigir suas compreensões numa próxima etapa.

Por meio de uma grelha²⁸, previamente elaborada, na qual constavam as unidades de registro construídas a partir dos referenciais teóricos, a respeito do processo de apropriação do conhecimento, norteou-se a investigação dos fenômenos. Nem todas as unidades de registro constavam na primeira lista, sendo que posteriormente outras foram acrescentadas em caráter emergente, como foi o caso de: a percepção da necessidade de comprometer-se com o estudo, evidências de que ocorreu a revisão da causa do erro e aptidão para aplicar o que reelaborou em situação análoga. A partir de então se desenvolveu a interação com o material de pesquisa, num exercício de ancoragem, identificou-se a ocorrência das situações descritas na grelha ao longo da realização da atividade, e foram geradas as categorias expressas no quadro 4.

No quadro a seguir apresenta-se um resultado preliminar do movimento suscitado pela atividade no qual se relacionou as unidades de registro em suas respectivas categorias elaboradas a partir das evidências textuais acrescentadas das emergentes. Buscou-se considerar uma ordenação na perspectiva em que ocorre o processo conforme observação na prática.

²⁸ O termo grelha refere-se a uma tabela previamente construída que serviu de base para identificação dos quesitos a serem observados.

Quadro 4 - Correspondência entre as categorias e as unidades de registro

Categorias	Unidades de registro
1. Reflexão sobre o erro	<ul style="list-style-type: none"> . Tornou o erro observável²⁹ a si mesmo; . Revela como encontrou seus erros e como os superou; . Percepção de que não captou informações relevantes explicitadas no enunciado da questão; . Evidências de que ocorreu a revisão da causa do erro.
2. Uso de estratégias de ação	<ul style="list-style-type: none"> . Mobiliza-se em busca de ajuda externa a fim de dirimir suas dúvidas; . Mobiliza-se para dirimir suas dúvidas por si só;
3. Monitoração do processo de reelaboração	<ul style="list-style-type: none"> . Estranhamento do resultado obtido em alguma etapa da resolução; . Evidências de “vozes” que monitoram a reelaboração do conhecimento; . Decisão de interromper ou abandonar a tarefa; . ‘Sinais de alerta’ (vozes) presentes durante o processo de reelaboração;
4. Atribuição de significado	<ul style="list-style-type: none"> . Evidências de que reconstruiu o conceito atribuindo-lhe significado; . Definição de uma estratégia própria; . Identificação do(s) caminho(s) a não seguir;
5. Tomada de consciência	<ul style="list-style-type: none"> . Mudança de percepção a respeito do grau de dificuldade da questão; . Evidências do conflito cognitivo em curso; . Tomada de consciência do não saber; . Evidências de reflexão sobre o processo de reelaboração do conhecimento; . Aptidão para aplicar o que reelaborou em situação análoga. . Percepção da necessidade de comprometer-se com o estudo; . Evidências de que ocorreu a revisão da causa do erro.
6. Emoções	<ul style="list-style-type: none"> . Prazer advindo do reconhecimento da consciência de que aprendeu; . Evidências de <i>empowerment</i>³⁰; . Percebe que as emoções negativas interferem no processo.

Fonte: O autor.

O processo de apropriação do conhecimento compreende diferentes estágios que requerem, por parte do aprendiz, disposição e esforço cognitivo durante a realização da atividade proposta a fim de que o aprendiz se efetive. A descrição detalhada e a

²⁹ Termo emprestado de La Taille (1997). Significa dizer que além de o erro ser indicado, deve-se também oportunizar a compreensão de sua qualidade, a fim de que tome consciência do mesmo.

³⁰ Expressão usada por Skovsmose (1994, p. 26), ao referir-se aos indivíduos alfabetizados matematicamente ou matematicamente capazes, trazendo relevantes contribuições à formação cidadã.

caracterização do processo estão na sequência.

Nos quadros a seguir estão recortes feitos a partir das anotações dos estudantes apresentados nos relatórios para ancorar cada unidade de registro, na intenção de ratificar cada categoria por meio de evidências que sinalizam sua ocorrência durante a realização do preenchimento do relatório de reflexão dos erros. As questões da prova que suscitaram comentários específicos estão identificadas nos parênteses. Sucedendo a cada quadro, ocorrem comentários a respeito das percepções do pesquisador.

O quadro 5 destaca a ancoragem das unidades de registro da categoria reflexão sobre o erro.

Quadro 5 - Ancoragem das unidades de registro da categoria – reflexão sobre o erro

Categorias/Unidades de registro	Recortes das anotações do RRE
. Tornou o erro observável a si mesmo;	<p>“Eu estava confundindo com a forma trigonométrica (era uma divisão na forma algébrica), o que estava dificultando tudo.” B15 (Questão 1.c, anexo 8)</p> <p>“Meu erro foi usar o mesmo sinal do denominador no conjugado.” B40 (Questão 1.c, anexo 8)</p> <p>“Meu erro nesta conta, como em todas as outras, foi no final quando temos i^2 eu me esqueci completamente que quando este “i^2” aparece durante a resolução nós devemos substituí-lo por “-1”, assim chegaremos ao resultado certo!” B42 (Questão 1.e, anexo 8)</p> <p>“Inverti as fórmulas do sen e do cos. Coloquei $\text{sen} = a/r$ e $\text{cos} = b/r$, mas é o contrário.” B41 (Questão 3, anexo 8)</p> <p>“Quando percebo o que errei dificilmente insistirei no erro. É essencial perceber os nossos erros e ver como teria sido o certo.” B12</p> <p>“Enxerguei que estou errando coisas pequenas e bobas e que me esqueci de conceitos simples, mas importantes como “conjugado”.” B32</p>
. Revela como encontrou seu(s) erro(s) e como os superou.	<p>“Não fiz produto notável. Pensei que era só elevar ao quadrado os dois termos.” B7 (Questão 1.e, anexo 8)</p> <p>“Errei porque elevei direto e não usei a regra, havia me esquecido, e achava que era direto. Você pega a equação e faz o quadrado do primeiro ...” B30 (Questão 1.e, anexo 8)</p> <p>“Aprendi com meus erros.” B7</p> <p>“Eu realmente aprendi a matéria, pois várias dúvidas que eu tinha eu sanei enquanto fazia.” B4</p> <p>“Aprendo a matéria pelo meu próprio erro e me preparo para a prova substitutiva e até mesmo para o vestibular.” B21</p> <p>“Consegui entender meus erros e me dedicar a melhorar essas falhas na hora do estudo. Outro fator positivo foi que acabei tirando minhas dúvidas.” B27</p>
. Percepção de que não captou informações relevantes explicitadas no enunciado da questão.	<p>“Errei por falta de atenção, porque fiz toda a questão certa, mas não fiz o que ela pedia: conjugado do resultado da divisão.” (grifo do estudante). B37 (Questão 4, anexo 8)</p>

Fonte: O autor.

A proposta de inserir o erro ao processo avaliativo está pautada em promover reflexão a fim de que possa gerar aprendizagem; para isto é fundamental que o estudante seja exposto ao seu erro a fim de que enxergue suas debilidades de conteúdo, suas incompletudes, as fragilidades de seus argumentos e possa usá-lo como ponto de partida para reelaboração de seu aprendizado. É na reflexão que alcança uma mudança nos processos de aprendizagem e esclarece que muitas vezes não se obtém êxito com o processo de autocorreção porque o “desajuste ou desvio” não foi conscientemente processado.

Os resultados obtidos sinalizam positivamente a respeito eficácia da reflexão promovida a partir dos erros cometidos em prova escrita pelos estudantes. Este é o início do processo: tomar ciência da(s) causa(s) de seu erro, refletir, avançar cognitivamente capacitando-se a fim de agir de forma adequada em situações análogas. Os recortes dos registros trazem resultados pontuais do processo de reflexão, tais como em B15, B32, B40, B41, B42, que especificam a causa de seu erro evidenciando onde precisam dar atenção especial como também conclusões mais abarcantes, como a de B12 que afirma ser “essencial perceber os nossos erros e ver como teria sido o certo”, B12.

Reelaborar o conhecimento a partir da retomada do erro dá um direcionamento para o estudante de onde começar suas buscas, pois vai em direção de suprir suas dúvidas e lacunas convertendo-as em aprendizado. Ao reconhecer que possui determinada deficiência aplica-se no sentido de saná-la.

O quadro 6 destaca a ancoragem das unidades de registro da categoria uso de estratégia de ação.

Quadro 6 - Ancoragem das unidades de registro da categoria – uso de estratégias de ação

Categorias/Unidades de registro	Recortes dos registros do RRE
. Mobiliza-se em busca de ajuda externa a fim de dirimir suas dúvidas;	“Após a explicação do meu amigo G., comecei a entender como se transforma na forma algébrica.” B39 “Essa eu não fazia a mínima ideia de como fazer, mas para aprender corri atrás.” B38 “Quando olhei pra questão eu pensei “que negócio cabuloso é esse?”. E novamente não me vinha à cabeça como resolver ... procurei ir ao plantão para pedir explicação.” B38 “Não fazia ideia do que fazer, mas agora sei como fazer ... com a ajuda de uma colega aprendi que ... depois de refazer entendi...” B14
. Mobiliza-se para dirimir suas dúvidas por si só.	“Não sabia como fazer, mas ao refletir e refazer pude perceber que eu sabia resolvê-lo...” B16

Fonte: O autor.

Um dos fatores que destacados na pesquisa é o poder mobilizador do erro

quando inserido ao processo avaliativo. Por demandar diálogo, característica peculiar do erro, favorece a criação de novos paradigmas nos quais se estabelecerão novas relações dialógicas entre professor e estudante, entre os estudantes, do estudante para consigo mesmo e ainda do estudante com o objeto do conhecimento, todas caracterizando mediações. Considerando que será capaz de fazer sozinho amanhã o que faz hoje em cooperação, tal interação é fundamental para o crescimento cognitivo.

Qualquer que seja a forma de mediação, o erro tem o poder de estimular a reflexão desafiando-o a pensar sobre o que pensou, a refletir sobre suas construções peculiares e, a partir desse movimento, reelaborar seu conhecimento por meio de exame crítico de seus erros.

Oportunizar aos estudantes o contato com suas produções caracteriza uma nova forma de ensinar, na qual o estudante assume participação ativa e dinâmica, responsabilizando-se diretamente por seu aprendizado.

O quadro 7 destaca a ancoragem das unidades de registro da categoria monitoração do processo de reelaboração.

Quadro 7 – Ancoragem das unidades de registro da categoria – monitoração do processo de reelaboração

Unidades de registro	Recortes dos registros do RRE
. Estranhamento do resultado obtido em alguma etapa da resolução.	“Achei a questão estranha por dar um número elevado ao cubo e por isso nem a terminei, fui partindo pra outra.” B43
. Evidências de “vozes” que monitoram a reelaboração do conhecimento. ³¹	<p>“Neste caso <u>não podemos esquecer que o i^2 equivale a -1.</u>” [desenha uma seta para destacar o lembrete]. B42 (Questão 1.e, anexo 8)</p> <p>“(…) agora fazemos a multiplicação normal. <u>*prestando atenção nos sinais.</u>” B37 (Questão 1.e, anexo 8)</p> <p>“<u>Lembrando novamente</u> que onde há “i^2” nós substituímos por “-1” e continuamos a conta.” B6 (Questão 1.e, anexo 8)</p> <p>“Ao refazer; <u>lembrando</u> de nossos novos conhecimentos. Dividimos a expressão, <u>sem nos esquecer</u> de copiar o divisor e mudar o seu sinal....” B16 (Questão 4, anexo 8)</p> <p>“<u>Sabendo que $i^2 = -1$</u>, substitui-se.” B6 (Questão 4, anexo 8)</p> <p>“<u>Devemos lembrar</u> que o conjugado: sempre o número que está com “i”, sendo este o “$-25i$”, logo teremos como resultado “$-i$”, transformando em “i” positivo!” B17 (Questão 4, anexo 8)</p>
. Decisão por interromper ou abandonar a tarefa.	<p>“Achei meio complicado... deixei pra resolver depois, mas o tempo não foi suficiente para que eu voltasse e refletisse na questão.” B43</p> <p>“Decidi parar na metade.” B43</p> <p>“Não tinha a mínima ideia de como se fazia, então deixei em branco.” B26</p>

A ação de escrever favorece o processo de monitoração permanente sobre o que produz e com isto corrobora à internalização e conseqüente apropriação do conceito.

³¹ As frases sublinhadas dão destaque à manifestação das “vozes”.

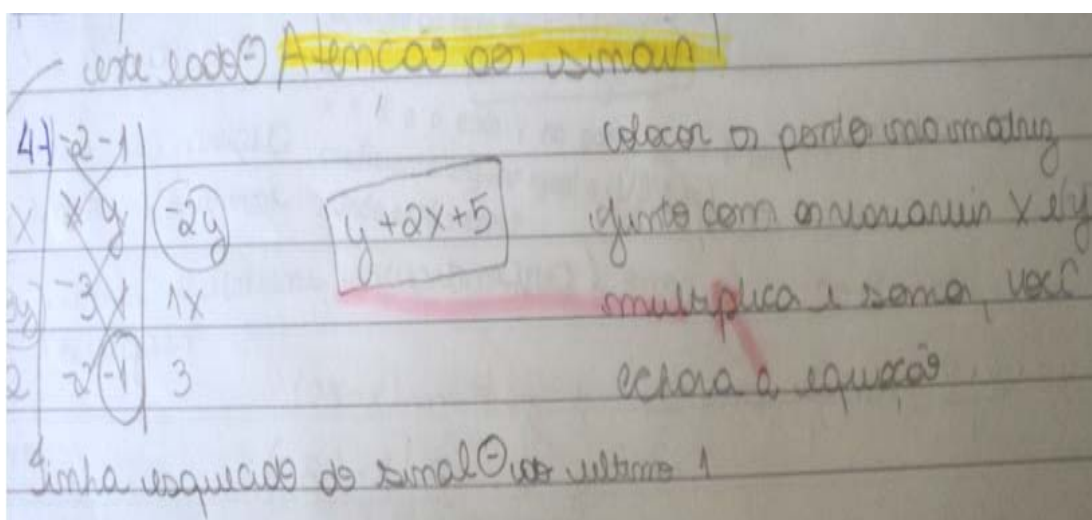
Durante o processo de monitoração é comum o surgimento de vozes que se manifestam na intenção de manter o rumo adequado não permitindo desvios no momento de externalizar o que construiu por meio da mediação.

No preenchimento do RRE o estudante precisa cumprir a ação de redigir um texto como se estivesse explicando a um amigo a questão que errou. Em havendo comprometimento por parte do estudante, é comum o texto apresentar peculiaridades sobre sua forma de pensar, sobre suas concepções e também está permeado de observações que podem ser consideradas manifestação de tais vozes com vistas ao aprendizado.

As evidências da presença de vozes que monitoram o processo surgem, no momento da redação detalhada, como se fossem placas de sinalização ao longo da reelaboração do raciocínio. São sinais de alerta presentes durante o processo de reelaboração, tomando o erro cometido na prova escrita como elemento norteador. As observações surgem em tom de advertências, alertas, lembretes como forma de reforçar o caminho a não ser seguido.

Geralmente são expressas por meio de desenhos: carinha feliz, carinha triste, balãozinho, setas, destaques coloridos, sublinhados etc. Sua intenção é advertir para que não cometa o mesmo desvio que optou no momento da prova escrita. Apresenta-se a seguir alguns recortes que expressam a manifestação dessas vozes.

Figura 8 - Ocorrência de “vozes interiores” monitorando o processo de reelaboração



Fonte: O autor.

Na figura 9 tem-se o registro de um sinal de alerta destacado em amarelo por meio de caneta marca texto. O estudante está alertando a si mesmo para não cometer o

mesmo ‘desvio’ que cometeu na prova escrita, ou seja, nessa forma de diálogo consigo mesmo está ressaltando sua debilidade nesse quesito na intenção de promover um esquema mental que o possibilite a precaver-se não agindo assim em situação análoga.

Na figura 10, a seguir, observa-se que o estudante escreve em vermelho *danger* (perigo), durante a resolução de um sistema linear, pois deseja evitar o mesmo deslize cometido na prova 1, quando não observou que a incógnita a ser determinada apresenta sinal negativo.

Figura 9 - Outro exemplar de “vozes interiores” monitorando o processo de reelaboração

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 5 \\ -2y - z = -7 \\ 5z = 20 \end{cases}$$

Precuramos os valores de x, y e z , então precisamos isolar estas letras, e depois substituir os valores obtidos.

Precuramos z

$5z = 20$
 $z = 20$

$-2y - z = -7$
 $-2y - 4 = -7 \cdot (-1)$
 $2y + 4 = +7$

perigo pois a incógnita está neg b)

Danger
 Atenção (Perigo)

Fonte: O autor.

Figura 10 - Recorte das “vozes interiores” em ação

$-4y = -3x - 8 = 0$

$y = \frac{3x+8}{4}$ $m = \frac{3}{4}$

como é perpendicular, inverte e coloca negativo

$m = -\frac{4}{3}$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 2 = -\frac{3}{4}(x - (-3))$

$y - 2 = \frac{4}{3}(x + 3)$

$\frac{4x}{3} + \frac{y}{3} - 11 = 0$

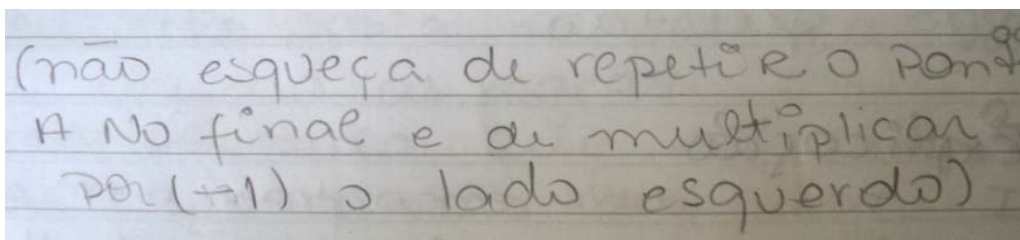
usa o y e acha o " m " depois coloca na formula $y - y_0 = m(x - x_0)$

Fonte: O autor.

Na figura 11 o estudante destaca em vermelho uma frase que contém um ‘comando’ algébrico na resolução do exercício, denotando que está alerta a esse fato e

também sabe justificar o porquê de tal procedimento.

Figura 11 - A monitoração do processo de apropriação por meio de “vozes em ação”



Fonte: O autor.

Na figura 12 a frase, ao mesmo tempo em que descreve o procedimento algorítmico a ser aplicado, assume um tom de alerta a fim de evitar que o procedimento usado na prova 1 se repita.

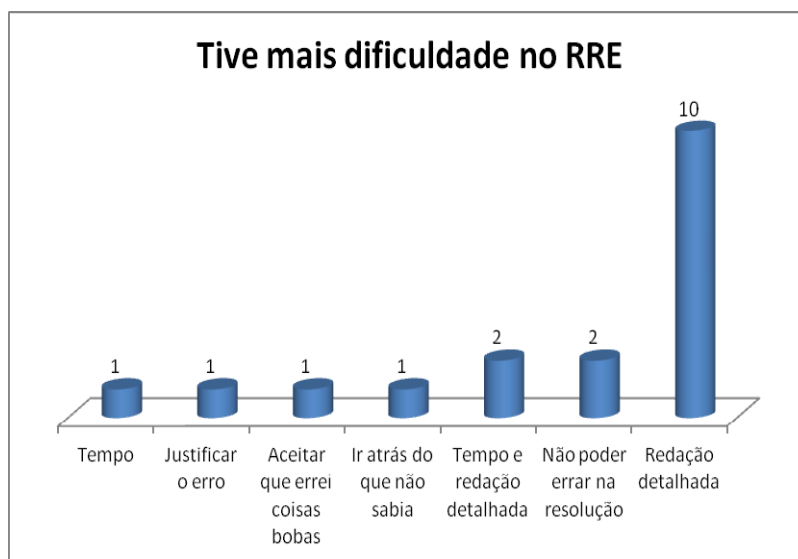
O processo de monitoração pode comparar-se a um rascunho mental, exercendo a função planejadora, sendo necessário para garantir a transição entre o discurso socializado e o interior, ou seja, é um indicativo do processo de internalização em ação e consequentemente da apropriação do conhecimento.

Tende a emergir quando a atividade possui certo grau de dificuldade que exige consciência e reflexão. Escrever de forma consistente e fazer-se entender não é tarefa fácil; por isso os registros deixados pelos estudantes nos relatórios de reflexão dos erros estão repletos de manifestação dessas vozes.

O questionário 2, aplicado após a realização da atividade no primeiro bimestre³², respondido voluntariamente por 18 estudantes, inquiriu no item 2 sobre a ação mais difícil a ser cumprida durante o preenchimento do RRE e obteve-se por parte de 12 deles a resposta como sendo a redação detalhada conforme exibido na figura 13.

³² Apêndice 2.

Figura 12 - Gráfico resultante dos dados obtidos com 18 alunos sobre a ação mais difícil no preenchimento do RRE. Ivatuba, 2012



Fonte: O autor.

O procedimento requerido no preenchimento do RRE demanda reflexão ao tentar explicitar seu raciocínio de forma escrita, pois tem em mente que está redigindo um texto de caráter explicativo a alguém, o que o instiga a um processo mental de repassar os detalhes, propiciando uma revisão e monitoração constante e com isto fortalecendo o que sabe e acrescentando ao seu repertório os novos conhecimentos que reelaborou na realização da atividade.

A fim de contextualizar sua argumentação, alguns estudantes resgatam conteúdos que servem como base para o que se está focando, estabelecendo conexões entre eles. Isto é desejável, pois consegue fazer um entrelaçamento das partes que em geral são ensinadas de forma separada e conseqüentemente aprendidas de forma engavetada, sendo que durante o processo da escrita se complementam.

O quadro 8 destaca a ancoragem das unidades de registro da categoria atribuição de significado.

Quadro 8 - Ancoragem das unidades de registro da categoria – atribuição de significado

Unidades de registro	Recortes dos registros do RRE
. Evidências de que reconstruiu o conceito atribuindo-lhe significado	<p>“Não sabia o que significava a barrinha em cima do z, por esse motivo deixei em branco. Para resolução é muito simples [...], mas temos que prestar atenção a um detalhe: o z_2 está com uma barrinha em cima, isso significa que esse número será o conjugado do z_2.” B17 (Questão 1.d, anexo 8)</p> <p>“Não sabia identificar o z com uma barra em cima e sua utilidade na matemática. Números que são conjugados têm somente seu sinal invertido se for imaginário. Ex.: se $z_2 = 3 - i$, $\bar{z}_2 = 3 + i$</p> <p>[circula o sinal e puxa uma seta explicativa] – porque só muda o sinal do imaginário. Já sabendo o 2 vamos calcular normalmente, mas sempre atentos ao sinal da subtração.” B16 (Questão 1.d, anexo 8)</p> <p>“Esqueci que quando tem divisão devemos fazer o conjugado do denominador, ou seja, pegar os valores dados e repeti-los multiplicando, mas trocando o sinal da seguinte forma.” B8 (Questão 1.c, anexo 8)</p> <p>“Antes de resolver o i^2 vamos entendê-lo: quando o i está ao quadrado ele recebe um sinal negativo e vira real. Então $i^2 = -1$.” B16 (Questão 1.e, anexo 8)</p>
. Definição de uma estratégia própria	<p>“Por enquanto você ignora o expoente e concentra no que está dentro dos parênteses...” B20 (Questão 7, anexo 8)</p> <p>“Para conseguir realizar essa questão, retiramos os dados importantes do enunciado e com isso conseguimos entendê-la melhor.” B37</p> <p>“Vamos lidar com ambos os números como se fossem uma fração, você deve multiplicar o denominador e o numerador pelo conjugado do denominador.” B13 (Questão 4, anexo 8)</p>
. Identificação de caminho(s) a não seguir.	<p>Nessa questão precisamos usar o produto notável. Esse “detalhe” [grifo do estudante] é essencial para fazer a questão corretamente, mas muitas vezes esquecemos e assim se tornou um erro clássico, e assim foi o meu também. B37 (Questão 1.c, anexo 8)</p>

Fonte: O autor.

A causa de muitos erros em prova escrita de matemática deve-se ao distanciamento entre sentido pessoal e significado, especialmente ao se tratar de conceitos abstratos. Em nível de ensino médio, é frequente a ocorrência desse distanciamento e, até mesmo, favorecido por um ensino essencialmente teórico e por fatores associados à faixa etária.

A fim de promover a aproximação entre o sentido pessoal atribuído a um conceito e seu significado, faz-se necessário a transição entre o discurso socializado e o interior, o que caracteriza o processo de internalização em ação e a viabilização da apropriação do conhecimento. Tal processo não ocorre de forma passiva.

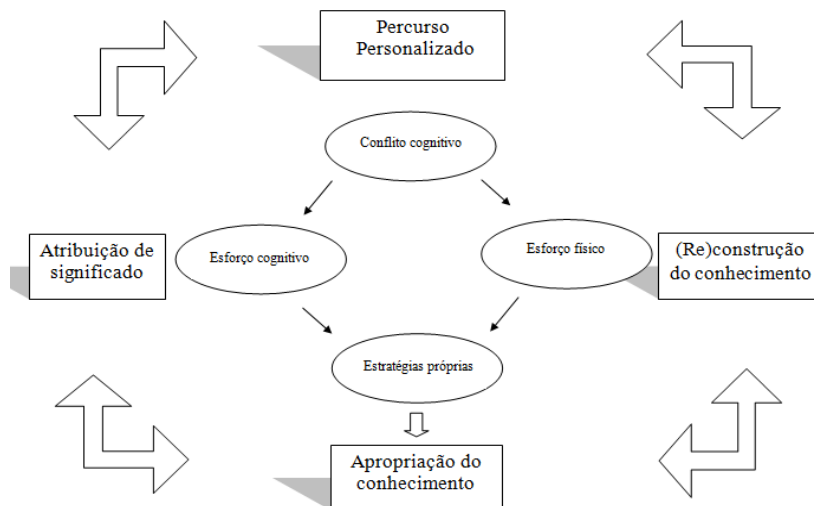
A formação de um conceito no nível da abstração ocorre tendo-se a palavra como signo e sua internalização demanda síntese dos aspectos abstratos, de forma que possam servir de base para novos pensamentos; este processo exige envolvimento e certo nível de esforço por parte do aprendiz. Estimular os estudantes a identificar a raiz de seu problema e

desenvolver estratégias próprias que os ajudem a encontrar, refletir e reelaborar seus erros desponta como uma alternativa que contribui para promover a aproximação entre sentido pessoal e significado.

Os resultados exibidos mostram que o contato direto do estudante com sua primeira produção desencadeia uma busca com objetivo específico, pois sabe onde precisa reforçar-se cognitivamente para então, por meio de reflexão, autorregular o processo de apropriação. Ao fazer o percurso proposto pelo RRE o estudante se atém a detalhes que lhe são necessários para obter melhor compreensão. Podem envolver simbologia, nomenclaturas, algoritmos e manipulações algébricas, compreensão conceitual, enfim, dará atenção à sua deficiência a fim de supri-la.

Na figura 14 representa-se, de forma sintética, as etapas percorridas durante processo de apropriação, estimuladas a partir do preenchimento do RRE.

Figura 13 - Síntese das etapas percorridas no processo de apropriação, estimuladas pelo RRE



Fonte: O autor.

A figura 14 sintetiza a trajetória percorrida pelos estudantes no processo de atribuição de significados e conseqüente apropriação do conhecimento científico. Podem-se observar dois movimentos simultâneos e complementares: na parte interna da figura estão descritas as ações intencionais requeridas dos estudantes, estimuladas por meio da atividade proposta e na parte externa a concretização do processo de apropriação por meio de etapas progressivas.

O processo começa com o conflito cognitivo gerado a partir da observação do erro e a identificação das causas de seu desvio. Na sequência há uma mobilização em favor

do aprendizado que envolve esforço cognitivo no sentido de predispor-se a refletir e raciocinar, a fim de promover os ajustes necessários entre o que produziu e a maneira adequada de resolução; a esta aproximação entre sentido pessoal e significado cientificamente aceito chamou-se de negociação de significados. Vale lembrar que esta ação compreende várias etapas e é assistida por meio de mediação(ões).

O esforço físico demanda disposição para disciplinar-se a reservar tempo para o estudo, dirigir-se a um local favorável ao aprendizado, sentar-se, processar as informações que obteve via mediação e redigir um texto personalizado que contenha suas novas compreensões sobre o tema.

Ocorreram situações nas quais houve um ajuste entre o sentido pessoal – expresso no momento da prova e manifestado no erro – e entre significado; ajuste este oportunizado por meio da realização da atividade proposta. B6, ao reelaborar a questão que errou “ $|1 - i - (3 - i)|$ ” explica o procedimento aritmético necessário para resolução chegando à resposta $|-2|$. Por meio do desenho de um balão explica que $b = 0$ aplicando o princípio da igualdade de complexos. No balão: “ $a + bi = -2 + 0i$ ”; por fim resgata o significado das barras que simbolizam módulo e relaciona à fórmula apropriada para cálculo de módulo de números complexos na forma algébrica, calculando adequadamente. Ocorre com B6 o desembaraço de um erro, o qual se torna fonte de novos achados favorecendo seu aprendizado, pois lhe proporcionou uma reestruturação de toda questão de forma consistente.

O desafio de escrever suas novas compreensões favorece o processo de internalização e a atribuição de significado, pois ao fazê-lo estão reafirmando conceitos e regras com suas próprias palavras. B16 e B17 esbarram no conceito de conjugado. É a ocorrência do “vácuo”, pois os estudantes não viam significado no símbolo que, em linguagem matemática, exprimia o símbolo de conjugado. “Não sabia identificar o z com uma barra em cima e sua utilidade na matemática.” B16. “Não sabia o que significava a barrinha em cima do z ...” B17. Ao serem desafiados a cumprirem a atividade de preenchimento do relatório de reflexão dos erros responsabilizaram-se pela reelaboração de seu aprendizado, dispensando tempo e energia cognitiva na busca do conhecimento faltante e com isso apropriaram-se do conceito que até ali lhes era sem significado.

Na parte externa da figura intentou-se registrar, apesar de não ser um processo translúcido e perceptível aos olhos, a consolidação da apropriação a partir do cumprimento da atividade por meio de ações e etapas de forma comprometida em que o estudante (re)constrói seu conhecimento reelaborando-o por meio de estratégias próprias e

adequadas à sua compreensão, somando-se a isto o fato da necessidade de explicitar suas compreensões de maneira escrita favorecendo a internalização do conteúdo ocorrendo, por consequência, sua apropriação. A redação, na forma de metatexto, presente nos relatórios evidenciam isso.

O quadro 9 destaca a ancoragem das unidades de registro da categoria tomada de consciência.

Quadro 9 - Ancoragem das unidades de registro da categoria – tomada de consciência

Unidades de registro	Recortes dos registros do RRE
. Mudança de percepção a respeito do grau de dificuldade da questão.	<p>“Pensei completamente errado... confundi tudo. Essa alternativa é facinho, facinho...” B43</p> <p>“Parece uma operação complicada, mas na verdade não é.” B20</p> <p>“Na hora que vi a questão falei: “Meu Deus, que isso?” [grifo do estudante], mas não era tão difícil de resolver, veja...” B38</p> <p>“Essa eu não sabia fazer, mas agora até parece fácil, é só achar no ciclo trigonométrico...” B29</p> <p>“Não consegui interpretar o contexto simples e prático da questão.” B17</p> <p>“Esse também eu não fazia ideia de como fazer, mas quando aprendi, vi que era fácil.” B16</p> <p>“Meu erro foi pensar que tinha que colocar os valores em graus equivalentes a $11\pi/6$ e não é... depois de achar isso fica fácil...” B17 (Questão 2, anexo 8)</p>
. Evidências do conflito cognitivo em curso	<p>“Coloquei a forma trigonométrica onde não tinha nada a ver e para completar eu deixei pela metade.” B43</p> <p>“Meu erro foi pensar que tinha que colocar os valores em graus equivalentes a $11\pi/6$ e não é...” B17.</p> <p>“Após reescrever tudo novamente percebi que talvez a correção do professor estivesse errada, mas revisando novamente, descobri que estava errado.” B39</p>
. Tomada de consciência do não saber;	Descobri meu problema fazendo o relatório de erros: a potência me trava! Meu primo me ajudou... B46
. Evidências de reflexão sobre o processo de reelaboração do conhecimento	“Ao refletir e refazer pude perceber que eu sabia resolvê-lo...” B16
. Sente-se apto a aplicar o que reelaborou em situação análoga.	<p>Não sabia identificar o z com uma barra em cima e sua utilidade na matemática. Números que são conjugados têm somente seu sinal invertido se for imaginário. Ex.: se $z_2 = 3 - i$, $\bar{z}_2 = 3 + i$ [circula o sinal e puxa uma seta explicativa] - porque só muda o sinal do imaginário.</p> <p>Já sabendo o \bar{z}_2 vamos calcular normalmente, mas sempre atentos ao sinal da subtração. B16 (Questão 1.d, anexo 8)</p>
. Percepção da necessidade de comprometer-se com o estudo.	<p>“Não sabia fazer até prestar atenção no que estava fazendo.” B39</p> <p>“Meu erro foi não ter estudado bastante o suficiente para conseguir interpretar e resolver a questão.” B17</p> <p>“Não estudei o suficiente.” B16</p>
. Evidências de que ocorreu a revisão da causa do erro.	“Novamente eu errei o sinal, o que aparentemente é meu maior problema.” B3

Fonte: O autor.

É relevante salientar que a realização da atividade contribuiu para sensibilizar os estudantes para a necessidade de um melhor preparo e comprometimento com os estudos. Em sua fala transparece a mudança de percepção sobre a dificuldade de resolver a questão. Inicialmente tendem a achar que está muito difícil, ou que são burros, nunca se deram com a matemática etc., de alguma forma essa atitude é não somente comum como também natural, pois há uma tendência de achar difícil tudo que não é desconhecido. No entanto, a raiz do problema pode estar no fato de que para aprender é necessário sair da posição de mero receptáculo, que apenas absorve e contempla, e tornar-se ativo em sua relação com o objeto de estudo, (re)construindo por si mesmo suas compreensões, uma vez que conceitos científicos só são elaborados intencionalmente requerendo uma relação consciente que favoreça a interação com o objeto do conhecimento a fim de apreendê-lo.

Os resultados evidenciam que ao agir de forma comprometida e intencional aplicando tempo e esforço cognitivo, como sugere a raiz da palavra **ATIV**idade denotando entrar em movimento, tornando-se ativo, movendo-se na intenção de interagir e apropriar-se do objeto do conhecimento, geralmente há uma mudança na percepção do estudante no que tange ao grau de dificuldade do exercício. Em seus depoimentos, B16, B17, B20, B29, B38 e B43 expressam a mudança que experimentaram.

Os registros dos estudantes confirmam que o movimento de reelaboração do conhecimento deflagrado pela reflexão dos erros pode promover momentos de introspecção, nos quais o estudante conscientiza-se sobre a necessidade de comprometer-se efetivamente com os estudos, pois se dá conta de que é capaz de aprender se estiver disposto a ‘pagar o preço’. A exemplo da pesquisa realizada por Borasi e Rose (1989), há concordância de que, para galgar o sucesso, é necessário maior comprometimento com as tarefas, principalmente em relação ao tempo dedicado ao estudo.

O quadro.10 destaca a ancoragem das unidades de registro da categoria emoção.

Quadro 10 - Ancoragem das unidades de registro da categoria – **emoções**

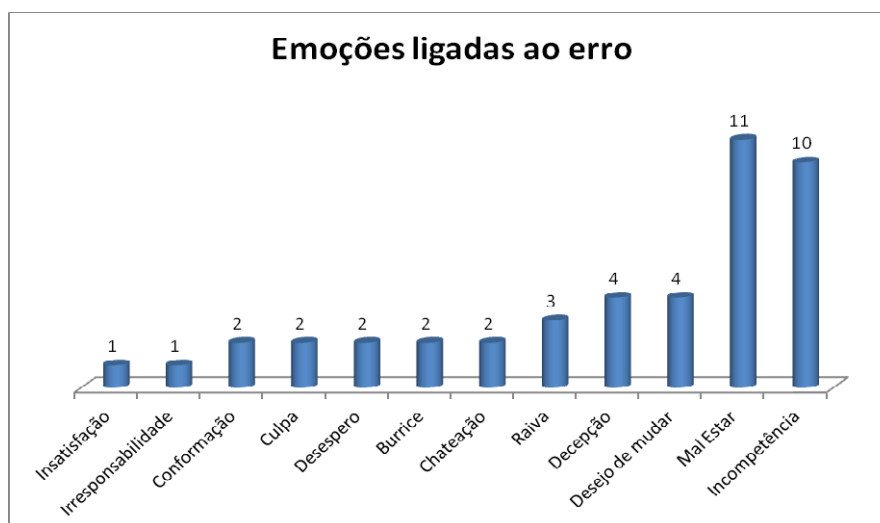
Unidades de registro	Recortes dos registros do RRE
6. Emoções . Prazer advindo do reconhecimento da consciência de que aprendeu.	“[...] dessa forma conseguimos chegar ao resultado final! É muito simples!” B42 “Não só sei fazer como aprendi. Ao estudar percebi que era MUITO [destaque do estudante] fácil.” B40 “Não esquecendo de somar reais com reais e imaginários com imaginários! [desenha uma carinha feliz ☺]. B42
. Evidências de <i>empowerment</i> .	“Acertei meia questão, pois não sabia o que era conjugado. Ao refazer; lembrando de nossos novos conhecimentos. Dividimos a expressão, sem nos esquecer de copiar o divisor e mudar o seu sinal...” B16 “Descobri que sou capaz de me esforçar bem mais e alcançar meus objetivos.” B7 “Aprendi a ver onde errei e comparar com a forma que devia ter feito. Eu aprendi e fiquei muito melhor por isto.” B5
. Percebe que as emoções negativas interferem no processo.	“Essa questão eu comecei bem, mas a conta foi aumentando e o nervosismo também.” B43 “Errei essa questão porque estava muito nervosa.” B4 “Fiquei aflita, preocupada e não consegui fazer mais nada.” B14

Fonte: O autor.

No ambiente escolar as emoções se fazem presentes de forma marcante, por isso não há como desvinculá-las do processo, haja vista que o ser humano é emotivo em sua essência. Assume-se que emoção e aprendizagem interagem e não é possível desvinculá-las do processo. Em geral, ao falar em avaliação e erro as emoções negativas predominam. Muitas justificativas para o erro citadas nos RRE traziam o nervosismo como causa. Há também outros aspectos a serem considerados que são pertinentes.

O questionário 1 trouxe contribuições a respeito das emoções suscitadas nos estudantes a partir do erro cometido em provas escritas de matemática, no qual uma das perguntas era: “Como se sente quando erra?”.³³ Os estudantes de todas as turmas de 3º ano foram convidados a participar. Quarenta e quatro estudantes autorizaram o uso de suas respostas nessa pesquisa a quem identificaremos por F1, F2, F3, ..., F44. A figura 15 a seguir discrimina o resultado obtido.

³³ Uma pesquisa correlata foi publicada por Silva *et al.* (2012) no boletim do GEPEM sob o título Que pensam sobre o erro matemático estudantes do terceiro ano do Ensino Médio?

Figura 14 - Emoções manifestadas perante o erro

Fonte: O autor.

Observa-se que a maioria das emoções ligadas ao erro tem caráter negativo. Os que se referem à decepção o fazem numa perspectiva dupla a si mesmo e a alguém próximo a si: “Parece que me decepcionei e decepcionei as pessoas ao meu redor.” F44.

Alguns dos que mencionam incompetência o fazem de maneira enfática: “Me sinto como se não fosse capaz de fazer aquilo. Me sinto inútil...” F40; “Me sinto incompetente, com autoestima baixa, causando-me desespero e dúvidas sobre meu potencial.” F26; “Me sinto incompetente quando, apesar de ter estudado, não consigo alcançar meu objetivo.” F37.

A maioria dos que disseram sentirem-se mal expressam a sensação como se tivesse sido injustiçadas pelo fato de ter errado ‘coisas bobas’ que poderiam ter sido evitadas ou ainda por ter estudado e não apresentar desempenho satisfatório. “Me sinto mal, pois acho que quando estudo não mereço errar.” F28; “Muito mal quando a coisa é fácil e erro de bobeira.” F35.

Há duas ocorrências que não estão atreladas a emoções negativas: (1) a conformação, isto é, os estudantes têm ciência que podiam e deviam ter se preparado melhor e (2) um sentimento mais maduro no qual o estudante toma seu erro como ponto de partida para reflexão e mudança. “Me sinto com vontade de mudar as coisas, tento consertar o que fiz errado. Não me sinto triste nem mal de maneira nenhuma, pois todo mundo erra.” F32.

Não raras vezes no corpo do texto do RRE os estudantes falam sobre emoções. Percebeu-se que era comum a mudança de sentimento no decorrer do preenchimento do relatório. Muitas vezes o estudante atribuía o fator nervosismo como causa

de seu erro e ao longo do processo de busca, das mediações, da reflexão, enfim, ao cumprir a atividade proposta no momento da explicação detalhada ele mostrava-se confiante e expressava isto em forma de emoção positiva; ou seja, o fato de ter encarado suas limitações e se organizado para apropriar-se do conteúdo em questão, enquanto discorre sobre o tema, contribui para sentir-se capaz, gerando um efeito positivo em sua autoestima, fazendo aflorar sentimentos que expressam confiança e segurança.

O sentimento de ser capaz é relevante para a formação do adolescente, pois pode mudar seu repertório de conhecimentos, valores, atitudes e comportamentos. Experimentar o *empowerment* é fundamental para a formação de um indivíduo disposto a influir em sua realidade, que possua motivação intrínseca, que não se acanhe diante dos obstáculos e dificuldades, mas que se mobilize em busca de informação necessária para superá-los; que saiba trabalhar em grupo, que tenha capacidade de crítica e autocrítica, teorize com base em sua própria observação e seu próprio raciocínio, sendo criativo e original.

3.2.2 O Processo de Apropriação: Subsídios Provenientes da Atividade

Ao final do 4º bimestre, após a vivência e consolidação da proposta, coletou-se as percepções dos estudantes a respeito da atividade por meio do questionário 5 cujas respostas contribuíram para ampliar a compreensão dos fenômenos que ocorrem durante o processo de apropriação³⁴. Entre o hiato do não saber ao saber – interstício no qual o estudante encontra-se envolvido com a atividade – foram observados e relatados fenômenos favoráveis ao aprendizado.

A partir das respostas dadas à questão 2³⁵ do questionário, com uso dos recursos interpretativos da análise de conteúdo, organizou-se um quadro no qual tais fenômenos estão organizados em categorias e ancorados por meio de recortes das respostas à pergunta proposta.

O quadro 11 apresenta o resultado do movimento interpretativo.

³⁴ Apêndice 4.

³⁵ A pergunta em questão é: “Viu algo de positivo para SEU APRENDIZADO ao preencher o relatório de reflexão dos erros? Comente”.

Quadro 11 - Os aspectos positivos do RRE na concepção dos estudantes

Categorias elencadas	Recortes dos registros dos estudantes.
Favorece a mediação externa	“... quando um colega me ajudou a solucionar minhas dúvidas.” D1 “... vejo o que eu errei com a ajuda de um colega e tudo fica mais claro.” D3
Favorece a mediação com o objeto de conhecimento	“Eu consegui sozinho ver o meu erro.” D26
Auxilia a atribuição de significado	“... na hora do relatório fiz com minhas palavras, assim ficou mais fácil para compreender do meu próprio jeito.” D1
Respeita o modo e o jeito de melhor aprender	“Aprendo como fazer as contas por passos, facilitando o aprendizado.” D19 “Aprendi mais porque quanto mais exercícios faço mais aprendo.” D25 “Consegui entender meus erros e me dedicar a melhorar essas falhas na hora do estudo.” D27 “A saber responder, porque o relatório é maçante então você aprende esse passo a passo.” D20
Favorece o aprendizado	“Eu realmente aprendi a matéria, pois várias dúvidas que eu tinha eu sanei enquanto fazia.” D5 “Entender as questões com mais clareza.” D6 “... comecei a entender o que era para fazer na matéria.” D7 “Oportunidade de refazer o que errei e aprender realmente o conteúdo.” D9 “Aprendo onde errei, em que posso melhorar e tenho a oportunidade de refazer corretamente.” D14 “... aprendo a matéria pelo meu próprio erro.” D21 “O fato de aprendermos mais, pois vemos onde erramos e refazemos de outra forma.” D24 “... pude tirar minhas dúvidas e ver meu erro.” D26 “... me fez ver direito o que errei e refazer certo aprendendo ao mesmo tempo.” D33 “Pude refazer a questão e aprender a resolvê-la.” D34 “Vendo o meu erro e corrigindo-o aprendi como fazer certo a questão.” D47 “Aprender o conteúdo que não estava muito bem firmado anteriormente.” D9 “... me ajudou a responder questões que eu não sabia, me ajudou muito a entender o conteúdo, mesmo que por algum motivo não vá bem na próxima prova, sei que entendi o conteúdo. D11
Favorece a mobilização	“Aprendo mais o conteúdo e devo “correr atrás” da matéria.” D15 “Com o relatório de erros busco ajuda e então consigo entender os exercícios.” D16 “Tive que buscar um conhecimento mais amplo sobre o que estudei para preencher o relatório.” D19
Diagnose precisa da raiz do problema	“Vi que preciso prestar mais atenção nas regras de sinais.” D8 “...comecei a prestar mais atenção nas contas, eu errava muito nos sinais.” D28 “Enxerguei que estou errando coisas pequenas e bobas e que me esqueci de conceitos simples, mas importantes como “conjugado”.” D32 “Aprendi a falha, pelo menos o gráfico já sei.” D35 “...me ajudou a ver onde estava meu erro e assim aprender a fazer.” E40

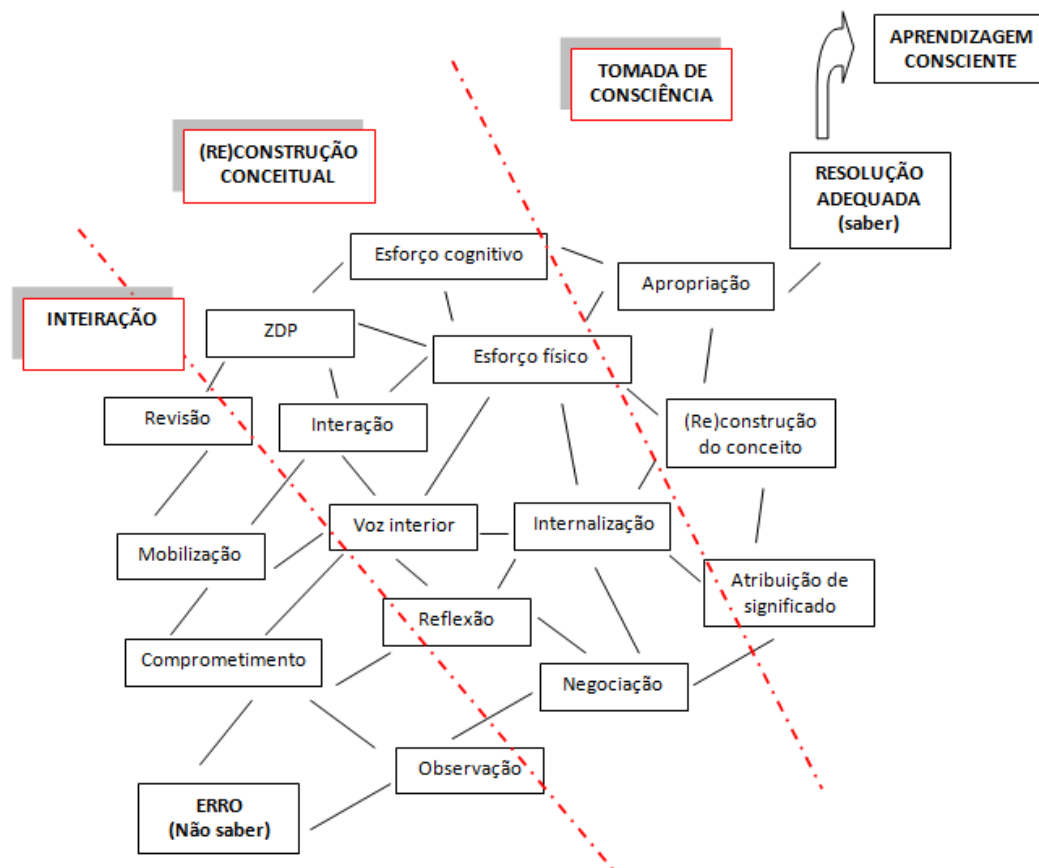
	<p>“Me ajudou a persistir na questão tentando resolvê-la completamente. Ficou bem claro o que eu errei, aonde errei e como eu deveria ter feito; então aprendi.” D5</p> <p>“Tirar minhas dúvidas em relação ao conceito de função e log.” D13</p>
Formação da consciência	<p>“...vi que se me dedicar consigo ir bem.” D8</p> <p>“Refletir o quanto eu tenho que me dedicar mais.” D12</p> <p>“Me dedicar mais às aulas para não ter o esforço de refazer tudo.” D17</p>
Hábitos de estudo	<p>“...vou atrás do conteúdo de outros livros para fazer este relatório, isso me ajuda a estudar melhor.” D9</p> <p>“... pude aprender mais, pois tive que estudar para a prova.” D31</p> <p>“Ao estudar percebi que era MUITO fácil.” D38</p> <p>“Aprendi a estudar decentemente. Retomar os exercícios e refazê-los é muito bom, porque quando você vê o seu erro, você tem que tentar entendê-lo para poder justificar como se faz certo; com isso exercícios aparentemente difíceis se tornam fáceis ao refazê-lo. Isso traz uma grande alegria em superar um fracasso.” D46</p> <p>“Me fez estudar. Tive que buscar um conhecimento mais amplo sobre o que estudei para preencher o relatório e com isto aprendi mais.” D19</p> <p>“Estudar para a prova e não depender apenas da sorte.” D22</p>
Melhora o rendimento (nota)	<p>“Tenho que corrigir todos os meus erros, o que me ajuda muito na hora da prova.” D11</p>
Uma rota cognitiva a não seguir	<p>“Quando percebo o que errei dificilmente insistirei no erro. É essencial perceber os nossos erros e ver como teria sido o certo.” D12</p> <p>“Estudei melhor identificando meu erro para não cometer o mesmo posteriormente.” D39</p> <p>“... identificar falhas desnecessárias e ter atenção que é fundamental para corrigir o erro.” D29</p>
Oportunidade de aprender	<p>“É a chance de corrigir os meus erros e tirar dúvidas.” D13</p> <p>“Reconhecer qual foi meu erro e a aprender a melhor maneira de saná-lo.” D22</p> <p>“Aprendi a fazer coisas que eu não saberia se não tivesse feito o relatório.” D36</p> <p>“Vi meus erros e aprendi como resolvê-los.” D43</p> <p>“... me ajudou a ver onde estava meu erro e assim aprender a fazer.” D42</p> <p>“Fixou melhor o conteúdo.” D44</p> <p>“Consegui entender assuntos que desde o primeiro colegial não entendia.” D16</p>
Aprendizagem consciente	<p>“... o aprofundamento não somente na mecânica das questões, mas dos conceitos fundamentais de cada tópico passado. Desenvolver maior tato nas explicações. Fixar na mente devido muito revisar.” D17</p> <p>“Após fazer o relatório, a matéria foi esclarecida em minha mente.” D15</p> <p>“Tive que buscar um conhecimento mais amplo sobre o que estudei para preencher o relatório e com isto aprendi mais.” D19</p> <p>“Responder com certeza a várias questões.” D24</p>
Promove a reflexão	<p>“... pude refletir sobre os erros que cometi na prova, geralmente detalhes que me passaram despercebidos.” D30</p> <p>“Interpretar melhor as questões.” D20</p>

Fonte: O autor.

A análise revelou que a proposta de retomada e reflexão dos erros sugere uma hierarquização dos fenômenos observados em três estágios. Cada estágio compreende diversos processos e estes por sua vez demandam ações que os viabilizem.

Na figura 16 estão destacados os três estágios que compreendem o processo de apropriação, separados por meio da linha pontilhada destacada em vermelho. Foram nomeados com ênfase nas ações que permeiam cada fenômeno citado na teia. Por meio de recorte nos registros apresentados ancorou-se cada fenômeno.

Figura 15 - Teia de conexões dos fenômenos hierarquizada a partir dos dados da pesquisa



Fonte: O autor.

Constatou-se entrelaçamento entre os estágios e que o aproveitamento didático do erro pode prover situações nas quais o processo de apropriação se efetiva. O início do processo se dá com a observação do erro, a fim de despertar no estudante o desejo de investigá-lo, compreendê-lo e repará-lo. Para garantir a existência da atividade e aprendizado, é indispensável que o estudante se comprometa, pois precisa ‘processar’ e compreender o que fez e justificar por que fez – isto requer introspecção e reflexão pessoal – essa “viagem” cognitiva precisa ser complementada por meio de mediações que ocorrem com os pares, com

o professor ou com pesquisas a outros autores. Este movimento requer mobilização de sua parte.

No esquema a seguir – por meio de chaves – estão enquadrados os recortes feitos a partir dos registros dos estudantes que estabelecem a ancoragem para cada fenômeno descrito no estágio 1, nomeado com “inteiração”.

Estágio 1	}	<i>Observação :</i>
		. "vemos onde erramos e refazemos de outra forma." D24
		. "Vi meus erros e aprendi como resolvê-los." D43
		. "É essencial perceber os nossos erros e ver como teria sido o certo." D12
		<i>Comprometimento :</i>
		. "Estudei melhor identificando meu erro..." D39
		. "Aprendi a estudar decentemente." D46
		. "Estudar para a prova e não depender apenas da sorte". D22
		<i>Mobilização :</i>
		. "Tive que buscar um conhecimento mais amplo sobre o que estudei..." D5
		. "fui atrás e isso me ajudou muito." D7
		. "Com o relatório de erros busco ajuda." D16
		<i>Revisão :</i>
		. "Me ajudou a persistir na questão tentando resolvê-la completamente." D5
		. "esse relatório de erros me fez aprender toda a matéria novamente." D14
. "Consegui entender assuntos que desde o primeiro colegial não entendia." D16		

O estágio da inteiração expressa a ideia de o estudante inteirar-se de sua situação, no sentido de orientar-se com respeito a que atitudes tomar a fim de suprir sua carência cognitiva. Tal objetivo é alcançado por meio de:

- Diálogo. É natural e comum os estudantes interagirem em busca de melhor compreensão do conceito;
- Colaboração. Há colaboração mútua entre os estudantes, pois quando comprometidos com a atividade, estão em busca de um objetivo comum;
- Imitação. Por vezes o processo começa por mera imitação ou cópia, podendo gradualmente evoluir até a apropriação adequada;
- Compartilhamento. Ocorre o compartilhar de ideias e dicas sobre como proceder com a resolução;
- Fornecimento de pistas. Pistas são sugestões abreviadas que servem de

orientação por onde começar, ou o que fazer para prosseguir;

- Pedido de ajuda. Pedir ajuda é uma ação comum a fim de sinalizar a direção da busca.

O estágio 2 caracteriza-se pelos fenômenos que se interpõem entre o despertar da necessidade de completamento do conteúdo faltante e o aprendizado consciente. O estudante se dá conta do caminho a percorrer e busca interações que viabilizem o suprimento de sua lacuna. Ao percorrer este caminho vivencia experiências que corroboram para o aprendizado.

A seguir está ancorada, por meio dos registros, a ocorrência dos fenômenos que caracterizam o segundo estágio denominado “(re)construção conceitual”.

Estágio 2 {

Esforço físico :
 . "Foi muito trabalhoso pois a explicação é tensa e complexa, mas no fim fica tudo bem." D20
 . "Tirei um tempo pra estudar." D37
 . "acho ruim ter que escrever os enunciados das questões". D10

Esforço cognitivo :
 . "...demonstrar o meu raciocínio de forma clara e com os conceitos necessários." D17
 . "a justificativa exige um tanto a mais de você, o que te faz saber mais." D19
 . "Encontrar uma maneira de explicar como se faz." D14

Mediação :
 . "com a ajuda de um colega e tudo fica mais claro." D3
 . "várias dúvidas que eu tinha eu sanei enquanto fazia." D4
 . "vou atrás do conteúdo de outros livros para fazer este relatório." D10

Interação :
 . "me fez ver direito o que errei e refazer certo aprendendo ao mesmo tempo." D33
 . "Eu consegui sozinho ver o meu erro e ver quão simples era. D23

ZDP :
 . "Acho que às vezes é até bom errar porque depois ao corrigir este erro nunca mais o cometemos." D8
 . "um colega me ajudou a solucionar minhas dúvidas, então na hora do relatório fiz com minhas palavras." D1

Voz interior : Não foram registradas ocorrências nas respostas a este questionário.

Reflexão :
 . "pude refletir sobre os erros que cometi na prova." D30
 . "o aprofundamento não somente na mecânica das questões, mas dos conceitos fundamentais de cada tópico passado." D17

Negociação :
 . "quando você vê o seu erro, você tem que tentar entendê-lo para poder justificar." D46
 . "Maior tato nas explicações." D17

Internalização :
 . "a matéria foi esclarecida em minha mente." D15

Com exceção do fenômeno ‘voz interior’ que não foi contemplada nas respostas – fato que não compromete, pois já há registros e exemplos de sua ocorrência no corpo dos relatórios de reflexão dos erros – as demais foram citadas.

A (re)construção conceitual compreende fenômenos nos quais funções psíquicas são exigidas a fim de promover uma generalização mais elevada do conceito em questão. A efetivação dessa etapa demanda:

- atenção deliberada;
- memória lógica;
- abstração;
- comparação;
- discernimento;
- produção de ideias;
- pensamento;
- representações do pensamento;
- uso da linguagem (oral e escrita);
- atenção voluntária;
- realização de cálculos;
- imaginação.

Há que se esclarecer que, como já afirmado, o aprendizado é um processo individual e peculiar a cada um, não se verificando a necessidade do cumprimento de todas as fases propostas no estágio 2.

O terceiro estágio diz respeito à efetivação da aprendizagem, a qual se consolidará na medida em que for sendo exigida sua aplicação em situações análogas, portanto, sempre passível de aperfeiçoamento e crescimento.

As evidências nos registros revelam que alguns estudantes mostram-se seguros de que aprenderam, conforme apresentado a seguir.

Atribuição de significado :
 ."Comecei a entender o que era pra fazer na matéria." D6
 ."Consegui entender assuntos que desde o primeiro colegial não entendia." D16
(Re)construção :
 Estagio 3 } ."vendo o meu erro e corrigindo - o aprendi como fazer certo a questão." D47
 ."Vemos onde erramos e refazemos de outra forma." D24
Apropriação :
 ."Descobri que sou capaz de me esforçar bem mais e alcançar meus objetivos."
 ."sei que entendi o conteúdo." D11

O estágio 3, denominado tomada de consciência, caracteriza-se pela reelaboração do conceito envolvido em um nível superior de generalização, que esteja em conformidade com o conhecimento escolar ensinado. A vivência dos fenômenos requeridos pela atividade nos estágios anteriores propicia a interação com o objeto do conhecimento por meio de diferentes mediações, promovendo reflexão, a reconstrução do conceito, alcançando o patamar de aprendizagem consciente – fruto do processo vivenciado durante a atividade na qual age como autorregulador possibilitando o estreitamento da relação entre significado social e sentido.

A efetivação desse estágio demanda:

- abstração;
- uso arbitrário do conceito;
- significação adequada.

Em suma, observou-se a ocorrência de três estágios distintos cada qual com sua demanda e que se complementam para a efetivação do processo de aprendizagem consciente. No primeiro estágio, percebe-se a predominância de uma mobilização externa, no sentido de interagir com alguém com fins de orientação para direcionar as ações a serem empreendidas. Algumas atitudes observadas foram o diálogo, a colaboração, a imitação, o compartilhamento, o pedido de ajuda etc. O primeiro estágio favorece, portanto, a ocorrência de mediações que capacitam o estudante a prosseguir de forma autônoma. No segundo estágio predominam ações que caracterizam uma mobilização interna, ou seja, o estudante age no sentido de reelaborar o conceito em questão a um nível mais elevado e para isso serve-se de funções psíquicas, tais como atenção deliberada, memória lógica, abstração, comparação, discernimento etc., que garantem a (re)construção conceitual de forma consciente. No terceiro

estágio ocorre a consolidação do processo evidenciado pelo ajustamento entre sentido pessoal e significado.

É digno de nota que tal percurso foi viabilizado a partir do erro e que a confrontação estimulada pela atividade contribui para humanizar a forma de lidar e encarar o conhecimento matemático, resgatando e por que não dizer simulando a realidade do processo histórico, no qual o erro não trazia em si nenhum aspecto punitivo ou manifestação de incompetência e sim uma hipótese que não se confirmou e como tal contribuiu para o processo de construção e aperfeiçoamento do conhecimento.

3.3 O ERRO SOB NOVA PERSPECTIVA

Os resultados da pesquisa revelam que os estudantes que realizaram a atividade durante o ano letivo de 2012 expressaram por meio de depoimentos, uma nova forma de encarar o erro, considerando-o como aliado do aprendizado.

Também emerge como resultado do processo investigativo uma nova forma de compreender o erro por parte do pesquisador, que o compreende como um processo.

3.3.1 Nova Forma de Encarar o Erro na Perspectiva do Estudante

A comparação dos dados levantados no questionário³⁶, aplicado no 4º bimestre, com o primeiro questionário³⁷, aplicado no início do 1º bimestre, permitiu a comparação e a constatação de mudança na forma de conceber o erro por parte de alguns estudantes e o reconhecimento de sua importância para o aprendizado. No quadro a seguir apresentam-se alguns resultados.

³⁶ Ver apêndice 3.

³⁷ Ver apêndice 1.

Quadro 12 - Evidências de mudança na forma de conceber o erro por parte de alguns estudantes³⁸

Resposta dada no 1º bimestre à pergunta: Como se sente quando erra?	Resposta dada à pergunta no 4º bimestre à pergunta: O que foi positivo no preenchimento do RRE?
<p>“Me sinto mal, pois muitas vezes estudo, sei o conteúdo mas na prova não consigo acertar... Talvez seja falta de concentração ou nervosismo.” F34</p>	<p>“Retomar os exercícios e refazê-los é muito bom, porque quando você vê o seu erro, você tem que tentar entendê-lo para poder justificar como se faz certo; com isso exercícios aparentemente difíceis se tornam fáceis ao refazê-lo. Isso traz uma grande alegria em superar um fracasso.” D46</p>
<p>“Me sinto como se não fosse capaz de fazer aquilo. Me sinto inútil e fico muito triste pois me preparo bem antes das provas. A ver meu esforço em vão quero desistir e não penso em estudar de novo.” F40</p>	<p>“Todos os erros que cometi na prova refiz corretamente aqui. Acho que às vezes é até bom errar porque depois ao corrigir este erro nunca mais o cometemos.” D8</p>
<p>“Me sinto burra quando erro por bobeira e sei que sabia a matéria.” F6</p>	<p>“Aprendi a ver onde errei e comparar com a forma que devia ter feito. Eu aprendi e fiquei muito melhor por isto.” D5</p>
<p>...</p>	<p>“Quando percebo o que errei dificilmente insistirei no erro. É essencial perceber os nossos erros e ver como teria sido o certo.” D12</p>
	<p>“Aprendi com meus erros. Mesmo que não realizasse a prova substitutiva já estaria bem comigo mesma.” D7</p>

Fonte: O autor.

Os recortes acima comparam as concepções dos estudantes após o primeiro contato com a proposta de preenchimento do RRE, nas quais três deles manifestam emoções negativas a respeito do erro e após experimentarem a proposta de inserção do erro ao processo avaliativo evidenciam em seus registros outra forma de perceber o erro destacando suas virtudes enquanto estratégia para fomentar o aprendizado e deixando transparecer um sentimento de satisfação pelos resultados obtidos.

Embora D12 e D7 não tenham respondido ao primeiro questionário, pode-se inferir que também veem seus erros sob outra perspectiva.

Considerando ainda que as experiências vivenciadas no contexto escolar têm influência no forjar o caráter do futuro cidadão, defende-se que a proposta contribui para a formação integral do indivíduo, motivando-o e habilitando-o a superar obstáculos, a não contentar-se com o fracasso, a desenvolver resiliência diante dos desafios e estar disposto a recomeçar.

³⁸ Os estudantes F34, F40 e F6, assim codificados na pesquisa do 1º bimestre, correspondem respectivamente aos estudantes D46, D8 e D5.

3.3.2 Nova Forma de Encarar o Erro na Perspectiva do Pesquisador

No decorrer da pesquisa, ao interagir com o referencial teórico e com a produção dos estudantes colaboradores, foi consolidando-se no pesquisador a noção do erro como processo. Evidenciou-se que a partir do erro há muitas formas de promover o aprendizado, pois é inerente ao erro a provocação de uma reação em quem o comete.

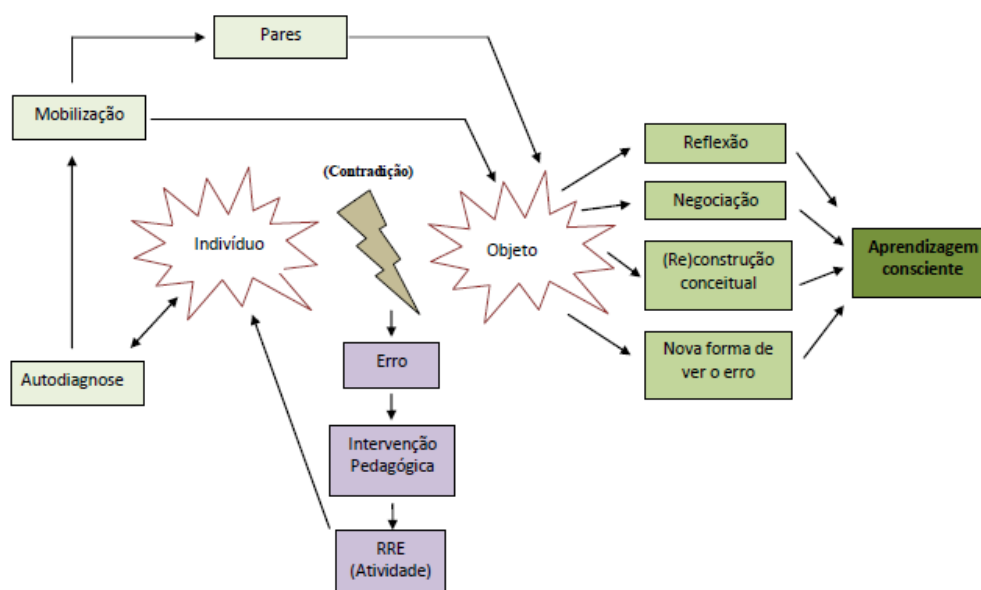
Ao sugerir uma atividade na qual o erro cometido em prova escrita de matemática foi o ponto de partida para a (re)construção do conhecimento matemático, constatou-se o quanto o erro é arborescente em se tratando de recurso pedagógico. Apresenta-se a seguir uma nova forma de percebê-lo: o erro como processo.

Assume-se processo na perspectiva de tratar-se de uma sequência de ações sistematizadas visando certo resultado, no caso o aprendizado consciente.

Nesta pesquisa o aproveitamento pedagógico do erro se deu a partir do surgimento da contradição, do desacordo entre o indivíduo e o objeto do conhecimento assumido como um recurso pedagógico por exercer influência não somente sobre o estudante que vai confrontar-se com ele, mas também sobre o professor enquanto gestor das atividades.

A figura 17 sintetiza a percepção do erro como processo e serve como referência para descrever o que foi dinamizado a partir do erro.

Figura 16 - O Erro como processo e as ações sistematizadas



Fonte: O autor.

A figura 17 é uma nova versão da figura 1, gerada a partir dos resultados obtidos na pesquisa, acrescida com as ações deflagradas a partir do erro que o caracterizam como processo.

Concebe-se o erro como processo quando retomado como fonte de reflexão, orientado por meio de uma atividade que norteará as ações dos estudantes com fins de aprendizagem.

Considerando que a contradição manifesta-se por meio do erro e sendo este o deflagrador do processo, a decisão de inseri-lo ao contexto do ensino e aprendizagem demanda a elaboração da proposta de uma intervenção ajustada para esse fim. Utilizou-se o relatório de reflexão dos erros compreendido sob o *status* de atividade e acompanhou-se o desenrolar dos fatos à medida que os estudantes realizavam a atividade. Estas duas ações dizem respeito à ação pedagógica do professor, e para distingui-las estão em lilás.

A atividade é proposta ao estudante que, ao comprometer-se, age em direção ao seu aprendizado por meio de ações viabilizadas pelo erro e orientadas pelo RRE. A autodiagnose ocorre a partir da confrontação com o erro cometido. É o início do estágio da inteiração³⁹ no qual o estudante enxerga sua necessidade, em caráter pessoal, de reforço na apreensão do conceito em questão. A seta com duas pontas denota a ideia de que esse movimento pode ser recursivo.

A autodiagnose direciona sua mobilização em busca do completamento do conteúdo faltante. Tal mobilização demanda mediação(ões) podendo, esta(s), ocorrer(em) com os pares ou com o próprio conteúdo. Em ambos os casos, tem-se como meta a compreensão do objeto matemático.

Após a revisão do conteúdo, o movimento segue na intenção de internalizá-lo; daí inicia-se o segundo estágio: a (re)construção do conceito. O movimento requerido neste estágio é de caráter mais individual no qual o estudante vai redigir suas compreensões, fruto de uma nova generalização obtida por meio de reflexão e negociação de significados que promovem um ajuste entre a forma que via anteriormente e a forma como passou a ver depois de considerar o seu erro. Nesse estágio começa a perceber outra utilidade para o erro.

Como resultado de todas as ações requeridas pela atividade pretende-se a aprendizagem consciente que completa o terceiro estágio que é a tomada de consciência.

Em suma, observou-se que o erro enquanto processo contribui para:

³⁹ A tonalidade verde claro foi usada intencionalmente para representar o estágio da inteiração e outras tonalidades para os estágios subsequentes para caracterizar a hierarquização do processo.

- viabilizar a intervenção pedagógica;
- propiciar a autodiagnose;
- estimular a mobilização;
- privilegiar a reflexão;
- servir de mote para a negociação de significados;
- permitir um nível superior de generalização conceitual;
- promover o aprendizado consciente;
- contribuir para a mudança na forma de ver o erro.

3.4 O PODER MOBILIZADOR DO ERRO E A NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS

Nesta seção da análise considerou-se dezesseis relatórios de reflexão dos erros – aos quais codificamos com C1, C2, ..., C16 – entregues pela turma B, correspondentes à prova escrita realizada no terceiro bimestre⁴⁰ de 2012, a fim de investigar o poder mobilizador do erro e ressaltar situações nas quais o preenchimento do RRE promoveu a reflexão desejada, que possibilitou a negociação de significados e consequente apropriação do conceito.

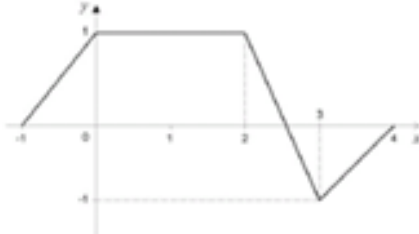
A questão investigada abordava o conceito de função. A opção pela questão presente no item a justifica-se por constar nos quatro modelos de prova aplicados, apresentando variação apenas no formato do gráfico e por requerer justificativa, o que permite sondar o nível de compreensão revelado. Apresentamos na figura 18, a seguir, os exemplares 1, 2, 3 e 4 que constavam nas provas.

⁴⁰ O segundo semestre que compreende o terceiro e o quarto bimestres é dedicado à revisão dos conteúdos tratados nos três anos do ensino Médio.

Figura 17 - Exemplos da questão das provas

Exemplar 1

1. Observe o gráfico a seguir e responda:
VALOR DA QUESTÃO: 2,0



- Representa uma função? Justifique.
- $f(0) =$
- $f(3) =$
- Quantas raiz(es) reais possui no intervalo representado?

Exemplar 2

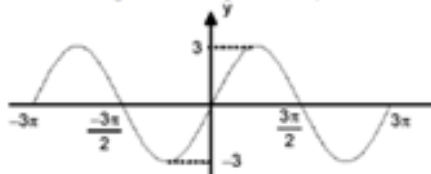
1. Observe o gráfico a seguir e responda:
VALOR DA QUESTÃO: 2,0



- Representa uma função? Justifique.
- $f(-1) =$
- $f(f(1)) =$
- Quantas raiz(es) reais possui no intervalo representado?

Exemplar 3

1. Observe o gráfico a seguir e responda:

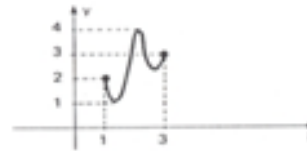


VALOR DA QUESTÃO: 2,0

- Representa uma função? Justifique.
- $f(0) =$
- $f(3\pi) =$
- Quantas raiz(es) reais possui no intervalo representado?

Exemplar 4

1. Observe o gráfico a seguir e responda:



VALOR DA QUESTÃO: 2,0

- Representa uma função? Justifique.
- $f(1) =$
- $f(0) =$
- Quantas raiz(es) reais possui no intervalo representado?

O quadro 13 a seguir mostra a performance dos estudantes ao responderem à questão.

Quadro 13 - Desempenho dos estudantes em cada item da questão

Item	Acertou	Acertou parcialmente ⁴¹	Errou	Em branco
1.a	C20	C18, C2, C14, C17	C24, C4, C13, C21	C15, C19, C10, C11, C9, C22, C23.
1.b	C20, C9, C17, C21, C22		C4, C19, C2, C13	C24, C15, C23, C10, C11, C14, C18
1.c	C21, C22		C20, C4, C19, C18, C2, C17, C13	C24, C15, C23, C10, C11, C9, C14
1.d	C4, C2, C13, C21		C20, C24, C15, C19, C18, C17, C22	C23, C10, C9, C11, C14

Fonte: O autor.

O quadro acima revela que ocorreram quatro situações nas respostas que variaram desde o acerto integral até a questão em branco e dá um panorama das frequências em cada caso.

3.4.1 A Mobilização Promovida pelo Erro

Os estudantes que erraram ou deixaram questões em branco agem no sentido de suprir suas deficiências de aprendizagem.

No quadro 14 está elencada a diversidade de recursos mobilizados pelos estudantes e também a quantidade a que cada qual recorreu para o preenchimento do relatório de reflexão dos erros. As informações foram obtidas por meio da aplicação do questionário 4, anexado à prova substitutiva que foi realizada no dia da entrega do relatório⁴².

⁴¹ Considera-se como acerto parcial quando o estudante reconhece ser uma função, no entanto, não apresenta justificativa ou a justificativa apresentada não é coerente.

⁴² Apêndice 3.

Quadro 14 - Recursos mobilizados pelos estudantes para a realização da atividade

Estudante	Exemplar que resolveu	Recursos que usou para preenchimento do RRE	Total de recursos mobilizados
C2	1	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega ⁴³ , professor ⁴⁴ , internet, monitoria.	7
C4	3	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega, professor.	5
C9	3	Apostila, colega, professor, internet.	4
C10	3	Outro(s) livro(s), apostila, colega.	3
C11	1	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega.	4
C13	4	Apostila, anotações de aula, professor.	3
C14	4	Outro(s) livro(s), apostila, colega, internet.	4
C15	3	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega, professor.	5
C17	1	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega, internet.	5
C18	2	Apostila, colega, professor.	3
C19	2	Outro(s) livro(s), colega.	2
C20	1	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega.	4
C21	1	Outro(s) livro(s), anotações de aula, colega.	3
C22	1	Outro(s) livro(s), apostila, colega, oração.	4
C23	3	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega, professor, internet.	6
C24	3	Outro(s) livro(s), apostila, anotações de aula, colega, professor, monitoria, internet.	7

Fonte: O autor.

Constatou-se que a realização da atividade proposta a partir do erro requereu que os dezesseis estudantes se mobilizassem em busca dos conceitos necessários para o preenchimento do relatório de reflexão dos erros. Registrou-se uma variação de dois a sete recursos, sendo que cada estudante mobilizou quatro recursos em média.

Do ponto de vista do aprendizado contribui para fomentar no estudante o

⁴³ Este recurso representa as discussões, as trocas, o compartilhamento de ideias, e estudar junto com os pares.

⁴⁴ Este recurso refere-se aos plantões de dúvida com o professor da disciplina.

movimento de busca, no qual ele age como responsável por interagir com o objeto do conhecimento de diferentes formas, a fim de capacitar-se a redigir o seu texto, com o que reteve depois de seu esforço.

A mobilização provocada pelo erro em geral começa num movimento exterior no qual os estudantes trocam ideias com os pares, eles se situam em relação ao(s) seu(s) erro(s), trocam dicas de materiais a investigar, pensam e refletem juntos, traçam suas estratégias e partem para um momento que requer um procedimento individual no qual o estudante volta-se para o seu interior a fim de organizar as ideias e expressá-las no papel cumprindo as etapas requeridas pela atividade. Mediante este cenário acredita-se que a escrita exerce uma contribuição relevante ao processo de internalização e conseqüente apropriação do conteúdo.

A atividade, ao contrário do que possa parecer em princípio, por se tratar de um relatório escrito, não se resume a um movimento individualizado. Os dados mostram que a atividade promove a interação com os pares, sendo este o recurso mais citado pelos estudantes. Este momento de troca no qual ele compara, compartilha, ouve, fala, pergunta, questiona, esclarece suas dúvidas sem constrangimentos, caracteriza um momento de mediação e ao mesmo tempo de interação com o objeto do conhecimento. Dos 16 investigados 15 interagiram com colegas.

Outro resultado que merece atenção é o fato de 14 estudantes se reportarem a outros autores em busca de explicações sobre o tema. Esta é uma atitude que pode contribuir para a formação crítica do estudante que se habitua a comparar, a investigar um tema sob diferentes pontos de vista e também pode influir na formação de uma atitude científica fomentada pela busca e interesse em pesquisa.

O processo de atribuição de significado a partir do erro, propiciado pela atividade, também inclui uma etapa na qual o estudante justifica por que errou, na intenção de que reflita a respeito, tornando-se consciente a causa de seu erro. No quadro a seguir compara-se a causa do erro segundo a perspectiva do pesquisador, causa essa percebida e interpretada a partir do contato com os resultados na prova escrita, com a justificativa apresentada pelos estudantes nos relatórios.

Quadro 15 - Confrontação entre a causa do erro na ótica do pesquisador e na ótica do estudante

Estudante	Resposta registrada na prova	Causa do erro na perspectiva do pesquisador	Justificativa apresentada para o erro pelo estudante no relatório	Causa do erro na explicativa do estudante
C2	É o gráfico de uma função composta e do I grau.	Cognitiva	Não tinha suficientemente claro em minha mente o conceito de função.	Cognitiva
C4	Não, porque não forma nem reta nem parábola no gráfico.	Cognitiva	Não estudei como deveria e acabei esquecendo como analisar o gráfico para saber se representa uma função ou não.	Despreparo
C13	$f(x) = ax + b$; $f(x) = 1/2x + 3/2$.	Cognitiva	Não interpretei bem a questão. Pensei que era para representar a função e não para ver se representa uma função.	Dificuldade de interpretação
C14	Cada ponto tem uma imagem em x.	Cognitiva	Não sabia como fazer. Não me preparei suficientemente	Despreparo
C17	Sim, pois quando cortamos o gráfico ele não se encontra em dois pontos.	Cognitiva	Não expliquei direito o que significa não encontrar-se em dois pontos.	Cognitiva
C18	Porque possui raízes.	Cognitiva	Chutei.	Despreparo
C21	Não; representa mais de uma função.	Cognitiva	Pensei que uma função não tivesse mais de uma reta num plano cartesiano.	Cognitiva
C24	Duas funções, pois possui 4 pontos x, y.	Cognitiva	Tinha esquecido a definição.	Esquecimento

Fonte: O autor.

Ao confrontar as classificações com base na resposta registrada na prova com a causa atribuída pelos próprios estudantes percebeu-se a complexidade da tarefa. Ao analisar a causa do erro com base nos registros das provas, é possível fazer um diagnóstico preliminar que permite traçar estratégias para o seu aproveitamento didático. É recomendável, entretanto, um mapeamento mais preciso e individualizado, no qual o estudante explicita a verdadeira causa de seu erro. O relatório de reflexão dos erros evidenciou a possibilidade de desacordo entre a forma como o professor percebe a causa do erro e a forma como o estudante

o faz.

Dentre os resultados obtidos, o despreparo desponta como causa de muitos erros. Outro elemento que influi na qualidade das respostas, sendo responsável por boa parte dos erros, é o fator tensão que em geral se manifesta por meio de uma emoção negativa. Dos relatórios analisados dois terços dos estudantes apontam o fator nervosismo como uma sensação indesejada, porém presente no momento da realização da prova.

Em suma, o relatório de reflexão dos erros tem potencial para promover a mobilização do estudante na busca pelo conhecimento faltante contribuindo para que supra sua carência cognitiva capacitando-o para resolver o que não conseguiu na primeira oportunidade.

3.4.2 Atribuição de Significados Propiciada pela Atividade a partir do Erro

A análise dos registros dos RRE, em busca dos indicativos do processo de apropriação do conhecimento por meio da negociação de significados, revelou a ocorrência de três situações: (1) indicativos de atribuição parcial de significado limitando-se ao uso de técnica de resolução. A reelaboração limitou-se ao uso de uma técnica – a projeção de retas verticais sobre o gráfico – mas não há pistas suficientes que revelem apropriação do conceito por parte de dois estudantes, (2) indicativos da reelaboração do conceito por meio da definição teórica sem pistas suficientes de apropriação ocorrido com três estudantes, e quatro estudantes que deram, (3) indicativos da (re)construção do conceito com atribuição de significado de forma adequada. No quadro a seguir os resultados.

Quadro 16 - Classificação dos significados atribuídos pelos estudantes a partir da reflexão dos erros com base em seus argumentos

Tipo de significação	Estudante	Argumento usado na reelaboração
(1) Atribuição parcial de significado limitando-se ao uso de técnica de resolução	C21	A definição é: não existe mais de um valor de y para o mesmo x . Devemos usar barras verticais para conferir – apresenta o desenho. Então este gráfico é uma função.
(2) Atribuição parcial de significado por meio da definição teórica.	C4	Sim, porque para cada valor de x no gráfico existe um valor de y apenas.
	C18	O gráfico representa uma função, pois cada valor de x possui um único y correspondente.
	C24	Sim, pois todo domínio (conjunto das abscissas) tem uma imagem (eixo das ordenadas).
(3) Atribuição de significado de forma consistente evidenciando apreensão do conceito.	C2	Temos uma função quando todos os elementos de determinado conjunto chamado domínio têm uma imagem correspondente em outro conjunto denominado contradomínio. Quando representado num gráfico, todos os números do eixo x terão uma imagem no eixo y . Explica em seguida o conceito de função composta – uma função composta ocorre quando temos a função de uma função, ou seja, buscamos a imagem do x da função que está dentro da outra função e depois a imagem do valor encontrado.
	C14	O gráfico representa uma função pelo fato de que cada ponto do domínio (x) tem apenas um correspondente ou uma imagem no contradomínio (y). Se traçarmos retas perpendiculares ao eixo x veremos que cada uma atinge o desenho do gráfico apenas uma vez.
	C17	Se traçarmos retas verticais sobre o gráfico em nenhum lugar a reta atravessará o gráfico duas vezes. E17 apresenta argumentos complementares que estão exibidos nas figuras 19 a 22, nas páginas 119 a 120.
	C13	Todos os elementos que estão entre 1 e 3 (domínio) – grifo do estudante – formam uma única imagem entre 1 e 4 (imagem)

Fonte: O autor.

Na sequência, um resumo interpretativo dos dados.

Caso em que a atribuição de significado limitou-se ao uso de técnica de resolução. O estudante C21 reelabora o conhecimento faltante na prova por meio do uso de técnica, suficiente para acertar esta e qualquer outra questão restrita ao reconhecimento de uma função por análise direta de gráfico, no entanto, seus argumentos não revelam uma compreensão mais aprofundada do conceito.

Quando questionado sobre a relação entre a explicativa dada e o conceito de domínio e imagem, não sabe fazer a relação, como também não revela conhecimento sobre a transição entre as diferentes formas de se representar a função.

C21 dá bons indicativos de que sabe relacionar o conceito ao gráfico esboçado no desenho e começa sua explicação por meio de uma definição reelaborada por si mesmo parcialmente de forma correta: “Não existe mais de um valor de y para o mesmo x ”. Em seguida reforça seus argumentos: “Devemos usar barras verticais para conferir” e ilustra por meio de desenho.

Ao examinar a reelaboração de C21, observou-se que o mesmo não menciona um aspecto relevante: que a regra que reelaborou aplica-se obrigatoriamente a todos os valores de x pertencentes ao domínio da função, tal fato compromete a conceituação que apresentou. Considera-se que, apesar de ter revelado avanço em seu aprendizado, a apropriação do conceito não ocorreu de forma consistente.

Caso em que ocorreu atribuição parcial de significado por meio da definição teórica. Os estudantes C4, C18 e C24 apresentam a definição de função, conforme aparece nos livros, porém limitam-se apenas à redação da definição, não dão indicativos de que realmente compreenderam o seu significado. Os registros de C24 revelam que faz associação entre domínio a valores de x e imagem a valores de y , entretanto, há inconsistências ao afirmar que o domínio são todas as abscissas e que a imagem é o eixo y .

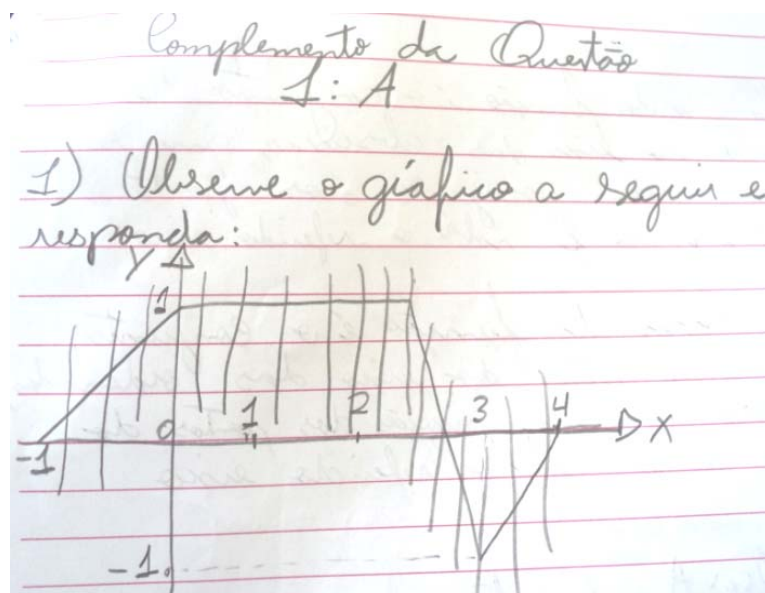
Grupo que dá indicativos de que ocorreu atribuição de significado de forma adequada. C2, C14, C17 e C13 reforçam seus argumentos de forma consistente, em geral indo além do solicitado, alguns apresentando os conceitos, exemplificando, mas todos usam argumentos que revelam a capacidade de transitar entre a forma conceitual e o desenho no gráfico. Os que usam a técnica das retas verticais explicam o porquê relacionando-a com os conceitos envolvidos, revelando que seu processo de busca gerou como resultado a (re)construção do conceito e conseqüente apropriação. C2 dá indicativos que se mobilizou à busca de compreender o conceito de função, seu movimento o capacitou a relacionar o conceito com a situação descrita na prova de forma adequada. Apresenta também sua síntese sobre a função composta definindo-a, indo além do que foi solicitado.

C14 dá evidências de que (re)construiu o conhecimento de forma adequada ao distinguir os conceitos de domínio e imagem relacionando-os com o exercício; em seguida reforça seu argumento relacionando o conceito com a técnica da projeção das retas verticais.

C17 apresenta, inicialmente, sua justificativa a partir do uso da técnica da projeção das retas verticais, em seguida complementa-a, anexando folhas ao RRE, revelando

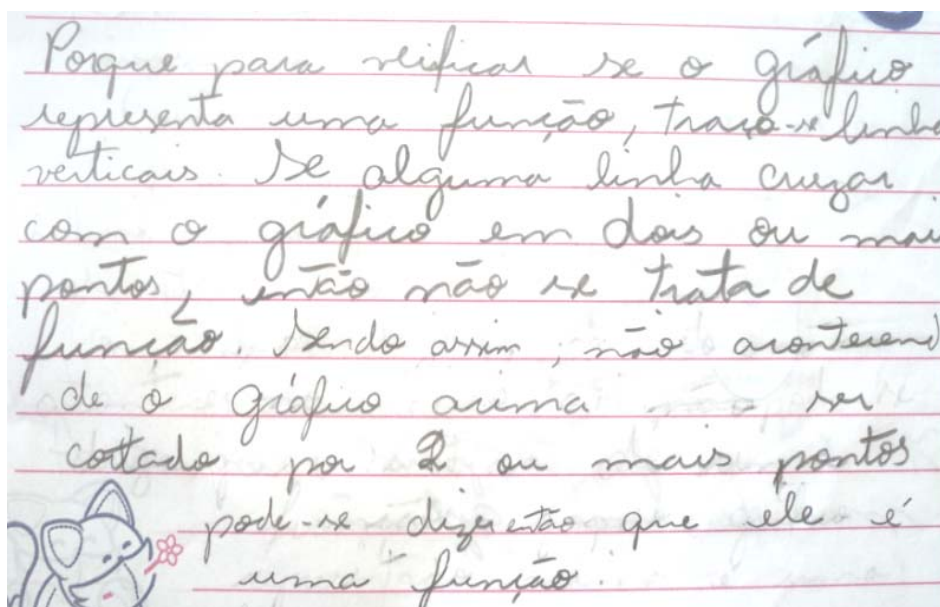
que se aprofundou na compreensão do conceito. As figuras 19 até 22 a seguir revelam o que (re)construiu originalmente⁴⁵.

Figura 18 - O início da argumentação de C17 – aplicação da técnica da projeção das retas verticais a fim de constatar a existência da função



Fonte: O autor.

Figura 19 - A explicativa da técnica da projeção das retas verticais por C17.



Fonte: O autor.

⁴⁵ As figuras são fotografias extraídas do relatório de reflexão dos erros de C17. A fragmentação se deve ao fato de terem sido desenvolvidas em duas páginas e também para garantir a qualidade da imagem.

Figura 20 - Definições de domínio e imagem pesquisadas por C17

O domínio da função é o conjunto de todos os pontos do eixo das abscissas, que são obtidos pelas projeções dos pontos do gráfico de f sobre o referido eixo.

A imagem da função é o conjunto de todos os pontos do eixo das ordenadas que são obtidos pelas projeções dos pontos do gráfico de f sobre o referido eixo.

Fonte: O autor.

Figura 21 - Argumentação com exemplos criados por C17 para justificar a lógica da técnica da projeção de retas verticais sobre o gráfico

Um mapa
 $f: A \rightarrow B$

$\begin{matrix} 1 \rightarrow 5 \\ 2 \rightarrow 6 \end{matrix}$

Domínio $Dom(f) = \{1, 2\}$
 Imagem $Im(f) = \{5, 6\}$
 Contradomínio $CD(f) = \{5, 6\}$

Portanto dados os conjuntos A e B , denominamos a aplicação de A em B , cada elemento A (domínio), associa um só elemento B (contradomínio).

Imagem é o conjunto que inclui os elementos do domínio associados ao contradomínio.

A B

$\begin{matrix} 1 \rightarrow 5 \\ 1 \rightarrow 6 \\ 2 \rightarrow 6 \\ 2 \rightarrow 7 \end{matrix}$

\nexists é uma função, pois o conjunto A de mais de uma aplicação.

Fonte: O autor.

Na figura 22, C17 revela indicativos de que se apropriou do conceito de função e mostra saber interpretar a técnica que sugere o uso da projeção de retas verticais sobre o gráfico fazendo a correta leitura do que isso representa. Por meio de dois exemplos criados por ele mesmo faz menção ao número de aplicações – uma única para cada elemento do domínio, no primeiro exemplo que caracteriza função e duas aplicações para um elemento do domínio descaracterizando a função. Acredita-se que a mobilização de C17, as interações e reflexões advindas, as formas de negociação viabilizadas, somadas ao movimento de escrita

contribuíram para a atribuição de significado e o consequente aprendizado consciente.

C13 (re)constrói o conceito e após suas interações e reflexões promovidas pela atividade do preenchimento do RRE dá evidências de que compreendeu, pois lança mão da generalização ao referir-se ao procedimento da projeção como válido para qualquer função. Particulariza para um único x que encontra 'seu' y no eixo das ordenadas, mas em seguida complementa expandindo o conceito para cada x .

C13 dá indicativos, em sua sucinta explicação, que soube aplicar a definição formal de função à situação descrita no gráfico de forma consistente.

Em linhas gerais, todos os estudantes envolvidos no processo de reconstrução do conhecimento por meio da atividade de preenchimento do RRE, percorreram as etapas do processo de apropriação descritas neste trabalho sintetizados na teia de conexões de fenômenos observados durante o caminho percorrido entre o saber e o não saber.

Em todos os casos em que ocorreu a (re)construção do conhecimento percebeu-se que os estudantes percorreram os três estágios que compreendem o hiato entre o não saber e o saber resultando em aprendizagem consciente.

3.5 ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS PROPICIADA PELA ATIVIDADE A PARTIR DE LACUNA

Analisou-se a ocorrência da atribuição de significados nos casos em que os estudantes deixaram a questão em branco, e, durante o momento da realização da atividade de preenchimento do RRE, se mobilizaram em busca da apropriação do conhecimento. O quadro 17 a seguir apresenta a justificativa para deixarem a questão sem fazer.

Quadro 17 - Justificativas apresentadas pelos estudantes para a questão em branco

Estudante	Justificativa
C9	Não me lembrei como fazia.
C10	Não lembrava e tive medo de errar. Não foi uma matéria bem ensinada no primeiro ano.
C11	Não fiz, pois na verdade não entendi direito o que a questão pedia e não sabia responder se era ou não uma função.
C15	Não recordava os conceitos solicitados.
C19	Esqueci de responder.
C22	Foi devido ao nervosismo em que me encontrava a ponto de não prestar atenção no que fazia.
C23	Não sabia como fazia. Negligenciei o estudo esse mês.

Fonte: O autor.

O quadro. 18 a seguir apresenta os argumentos usados pelos estudantes no movimento de preenchimento do relatório de reflexão dos erros e o tipo de significação construída a partir da análise dos argumentos escritos.

Quadro 18 - Classificação dos significados atribuídos pelos estudantes a partir da lacuna com base em seus argumentos

Tipo de significação	Estudante	Argumento usado na reelaboração
Atribuição de significado de forma inadequada	C19	Essa parábola só toca uma vez a reta y no gráfico, então pode-se dizer que representa sim uma função.
	C10	Sim, pois para cada função há uma imagem. Para representar uma função é necessário lembrar que: o domínio da função é o conjunto de todos os pontos no eixo x e a imagem é o conjunto de todos os pontos no eixo y. Para verificar se o gráfico representa uma função trace linhas verticais; se alguma linha cruzar com o gráfico em dois ou mais pontos, então não será uma função.
Atribuição parcial de significado limitando-se ao uso de técnica de resolução	C15	Representa uma função porque quando traçamos perpendiculares ao eixo x e se todas as perpendiculares cortarem o gráfico em apenas um ponto é uma função.
	C22	Para resolução desta questão era necessário ter conhecimento prévio sobre a regra de cruzar linhas verticais e se, porventura, estas linhas tocarem dois pontos do gráfico não se trata de função. Esta é uma função.
Atribuição de significado de forma adequada.	C9	Para cada domínio há uma única imagem. Devemos lembrar que: o domínio da função é o conjunto de todos os pontos no eixo x e a imagem é o conjunto de todos os pontos usados no eixo y. Para verificar se o gráfico representa uma função trace linhas verticais; se alguma linha cruzar com o gráfico em dois ou mais pontos, então não será uma função. Nesse gráfico ⁴⁶ vai ter hora que o mesmo y terá dois valores de x, mas isso pode.
	C11	Observando o gráfico com mais atenção percebi que tinha sim uma função, pelo fato de todos os elementos do domínio terem um correspondente no contradomínio.
	C23	Devia ter usado a ideia de uma função genérica $f(x) = y$, onde x era o número pedido e y era a projeção no eixo das ordenadas. É uma função, pois cada elemento x só está associado a apenas um y.

Fonte: O autor.

Na sequência, o resumo interpretativo.

A análise dos registros dos RRE, em busca dos indicativos do processo de apropriação do conhecimento, por meio da negociação de significados, revelou a ocorrência de três situações: (1) indicativos de que não ocorreu a atribuição de significado de forma adequada com dois estudantes, ou seja, não conseguiram reelaborar o conceito de função a partir da proposta, fato revelado por meio da argumentação inconsistente, (2) indicativos de

⁴⁶ E9 analisou o gráfico de exemplar n° 3.

atribuição parcial de significado limitando-se ao uso de técnica de resolução. A reelaboração limitou-se ao uso de uma técnica – a projeção de retas verticais sobre o gráfico – mas não há pistas que revelem apropriação do conceito por parte de dois estudantes, e três estudantes que deram (3) indicativos da reelaboração do conceito com atribuição de significado de forma adequada.

Casos em que não ocorreu atribuição de significado de forma adequada

– análise da produção de C19 e C10. O resultado da reelaboração feita por C19 está distante do esperado. Ao analisar o gráfico de exemplar 2, o estudante justifica a existência da função por meio de um argumento insuficiente. Numa tentativa de compreender o raciocínio do estudante com base no que escreveu nos itens b e c, inferiu-se que é provável que possa ter feito confusão com a regra prática do uso de projeções de retas verticais sobre o gráfico, a fim de observar se interceptam uma única vez em toda a extensão do domínio e ao perceber que o eixo y (vertical) foi interceptado uma única vez concluiu ser condição suficiente para representar uma função.

No ocorrido com C19, percebeu-se que a apreensão do conceito não se efetivou. É possível que tenha havido a interação como pares, mas não tenha ocorrido o momento de reflexão pessoal no qual a internalização do conceito se processa viabilizando sua apropriação que será fortalecida no ato de escrever.

C10 apresenta um texto bem redigido e num primeiro momento parece que reelaborou o conceito de forma adequada. No entanto, a frase inicial “Sim, pois para cada função há uma imagem” apresenta-se desconexa no contexto. Ao processar todos os relatórios percebeu-se semelhança com os argumentos escritos por C9. A manipulação das provas revelou que eram de modelos idênticos e que todas as demais justificativas eram semelhantes. É possível que a preocupação de preencher o relatório sobrepujou o real interesse de aprender conscientemente comprometendo o processo de apropriação.

Estimula-se e fomenta-se a realização da atividade de preenchimento do RRE em duplas ou até mesmo em grupo, na certeza de que o momento de escrever promoverá reflexão, organização das ideias, argumentação própria, enfim, um transcrever do que se apropriou. No caso de C10, as evidências sugerem que não ocorreu o processo de apropriação a contento por não envolver-se inteiramente na atividade.

Casos em que a atribuição de significado limitou-se ao uso de técnica – análise da produção de C15 e C22. Os argumentos usados por esses estudantes sinalizam que compreenderam a técnica que pode resolver de forma prática a questão, mas não há indicativos de uma reflexão mais aprofundada na qual ocorre uma reelaboração consciente do conceito.

O que se passou em ambos os grupos – tanto os que realizaram a atividade a partir dos erros bem como os que se limitaram somente à aplicação da técnica – é uma forma muito comum de se compreender a matemática. Para muitos estudantes saber matemática é ter habilidades de fazer contas rapidamente, é resolver exercícios por meio de aplicação direta de fórmulas ou procedimentos que possibilitem uma resposta rápida e objetiva; é agir de forma impecável sempre com soluções práticas, imediatas e sem deslizes. C22 argumenta que era necessário ter esse conhecimento prévio da regra para resolver a questão. Esta maneira de solucionar revela uma compreensão superficial do conhecimento, deixando sua essência adormecida não se aplica em outras formas de registro de função. Técnicas que permitem a resolução prática e direta de alguns exercícios têm o seu valor, mas não sem antes garantir a apropriação adequada do conceito. Esta forma de conceber a matemática pode e deve ser redirecionada.

Casos em que ocorreu atribuição de significado de forma adequada – análise da produção de C9, C11, C23. O percurso trilhado por C9 durante a realização da atividade proposta lhe permitiu resgatar o conceito de função e relacioná-lo com o gráfico em questão. C9 usa um lembrete em sua redação para destacar os conceitos de domínio e imagem. Pode-se inferir que ao afirmar que o domínio é o conjunto de todos os pontos da no eixo x esteja referindo-se ao intervalo $[-3^{\pi}, 3^{\pi}]$, ênfase dada ao referir-se à imagem como todos os pontos “usados no eixo y”. Faz menção ao uso da técnica da projeção de retas verticais e vai além, complementando seu argumento e sinalizando que compreendeu o conceito.

C11 limita-se à aplicação do conceito sem dar, em princípio, indicativos de uma compreensão mais robusta, no entanto, a análise dos itens b e c em seu relatório revela indicativos de que se apropriou e aplicou o conceito em situações específicas.

C23 atribui significado adequado ao interpretar a aplicação da técnica da projeção vertical com o conceito de função e generaliza a ideia dando evidências de ter compreendido que tal procedimento é aplicável em qualquer função.

O grupo que preencheu o relatório motivado pelo fato de ter deixado a questão em branco, em sua maioria, também revela algum progresso cognitivo e avança na reelaboração do conceito. Com exceção de C19 – que não apresentou argumentos pertinentes – e C10 – que não oportunizou a si mesmo um momento de reflexão mais profundo, optando pela cópia – acredita-se que os demais foram beneficiados pela atividade.

Comparando a qualidade das respostas dos dois grupos que atribuíram significado adequado, seja a partir do erro ou a partir de lacuna, observou-se em ambos que o grau de mobilização no que diz respeito ao número de recursos acessados há uma leve vantagem do grupo que parte de seu erro em relação ao grupo que parte da situação de lacuna, sendo a média deste 3,8, enquanto que aquele obteve média 4,3.

Ambos os grupos aprofundaram-se na investigação do tema (re)construindo-o a contento. Investigou-se a qualidade das respostas dos grupos, tomando por base o critério detalhamento da resolução com base no RRE. Com o quesito detalhamento deseja-se investigar a qualidade dos detalhes presente na argumentação usada nos registros. Isto pode evidenciar-se quando o estudante vai além do que é pedido, descreve uma base teórica que lhe dá direcionamento para a reelaboração do conceito por meio do uso de argumentação consistente e sua consequente apropriação.

No quadro a seguir estão os resultados da comparação, seguidos de considerações sobre o quesito detalhamento da resolução verificado nos registros dos estudantes.⁴⁷

Quadro 19 - Apresentação dos resultados da comparação com observações sobre o quesito detalhamento da resolução presente nos registros dos estudantes

Estudantes	Recorte dos registros	Observações do pesquisador
C2	“... todos os elementos de determinado conjunto chamado domínio têm uma imagem em outro conjunto denominado contradomínio. Quando representado num gráfico, todos os números do eixo x terão uma imagem no eixo y.”	O estudante redige textos que apresentam detalhes explicativos dos conceitos envolvidos na questão, formando a base teórica.
C17	“O domínio da função é o conjunto de todos os pontos da abscissa que são obtidos pela projeção dos pontos de f sobre o referido eixo.”	O estudante faz uma contextualização abarcante e bem detalhada, reforça seus argumentos por meio de figuras geradas por ele mesmo, seguidas de interpretação pessoal e adequada. Ver figuras 19 a 22.
C9	“Devemos lembrar que: o domínio da função é o conjunto de todos os pontos no eixo x e a imagem é o conjunto de todos os pontos usados no eixo y.”	O estudante apresenta a explicativa dos conceitos de domínio e imagem no corpo de sua argumentação.

Fonte: O autor.

⁴⁷ No quadro 19 a primeira linha – destacada com sombreadamento – refere-se ao grupo que realizou a atividade de preenchimento do relatório de reflexão dos erros a partir do erro cometido na prova escrita. A segunda linha – sem destaque – representa o grupo que preencheu o RRE a partir de lacuna.

Ao focar no grupo que atribuiu significado de forma adequada nessa questão, percebe-se a ocorrência de detalhamento de argumentos com fins de contextualização nos dois grupos, mas não foi uma prática comum a todos os estudantes. Há vantagem no grupo que toma o erro como ponto de partida.

Os argumentos de C2 e especialmente de C17 – que retomaram seus erros – são mais específicos e apresentam mais detalhes explicativos que os apresentados por C9 – que (re)constrói a partir de lacuna. Pode-se observar que C2 e C17 ao justificarem seus erros já pontuam a direção a ser seguida em suas argumentações. Nota-se o erro cometido contribuindo como um norteador do conteúdo a ser revisado e dos argumentos usados na reelaboração do conceito.

C2 respondeu na prova: “É o gráfico de uma função composta e do I grau”. E justificou seu erro dizendo: “Não tinha suficientemente claro em minha mente o conceito de função”. Após mobilizar-se em busca do conhecimento faltante, os argumentos apresentados em seu RRE retomam exatamente o ponto em que desviou, no entanto, agora de forma consistente. Apresenta o conceito de função e o relaciona ao gráfico; em seguida resgata o conceito de função composta que, embora não seja pertinente à questão, sentiu-se desafiado a ajustar sua percepção inicial, tirada a partir de sua interpretação do gráfico, quando respondeu que era função composta.

C17 também retoma sua linha de raciocínio e esclarece tratar-se de linhas verticais – fato relevante não explicitado em sua resposta: “Quando cortamos o gráfico ele não se encontra em dois pontos”. A partir de então resgata conceitos que julga pertinentes, tais como domínio e imagem para tornar consistente sua argumentação e faz a adequada relação entre o conceito teórico que pesquisou e a representação gráfica. C17 vai além e reforça seus argumentos por meio de resgate mais abrangente do conceito ao exemplificar com dois diagramas – um representando função e outro que não o faz por possuir duas aplicações de um mesmo elemento de A em B; com isto esclarece o que significa ‘cortar’ o gráfico em dois pontos.

Revisar seu erro oportunizou a C2 e a C17 trilharem um caminho eficaz do ponto de vista do aprendizado, pois tornaram seus erros observáveis a si mesmos, retomaram sua linha de raciocínio, partindo de algo que lhes era peculiar, pois foram construções suas, e num movimento de revisão de suas construções iniciais sinalizaram que resignificaram o conceito, apropriando-se dele de forma consciente.

A inserção do relatório de reflexão dos erros viabilizou o processo. Seria

pouco provável que tais estudantes se dispusessem por si só a fazer todo esse percurso. Neste encaminhamento traz-se à baila a missão da escola que é bem definida e intencional: socializar o conhecimento histórico cultural transformando o indivíduo em cidadão ativo dotado de percepção e leitura crítica de mundo viabilizado por meio de tais conhecimentos. Nesta perspectiva destaca-se também a contribuição que o professor pode dar a esse movimento intencional gerando meios e oportunidades que envolvam os estudantes no processo de apropriação de tais conhecimentos, posto que tal apropriação não ocorre de forma espontânea.

Impressiona a quantidade de vezes em que os estudantes justificam o motivo do seu erro dizendo: “Eu não tinha a mínima noção do que fazer”. Porventura não foi o tema tratado em classe? Não foram propostos exercícios semelhantes? A apostila está repleta de questões parecidas e o argumento “não tinha a mínima ideia” permanece. Existem inúmeros motivos plausíveis que podem explicar tal reação, a começar pelo ruído natural que ocorre na comunicação entre um grupo grande de pessoas. Essa pesquisa confirma a necessidade de envolvimento pessoal, interação com o objeto do conhecimento e comprometimento a fim de se obter resultados diferentes. Daí a importância de promover desafios nos quais os estudantes sintam sua responsabilidade e se engajem dando a si mesmos a oportunidade de se apropriarem do conhecimento histórico cultural.

3.6 LUZES ADVINDAS DO GRUPO FOCAL

Ao término do ano de 2012, selecionou-se 12 estudantes que preencheram ao menos três relatórios ao longo do ano; estes foram convidados a participarem de um grupo focal com o objetivo de reforçar a argumentação usada nas inferências e conclusões. Seis comparecem no dia combinado.

Organizou-se nos quadros a seguir os tópicos que emergiram no encontro do grupo. Participaram do encontro que durou 43 minutos, os estudantes D7, D12, D13, D15, D22, D24.

No quadro 20, apresentamos os recortes das falas⁴⁸ dos estudantes que se posicionaram sobre como iniciam o processo de reelaboração do conhecimento a partir da constatação de seus erros.

⁴⁸ A sequência de aparição dos recortes das falas segue o ocorrido no grupo focal.

Quadro 20 - Atitude deflagrada a partir da constatação do erro

Recorte da fala	Observações do pesquisador
<p>“Eu assim, dou uma olhada, vejo o que eu errei né? Aí se for uma coisa que eu não consigo responder eu vou atrás do professor, aí ele sempre me dá umas dicas e eu vou tentando até conseguir.” D13</p> <p>“Olho eu mesmo e vejo o que eu errei, geralmente eu erro quase bem pouco, e quando eu realmente não sei o que é, quando eu não entendo a pergunta eu vou atrás de um livro porque eu aprendo mais quando eu busco sozinha do que quando eu vou atrás de alguém, se alguém me explicar eu aprendo só na hora.” D24</p> <p>“Eu vou atrás do professor direto, porque o professor não responde, ele dá um ponto de partida pra eu fazer o resto. Porque muitas vezes o amigo pode até ajudar, mas se for ajudar muitas vezes acaba fazendo o exercício todo.” D15</p> <p>“Eu aprendo mais com alguém me explicando, aí eu pego, vejo o que eu errei, daí eu sempre chamo um amigo, alguém que vai me explicando, você errou aqui, aí ele vai fazendo junto comigo, vai explicando onde eu errei, por que eu errei, aí fica mais fácil e depois eu faço de novo, até gravar.” D7</p> <p>“Eu também, eu pego e tento resolver, se quebro muito a cabeça e vejo que não deu, aí ou eu vou ao plantão ou procuro a ajuda de um amigo ou de uma amiga.” D12</p>	<p>Podemos constatar nas falas o poder mobilizador do erro em ação. Todos revelam que assumiram uma atitude que os levou em busca de um caminho que lhes dirimisse as dúvidas.</p> <p>A maioria começa o processo examinando por si só; pois não raras vezes o erro está restrito ao nível da desatenção que pode ser classificado como distração. Ao constatar que não é o caso procura uma forma de ajuda que seja adequada à sua preferência de aprender. D13 e D15 citam o professor, D24 prefere outro autor, D7 recorre a um amigo e D12 cita professor ou amigo.</p> <p>Em todos os casos buscar ajuda marca o começo da ‘viagem cognitiva’ proposta pela atividade. O fato de atender a preferência de cada estudante somado ao fato de responsabilizá-lo pela retomada e reelaboração de seu aprendizado pode contribuir para um aprendizado consciente.</p> <p>Também se constata o processo de desenvolvimento potencial em ação no qual os estudantes recorrem à ajuda necessária para que consigam compreender a atividade proposta e a partir de então avançam sozinhos reelaborando-a à medida que redigem um metatexto que revela como procederam.</p>

Fonte: O autor.

As vantagens percebidas ao aceitar o desafio de preencher o RRE estão elencadas no quadro 21 a seguir.

Quadro 21 - Vantagens percebidas ao fazer o RRE

Recorte da fala	Observações do pesquisador
<p>“É pra você ver o que te prejudicou, por alguma coisa que você deixou passar, então, na próxima vez que você vai fazer, vai prestar mais atenção e se não refizer no relatório de erros você não tem noção do que você errou e vai continuar naquilo.” D24</p> <p>“Muitas pessoas quando fazem a prova e vão mal elas se frustram muito; então tenta esquecer, largar de mão e bola pra frente, não quer mais saber. O relatório de erros faz a gente voltar no exercício e lembrar. E vê que não era tão complicado e frustrante como a gente acha e sim que a gente simplesmente tomou algum caminho errado e pode aprender a fazer aquilo de forma certa.” D15</p> <p>“Eu sou muito imagem, então pra mim quando eu faço o relatório, quanto mais eu escrevo parece que vai guardando, aí na hora de eu fazer eu lembro, parece que eu tava escrevendo, escrevendo assim, aí fica bem mais fácil.” D7</p> <p>“O erro nada mais é que uma tentativa de acertar fracassando, então ao você refazer o relatório de erros, você retoma aquela tentativa de acertar, vê o que, qual caminho que você errou e refaz.” D22</p> <p>“É uma forma de aprender até melhor do que na sala de aula.” D7</p>	<p>A proposta de permitir ao estudante tomar consciência do seu erro e oportunizar-lhe reelaborar o conhecimento por meio de RRE ajuda a humanizar a matemática ao ser vista como passível de ajustes e retoques – prática comum no dia a dia e também no processo histórico – demovendo-a do pedestal de que só é acessível aos gênios.</p> <p>D7 comenta, argumenta que os relatórios propiciam uma forma eficaz de aprender por possuir um caráter particular no tocante ao ponto de partida que requer um exame dos próprios erros e a estratégia a ser usada.</p> <p>Possibilita uma nova forma de ver o erro. D15 e D22 veem o erro como uma hipótese que não se validou, mas que, se refletida e ajustada, pode contribuir para a aprendizagem. D7 vê como uma alternativa eficaz para o aprendizado.</p> <p>Todos os estudantes que se manifestaram reconhecem como uma alternativa ao aprendizado e conseqüentemente desponta e se consolida no âmbito da Educação Matemática como sugestão pedagógica.</p>

Fonte: O autor.

No quadro a seguir, o que pensam os estudantes sobre o movimento da escrita como parte integrante da atividade.

Quadro 22 - Opinião dos estudantes sobre o processo de escrever

Recorte da fala	Observações do pesquisador
<p>“Descrever o que errou e explicar em detalhes. Como eu vou explicar algo complicado deixando aquela questão clara pra quem lê? Escrever e deixar claro pra quem lê entender o que estou tentando dizer é a pior parte. Eu já entendi o erro, eu já sei o porquê, mas eu preciso ir além.” D24</p> <p>“O que acontece com a gente quando pega a apostila pra ler? A gente acha complicada e daí fica pensando: será que a pessoa que vai ler vai achar complicado o que estou escrevendo?” D7</p> <p>“Eu tenho dificuldade com a leitura, eu sou mais ouvido, então eu escrevi como se eu estivesse falando pra mim mesmo e eu entendo mais desse jeito. Para mim o mais difícil foi tomar cuidado pra não errar coisas da matemática básica. Pra mim o mais difícil foi prestar muita atenção pra não errar nessas coisas: troca de sinal, mmc, coisas simples, mas que faz a gente mudar totalmente o resultado.” D15</p> <p>“Eu imagino que estou explicando pro meu irmão de 10 anos.” D24</p> <p>“É muito bom você fazer e escrever onde errou. No que você escreve o porquê errou já ajuda a explicar da maneira que vai fazer certo, tipo assim: eu erreí porque eu troquei o sinal e na hora de você explicar como tem que fazer você já lembra: tem que cuidar com o sinal.” D7</p> <p>“Eu acho que quando a gente escreve reforça o princípio teórico da coisa e fica mais fácil de fazer o lado prático. Então quando a gente tá escrevendo tem que colocar o princípio do porquê a gente vai acertar.” D12</p> <p>“É como você pegar um livro que explica a lógica da resolução de um exercício; você aprende. Então você mesmo fazendo isso, você grava mais ainda.” D24</p>	<p>O desafio de escrever visa trazer o estudante até a intimidade do movimento de seu pensamento. D24 tem em mente que está redigindo um texto de caráter explicativo e que é preciso fazer-se entender, com isso envolve-se num processo mental de repassar detalhes, exercitando a reflexão e registrando em tempo real o que está sendo processado em sua mente. Este movimento demanda, ainda, conforme D15 e D7, que se faça uma permanente inspeção de seus registros a fim de checar se há coerência entre o que pensou e o que registrou. Ao escrever suas compreensões coloca o estudante no centro de sua própria aprendizagem.</p> <p>Associado ao ato de escrever podemos observar que as vozes de alerta e o autodiálogo se fazem presentes em diversas situações como forma de monitoração em busca de estabelecer coerência entre o que foi (re)construído mediante mediação e o momento em que assume por si só o desafio de escrever a resolução de forma adequada.</p> <p>“Ir além” D24. Talvez esta colocação de D24 resume a importância do escrever, pois é mais que um ato dissociado da razão, requer organização e explicitação das ideias. Escrever exige reflexão sobre o conteúdo, teorização a respeito seguido do registro das conclusões. Todas essas etapas exigem pensamento efetivo e raciocínio coerente e consistente.</p>

Fonte: O autor.

Os resultados obtidos no grupo focal sobre as emoções e reações despertadas em torno do erro cometido na prova escrita estão apresentados a seguir.

Quadro 23 - Como se sente ao tomar consciência de seu erro?

Recorte da fala	Observações do pesquisador
<p>“Revolta. Como quando vi que errei porque não inverti o sinal da secundária [referiu-se à diagonal] então mudou totalmente o resultado.” D24</p> <p>“Dá vontade de voltar no lugar em que você tava e fazer de novo.” D22</p> <p>“Eu acho que devíamos ter mais calma na prova. Às vezes a gente fica ansioso e chega na prova ‘bombando’. É como se formasse uma barreira na sua mente ou pressionando todas as informações pra saírem de uma vez em vez de se acalmar, organizar tudo. No relatório de erros você faz uma coisa mais tranquila, no seu tempo, e isso ajuda a você ficar olhando, pensando, refletindo no exercício; na hora da prova não. Você tá pensando no relógio, de olho nos exercícios, vendo quantos já fez, você se preocupa mais com o ambiente e o horário do que com o próprio exercício. No relatório você se foca mais.” D15</p> <p>“Foi o que aconteceu comigo: passei um tempão estudando; cheguei lá e ao invés de multiplicar eu somei. Quando eu fui refazer a prova eu disse: eu não acredito que eu errei isso. Tipo, eu queria tanto, eu precisava tanto da nota que eu esqueci de prestar atenção na prova. Aí eu pensei: meu, fui mal, não porque eu não sabia, mas estava preocupada com o tempo e em tirar nota.” D24</p> <p>“Acaba deixando de ver dicas do enunciado que está ali pra te ajudar e você fica preocupado: cadê a coisa? Sendo que tá bem ali na sua frente.” D15</p>	<p>D22 expressa o desejo de voltar e reparar o erro que cometeu, desta fala pode-se inferir que ao deparar-se com a natureza de seu erro sente-se capaz de repará-lo e anseia por essa oportunidade. Não seria este um momento propício ao aprendizado gerado a partir do erro? Tem-se o canal aberto para que o estudante se mobilize, reveja seus desvios e (re)construa seu aprendizado. O RRE oportuniza isso, o que se tem revelado fator de motivação e comprometimento.</p> <p>Limitar a avaliação somente ao momento da prova escrita não reflete com fidedignidade o que o estudante sabe, pois as emoções negativas que afloram interferem fortemente no processo. São citadas: nervosismo, preocupação com o tempo, ansiedade pela nota. E, como consequência: esquecimento do óbvio, mesmo tendo exercitado anteriormente, desvio da atenção, dificuldade de visualizar e capturar informações relevantes do enunciado.</p> <p>Defende-se que a avaliação não deve ser tratada como um ato único e decisivo sem possibilidade de retomada e sim uma etapa dentro de uma proposta maior de propiciar um leque de alternativas que favoreçam o aprendizado.</p>

Fonte: dados primários.

E sobre o aprendizado? Ocorreu efetivamente? A percepção dos estudantes a seguir.

Quadro 24 - Sobre o aprendizado deflagrado a partir da reflexão sobre o erro

Recorte da fala	Observações do pesquisador
<p>“Eu aprendi função. Com o professor eu não aprendia. O professor explicava, explicava e nada. Quando eu vi que eu tava muito mal em matemática e precisava mesmo, tentei quebrar a cabeça, peguei livro e nada. Até que eu peguei uma prova parecida e fui fazendo passo a passo aí eu aprendi. Porque eu aprendo quando sei a lógica do exercício. Eu não aprendo por fórmulas, mas se eu souber a lógica, ele tá pedindo isso e se seguir esse caminho eu chego, aí sim. Tanto que eu começo de uma maneira, daí vou e faço de outra e por isso não sou boa pra explicar.” D24</p> <p>“Eu também sou muito pela lógica. Gosto de entender o exercício, prefiro não usar fórmulas, então o relatório me ajudou a ver outros modos de fazer o exercício, às vezes meios mais práticos pra facilitar e melhorar nosso desempenho.” D15</p> <p>“Sempre que eu ia fazer sistemas eu olhava se tinha número simples, se dava uma fração eu falava: não vou conseguir; fração eu nunca consigo. Pra fazer o relatório tive que encarar as questões que eu errei e tinha muita fração e pensei: agora vou ter que aprender. Daí fui atrás e recebi explicação e vi que era até mais simples que muitas questões normais.” D7</p>	<p>Verificamos situações em que a aprendizagem consciente se efetivou, pois na atividade proposta o estudante toma as rédeas de sua “viagem cognitiva”. Esse procedimento é favorecido porque tem o “postigo” aberto; isto é, sente-se motivado e desejoso de fazê-lo. D24, D7</p> <p>Um aspecto relevante da atividade proposta é a possibilidade de diversificação na forma de resolução, agindo cada qual conforme uma lógica própria que lhe é acessível e compatível com sua forma de aprender, conforme citado por D24 e D15.</p> <p>O percurso cognitivo proposto pela atividade possibilita ao estudante enfrentar seu problema de frente – geralmente debilidades mal resolvidas que as traz confrontá-las que se cristalizaram em traumas que se mitificam impedindo o avanço cognitivo. D7 relata como superou sua debilidade e após isso muda sua percepção a respeito do grau de dificuldade do assunto.</p>

Fonte: O autor.

Como sujeitos do processo de reelaboração do conhecimento a partir do erro cometido na prova escrita de matemática, tendo o RRE como instrumento, contribuíram com sugestões e observações.

Quadro 25 - Observações e sugestões sobre o relatório de reflexão dos erros

Recorte da fala	Observações do pesquisador
<p>“Não poder errar nada. Se errar qualquer coisa perde, atemoriza. Se eu errar um sinalzinho vou perder tudo, desanima e as pessoas desistem de fazer. Eu fiz porque eu queria aprender, tenho que aprender. D24</p> <p>“Não poder errar me dá estímulo pra fazer da melhor maneira que posso.” D12</p> <p>“A questão da explicação tem que continuar.” D7</p> <p>“O erro nos ajuda a lembrar de como fazer o exercício certo, então você aprende melhor. Enquanto o aluno não perceber que se tiver colando, ele não vai conseguir aproveitar de nada do que está sendo feito. Então mais do que tudo vai da consciência de cada um e do interesse por aprender.” D15</p>	<p>A observação feita por D24 penetrou como <i>flash</i> de luz em minha mente enquanto professor e pesquisador que acredito no potencial didático do erro e o incluo na avaliação. Essa observação de D24 já fora feita também por escrito – me fez refletir que não é tarefa simples inserir o erro. De repente me vi reempossando o erro ao seu <i>status</i> anterior, isso me serviu de alerta. [o uso da primeira pessoa do singular é para enfatizar minha atitude reflexiva].</p> <p>D12 tem uma reação diferente de D24 ao considerar nosso alerta sobre o erro na perspectiva esperada. D12 toma meu alerta para não cometer erros como um estímulo enquanto D24 e mais alguns outros o tomavam como fator de desânimo.</p> <p>D15 levanta a pertinente questão da conscientização por parte dos estudantes em empenhar-se e valorizar a oportunidade de converter seu erro em aprendizado. Para que ocorra aprendizagem é necessário envolvimento e comprometimento atitudinal e cognoscitivo.</p>

Fonte: O autor.

Tomando por base os resultados apresentados na análise e os aspectos positivos que afloraram e foram elencados, acredita-se que a investigação colabora com as demais pesquisas voltadas para o aproveitamento didático do erro e tem-se a expectativa de seguir promovendo reflexões que contribuam para a dissipação da “neblina”⁴⁹, que envolve o ensino e o aprendizado do conteúdo matemático.

⁴⁹ Expressão usada por Tinoco (1991) ao referir-se ao desconhecimento por parte dos professores sobre a forma como se processa o aprendizado.

CAPÍTULO 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar a pesquisa são retomadas as questões norteadoras levantadas no começo, com o intuito de refletir sobre as possibilidades do aproveitamento pedagógico do erro, as contribuições percebidas, o caráter arborescente da pesquisa e algumas reflexões do pesquisador.

Reconhecendo a complexidade do processo de aprendizagem, investigou-se o que se passa entre o hiato do não saber ao saber diante da perspectiva de potencializar o processo de apropriação por meio da proposta de uma atividade que contenha características do objeto e promova o conflito cognitivo a partir de reflexão sobre seu próprio pensamento a respeito de um determinado tema, seguido por reelaboração mediada enquanto estimulado a pensar e gerar as condições necessárias para o aprendizado de novos conhecimentos. Ao completar o movimento por meio da escrita de suas compreensões, o estudante coloca-se no centro da própria aprendizagem, agindo de forma autônoma e refletida enquanto transcreve e monitora seus pensamentos, reconfigurados a partir do que ressignificou durante a(s) mediação(ões).

O processo de preenchimento do relatório de reflexão dos erros é um incremento à aprendizagem, pois propicia movimentos ao estudante na consolidação de sua aprendizagem:

- a) torna seu erro, enquanto tentativa inicial de resolução, observável, isto é: possibilita-lhe constatar por que não obteve êxito na primeira tentativa;
- b) o instiga a ser proativo em seu aprendizado na medida em que precisa mobilizar-se em busca do conteúdo necessário para nova resolução;
- c) permite concluir que é capaz, conferindo-lhe *empowerment* diante dos novos desafios a enfrentar.

O RRE desponta como um instrumento que norteará as ações e conseqüentemente as etapas nas quais o estudante vai interagir com o objeto do conhecimento que lhe falta ou apropriou-se de forma enviesada. Ao percorrer os caminhos propostos pelo RRE de forma comprometida, há grande possibilidade de suprir suas carências cognitivas promovendo os devidos ajustes.

Refletir e discutir sobre a causa e a aplicabilidade dos erros revela uma face

da matemática como uma ciência dinâmica, passível de erros e equívocos. Também vem à tona o fato de que é possível desbravar o conhecimento por caminhos diferentes da forma exposta pelo professor ou pelos livros. Essa experiência caracteriza amadurecimento e liberdade para o estudante. Essa maneira de conceber a matemática colabora para sua desmistificação e a reveste de uma dimensão mais acessível e menos árida.

A prática educativa é uma atividade em conformidade com os pressupostos da Teoria da Atividade, pois tem a função de planejar e organizar ações que favoreçam aos sujeitos o acesso aos conhecimentos sócio-históricos construídos, caracterizando-se por um conjunto de ações destinadas a criar oportunidades de aprendizagem. Nesta perspectiva o relatório de reflexão dos erros desponta como prática alternativa capaz de promover o aprendizado consciente, viabilizando ações nas quais o estudante agirá intencionalmente visando seu aprendizado de forma ativa, a fim de (re)construí-lo e aprimorá-lo por meio de produção textual.

Após percorrer os caminhos desta investigação, ainda que permeado de potencialidades e limitações, defende-se que o RRE reúne características que permitem concebê-lo como uma autêntica atividade. Explicitaram-se os elementos estruturais da atividade como sendo o objeto: o conhecimento matemático; a necessidade: aprendizagem consciente; e, o motivo: melhorar nota.

Discriminou-se cada elemento constituinte da atividade de preenchimento do RRE, a fim de ancorá-la no modelo proposto pela Teoria da Atividade, mas o que de fato valida o relatório de reflexão dos erros como atividade é o comprometimento e o envolvimento da maioria dos estudantes em sua execução, abrindo espaço para a vivência de experiências que transcendem a proposta inicial de um simples preenchimento de respostas. A interação promovida, as reflexões demandadas, as relações estabelecidas, o encantamento despertado, a nova forma de aquilatar a dificuldade, as emoções positivas suscitadas e principalmente a sensação de que está ao alcance do estudante, garantem a existência da atividade conforme definição de Leontiev.

Considerando que a consciência que emerge da atividade com os pares, com os objetos e por mediações, ratifica-se a concepção do pesquisador a respeito da aprendizagem consciente como um movimento no qual o estudante responsabiliza-se por sua aprendizagem, participando ativamente, agindo como autorregulador, a fim de promover o estreitamento da relação entre significado social e sentido.

Constatou-se e descreveram-se situações em que a aprendizagem consciente

se efetivou, pois na atividade proposta o estudante toma as rédeas de sua ‘viagem cognitiva’. Esse procedimento é favorecido porque tem o “postigo” aberto, isto é, sente-se motivado e desejoso de fazê-lo.

O relatório de reflexão dos erros pode agir como um guia sugestivo de atitudes que estimulem o estudante a investir seu tempo para refletir, corrigir, contrastar, argumentar, reelaborar criticamente, enfim, envolver-se com o conhecimento matemático. Estas são atitudes desejáveis e favoráveis à construção do aprendizado consciente.

Observou-se a ocorrência de inúmeras situações nas quais os estudantes deixavam as questões da prova em branco e em seguida se dispunham a preencher o relatório de reflexão dos erros. Foi de ocorrência comum situações nas quais somente algumas questões da prova devolvida constavam em branco, até situações nas quais toda a prova era devolvida em branco. Esta situação não permita o conflito cognitivo a partir do erro, pois simplesmente não havia o ponto de partida. A essas situações denominei de lacunas e também as incluí na proposta investigando mais detalhes. Os resultados obtidos evidenciam que a atividade proposta também atende a situações de “lacuna” cada vez mais frequentes nas avaliações por meio de provas escritas.

A pesquisa mostra que é possível, mesmo entre os estudantes, reformular a maneira de considerar o erro transformando-o em fonte de reflexão e aprendizado. A retomada do erro foi um procedimento natural no decorrer dessa história da construção do conhecimento matemático, marco para reflexão, aprofundamento, contribuições e avanços.

Inserir o erro cometido em provas escritas ao processo de ensino e aprendizagem pode ser uma forma de promover momentos de reflexão caracterizados por conflitos cognitivos a partir dos quais se dê o crescimento no aprendizado do estudante.

A seguir, alguns aspectos percebidos que sinalizam positivamente quanto à validade da proposta:

- é um motivo para provocar o estudante a fazer uma retomada no conteúdo estudado, oportunizando uma revisão e/ou fortalecimento nos conceitos básicos, que tem sido considerado por muitos estudantes um empecilho ao avanço e ao aprendizado de novos conteúdos. Também temos relato de situações nas quais dúvidas outrora cristalizadas como ‘difíceis demais’ são sanadas;
- estimula a proatividade, na medida em que o estudante precisa se mobilizar e sair à busca das informações necessárias que lhe ofereçam

base para descrever a contento o que é solicitado por ocasião do preenchimento do relatório de erros. Diversas formas de mobilização têm sido relatadas: consulta ao material didático, consulta à bibliografia auxiliar disponível na biblioteca, busca de auxílio com um amigo, videoaulas, monitoria, plantão de dúvidas com o professor e grupos de estudo;

- desenvolve a qualidade da escrita, clareza na exposição das ideias, organiza e sequencia o pensamento, pois escrever é uma habilidade fundamental ao processo;
- oportuniza ao estudante reelaborar, de forma autônoma, progressiva e consciente o seu conhecimento, ensinando-o a aprender, pois fomenta atitudes que estimulam a interação com suas estruturas internas, com seus pares e com o conhecimento;
- atende e capacita tanto o bom aluno – visto comumente como aquele que não tem dificuldade de aprendizado – como e, principalmente, o que apresenta dificuldades em aprender;
- respeita o ‘tempo’ de cada indivíduo por ser uma atividade personalizada que atende as especificidades do sujeito;
- insere o erro no contexto do ensino e aprendizagem, tornando-o aliado ao processo educativo. O erro permitirá refletir sobre suas noções epistemológicas, ao questionar-se e contrastar com o que pesquisou pode rever seu modo de pensar reconstruindo seu aprendizado e refletindo sobre o que precisou mudar, ou seja, o erro serviu-lhe como base para novos aprendizados;
- desconstrói o conceito de avaliação como o “dia do juízo” e o reconstrói como sendo um processo integrante do ensino e aprendizagem em que o estudante tem oportunidade de reorientar-se constantemente ao acompanhar a reelaboração de seu conhecimento;
- abre o acesso ao mundo cognitivo dos estudantes ao revelar o que e como pensam quando aprendem;
- confere *empowerment* aos indivíduos. À medida que cumprem as atividades sentem-se inseridos no processo e percebem que ‘podem’, pois são consideradas e respeitadas suas individualidades;

- ajuda a humanizar a matemática no sentido de que pode ser vista como passível de ajustes e retoques – prática comum no dia a dia e também no processo histórico – demovendo-a do pedestal de que só é acessível aos gênios;
- possibilita superar traumas e mitos que obstaculizam o aprendizado;
- promove nova concepção por parte do estudante a respeito do erro;
- ajuda na organização do raciocínio;
- favorece a tomada de gosto pelo conhecimento historicamente acumulado pela humanidade;
- contribui para a formação do senso crítico;

A pesquisa apresenta limitações, a contribuição lança uma pequena luz ao grande desafio de se explorar o potencial pedagógico do erro. É uma alternativa a mais.

Limitações ocorreram na análise de alguns documentos coletados. Surgiram questões que não ficaram esclarecidas e não conseguimos um contato direto com o estudante colaborador. Por exemplo, a definição de função dada por E19: essa parábola só toca uma vez a reta y no gráfico, então pode-se dizer que representa sim uma função. Senti necessidade de fazer mais perguntas ao estudante a fim de compreender o “que viu” quando se propôs a reelaborar o conceito e por que o fez de forma tão distante do ideal. Assim vale registrar a dificuldade encontrada de proceder a um exame criterioso e imediato nos relatórios entregues promovendo um *feedback* a curto prazo junto aos estudantes, a fim de esclarecer dúvidas que surgem e a redação do texto no RRE, apesar de permitir inferências são limitadas para lançar luz a tais fatos.

No decorrer da pesquisa emergiram diversas questões que merecem atenção e despontam como sugestões para novas investigações, dentre elas elencamos:

- o que fazer para reduzir ou eliminar o efeito da emoção negativa durante a realização da prova?
- como se tem tratado o erro nos cursos de formação de professores de matemática?
- como a concepção que se tem sobre o erro afeta a forma de avaliar do professor de matemática?
- as (re)construções apresentadas no corpo dos relatórios de reflexão dos erros não são reproduzidas com a mesma eficiência no momento da

prova substitutiva que é realizada sem consulta. O tempo não permitiu, mas essa é uma questão que nos motiva a novas reflexões e seguramente a futuras investigações.

Muitas vezes, em classe, o nível de alcance das informações expostas pelo professor é surpreendentemente baixo, haja vista a quantidade de alunos que relatam em seus relatórios não saberem do que se trata a questão. Ao oportunizar que vá à busca de como fazer para reapresentar suas construções, se conseguimos que se comprometa com a atividade, age de forma responsável por seu aprendizado e envolve-se à procura de um caminho que atenda sua necessidade.

A pesquisa ratifica o que está na base da Teoria da Atividade, que propõe ao estudante motivar-se a ir à busca. Todos os estudantes que se manifestam reconhecem como uma alternativa ao aprendizado e conseqüentemente desponta e se consolida no âmbito da Educação Matemática como sugestão de ensino e aprendizagem.

Neste encaminhamento, o RRE desponta como uma alternativa apropriada a contribuir para o aprendizado consciente. Ao sugerir a seqüência dos procedimentos a serem realizados, tem-se a intenção de estimular o processo de negociação de significados indicando uma diretriz, um roteiro, no qual os estudantes, na medida em que se engajam na atividade, processam seu aprendizado de forma consciente.

Nesse cenário, o erro atua como elemento-chave, pois serve como mote e justificativa para todo o processo, atuando como ponto de partida à reflexão. É responsável por deflagrar novas situações de aprendizagem e reassume posição de destaque dentro do processo educativo, por ser inerente a ele e indispensável nos caminhos da aprendizagem.

Limitar a avaliação somente ao momento da prova escrita não reflete com fidedignidade o que o estudante sabe, pois as emoções negativas que afloram interferem fortemente no processo. São citadas: nervosismo, preocupação com o tempo e ansiedade pela nota. Também deixando de aproveitar momentos favoráveis ao aprendizado nos quais o estudante encontra-se motivado e disposto a aprender.

Por acreditar ser um procedimento exequível e frutífero, a despeito da realidade exaustiva do trabalho de ser professor, me propus a investir no erro como estratégia pedagógica e prosseguir pesquisando a respeito de suas possíveis contribuições ao aprendizado.

Os resultados não são fruto do acaso e sim de planejamento e

intencionalidade por parte do professor, que é visto como o gestor, e como tal, torna-se indispensável à condução do movimento de aprendizagem consciente.

Planejar uma intervenção ajustada à sua realidade, provocar interações, ao estimular, desafiar e exigir, o professor cumpre seu papel e não somente isso, mas revela seu comprometimento e o quanto acredita no que faz.

Perceber e assumir o erro como processo demandaram mudança em minha atitude de professor; pois defendo que quando retomado como fonte de reflexão e orientado por meio de uma atividade norteadora das ações dos estudantes, tem potencial para tornar a aprendizagem consciente realidade.

Ao elaborar o RRE como alternativa pedagógica acreditei na possibilidade de mudança. Muitos questionamentos surgiram a respeito da viabilidade devido a complexidade da atividade, a falta de tempo, a quantidade excessiva de trabalho, a falta de comprometimento dos estudantes e a lista segue... O que tenho a dizer, ao concluir essa investigação? É PRECISO QUERER MUDAR! Mudar demanda trabalho, dúvidas, incertezas, mas há sempre a perspectiva de crescimento.

O RRE apresenta-se como algo diferente, uma alternativa a mais que dá bons resultados. E pela alegria e prazer de constatar o aprendizado consciente se tornando realidade, para os que se comprometem de fato, compensam todo e qualquer sacrifício.

Nesta caminhada, dois momentos foram marcantes e me propiciaram intensa reflexão, pois foi como se duas escamas me caíssem dos olhos possibilitando-me enxergar uma realidade que afetava diretamente minha concepção epistemológica até então não percebida.

A pesquisa mostrou-me que a mudança dos paradigmas quanto ao erro deve começar em mim e que tal mudança não é simples. Ter a consciência dessa necessidade pode contribuir para compreender o que se passa na experiência dos outros, especialmente dos estudantes.

Alguns estudantes, nas entrelinhas de suas falas e registros, emitiram um sinal de alerta ao pesquisador por agir de forma preconceituosa em relação ao erro, ainda que de forma inconsciente. Exigia-se dos estudantes um preenchimento 'sem erros' do relatório, partindo da premissa que teriam tempo e meios suficientes de operar sua reelaboração. Esta exigência soou para alguns como um comando austero e por demais exigente, principalmente para quem tinha muitas questões a reparar, resultando em desânimo e desestímulo frente à atividade. O agir do pesquisador denunciava que trafegava na contramão daquilo que defendia

na proposta. Ao assumir que o aprendizado é gradativo, a seu tempo, e passível de aperfeiçoamento constante, a forma de propor e negociar a execução da atividade poderia ter sido outra.

Outro momento marcante se deu quando permeavam dúvidas a respeito da possibilidade de ‘afrouxamento’ na forma de avaliar. Afinal, prova é um documento tradicional e o momento de sua realização é revestido de todo um ritual de seriedade historicamente construído. Permitir que o estudante retomasse sua prova e refizesse as questões não seria como pescar no aquário. Em outras palavras, não seria ‘amolecer’ demais? Esse paradigma estava por demais arraigado e não foi tarefa fácil redimensioná-lo.

Na prática vivenciada, em meio a leituras realizadas, merece destaque um alerta a respeito da avaliação escolar, quando assumida, ainda que inconscientemente, na perspectiva excludente: tem o poder de deixar sequelas silenciando as pessoas, suas culturas e seus processos de construção do conhecimento, desvalorizando saberes. E o pior: contribui para desestimular a curiosidade, engessando-a na medida em que desvaloriza outras formas de abordar a questão; fortalecendo a hierarquia que está posta, contribuindo para que diversos saberes sejam apagados, percam sua existência e se confirmem como a ausência de conhecimento.

Não é papel do professor desafiar nossos estudantes a novas descobertas e levá-los a entenderem-se como sujeitos capazes de saber?

A classificação das respostas em acertos e erros, tão somente, está alicerçada em uma concepção de que saber e não saber são excludentes, algo que hoje posso afirmar, não condizente com a realidade dos fatos, contraditado pela literatura e pelos resultados da pesquisa.

Corre-se o risco de eliminar o prazer de aprender quando a avaliação da aprendizagem se resume em notas e provas, em que o medo de errar é visto como uma ameaça de fracasso. Redimensionar a concepção a respeito da avaliação permitiu-me acompanhar o processo desenvolvido pelo estudante, podendo interferir e ajudá-lo no seu percurso cognitivo, respeitando o tempo, as diferenças e as diversas formas de construir de cada um.

Há uma questão que se torna fulcral nesta proposta: a importância que se dá ao erro está diretamente ligada à concepção que o professor possui acerca da aprendizagem e por que não dizer à avaliação? Afirma-se que compreender o propósito da avaliação mudará o olhar docente com respeito ao erro que emergirá a fim de ocupar seu devido lugar no

processo: um mapeador da qualidade do aprendizado. Com isto defende-se a necessidade do professor refletir e rever sua concepção sobre avaliação.

Tão somente formou-se uma ideia mínima a respeito do potencial pedagógico inerente ao erro, prossigo alerta para a necessidade de futuras investigações. Mais que enumerar contribuições que a inserção do erro pode trazer ao aprendizado consciente, é estimulante, desafiador e de grande responsabilidade saber que é possível promover mudanças que podem contribuir na formação de cidadãos conscientes. Como o menino que se ocupava em devolver ao seu *habitat* as estrelas-do-mar, trazidas pela maré, antes que o sol as desidratasse e que, mesmo sob os olhares críticos e a censura de um “experiente educador”, que tenta desestimulá-lo, não se demove de seu trabalho; arremessa mais uma estrela ao mar e confiantemente afirma: “Para esta eu fiz a diferença”.

REFERÊNCIAS

- ASBHAR, F. S. F. **A pesquisa sobre a atividade pedagógica**: contribuições da Teoria da Atividade. 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n29/n29a09.pdf>>. Acesso em: 13 jan. 2012.
- BALDINO, R. R.; CABRAL, T. C. B. Erro do significado ou significado do erro. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro: Instituto de Educação da UFRuralRJ, n. 35, p. 9-41, 1999.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3. ed. Lisboa: Edições 70, 2004.
- BERNARDES, M. E. M. Ensino e aprendizagem como unidade dialética na atividade pedagógica. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional - ABRAPEE**, Maringá, v. 13, n. 2, p. 235-242, jul./dez. 2009.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação, uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Ed. Porto, 1994.
- BORASI, R. Algebraic explorations of the error. **The Mathematics Teacher**, Reston, v. 79, n. 4, p. 246-248, abr. 1986. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/27964883>>. Acesso em: 15 nov. 2012.
- _____. Exploring mathematics through the analysis of errors. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, Canadá, v. 7, n. 3, p. 2-8, nov. 1987. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40247900>>. Acesso em: 15 nov. 2012.
- _____. Using errors as springboards for the learning of mathematics: an introduction. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, Framingham, Mass, v. 7, n. 3-4, p. 1-14, 1985.
- _____. Some reflections on and criticisms of the principle of learning concepts by abstraction. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, Canada, v. 4, n. 3, p. 14-18, nov. 1984. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40247861>>. Acesso em: 15 nov. 2012.
- BORASI, R.; ROSE, B. J. Journal writing and mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 20, n. 4, p. 347-365, nov. 1989. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/3482313>>. Acesso em: 15 nov. 2012.
- BORASI, R.; STEMPIEN, M. Students' writing in mathematics: some ideas and experiences. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, Canadá, v. 5, n. 3, p. 14-17, nov. 1985. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40247788>>. Acesso em: 15 nov. 2012.
- BORASI, R. et.al. Using transactional reading strategies to support sense-making and discussion in mathematics classrooms: an exploratory study. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 29, n. 3, p. 275-305, maio 1998. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/749791>>. Acesso em: 15 nov. 2012.
- CAREY, M. A. The group effect in focus group: planning, implementing, and interpreting focus group research. In: M. Morse (Org.), **Critical issues in qualitative research methods**, pp. 224-241, 1994.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

CRUZ NETO, G.; GOMES, A. S.; CASTRO, J. B. **Mapeando diagramas da Teoria da Atividade em modelos organizacionais baseados em i***. Disponível em: <http://wer.inf.puc-rio.br/WERpapers/artigos/artigos_WER04/Genesisio_Neto.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2012.

CURY, H. N. Análise de erros em educação matemática. **Veritati**, Salvador, v. 3, n. 4, p. 95-107, 2004a.

_____. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

_____. Professora, eu só errei um sinal: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004b. p. 111-138.

DAMIANI, M. F. A Teoria da Atividade como ferramenta para entender o desempenho de duas escolas de Ensino Fundamental. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 29., 2006, Caxambu. **Anais...** Caxambu, 2006. p. 1-15. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalho/GT13 - 2139 -- Int.pdf>>. Acesso em: 7 ago. 2011.

EIDT, N. M.; DUARTE, N. Contribuições da Teoria da Atividade para o debate sobre a natureza da atividade de ensino escolar. **Revista Psicologia da educação – PUC**, São Paulo, n. 24, p. 51-72, 2007.

GONZALEZ, F. E. Metacognición y tareas intelectualmente exigentes. **Zetetiké – CEPEM – FE/UNICAMP**, v.6, nº9, jul/dez, pp. 50-88, 1998.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. **Minidicionário Houaiss da língua portuguesa**. Instituto Antônio Houaiss de Lexicografia e Banco de Dados da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

KISTEMANN JUNIOR, M. A. O erro e a tarefa avaliativa em matemática: uma abordagem qualitativa. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2006, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 2006. Disponível em: <<http://www.fae.ufmg.br/ebrapem/completos/01-36.pdf>>. Acesso em: 15 nov. 2012.

LA TAILLE, Y. de. O Erro na Perspectiva Piagetiana. In: AQUINO, J. G. (Org.). **Erro e Fracasso na Escola**: alternativas teóricas e práticas. São Paulo: Summus, 1997.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia, personalidad**. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

_____. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

_____. Os princípios do desenvolvimento mental e o problema do atraso mental. In: VYGOTSKY, L. *et al.* **Psicologia e pedagogia**: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. São Paulo: Centauro, 2005.

_____. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psiqué infantil. In: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. (Org.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1998. p. 59-83.

LUCKESI, C. C. **Prática escolar**: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_08_p133-140_c.pdf>. Acesso em: 2 out. 2009.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, L. E. G.; DALTRINI, B. M. **Utilização dos preceitos da Teoria da Atividade na elicitación dos requisitos do software**. 1999. Disponível em: <http://cursos.faberludens.com.br/file.php/83/requisitos_atividades.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2012.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, São Paulo, ano II, n.12, p. 29-43, 1996.

_____. A educação escolar como atividade. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 9., 1998, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia, 1998. v. 1/2, p. 510-528

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vigotsky na educação matemática**. 8. ed. Campinas: Papirus, 2000.

NÚÑEZ, I. Activity Theory and the Utilisation of the Activity System according to the Mathematics Educational Community. **Educate~** December , pp 7-20, 2009.

PINTO, R. A.; FIORENTINI, D.; Cenas de uma aula de álgebra: produzindo e negociando significados para a “coisa”. **Zetetiké**: Campinas, n. 8, pp 45-72, 1997.

PONTELO, I.; MOREIRA, A. F. **A Teoria da Atividade como referencial de análise de práticas educativas**. 2008. Disponível em: <http://www.senept.cefetmg.br/galerias/Arquivos_senept/anais/terca_tema1/TerxaTema1Artigo8.pdf>. Acesso em: 20 fev.2012.

REGO, T. C. **Vygotsky**: uma perspectiva sócio-cultural da educação. 22. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

SANTOS, B. P. Uma breve análise de produções de alunos em situações de ensino/aprendizagem sob a luz da Teoria da Atividade de Leontiev. **Cadernos**, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 17-24, jul./set. 2005.

SILVA, A. G. O. *et al.* Que pensam sobre o erro matemático estudantes do terceiro ano do ensino médio? **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 60, p. 33-56, jan./jun. 2012.

SILVA, A. G. O.; SALVI, R. F. A atribuição de significado a partir do aproveitamento didático do erro em prova escrita de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2013a.

_____. É possível aliar o erro ao processo de aprendizagem? Um desafio em educação matemática. In: **ANPEDSUL – ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUL**, 8., 2010, Londrina. **Anais...** Londrina, 2010a.

_____. Entra em cena um novo saber escolar: o erro. In: **ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPREM**, 11., 2011, Apucarana. **Anais...** Apucarana, 2011.

_____. O erro concebido como fonte de aprendizado. In: **CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CIEM**, 5., 2010, Canoas, RS. **Anais...** Canoas, 2010b.

_____. O erro matemático interpretado em revistas da área de educação matemática. In: **CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CIEM**, 6., 2013, Canoas, RS. **Anais...** Canoas, 2013b.

_____. O relatório de reflexão dos erros cometidos em prova escrita de matemática como estímulo à metacognição. In: **ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EBRAPEM**, 16., 2012, Canoas, RS. **Anais...** Canoas, 2012a.

_____. O relatório de reflexão sobre os erros cometidos em prova escrita à luz da Teoria da Atividade. In: **SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – SINECT**, 3., 2012, Ponta Grossa, PR. **Anais...** Ponta Grossa, 2012b.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Dordrecht: Kluwer, 1994.

SOUZA, S.S.S. **O Papel Construtivo do Erro no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática**. Dissertação de Mestrado em Educação pela UNESP - Marília (SP), 2002.

TANAKA, O. Y.; MELO, C. **Avaliação de programas de saúde do adolescente: um modo de fazer**. São Paulo: Edusp, 2001.

TANCREDI, R. M. S. P. et al.; Os cadernos dos alunos e a aprendizagem da matemática. **Educação Matemática em Revista**, n. 8, pp. 26-33, 2001.

TINOCO, L. Quando um professor está fazendo educação matemática. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 7, p. 68-77, 1991.

TORRE, S. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2007.

_____. Aprender de los errores en la evaluación de los alumnos. In: **CONGRESSO - LA CALIDAD COMO META. LA EVALUACIÓN COMO CAMINO**, 4., 2005, Buenos Aires. **Anais...** Buenos Aires, 2005. Disponível em: <http://www.santillana.com.ar/03/congresos/03_4pob.asp?id=32>. Acesso em: 20 nov. 2011.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2011.

_____. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. **Pensamento e linguagem.** 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

APÊNDICES

Apêndice 1 - Questionário 1

3º Ensino Médio __ Data __/__/2012

Pesquisa Educacional – Profº André

Estimados alunos, o preenchimento desta folha é OPCIONAL. Ao responder procure fazê-lo de forma refletida, ao assiná-la estará autorizando o uso das informações em pesquisa educacional.

Aluno(a) _____ Assinatura: _____

NAS QUESTÕES DE MÚLTIPLA ESCOLHA ASSINALE APENAS UMA ALTERNATIVA: A QUE MELHOR EXPRESSA SUA FORMA DE PENSAR.

1. Numere em ordem de **IMPORTÂNCIA** o que lhe vem à mente quando pensa na palavra **ERRO**:

- () Despreparo;
- () Incompetência;
- () Um ‘desvio’ do ideal;
- () Um esforço mal sucedido na tentativa de acertar;
- () Oportunidade.
- () Outro. Qual? _____

2. Como se sente quando erra? Explique.

3. De que forma (s) o meu erro pode me ajudar a aprender melhor?

- () Nenhuma
- () Me desperta para a necessidade de preparar-me melhor (estudar mais)
- () Me motiva a saber o porquê errei
- () Transformo meu erro em aprendizado
- () Outra. Qual? _____

Apêndice 2 - Questionário 2



INSTITUTO ADVENTISTA PARANAENSE

DÊ SUA OPINIÃO SOBRE O RELATÓRIO DE REFLEXÃO DOS ERROS

Ao assinar autorizo o uso em pesquisa científica.

1. Que parte foi mais difícil no preenchimento do relatório de erros?
 - () identificar o erro
 - () justificar o erro
 - () escrever a explicação de como se faz a questão
 - () refazer a questão de forma correta
 - () Outro. Qual? _____

2. Viu algo de positivo para SEU APRENDIZADO ao preencher o relatório de reflexão sobre o erro? Comente.

Apêndice 3 - Questionário 4



INSTITUTO ADVENTISTA PARANAENSE

DÊ SUA OPINIÃO SOBRE O RELATÓRIO DE REFLEXÃO DOS ERROS

Ao assinar autorizo o uso em pesquisa científica.

1. Assinale que tipo de ajuda recorreu para preencher o relatório de erros:
 - () Tirei dúvidas com o professor;
 - () Tirei dúvidas com um colega;
 - () Recorri às anotações do caderno/apostila e aprendi como se faz;
 - () Peguei outro livro e estudei;
 - () Consulte a internet;
 - () Outro: _____

2. Assinale a(s) opção(ões) que ocorreram com você na hora da prova:
 - () Errei muito em continhas básicas;
 - () Errei nos conceitos que envolviam os Números Complexos;
 - () Errei porque não entendi o que o exercício pedia;
 - () Errei coisas bobas que sei fazer;
 - () Errei porque fiquei tenso na hora da prova;
 - () Errei porque não estudei;
 - () Outro. Qual: _____

3. Comente a respeito do item da pergunta 3 que mais o atrapalhou durante a prova.

Apêndice 4 - Questionário 5



INSTITUTO ADVENTISTA PARANAENSE

DÊ SUA OPINIÃO SOBRE O RELATÓRIO DE REFLEXÃO DOS ERROS

Ao assinar autorizo o uso em pesquisa científica.

1. Ao preencher o relatório de reflexão dos erros:
 - () consegui identificar com clareza os meus erros;
 - () enxerguei a “causa” dos erros que cometi na prova;
 - () aprendi a refazer as questões corretamente;
 - () me sinto preparado(a) e confiante para fazer um exercício parecido com os que refiz no relatório de erros;
 - () Fazer o relatório não fez diferença em meu aprendizado;
 - () Preenchi o relatório somente para ter o direito de fazer a prova substitutiva.

2. Viu algo de positivo para SEU APRENDIZADO ao preencher o relatório de reflexão sobre o erro? Comente.

Apêndice 5 - Modelo do relatório de reflexão dos erros adotados até meado de 2012

INSTITUTO ADVENTISTA PARANAENSE 3º Ensino Médio Data ___/___/2012 Relatório de reflexão sobre o erro – Profº André	Tempo gasto no relatório
Aluno(a) _____ nº _____	

"Quanto mais eu treino, mais sorte eu tenho." Bernardinho – Técnico da seleção de vôlei.
Relatório de erros

Este relatório é sua oportunidade de aprender com seus erros.

Vantagens de fazê-lo:

1. Ao refletir sobre o erro podemos superá-lo, afinal os erros no ensinam mais que os acertos.
2. Bônus de 10% sobre a nota da prova.
3. Só precisa refazer as questões erradas.

Caso deseje fazê-lo precisa seguir **RIGOROSAMENTE** as orientações a seguir.

O relatório compreende três ETAPAS:

1. Identificar onde e por que errou: Identifique o lugar exato no qual a resolução se afastou do ideal.

Descreva em poucas palavras o motivo pelo qual não acertou integralmente a questão.

2. Explicar escrevendo **DE TALHADAMENTE**, COMO SE ESTIVESSE EXPLICANDO PASSO A PASSO A UM AMIGO, como se resolve a questão. Não economize palavras, explicita tudo que sabe sobre o assunto.

3. Refazer a questão corretamente de forma concisa, incluindo o enunciado.

SIGA RIGOROSAMENTE AS INSTRUÇÕES DADAS, CUMPRA TODAS AS ETAPAS.

Esta folha precisa ser devolvida preenchida. **Preencha no canto à direita o tempo que investiu para fazer o relatório.**

Assinale com um X as questões que vai refazer:

1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	5	6	7
----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	---	---

É OBRIGATÓRIA A DEVOLUÇÃO DA PROVA GRAMPEADA AO RELATÓRIO. SUCESSO!

Apêndice 6 –

Modelo do relatório de reflexão dos erros adotados para o segundo semestre de 2012

INSTITUTO ADVENTISTA PARANAENSE 3º Ensino Médio, Data ___/___/2012 Relatório de Reflexão Sobre os Erros – Prof. André Aluno(s) _____ nº _____	Tempo gasto no relatório
---	--------------------------------

"Vejo os meus erros como uma dádiva." A. G. Lafley - Ex-presidente da Procter e Gamble.

Este relatório é opcional, pode ser feito ou não.

Vantagens ao fazê-lo:

1. Ao refletir sobre o erro podemos aprender mais e superar deficiências;
2. Bônus de 10% ponto sobre a nota da prova;
3. Só precisa refazer as questões erradas.

Caso deseje fazê-lo, siga **RIGOROSAMENTE** as orientações expressas nos quadros a seguir e preencha-os.

Esta folha precisa ser devolvida preenchida. Preencha no canto à direita o tempo que investiu para fazer o relatório.

Identifique nos quadrinhos a seguir os números das questões que vai refazer:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

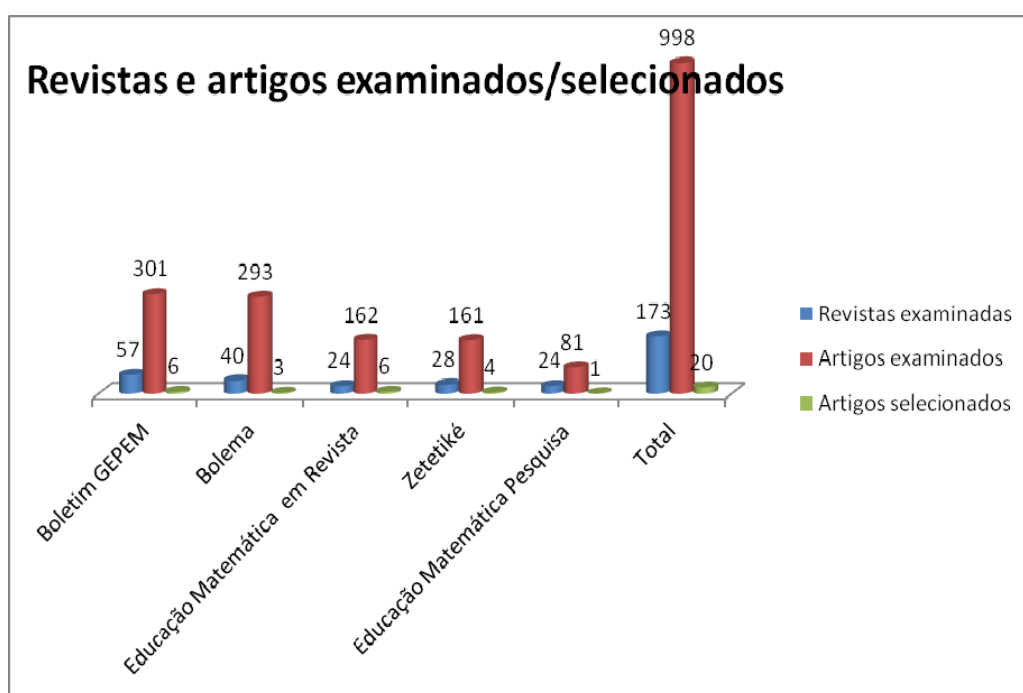
É OBRIGATÓRIA A DEVOLUÇÃO DA PROVA GRAMPEADA AO RELATÓRIO.

Número da Questão:	Enunciado da Questão:
-----------------------	-----------------------

COMO, ou O QUÊ pensei quando resolvi errado. (minha explicação para meu erro na prova)	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> Reforce seus argumentos destacando seu erro na prova. </div>
--	---

Resolução Correta:	Explicação detalhada. (imagine-se explicando passo a passo a um colega; esclareça o porquê de cada operação).
--------------------	---


Apêndice 7- Gráfico comparativo entre o número de revistas e artigos examinados e selecionados



Fonte: o autor

Apêndice 8

Prova bimestral aplicada no segundo bimestre

		Instituto Adventista Paranaense Prova Bimestral de Matemática		
Professor:		Disciplina:		
Bimestre:	Data:	Série:	Turma:	Nota:
Aluno(a):				Número:

Apresente seus cálculos na prova!

1. Sendo $z_1 = 1 + i$ e $z_2 = 3 - i$, Calcule:

a) $z_1 + z_2$

b) $|z_2 - z_1|$

c) $z_2 : z_1$

d) $z_1 - z_2$

e) z_1^2

2. Escreva o número complexo $2\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\operatorname{sen}\frac{11\pi}{6}\right)$ na forma algébrica $a + bi$.

3. Escreva na forma trigonométrica o número $i - \sqrt{3}$.

4. Determine o conjugado do número complexo $z = \frac{4 - 3i}{3 + 4i}$.

5. Dados $z = 3\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\operatorname{sen}\frac{\pi}{5}\right)$ e $w = 4\left(\cos\frac{2\pi}{5} + i\operatorname{sen}\frac{2\pi}{5}\right)$, calcule:

a) $z \cdot w$

b) $w : z$

6. Sabendo que

$i^0 = 1; i = i; i^2 = -1; i^3 = -i$, calcule :

a) i^{147}

b) $i^{2000} + i^{2002}$

c) $\frac{i^{31} - i^{110}}{i^{13}}$

7. Calcule $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^7$