



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

PEDRO HUAN MOREIRA

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE
ONDAS SÍSMICAS P-SV DE TERREMOTOS EM
TERRITÓRIO BRASILEIRO:
APLICAÇÃO AOS TERREMOTOS PROFUNDOS NO ACRE**

PEDRO HUAN MOREIRA

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE
ONDAS SÍSMICAS P-SV DE TERREMOTOS EM
TERRITÓRIO BRASILEIRO:
APLICAÇÃO AOS TERREMOTOS PROFUNDOS NO ACRE**

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do Título de MESTRE em Matemática Aplicada e Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Laerte Natti

Londrina

2024

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina**

Dados Internacionais de Catalogação -na-Publicação (CIP)

S232c	<p>Moreira, Pedro Huan. Modelagem e Simulação da Propagação de Ondas Sísmicas P-SV de Terremotos em Território Brasileiro: Aplicação aos Terremotos Profundos no Acre / Pedro Huan Moreira. – Londrina, 2024. 74 f. : il.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Paulo Laerte Natti. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional, 2024.</p> <p>Inclui Bibliografia.</p> <p>1. Computação - Matemática aplicada - Teses. 2. Criptografia - Teses. 3. Curvas elípticas - Teses. 4. Anéis de endomorfismo -Teses. 5. Corpos finitos (Álgebra) - Teses. I. Sobrenome do orientador, nome do orientador. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">519.681-7</p>
-------	---

PEDRO HUAN MOREIRA

**MODELAGEM E SIMULACAO DA PROPAGACAO DE
ONDAS SISMICAS P-SV DE TERREMOTOS EM
TERRITORIO BRASILEIRO:
APLICACAO AOS TERREMOTOS PROFUNDOS NO ACRE**

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do Título de MESTRE em Matemática Aplicada e Computacional.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo Laerte Natti
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. José Alberto Cuminato
Universidade de São Paulo – ICMC

Prof. Dr. Waldemir Lima dos Santos
Universidade Federal do Acre – UFAC

Londrina, 26 de Agosto de 2024.

AGRADECIMENTOS

À minha família, pelo amor incondicional, pelo apoio em todos os momentos da minha vida e pela constante motivação para que eu sempre busque o melhor de mim.

Ào meu orientador, Prof. Dr. Paulo Laerte Natti, pela paciência, orientação, ensinamentos e por acreditar no meu potencial. Sua dedicação e competência foram fundamentais para a conclusão desta dissertação.

Aos meus colegas e amigos de curso do PGMAC, pelo apoio, pelas discussões enriquecedoras e pela amizade durante essa jornada.

À minha instituição, Universidade Estadual de Londrina, por fornecer os recursos necessários para a realização deste trabalho e por me acolher durante todos esses anos de estudo.

Aos professores do programa de pós-graduação, pelos ensinamentos valiosos e pela contribuição na minha formação acadêmica.

Aos meus amigos e familiares, que, direta ou indiretamente, contribuíram com palavras de incentivo, apoio emocional e compreensão nos momentos mais difíceis.

Por fim, a todos que, de alguma forma, colaboraram para a realização deste trabalho, meu sincero agradecimento. Esta conquista também é de vocês.

MOREIRA, Pedro Huan. **Modelagem e Simulação da Propagação de Ondas Sísmicas P-SV de Terremotos em Território Brasileiro: Aplicação aos Terremotos Profundos no Acre.** 2024. 70. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2024.

RESUMO

Terremotos são fenômenos vibratórios de curta duração que geram ondas longitudinais e transversais. Ondas P são ondas longitudinais que vibram na direção de propagação da onda sísmica e são as primeiras a serem observadas. Ondas transversais SV vibram perpendicularmente à direção de propagação e apresentam um atraso em relação às ondas longitudinais. Na literatura existem poucos trabalhos sobre modelagem sísmica no Brasil. O Brasil está na parte centro-leste da placa sul-americana, fazendo com que o país tenha principalmente atividades sísmicas de baixa intensidade, baixa magnitude e em pequenas profundidades (10 km). Porém, na região norte do país, próximo à fronteira com o Peru, devido à proximidade com a cordilheira dos Andes, a região é sísmicamente ativa, com a ocorrência de terremotos em profundidades maiores que 600 km. Entender a natureza desses fenômenos e como ocorre a propagação das ondas sísmicas, possibilita o gerenciamento de risco sísmico, evitando danos estruturais e prejuízos econômicos e sociais. Neste contexto, modelamos matematicamente a propagação de ondas sísmicas P-SV atenuadas, através das camadas da Terra, por meio de um sistema bidimensional de equações diferenciais parciais (EDPs). Neste trabalho, o modelo foi aplicado para simular sismos que ocorrem em território brasileiro em profundidades da ordem de 600 km. O domínio definido é bidimensional vertical e considerado retangular. A fonte é modelada por uma função de pulso gaussiana. Condições de contorno são do tipo Neumann. O sistema de EDPs é discretizado pelo método das diferenças finitas (FDM) de segunda ordem. Os resultados obtidos incluem simulações da propagação de ondas sísmicas perfeitas, propagação de ondas sísmicas P-SV, propagação de ondas sísmicas P-SV com atenuação, propagação de ondas sísmicas P-SV com atenuação em múltiplas camadas geológicas e os sismogramas do último caso. Os resultados obtidos incluem imagens das simulações, sismogramas teóricos simulando o deslocamento do solo na região do epicentro e à 200km no sentido leste e oeste do epicentro, e dados que corroboram que os terremotos que acontecem no Acre, influenciam na geomorfologia da região.

Palavras-Chave: Terremotos, Sismos Profundos, Método de Diferenças Finitas, Simulações Numéricas, Sismogramas.

MOREIRA, Pedro Huan. **Modeling and Simulation of P-SV Seismic Wave Propagation from Earthquakes in Brazilian Territory: Application to Deep Earthquakes in Acre.** 2024. 70. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2024.

ABSTRACT

Earthquakes are short-lived vibratory phenomena that generate longitudinal and transverse waves. P waves are longitudinal waves that vibrate in the direction of seismic wave propagation and are the first to be observed. SV transverse waves vibrate perpendicular to the propagation direction and present a delay in relation to longitudinal waves. In the literature there are few works on seismic modeling in Brazil. Brazil is in the central-eastern part of the South American plate, causing the country to experience mainly seismic activities of low intensity, low magnitude and at shallow depths (10 km). However, in the northern region of the country, close to the border with Peru, due to its proximity to the Andes mountain range, the region is seismically active, with earthquakes occurring at depths greater than 600 km. Understanding the nature of these phenomena and how seismic waves propagate, it enable seismic risk management, avoiding structural damage and economic and social losses. In this context, we mathematically model the propagation of attenuated P-SV seismic waves, through the Earth's layers, through a two-dimensional system of partial differential equations (PDEs). In this work, the model was applied to simulate earthquakes that occur in Brazilian territory at depths of the order of 600 km. The defined domain is vertical two-dimensional and considered rectangular. The source is modeled by a gaussian pulse function. The boundary conditions used are Neumann. The PDE system is discretized by the second order finite difference method (FDM). The results obtained include simulations of the propagation of perfect seismic waves, propagation of P-SV seismic waves, propagation of P-SV seismic waves with attenuation, propagation of seismic waves with attenuation in multiple geological layers and the seismograms of the last case. The results obtained include images from the simulations, theoretical seismograms simulating the displacement of the ground in the epicenter region and 200km east and west of the epicenter, and data that corroborate that earthquakes that occur in Acre influence the geomorphology of the region.

Keywords: Earthquakes, Deep Earthquakes, Finite Difference Method, Numerical Simulations, Seismograms.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Estrutura Interna da Terra	18
2.2	Movimento entre placas tectônicas	21
2.3	Placas tectônicas no mundo	22
2.4	Risco sísmico na América do Sul	23
2.5	Sismos conhecidos de magnitude $\geq 2,8$ no Brasil	24
2.6	Eventos sísmicos recentes mais profundos no território brasileiro	25
2.7	Falha de Tarauacá - Sismos a partir de 1950	26
2.8	Intervalos de velocidades da onda P para alguns materiais e rochas mais comuns	27
3.1	Volume de controle	33
3.2	Representação do domínio retangular	38
3.3	Representação das bordas do domínio	40
4.1	Representação da malha computacional	44
4.2	Estrutura principal do algoritmo computacional	48
5.1	Simulação das EDPs de ondas perfeitas desacopladas (5.1), no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, com $v_P = v_S = 7,76Km/s, \gamma = 0Kg/m s, a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0,2s$	50
5.2	Simulação das EDPs de ondas perfeitas desacopladas (5.1), no domínio de interesse, para tempos em que as ondas atingem as bordas do domínio computacional, com $v_P = v_S = 7,76Km/s, \gamma = 0Kg/m s, a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0,2s$	51
5.3	Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas sem atenuação (5.2), no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76Km/s, v_S = 4,36Km/s, \gamma = 0Kg/m s, a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0,2s$	53
5.4	Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas sem atenuação (5.2), no domínio de interesse, para tempos em que as ondas sísmicas atingem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76Km/s, v_S = 4,36Km/s, \gamma = 0, Kg/m s, a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0,2s$	54

5.5	Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas com atenuação (5.3), no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76Km/s, v_S = 4,36Km/s, \gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.1, $a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0.2s$	56
5.6	Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas com atenuação (5.3), no domínio de interesse, para tempos em que as ondas sísmicas atingem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76Km/s, v_S = 4,36Km/s, \gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.1, $a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0,2s$	57
5.7	Simulação das EDPs (5.4) de ondas P-SV acopladas, com atenuações diferentes nas camadas geológicas, no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, $v_P(z), v_S(z), \gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.2, $a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0.2s$	59
5.8	Simulação das EDPs (5.4) de ondas P-SV acopladas, com atenuações diferentes nas camadas geológicas, no domínio de interesse, para tempos em que as ondas sísmicas atingem as bordas do domínio computacional, $v_P(z), v_S(z), \gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.2, $a = 1,0Nm^2/Kg, c = 2,0Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0.2s$	60
5.9	Sismograma teórico 300s após a liberação de energia inicial	62

LISTA DE TABELAS

2.1	Dimensões e descrições das regiões internas da Terra	19
3.1	Velocidades de ondas P e S em diferentes profundidades da Terra	39
5.1	Atenuação das ondas sísmicas por camada geológica	55
5.2	Parâmetros utilizados nas simulações de múltiplas camadas geológicas.	58
5.3	Relação entre magnitude (M_s), amplitude máxima do movimento do chao (A) a 50 km do epicentro, comprimento da ruptura (L), deslocamento médio ao longo da falha (D) e energia liberada.	62
5.4	Resultados teóricos para a magnitude dos terremotos	63

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	ASPECTOS GERAIS DOS TERREMOTOS	17
2.1	ESTRUTURA INTERNA DA TERRA	17
2.2	A TEORIA DAS PLACAS TECTÔNICAS	19
2.3	PLACA SUL-AMERICANA	22
2.3.1	TERREMOTOS NO BRASIL	23
2.3.2	TERREMOTOS E CONTEXTO SÍSMICO NO ACRE	25
2.4	TIPOS DE ONDAS SÍSMICAS	27
2.4.1	ONDAS DE CORPO	27
2.4.2	ONDAS DE SUPERFÍCIE	28
2.4.3	ESCALAS DE MAGNITUDE SÍSMICA	28
3	MODELAGEM MATEMÁTICA DE ONDAS P-SV	31
3.1	REVISÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA DE ONDAS P-SV	31
3.2	MODELAGEM DE ONDAS P-SV COM ATENUAÇÃO	33
3.3	FORMA GEOMÉTRICA DO DOMÍNIO	37
3.4	CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO	39
4	MODELO NUMÉRICO	41
4.1	APROXIMAÇÃO NUMÉRICA	41
4.2	DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE u_x	42
4.3	DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE u_z	43
4.4	DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO ESPACIAL E TEMPORAL	43
4.5	RESOLVENDO O MODELO	44
4.5.1	MODELO NUMÉRICO PARA $u_x _{i,k}^{l+1}$	45
4.5.2	MODELO NUMÉRICO PARA $u_z _{i,k}^{l+1}$	45
4.6	DISCRETIZAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO	46
4.7	ESTRUTURA DO ALGORITMO COMPUTACIONAL	47
5	RESULTADOS	49
5.1	DINÂMICA DE ONDA PERFEITA SEM ATENUAÇÃO	49
5.2	DINÂMICA DE ONDAS P-SV SEM ATENUAÇÃO	52
5.3	DINÂMICA DE ONDA P-SV COM ATENUAÇÃO	55
5.4	DINÂMICA DE ONDA P-SV COM ATENUAÇÃO EM MÚLTIPLAS CAMADAS GEOLÓGICAS	58

5.5 ANÁLISE DE RESULTADOS	62
6 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	64
REFERÊNCIAS	65

1 INTRODUÇÃO

Embora a palavra terremoto seja mais utilizada para grandes eventos destrutivos, enquanto os menores são chamados de abalos ou tremores de terra, todos são resultados do mesmo processo geológico de acúmulo lento e liberação rápida de energia, gerando movimentos vibratórios chamados ondas sísmicas (TEIXEIRA et al., 2009). A energia liberada por esses eventos se propaga em todas as direções na forma de ondas sísmicas, podendo ser absorvida completamente pelas camadas geológicas ou chegarem à superfície, manifestando-se na forma de tremores, podendo gerar danos por onde passarem. Esses eventos podem ser causados por falhas geológicas, explosões vulcânicas, deslizamentos de terra, choque entre placas tectônicas ou mesmo atividade humana, como detonação de bombas atômicas ou criação de reservatórios para hidroelétricas. Quando ocorrem eventos desses tipos no interior da Terra, são geradas vibrações sísmicas que se propagam em todas as direções em forma de ondas, e são essas ondas que causam danos e podem ser registrados por sismógrafos. Ondas sísmicas podem ser caracterizadas em três tipos: ondas P (Primárias), ondas S (Secundárias) e ondas de superfície (Terciárias). Ondas P se propagam paralelamente ao movimento das partículas, por isso são rápidas e são as primeiras a chegar na superfície. No caso das ondas S (Secundárias) as partículas movem-se na direção perpendicular à direção de propagação, gerando ondas SV (quando movimento das partículas é completamente vertical) e SH (quando movimento das partículas é completamente horizontal). Ondas de superfície (Terciárias), são geradas quando as ondas P e S chegam à superfície e interagem entre si. Quando o deslocamento dessas ondas é medido por sismogramas, podemos conhecer qual a magnitude da energia liberada e a profundidade do hipocentro. Existem várias escalas para medir a magnitude de um terremoto, sendo a mais popular a de Richter, no entanto existem escalas mais apropriadas, dependendo do objetivo da medição. No Brasil os terremotos mais comuns são de pequenas profundidades e de intensidade moderada, podendo causar perdas materiais e prejuízos econômicos. Como terremotos são desastres naturais, não existem maneiras de evitar que ocorram, no entanto, ao estudar esses eventos e entendermos de modo mais detalhado, podemos desenvolver novas tecnologias a fim de mitigar os danos causados por esse tipo de fenômeno. Para isso é necessário desenvolver estudos que permitam o desenvolvimento de estratégias de predição de risco sísmico e entendimento aprimorado na forma como as ondas se propagam. A utilização de modelos matemáticos associado ao cálculo computacional permite-nos desenvolver parte desses estudos.

A criação de modelos matemáticos para descrever terremotos depende de vários aspectos físicos envolvidos, entre eles a região de propagação das ondas, devido as diferentes propriedades físicas que um meio pode ter. Comumente os modelos são descritos por sistemas de equações diferenciais parciais, utilizando-se de propriedades físicas do meio em que se deseja estudar, como propriedades elásticas, de tensão e deformação do meio. Devido ao avanço no poder computacional, métodos numéricos têm ganhado destaque em pesquisas deste

tipo, fornecendo soluções aproximadas cada vez mais acuradas. Neste trabalho utilizamos o método das diferenças finitas (FDM) devido ao fato de ser simples e ter custo computacional relativamente baixo. Historicamente, os primeiros trabalhos no estudo de propagação de ondas sísmicas utilizaram FDM para encontrar soluções numéricas (ALTERMAN, KARAL, 1968; VIREUX, 1986). Mais recentemente, Zhang et al. (2006) utilizaram diferenças finitas não escalonados de alta ordem para descrever a propagação de ondas sísmicas. Virieux et al. (2012) usaram duas técnicas para resolver as equações de elastodinâmica, uma delas foi o método das diferenças finitas. Contreras et al. (2012), resolveram as equações de velocidade e deslocamento por FDM. Bai et al. (2013) fizeram uma comparação entre dois modelos de equações da onda e resolveu utilizando FDM de alta ordem escalonado. Zhang et al. (2013) propuseram uma forma para reduzir o custo computacional do FDM. Atualmente, devido à maior complexidade das equações da elastodinâmica, estão sendo desenvolvidos trabalhos visando a otimização do custo computacional e precisão das soluções.

Por outro lado, para a discretização do domínio é necessário gerar malhas computacionais. Diferentes formas geométricas podem ser utilizadas, dependendo da forma e do contorno da região de estudo. Para terremotos rasantes é possível utilizar malhas retangulares e à medida que se aprofundam, torna-se indicado a utilização de outras formas, como cones e trapézios em estudos bidimensionais ou troncos de cone em estudos tridimensionais. Também torna-se importante a escolha do tipo de coordenadas a serem utilizadas na descrição desses eventos sísmicos. O tipo mais comum em terremotos rasantes são as coordenadas cartesianas, e para locais mais profundos podem ser utilizadas coordenadas esféricas ou cilíndricas. Alterman e Karal (1968) utilizaram regiões semi-infinitas. Zhang et al. (2013) utilizaram uma malha descrita por coordenadas curvilíneas. Vireaux et al. (2012) utilizaram modelagem para regiões complexas e irregulares.

Quanto ao meio de propagação das ondas, ele pode ser isotrópico ou anisotrópico. Muitos dos trabalhos utilizam meios isotrópicos com camadas homogêneas, devido a facilidade em tratar os termos elásticos, mas as camadas da Terra são anisotrópicas. A equação da elastodinâmica em meios isotrópicos, deduzida a partir da segunda lei de Newton e lei de Hooke generalizada, resulta em duas constantes elásticas, os coeficientes de Lamé. Alay (2021) estudou como as constantes de Lamé influenciam na solução da equação de elastodinâmica com termo de atenuação. Quando há a transição de camadas pela onda que se propaga, efeitos como refração e reflexão são observados. Vireaux (1986) representou as camadas a partir mudanças nos parâmetros de elasticidade e de densidade. Contreras et al. (2012) analisou a transição de camadas de um sólido-fluido a partir das equações de elastodinâmica. Zhang et al. (2013) estudaram o desempenho computacional em regiões de baixa e alta velocidade.

Com relação à modelagem matemática de terremotos, existem muitas formulações dependendo do evento a ser descrito. Normalmente as condições iniciais consideram o sistema em estado de repouso. O estado de repouso é alterado quando se insere uma força que perturba o estado de quiescência, geralmente representado matematicamente por uma função

pulso como uma distribuição Delta de Dirac ou uma gaussiana que decaem com o tempo. O local onde essa força inicial é inserida é chamado hipocentro, que é o local de origem do terremoto. O local da superfície onde o terremoto atinge primeiro é chamado de epicentro. As ondas geradas avançam na direção das bordas da região (geometria) considerada, sendo que o resultado das simulações depende das condições impostas neste contorno. Alterman e Karal (1968) simularam regiões de superfície livre, forçando a tensão e o deslocamento para zero. Clayton et al. (1977, 1980) propuseram simular meios infinitos por aproximações paraxiais da equação da onda. Cerjan et al. (1985) propuseram um termo de atenuação exponencial na malha, amortecendo rapidamente as ondas antes que cheguem à borda e minimizando os efeitos de reflexões nas bordas. Bai et al. (2013) utilizaram a condição de contorno com bordas atenuantes. Chew e Liu (1996) propuseram camadas perfeitamente combinadas (*perfect matched layer* PML), a partir de uma extensão complexa da equação da elastodinâmica, de tal modo que essa camada absorve completamente as ondas devido as propriedades da solução complexa da equação. Estudos mais recentes como Vireaux et al. (2012) e Zhang et al. (2013) utilizaram as PML's como condição de contorno. Zheng e Huang (2002) propuseram PML's para meios anisotrópicos em coordenadas cartesianas e curvilíneas.

Neste contexto, nosso trabalho descreve a propagação de ondas sísmicas P e SV no território brasileiro. Para modelar a propagação das ondas P e SV, em um plano vertical, utilizamos a segunda lei de Newton e a lei de Hooke generalizada, obtendo um sistema de duas equações diferenciais parciais (EDPs) em duas dimensões espaciais e uma dimensão no tempo. Para resolver o sistema de EDPs utilizamos o método das diferenças finitas (FDM) de segunda ordem para derivadas no espaço e no tempo. O método numérico escolhido para resolver as equações do sistema linear resultante foi o método iterativo de Gauss-Seidel. Para a discretização do domínio computacional utilizamos uma geometria retangular. Para a função de impulso inicial utilizamos uma função gaussiana que decai rapidamente no tempo. Para as condições de contorno utilizamos as condições de Neumann, com camadas atenuantes no domínio, semelhantes às utilizadas por Bai et al. (2013), para minimizar reflexões artificiais e simular uma região semi-infinita. As condições de contorno também serão discretizadas pelo método das diferenças finitas.

O trabalho tem a seguinte estrutura: No capítulo 2 trata das características geológicas do planeta Terra, das características dos terremotos no Brasil e das ondas sísmicas. No capítulo 3 construímos o modelo matemático da equação da elastodinâmica, definição do domínio, condições iniciais e de contorno. No capítulo 4 construímos o modelo numérico utilizando FDM. No capítulo 5 apresentamos os resultados das simulações. No capítulo 6 apresentamos discussões sobre o tema e conclusões do trabalho.

2 ASPECTOS GERAIS DOS TERREMOTOS

Este capítulo descreve as características geológicas do planeta Terra, com ênfase à placa Sul-Americana. Os terremotos no Brasil são descritos e caracterizados, em particular àqueles que ocorrem no estado do Acre, Brasil. Por fim, descreve os tipos e propriedades das ondas sísmicas e escalas de magnitude e intensidade sísmica.

2.1 ESTRUTURA INTERNA DA TERRA

A análise de milhares de terremotos durante muitas décadas permitiu construir as chamadas curvas tempo-distância de ondas refratadas e refletidas no interior da Terra e a partir de estudos sísmicos foi possível deduzir a sua estrutura principal: crosta, manto e núcleo (TEIXEIRA et al., 2009). Devido às diferenças de pressão e temperatura que estão sujeitas, cada uma dessas camadas possui composições química e físicas distintas, bem como os diferentes tipos de material e estado físico que as compõem. Durante o processo de formação de planetas rochosos, como a Terra, a força gravitacional age de tal modo que elementos mais densos, como ferro e níquel, acabam sendo puxados para a parte mais interna do planeta, enquanto elementos menos densos acabam permanecendo em maior quantidade nas camadas externas. Então, acerca das principais camadas da Terra, resumimos como apresentado na figura (2.1).

- **Crosta:** É caracterizada por dois tipos. A crosta continental com composição média, grosso modo composta por silicatos, um material menos denso que o ferro e o níquel. A outra a crosta oceânica, mais densa, composta essencialmente de rochas basálticas. Segundo Sleeman et al. (2004), a espessura média da crosta está entre 30 Km e 40 Km de profundidade na parte continental, mas pode atingir até 50 Km nas proximidades de montanhas. No caso da região do Himalaia, a espessura pode chegar a 70 Km. Na parte oceânica, a crosta é mais fina e tem espessura estimada entre 5 Km a 10 Km e pode ser constituída por camadas sedimentares de materiais orgânicos, inorgânicos e de rochas basálticas, que são rochas de textura fina e porosa, de origem vulcânica que se formam a partir do resfriamento do magma em contato com a água do mar (TEIXEIRA et al., 2009).
- **Manto:** Tem uma profundidade estimada em até 2900 Km. Sua composição química é formada principalmente por ferro, níquel e cálcio, fazendo com que suas rochas e pedras sejam mais densas em relação àquelas da crosta. Devido à composição química diferente entre crosta e manto, ao estudarmos a propagação de ondas sísmicas entre essas regiões, identificamos mudanças nas velocidades das ondas, além de fenômenos como refrações e reflexões nas regiões de transição. A divisão entre manto e crosta é conhecida como

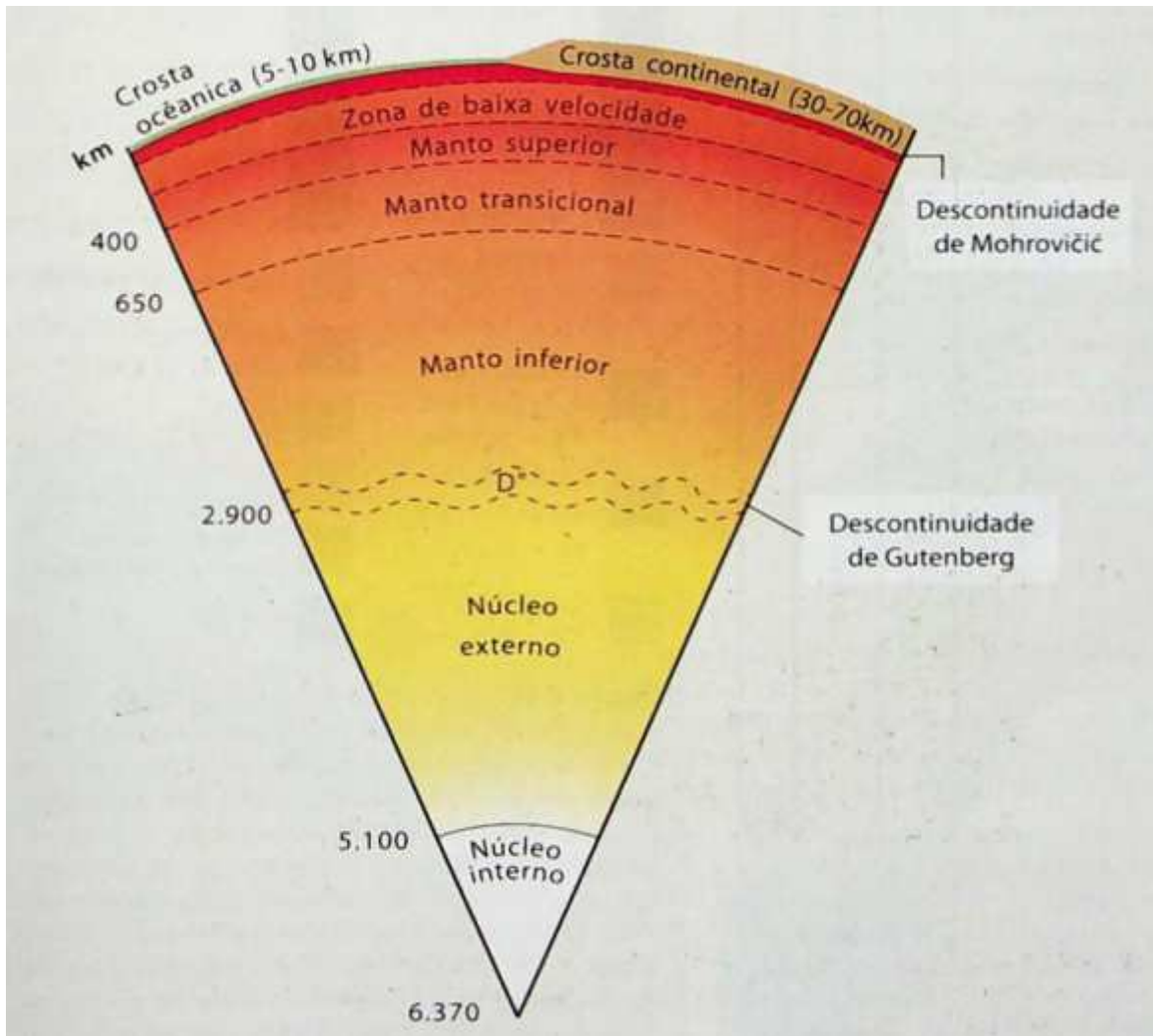


Figura 2.1: Estrutura Interna da Terra

Fonte: Teixeira et al. (2009)

descontinuidade de Mohorovicic, que marca uma súbita mudança na densidade dos materiais, e pode ser identificada por meio de estudos sísmicos. O manto também pode ser dividido em manto superior e inferior. O manto superior, apesar de ter comportamento viscoso é relativamente frio, com temperatura média de 100°C , compreendendo uma faixa entre 35 Km e 670 Km de profundidade. O manto inferior tem comportamento viscoso, devido às temperaturas mais elevadas, que variam entre 2.200°C e 3500°C , de modo que seu comportamento mecânico é mais pastoso-líquido. Sua profundidade média varia entre 670 Km e 2900 Km de profundidade (JORDAN, 1979).

- **Núcleo:** O núcleo da Terra tem aproximadamente 3.500 Km de espessura e a distância entre a superfície e o centro do planeta é de aproximadamente 6370 Km. O núcleo pode ser dividido em núcleo interno e núcleo externo. O núcleo externo é líquido e composto principalmente por ferro. Como está sempre em movimento, devido à rotação do núcleo interno e do efeito Coriolis, torna-se eletricamente carregado, sendo então responsável

pelo campo magnético da Terra. Devido a seu estado líquido, ondas S (ou ondas de cisalhamento) não propagam-se pelo núcleo externo. O núcleo interno por sua vez é sólido devido às altíssimas pressões.

Essa divisão passou a ser utilizada após uma série de artigos escritos entre 1940 e 1942 por Keith Edward Bullen, que propôs dividir a Terra em camadas baseadas na profundidade e na velocidade das ondas sísmicas. Segundo Jacobs et al. (1974), a proposta de Bullen pode ser representada pela tabela (2.1), que descreve a divisão da Terra de acordo com suas propriedades físicas.

Região		Profundidade máx. (Km)	Fração da Terra	Características
Crosta	<i>A</i>	0	0,0155	Condições bastante heterogêneas
Crosta / Manto	<i>B</i>	33	0,1667	Provavelmente homogêneo
Manto	<i>C</i>	413	0,2131	Região de transição
Manto	<i>D</i>	984	0,4428	Provavelmente homogêneo
Manto / Núcleo	<i>E</i>	2898	0,1516	Fluido homogêneo
Núcleo	<i>F</i>	4982	0,0028	Camada de transição
Núcleo	<i>G</i>	5121	0,0076	Núcleo interno
Núcleo	<i>G</i>	6371	0,0076	Núcleo interno

Tabela 2.1: Dimensões e descrições das regiões internas da Terra
Fonte: Adaptado de Jacobs et al. (1974)

A região formada pela crosta e a porção rígida da parte superior do manto é chamada litosfera. Esses dois componentes diferem entre si, tanto do ponto de vista químico como litológico. A partir de estudos sísmicos, sabemos que a astenosfera é mais plástica do que a litosfera. Nas profundidades em que se situa, o gradiente geotérmico alcança temperaturas tais que se inicia a fusão parcial das rochas, que produz uma fina película líquida em torno dos grãos minerais, suficiente para diminuir a velocidade das ondas sísmicas e tornar a astenosfera plástica (TEIXEIRA et al., 2009).

Observe que os dados aqui apresentados, em grande parte, foram obtidos devido a estudos sísmicos. Os principais eventos da sismologia são terremotos, e ocorrem pela liberação repentina de uma grande quantidade de energia, que se origina principalmente de eventos naturais, mas também pode ser liberada por sismos induzidos por atividade humana.

2.2 A TEORIA DAS PLACAS TECTÔNICAS

Segundo Press et al. (2004) e Teixeira et al. (2009), a partir de estudos sísmicos foi possível deduzir que entre a litosfera e astenosfera existe uma divisão caracterizada pela diferença de densidade e viscosidade dos materiais que compõem essas duas partes. Essa diferença de propriedades físicas e químicas faz com que a litosfera flutue acima da Astenosfera. Essa camada (litosfera) não seria única para todo o planeta, mas estaria dividida em placas,

compostas por toda a crosta terrestre e uma parte do manto. Elas são conhecidas como Placas Tectônicas.

Essa teoria é amplamente aceita na comunidade científica atual, mas para isso teve que superar muito ceticismo e se valer de muitas décadas de estudos, acumulando cada vez mais evidências. Um dos pontos iniciais deste processo de construção foi a Teoria da Deriva Continental, proposta por Alfred L. Wegener em 1912 (JACOBS et al. 1974). Wegener ficou intrigado com o fato de alguns registros de fósseis de animais e plantas idênticos, serem encontrados em continentes separados por grandes oceanos, e somado a isso ele percebeu que a América do Sul tem uma geometria em sua costa leste, que parece complementar àquela da costa oeste da África. Assim ele afirmou que em algum momento os continentes estavam todos ligados, cerca de 300 milhões de anos atrás, quando o planeta era formado por uma única massa continental chamada Pangeia. Apesar de evidências geológicas, morfológicas e paleontológicas, Wegener não foi capaz de desenvolver um mecanismo que justificasse sua teoria, contribuindo assim para que ela não fosse aceita por uma parte significativa da comunidade científica da época (TEIXEIRA et al., 2009).

Em 1929, Arthur Holmes, geólogo britânico, elaborou uma das hipóteses de Wegener. Baseado na ideia de que quando um material do manto é aquecido, sua densidade relativa diminui, criando uma tendência do material buscar ficar acima das camadas mais densas, até que em algum momento seja resfriada e volte a descer. Esse fluxo de oscilações criariam uma corrente de convecção que seria suficiente para quebrar e deslocar continentes. Contudo sua teoria teve pouca aceitação na época (HOLMES, 1929).

Em 1960, Harry Hess, apoiado nos avanços na compreensão das cordilheiras médio-oceânicas, e em estudos de anomalias geomagnéticas e das trincheiras oceânicas, concluiu que as correntes de convecção poderiam sim estar agindo. Ele sugeriu que a crosta oceânica estaria em constante formação, demonstrando a partir de estudos sísmicos que a crosta oceânica é fina, uniforme e em camadas (ALLWARDT, 1990).

Entre 1966 e 1969, a partir de novos dados obtidos por uma rede de sismógrafos padronizados mundialmente e novas tecnologias disponíveis, então foi confirmado que abaixo das bacias oceânicas existem algo como cinturões estreitos e contínuos, paralelos a arcos de ilhas e regiões montanhosas como a cordilheira dos Andes no Peru (PRESS et al., 2004). Esses cinturões, a princípio, dividiriam a Terra em seis grandes placas na camada litosférica. Assim, após um longo período, a teoria das Placas Tectônicas foi amplamente aceita, sustentada por fortes evidências e um mecanismo convincente.

Uma vez que existem correntes de convecção, as placas tornam-se não estáveis e portanto estão sujeitas a movimentos. Devido a essa movimentação as placas acabam interagindo umas com as outras. O modo mais natural de identificar essas interações é estudar como suas bordas se comportam. Segundo Carvajal (2018) é possível catalogar três principais movimentos que ocorrem entre placas tectônicas, são eles: movimento divergente, movimento convergente e transformante. A figura (2.2) ilustra esses movimentos.

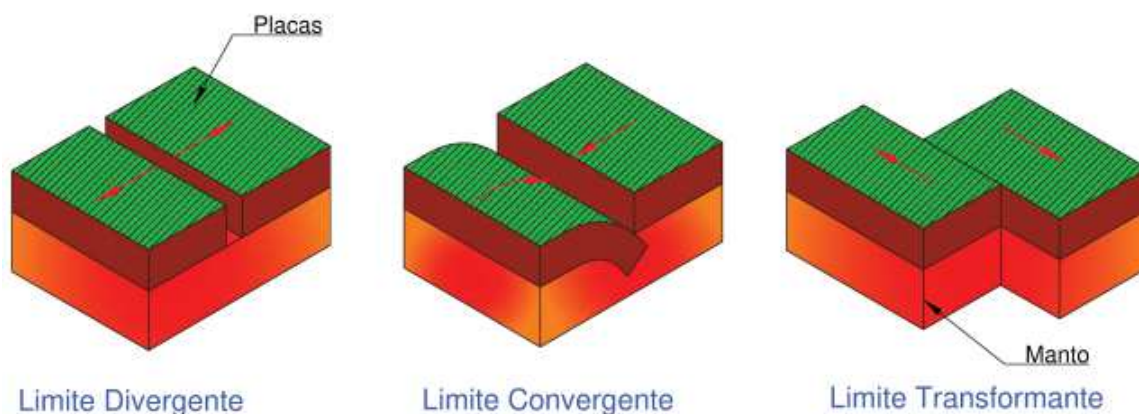


Figura 2.2: Movimento entre placas tectônicas
Fonte: Carvajal (2018)

- O **movimento divergente** geralmente ocorre na litosfera oceânica, formando a parte mais jovem da crosta oceânica.
- O **movimento convergente** pode resultar em dois eventos geológicos distintos. O primeiro é quando há uma diferença de densidade suficiente para que uma placa se sobreponha a outra, gerando cadeias de montanhas como a Cordilheira dos Andes e Himalaia. No caso de as densidades serem muito parecidas, o choque tende a ser maior e espera-se um esmagamento mútuo.
- No **movimento transformante** as placas deslizam horizontalmente uma em relação à outra, paralelamente. Neste tipo de movimento as placas sofrem tensões de cisalhamento.

Qualquer umas dessas três interações listadas podem gerar um acúmulo de energia, que naturalmente tende a ser liberado, gerando sismos que são conhecidos como terremotos. Um terremoto é o principal objeto de estudo da sismologia. Devido à grande quantidade de energia liberada, ondas sísmicas se propagam pelo interior da Terra, e quando chegam à superfície, trazem consigo informações importantes acerca dos meios em que passou, e desse modo podemos entender melhor a estrutura interna do planeta.

2.3 PLACA SUL-AMERICANA

Na figura (2.3) podemos identificar as principais placas tectônicas do planeta. A maior delas é a placa do Oceano Pacífico, e a segunda maior é a placa Norte Americana. Em termos de tamanho, a placa Sul-Americana é apenas a sexta maior, ficando atrás até mesmo da placa da Antártida.

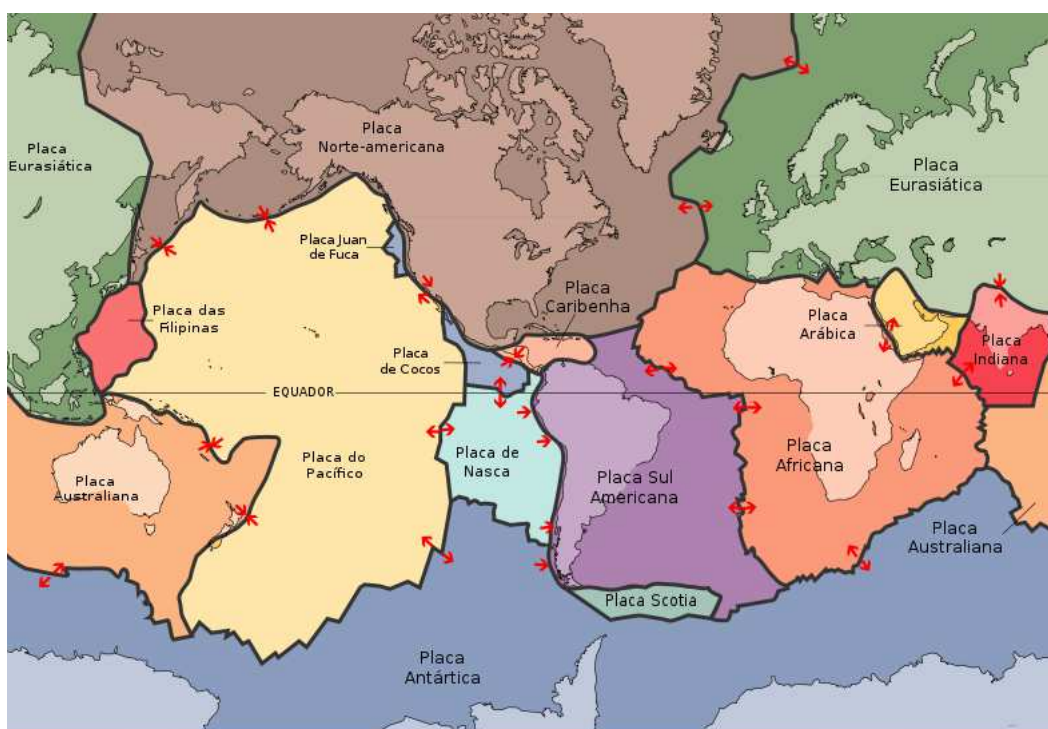


Figura 2.3: Placas tectônicas no mundo
Fonte: Adaptado de Kious et al. (1996)

Sobre a placa Sul-Americana, a interação com a placa Nazca é do tipo convergente, isto é, estão em movimento de colisão uma com a outra. O mais notável evento que caracteriza esse comportamento convergente entre as duas placas, foi entre o paleogeno e o neogeno, quando ocorreu a formação da Cordilheira dos Andes, que se estende por mais de 8.000 Km por toda América do Sul.

A placa Sul-Americana faz fronteira com seis outras placas, a placa Nazca, placa Scotia, placa do Caribe, placa Africana, placa Antártida e placa Norte Americana. Essas fronteiras tornam a região muito sensível à dinâmica das placas. Por seu tamanho, os riscos variam de acordo com a região estudada. Sobre os eventos sísmicos, os maiores riscos estão localizados ao lado oeste do continente Sul-Americano, na fronteira com a placa Nazca. A figura (2.4) ilustra o risco sísmico na América do Sul e podemos notar que quanto maior proximidade da fronteira oeste do continente, maior o risco sísmico.

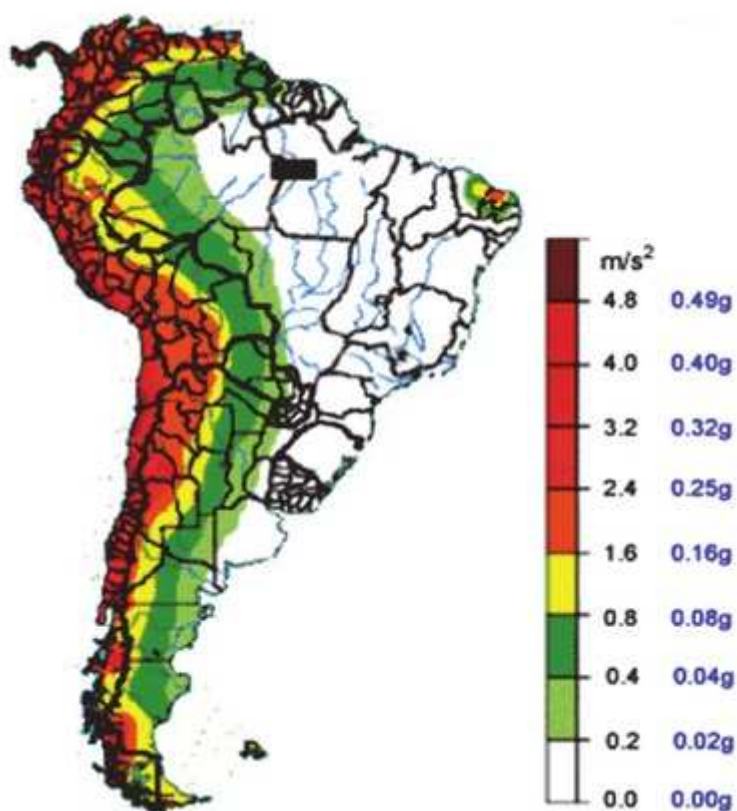


Figura 2.4: Risco sísmico na América do Sul
 Fonte: Adaptado de Brandão et al. (2018)

2.3.1 TERREMOTOS NO BRASIL

O Brasil é considerado um país de risco sísmico baixo e muito mais estável que países vizinhos como Chile, Peru, Equador, Colômbia e Venezuela. Em média, sismos de magnitude ≥ 5 ocorrem a cada cinco anos no Brasil. Ao longo do litoral do Rio Grande do Sul ao Espírito Santo, um evento de magnitude ≥ 5 ocorre a cada 20 ou 25 anos. Em contraste, na região Andina, sismos de magnitude ≥ 5 ocorrem em média duas vezes por semana, que em análise, pode dar uma idéia do quanto o Brasil é estável comparado às regiões mais ativas. Por outro lado, sismos pequenos a moderados não são tão raros no Brasil. Em 09-12-2007 no município de Itacarambi, no norte do estado de Minas Gerais, um tremor de magnitude 4,7 derrubou várias casas de construção precária e matou uma criança. A figura (2.5) mostra todos os tremores de magnitude $\geq 2,8$ já registrados no Brasil (ASSUMPCÃO, 2011). Em 2012, na cidade de Montes Claros - MG foi registrado um tremor de magnitude $4,2M_b$, apontando que a cidade está localizada sobre uma falha geológica, localizada no norte do estado de Minas Gerais. Essa cidade se destaca no Brasil como uma das cidades com maior ocorrência de terremotos.

Apesar da relativa estabilidade, existem regiões no Brasil que terremotos podem ocorrer, fortes o suficiente para gerar estragos estruturais em construções. A região no

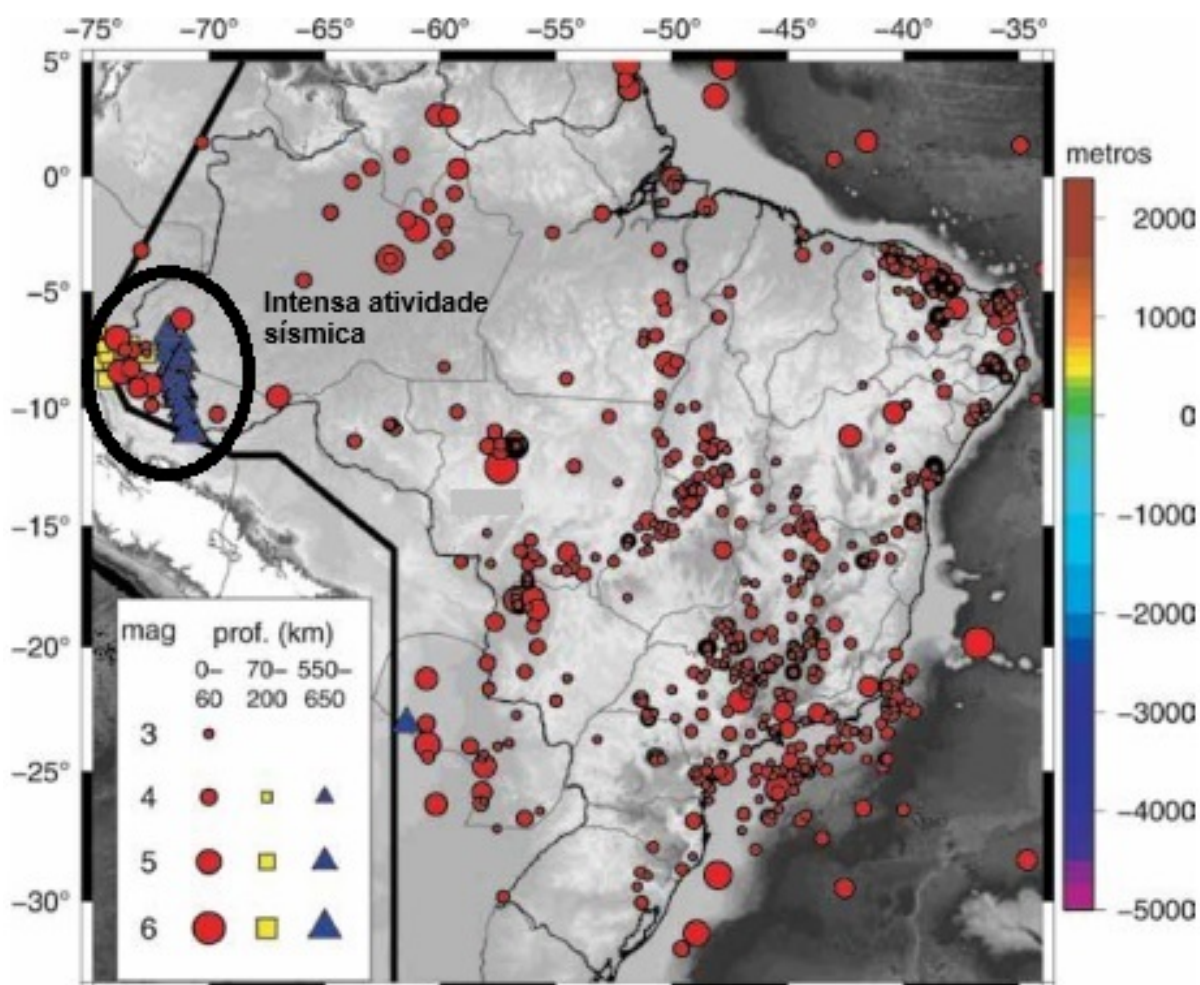


Figura 2.5: Sismos conhecidos de magnitude $\geq 2,8$ no Brasil
 Fonte: Adaptado de Assumpção (2011)

Brasil que tem maior risco sísmico é a região nordeste, devido à proximidade com a falha do Atlântico Central, e no norte/noroeste, por estar muito próximo da região dos Andes (SANTOS et al., 2010). Com exceção dessas duas regiões, terremotos no Brasil devido ao contato de placas tectônicas são relativamente raros, devido a maior parte de sua área estar distante da divisão da placa Africana, localizada a leste, também relativamente afastado da cadeia de montanhas dos Andes, localizada a oeste e, longe da placa do Caribe, localizada ao norte.

Justamente por sua posição privilegiada em relação as fronteiras da placa Sul-Americana, os estudos sísmicos no país se fazem especialmente interessantes devido a muitos terremotos serem causados por falhas geológicas na crosta da placa Sul-Americana, gerando tremores de baixa intensidade e com hipocentro com profundidades entre 10 km e 50 km, de modo que embora o Brasil seja um país de risco sísmico baixo, o país não é imune a tremores (ASSUMPÇÃO, 2011).

A maior parte dos eventos sísmicos ocorridos no Brasil foram registrados e catalogados, podendo ser encontrados nas páginas do *South and Southeast Brazil Seismographic Network - RSIS, United States Geological Survey - USGS* e no Centro de Sismologia da USP - MOHO. Podem ocorrer casos em que terremotos não são registrados, e os principais motivos para isso são os casos em que ocorrem em áreas remotas ou aqueles que são de intensidade muito pequena.

2.3.2 TERREMOTOS E CONTEXTO SÍSMICO NO ACRE

Apesar da maioria dos terremotos no Brasil acontecerem em profundidades relativamente baixas, causados por rupturas de terra em locais de falhas geológicas, também podem ocorrer eventos associados a atividade das placas tectônicas, principalmente no norte e nordeste. No estado do Acre, próximo a fronteira com o Peru, em 07-06-2022 às 21:55 horas (horário local), ocorreu um terremoto de magnitude 6,5 Mb, a uma profundidade de aproximadamente 615 Km e ficou registrado como o segundo maior terremoto em magnitude. Mais recentemente, ocorreu o terremoto de maior magnitude já registrado no Brasil, em 20-01-2024 às 18:31 horas (horário local), no estado do Acre com magnitude 6,6 Mb. A tabela (2.6) apresenta os principais eventos sísmicos ocorridos no Brasil, a partir de 2015, com profundidade maior que 600 km.

DATA	HORA	PROFUNDIDADE	MAGNITUDE	ESCALA	REGIÃO
2015-03-28	18:48:14	610,6 Km	4,4	mB	Jordão/AC
2015-05-11	05:21:43	616,1 Km	4,0	mB	Jordão/AC
2015-10-28	15:10:55	602,8 Km	4,5	mB	Santa Rosa do Purus/AC
2015-11-24	23:05:00	615,0 Km	4,1	mB	Jordão/AC
2015-11-24	21:55:20	617,0 Km	4,2	mB	Acre - Fronteira com Peru
2015-11-25	16:47:55	660,0 Km	4,7	mB	Acre - Fronteira com Peru
2015-11-25	07:26:22	651,3 Km	4,9	mB	Tarauacá/AC
2015-11-26	22:52:54	627,0 Km	5,1	mB	Acre - Fronteira com Peru
2015-11-26	04:01:23	605,9 Km	4,8	mB	Acre - Fronteira com Peru
2015-11-26	03:45:18	604,9 Km	6,2	mB	Jordão/AC
2015-11-29	08:41:31	647,4 Km	4,1	mB	Acre - Fronteira com Peru
2016-01-03	09:08:34	631,0 Km	4,7	mB	Acre - Fronteira com Peru
2016-08-30	06:34:28	631,2 Km	3,9	mB	Ipixuna/AM
2016-08-31	05:42:18	616,7 Km	3,7	mB	Acre - Fronteira com Peru
2016-12-18	11:30:11	640,0 Km	6,2	mB	Acre - Fronteira com Peru
2018-08-26	16:58:25	635,9 Km	4,6	mB	Acre - Fronteira com Peru
2021-10-12	01:34:34	603,0 Km	4,3	mB	Acre - Fronteira com Peru
2022-06-07	22:53:28	611,7 Km	5,1	mB	Acre - Fronteira com Peru
2022-06-07	21:55:45	615,0 Km	6,5	mB	Acre - Fronteira com Peru
2022-07-24	05:17:08	613,0 Km	4,4	mB	AM/AC
2022-11-11	09:34:46	643,0 Km	5,0	mB	Reg. de Tarauacá/AC
2023-01-17	06:59:25	639,0 Km	4,4	mB	Reg. de Tarauacá/AC
2024-01-20	18:31:07	638,1 Km	6,6	mB	Acre - Fronteira com Peru
2024-01-28	06:38:59	651,7 Km	6,2	mB	Acre - Fronteira com Peru

Figura 2.6: Eventos sísmicos recentes mais profundos no território brasileiro

Fonte: Adaptado de Centro de Sismologia USP (2024)

Como podemos verificar na tabela (2.6), uma das regiões com maior atividade sísmica registrada é a região próxima aos municípios de Tarauacá e Jordão, localizados na região

noroeste do estado do Acre. A composição sedimentológica local é principalmente silte, argila e areia. O clima da região é do tipo equatorial e com quantidade consideravelmente alta de pluviosidade, tornando o solo caracteristicamente úmido e argiloso-arenoso (SANTOS et al., 2019).

Ainda são incipientes as pesquisas tectônicas na região, e por isso não estão bem estabelecidas velocidades locais das ondas sísmicas na crosta oeste do estado. A velocidade das ondas sísmicas podem variar, dependendo da composição mineralógica, granulometria, teor de umidade e pressão de confinamento dos materiais sedimentares. Neste trabalho utilizamos a velocidade das ondas P em caráter geral pelo tipo de material e assim considerar $v_P = 1,75$ km/s em solo argiloso.

Segundo Santos et al. (2019), a frequência de terremotos no estado do Acre tem se intensificado nas últimas décadas, em especial a partir de 2010, sendo registrados 21 terremotos entre 2013 e 2016. Concluíram em seus estudos sísmicos que o estado do Acre é dividido em duas placas contidas na placa Sul-Americana, através de uma grande falha geológica denominada de "Falha de Tarauacá", estando disposta no sentido Norte-Sul, caracterizando uma região de atividade sísmica, cujo limite está no município de Tarauacá/Ac.

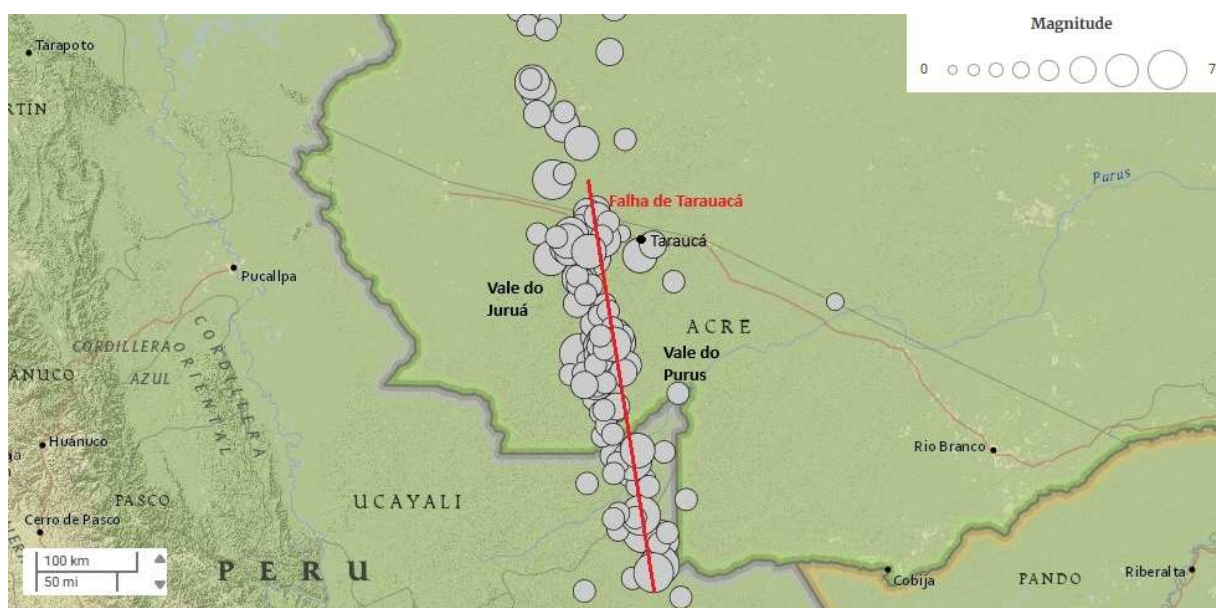


Figura 2.7: Falha de Tarauacá - Sismos a partir de 1950

Fonte: Adaptado de Santos et al. (2019)

Apesar da relativa frequência de terremotos na região de Tarauacá, os danos causados por esses sismos são poucos ou nenhum, devido aos terremotos de grande magnitude com maior potencial destrutivo, como o que ocorreu em 20-01-2024, ocorrerem em grandes profundidades e sendo fortemente atenuados pelas camadas geológicas. Apesar disso, o risco sísmico nessa região não é desprezível e há a necessidade de mais estudos visando a melhor compreensão desses eventos.

2.4 TIPOS DE ONDAS SÍSMICAS

Quando ocorre uma ruptura no interior da Terra, enormes quantidades de energia são liberadas, e então são geradas vibrações sísmicas que se propagam em todas as direções em forma de onda mecânicas no solo. As ondas sísmicas manifestam-se de dois principais modos, ondas de corpo e ondas de superfície (TEIXEIRA et al., 2009).

2.4.1 ONDAS DE CORPO

As ondas primárias (P) correspondem a deformações de dilatação/compressão no solo, sendo análogas as ondas sonoras que se transmitem no ar, sendo rápidas e as primeiras ondas a chegarem no sismógrafo (PRESS et al., 2004). O movimento das partículas ocorre de modo paralelo à direção da propagação da onda, causando sucessivas compressões e dilatações que moldam o movimento das partículas por onde passa.

As ondas secundárias (SV e SH), também chamadas ondas de cisalhamento, são mais lentas e por isso demoram mais para chegar ao sismógrafo. Apesar de sua velocidade ser menor, seu poder destrutivo é maior, pois as partículas movem-se perpendicularmente à direção de propagação da onda. Na direção horizontal temos as ondas SH e na direção vertical temos as ondas SV.

As velocidades de propagação das ondas P e S dependem essencialmente do meio em que elas se propagam, sendo essa a principal propriedade que permite sismólogos estudarem as estruturas e composições do solo em grandes profundidades. Teixeira et al. (2009) ilustra a velocidade aproximada das ondas P em determinados materiais, conforme ilustrado na figura (2.8).

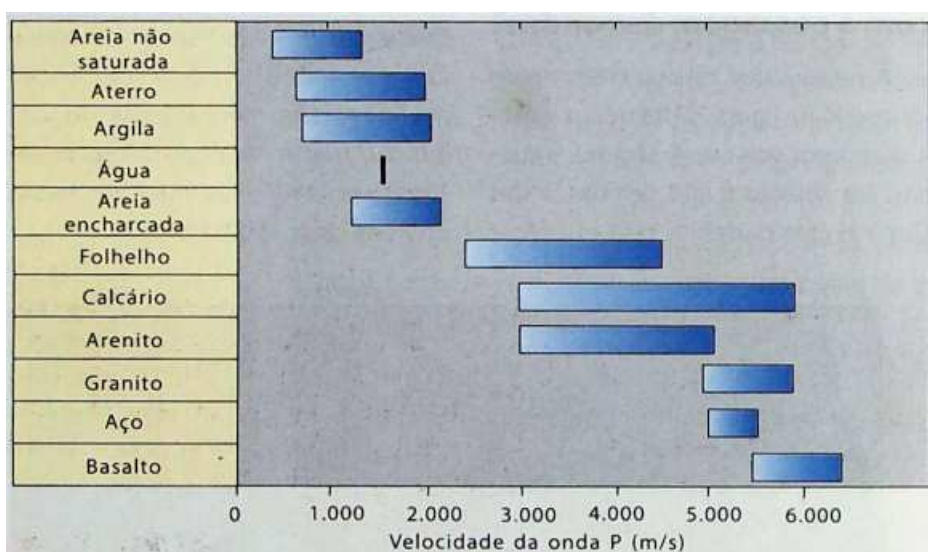


Figura 2.8: Intervalos de velocidades da onda P para alguns materiais e rochas mais comuns
Fonte: Teixeira et al. (2009)

2.4.2 ONDAS DE SUPERFÍCIE

As ondas de superfície são as mais destrutivas, pois são elas que tem o maior potencial de abalar estruturas e gerar estragos. As ondas de superfície ocorrem somente quando as ondas P e S chegam e interferem entre si, gerando as ondas Rayleigh e Love. Assim, como nas ondas de corpo, as ondas de superfície são divididas em dois principais tipos, ondas Rayleigh e ondas Love.

As ondas Rayleigh (LR) são combinações de vibrações P e SV, contidas no plano vertical, as quais deslocam as partículas da superfície em trajetórias elípticas em movimentos retrógrados com relação a direção de propagação da onda. O eixo de maior amplitude é na direção perpendicular à propagação da onda, isto é, na direção vertical.

As ondas Love (LQ) correspondem a superposição de ondas S com vibrações horizontais (SH), caracterizando-as como ondas do tipo SH na superfície, onde o movimento das partículas é horizontal e normal a direção de propagação da onda (TEIXEIRA et al., 2009).

2.4.3 ESCALAS DE MAGNITUDE SÍSMICA

Nos anos de 1930, Charles F. Richter e Beno Gutenberg estudavam sismos no sul do Estado da Califórnia, no *California Institute of Technology* (Caltech), utilizando um sismógrafo específico chamado de sismógrafo de torção de Wood-Anderson. Em 1935, para comparar as magnitudes relativas dos terremotos, Richter formulou uma escala de magnitude sísmica baseada na amplitude dos registros das estações sismológicas, uma escala logarítmica de base 10 para medir a magnitude dos sismos registrados (TEIXEIRA et al., 2009). A escala proposta inicialmente, não tinha limites inferiores ou superiores, e para evitar valores negativos, Richter e Gutenberg propuseram que o zero da escala seria um registro no sismógrafo de Wood-Anderson com deslocamento horizontal de $1 \mu m$, quando ele estivesse localizado a 100 Km de distância do epicentro (AKI et al. 2009). A escala era baseada em medições de ondas de superfície (Rayleigh) para terremotos rasos, que posteriormente, foi revisada por Vanek et al. (1962) que propôs a fórmula

$$M_s = \log(A/T) + 1,66 \log(\Delta) + 3,3, \quad (2.1)$$

onde A é amplitude da onda Rayleigh em μm registrada a distâncias entre 20° e 100° do epicentro, T é o período entre a onda P e S e Δ é a distância do epicentro em graus. Posteriormente a fórmula foi adotada oficialmente pela IASPEI (*International Association for Seismology and Physics of the Earths Interior*) (Aki et al. 2009).

Apesar da escala de magnitude proposta por Richter servir para seus objetivos, à medida que novas a tecnologias surgiram e os sismógrafos de medição foram evoluindo, pesquisas em outros contextos foram realizadas, e daí surgiu a necessidade de novas escalas sísmicas. Atualmente as principais escalas são Mb (*body wave magnitude*) e mW (*magnitude*

of moment). A escala de magnitude sísmica M_b é baseada na medição de ondas de corpo, e é definida como

$$M_b = \log(A/T) + B \quad (2.2)$$

onde A é a amplitude da onda primária P em μm , T é o período entre a onda P e a onda S em segundos (s) e B é uma função de distância do epicentro determinada empiricamente por Gutenberg et al. (1956), que depois foi revisada por Vanek et al. (1962) (AKI et al., 2009). Gutenberg et al. (1956) propuseram uma relação empírica entre as escalas M_b e M_s pela fórmula

$$M_s - M_b = 0.4(M_s - 7) \implies M_s = \frac{M_b - 2,8}{0,6}. \quad (2.3)$$

Mesmo com o desenvolvimento de novas escalas de magnitude, muitas das dificuldades da escala de Richter ainda persistiam. Um exemplo é o tipo de sismógrafo para o qual a escala foi desenvolvida, e outro é a falta de significado físico da medida. Esses fatores influenciaram o desenvolvimento de uma nova escala. Hanks e Kanamori (1979) propuseram a M_w (*magnitude of moment*), onde W representa o trabalho realizado. Em particular, para terremotos mais intensos, essa escala fornece estimativas mais confiáveis. Um fator importante no desenvolvimento da escala M_w é que para terremotos com magnitude $M_s < 8$, os valores assumidos por M_w são muito próximos a M_s (*surface wave magnitude*). A magnitude definida por Hanks e Karamori (1979) é dada por

$$M_w = \frac{2}{3} \log_{10}(\mu SD) - 10.7 \quad (2.4)$$

onde μ é o coeficiente de rigidez ou módulo de cisalhamento das rochas em um terremoto, S é a área de ruptura ao longo da falha geológica do terremoto e D o deslocamento médio de S .

Apesar de as escalas de magnitude medirem, de modo geral, qual o tamanho de um terremoto, a magnitude não descreve o poder de destruição de um terremoto. Um terremoto de grande magnitude em uma área remota, pode não causar perdas humanas ou econômicas, enquanto um terremoto de magnitude menor, mas imediatamente sob uma cidade, poderá causar sérios danos (PRESS et al., 2004). Com efeito, terremotos também podem ser classificados em escala de intensidade sísmica que não estão associadas a medição direta das ondas sísmicas, mas pelos efeitos que as ondas sísmicas provocam em determinado lugar. Não são mensuradas com instrumentos, mas, indiretamente por meio de como as pessoas sentem e descrevem os efeitos de um terremoto em construções e objetos da natureza (TEIXEIRA et al., 2009)

As escalas desse tipo mais utilizadas são as escalas de Mercalli Modificada e *Peak Ground Acceleration*.

- A escala de Mercalli, ou escala de Mercalli modificada, é uma escala qualitativa para determinar a intensidade de um terremoto a partir de seus efeitos sobre as pessoas e sobre as estruturas construídas ou naturais. Antes de Richter inventar sua escala de magnitude,

os sismólogos e engenheiros desenvolveram métodos para estimar a intensidade do tremor de sismo diretamente a partir de seus efeitos destrutivos. A escala de Mercalli atribui um valor dado em numeral romano de I a XII, à intensidade do tremor em determinado local. A intensidade I é atribuída quando o tremor não é sentido ou é sentido por pessoas em condições especialmente favoráveis, enquanto à intensidade XII descreve destruição total de estruturas, linhas de prumo distorcidas e objetos arremessados do chão para o ar (PRESS et al., 2004)

- A *Peak Ground Scale* é uma escala que mede a aceleração máxima do solo durante um tremor de terra. É principalmente utilizada nas áreas de engenharias, sendo também muito comum estar associada a normas regionais de construção. Na figura (2.4) as escalas de risco sísmico estão nesta medida.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA DE ONDAS P-SV

Nesse capítulo desenvolvemos a modelagem matemática da propagação de ondas sísmicas P-SV. Na primeira seção apresentamos o desenvolvimento histórico dos trabalhos nas últimas décadas que modelaram a propagação de ondas P-SV e como evoluíram com o passar do tempo. Na segunda seção utilizamos os conceitos apresentados na primeira seção, juntamente com ferramentas físicas e matemáticas, como a segunda lei de Newton e a relação entre tensão e deformação descrita pela lei de Hooke generalizada para meios isotrópicos, obtendo um sistema de EDPs que descreve a propagação de ondas P-SV para meios contínuos. Na terceira seção definimos o domínio como sendo uma região retangular. Na quarta seção falamos das condições de contorno e condições iniciais.

3.1 REVISÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA DE ONDAS P-SV

A modelagem de ondas sísmicas pode surgir de diferentes hipóteses e formulações matemáticas. Apesar de hipóteses diferentes, existem elementos comuns que aparecem na criação de modelos de ondas sísmicas. É necessário considerar o meio em que as ondas se propagam, e podem ser isotrópicos ou anisotrópicos, sendo o último caso o mais difícil de modelar, mas que é o mais adequado para situações reais. As equações devem ser definidas em domínios limitados, apesar de possuírem soluções em domínios infinitos. O domínio deve ser discretizado para que possamos encontrar soluções numéricas. Devido a limitação do domínio, condições de contorno adequadas devem ser utilizadas para reduzir as reflexões que podem ocorrer nas bordas. Falhas e descontinuidades geológicas podem ser consideradas como diferentes regiões do domínio, que apresentam diferentes propriedades físicas. O hipocentro também é conhecido como fonte ou local de origem do terremoto. Ondas sísmicas se propagam com diferentes velocidades de acordo com o meio que se deslocam. Devido a isso, quando há mudanças entre as camadas geológicas, é comum observarmos refrações e reflexões de ondas na região de transição. Todos esses fenômenos e características das regiões onde ocorre o terremoto, são tratados por meio de diferentes modelagens matemáticas, que têm por objetivo descrever a propagação das ondas sísmicas.

Um dos primeiros modelos para explicar a propagação de ondas sísmicas foi proposto por Pekeris et al. (1965), que descreveram a propagação de ondas de compressão em meios elásticos. O trabalho foi modelado em meios isotrópicos e suas soluções foram descritas a partir de diferentes valores nos parâmetros de Lamé e velocidades das ondas. Alterman e Karal (1968) utilizaram o método das diferenças finitas para resolver as equações do modelo de Pekeris. Eles utilizaram um ponto como fonte e utilizaram condições de superfície livre. Alterman e Karal (1970) estudaram funções de pulso na fonte para modelar os efeitos que diferentes parâmetros geram nos resultados. Vireaux (1986) propôs uma abordagem matemática a partir

de velocidades e tensões para modelar ondas P-SV, onde as diferentes camadas foram representadas por mudanças nos parâmetros de densidade e de elasticidade. Ele utilizou uma função gaussiana para representar a fonte. Cerjan et al. (1985) propuseram atenuação exponencial da solução na região próxima as bordas para minimizar reflexões.

Posteriormente outros modelos matemáticos foram propostos para descrever o comportamento de ondas sísmicas, melhorando a precisão dos resultados obtidos. Hustedt et al. (2004) utilizaram malhas mistas e métodos de diferenças finitas em malhas escalonadas. Zhang et al. (2006) propuseram um método de tração de imagem para superfícies livres irregulares em coordenadas curvilíneas. A equação de ondas acústicas foi utilizada por Fernandes et al. (2009) para modelar ondas sísmicas na bacia Amazônica. Em Fernandes et al. (2009), O método das diferenças finitas foi utilizado para obter campos de ondas P e S, com interfaces irregulares, obtendo reflexões e difrações nas regiões de transição entre as camadas.

As pesquisas avançaram no desenvolvimento de novos algoritmos e métodos matemáticos para reduzir o tempo de convergência das soluções numéricas. Silva et al. (2009) propuseram algoritmos que traziam soluções no domínio temporal, utilizando técnicas de diferenças finitas. Eles utilizaram uma malha intercalada para garantir estabilidade na solução e obter melhor eficiência. Para modelar ondas sísmicas em largas escalas, Vireaux et al. (2012) resolveram as equações da elastodinâmica através do método das diferenças finitas e método dos elementos finitos, ambos em domínios de frequência e no tempo. Eles utilizaram condições de superfície livre e *perfectly matched layers* (PML) para simular domínio semi-infinito. Esse método PML é eficiente para simular meios semi-infinito, e utiliza a extensão complexa da equação da onda para atenuar as soluções e absorver exponencialmente as ondas na região de borda. Para estudar comportamento de ondas sísmicas em três dimensões, Contreras et al. (2012) utilizaram as equações da elastodinâmica em um meio sólido-fluido. O método das diferenças finitas foi utilizado para resolver equações de velocidade-tensão e velocidade-deslocamento.

Nos anos seguintes as técnicas numéricas melhoraram com a introdução de malhas adaptativas para bordas e domínios mais complexos, otimizando o tempo de cálculo e obtendo soluções de modo mais eficiente. Bai et al. (2013) fizeram simulações das ondas P e S utilizando o método das diferenças finitas em malhas escalonadas com aproximações de primeira e segunda ordem. Para reduzir o número de cálculos realizados em malhas uniformes, Zhang et al. (2013) implementaram malhas descontínuas para a simulação de ondas sísmicas. Eles obtiveram simulações de terremotos em larga escala, considerando a topografia da região. Para topografias com superfícies livres irregulares, Lisita et al. (2016) desenvolveram um algoritmo híbrido para simular ondas sísmicas a partir da combinação do método de diferenças finitas e do método de descontinuidade de Garlekin. Takenada et al. (2017) resolveram equações tridimensionais semi global, utilizando atenuação inelástica em coordenadas polares esféricas. Alay (2021) estudou os efeitos dos parâmetros de elasticidade e atenuação, a partir do método de diferenças finitas de segunda ordem, nas equações da elastodinâmica bidimensional.

No contexto deste trabalho, estamos interessados na modelagem de propa-

gação de ondas sísmicas em território brasileiro. Em especial, temos interesse nos eventos sísmicos que tem ocorrido na região norte do país, no estado do Acre, próximo a cidade de Tarauacá, com profundidades maiores que 600 Km e magnitudes acima de 5.0 Mb, chegando a 6,6 Mb. Para simularmos esses terremotos, modelamos matematicamente um sistema bidimensional de equações da elastodinâmica, a partir da segunda lei de Newton e da lei de Hooke generalizada, para meios isotrópicos em coordenadas cartesianas. Condições de contorno tipo Neumann e soluções atenuadas polinomialmente próximas às bordas serão utilizadas. A fonte será simulada a partir de uma função gaussiana com decaimento no tempo.

3.2 MODELAGEM DE ONDAS P-SV COM ATENUAÇÃO

Considere um referencial Galileano, de modo que possamos utilizar a conservação de momento linear e angular. Muito do estudo da mecânica dos sólidos e fluidos pode ser tratada fundamentalmente pela relação entre tensão e deformação. Ao considerarmos que uma onda sísmica passa por um meio, essa onda interage com o material por meio de forças, que por sua vez vão gerar tensões e deformações neste material. Para modelar matematicamente a interação de ondas sísmicas em um meio sólido, vamos considerar um volume de controle e deduzir como essas forças interagem considerando as leis de Newton e Hooke.

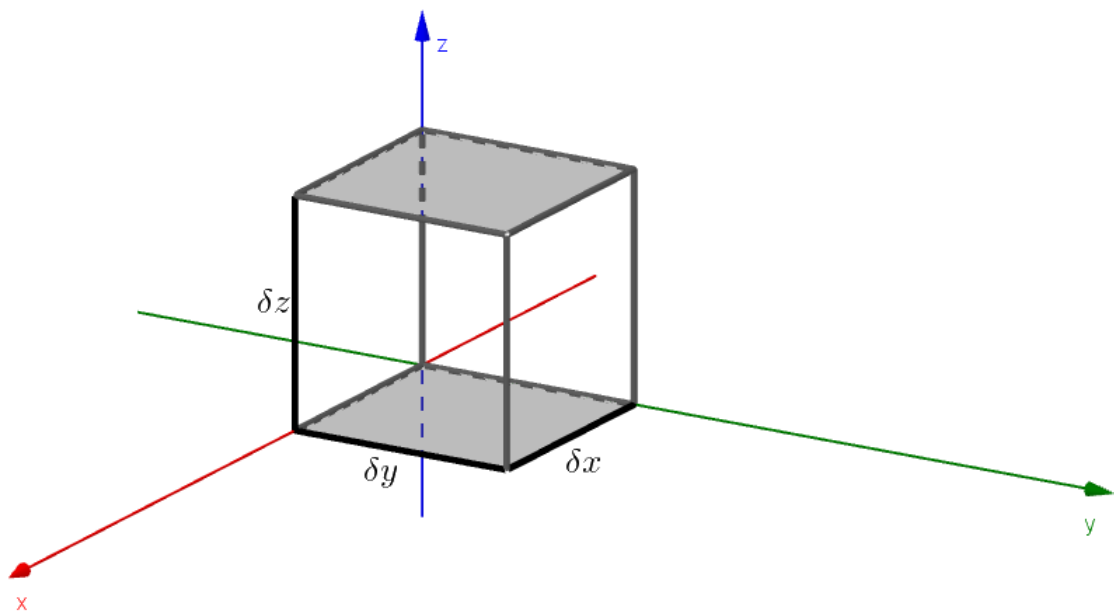


Figura 3.1: Volume de controle
Fonte: Autor

Tome uma superfície qualquer de um volume de controle e considere as forças que agem sobre ela. Podemos decompor a força resultante de tensão e deformação que age nessa superfície em três componentes espaciais e denotar cada uma dessas componentes por τ_{ij} onde, i representa a direção em que a superfície é normal e j representa a direção em que a força está agindo. Estamos interessados na forma como essas forças variam em cada uma das

direções e em cada uma das superfícies, pois essas variações combinadas é que causam tensão e deformação no volume de controle. Considere as variações de força em uma superfície normal a direção i :

$$F_i = \left(\frac{\partial \tau_{ix}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{iy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{iz}}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z, \quad (3.1)$$

onde F_i descreve as variações nas forças de tensão e deformação no volume de controle na superfície normal a direção i .

Temos interesse em considerar também um parâmetro de atenuação que age no volume de controle, fazendo com que a onda sísmica perca energia conforme avança. Esse parâmetro é importante para garantir que haverá perda de energia da onda conforme ela interage com o meio e é proporcional a seu deslocamento. Assim podemos escrever um termo de atenuação como uma derivada do deslocamento proporcional a um coeficiente de atenuação γ , ou seja

$$f_i = -\gamma \frac{\partial u_i}{\partial t} \delta x \delta y \delta z. \quad (3.2)$$

Como estamos em um referencial Galileano, podemos utilizar a segunda lei de Newton, de modo que a mudança no momento de um corpo é proporcional à soma das forças que agem sobre ele. Então considerando o deslocamento u_i de uma superfície que é normal a direção i , podemos obter a aceleração por meio da derivada segunda do deslocamento

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{ix}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{iy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{iz}}{\partial z} - \gamma_i \frac{\partial u_i}{\partial t}, \quad (3.3)$$

onde ρ é a densidade, definida usualmente como

$$\rho = \frac{m}{\delta x \delta y \delta z}. \quad (3.4)$$

Para o caso particular de meios isotrópicos, a lei de Hooke fica mais simples e nos permite descrever as tensões de deformações ij com apenas dois coeficientes, os coeficientes de Lamé λ e μ . O coeficiente μ é conhecido como coeficiente de rigidez, pois caracteriza o modo de cisalhamento mecânico do material (VIREAUX et al., 2012). A expressão matemática é dada por

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial i} + \frac{\partial u_i}{\partial j} \right), \quad (3.5)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker. Essa relação entre tensão e deformação é comumente utilizada no estudo de ondas sísmicas em meios isotrópicos, como em Vireaux et al. (2012) e Alay (2021).

Com isso definimos as principais ferramentas matemáticas para a modelagem do problema. Por um lado, a lei de Newton (3.3) que descreve as forças agindo sobre o volume, e

por outro lado, a relação entre as forças de tensão e deformação expressa pela lei de Hooke (3.5). Neste trabalho vamos considerar apenas as forças agindo nas direções x e z para a simulação da propagação de ondas P-SV. Portanto, vamos considerar todos os termos associados a direção y como sendo nulos. Portanto o modelo descrito pela segunda lei de Newton se resume as equações abaixo

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \gamma \frac{\partial u_x}{\partial t} \quad (3.6)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \gamma \frac{\partial u_z}{\partial t}. \quad (3.7)$$

Podemos representar os tensores de tensão e deformação em uma matriz 3x3, com os elementos associados a direção y nulos

$$T = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & \tau_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

De acordo com a equação (3.5), cada um dos tensores pode ser expresso da seguinte forma quando $i = j$

$$\tau_{xx} = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \implies \tau_{xx} = \left(\lambda + 2\mu \right) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (3.9)$$

$$\tau_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \implies \tau_{zz} = \left(\lambda + 2\mu \right) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (3.10)$$

e quando $i \neq j$

$$\tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \quad (3.11)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right). \quad (3.12)$$

Note que $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ é uma consequência da conservação de momento angular, tornando o tensor simétrico. Basta substituir os tensores acima nas equações (3.6) e (3.7) para obtermos um sistema de equações diferenciais que depende apenas dos deslocamentos de u_x e u_z

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\lambda + 2\mu \right) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] - \gamma \frac{\partial u_x}{\partial t} \quad (3.13)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\lambda + 2\mu \right) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] - \gamma \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

e reagrupando os termos

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial u_x}{\partial t} \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \lambda \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} - \gamma \frac{\partial u_z}{\partial t}.\end{aligned}\quad (3.14)$$

Do fato de que

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial z \partial x}, \quad (3.15)$$

obtemos finalmente que

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial u_x}{\partial t} \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial u_z}{\partial t}.\end{aligned}\quad (3.16)$$

Esse é o sistema de equações da elastodinâmica nas direções x e z é frequentemente utilizado para simulação de ondas sísmicas. Vireaux(1986), Levander(1988), Vireaux et al. (2012), Alay (2021) e outros, utilizaram o mesmo modelo para desenvolver seus trabalhos em estudos de ondas sísmicas. Os parâmetros de Lamé influenciam no comportamento das ondas e em alguns casos pode ser objeto de estudo, como em Alay (2021). Devido a dados experimentais disponíveis é possível comparar como os parâmetros de Lamé se comportam com relação aos dados observados. Neste trabalho temos como principal objeto de estudo terremotos que aconteceram no estado do Acre, no Brasil, a mais de 600 km de profundidade. Vireaux et al. (2012) e Jacobs et al.(1974) mostram que a velocidade das ondas P e S podem ser funções dos parâmetros de Lamé e da densidade, como abaixo

$$v_P^2 = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \quad (3.17)$$

$$v_S^2 = \frac{\mu}{\rho}. \quad (3.18)$$

Reescrevendo (3.16) como

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial u_x}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial u_z}{\partial t},\end{aligned}\quad (3.19)$$

reagrupando e utilizando as equações (3.17) e (3.18), obtemos nosso modelo expresso em ter-

mos das velocidades das ondas P e S

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial u_x}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial u_z}{\partial t}.\end{aligned}\tag{3.20}$$

3.3 FORMA GEOMÉTRICA DO DOMÍNIO

Comumente, os terremotos que ocorrem no Brasil são de profundidades menores, com profundidade de até 50 Km, mas apesar disso, os terremotos que estudaremos, aconteceram a profundidades da ordem de 600 Km. Daí surgem duas questões a respeito do domínio em que procuramos a solução. A primeira diz respeito a qual formato geométrico devemos considerar na solução. A segunda é quais e quantas camadas geológicas serão consideradas.

Naturalmente o formato geométrico mais simples de se trabalhar é o retangular, devido as suas bordas serem paralelas, descartando assim a necessidade de coordenadas generalizadas ou polares. Iremos argumentar nessa seção que a região retangular, apesar de não ser a mais indicada para profundidades de 600 km, ainda é suficientemente adequada.

Segundo Jacobs et al. (1974) o raio da terra tem aproximadamente 6.371 km e daí podemos calcular sua circunferência como $2\pi r = 40.030$ km. Considere um polígono regular inscrito na circunferência da Terra. Como o polígono é regular, podemos expressar seu perímetro como sendo $p = n \cdot l$, onde n é o número de lados do polígono e l o comprimento de suas arestas. Por outro lado, o terremoto que será objeto de estudo ocorreu a aproximadamente 600 Km de profundidade. Nossa simulação vai percorrer a mesma distância nas direções x e z em ambos os sentidos de cada eixo, formando uma região quadrada de lado igual a 1200 Km. Portanto, podemos calcular que o número de arestas n de um polígono de lados com 1200 km, inscrito na superfície da terra considerada circular, é dado por

$$n = \frac{p}{l} = \frac{40.030 Km}{1.200 Km} \approx 33.\tag{3.21}$$

Ao considerarmos um polígono de $n = 33$ lados, inscrito na circunferência da terra, podemos construir um domínio no formato de um quadrado de lado igual a 1200 Km com curvatura de aproximadamente $\frac{360^\circ}{33} = 10.9^\circ$ na superfície, como representado na figura (3.2). É de interesse saber qual a diferença da área em km^2 ao considerarmos a parte do arco circular como uma aresta do quadrado. A diferença entre a área do setor circular correspondente a 10.9° de curvatura e a área delimitada pelo triângulo com base na aresta superior do quadrado é dada por

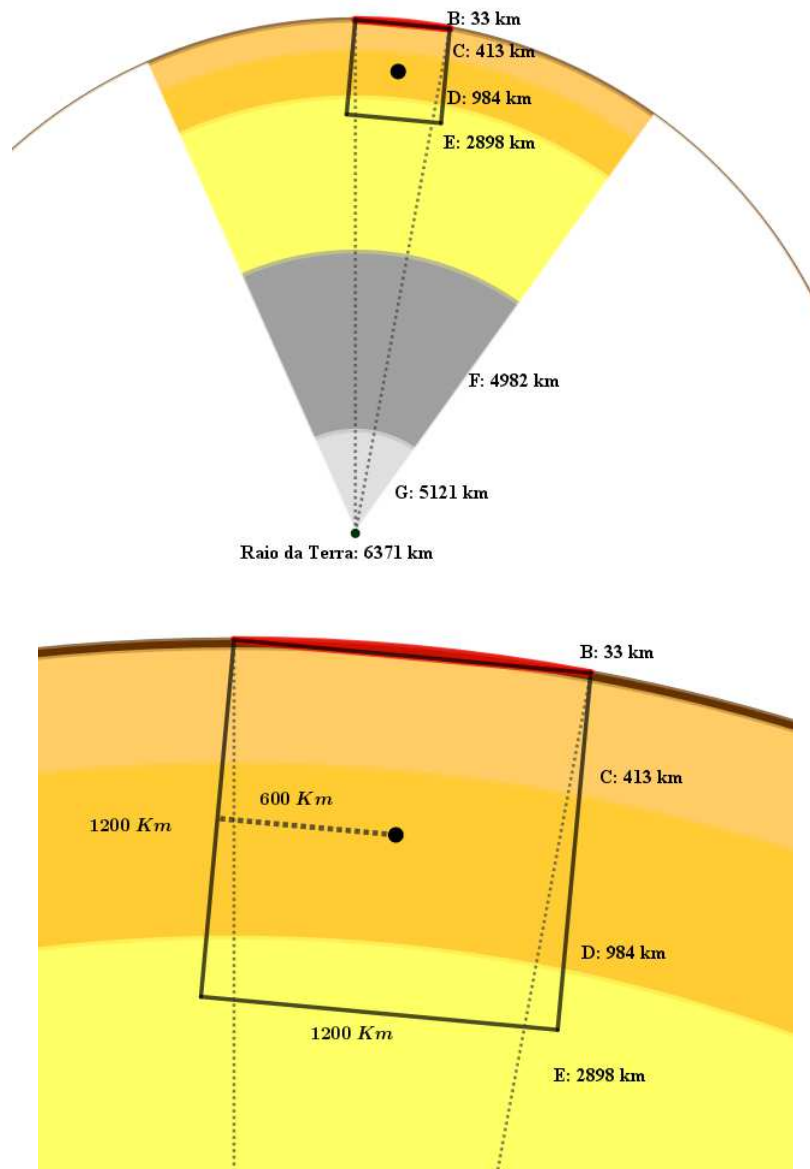


Figura 3.2: Representação do domínio retangular
Fonte: Autor

Diferença de Área = Área do Setor Circular - Área do Triângulo

$$Diferença de Área = \frac{10,9^\circ}{360^\circ} \cdot 6371^2 \pi - \frac{1200 \cdot \sqrt{6.371^2 - \left(\frac{1.200}{2}\right)^2}}{2} \approx 55.294 \text{ Km}^2 \quad (3.22)$$

A área de 55.294 km² representa apenas 3,8% da área total que será estudada e está pintada de vermelho na figura (3.2). O domínio seria mais bem representado em formato de segmento circular com curvatura na borda superior devido a angulação de 10,9°. No entanto, para os objetivos deste trabalho que tem por fim analisar e simular a propagação das ondas sísmicas em um meio contínuo, a região quadrada proposta é uma aproximação satisfatória.

Região		Profundidade máxima (Km)	Fração da Terra	Velocidade média ondas P	Velocidade média ondas S
Crosta	<i>A</i>	0	0,0155	7,76 Km/s	4,36 Km/s
Crosta / Manto	<i>B</i>	33	0,1667	7,76 Km/s	4,36 Km/s
Manto	<i>C</i>	413	0,2131	8,97 Km/s	4,96 Km/s
Manto	<i>D</i>	984	0,4428	10,41 Km/s	5,77 Km/s
Manto / Núcleo	<i>E</i>	2898	0,1516	13,64 Km/s	7,3 Km/s
Núcleo	<i>F</i>	4982	0,0028	10,44 Km/s	0 Km/s
Núcleo	<i>G</i>	5121	0,0076	9,7 Km/s	0 Km/s
Núcleo	<i>G</i>	6371	0,0076	11,31 Km/s	0 Km/s

Tabela 3.1: Velocidades de ondas P e S em diferentes profundidades da Terra
Fonte: Adaptado de Jacobs et al. (1974)

A partir do formato e dimensões do domínio, também é razoável definir o número de camadas geológicas que serão consideradas, uma vez que ocorrem variações nas propriedades físicas em profundidades diferentes. Jacobs et al. (1974) propôs uma divisão de camadas com diferentes velocidades de ondas P e S representadas na tabela (3.1).

A partir da tabela (3.1) e figura (3.2) definimos o domínio desse estudo como aquele representado na figura (3.2), contendo quatro camadas geológicas diferentes, com três comportamentos físicos diferentes. A crosta (B), o manto superior (C), uma região de transição entre o manto superior e inferior (D) e uma pequena parte do manto inferior (E).

3.4 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

Para as condições de contorno, desejamos simular um meio semi-infinito onde as bordas leste, oeste e sul do nosso domínio quadrado gere o mínimo possível de reflexões artificiais de ondas sísmicas que se chocam com a borda do domínio. Condições de Neumann serão utilizadas nas bordas, combinado camadas atenuantes próximas às bordas do domínio, semelhante ao proposto por Cerjan et al. (1985) para minimizar reflexões. A figura (3.3) representa as bordas do domínio. Para a equação u_x são aplicadas condições de Neumann nas bordas $B1, B2, B3, B4$, ou seja,

$$\frac{\partial u_x}{\partial n}(B1) = \frac{\partial u_x}{\partial n}(B2) = \frac{\partial u_x}{\partial n}(B3) = \frac{\partial u_x}{\partial n}(B4) = 0. \quad (3.23)$$

E para u_z

$$\frac{\partial u_z}{\partial n}(B1) = \frac{\partial u_z}{\partial n}(B2) = \frac{\partial u_z}{\partial n}(B3) = \frac{\partial u_z}{\partial n}(B4) = 0. \quad (3.24)$$

A atenuação nas bordas será aplicada semelhante ao proposto em Cerjan et al. (1985) e Bai et al. (2013). Eles propuseram atenuações exponenciais nos deslocamentos u_x e u_z da onda, no entanto neste trabalho, aplicaremos atenuação polinomial nas velocidades v_P e

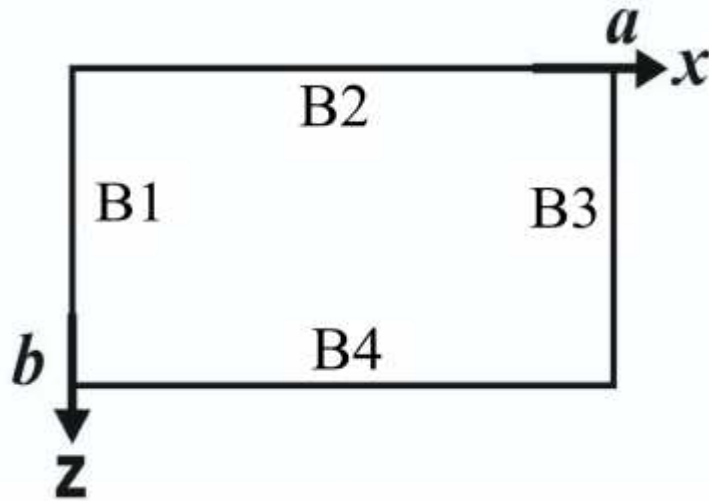


Figura 3.3: Representação das bordas do domínio
fonte: Alay (2021)

v_S devido aos resultados obtidos serem mais eficientes

$$\sigma_x(x) = \left(\frac{x - N}{N} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.25)$$

$$\sigma_z(z) = \left(\frac{z - N}{N} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (3.26)$$

onde N é o tamanho da camada atenuante, x e z representam as direções em que a borda é normal.

A energia inicial de um terremoto pode ser descrita por um pulso pontual. Vi-reaux et al. (2012) mencionam a possibilidade da utilização da função delta de Dirac como uma fonte pontual em um ponto (x_i, z_i) . No entanto é mais comum a utilização da função gaussiana, como proposto no trabalho pioneiro de Alterman and Karal (1968). Equivalentemente, a função gaussiana pode decair rapidamente com o tempo e perder força conforme se distancia do ponto central (hipocentro). Neste trabalho utilizaremos uma função gaussiana para simular a fonte do terremoto

$$F_{externa}(x, z, t) = a \cdot \exp(-ct^2) \cdot \exp(-\kappa(x^2 + z^2)), \quad (3.27)$$

onde a é medido em Nm^2/Kg , κ é o parâmetro de amplitude espacial medido em m^{-2} e c o parâmetro de decaimento no tempo, medido em Hz^{-2} .

4 MODELO NUMÉRICO

Para resolver o sistema de equações da elastodinâmica (3.20), utilizaremos o método das diferenças finitas, com esquema de aproximação de segunda ordem no tempo e no espaço. Para derivadas espaciais utilizaremos um esquema de diferenças finitas centradas, enquanto para derivadas no tempo utilizaremos um esquema de diferenças finitas regressivas. Para as condições de contorno as derivadas espaciais serão discretizadas em um esquema de derivadas regressivas.

4.1 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA

Consideremos o sistema de equações (3.20) no ponto $(x, z) = (i, k)$ e no instante $t = l + 1$, com uma força inicial do terremoto do tipo (3.27), assim

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \Big|_{i,k}^{l+1} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \Big|_{i,k}^{l+1} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \Big|_{i,k}^{l+1} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \Big|_{i,k}^{l+1} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \Big|_{i,k}^{l+1} \right) - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial u_x}{\partial t} \Big|_{i,k}^{l+1} + F_{externa} \Big|_{i,k}^{l+1} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \Big|_{i,k}^{l+1} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \Big|_{i,k}^{l+1} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \Big|_{i,k}^{l+1} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \Big|_{i,k}^{l+1} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \Big|_{i,k}^{l+1} \right) - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial u_z}{\partial t} \Big|_{i,k}^{l+1} + F_{externa} \Big|_{i,k}^{l+1}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Para as aproximações regressivas da derivada segunda, no tempo de ordem $O(h^2)$, utilizamos

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \Big|_{i,j}^{l+1} = \frac{2u_{x,i,k}^{l+1} - 5u_{x,i,k}^l + 4u_{x,i,k}^{l-1} - u_{x,i,k}^{l-2}}{\Delta t^2} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \Big|_{i,j}^{l+1} = \frac{2u_{z,i,k}^{l+1} - 5u_{z,i,k}^l + 4u_{z,i,k}^{l-1} - u_{z,i,k}^{l-2}}{\Delta t^2}, \quad (4.3)$$

enquanto para a derivada primeira no tempo, de ordem $O(h^2)$, utilizamos

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} \Big|_{i,j}^{l+1} = \frac{3u_{x,i,k}^{l+1} - 4u_{x,i,k}^l + u_{x,i,k}^{l-1}}{2\Delta t} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} \Big|_{i,j}^{l+1} = \frac{3u_{z,i,k}^{l+1} - 4u_{z,i,k}^l + u_{z,i,k}^{l-1}}{2\Delta t}. \quad (4.5)$$

Enfim, para as aproximações de derivadas espaciais de ordem $O(h^2)$ em diferenças centradas, utilizamos

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \Big|_{i,j}^{l+1} = \frac{u_{x,i+1,k+1}^{l+1} - u_{x,i+1,k-1}^{l+1} + u_{x,i-1,k-1}^{l+1} - u_{x,i-1,k+1}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \quad (4.6)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right|_{i,j}^{l+1} = \frac{u_{z_{i+1,k+1}}^{l+1} - u_{z_{i+1,k-1}}^{l+1} + u_{z_{i-1,k-1}}^{l+1} - u_{z_{i-1,k+1}}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \quad (4.7)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right|_{i,j}^{l+1} = \frac{u_{x_{i+1,k}}^{l+1} - 2u_{x_{i,k}}^{l+1} + u_{x_{i-1,k}}^{l+1}}{\Delta x^2} \quad (4.8)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right|_{i,j}^{l+1} = \frac{u_{x_{i,k+1}}^{l+1} - 2u_{x_{i,k}}^{l+1} + u_{x_{i,k-1}}^{l+1}}{\Delta z^2} \quad (4.9)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \right|_{i,j}^{l+1} = \frac{u_{z_{i+1,k}}^{l+1} - 2u_{z_{i,k}}^{l+1} + u_{z_{i-1,k}}^{l+1}}{\Delta x^2} \quad (4.10)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right|_{i,j}^{l+1} = \frac{u_{z_{i,k+1}}^{l+1} - 2u_{z_{i,k}}^{l+1} + u_{z_{i,k-1}}^{l+1}}{\Delta z^2}. \quad (4.11)$$

4.2 DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE u_x

Substituindo as aproximações descritas na seção 4.1, no sistema de equações (4.1), obtemos

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2u_{x_{i,k}}^{l+1} - 5u_{x_{i,k}}^l + 4u_{x_{i,k}}^{l-1} - u_{x_{i,k}}^{l-2}}{\Delta t^2} \right] = \\ & v_P^2 \left[\left(\frac{u_{x_{i+1,k}}^{l+1} - 2u_{x_{i,k}}^{l+1} + u_{x_{i-1,k}}^{l+1}}{\Delta x^2} \right) + \left(\frac{u_{z_{i+1,k+1}}^{l+1} - u_{z_{i+1,k-1}}^{l+1} + u_{z_{i-1,k-1}}^{l+1} - u_{z_{i-1,k+1}}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \right) \right] \\ & + v_S^2 \left[\left(\frac{u_{x_{i,k+1}}^{l+1} - 2u_{x_{i,k}}^{l+1} + u_{x_{i,k-1}}^{l+1}}{\Delta z^2} \right) - \left(\frac{u_{z_{i+1,k+1}}^{l+1} - u_{z_{i+1,k-1}}^{l+1} + u_{z_{i-1,k-1}}^{l+1} - u_{z_{i-1,k+1}}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \right) \right] \\ & - \frac{\gamma}{\rho} \left(\frac{3u_{x_{i,k}}^{l+1} - 4u_{x_{i,k}}^l + u_{x_{i,k}}^{l-1}}{2\Delta t} \right) + a \cdot e^{-c(l+1)^2} \cdot e^{-\kappa(i^2+k^2)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

e reagrupando

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{\Delta t^2} + \frac{2v_P^2}{\Delta x^2} + \frac{2v_S^2}{\Delta z^2} + \frac{3\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{x_{i,k}}^{l+1} = \left(\frac{5}{\Delta t^2} + \frac{4\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{x_{i,k}}^l - \left(\frac{4}{\Delta t^2} + \frac{\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{x_{i,k}}^{l-1} \\ & + \frac{u_{x_{i,k}}^{l-2}}{\Delta t^2} + v_P^2 \left(\frac{u_{x_{i+1,k}}^{l+1} + u_{x_{i-1,k}}^{l+1}}{\Delta x^2} \right) + v_S^2 \left(\frac{u_{x_{i,k+1}}^{l+1} + u_{x_{i,k-1}}^{l+1}}{\Delta z^2} \right) \\ & + (v_P^2 - v_S^2) \left(\frac{u_{z_{i+1,k+1}}^{l+1} - u_{z_{i+1,k-1}}^{l+1} + u_{z_{i-1,k-1}}^{l+1} - u_{z_{i-1,k+1}}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \right) + a \cdot e^{-c(l+1)^2} \cdot e^{-\kappa(i^2+k^2)}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

4.3 DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE u_z

Substituindo as aproximações descritas na seção 4.1, no sistema de equações (4.1), obtemos

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{2u_{z,i,k}^{l+1} - 5u_{z,i,k}^l + 4u_{z,i,k}^{l-1} - u_{z,i,k}^{l-2}}{\Delta t^2} \right] = \\
 & v_P^2 \left[\left(\frac{u_{z,i,k+1}^{l+1} - 2u_{z,i,k}^{l+1} + u_{z,i,k-1}^{l+1}}{\Delta z^2} \right) + \left(\frac{u_{x_{i+1},k+1}^{l+1} - u_{x_{i+1},k-1}^{l+1} + u_{x_{i-1},k-1}^{l+1} - u_{x_{i-1},k+1}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \right) \right] \\
 & + v_S^2 \left[\left(\frac{u_{z_{i+1},k}^{l+1} - 2u_{z,i,k}^{l+1} + u_{z_{i-1},k}^{l+1}}{\Delta x^2} \right) - \left(\frac{u_{x_{i+1},k+1}^{l+1} - u_{x_{i+1},k-1}^{l+1} + u_{x_{i-1},k-1}^{l+1} - u_{x_{i-1},k+1}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \right) \right] \\
 & - \frac{\gamma}{\rho} \left(\frac{3u_{z,i,k}^{l+1} - 4u_{z,i,k}^l + u_{z,i,k}^{l-1}}{2\Delta t} \right) + a \cdot e^{-c(l+1)^2} \cdot e^{-\kappa(i^2+k^2)}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

e reagrupando

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{2}{\Delta t^2} + \frac{2v_P^2}{\Delta z^2} + \frac{2v_S^2}{\Delta x^2} + \frac{3\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{z,i,k}^{l+1} = \left(\frac{5}{\Delta t^2} + \frac{4\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{z,i,k}^l - \left(\frac{4}{\Delta t^2} + \frac{\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{z,i,k}^{l-1} \\
 & + \frac{u_{z,i,k}^{l-2}}{\Delta t^2} + v_P^2 \left(\frac{u_{z,i,k+1}^{l+1} + u_{z,i,k-1}^{l+1}}{\Delta z^2} \right) + v_S^2 \left(\frac{u_{z_{i+1},k}^{l+1} + u_{z_{i-1},k}^{l+1}}{\Delta x^2} \right) \\
 & + (v_P^2 - v_S^2) \left(\frac{u_{x_{i+1},k+1}^{l+1} - u_{x_{i+1},k-1}^{l+1} + u_{x_{i-1},k-1}^{l+1} - u_{x_{i-1},k+1}^{l+1}}{4\Delta x \Delta z} \right) + a \cdot e^{-c(l+1)^2} \cdot e^{-\kappa(i^2+k^2)}.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

4.4 DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO ESPACIAL E TEMPORAL

O sistema de equações (3.20) é definido em um domínio contínuo e infinito. Para simular os terremotos que vem acontecendo no estado do Acre à aproximadamente 600 km de profundidade, o domínio deve ser limitado a região de interesse $[x_0, x_f] = [-600, 600]$ e $[z_0, z_f] = [-600, 600]$, como a região definida na figura (3.2), representando uma região quadrada com 600 Km nas direções norte, sul, leste e oeste, a partir do hipocentro. É necessário discretizar o domínio, que foi definido como contínuo e limitado, para que possamos tratá-lo computacionalmente. Para isso é necessário definir os elementos Δx e Δz , que são os incrementos espaciais

$$\begin{aligned}
 x_f &= x_0 + n_x \Delta x \implies n_x = \frac{x_f - x_0}{\Delta x} \\
 z_f &= z_0 + n_z \Delta z \implies n_z = \frac{z_f - z_0}{\Delta z}.
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Nas equações acima n_x e n_z são números inteiros que determinam a quantidade de pontos em cada uma das direções. Quanto maior n_x e n_z , melhor será a aproximação espacial, mas em contrapartida maior será o custo computacional. Em nossas simulações faremos sempre $\Delta t < \Delta x, \Delta z$ por questões de convergência. A figura (4.1) ilustra uma malha computacional.

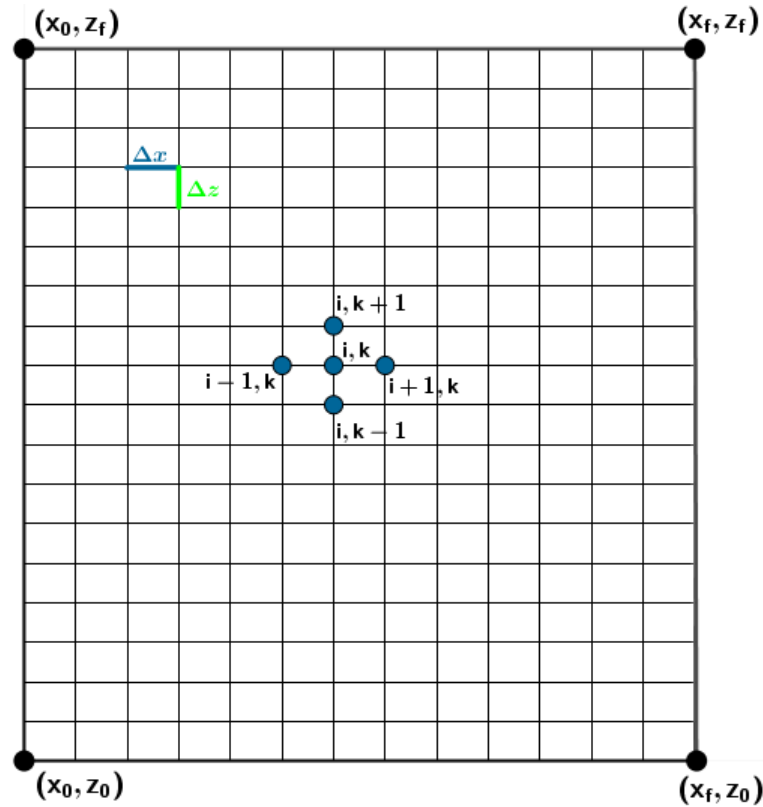


Figura 4.1: Representação da malha computacional

Fonte: Autor

4.5 RESOLVENDO O MODELO

O método de Gauss-Seidel será utilizado para resolver as equações (4.13) e (4.15). Segundo Burden et al. (2017), o método de Gauss-Seidel é um método implícito, que converge para uma solução quando existe um $x^{k(0)}$ nomeado de condição inicial da solução. Considerando um sistema linear da forma

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n1}x_1 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

que pode ser escrito na forma vetorial

$$A \cdot x = B, \quad (4.18)$$

o método de Gauss-Seidel resolve o sistema de modo iterativo

$$x_i^{(m)} = -\frac{1}{a_{ii}} \left(\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(m)} + \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(m-1)} + b_i \right), \quad (4.19)$$

onde m representa a m -ésima iteração necessária para que o critério de convergência da solução seja satisfeito.

4.5.1 MODELO NUMÉRICO PARA $u_x|_{i,k}^{l+1}$

Considerando a discretização (4.13), renomearemos seus termos como

$$A_{Px} = \frac{2}{\Delta t^2} + \frac{2v_p^2}{\Delta x^2} + \frac{2v_s^2}{\Delta z^2} + \frac{3\gamma}{2\rho\Delta t} \quad (4.20)$$

$$A_{Ex} = A_{wx} = \frac{v_p^2}{\Delta x^2} \quad (4.21)$$

$$A_{Nx} = A_{sx} = \frac{v_s^2}{\Delta z^2} \quad (4.22)$$

$$b_x = \left(\frac{5}{\Delta t^2} + \frac{4\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{x,i,k}^l - \left(\frac{4}{\Delta t^2} + \frac{\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{x,i,k}^{l-1} + \frac{u_{x,i,k}^{l-2}}{\Delta t^2} \quad (4.23)$$

$$A_{Cx} u_z^{l+1} = (v_p^2 - v_s^2) \left(\frac{u_{z,i+1,k+1}^{l+1} - u_{z,i+1,k-1}^{l+1} + u_{z,i-1,k-1}^{l+1} - u_{z,i-1,k+1}^{l+1}}{4\Delta x\Delta z} \right), \quad (4.24)$$

então podemos reescrever a equação como

$$u_{x,i,k}^{l+1} = \frac{1}{A_{Px}} \left[A_{Ex} u_{x,i+1,k}^{l+1} + A_{wx} u_{x,i-1,k}^{l+1} + A_{sx} u_{x,i,k-1}^{l+1} + A_{Nx} u_{x,i,k+1}^{l+1} + A_{Cx} u_z^{l+1} + b_x + a \cdot e^{-c(l+1)^2} \cdot e^{-\kappa(i^2+k^2)} \right]. \quad (4.25)$$

4.5.2 MODELO NUMÉRICO PARA $u_z|_{i,k}^{l+1}$

Analogamente para u_z na equação (4.15), renomearemos seus termos como

$$A_{Pz} = \frac{2}{\Delta t^2} + \frac{2v_p^2}{\Delta z^2} + \frac{2v_s^2}{\Delta x^2} + \frac{3\gamma}{2\rho\Delta t} \quad (4.26)$$

$$A_{Ez} = A_{wz} = \frac{v_p^2}{\Delta z^2} \quad (4.27)$$

$$A_{Nz} = A_{sz} = \frac{v_s^2}{\Delta x^2} \quad (4.28)$$

$$b_z = \left(\frac{5}{\Delta t^2} + \frac{4\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{z,i,k}^l - \left(\frac{4}{\Delta t^2} + \frac{\gamma}{2\rho\Delta t} \right) u_{z,i,k}^{l-1} + \frac{u_{z,i,k}^{l-2}}{\Delta t^2} \quad (4.29)$$

$$A_{Cz} u_z^{l+1} = (v_p^2 - v_s^2) \left(\frac{u_{x,i+1,k+1}^{l+1} - u_{x,i+1,k-1}^{l+1} + u_{x,i-1,k-1}^{l+1} - u_{x,i-1,k+1}^{l+1}}{4\Delta x\Delta z} \right), \quad (4.30)$$

então de modo semelhante a $u_{x,i,k}^{l+1}$ podemos escrever

$$u_{z,i,k}^{l+1} = \frac{1}{A_{Pz}} \left[A_{Ez} u_{z,i+1,k}^{l+1} + A_{Wz} u_{z,i-1,k}^{l+1} + A_{Sz} u_{z,i,k-1}^{l+1} + A_{Nz} u_{z,i,k+1}^{l+1} + A_{Cz} u_z^{l+1} + b_z + a \cdot e^{-c(l+1)^2} \cdot e^{-\kappa(i^2+k^2)} \right]. \quad (4.31)$$

4.6 DISCRETIZAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno pelo método de diferenças finitas utilizarão um esquema de diferenças regressivas de segunda ordem. As aproximações utilizadas estão relacionadas abaixo

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial x} \right|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{x,i,k}^{l+1} - 4u_{x,i-1,k}^{l+1} + u_{x,i-2,k}^{l+1}}{2\Delta x} \quad (4.32)$$

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial z} \right|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{x,i,k}^{l+1} - 4u_{x,i,k-1}^{l+1} + u_{x,i,k-2}^{l+1}}{2\Delta z} \quad (4.33)$$

$$\left. \frac{\partial u_z}{\partial x} \right|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{z,i,k}^{l+1} - 4u_{z,i-1,k}^{l+1} + u_{z,i-2,k}^{l+1}}{2\Delta x} \quad (4.34)$$

$$\left. \frac{\partial u_z}{\partial z} \right|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{z,i,k}^{l+1} - 4u_{z,i,k-1}^{l+1} + u_{z,i,k-2}^{l+1}}{2\Delta z} \quad (4.35)$$

Para as bordas $B1$ e $B3$ temos

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial x} (Bn) \right|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{x,i,k}^{l+1} - 4u_{x,i-1,k}^{l+1} + u_{x,i-2,k}^{l+1}}{2\Delta x} = 0 \implies u_{x,i,k}^{l+1} = \frac{4u_{x,i-1,k}^{l+1} - u_{x,i-2,k}^{l+1}}{3} \quad (4.36)$$

$$\left. \frac{\partial u_z}{\partial x} (Bn) \right|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{z,i,k}^{l+1} - 4u_{z,i-1,k}^{l+1} + u_{z,i-2,k}^{l+1}}{2\Delta x} = 0 \implies u_{z,i,k}^{l+1} = \frac{4u_{z,i-1,k}^{l+1} - u_{z,i-2,k}^{l+1}}{3},$$

as derivadas das equações de u_x e u_z na direção tangencial a borda Bn quando $n = 1, 3$.

Analogamente, para a borda $B2$ e $B4$

$$\frac{\partial u_x}{\partial z}(Bn) \Big|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{x_i,k}^{l+1} - 4u_{x_i,k-1}^{l+1} + u_{x_i,k-2}^{l+1}}{2\Delta z} = 0 \implies u_{x_i,k}^{l+1} = \frac{4u_{x_i,k-1}^{l+1} - u_{x_i,k-2}^{l+1}}{3}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial z}(Bn) \Big|_{i,k}^{l+1} = \frac{3u_{z_i,k}^{l+1} - 4u_{z_i,k-1}^{l+1} + u_{z_i,k-2}^{l+1}}{2\Delta z} = 0 \implies u_{z_i,k}^{l+1} = \frac{4u_{z_i,k-1}^{l+1} - u_{z_i,k-2}^{l+1}}{3},$$
(4.37)

4.7 ESTRUTURA DO ALGORITMO COMPUTACIONAL

O algoritmo utilizado para a solução do sistema de equações e obtenção dos resultados da simulação foi escrito inicialmente em OCTAVE e sua versão final executado em linguagem Python, com a utilização dos pacotes de computação científica Numpy e Matplotlib. Ao todo foram escritos oito scripts com diferentes funções e integrados por meio de um script principal representado na figura (4.2). Maiores detalhes podem ser encontrados no Apêndice A.

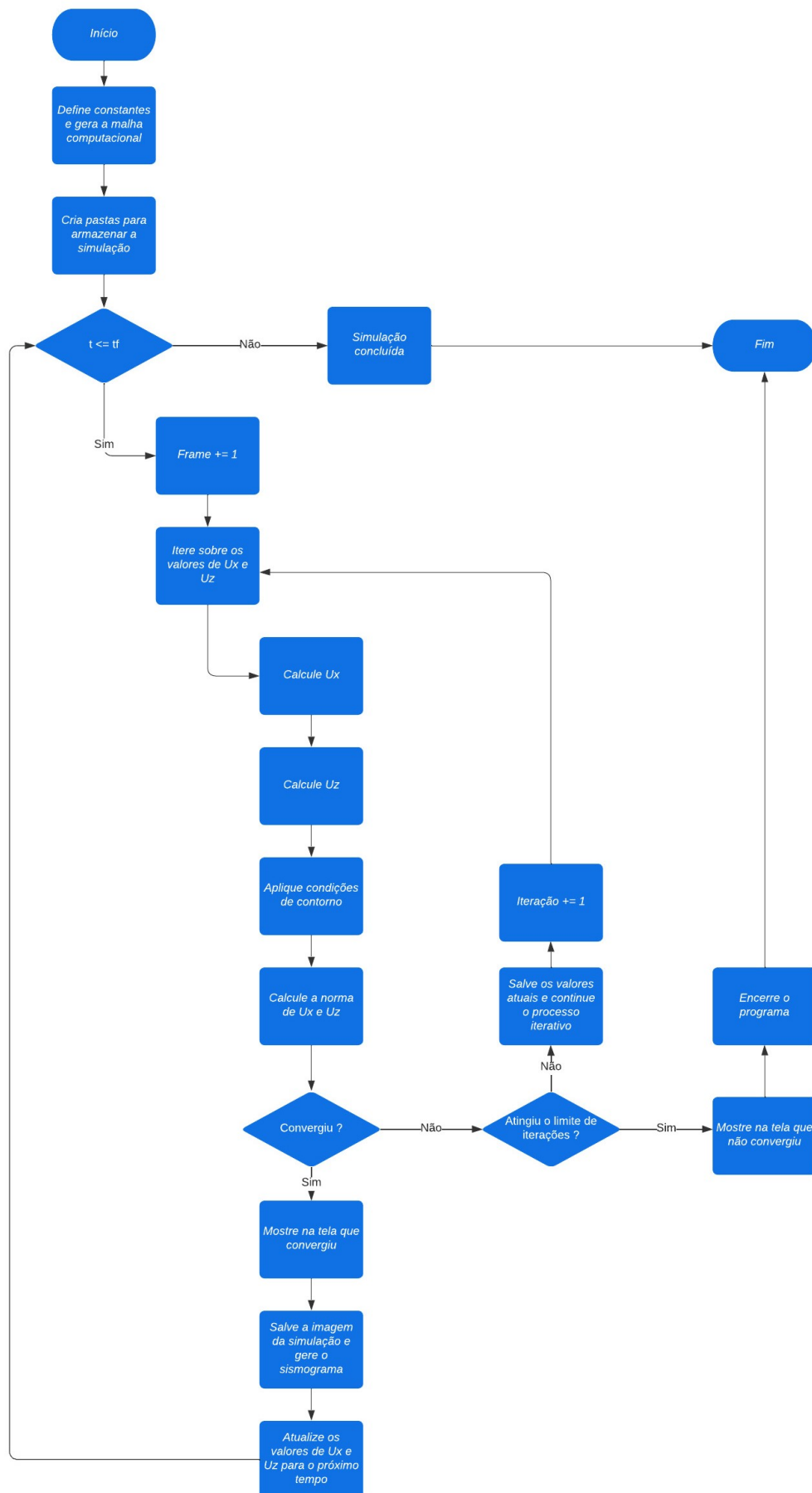


Figura 4.2: Estrutura principal do algoritmo computacional
Fonte: Autor

5 RESULTADOS

Nesta seção apresentamos os resultados das simulações numéricas realizadas a partir da modelagem matemática para a propagação de ondas sísmicas P e SV realizada no capítulo 3 e da modelagem numérica pelo método de diferenças finitas desenvolvida no capítulo 4. Para analisar as características das simulações numéricas da propagação de ondas sísmicas P-SV, vamos considerar diferentes situações em que podemos aplicar o modelo construído, progredindo em nível de complexidade, até o caso do modelo com todos parâmetros ajustados de modo a simular, considerando as aproximações realizadas, um terremoto com características semelhantes àquelas dos terremotos observados no Acre. Neste capítulo, as subseções apresentam dois tipos de resultado, um no domínio de interesse, onde é definida uma região limitada do domínio computacional para a análise do terremoto, e um segundo resultado, que contempla todo o domínio computacional onde estão presentes as condições de camadas atenuantes e condições de contorno, conforme descritos na seção (3.4).

5.1 DINÂMICA DE ONDA PERFEITA SEM ATENUAÇÃO

O sistema de equações (3.20) descreve a propagação de ondas sísmicas em uma região bidimensional. Note que é possível verificar a implementação computacional (modelo numérico) através da fixação adequada de valores para os parâmetros do modelo matemático, de tal modo a obter um sistema de EDPs para ondas perfeitas. Quando $v_P = v_S = v$ no sistema (3.20), obtemos EDPs de ondas perfeitas, sujeitas a forças externas $F_{externa}$, ou seja,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= v^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + F_{externa} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= v^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \right) + F_{externa}.\end{aligned}\tag{5.1}$$

Aqui a onda P e SV se deslocarão com a mesma velocidade, formando um sistema de equações de ondas perfeitas independentes. Uma onda perfeita significa que as forças de pressão e cisalhamento são iguais e os resultados da simulação quando $v_P = v_S$ estão ilustrados nas figuras (5.1) e (5.2).

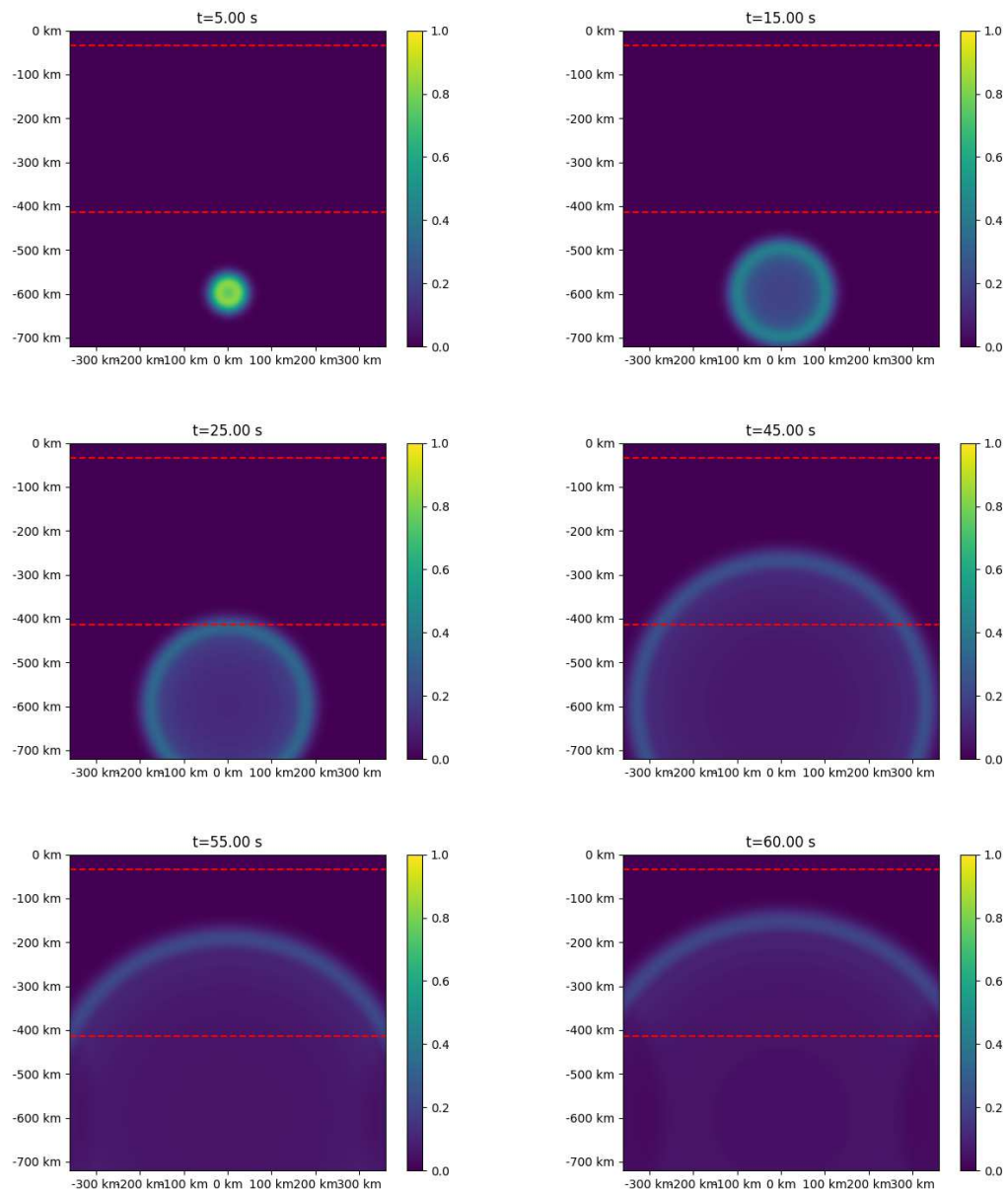


Figura 5.1: Simulação das EDPs de ondas perfeitas desacopladas (5.1), no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, com $v_P = v_S = 7,76 \text{ Km/s}$, $\gamma = 0 \text{ Kg/ms}$, $a = 1,0 \text{ Nm}^2/\text{Kg}$, $c = 2,0 \text{ Hz}^{-2}$, $\kappa = 1 \text{ m}^{-2}$, $n_x = 300$, $n_z = 300$, $\Delta x = 4,0 \text{ km}$, $\Delta z = 4,0 \text{ km}$, $\Delta t = 0,2 \text{ s}$

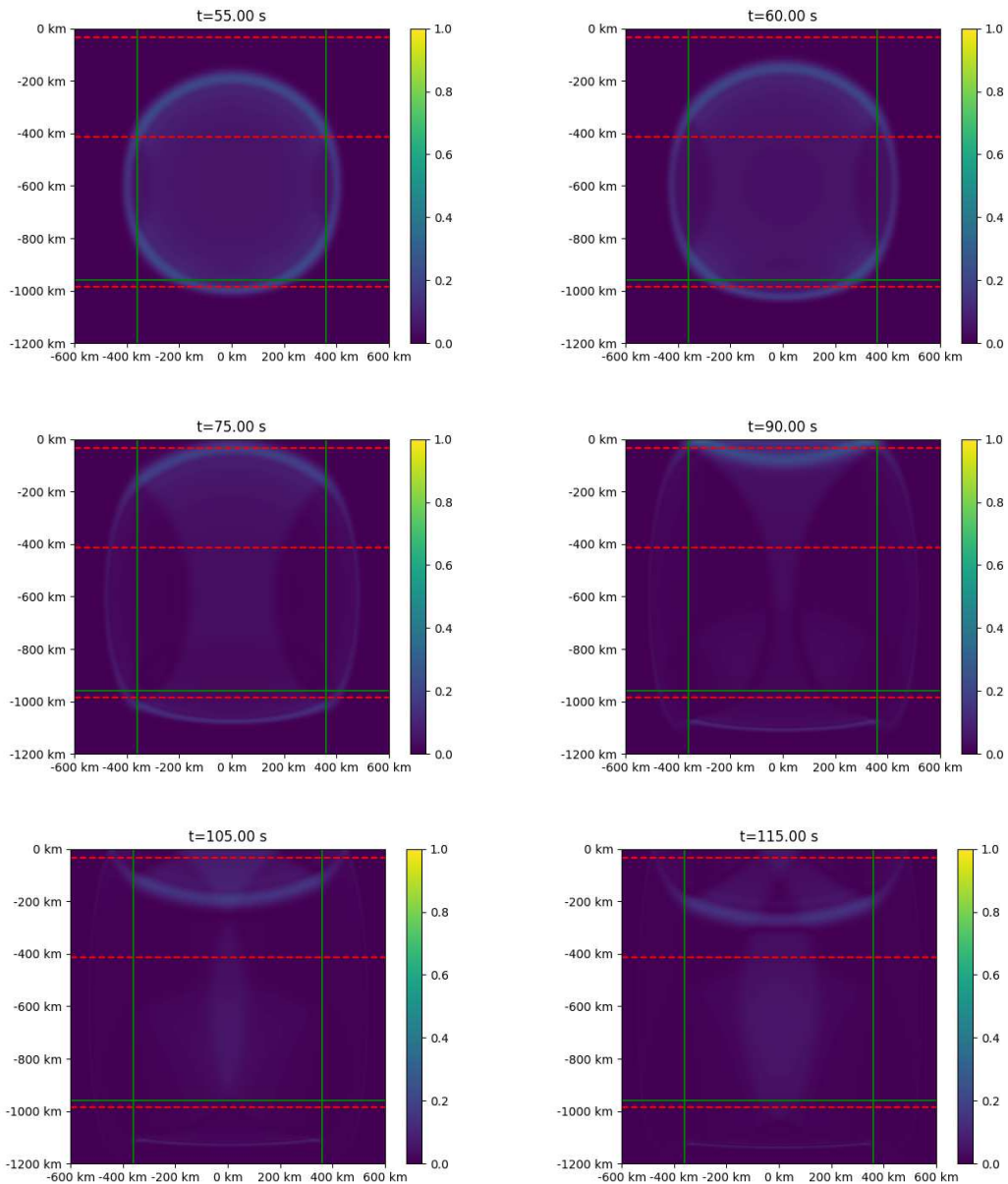


Figura 5.2: Simulação das EDPs de ondas perfeitas desacopladas (5.1), no domínio de interesse, para tempos em que as ondas atingem as bordas do domínio computacional, com $v_P = v_S = 7,76 \text{ Km/s}$, $\gamma = 0 \text{ Kg/m s}$, $a = 1,0 \text{ Nm}^2/\text{Kg}$, $c = 2,0 \text{ Hz}^{-2}$, $\kappa = 1 \text{ m}^{-2}$, $n_x = 300$, $n_z = 300$, $\Delta x = 4,0 \text{ km}$, $\Delta z = 4,0 \text{ km}$, $\Delta t = 0,2 \text{ s}$

As simulações numéricas apresentadas na figura 5.1 descrevem, como esperado, a propagação de uma onda perfeita bidimensional. As reflexões observadas na figura 5.2, na borda $B2$ do domínio computacional, são conseqüências de mudanças abruptas nas velocidades de propagação das ondas (terra-ar), enquanto nas bordas $B1$, $B3$ e $B4$ do domínio computacional não ocorrem reflexões, como desejado. Note que aplicamos condições de bordas atenuantes nas proximidades das fronteiras $B1$, $B3$ e $B4$ para evitar reflexões indesejadas. Estes resultados são importante por atuar como um teste de validação do modelo matemático, da discretização numérica e da implementação computacional. A região limitada externamente pelas

linhas verdes são as camadas onde se iniciam as bordas atenuantes. As linhas pontilhadas vermelhas representam as mudanças de camadas geológicas. O próximo passo é obter simulações de dinâmica de ondas P-SV.

5.2 DINÂMICA DE ONDAS P-SV SEM ATENUAÇÃO

Nosso interesse nesta seção é simular a dinâmica de propagação de ondas P-SV sem atenuação e para isso é fundamental que $v_S \neq v_P$ em nosso modelo. Espera-se observar o comportamento de duas ondas, a onda P, menos intensa e mais rápida, e a onda SV, mais intensa e menos rápida. Neste primeiro momento não estamos interessados em observar os efeitos que o termo de atenuação gera no modelo, portanto $\gamma = 0 \text{ Kg/m s}$. Os resultados das simulações estão representados nas figuras (5.3) e (5.4), e são descritas pelo sistema de equações diferenciais

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) + F_{externa} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) + F_{externa}. \end{aligned} \tag{5.2}$$

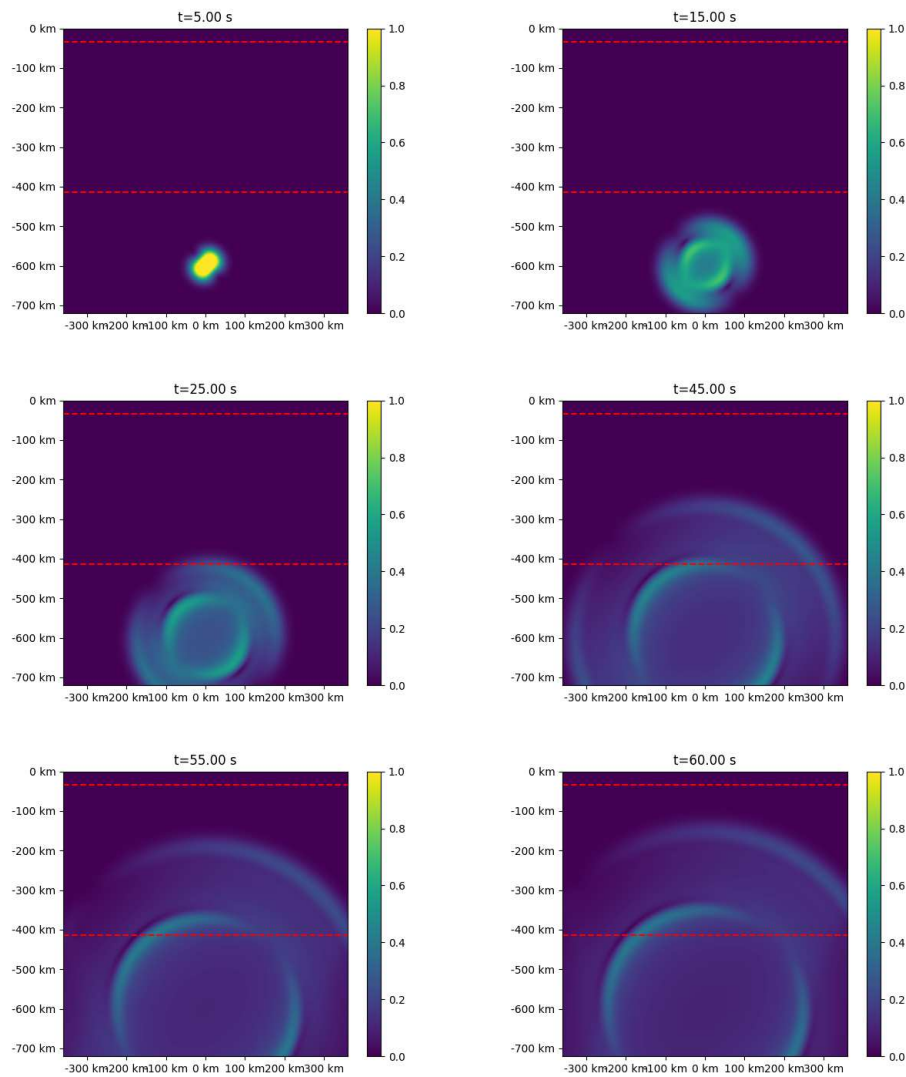


Figura 5.3: Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas sem atenuação (5.2), no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76 \text{ Km/s}$, $v_S = 4,36 \text{ Km/s}$, $\gamma = 0 \text{ Kg/m s}$, $a = 1,0 \text{ Nm}^2/\text{Kg}$, $c = 2,0 \text{ Hz}^{-2}$, $\kappa = 1 \text{ m}^{-2}$, $n_x = 300$, $n_z = 300$, $\Delta x = 4,0 \text{ km}$, $\Delta z = 4,0 \text{ km}$, $\Delta t = 0.2 \text{ s}$

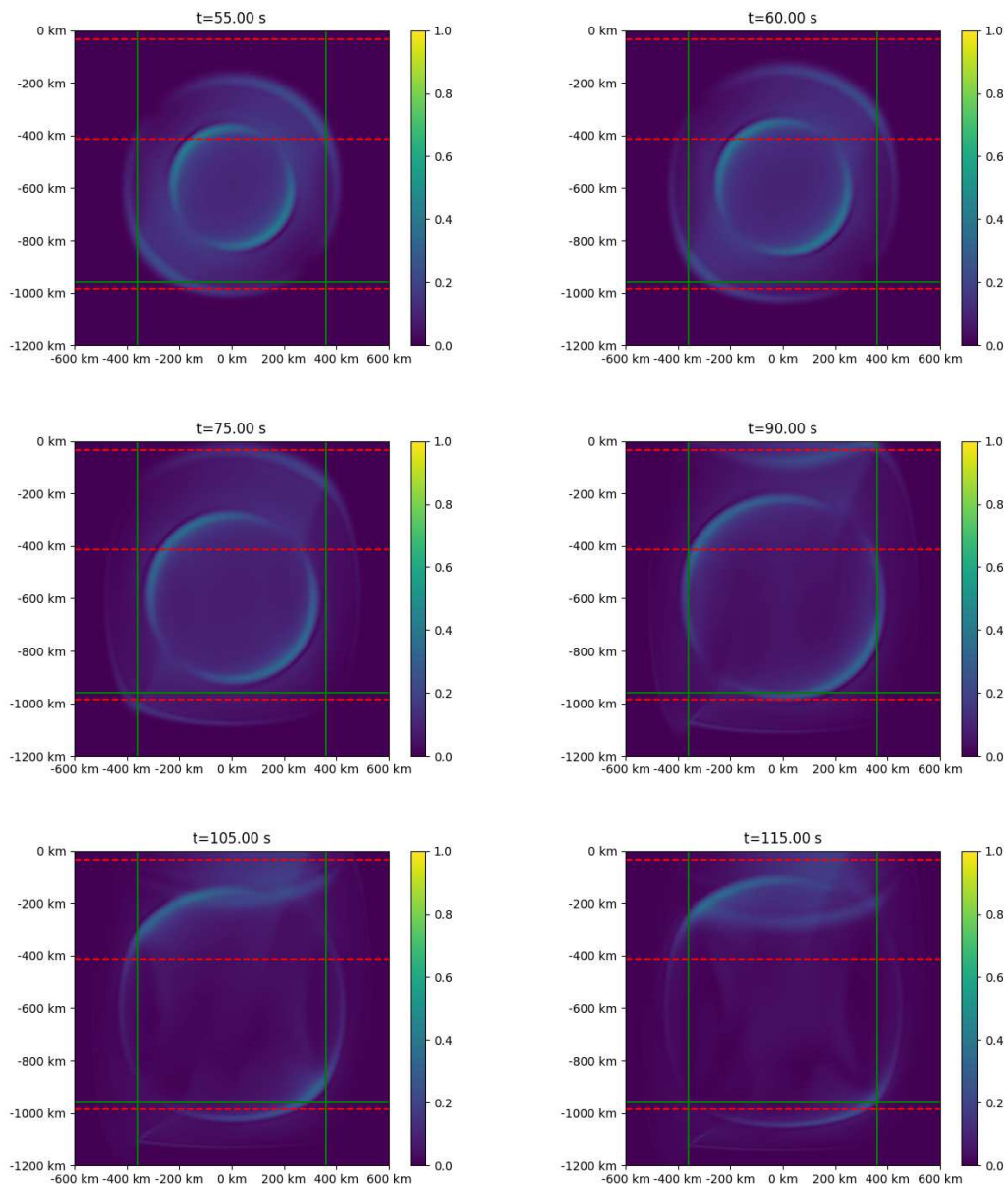


Figura 5.4: Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas sem atenuação (5.2), no domínio de interesse, para tempos em que as ondas sísmicas atingem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76 Km/s$, $v_S = 4,36 Km/s$, $\gamma = 0$, $Kg/m s$, $a = 1,0 Nm^2/Kg$, $c = 2,0 Hz^{-2}$, $\kappa = 1 m^{-2}$, $n_x = 300$, $n_z = 300$, $\Delta x = 4,0 km$, $\Delta z = 4,0 km$, $\Delta t = 0,2 s$

Os resultados obtidos nessas condições, representam forças de pressão e cisalhamento diferentes. Com a obtenção desses resultados, podemos inserir o termo de atenuação e comparar seus efeitos sobre a intensidade de energia transportada pelas ondas P-SV.

5.3 DINÂMICA DE ONDA P-SV COM ATENUAÇÃO

Para observar os efeitos do termo de atenuação nas ondas sísmicas P-SV, fazemos $\frac{\gamma}{\rho} \neq 0$. Como a crosta e o manto da Terra possuem diversos materiais em sua composição, não é possível determinar precisamente o coeficiente de atenuação. Alay (2021) determinou $\frac{\gamma}{\rho} = 0.01 Kg/m s$ como um coeficiente de atenuação médio para a crosta do território brasileiro, cujo contexto foi o estudo de terremotos de baixa profundidade (até 10 km de profundidade). Considerando a densidade ρ média do manto, da crosta terrestre e da crosta acreana a fim de estimar o parâmetro $\frac{\gamma}{\rho}$, utilizaremos as densidades relativas médias descritas em Teixeira et al. (2009). No manto $\rho = 4,5g/cm^3$, na crosta $\rho = 2,7g/cm^3$, e para o solo acreano de característica argilosa, Marcolin et al. (2011) estima uma densidade média de $\rho = 1,77g/cm^3$. Com efeito, os parâmetros de atenuação utilizados nas simulações são descritos conforme a tabela (5.1).

Região		Profundidade máxima (Km)	Parâmetro γ	Densidade ρ (g/cm^3)	Atenuação $\frac{\gamma}{\rho}$ ($Kg/m s$)
Crosta	<i>A</i>	5	0,05	1,77	0,0282
Crosta / Manto	<i>B</i>	33	0,05	2,70	0,0185
Manto	<i>C</i>	413	0,05	4,50	0,0111
Manto	<i>D</i>	984	0,05	4,50	0,0111
Manto / Núcleo	<i>E</i>	2898	0,05	4,50	0,0111

Tabela 5.1: Atenuação das ondas sísmicas por camada geológica
Fonte: Autor

Note que, dependendo da profundidade e região geológica, o termo de atenuação muda, o que torna o parâmetro $\frac{\gamma}{\rho}(z)$ uma função que depende da profundidade z . Desse modo, ao realizarmos a simulação, devemos obter resultados semelhantes ao da seção (5.2), com exceção na intensidade de energia que as ondas carregam. Os resultados dessas simulações estão representados nas figuras (5.5) e (5.6) e são descritos pelo sistema de equações

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho}(z) \frac{\partial u_x}{\partial t} + F_{externa} \\
 \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= v_P^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) + v_S^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho}(z) \frac{\partial u_z}{\partial t} + F_{externa}.
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

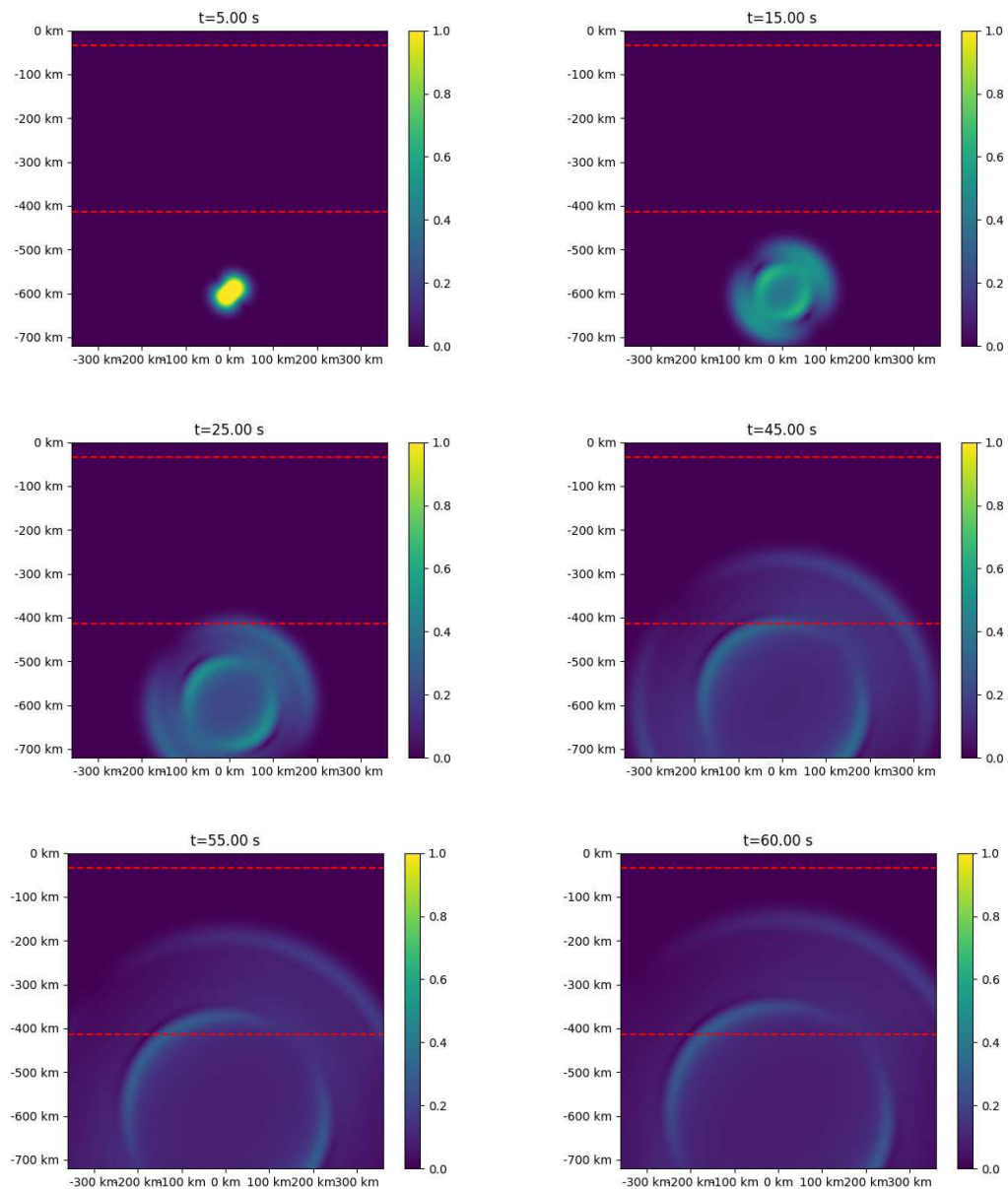


Figura 5.5: Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas com atenuação (5.3), no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76 \text{ Km/s}$, $v_S = 4,36 \text{ Km/s}$, $\gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.1, $a = 1,0 \text{ Nm}^2/\text{Kg}$, $c = 2,0 \text{ Hz}^{-2}$, $\kappa = 1 \text{ m}^{-2}$, $n_x = 300$, $n_z = 300$, $\Delta x = 4,0 \text{ km}$, $\Delta z = 4,0 \text{ km}$, $\Delta t = 0,2 \text{ s}$

A principal diferença que podemos observar quando inserimos o termo de atenuação no modelo, é que os extremos das ondas ficam menos intensos, indicando menor presença de energia, devido ao termo de atenuação simular o efeito de perda de energia. Essa perda de energia ocorre devido à conversão em energia térmica, energia mecânica, atrito e energia acústica. O termo de atenuação proporciona maior sentido físico ao modelo, devido a perda de energia que ocorre durante a propagação das ondas P-SV.

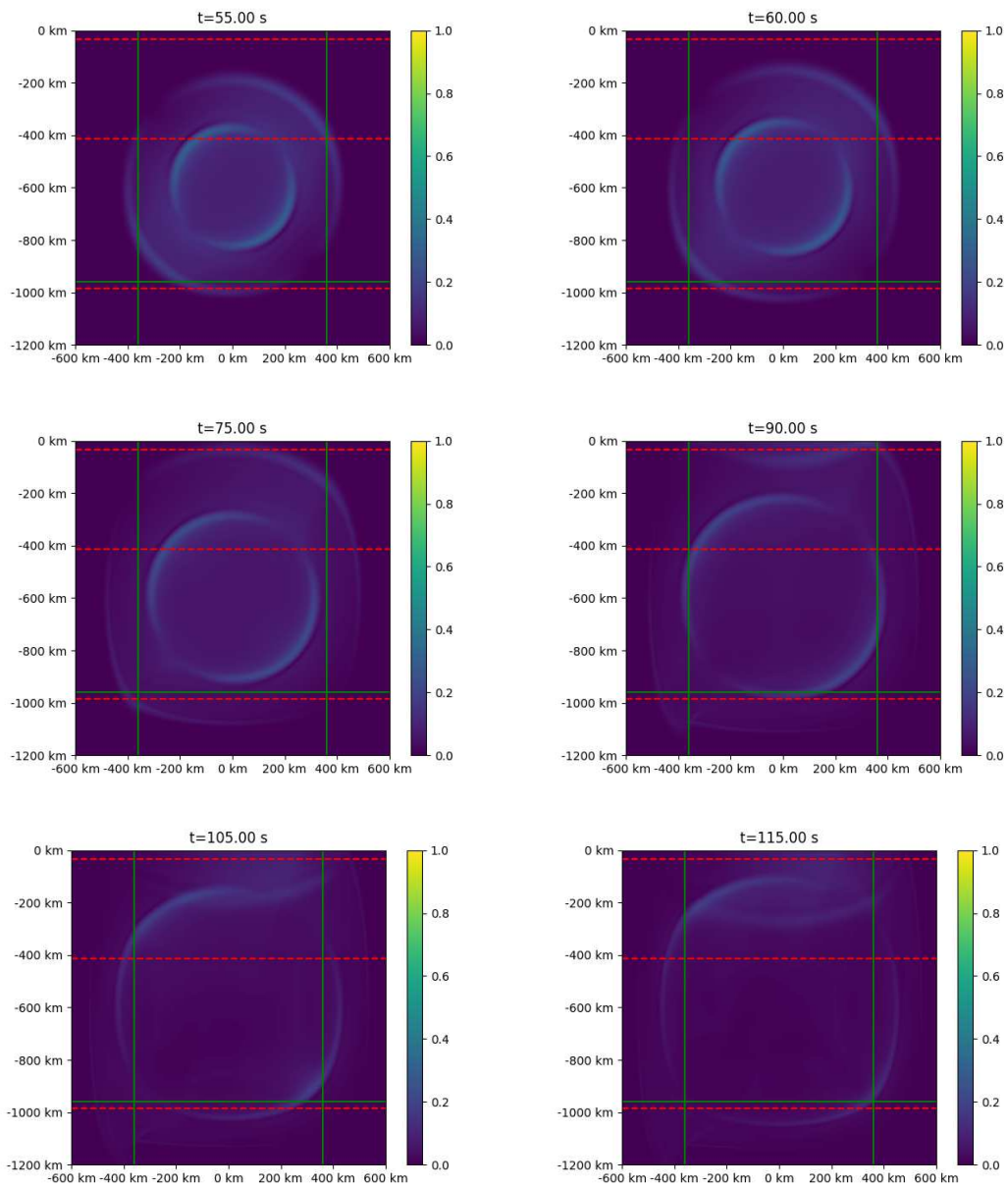


Figura 5.6: Simulação das EDPs de ondas P-SV acopladas com atenuação (5.3), no domínio de interesse, para tempos em que as ondas sísmicas atingem as bordas do domínio computacional, com $v_P = 7,76 \text{ Km/s}$, $v_S = 4,36 \text{ Km/s}$, $\gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.1, $a = 1,0 \text{ Nm}^2/\text{Kg}$, $c = 2,0 \text{ Hz}^{-2}$, $\kappa = 1 \text{ m}^{-2}$, $n_x = 300$, $n_z = 300$, $\Delta x = 4,0 \text{ km}$, $\Delta z = 4,0 \text{ km}$, $\Delta t = 0,2 \text{ s}$

5.4 DINÂMICA DE ONDA P-SV COM ATENUAÇÃO EM MÚLTIPLAS CAMADAS GEOLÓGICAS

Nesta seção apresentamos as simulações dos terremotos recentes que ocorreram no estado do Acre, a aproximadamente 600 Km de profundidade. Esse tipo de terremoto é incomum no território brasileiro, devido a profundidade e intensidade. A profundidade de 600 Km está compreendida em uma região do manto superior, e as ondas sísmicas podem experimentar mudanças de velocidade de acordo com a região em que se propagam. A tabela (3.1) mostra como a velocidade das ondas sísmicas variam em diferentes profundidades. Portanto, para simularmos adequadamente esse evento, devemos considerar as diferentes velocidades de propagação das ondas P-SV nessas regiões geológicas. Para tal, devemos considerar v_P e v_S não mais como constantes definidas, mas $v_P(z)$ e $v_S(z)$ como funções que dependem da profundidade de onde a onda sísmica está se propagando. Utilizando os dados da tabela (3.1), (5.1) e da subseção (2.3.2), reagrupamos essas informações na tabela 5.2.

Região		Profundidade máxima (Km)	$\frac{\gamma}{\rho}(z)$ Kg/m s	$v_P(z)$ (Km/s)	$v_S(z)$ (Km/s)
Crosta	A	5	0,0282	1,75	4,36
Crosta / Manto	B	33	0,0185	7,76	4,36
Manto	C	413	0,0111	8,97	4,96
Manto	D	984	0,0111	10,41	5,77
Manto / Núcleo	E	2898	0,0111	13,64	7,3

Tabela 5.2: Parâmetros utilizados nas simulações de múltiplas camadas geológicas.
Fonte: Autor

Os resultados das simulações estão representados nas figuras (5.7) e (5.8), e são descritas pelo sistema de equações

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= v_P(z)^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) + v_S(z)^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho}(z) \frac{\partial u_x}{\partial t} + F_{externa} \\
 \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= v_P(z)^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) + v_S(z)^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x} \right) - \frac{\gamma}{\rho}(z) \frac{\partial u_z}{\partial t} + F_{externa}.
 \end{aligned}
 \tag{5.4}$$

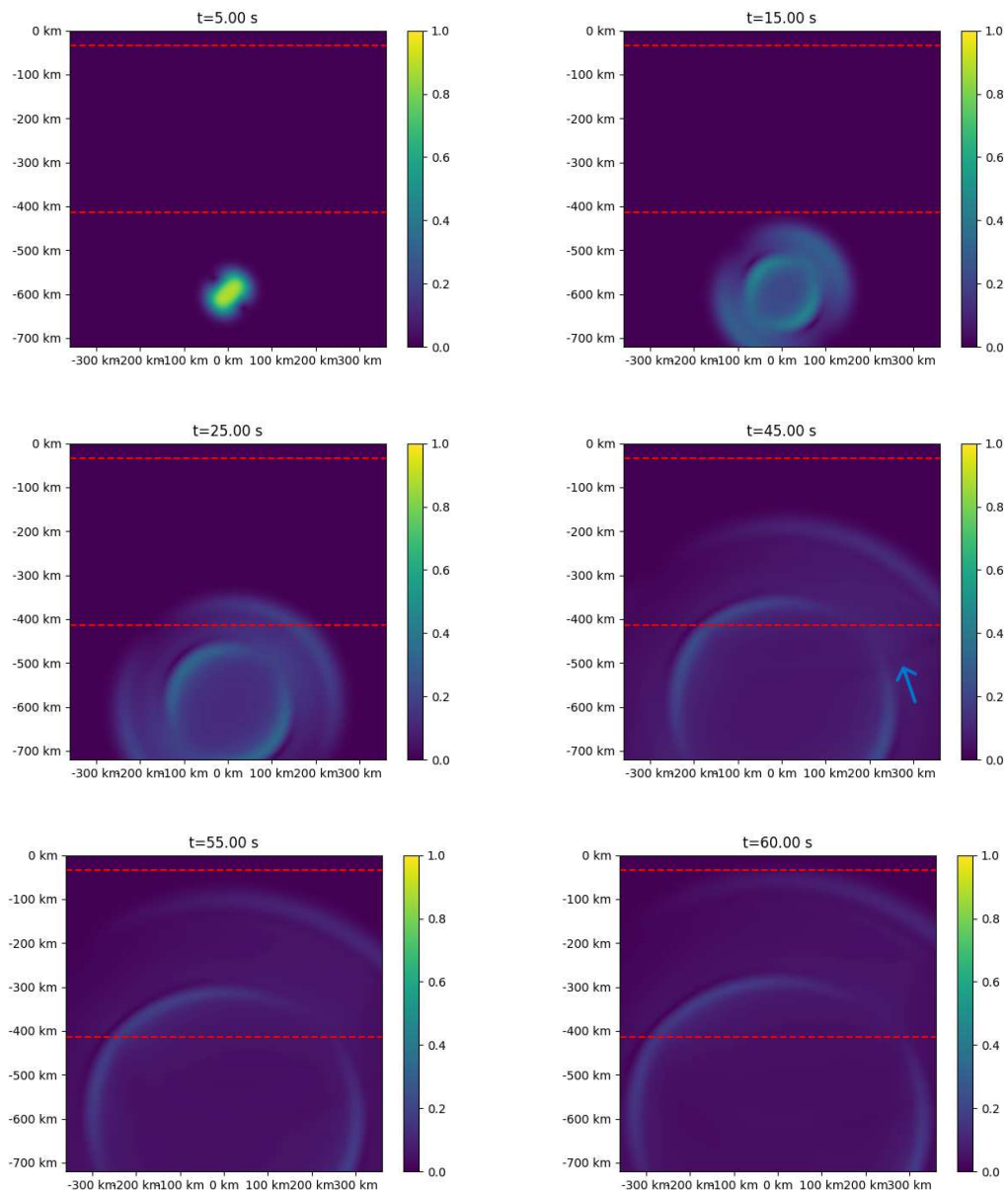


Figura 5.7: Simulação das EDPs (5.4) de ondas P-SV acopladas, com atenuações diferentes nas camadas geológicas, no domínio de interesse, antes de atingirem as bordas do domínio computacional, $v_P(z), v_S(z), \gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.2, $a = 1,0 Nm^2/Kg, c = 2,0 Hz^{-2}, \kappa = 1m^{-2}, n_x = 300, n_z = 300, \Delta x = 4,0km, \Delta z = 4,0km, \Delta t = 0.2s$

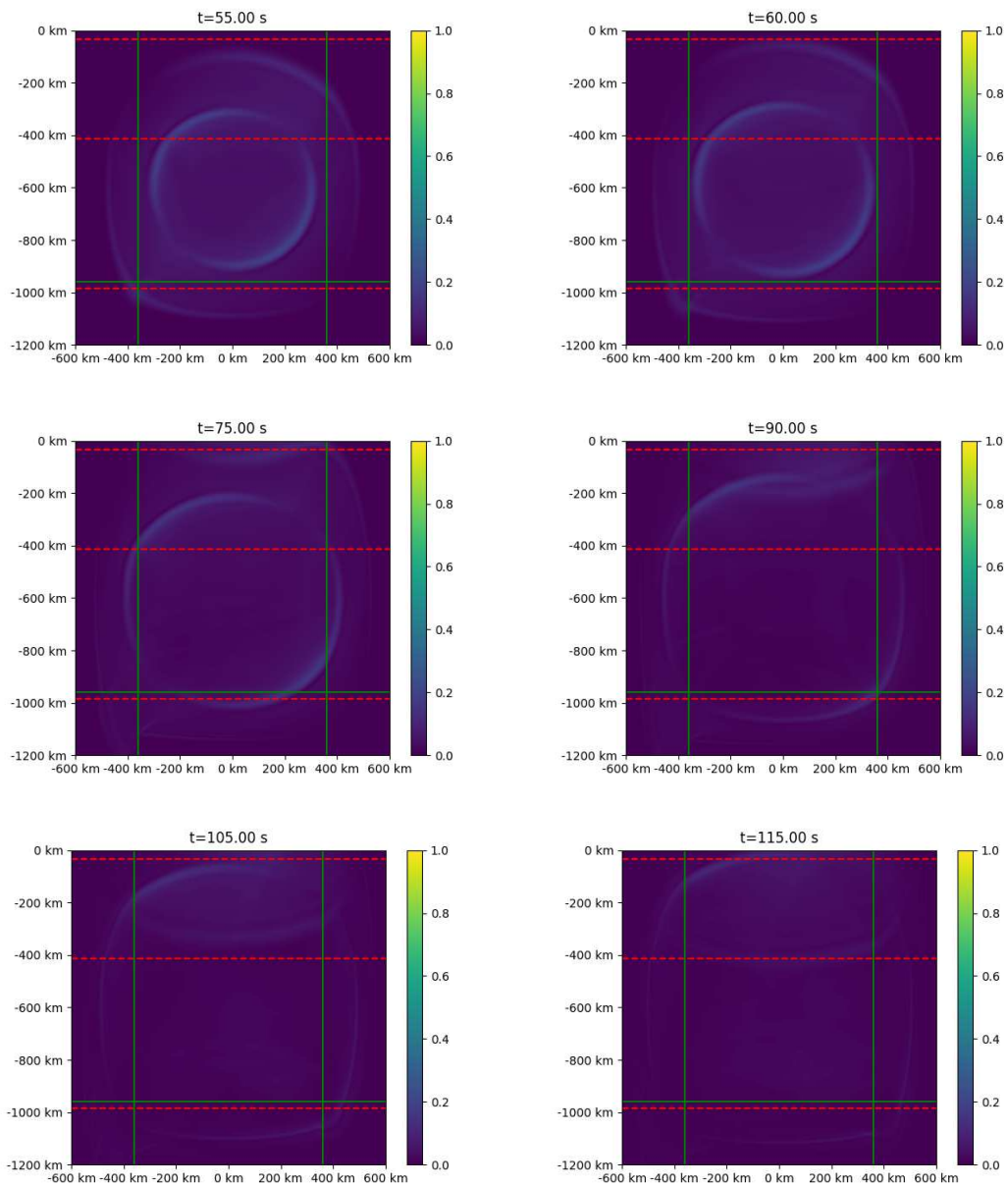
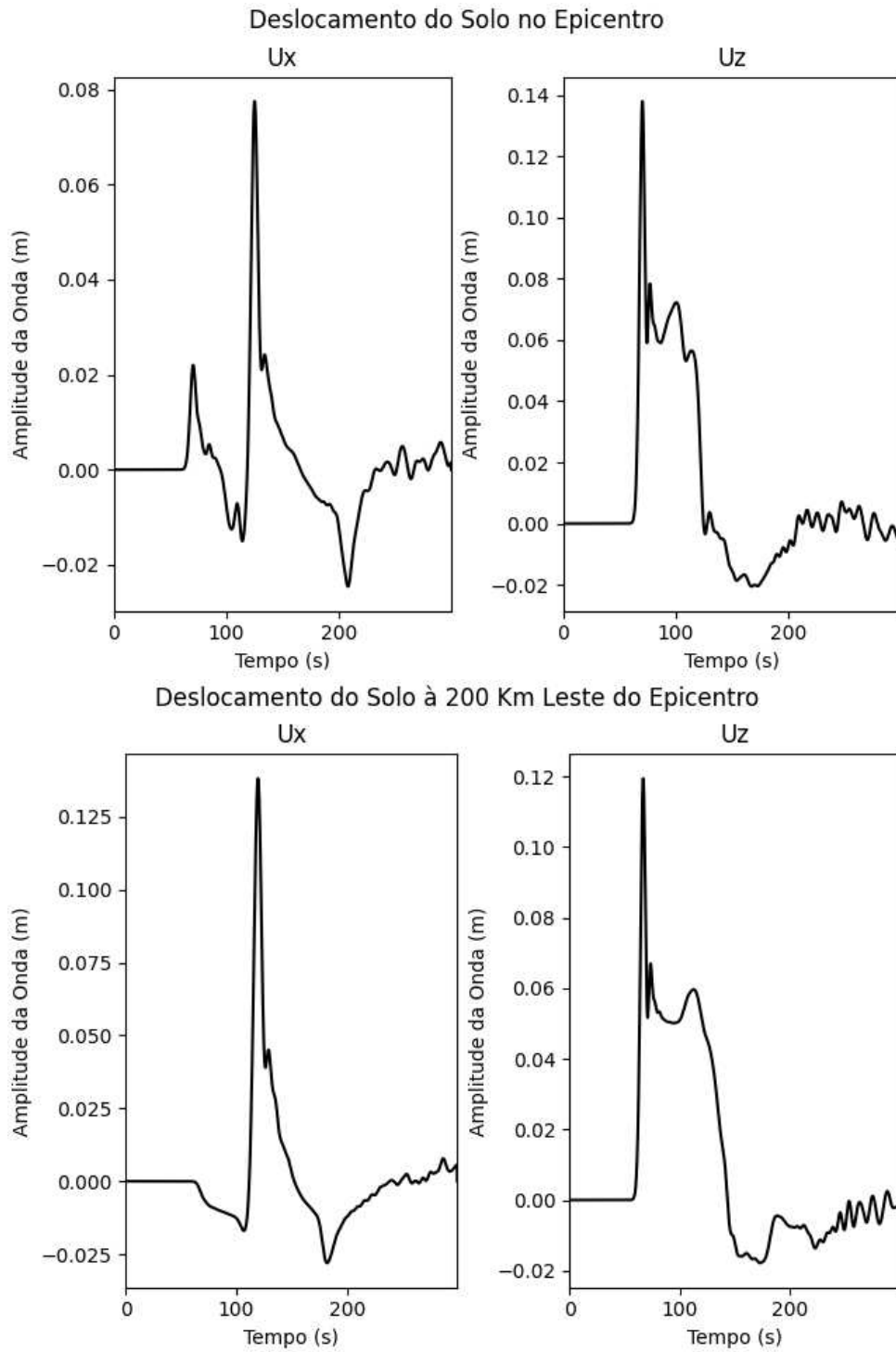


Figura 5.8: Simulação das EDPs (5.4) de ondas P-SV acopladas, com atenuações diferentes nas camadas geológicas, no domínio de interesse, para tempos em que as ondas sísmicas atingem as bordas do domínio computacional, $v_P(z)$, $v_S(z)$, $\gamma(z)$ com valores dados na tabela 5.2, $a = 1,0 Nm^2/Kg$, $c = 2,0 Hz^{-2}$, $\kappa = 1 m^{-2}$, $n_x = 300$, $n_z = 300$, $\Delta x = 4,0 km$, $\Delta z = 4,0 km$, $\Delta t = 0.2 s$

Aos 45.00s e 55.00s é possível observar tímidas reflexões próximas a linha de divisão dos 413 Km, causadas pelas mudanças de velocidades das ondas, em especial a onda P. Essas reflexões e refrações ocorrem nas regiões de transição de camadas, quando há uma mudança de velocidades. Esses efeitos são esperados no domínio de interesse, devido as mudanças físicas que ocorrem de um meio para outro (manto/manto superior).

Os principais resultados dessas simulações, que foram obtidos, são represen-

tados por sismogramas teóricos, que foram implementados computacionalmente para registrar a amplitude da onda sísmica na superfície em um intervalo de $300s$, nas regiões do epicentro, a $200Km$ à leste e oeste do epicentro. Os resultados obtidos estão representados na figura (5.9).



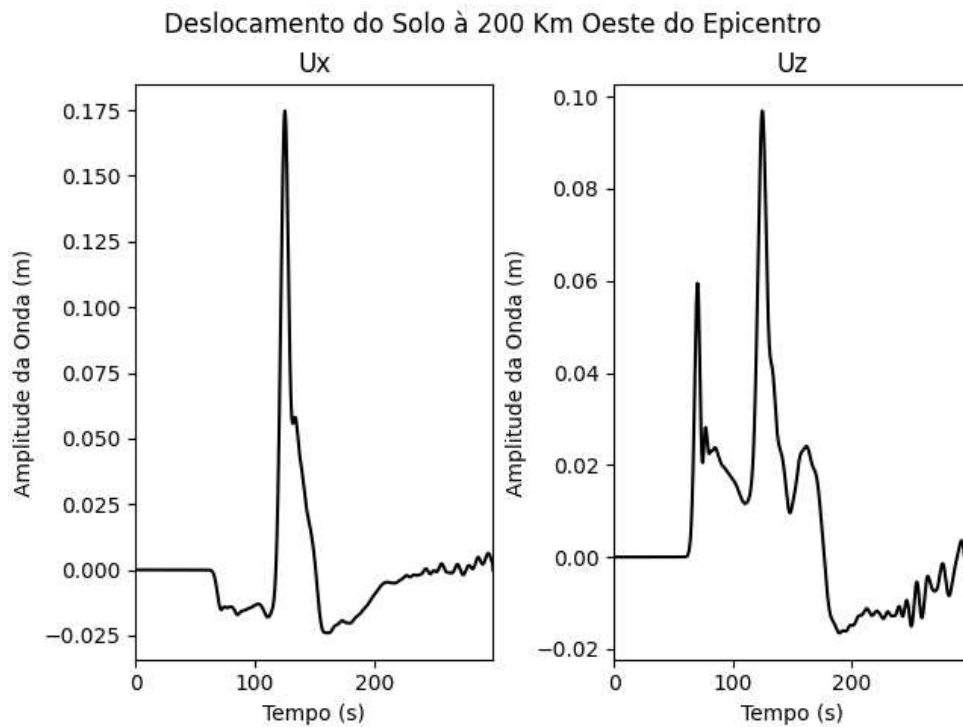


Figura 5.9: Sismograma teórico 300s após a liberação de energia inicial

5.5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Com objetivo de analisar os resultados obtidos, utilizaremos algumas informações disponíveis na bibliografia. Teixeira et al. (2009) relaciona a magnitude M_s de um terremoto conforme apresentado na tabela 5.3.

Magnitude (M_s)	Amplitude a 50 Km (A)	Comprimento da ruptura (L)	Deslocamento da falha (D)	Energia liberada em Joules
3	$0,1\mu m$	1 km	1mm	$3,6 \cdot 10^9$
5	$0,1mm$	5 km	1cm	$2,8 \cdot 10^{12}$
7	1cm	30 km	1m	$2,1 \cdot 10^{15}$
9	1m	400 km	10m	$1,6 \cdot 10^{18}$

Tabela 5.3: Relação entre magnitude (M_s), amplitude máxima do movimento do chão (A) a 50 km do epicentro, comprimento da ruptura (L), deslocamento médio ao longo da falha (D) e energia liberada.

Fonte: Adaptado de Teixeira et al. (2009)

Podemos utilizar os dados obtidos nos sismogramas teóricos, em conjunto com as equações (2.2) e (2.3) para estimar a magnitude do evento simulado. Os resultados obtidos são apresentados na tabela (5.4) abaixo.

De acordo com a Tabela (5.4), que apresenta os resultados teóricos calculados a partir das simulações realizadas e dos sismogramas obtidos, pode-se concluir que eventos sísmicos de magnitude da ordem de $6,0M_b$ movimentam significativamente a superfície onde

u_z	Função epicentro B	Amplitude máx. onda P (μm)	Período T (s)	Magnitude M_b	Magnitude M_s
200km - Oeste	3,5	60.000 μm	53s	6,55	6,17
200km - Leste	3,5	120.000 μm	55s	6,84	6,74

Tabela 5.4: Resultados teóricos para a magnitude dos terremotos
Fonte: Autor

ocorrem. Geograficamente, essas regiões incluem, em especial, os municípios de Tarauacá, Cruzeiro do Sul e Feijó, no estado do Acre.

Crisostomo (2023) concluiu que a crosta acreana apresentou movimentação célere em um curto período de tempo (5 anos) e argumenta que a neotectônica local teve fundamental importância nesse processo. Santos et al. (2019) afirmam que a frequência das atividades sísmicas no Acre vem se intensificando, e que 37,5% dos eventos próximos à falha de Tarauacá são de magnitude superior a $5,0M_b$. Assim, os resultados obtidos a partir das simulações numéricas, resumidos na Tabela (5.4), corroboram a hipótese de que as atividades sísmicas na região têm potencial para transformar as características da superfície local.

6 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Certamente, as pesquisas de análise sísmica no estado do Acre ainda são incipientes e carecem de mais dados e medições aprimoradas.

É necessário realizar mais pesquisas focadas em análise numérica e simulações de terremotos na região, com o objetivo de revisar e melhorar os resultados aqui obtidos. Essas pesquisas devem considerar, em particular, a região mais superficial da crosta do Acre e aprimorar os parâmetros do modelo.

Concluimos que terremotos de magnitude da ordem de $5,0M_b$ são suficientemente fortes para causar transformações geomorfológicas nas regiões afetadas pelos tremores.

Os resultados apresentados neste trabalho são iniciais. Para futuras pesquisas, recomenda-se o uso de ordens superiores de aproximação numérica pelo método das diferenças finitas, bem como a utilização de malhas computacionais mais refinadas e condições de contorno mais adequadas para minimizar reflexões artificiais. Enfim, sobre a função fonte do terremoto, sugerimos não apenas uma função gaussiana localizada, mas várias funções gaussianas alinhadas e equidistantes, simulando uma falha linear de 400km de comprimento, com o objetivo de simular a "Falha de Tarauaca", apresentada na figura 2.7. Também podem ser propostos trabalhos que utilizam domínios computacionais diferentes, e modelados em coordenadas generalizadas.

REFERÊNCIAS

- AKI, Keiiti; RICHARDS, Paul G. Quantitative Seismology. 2^aed. University Science Books: Mill Valley (CA). 2009.
- ALAY, Andina Lerma. Modelling P-SV Seismic Wave Propagation for Brazilian Territory in Homogeneous Media:. 2021. Dissertation (Master in Applied and Computational Mathematics.) – State University of Londrina, Londrina, 2021.
- ALCRUDO, A. Alvaro. Evaluación de un forward modelling de ondas sísmicas. 2014.
- ALLWARDT, Alan O. The roles of Anhur Holmes and Harry Hess in the development of modern global tectonics. University of California, 1990.
- ALTERMAN, Z.; KARAL, F. C. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods. 1968.
- ALTERMAN, Z.; KARAL, F. C. Propagation of elastic waves in a semi infinite cylindrical rod using finite difference methods. 1970.
- ASSUMPCÃO, Marcelo; NETO, C. M. D. Evaluación de un forward modelling de ondas sísmicas. 2014.
- BAI, Chao-ying; WANG, Xin; WANG, Cai Xia. P- and S-wavefield simulations using both the first and second-order separated wave equations through a high-order staggered grid finite-difference method. The Seismological Society of China, v. 7, p. 1-11, 2013.
- BRANDÃO, F.; DIÓGENES, A.; FERNANDES, J.; MESQUITA, E.; BETTI, M. Seismic behavior assessment of a Brazilian heritage construction. *Frattura ed Integrità Strutturale*, v. 45, p. 14-32, 2018.
- BURDEN, Richard L.; FAIRES, Douglas J.; BURDEN, Annette M. *Análise Numérica*. Tradução 10^a ed. Cengage Learning: São Paulo. 2017.
- CERJAN, Charles; KOSLOFF, Dan; KOSLOFF, Ronnie; RESHEF, Moshe. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. *Geophysics*, v. 50, p. 705-708, 1985.
- CHRISTENSEN, Nikolas I.; MOONEY, Walter D. Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 100, n. B6, p. 9761-9788, 1995.
- CLAYTON, Robert; ENGQUIST, Bjorn. Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Wave Equations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 67, p. 1529-1540, 1977.
- CLAYTON, Robert; ENGQUIST, Bjorn. Absorbing Boundary Conditions for wave-equation

migration. *Geophysics*, v. 45, p. 895-904, 1980.

CHEW, W. C.; LIU, Q. H. Perfectly Matched Layers for Elastodynamics. *Journal of Computational Acoustics*, v. 4, p. 341-359, 1996.

COIMBRA, A. Luiz. *Mecânica dos Fluidos*. COPPE: Rio de Janeiro. 2015.

CONSTANTINOU, M. C.; SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. *Passive Energy Dissipation Systems for Structural Design and Retrofit*. 1998.

CONTRERAS, Xiomara; ALDANA, Milagrosa. Wave propagation: a finite difference modeling in a 3D fluid-solid configuration. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería - Universidad Del Zulia*, v. 35, p. 179-189, 2012.

CRISOSTOMO, C. Aguiar. *A Neotectônica e sua relação com o uso e ocupação da terra em ambiente amazônico: O caso do município de Tarauaca/AC*. Universidade Federal do Acre (UFAC). Rio Branco, 2023.

CARVAJAL, O. J Garcia. et al. *Contribuição ao estudo analítico de vulnerabilidade sísmica para uma configuração típica de ponte no Brasil*. 2018.

FERNANDES, L. L.; CRUZ, J. C. R.; BLANCO, C. J. C.; BARP, A. R. B.; *Modelagem Sísmica via métodos das diferenças finitas: caso da bacia do Amazonas*. *Acta Amazonica*, 39, pág. 155-163. 2009.

GOTTSCHAMMER, E.; OLSEN, K. B. Accuracy of the Explicit Planar Free-Surface Boundary Condition Implemented in a Fourth-Order Staggered-Grid Velocity-Stress Finite-Difference Scheme. *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 91, p. 617-623, 2001.

GUTENBERG, B.; RICHTER, C. F. Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration. *Bulletin of the seismological society of America*, 1956.

HANKS, Thomas C. A Moment Magnitude Scale. *Journal of Geophysical Research*, v. 84, p. 2348-2350, 1979.

HOLMES, Arthur. *A Review of the Continental Drift Hypothesis*. The University of Durham, 1929.

HUSTEDT, B.; OPERTO, S.; VIREAUX, J. Mixed-grid and staggered-grid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling. *Geophysical Journal International*, 157, pág. 1269-1296. 2004.

JACOBS, J. A.; RUSSEL, R. D.; WILSON, J. Tuzo. *Physics and Geology - International Student Edition*. McGraw-Hill. 1974.

JORDAN, Thomas H. *Structural Geology of the Earth's interior*. Geological Research Division, Scripps Institution of Oceanography, 1979.

- KEMP, Jeremy. Internal Structure of Earth. 2024. Wikipedia. "Structure of the Earth". Consultado em: 03/2024.
- KIOUS, W. J.; TILLING, R. I. This dynamic Earth: the story of plate tectonics. *Journal of Computational Physics*, v. 311, p. 142-157, 1996.
- LEVANDER, Alan R. Fourth-order finite-difference P-5V seismograms. *Geophysics*, v. 53, p. 1425-1436, 1988.
- LIMA, E. Lages. *Cálculo Tensorial*. IMPA: Rio de Janeiro. 2012.
- LISITA, V.; TCHEVERDA, V.; BOTTER, C.; Combination of the discontinuous Galerkin method with finite differences for simulation of seismic wave propagation. *Journal of Computational Physics*, pág. 142-157. 2016.
- LOPES, A. E. Vasconcelos.; NUNES, L. Cabral. Intensidades sísmicas de terremotos: formulação de cenários sísmicos no Brasil. *Revista USP*, v. 91, p. 90-102, 2011.
- MARCOLIN, Clovis Dalri; KLEIN, Vilson Antonio. Determinação da densidade relativa do solo por uma função de pedotransferência para a densidade do solo máxima. *Acta Scientiarum. Agronomy*, v. 33, p. 349-354, 2011.
- MATIAS, Alberto. Ondas Superficiais (Conceito, Definição, Significado, O que é). Know - Enciclopédia temática. Disponível em: <<https://know.net/ciencterravida/geologia/ondas-superficiais>>. Consultado em: 02/2024.
- PEKERIS, C.; ALTERMAN, Z.; ABRAMOVIC, F.; JAROSH, H. Propagation of a compressional pulse in a layered solid. *Reviews of Geophysics*, pág. 25-47. 1965.
- PRESS, F.; SIEVER, R.; GROTZINGER, J.; JORDAN, T. *Para Entender a Terra*. 4ª ed. Bookman: Nova York, 2004.
- TAKENAKA, H.; KOMATSU, M.; TOYOKUNI, G.; NAKAMURA, T.; OKAMOTO, T. Quasi-Cartesian finite-difference computation of seismic wave propagation for a three-dimensional sub-global model. *Earth, Planets and Space*. pág. 1-13. 2017.
- TEIXEIRA, W.; FAIRCHILD, T. H.; TOLEDO, M. Cristina M.; TAIOLI, F. *Decifrando a Terra*. 2ª Ed. Companhia Nacional Editorial: São Paulo. 2009.
- SAADI, A.; MACHETTE, M. N.; HALLER, K, M.; DART, R. L.; BRADLEY, L.; SOUZA, A. Map and database of Quaternary faults and lineaments in Brazil. US Geological Survey, 2003.
- SANTOS, S. H. C.; LIMA, S.; SOUZA; SILVA, F. C. M. Seismic Hazard for Brazilian Northeastern Region. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 3, p. 374-389, 2010.
- SANTOS, Waldemir L.; CRISÓTOMO, C. A.; BARBOSA, A. R. F.; SILVA, P. M.; NASCIMENTO, F. I. C. *Atividades Sísmicas na Amazônia: Levantamento e Caracterização de Terre-*

mentos na Amazônia Sul-Occidental-Acre-Brasil. Revista GeoUECE. vol. 08. pág. 66-77. 2019.

SILVA, A.; GONZÁLEZ, H.; AGUDELO, W. Modelado de la Propagación de Ondas Sísmicas Basado en Algoritmo FDTD en Paralelo. Mecánica Computacional, 28(5), 287-293. 2009.

SLEEMAN, A.; MCCONNELL, B.; GATLEY, S. Understanding Earth Processes, Rocks and the Geological History of Ireland. Geological Survey of Ireland. 2004.

ZHANG, W.; CHEN, X. Traction image method for irregular free surface boundaries in finite difference seismic wave simulation. Geophysical Journal International 167, pág. 337-353. 2006.

ZHANG, Z.; ZHANG, W.; LI, H.; CHEN, X. Stable discontinuous grid implementation for collocated grid finite-difference seismic wave modelling. Geophysical Journal International. pág. 1179-1188. 2013.